

Hochfrequenztechnik 1 — Organisatorisches:

Vorlesung: Do 09:45 – 11:15 @ V47.06

→ Prof. Jan Hesselbarth, ETI 1, 3.215

jan.hesselbarth@ihf.uni-stuttgart.de



Übung: Di 14:00 – 15:30 @ V57.06

→ Dr. Vinit Yadav, ETI 1, 3.237

vinit.yadav@ihf.uni-stuttgart.de

Online auf ILIAS: Videos vom WS 2020/21

WS 2024
2025

ILIAS: ... Skript

Übungen & Lösungen

Scans von Buchkapiteln zu Themen der Vorlesung

voraussichtlich
17.2.25

Prüfung: 120 Minuten schriftlich mit Unterlagen (Ausnahmen...) im Februar 2025

Kommunikationsgeräte und elektronische Geräte wie zB
E-book reader nicht erlaubt -- Taschenrechner erlaubt



Universität Stuttgart

Hochfrequenztechnik I

WS 2024 / 2025

Institut für Hochfrequenztechnik, Prof. J. Hesselbarth

< 0.1 >

Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen

Detaillierte Themenübersicht:

Faraday-Gesetz, Ampere-Gesetz,
Permittivität

2. Ebene Wellen

Ebene Welle, Polarisation, Skineffekt,
Reflexion & Transmission

3. Wellenleiter

Parallelplattenleiter, Rechteckhohlleiter

Induktivität, Kapazität, Widerstand

4. Konzentrierte Bauelemente

Leitungswelle, Koaxialleitung,
Mikrostreifenleitung,
Leitungseratzschaltbild,
Impedanztransformation, Smith-Chart,
verlustbehaftete Leitung

5. Leitungswellen und Leitungen

S-Parameter, konjugiert-komplexe
Anpassung, T-Matrix, Beispiele für S-
Matrizen

6. Wellenmatrizen

Wilkinson-Teiler, Gleich- und
Gegentaktanregung, 90-Grad-Hybrid,
180-Grad-Hybrid, Leitungskoppler

7. Leitungsschaltungen

Mehrstufige Impedanztransformatoren,
Hochfrequenz-Filter, Güte,
Filtersynthese, Richards-
Transformation, Kuroda-Äquivalenz

8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Universität Stuttgart

Hochfrequenztechnik I

WS 2024 / 2025

Institut für Hochfrequenztechnik, Prof. J. Hesselbarth

< 0.2 >

Hochfrequenztechnik 1 — Koordination online-uploads:

Übungen (Inhalte):

- Ü1: Wiederholung (Elektrostatik Vektorfelder Induktionsgesetz Wellengleichung)
- Ü2: Wellengleichung, Polarisation, Skineffekt
- Ü3: Reflexion, Dämpfung
- Ü4: Welle-Leitung-Analogie, diskrete Bauteile, Rechteckhohlleiter
- Ü5: Leitung, Reflexionsfaktor, VSWR
- Ü6: Leistungsanpassung, Anpassnetzwerk
- Ü7: Smith-Chart
- Ü8: S-Parameter
- Ü9: Streumatrix, Even-Odd-Mode Analyse, Richtkoppler
- Ü10: Sechstor-Netzwerk
- Ü11: Vektormodulator
- Ü12: Richtkoppler
- Ü13: Impedanztransformation
- Ü14: Tiefpassfilter-Design

Vorlesung (Numerierung der Videos):

- Teil01 - Intro
- Teil02 - Maxwellsche Gleichungen
- Teil03 - ebene Welle
- Teil04 - Wellenleiter
- Teil05 - konzentrierte Bauelemente
- Teil06 - Leitungswellen und Leitungen
- Teil07 - Impedanztransformation
- Teil08 - S-Parameter
- Teil09 - Leitungsschaltungen
- Teil10 - Divider Combiner
- Teil11 - Hybride
- Teil12 - Koppler
- Teil13 - mehrstufige Transformatoren
- Teil14 - Filter

Vorgehensweise: Zunächst „teil01“ bis „teil03“ der Vorlesung, dann zu Übungen „Ü1“ bis „Ü3“. Dann „teil04“ usw.



Hochfrequenztechnik 1 — Terminplan WS 2024-2025

Vorlesung (~14 Termine):

- Do, 17.10.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 24.10.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 31.10.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 07.11.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 14.11.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 21.11.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 28.11.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 05.12.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 12.12.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 19.12.24, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 09.01.25, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 16.01.25, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 23.01.25, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 30.01.25, 09:45-11:15, V47.06
- Do, 06.02.25, Übung / Prüfungsvorbereitung

Übung (~12 Termine):

- | | |
|-----------------------------------|-----------------|
| Di, 15.10.24, | Übung fällt aus |
| Di, 22.10.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 29.10.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 05.11.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 12.11.24, | Übung fällt aus |
| Di, 19.11.24, | Übung fällt aus |
| Di, 26.11.24, | Übung fällt aus |
| Di, 03.12.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 10.12.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 17.12.24, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 07.01.25, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 14.01.25, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 21.01.25, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 28.01.25, 14:00-15:30, V57.06 | |
| Di, 04.02.25, 14:00-15:30, V57.06 | |

Kurzfristige Änderungen von Termin & Zuordnung (Vorlesung <-> Übung) möglich!



