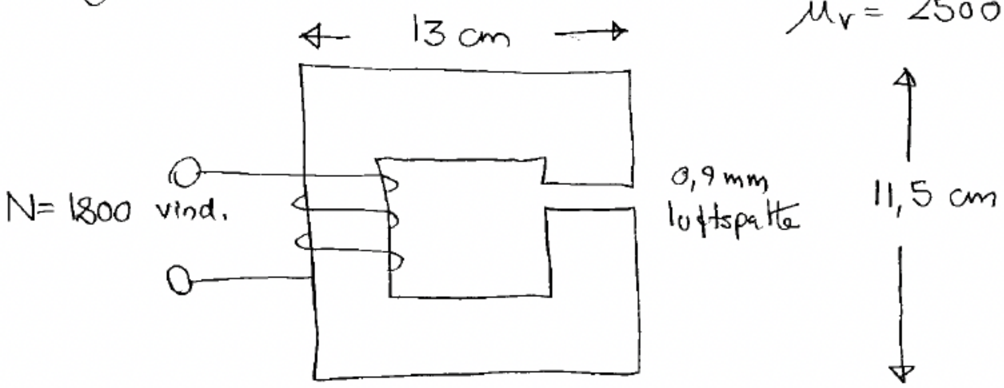
6.1

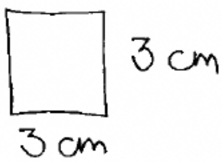
Magnetisk kredsløb



$$A_{LUFT} = A_{JERN} \cdot (1 + B)$$

$$B = \frac{2\ell}{\sqrt{A}}$$

Benareal



a) Beregning af magnetiske vejlængder og arealer.

Areal af jernkernens ben:

$$A = (3E{-}2)^2 = 9E{-}4 \ m^2$$

Magnetisk vejlængde af jern + luftspalte

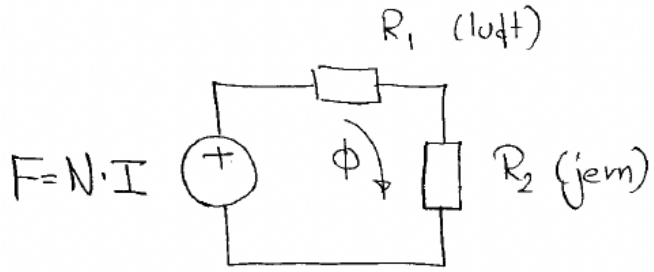
$$\ell = 2 \cdot (13-3) + 2 \cdot (11{,}5-3)$$

$$= 2 \cdot 13 + 2 \cdot 11{,}5 - 4 \cdot 3 = 37 \ cm$$

B-faktor:

$$\frac{2\ell}{\sqrt{A}} = \frac{2 \cdot 0{,}9E{-}3}{3E{-}2} = \frac{1{,}8}{30} \approx 0{,}06 = B$$

Magnetiske diagram



Beregning af reluktanser:

$$R_1 = \frac{l}{\mu_0 A} = \frac{0{,}9E\text{-}3}{4\pi \cdot 1E\text{-}7 \cdot 9E\text{-}4 \cdot (1+B)} = 751\ k\frac{A}{Wb}$$

$$R_2 = \frac{l}{\mu \cdot A} = \frac{0{,}37 - 0{,}9E\text{-}3}{4\pi \cdot 1E\text{-}7 \cdot 2500 \cdot 9E\text{-}4} = 131\ k\frac{A}{Wb}$$

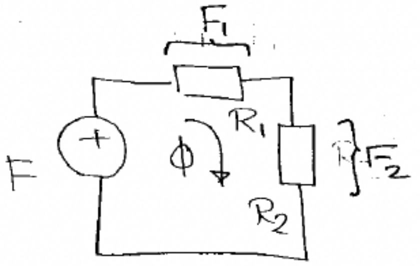
b) Den magnetiske spændingsgenerator bliver:

$$F = N \cdot I = 1800 \cdot 0{,}475 = 855\ A$$

Magnetisk flux:

$$\phi = \frac{F}{R_1 + R_2} = \frac{855}{751K + 131K} = 970\ \mu Wb$$

c) Vi bestemmer de magnetiske spændingsfald,



$$F_1 = \phi \cdot R_1$$

$$F_2 = \phi \cdot R_2$$

Vi får:

$$F_1 = R_1 \cdot \phi = 728{,}35 \quad A$$

$$F_2 = R_2 \cdot \phi = 126{,}65 \quad A$$

Prøve: $855 \quad A \quad = F$

d) Vi beregner H-feltet vha. Ampères lov:

$$H \cdot l = N \cdot I = F$$

og får:

