

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**ВЕРИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ БАЗИСА ГРЁБНЕРА И ЕГО  
ПРИМЕНЕНИЙ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ НА ЯЗЫКЕ  
ИНТЕРАКТИВНОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ LEAN**

Автор: Федоров Глеб Владимирович \_\_\_\_\_

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная  
математика и информатика

Квалификация: Бакалавр

Руководитель ВКР: Трифанов А.И., канд. физ.-мат. наук \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург, 2019 г.

Обучающийся Федоров Глеб Владимирович  
Группа М34351 Факультет ИТиП

Направленность (профиль), специализация  
Математические модели и алгоритмы в разработке программного обеспечения

Консультанты:

а) Гилев П.А., без звания \_\_\_\_\_

ВКР принята «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оригинальность ВКР \_\_\_\_\_%

ВКР выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты «15» июня 2019 г.

Секретарь ГЭК Павлова О.Н. \_\_\_\_\_

Листов хранения \_\_\_\_\_

Демонстрационных материалов/Чертежей хранения \_\_\_\_\_

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Руководитель ОП  
проф., д.т.н. Парфенов В.Г. \_\_\_\_\_  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ЗАДАНИЕ**  
**НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ**

**Обучающийся** Федоров Глеб Владимирович

**Группа** М34351 **Факультет** ИТиП

**Квалификация:** Бакалавр

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль) образовательной программы:** Математические модели и алгоритмы в разработке программного обеспечения

**Тема ВКР:** Верификация алгоритма построения базиса Грёбнера и его применений в системах компьютерной алгебры на языке интерактивного доказательства теорем *lean*

**Руководитель** Трифанов А.И., канд. физ.-мат. наук, ординарный доцент Университета ИТМО

**2 Срок сдачи студентом законченной работы до:** «31» мая 2019 г.

**3 Техническое задание и исходные данные к работе**

**4 Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов)**

**5 Перечень графического материала (с указанием обязательного материала)**

Графические материалы и чертежи работой не предусмотрены

**6 Исходные материалы и пособия**

а) -

**7 Дата выдачи задания** «22» октября 2022 г.

Руководитель ВКР \_\_\_\_\_

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_ «22» октября 2022 г.

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**АННОТАЦИЯ**  
**ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

**Обучающийся:** Федоров Глеб Владимирович

**Наименование темы ВКР:** Верификация алгоритма построения базиса Грёбнера и его применений в системах компьютерной алгебры на языке интерактивного доказательства теорем `lean`

**Наименование организации, в которой выполнена ВКР:** Университет ИТМО

**ХАРАКТЕРИСТИКА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

1 Цель исследования: Разработать программное обеспечение на языке `lean4`, вычисляющее базис Грёбнера. Код данного программного обеспечения должен быть верифицирован на том же языке.

2 Задачи, решаемые в ВКР:

- а) Реализация упорядочения `lex` и `grlex` для мономов. Доказательство, что реализованные доказательства являются линейными упорядочениями на множестве мономов;
- б) Реализация алгоритма деления. Доказательство корректности алгоритма;
- в) Реализация алгоритма построения базиса Грёбнера (алгоритм Бухбергера). Доказательство корректности алгоритма;
- г) Реализация возможности пользовательского взаимодействия с кодом.

3 Число источников, использованных при составлении обзора: 0

4 Полное число источников, использованных в работе: 0

5 В том числе источников по годам:

Отечественных			Иностранных		
Последние 5 лет	От 5 до 10 лет	Более 10 лет	Последние 5 лет	От 5 до 10 лет	Более 10 лет
0	0	0	0	0	0

6 Использование информационных ресурсов Internet: нет

7 Использование современных пакетов компьютерных программ и технологий:

Пакеты компьютерных программ и технологий	Раздел работы
Пакет <code>tabularx</code> для чуть более продвинутых таблиц	??, Приложения А, ??
Пакет <code>biblatex</code> и программное средство <code>biber</code>	Список использованных источников

8 Краткая характеристика полученных результатов

9 Гранты, полученные при выполнении работы

10 Наличие публикаций и выступлений на конференциях по теме выпускной работы

-

Обучающийся      Федоров Г.В.      \_\_\_\_\_

Руководитель ВКР      Трифанов А.И.      \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. Первая глава .....	6
1.1. Основные определения .....	6
1.2. Упорядочения мономов .....	7
1.3. Алгоритм деления полиномов от нескольких переменных .....	7
1.4. Алгоритм Бухбергера .....	7
1.5. Решение задачи о принадлежности многочлена идеалу .....	7
Выводы по главе 1 .....	7
2. Реализация .....	8
Выводы по главе 2 .....	8
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	9
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Пример приложения .....	10

**ВВЕДЕНИЕ**

В данном разделе размещается введение.

## ГЛАВА 1. ПЕРВАЯ ГЛАВА

Данная глава будет посвящена введению основных понятий теории колец от нескольких переменных.

### 1.1. Основные определения

Будем называть вектором степеней конструкцию следующего вида

$$\alpha = (\alpha_1 \dots \alpha_n), \alpha_i \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Назовём вектором переменных следующий вектор

$$x = (x_1 \dots x_n). \quad (2)$$

Мономом от переменных  $x_1 \dots x_n$  называется произведение следующего вида

$$x^\alpha = (x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}). \quad (3)$$

Полиномом  $f$ , с коэффициентами из поля  $K$  называется конечная линейная комбинация мономов, которая записывается следующим образом

$$f = \sum_{\alpha} c_{\alpha} * x^{\alpha}, c_{\alpha} \in K. \quad (4)$$

Множеством всех полиномов от переменных  $x_1 \dots x_n$  над полем  $K$  будем обозначать как  $K[x_1 \dots x_n]$ . Отметим, что на данном множестве можно естественным образом ввести операции  $+$  и  $*$  таким образом, чтобы структура  $\langle K[x_1 \dots x_n], +, * \rangle$  удовлетворяла аксиомам кольца.

Подмножество  $I \subset K[x_1 \dots x_n]$  называется идеалом, если выполнены следующие условия:

- а)  $0 \in I$ ;
- б)  $f, g \in I$ , то  $f + g \in I$ ;
- в)  $f \in I$  и  $h \in K[x_1 \dots x_n]$ , то  $hf \in I$ .

Пусть  $f_1 \dots f_s \in K[x_1 \dots x_n]$ , тогда множество  $\langle f_1 \dots f_s \rangle = \sum_i^s h_i * f_i | h_1 \dots h_s \in K[x_1 \dots x_n]$  является идеалом в  $K[x_1 \dots x_n]$ , а полиномы  $\langle f_1 \dots f_s \rangle$  называются образующими идеала.



**1.2. Упорядочения мономов****1.3. Алгоритм деления полиномов от нескольких переменных****1.4. Алгоритм Бухбергера****1.5. Решение задачи о принадлежности многочлена идеалу****Выводы по главе 1**

Вывод:

**ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ****Выводы по главе 2**

Вывод:

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данном разделе размещается заключение.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПРИМЕР ПРИЛОЖЕНИЯ**