Hochfrequenztechnik 1 — Organisatorisches:

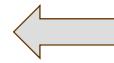
Weiterführende IHF-Lehrveranstaltungen in Richtung HF-Technik:

- 5./6. Semester: Fachpraktikum „Hochfrequenztechnik“ (WS,SS)
- 6. Semester: Antennen (Hochfrequenztechnik 2) (SS)
- 6. Semester: Bachelorarbeit
- MSc: Radio Frequency Technology (WS),
Antennas (WS),
Mikrowellentechnik (SS), —————— } wird zusammen-
Microwave Simulation Techniques (SS), — } geführt werden
High Frequency Methods in Diffraction Theory (WS+SS)
Fachpraktikum „Microwave Components“ (WS,SS)
Forschungsarbeit
Masterarbeit

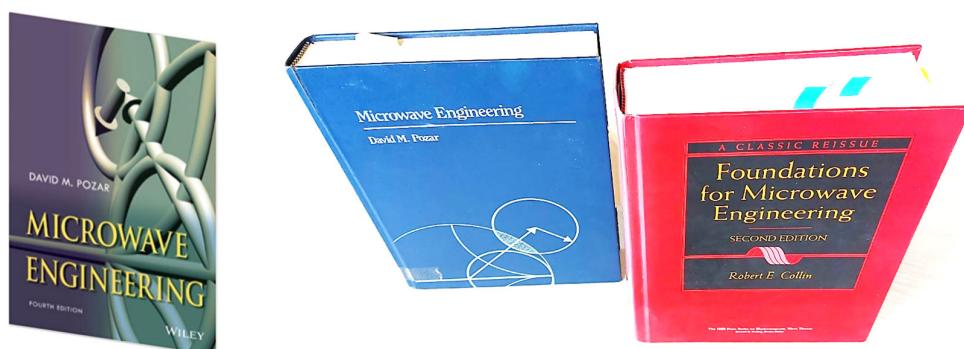


Hochfrequenztechnik 1 — Literaturhinweise:

- Zinke, Brunswig, *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*, Springer
- Meinke, Gundlach, *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*, Springer
- Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, IEEE Press
- Pozar, *Microwave Engineering*, Wiley
- ... und viele weitere Lehrbücher ...
- ... aber Skript + Übungsblätter genügt auch



... zu empfehlen für längere Karriere
im Bereich Hochfrequenztechnik



From early mobile telephony and radar ...



... within less than 100 years ...

[<https://www.youtube.com/watch?v=U5V1sxAKu5I>] Lucent Technologies Bell Labs Innovations



Universität Stuttgart

Hochfrequenztechnik I

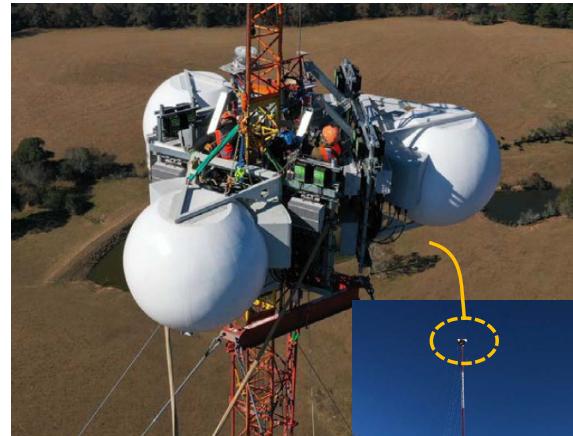
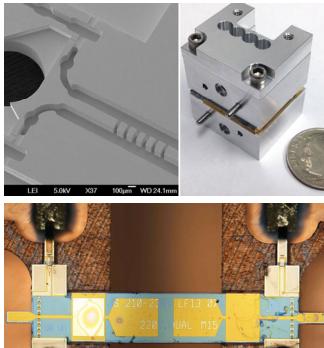
WS 2024 / 2025

Institut für Hochfrequenztechnik, Prof. J. Hesselbarth

< 0.13 >

... covering all earth and outer space:

[Facebook]



Universität Stuttgart

Hochfrequenztechnik I

WS 2024 / 2025

Institut für Hochfrequenztechnik, Prof. J. Hesselbarth

< 0.14 >

Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Wiederholung: Maxwell'sche Gleichungen

Lorentz: bewegt sich eine Ladung durch ein elektrisches oder magnetisches Feld, dann wirkt auf diese Ladung eine Kraft:

Hendrik Aanton Lorentz,
1853 – 1928,
promovierte mit 22!

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots \text{auf die nicht-bewegte Ladung wirkt nur E, nicht aber H}$$

zunächst „momentane“ Größen, z.B. $\vec{e} = \vec{e}(x, y, z, t)$

Zshg. elektrische Feldstärke und elektrische Verschiebungsdichte:

$$\vec{d} = \epsilon \vec{e} \quad [d] = \text{As/m}^2$$

Zshg. magnetische Feldstärke und magnetische Flussdichte/Induktion:

