

Opgaver til lektion 1

Opgave 1.1

Givet matricerne A , B og C , beregn alle parvise produkter (hvor det giver mening) og sammenlign resultaterne:

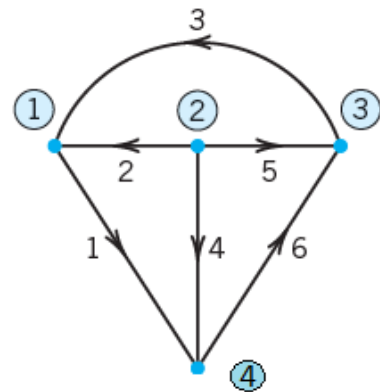
$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Gælder den kommutative lov i dette (special)tilfælde?

Beregn også $B^T A^T$; stemmer resultatet overens med ovenstående?

Opgave 1.2

Antag at diagrammet angiver en række tilstande, 1 til 4, og at pilene og tallene over angiver de mulige ændringer mellem tilstande samt den vægtning der er forbundet med ændringen.



Opstil overgangsmatricen (state transition matrix) hvor række/søjle-indeks angiver de mulige tilstande, og tilhørende elementer den tilhørende vægt (antag 0 for ikke mulige ændringer).

Opgave 1.3

Beregn determinanten for matrixerne A og B .

$$A = \begin{bmatrix} 1,0 & 0,2 & 1,6 \\ 3,0 & 0,6 & 1,2 \\ 2,0 & 0,8 & 0,4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

Benyt co-factor expansion, henholdsvis for een vilkårlig række samt een vilkårlig søjle. Sammenlign resultaterne.

Opgave 1.4

Matrixen A er givet ved:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 8 & 0 & -17 \\ 1 & 3 & -5 & 1 & 5 \\ 3 & 11 & -19 & 7 & 1 \\ 1 & 7 & -13 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

- Rækkereducér A til echelonform.
- Find rangen af A .

Opgave 1.5

Find rangen af A , B og C .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 30 & -70 & 50 \\ -36 & 84 & -60 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 2 \\ -6 & 42 & 24 & 54 \\ 21 & -21 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

Check både række og søjle og sammenlign resultaterne.

For matricen C , identificer de elementære transformationsmatricer der er nødvendige for at opnå echelonform, evt. implementer i Matlab eller lignende.

Opgave 1.6

Check lineær uafhængighed for vektorerne:

- $a_1 = [-3, 6, -1, 1, -7]$, $a_2 = [1, -2, 2, 3, -1]$ og $a_3 = [2, -4, 5, 8, -4]$,
- $a_1 = [-3, 1, 2]$, $a_2 = [-7, -1, -4]$, $a_3 = [6, -2, -4]$, $a_4 = [1, 3, 8]$, $a_5 = [-1, 2, 5]$

Sammenlign resultatet for de to tilfælde.

Opgave 1.7

Beregn vha. Gauss-Jordan-metoden den inverse matrix af A og B , så vidt, de eksisterer. Hvis de ikke eksisterer, så forklar hvorfor.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

See Kreyszig for detaljer.