For luften:

$$H_1 = \frac{F_1}{l_1} = \frac{728{,}35}{0{,}9E-3} = 809 \quad k\frac{A}{m}$$

For jernet:

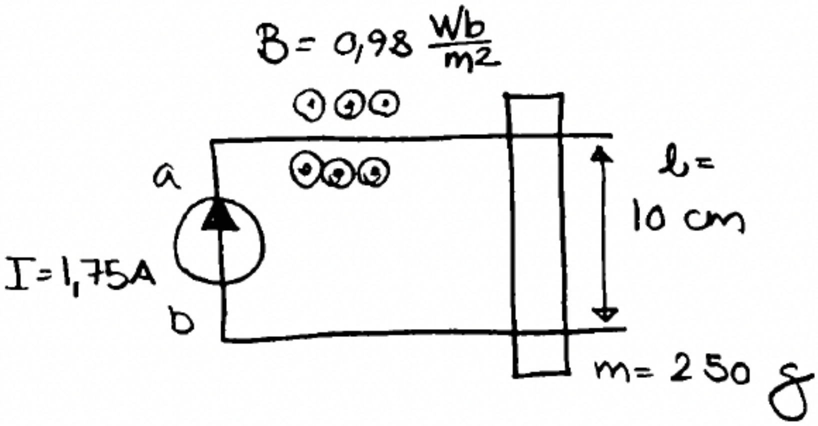
$$H_2 = \frac{F_2}{l_2} = \frac{126{,}65}{0{,}37 - 0{,}9E-3} = 343 \quad \frac{A}{m}$$

e) Den nødvendige flux er:

$$\phi = \frac{V}{N \cdot \omega} = \frac{230}{1800 \cdot 2\pi \cdot 50}$$

$$= \underline{407 \; \mu Wb} \quad (\text{effektiv})$$

6.2



a) Kraften har størrelsen:

$$F = B \cdot I \cdot l = 0{,}98 \cdot 1{,}75 \cdot 0{,}1 = 0{,}172 \text{ N}$$

Retningen findes udfra:

$$\overline{Il} \times \overline{B} \quad \text{giver} \quad \xleftarrow{F}$$

dvs mod venstre.

b) Accelerationen findes udfra massen og kraften vha. Newtons 2. lov:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}172}{0{,}25} = 0{,}686 \ \frac{m}{s^2}$$

c) Hastigheden til $t = 2{,}1$ s er:

$$v = a \cdot t = 0{,}686 \cdot 2{,}1 = 1{,}44 \ \frac{m}{s}$$

Den bremsende kraft skal være lig med F:

$$F_{BREMS} = F = 0{,}172 \text{ N}$$

d) Den mekaniske effekt bliver:

$$P_{MEK} = v \cdot F = 1{,}44 \cdot 0{,}172 = 247{,}1 \ mW$$

e) Den elektriske effekt er lig med den mekaniske:

$$P_{MEK} = P_{EL} = V \cdot I$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{P_{MEK}}{I} = \frac{247{,}1E-3}{1{,}75} = 141{,}2 \ mV$$

f) Vi ser på:

$$\bar{v} \times \bar{B}$$

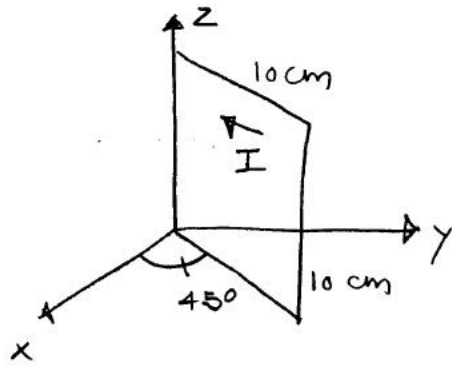
Som giver $\uparrow \oplus$ dvs. ladninger påvirkes opad

Derved fås:

a $+$

b $\div$

6.3



$N = 450$ vind.

