

# 1. Какие регистры используются в сопроцессоре для хранения операндов?

Восемь регистров данных, согласно документации Intel [15], носят имена  $r_0$  —  $r_7$ , но обратиться к ним по этим именам невозможно. Они образуют стек с плавающей вершиной, построенный по принципу кольцевого буфера.

К регистру, находящемуся сейчас в вершине стека, можно обратиться как к  $st(0)$ ; если стек содержит более одного элемента, то к более глубоким элементам можно обращаться по именам  $st(1)$ ,  $st(2)$  и так далее до  $st(7)$

Регистры данных сопроцессора хранят вещественные числа в 80-битном расширенном формате. Мантисса занимает 64 бита, порядок — 15 бит, под знак отводится один бит.

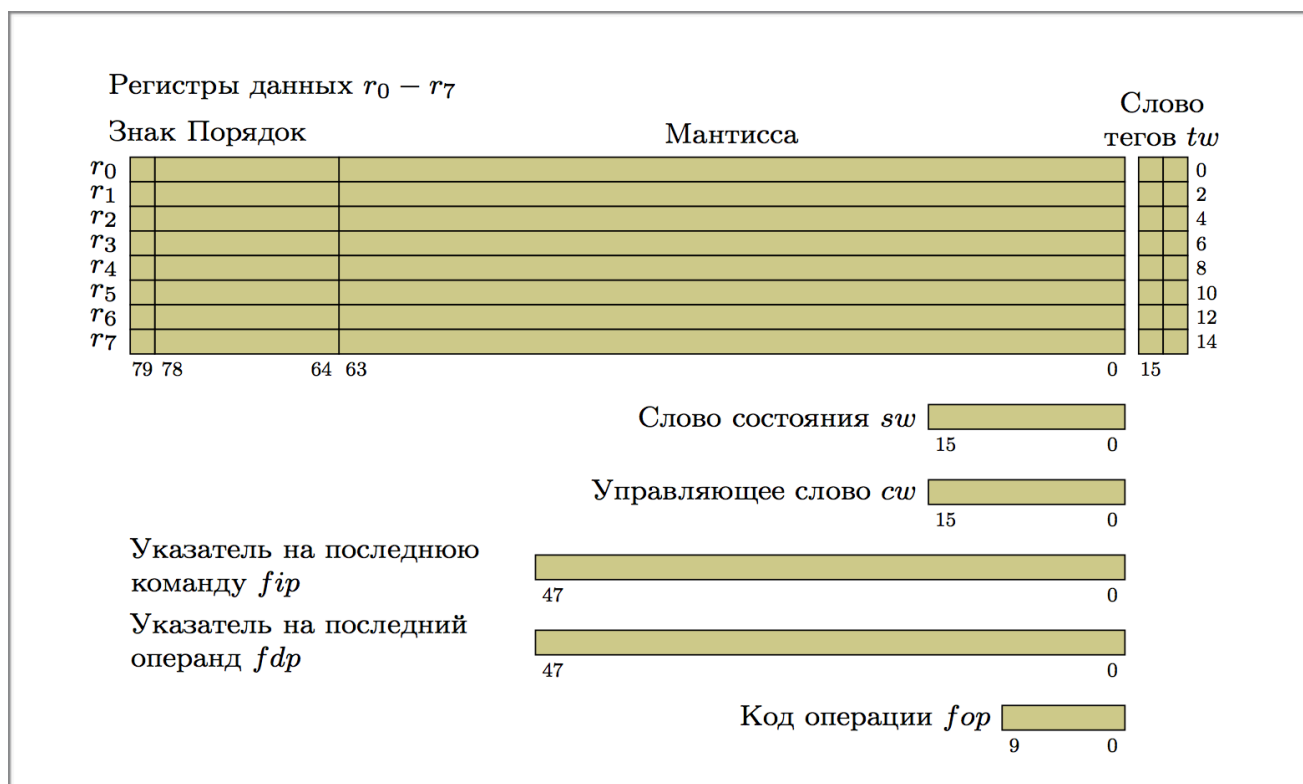


Рис. 5.1. Регистры FPU

Шестнадцатитрёхбитный регистр (слово) тегов *tw* (Tag Word, также используется сокращение *twr*— Tag Word Register) хранит состояние регистров данных. Каждому регистру  $s_0 - s_7$  соответствует два бита слова тегов (рис. 5.2):