$$\vec{b} = \mu \vec{h} \quad [b] = \text{Vs/m}^2$$

Kleinbuchstaben: zeitliche Momentanwerte

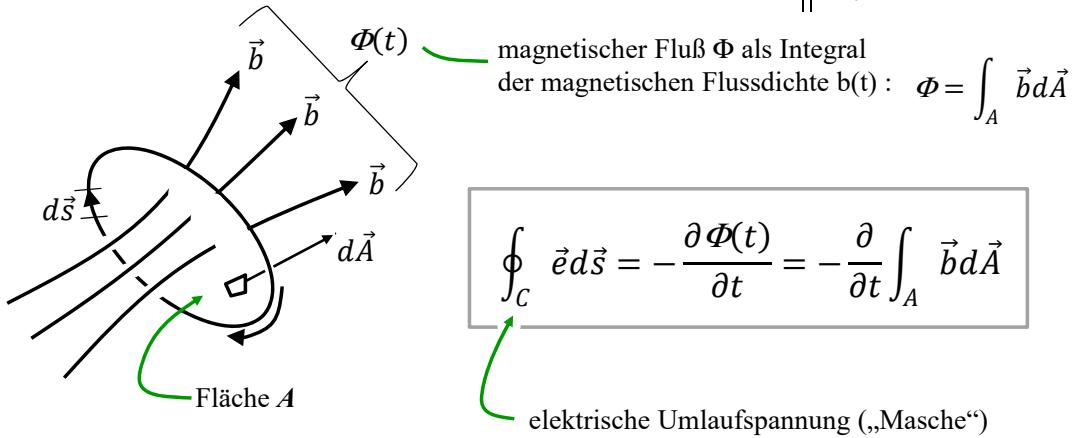


Maxwell: zeitveränderliche elektrische und magnetische Felder sind miteinander verknüpft, d.h., Verschiebungsstrom hat dieselbe magnetische Wirkung wie Leitungsstrom !!!

James Clerk Maxwell,
1831 – 1879, fand die
Maxwell-Gleichungen
noch als Student

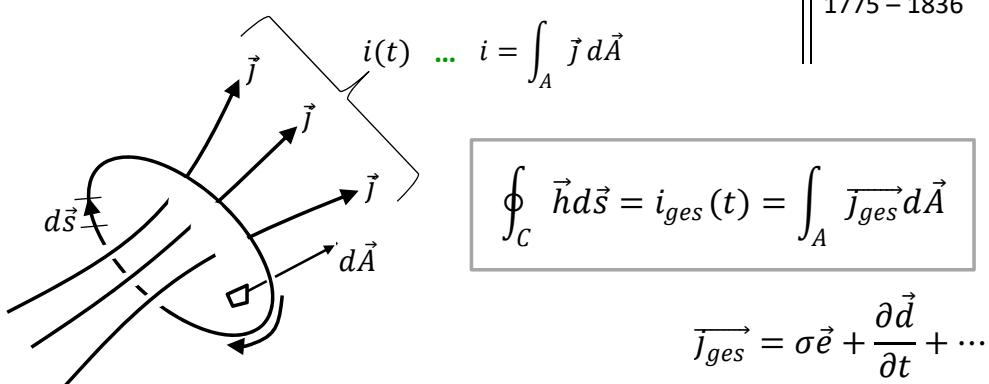
Induktionsgesetz (Faraday 1831):

Michael Faraday,
1791 – 1867,
Physiker & Chemiker



Durchflutungsgesetz (Ampère's law):

André-Marie Ampère,
1775 – 1836



Vektoralgebra – (Stokes' law):

George Gabriel Stokes,
1819 – 1903

$$\oint_C \vec{x} \cdot d\vec{s} = \int_A \nabla \times \vec{x} \cdot d\vec{A}$$

$\text{rot } \vec{x} = \nabla \times \vec{x}$

$$\text{rot } \hat{\vec{A}} = \hat{x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$



→ Differentialdarstellung:

$$\text{rot } \vec{e} = \nabla \times \vec{e} = -\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} \quad \dots \text{ „Faraday plus Stokes“}$$

... im Englischen
gibt es kein „rot“,
dort heisst es „curl“

$$\text{rot } \vec{h} = \nabla \times \vec{h} = \sigma \vec{e} + \varepsilon \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} \quad \dots \text{ „Ampere plus Stokes“}$$

... Verschiebungsstrom
... Leitungsstrom

komplexwertige Darstellung harmonischer Zeitabhängigkeit:

$$\vec{e}(x, y, z, t)|_{\omega} = \text{Re}\{\underline{\vec{E}}(x, y, z)e^{j\omega t}\}$$

$$\frac{\partial \vec{e}}{\partial t} = \text{Re}\{j\omega \underline{\vec{E}} e^{j\omega t}\}$$



→ Differentialdarstellung für zeitharmonische Vorgänge: $\frac{\partial}{\partial t} \cong j\omega$

$$\text{rot } \underline{\vec{E}} = -j\omega \mu \underline{\vec{H}} \quad \dots \text{ Faraday's law}$$

$$\text{rot } \underline{\vec{H}} = \sigma \underline{\vec{E}} + j\omega \varepsilon \underline{\vec{E}} \quad \dots \text{ Ampère's law}$$

→ Integraldarstellung für zeitharmonische Vorgänge:

$$\oint_C \underline{\vec{E}} d\vec{s} = - \int_A j\omega \mu \underline{\vec{H}} d\vec{A} \quad \dots \text{ Faraday's law}$$

$$\oint_C \underline{\vec{H}} d\vec{s} = \int_A (\sigma + j\omega \varepsilon) \underline{\vec{E}} d\vec{A} \quad \dots \text{ Ampère's law}$$



außerdem für zeitharmonische Vorgänge:

$$\operatorname{div} \underline{\vec{D}} = \nabla \cdot \underline{\vec{D}} = \rho$$

Quellen, d.h., Ladungen

$$\operatorname{div} \underline{\vec{B}} = \nabla \cdot \underline{\vec{B}} = 0$$

keine „magnetischen Ladungen“ (ggf. fiktive Ladungen)

Polarisierung:

$$\text{im Vakuum: } \underline{\vec{D}} = \epsilon_0 \underline{\vec{E}} \quad \text{und} \quad \underline{\vec{B}} = \mu_0 \underline{\vec{H}}$$

$$\text{im Material: } \underline{\vec{D}} = \epsilon_0 \underline{\vec{E}} + \underline{\vec{P}} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \underline{\vec{E}}$$

$\epsilon_r = 1 + \chi_e$

$$\underline{\vec{B}} = \mu_0 \underline{\vec{H}} + \underline{\vec{M}} = \mu_0 (1 + \chi_m) \underline{\vec{H}}$$

$\mu_r = 1 + \chi_m$

... Vakuum
... Materialeinfluss („Polarisation“)
... Suszeptibilität: χ



i.d.R. sind die Suszeptibilitäten und somit auch Permittivität und Permeabilität komplex (Imaginärteil: dielektrische Verluste):

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \epsilon_0 (\varepsilon'_r - j\varepsilon''_r)$$

↑
negatives Vorzeichen!

