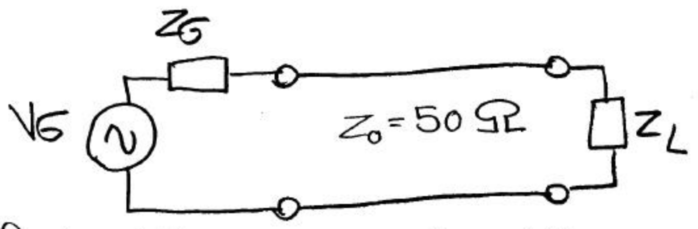
13.1



$Z_G = 100 - j50\ \Omega$

$Z_L = 75 + j10\ \Omega$

$f = 10$ MHz $\qquad \ell = 15$ m

$V_G = 100$ V (eff.) $\qquad v = 200$ m/µs

Indledende bemærkninger

Kablet er tabsfrit ($\alpha = 0$ Np/m), hvorfor P_{TRANS} er uafhængig af x.

Jeg vil angive argumentet til komplekse tal uden decimaler, modulus samt real- og imaginærdel med 3 betydende cifre. I mellemregningerne er alle decimaler med.

Spændinger er angivet i effektivværdi, hvorfor faktor $\frac{1}{2}$ ikke er med i beregningen.

Vi starter lige med at finde β:

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi \cdot 10E6}{200E6} = 2\pi \cdot \frac{1}{20} \quad \text{rad/m}$$

Den elektriske længde bliver således:

$$\theta = \beta \cdot \ell = 2\pi \cdot \frac{1}{20} \cdot 15 = \pi \cdot \frac{30}{20} = 1{,}5\pi \ \text{rad.}$$

Sidst i løsningen findes et C++ program samt de beregnede værdier

2

a) Beregning af indgangsimpedans. Vi starter i højre side.

$$K_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{75 + j10 - 50}{75 + j10 + 50} = \frac{25 + j10}{125 + j10}$$

$$= 0{,}215\angle 17^\circ \quad (0{,}205 + j\,0{,}064)$$

$$K(-\ell) = K_L \cdot e^{-j2\beta\ell} = K_L \cdot e^{-j3\pi} = K_L \cdot (-1)$$

$$= 0{,}215\angle -163^\circ \quad (-0{,}205 - j0{,}064)$$

$$Z_{IND} = Z(-\ell) = Z_0 \cdot \frac{1 + K(-\ell)}{1 - K(-\ell)} = 50 \cdot \frac{1 + 0{,}215\angle -163^\circ}{1 - 0{,}215\angle -163^\circ}$$

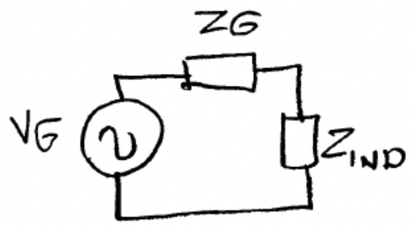
$$= 32{,}8 - j\,4{,}37\ \Omega \quad (33{,}0\ \angle -8^\circ)$$

Så indgangsimpedansen er $(32{,}8 - j4{,}37)\,\Omega$

b) Vi beregner spændingen på indgangen, opløser den i V^+ og V^-, og beregner ud fra dette P^+ og P^-.

Spændingen på indgangen:

Ækvivalentskema



$V_G = 100\ V_{eff}$

$Z_G = 100 - j50\ \Omega$

$Z_{IND} = 32{,}8 - j4{,}37\ \Omega$

$$V_{IND} = V(-\ell) = V_G \cdot \frac{Z_{IND}}{Z_G + Z_{IND}} = 100 \cdot \frac{32{,}8 - j4{,}37}{32{,}8 - j4{,}37 + 100 - j50}$$

3

$$= 23{,}0 \angle 15^\circ \ V_{eff} \qquad (22{,}3 + j5{,}84)$$

$$V(-\ell) = V^+(-\ell)(1 + K(-\ell))$$

$$\Rightarrow V^+(-\ell) = \frac{V(-\ell)}{1 + K(-\ell)} = \frac{23{,}0 \angle 15^\circ}{1 + (0{,}215 \angle -163^\circ)}$$

$$= 28{,}9 \angle 19^\circ \ V_{eff} \qquad (27{,}3 + j9{,}52)$$

$$\Rightarrow V^-(-\ell) = V^+(-\ell) \circ K(-\ell)$$

$$= 28{,}9 \angle 19^\circ \circ 0{,}215 \angle -168^\circ$$

$$= 6{,}20 \angle -144^\circ \ V_{eff} \qquad (-4{,}99 - j3{,}69)$$

$$p^+(-l) = \frac{|V^+(-l)|^2}{2 \cdot Z_0} = 8.35 \text{ W}$$

$$p^-(-l) = \frac{|V^-(-l)|^2}{2Z_0} = 0.385 \text{ W}$$

c) $P_{trans} = p^+ - p^- = 8.35\text{W} - 0.385\text{W} = 7.965 \text{ W}$

Eller:

$$P_{trans} = p^+ (1 - |K_L|^2) = 7.965 \text{W}$$

d) Det korte svar på afsat effekt i Z_L

er $P_{Z_L} = P_{trans} = 7.965\,W$, da kablet er tabsfrit.

En længere beregning giver:

$$V_{Z_L} = V^+(-l) \cdot e^{j\beta l} \cdot (1 + \kappa_L)$$

$$= 28.9\angle 19^\circ \cdot e^{j15\pi} \,(1 + 0.215\angle 17^\circ)$$

$$= 34.9\angle -68^\circ \quad \cancel{\text{eller}}$$

$$P_{Z_L} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_{Z_L} \cdot \left(\frac{V_{Z_L}}{Z_L}\right)^*\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{|V_{Z_L}|^2}{Z_L}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{34.9^2}{75 + j10}\right] = 7.965\,W$$