- а) 00 — в соответствующем регистре корректное ненулевое значение;
- б) 01 — в регистре ноль;
- в) 10 — в регистре специальное значение: некорректное значение (NaN или значение, не соответствующее формату вещественного числа с расширенной точностью), бесконечность или денормализованное число;
- г) 11 — регистр пуст.

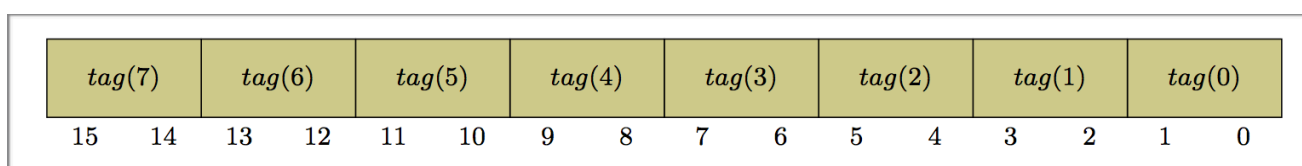


Рис. 5.2. Слово тегов FPU

Если регистр помечен в слове тегов как пустой, его значение при этом может быть каким угодно — попытка чтения из него приведёт к ошибке стека.

Флаги математического сопроцессора разбиты на два шестнадцатитрёхбитных регистра (рис. 5.3) — управляющие флаги составляют управляющее слово *sw* (Control Word, также *cwr*), флаги состояния сгруппированы в слово состояния *sw* — (Status Word, также *swr* ).

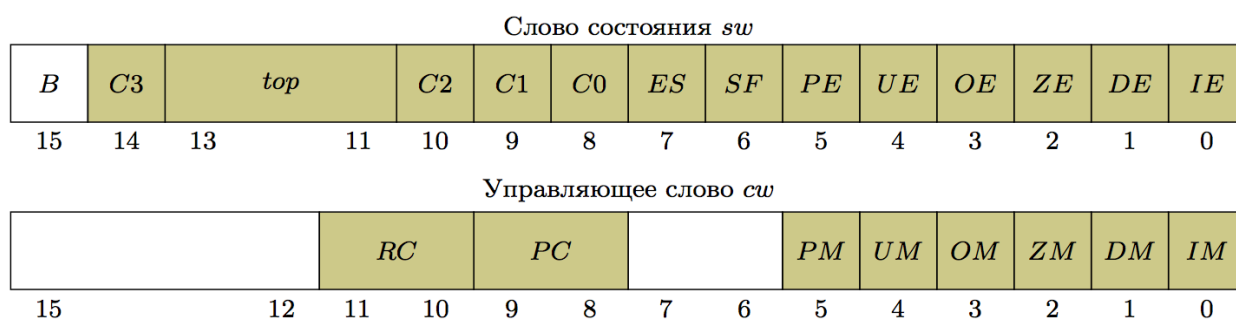


Рис. 5.3. Слово состояния и управляющее слово FPU

**Управляющее слово** содержит шесть масок исключений (IM–PM), поле управления точностью PC, и поле управления округлением RC.

**Слово состояния** отображает текущее состояние сопроцессора после выполнения последней команды. Младший байт слова состояния включает семь флагов, показывающих корректность операций (IE – SF) и флаг ES, показывающий, что сбой не только был, но и привёл к прерыванию. Старший байт включает флаги C0 – C3, хранящие результаты сравнения чисел, а также трёхбитный текущий номер вершины стека top. Последний бит В в настоящее время не используется.