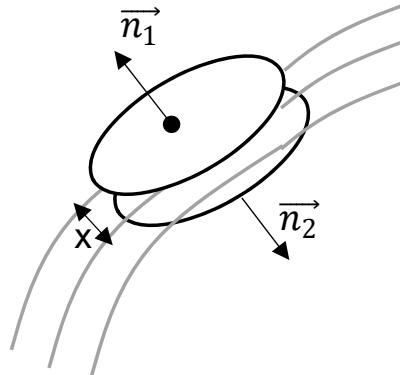
zusätzlich kann der Effekt der Leitfähigkeit σ in der **komplexen Permittivität** berücksichtigt werden:

$$\underline{\vec{J}} = \sigma \underline{\vec{E}} + j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'') \underline{\vec{E}} = j\omega \varepsilon_{ges} \underline{\vec{E}} = j\omega \left[\varepsilon' - j \left(\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega} \right) \right] \underline{\vec{E}}$$

$$\varepsilon_{ges} = \epsilon_0 \varepsilon_{r,ges} = \epsilon_0 \left[\varepsilon'_r - j \left(\varepsilon''_r + \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right) \right]$$



Bedingungen für Grenzflächen



$$q = \iiint \rho \, dV$$

$$\oint \underline{D} \cdot d\vec{A} = \iiint \rho \, dV$$

@ $\rho = 0, x \rightarrow 0 :$

$$\vec{D}_1 \cdot \vec{n}_1 + \vec{D}_2 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

$$\oint \underline{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

@ $x \rightarrow 0 :$

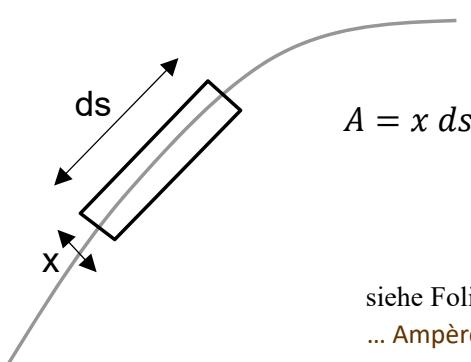
$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 + \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 = 0$$

... Stetigkeit der Normalkomponenten von D und B



siehe Folie 1.5 →
... Faraday's law

$$\oint_C \underline{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A j\omega\mu \underline{H} \cdot d\vec{A}$$



@ $x \rightarrow 0 :$

$$\vec{E}_{\tan,1} - \vec{E}_{\tan,2} = 0$$

siehe Folie 1.5 →
... Ampère's law

$$\oint_C \underline{H} \cdot d\vec{s} = \int_A (\sigma + j\omega\varepsilon) \underline{E} \cdot d\vec{A}$$

@ $x \rightarrow 0 :$

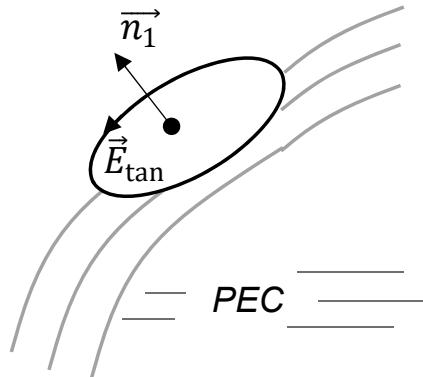
$$\vec{H}_{\tan,1} - \vec{H}_{\tan,2} = 0$$

... Stetigkeit der Tangentialkomponenten von E und H



Grenzfläche zu perfektem Leiter:

$$\vec{E}_{\tan} = 0$$



$$\oint_C \underline{\underline{E}} d\vec{s} = 0 = - \int_A j\omega\mu \underline{\underline{H}}_n d\vec{A}$$

$$\vec{H}_n = 0$$

... am perfekten Leiter gibt es nur
- tangentiales H-Feld und
- normales E-Feld

... Strom fließt entlang der
Grenzfläche gemäß:

$$\vec{J} = \vec{n}_1 \times \vec{H}_{\tan}$$

→ Skineffekt (s.u.)



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Ebene Wellen

Durchflutungsgesetz & Induktionsgesetz:

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{array} \right\}$$

$$\text{rot rot } \vec{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\sigma \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A} \\ \dots \text{quellenfrei} \end{array} \right\}$$

$$\Delta \vec{H} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{E} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

... vektorielle Wellengleichungen



→ Differentialoperatoren in kartesischen Koordinaten:

$$\text{grad } f = \hat{x} \frac{\partial f}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial f}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \hat{x} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$



- **verlustloses Medium** $\sigma = 0$: $\Delta \vec{E} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$, $\Delta \vec{H} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$

- **zeitharmonische Vorgänge** $\frac{\partial}{\partial t} \cong j\omega$: $\Delta \underline{\vec{E}} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \underline{\vec{E}}$
 $\Delta \underline{\vec{H}} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \underline{\vec{H}}$