$I = 1{,}5\ A$

Magnetfelt:

$$\bar{B} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0{,}32 \\ 0{,}15 \end{Bmatrix} \frac{Wb}{m^2}$$

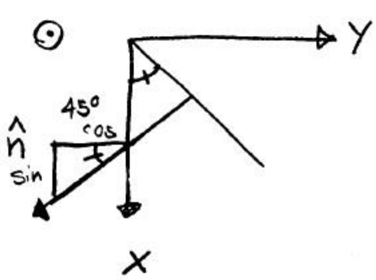
a) Det magnetiske dipolmoment er givet ved.

$$\bar{\mu} = I \cdot N \cdot A \cdot \hat{n} = I \cdot N \cdot \bar{A} \qquad [A \cdot m^2]$$

Arealet A findes:

$$A = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01 \quad m^2$$

Normalenhedsvektoren



$$\hat{n} = \begin{Bmatrix} \sin 45^0 \\ -\cos 45^0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Der fås:

$$\bar{\mu} = I \cdot N \cdot A \cdot \hat{n} = 1{,}5 \cdot 450 \cdot 0{,}01 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad A \cdot m^2$$

$$= 4{,}77 \cdot \begin{Bmatrix} +1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad A \cdot m^2$$

b) Drejningsmomentet findes:

$$\overline{\tau} = \overline{\mu} \times \overline{B}$$

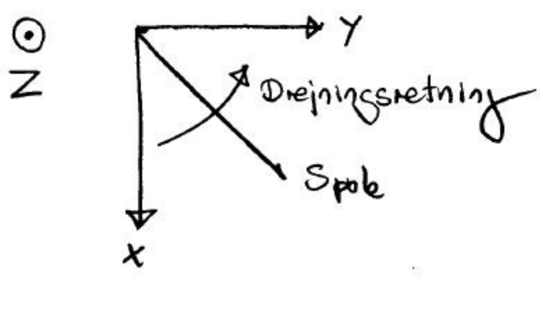
$$= 4{,}77 \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0{,}32 \\ 0{,}15 \end{Bmatrix}$$

$$= 4{,}77 \cdot \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0{,}32 & 0{,}15 \end{vmatrix} = 4{,}77 \cdot \begin{Bmatrix} -0{,}15 \\ -0{,}15 \\ 0{,}32 \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} -0{,}72 \\ -0{,}72 \\ 1{,}53 \end{Bmatrix}$$

c) Da der er et positivt moment i Z-retningen vil spolen dreje, hvis den er fri til det. Retningen bliver i den positive omløbsretning, dvs.:

MOD URET

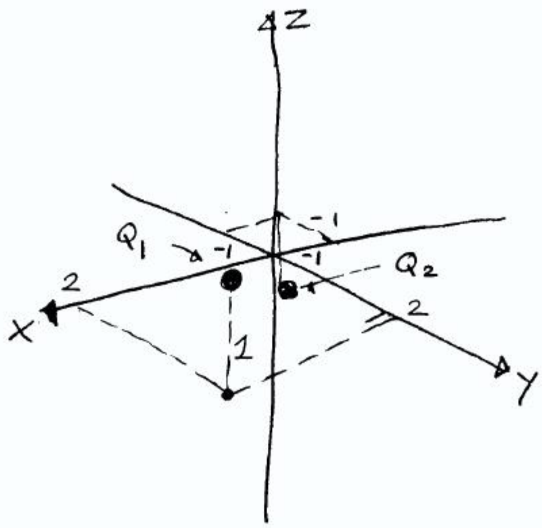


6.4

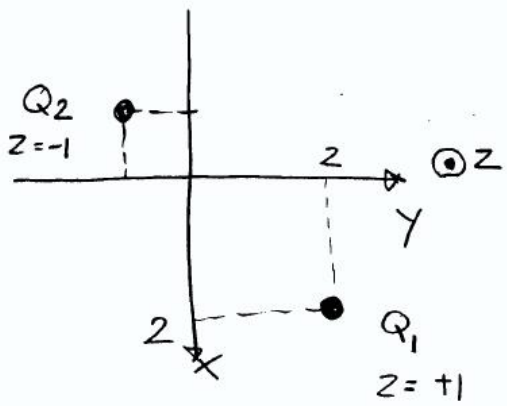
$Q_1 = +\frac{10}{9}\,nC$ i $(2, 2, 1)$ Punkt 1, P_1

$Q_2 = -\frac{20}{9}\,nC$ i $(-1, -1, -1)$ Punkt 2, P_2

a) Skitse af konfigurationen



Ovenfra:



b) Vi beregner retningsvektorerne, som går fra Q_1 og Q_2 ind til punkt A i (0,0,0)

For Q_1: $\bar{d}_1 = A - P_1 = -\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

For Q_2: $\bar{d}_2 = A - P_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Da ladningen i P_1 frastøder en positiv testladning, passer retningen af $\bar{d}_1$. For punkt 2 har vi tiltrækning, så retningen på $\bar{d}_2$ vendes. Vi har nu:

$$\bar{d}_1 = -\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \bar{d}_2' = -\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Længderne er:

$$d_1 = |\bar{d}_1| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ m}$$

$$d_2 = |\bar{d}_2'| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3} = 1,73 \text{ m}$$

Vi har altså nu inkluderet fortegnene i vektorerne.