### ИТОГИ :

- 1) Таким образом, стек сопроцессора организован с помощью восьми регистров данных  $r_0 - r_7$ , соответствующих восьми полям слова тегов  $tag(0) - tag(7)$  и поля  $top$  слова состояния.
- 2) Вершина стека  $st(0)$  находится в регистре  $r(top)$ , обозначение  $st(1)$  получает следующий регистр  $r(top+1)$  и так далее. За  $r_7$  по принципу кольцевого буфера следует  $r_0$ . На рис. 5.4 показаны соотношения между физическими  $r(i)$  и логическими  $st(i)$  именами регистров данных сопроцессора при различных значениях номера вершины стека  $top$ .

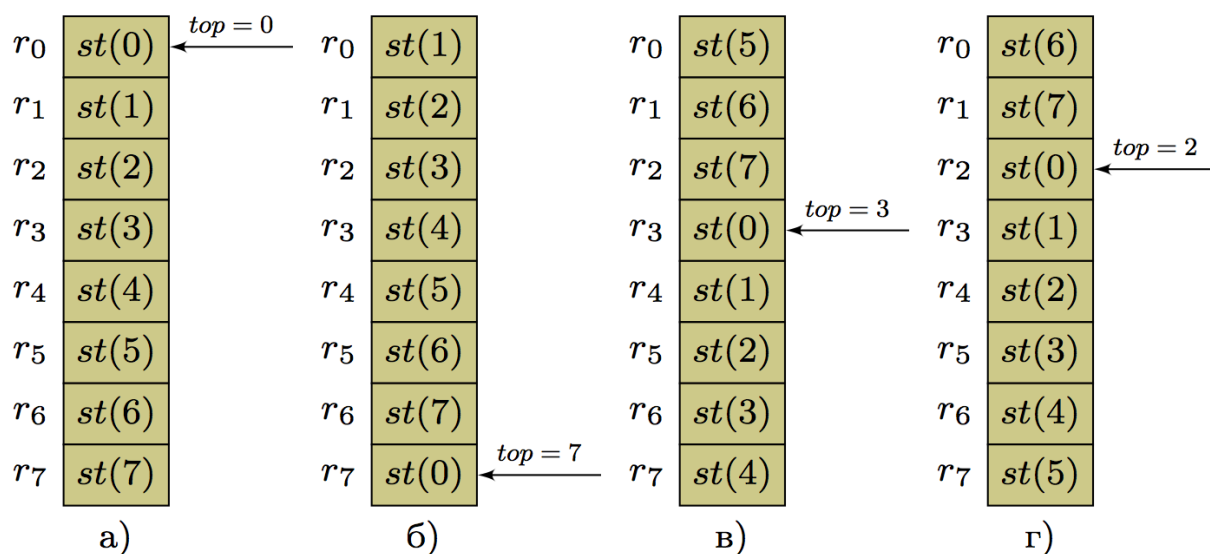


Рис. 5.4. Стек FPU

3) Положение дна стека определяется словом тегов (первый пустой регистр).

- После инициализации стек пуст.
- После завершения вычислений (перед выходом из функции или ассемблерной вставки) его также необходимо оставить пустым.
- Если функция возвращает вещественное значение через стек сопроцессора, в стеке не должно остаться ничего, кроме возвращаемого значения.
- Для вычислений хотя бы один операнд должен быть загружен в стек сопроцессора.

4) Два 48-битных регистра указателей (на последнюю команду—FPU Instruction Pointer **fip**, , в некоторых источниках также **ipr** и последний загруженный операнд Data (Operand) Pointer, **fdp**, также **dpr**), а также десятибитный регистр кода операции последней неуправляющей команды (FPU Opcode Register, **for** ) используются в обработке исключений для определения места сбоя.

## 2. Какие команды используются для выполнения арифметических операций над вещественными числами?

Все мнемонические обозначения начинаются с символа *f* (FPU). Вторая буква мнемонического обозначения определяет тип операнда в памяти, с которым работает команда:

- *i* — целое двоичное число со знаком;
- *b* — целое двоично-десятичное (BCD) число;
- отсутствие буквы — вещественное число.

Последняя буква *r* в мнемоническом обозначении команды означает, что последним действием команды обязательно является извлечение операнда из стека (удвоенная *rr* — из стека извлекаются оба операнда).