- **Definitionen:**

- Wellenzahl k

$$k^2 = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon)$$

$$\Delta \underline{\vec{E}} = -k^2 \underline{\vec{E}}$$

$$\Delta \underline{\vec{H}} = -k^2 \underline{\vec{H}}$$

- Phasenkonstante β [rad/m]

- Dämpfungskonstante α [Np/m]

$$k = \beta - j\alpha$$

... α und β sind reell



- **plausible Lösung der Wellengleichung:**

- kartesische Koordinaten
- harmonische Vorgänge
- verlustlos
- E-Feld hat die alleinige Komponente $\underline{E}_x(z)$

$$\begin{aligned} \underline{E}_y &= 0 & \rightarrow \text{rot } \underline{\vec{E}} &= -j\omega\mu \underline{\vec{H}} & \rightarrow \underline{H}_x &= 0 \\ \underline{E}_z &= 0 & & & \underline{H}_z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \underline{\vec{H}} &= \sigma \underline{\vec{E}} + j\omega\varepsilon \underline{\vec{E}} & \rightarrow \left. \frac{\partial \underline{H}_y}{\partial x} = 0 \right\} & & & \\ \text{quellenfrei: } \text{div } \underline{\vec{H}} &= 0 & \rightarrow \left. \frac{\partial \underline{H}_y}{\partial y} = 0 \right\} & \rightarrow & \underline{H}_y(z) & \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 \underline{E}_x}{dz^2} + k^2 \underline{E}_x = 0$$

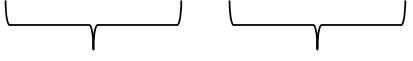
... DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten → Ansatzverfahren



- Ansatz: $\underline{E}_x = \underline{E}_{x0} e^{\gamma z}$

- Ausbreitungskonstante γ : $\gamma^2 = -k^2 = -\beta^2$

- allgemeine Lösung: $\underline{E}_x(z) = \underline{E}_{x0,h} e^{-j\beta z} + \underline{E}_{x0,r} e^{+j\beta z}$



 „hinlaufende Welle“ „rücklaufende Welle“
 (in $+z$ -Richtung) (in $-z$ -Richtung)

- komplexe Amplitude: $\underline{E}_{x0,hr} = E_{x0,hr} e^{j\varphi_{hr}}$

- Momentanwert:

$$e_x(z, t) = |E_{x0,h}| \cos(\omega t - \beta z + \varphi_h) + |E_{x0,r}| \cos(\omega t + \beta z + \varphi_r)$$



$$e_x(z, t) = |E_{x0,h}| \cos(\omega t - \beta z + \varphi_h) + |E_{x0,r}| \cos(\omega t + \beta z + \varphi_r)$$

... räumliche Periodizität:

... zeitliche Periodizität:



- Welleneigenschaften: die Felder reproduzieren sich identisch
 - zeitlich nach einer Periode T
 - räumlich nach einer Wellenlänge λ

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle: $v = \lambda f$

- im verlustlosen Medium: $\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$, $v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$

- Wellenimpedanz:

$$\underline{E}_x(z) = \underline{E}_{x0,h} e^{-j\beta z} + \underline{E}_{x0,r} e^{+j\beta z}, \quad \underline{H}_y(z) = \underline{H}_{y0,h} e^{-j\beta z} + \underline{H}_{y0,r} e^{+j\beta z}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\underline{E}_{x0,h}}{\underline{H}_{y0,h}} = \frac{\omega\mu}{\beta} = Z_w \\ \frac{\underline{E}_{x0,r}}{\underline{H}_{y0,r}} = -\frac{\omega\mu}{\beta} = -Z_w \end{array} \right\},$$



$$Z_w = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_{w0} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}, \quad Z_{w0} \approx 120\pi \Omega \approx 377 \Omega$$

- generelle Eigenschaften ebener Wellen:

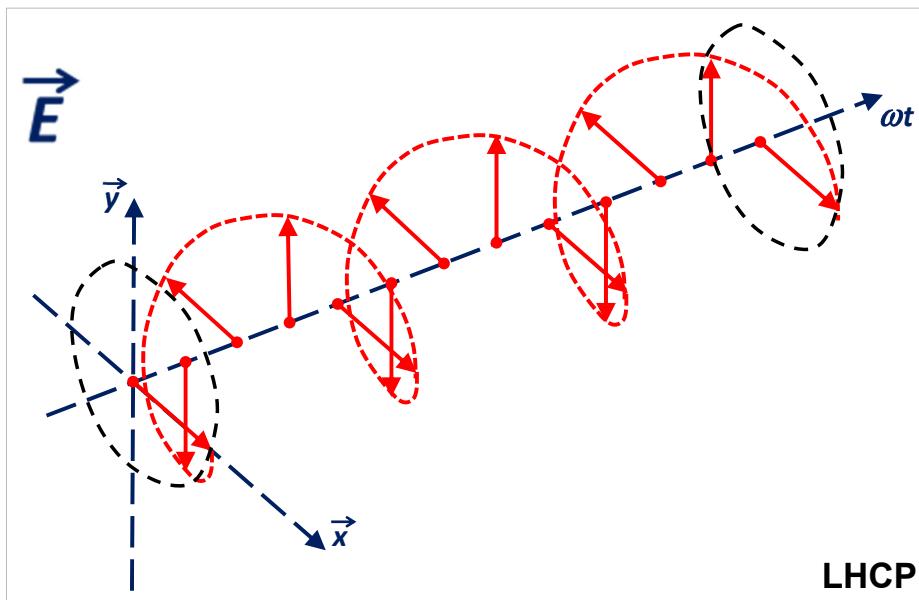
- E und H sind im verlustfreien Medium in Phase
- unendlich ausgedehnt → unendliche Entfernung von einer Quelle endlicher Größe

... aber viele Sachverhalte lassen sich mit ebenen Wellen näherungsweise sehr gut beschreiben!