Det elektriske felt beregnes. Jeg lader Q' stå for den elektriske ladning regnet i $(\frac{1}{9} nC)$:

$$Q' = \frac{Q}{\frac{1}{9} nC}$$

$$\bar{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \cdot d^2} \cdot \hat{d} = \frac{Q}{4\pi \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 1E{-9} \cdot d^2} \cdot \frac{\bar{d}}{d}$$

$$= \frac{Q'}{d^2} \cdot \frac{\bar{d}}{d} = \frac{Q'}{d^3} \cdot \bar{d} \qquad \left[\frac{V}{m}\right]$$

For Q_1 får vi:

$$\overline{E}_1 = \frac{Q_1'}{d_1^3} \cdot \overline{d}_1 = \frac{10}{3^3} \cdot \left(-\begin{bmatrix}2\\2\\1\end{bmatrix}\right) = -\frac{10}{27} \cdot \begin{bmatrix}2\\2\\1\end{bmatrix} \quad \frac{V}{m}$$

For Q_2 får vi:

$$\overline{E}_2 = \frac{Q_2'}{d_2^3} \cdot \overline{d}_2 = \frac{20}{\sqrt{3}^3} \cdot \left(-\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\right) = -\frac{20}{3\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \quad \frac{V}{m}$$

Det totale felt er summen:

$$E_{TOT} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{20}{27} - \frac{20}{3\sqrt{3}} \\ -\frac{20}{27} - \frac{20}{3\sqrt{3}} \\ -\frac{10}{27} - \frac{20}{3\sqrt{3}} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}4,59\\4,59\\4,21\end{bmatrix} \quad \frac{V}{m}$$

c) D-feltet findes ved at gange $\overline{E}$ med ε_0:

$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E}_{TOT} = \varepsilon_0 \overline{E}_{TOT} = \frac{1}{36\pi} \cdot 1E\text{-}9 \cdot \left(-\begin{bmatrix}4,59\\4,59\\4,21\end{bmatrix}\right)$$

$$= -\begin{bmatrix}40,59\\40,59\\37,31\end{bmatrix} \quad \frac{pC}{m^2}$$

d) Det elektriske felt beregnes ved:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d} = \frac{Q'}{d} \quad [V]$$

For ladning 1 fås:

$$V_1 = \frac{Q_1'}{d_1} = \frac{10}{3} = +3{,}33 \text{ V}$$

For ladning 2:

$$V_2 = \frac{Q_2'}{d_2} = \frac{-20}{\sqrt{3}} = -11{,}53 \text{V}$$

Den totale „spænding" i punkt A:

$$V(A) = V_1 + V_2 = -8{,}21 \text{ V}$$

e) Der indlægges en kugle med radius 2 m. Afstanden fra (0,0,0) til ladning 1 og ladning 2 er hhv. 3 m og $3\sqrt{3}$ m. Dermed ligger Q_2 inde i kuglen og Q_1 udenfor. Vha. Gausses sætning for elektriske ladninger findes nu:

$$\Phi = \int_S \bar{D} \bullet d\bar{a} = \int_V \nabla \bullet \bar{D} \, dV = \int_V \rho \, dV = Q_{\text{INDEHOLDT}}$$

$$= Q_2 = -\frac{20}{9} \text{ nC}$$

f) De to ladninger vil tiltrække hinanden, da de har modsat fortegn. Kraftens størrelse beregnes vha Coulombs lov:

$$\bar{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \varepsilon_0 \cdot d_{12}^2} \cdot \hat{d}_{12} \qquad [\text{N}]$$

Retningsvektoren mellem ladningerne:

$$\bar{d}_{12} = \bar{d}_1 - \bar{d}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} - \left(- \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Længden:

$$d_{12} = |d_{12}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{22}$$

Kraften bliver nu:

$$\bar{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \, d_{12}^2} \cdot \frac{\bar{d}_{12}}{d_{12}} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d_{12}^3} \cdot \bar{d}_{12}$$

$$= 10 \cdot \frac{20}{9} \cdot 1E{-}9 \cdot \frac{1}{\sqrt{22}^3} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{10 \cdot 20}{9 \cdot \sqrt{22}^3} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad nN$$

$$|\bar{F}| = \frac{10 \cdot 20}{9 \cdot \sqrt{22}^3} \cdot \sqrt{22} = \frac{10 \cdot 20}{9 \cdot \sqrt{22}^2} = \frac{10 \cdot 20}{9 \cdot 22} = \frac{100}{99} = 1{,}01 \ nN$$