Команды FPU не могут иметь непосредственных операндов или операндов-регистров основного процессора.

Если не указано иное, используются следующие обозначения. Операнд-приёмник может быть обозначен либо как *dest*, если он может быть регистром сопроцессора или переменной в памяти либо как *dmem*, если он может быть только в памяти. Операнд-источник может быть обозначен как *src* (регистр сопроцессора или переменная в памяти) или *smem*(переменная в памяти).

## Команды загрузки данных в стек FPU

Таблица 5.13

Команда	Действие
<code>fld src</code>	Помещает вещественное число <i>src</i> на вершину стека сопроцессора Если источник <i>src</i> в памяти, его размер определяется суффиксом команды (по умолчанию — 32 бита, <i>float</i> )
<b>Загрузка целых чисел</b>	
<code>fild smem</code>	Помещает целое знаковое число <i>smem</i> на вершину стека сопроцессора Размер источника определяется суффиксом команды (по умолчанию — 16 бит, <i>short</i> )
<code>fbld smem</code>	Помещает целое двоично-десятичное число <i>smem</i> на вершину стека сопроцессора Размер источника — 80 бит
<b>Загрузка констант</b>	
<code>fldz</code>	Загрузка 0
<code>fld1</code>	Загрузка 1
<code>fldpi</code>	Загрузка $\pi$
<code>fldl2t</code>	Загрузка $\log_2 10$
<code>fldl2e</code>	Загрузка $\log_2 e$
<code>fldlg2</code>	Загрузка $\log_{10} 2$
<code>fldln2</code>	Загрузка $\ln 2$

В стек можно поместить значение одного из элементов стека сопроцессора, значение из памяти или одну из predetermined набора констант. Невозможно напрямую загрузить в стек сопроцессора значение регистра основного процессора.

## Команды выгрузки данных из стека FPU

Таблица 5.14

Команда	Действие
<code>fst dest</code>	Копирует $st(0)$ в $dest$
<code>fstp dest</code>	Выталкивает $st(0)$ в $dest$ Приёмник $dest$ может быть переменной в памяти или пустым регистром сопроцессора Если $dest$ в памяти, его размер определяется суффиксом команды (по умолчанию — 32 бита, <i>float</i> )
Выгрузка с округлением	
<code>fist dmem</code>	Копирует $st(0)$ в $dmem$ как целое
<code>fistp dmem</code>	Выталкивает $st(0)$ в $dmem$ как целое Размер приёмника определяется суффиксом команды (по умолчанию — 16 бит, <i>short</i> )
<code>fbst dmem</code>	Копирует $st(0)$ в $dmem$ как двоично-десятичное целое
<code>fbstp dmem</code>	Выталкивает $st(0)$ в $dmem$ как двоично-десятичное целое Размер приёмника — 80 бит

## Арифметические операции

### Основные арифметические операции FPU

Таблица 5.18

Команда	Действие Intel	Действие GAS*
<code>fadd</code> (сложение)	$dest = dest + src = st(0) + \xi$	
<code>fsub</code> (вычитание)	$dest = dest - src$	$dest = st(0) - \xi$
<code>fsubr</code> (обратное вычитание)	$dest = src - dest$	$dest = \xi - st(0)$
<code>fmul</code> (умножение)	$dest = dest \cdot src = st(0) \cdot \xi$	
<code>fdiv</code> (деление)	$dest = dest / src$	$dest = st(0) / \xi$
<code>fdivr</code> (обратное деление)	$dest = src / dest$	$dest = \xi / st(0)$

\*  $\xi$  — операнд, не лежащий на вершине стека.

Может быть как источником, так и приёмником, в зависимости от используемой формы.

Поведение Intel и GAS совпадает в тех случаях, когда приёмником является  $s(0)$ , в том числе в ситуациях, когда источник находится в памяти. Также поведение Intel и GAS полностью совпадает для симметричных операций — сложения и умножения.