- Polarisation:

- definiert durch Richtung des E-Feld-Vektors (im obigen Bsp.: x-Richtung, d.h., „linear polarisiert“)
- zirkulare / elliptische Polarisation, Drehrichtung definiert als: **Blickrichtung in Ausbreitungsrichtung**, Betrachtung der Drehrichtung des **E-Vektors über der Zeit** (d.h., an einem festen Ort), Benennung „RHP“, „RHCP“, „LHCP“, „LHP“





$$e_x(z, t) = |E_{x0}| \cos(\omega t - \beta z) \quad , \quad e_y(z, t) = |E_{y0}| \cos\left(\omega t - \beta z + \frac{\pi}{2}\right)$$

... Ausbreitungsrichtung +z



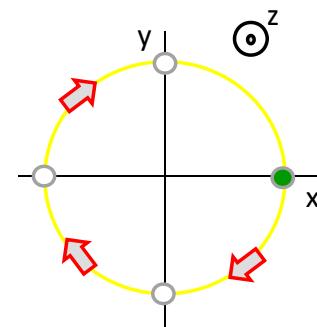
- Betrachtung an einem festen Ort, z.B., $z=0$
- Betrachtung über der Zeit:

$$\omega t = 0 : E_x = +1 , E_y = 0 \quad \bullet$$

$$\omega t = \pi/2 : E_x = 0 , E_y = -1 \quad \circ$$

$$\omega t = \pi : E_x = -1 , E_y = 0 \quad \circ$$

$$\omega t = 3\pi/2 : E_x = 0 , E_y = +1 \quad \circ$$



- Betrachtung in Ausbreitungsrichtung (Sendeantenne; [IEEE Definition])

--> Drehrichtung wenn in Richtung +z gesehen : CCW

--> Drehrichtung und Ausbreitungsrichtung bilden ein Linksystem → LHCP

--> $\Delta\phi = +\pi/2$ steht für LHCP / CCW wenn Ausbreitungsrichtung +z



- Wellenausbreitung in verlustbehafteten Medien:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \Delta \vec{H} = -k^2 \vec{H} \\ k^2 = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \\ k = \beta - j\alpha \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1} \geq 0 \quad [\text{Np/m}] \\ \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1} > 0 \quad [\text{rad/m}] \end{array}$$

... im verlustbehafteten Medium ändern sich v_{ph} und λ mit σ !

$$\underline{Z}_w = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}} = |\underline{Z}_w| e^{j\theta_{Z_w}}$$

... im verlustbehafteten Medium ist die Wellenimpedanz komplex und E und H der ebenen Welle sind nicht in Phase !



- Wellenausbreitung in verlustbehafteten Medien:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \Delta \vec{H} = -k^2 \vec{H} \\ k^2 = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \\ k = \beta - j\alpha \end{array} \right\}$$

... Reihenentwicklung:

... im verlustbehafteten Medium ändern sich v_{ph} und λ mit σ !

$$\underline{Z}_w = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\varepsilon}}$$

... im verlustbehafteten Medium ist die Wellenimpedanz komplex und E und H der ebenen Welle sind nicht in Phase !



**Spezial-
fall 1:**

... gute Dielektrika / kleine Verluste : $\sigma \ll \omega\epsilon$

$$\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad \dots \text{„Verlusttangens“ (klein für gute Dielektrika)}$$

... Näherungs-
lösungen:

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\beta \approx \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(1 + \frac{\sigma^2}{8\omega^2\epsilon^2} \right)$$

**Spezial-
fall 2:**

... gute Leiter : $\sigma \gg \omega\epsilon$

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

... Näherungs-
lösungen:

$$Z_w \approx \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} (1 + j)$$



... in einem guten Leiter ist Z_w komplex mit einer Phase von 45° :

- H eilt E um 45° nach,
- Z ist sehr klein $\rightarrow H$ ist sehr gross,
- β ist sehr gross $\rightarrow \lambda$ ist sehr klein,

... Skineffekt:

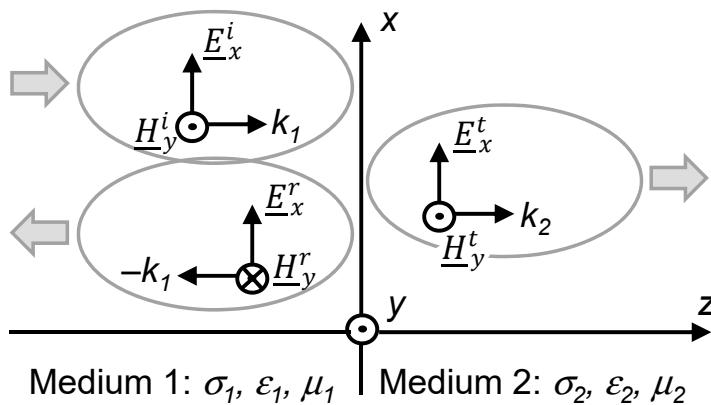
- die Amplitude der Welle im guten Leiter wird mit $e^{-\alpha z}$ gedämpft. Nach $z=\delta$ ist die Amplitude auf $1/e$ abgefallen.

$$\text{- Skintiefe: } \delta \approx \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}}$$

- Bsp: Cu @ 1 MHz $\rightarrow \delta = 67 \mu\text{m}$,
Cu @ 10 GHz $\rightarrow \delta = 0.67 \mu\text{m}$



