Преобразование базиса Грёбнера нульмерного идеала к иному мономиальноальному упорядочению.

Федоров Глеб M33351

Октябрь 2020

1 Оглавление

1.1 Постановка проблемы

1.2 Дополнительная теория

1.3 Алгоритм FGLM

1.4 Примерная архитектура программы

2 Постановка проблемы

Дан базис Грёбнера нульмерного идеала, построенный на мономиальном упорядочении $m1$. Привести данный базис к иному мономиальному упорядочению $m2$.

3 Дополнительная теория

3.1 Исключающий идеал

Теорема(об исключении): Пусть $I \subset F[x_1, x_2, \ldots, x_s]$ - идеал и G - его базис Грёбнера по отношению к lex-упорядочению с $x_1 > x_2 > \ldots > x_n$. Тогда $\forall l : 0 \leq l \leq n$ множество

$$G_l = G \cap F[x_1, x_2, \ldots, x_s]$$

является базисом Грёбнера l-го исключающего идеала I_l.

Доказательство:

3.2 Нульмерный идеал

Теорема: Пусть поле F алгебраически замкнуто и $I \in F[x_1, x_2, \ldots, x_n]$. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. Алгебра $A = F[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ - I конечномерна над F.
2. $V(I) \subset F^n$ конечно.
3. Если G - базис Грёбнера идеала I, то

   $$\forall i \exists m_i \geq 0 : x_i^{m_i} = LM(g)$$

   для некоторого $g \in G$.
4. Для каждой переменной x_i исключающий идеал $I \cap F[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ является ненулевым.

Доказательство: Идеал, удовлетворяюзий данной теореме называется нульмерным

4 Алгоритм FGLM