Поведение Intel и GAS совпадает в тех случаях, когда приёмником является

Согласно документации Intel (и в ассемблерах с синтаксисом Intel) прямое вычитание **fsub** вычисляет  $dest - src$ , а обратное **fsubr** —  $src - dest$ , то есть результаты команд **fsub**  $\%st(0)$ ,  $\%st(i)$  и **fsub**  $\%st(i)$ ,  $\%st(0)$  не только записываются в различные регистры, но и отличаются знаком.

В GAS, в соответствии с традиционным поведением Unix-ассемблеров, **fsub** вычисляет  $st(0) - \xi$  даже в том случае, если приёмником является  $\xi$ . В частности, команды **fsub**  $\%st(0)$ ,  $\%st(i)$  и **fsub**  $\%st(i)$ ,  $\%st(0)$  вычисляют одно и то же значение, но помещают его в разные регистры. Обратное вычитание **fsubr** вычисляет  $\xi - st(0)$ .

Таким образом, команде **fsub**  $\%st(0)$ ,  $\%st(i)$  соответствует опкод, который, согласно документации Intel, должен соответствовать команде **fsubr** [54]. Анализ сгенерированного компилятором из коллекции GCC кода это подтверждает. Аналогично ведут себя **fdiv/fdivr**. Такое поведение в случае сочетания синтаксиса AT&T и платформы x86 в некоторых источниках описывается как баг GCC [49], но из соображений совместимости с имеющимся кодом меняться не будет.

$s(0)$ , в том числе в ситуациях, когда источник находится в памяти. Также поведение Intel и GAS полностью совпадает для симметричных операций - сложения и умножения.



## Шесть форм основных арифметических команд FPU

Таблица 5.19

Команда	Действие
<code>fXXXp</code>	Источник — $st(0)$ , приёмник — $st(1)$ , после выполнения источник $st(0)$ извлекается из стека (то есть результат получает обозначение $st(0)$ ) Данная форма эквивалентна <code>fXXXp %st(0), %st(1)</code> (ассемблируется в тот же опкод)
<code>fXXX smem</code>	Источник — память (вещественное число), приёмник — $st(0)$ , указатель стека не изменяется Размер источника определяется суффиксом команды, может быть одинарной или двойной точности, но не 80-битным (по умолчанию — 32 бита, <i>float</i> )
<code>fiXXX smem</code>	Источник — память (целое знаковое число), приёмник — $st(0)$ , указатель стека не изменяется Размер источника определяется суффиксом команды, может быть 16- или 32-, но не 64-битным (по умолчанию — 16 бит, <i>short</i> )
<code>fXXX %st(i), %st(0)</code>	Источник — $st(i)$ , приёмник — $st(0)$ , указатель стека не изменяется
<code>fXXX %st(0), %st(i)</code>	Источник — $st(0)$ , приёмник — $st(i)$ , указатель стека не изменяется
<code>fXXXp %st(0), %st(i)</code>	Источник — $st(0)$ , приёмник — $st(i)$ , после выполнения источник $st(0)$ извлекается из стека (то есть результат получает обозначение $st(i - 1)$ )

Внимание!

Ассемблер Unix исторически использовал для основных арифметических команд FPU те же мнемонические обозначения, что и предложенные Intel, но другую семантику операндов.

Таким образом, в GAS поведение мнемоник несимметричных операций (`fsub/fsubr` и `fdiv/fdivr`) качественно иное, чем описанное в документации Intel и учебниках, описывающих синтаксис Intel.

3. Какие команды используются для выполнения тригонометрических операций?