- Reflexion und Transmission — senkrechter Einfall



Gesamt-Feld:

$$\underline{E}_{x1} = \underline{E}_x^i + \underline{E}_x^r \quad \underline{E}_{x2} = \underline{E}_x^t$$

$$\underline{H}_{y1} = \underline{H}_y^i + \underline{H}_y^r \quad \underline{H}_{y2} = \underline{H}_y^t$$



- an der Grenzfläche: $\underline{E}_x^i + \underline{E}_x^r = \underline{E}_x^t$

$$\frac{\underline{E}_x^i}{Z_{w1}} - \frac{\underline{E}_x^r}{Z_{w1}} = \frac{\underline{E}_x^t}{Z_{w2}}$$

- Reflexionskoeffizient: $\Gamma = \frac{\underline{E}_x^r}{\underline{E}_x^i} = \frac{Z_{w2} - Z_{w1}}{Z_{w2} + Z_{w1}}$

- Transmissionskoeffizient: $T = \frac{\underline{E}_x^t}{\underline{E}_x^i} = \frac{2 Z_{w2}}{Z_{w2} + Z_{w1}}$

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} T = 1 + \Gamma$

- Gesamtfeld, verlustlose Medien:

$$\underline{E}_{x1} = \underline{E}_x^i e^{-j\beta_1 z} (1 + \Gamma e^{+2j\beta_1 z})$$

$$\underline{H}_{y1} = \frac{\underline{E}_x^i}{Z_{w1}} e^{-j\beta_1 z} (1 - \Gamma e^{+2j\beta_1 z})$$



- Leerlauf :

$$Z_{w2} \rightarrow \infty \quad \underline{E}_{x1} = 2\underline{E}_x^i \quad \underline{H}_{y1} = 0 \quad \Gamma = \frac{\underline{E}_x^r}{\underline{E}_x^i} = +1$$

- Kurzschluß :

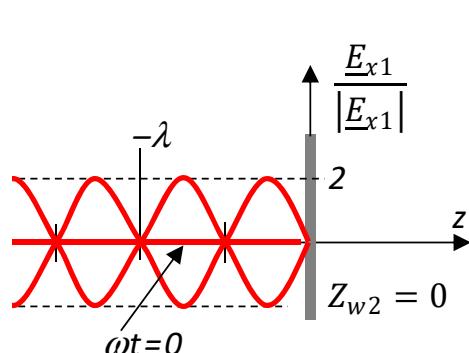
$$Z_{w2} = 0 \quad \underline{E}_{x1} = 0 \quad \underline{H}_{y1} = 2 \frac{\underline{E}_x^i}{Z_{w1}} \quad \Gamma = \frac{\underline{E}_x^r}{\underline{E}_x^i} = -1$$

$$e^{jx} - e^{-jx} = 2 j \sin x$$

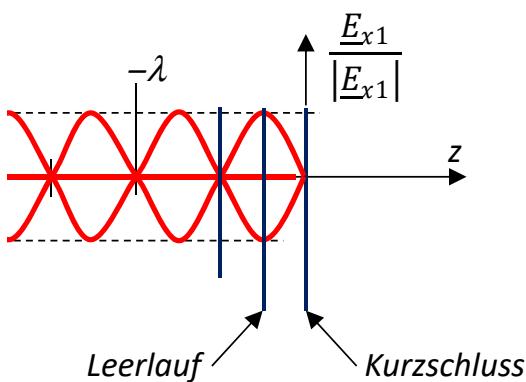
$$\underline{E}_{x1} = -2 j \underline{E}_x^i \sin(\beta_1 z)$$

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cos x$$

$$\underline{H}_{y1} = 2 \frac{\underline{E}_x^i}{Z_{w1}} \cos(\beta_1 z)$$



- geschichtetes Dielektrikum / Impedanztransformation:



... gleiche Stehwelle durch Kurzschluss (oder Leerlauf),
wenn die Reflexion um $\lambda/4$ verschoben wird

→ Gamma wiederholt sich alle $\lambda/2$:

$$\Gamma_{z=-l} = \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}$$

Wichtig!



... das Verhältnis von E zu H entlang der Stehwelle definiert eine Impedanz:

$$Z_{z=-l} = \left. \frac{E_x}{H_y} \right|_{z=-l} = Z_{w1} \frac{1 + \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}}{1 - \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}}$$

-
-
-

$$Z_{z=-l} = Z_{w1} \frac{Z_{w2} + j Z_{w1} \tan(\beta_1 l)}{Z_{w1} + j Z_{w2} \tan(\beta_1 l)}$$

... d.h., die Stehwelle realisiert eine Impedanztransformation!

... z.B. $l = \lambda/4$: $Z_{z=-\lambda/4} = \frac{Z_{w1}^2}{Z_{w2}}$

Wichtig!