### Дополнительные арифметические и трансцендентные команды FPU

Таблица 5.20

Команда	Действие
<b>fabs</b>	$st(0) =  st(0) $
<b>fsqrt</b>	$st(0) = \sqrt{st(0)}$
<b>fptan</b>	$\begin{cases} st(0) = 1 \\ st(1) = \operatorname{tg}(st(0)) \end{cases}$ — частичный тангенс $st(0)$
<b>fsincos</b>	$\begin{cases} st(0) = \cos(st(0)) \\ st(1) = \sin(st(0)) \end{cases}$ <b>fsincos</b> выполняется столько же времени, сколько <b>fsin</b> или <b>fcos</b> (и вдвое меньше отдельного расчёта синуса и косинуса)
<b>fsin</b>	$st(0) = \sin(st(0))$
<b>fcos</b>	$st(0) = \cos(st(0))$
<b>fscale</b>	$st(0) = st(0) \cdot 2^{\lfloor st(1) \rfloor}$ , $st(1)$ остаётся в стеке
<b>f2xmi</b>	$st(0) = 2^{st(0)} - 1$ Значение $st(0)$ должно лежать в пределах от $-1$ до $+1$ , иначе результат не определён.
<b>fyl2x</b>	$\left[ st(1) \rightarrow st(0) \right] = st(1) \cdot \log_2(st(0)), \quad st(0) \geq 0$ Если регистр $st(0)$ содержал ноль, результат (если $ZM = 1$ ) будет равен бесконечности со знаком, обратным $st(1)$ .
<b>fyl2xp1</b>	$\left[ st(1) \rightarrow st(0) \right] = st(1) \cdot \log_2(st(0) + 1),$ $st(0)$ от $-(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \approx -0,3$ до $(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \approx 1,7$ , иначе результат не определён. Команда <b>fyl2xp1</b> даёт большую точность для $st(0)$ , близких к нулю, чем <b>fyl2x</b> для суммы того же $st(0)$ и 1.
<b>fprem1</b>	$\left[ st(1) \rightarrow st(0) \right] = st(0) \bmod st(1)$ — частичный остаток по IEEE-754 Применяется, в частности, для уменьшения аргументов периодических функций: остаток от деления $3 \cdot \pi + 1.2$ на $\pi$ равен 1.2.

#### 4. Какие команды используются для сравнения вещественных чисел?

FPU включает несколько семейств команд сравнения вещественных чисел. Все они сравнивают приёмник  $st(0)$  с некоторым источником  $src$ . По аналогии с командой целочисленного сравнения можно сказать, что анализируется знак разности  $st(0) - src$ . Так как приёмником является  $st(0)$ , поведение команд сравнения не различается для GAS и Intel.

Все команды сравнения вещественных чисел сравнивают вершину стека — приёмник  $st(0)$  с другим операндом — источником  $src$

#### Команды сравнения FPU

Таблица 5.21

Команда	Источник	Флаги	Особенности
$fcom[p[p]]$ $fcom[p] \ src$	$st(1)$ $src$	$C0, C3, C2$	
$fucom[p[p]]$ $fucom[p] \ src$	$st(1)$ $src$		Не генерируется исключения при сравнении с $nan$
$ficom[p] \ smem$	$smem$		$smem$ — целое число
$ftst$	0		
$fcomi[p] \ \%st(i), \%st(0)$	$st(i)$	$CF, ZF, PF$	
$fucomi[p] \ \%st(i), \%st(0)$	$st(i)$		Не генерируется исключения при сравнении с $nan$

По результатам сравнения (в соответствии со знаком разности  $st(0) - src$ ) устанавливается значение трёх флагов: отрицательности, нуля и несравнимости. Операнды считаются несравнимыми, если хотя бы один из них — тихое нечисло (обычно вещественная неопределённость nan).

Какие флаги регистра **e**flags содержат результат сравнения вещественных чисел?

Результат современных команды сравнения, напрямую устанавливающих флаги ZF, CF, PF и обнуляющих остальные флаги состояния в регистре flags, можно анализировать как результат сравнения беззнаковых целых чисел без дополнительных действий.

Значение флагов при сравнении

Таблица 5.22

Соотношения	Флаги		
	Отрицательности $C0/CF$	Нуля $C3/ZF$	Несравнимости $C2/PF$
$st(0) > src \quad st(0) - src > 0$	0	0	0
$st(0) = src \quad st(0) - src = 0$	0	1	0
$st(0) < src \quad st(0) - src < 0$	1	0	0
$st(0)$ и $src$ несравнимы	1	1	1