... das Verhältnis von E zu H entlang der Stehwelle definiert eine Impedanz:

$$Z_{z=-l} = \left. \frac{E_x}{H_y} \right|_{z=-l} = Z_{w1} \frac{1 + \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}}{1 - \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}}, \quad \Gamma_{z=-l} = \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}, \quad \Gamma = \frac{E_x^r}{E_x^i} = \frac{Z_{w2} - Z_{w1}}{Z_{w2} + Z_{w1}}$$

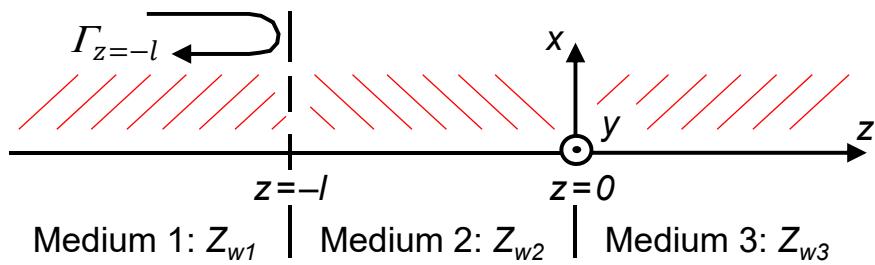
$\Gamma(z=0) = \frac{1 - Z_{w1}/Z_{w2}}{1 + Z_{w1}/Z_{w2}}$

 $Z_{w2}(z=-l) = Z_{w1} \frac{1 + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}} + (1 - \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(-2j\beta_1 l)}{1 + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}} - (1 - \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(-2j\beta_1 l)}$
 $Z_{w2}(z=-l) = Z_{w1} \frac{(1 + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(+j\beta_1 l) + (1 - \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(-j\beta_1 l)}{(1 + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(+j\beta_1 l) - (1 - \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}}) \cdot \exp(-j\beta_1 l)}$
 $\exp(+j\beta_1 l) + \exp(-j\beta_1 l) = 2 \cos(\beta_1 l)$
 $\exp(+j\beta_1 l) - \exp(-j\beta_1 l) = 2j \sin(\beta_1 l)$
 $Z_{w2}(z=-l) = Z_{w1} \frac{2 \cos(\beta_1 l) + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}} \cdot 2j \sin(\beta_1 l)}{2j \sin(\beta_1 l) + \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}} \cdot 2 \cos(\beta_1 l)} \quad | \cdot \frac{Z_{w2}}{2 \cos(\beta_1 l)} \quad | \cdot \frac{Z_{w2}}{Z_{w1}}$

$Z_{z=-l} = Z_{w1} \frac{Z_{w2} + j Z_{w1} \tan(\beta_1 l)}{Z_{w1} + j Z_{w2} \tan(\beta_1 l)}$



... für eine weitere Grenzfläche bei $z=-l$ (bisherige Grenzfläche bei $z=0$ bleibt bestehen) und um-nummerieren der Medien 1,2,3 (v.l.n.r.) ergibt sich:



$$\Gamma_{z=-l} = \frac{\Gamma_{12} + \Gamma_{23} e^{-2j\beta_2 l}}{1 + \Gamma_{12} \Gamma_{23} e^{-2j\beta_2 l}}$$

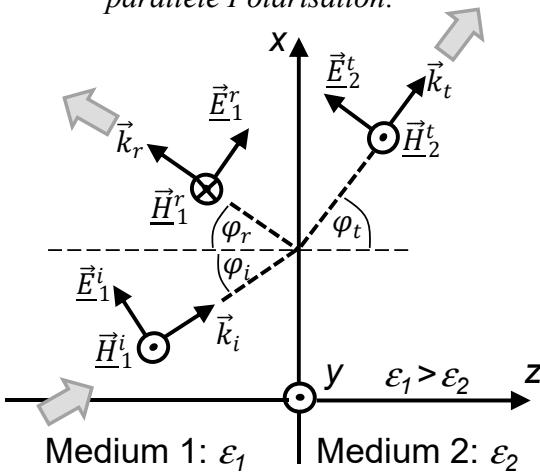
$$\Gamma_{z=-l} = \frac{Z_{w2} [Z_{w3} + Z_{w2} + (Z_{w3} - Z_{w2}) e^{-2j\beta_2 l}] - Z_{w1} [Z_{w3} + Z_{w2} - (Z_{w3} - Z_{w2}) e^{-2j\beta_2 l}]}{Z_{w2} [Z_{w3} + Z_{w2} + (Z_{w3} - Z_{w2}) e^{-2j\beta_2 l}] + Z_{w1} [Z_{w3} + Z_{w2} - (Z_{w3} - Z_{w2}) e^{-2j\beta_2 l}]}$$



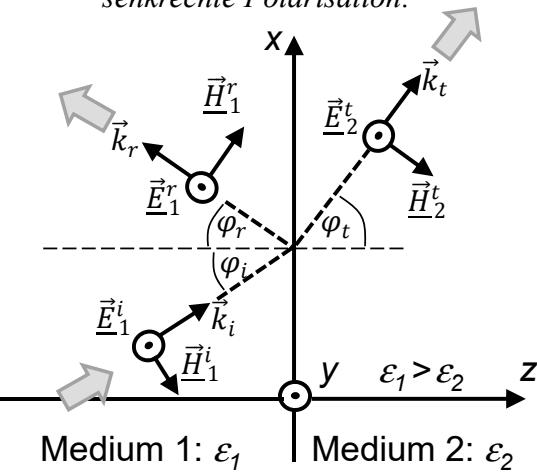
- Reflexion und Transmission — schräger Einfall

- lineare Medien: Zerlegung in parallel u. senkrecht polarisierte Wellen
- Polarisation definiert durch E-Feld ... „parallel polarisiert“ heißt, E ist parallel zur Zeichenebene (und nicht: parallel zur Grenzfläche, denn das wäre „senkrecht polarisiert“)
- verlustlose Medien
- geeignet orientiertes Koordinatensystem

parallele Polarisation:



senkrechte Polarisation:



- beliebige Polarisation: $\varphi_r = \varphi_i$, $\frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_t} = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_1 \epsilon_1}}$
- Totalreflexion: $\varphi_t = 90^\circ$... möglich für $\epsilon_1 > \epsilon_2$

- parallele Polarisation:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Z_{w2} \cos \varphi_t - Z_{w1} \cos \varphi_i}{Z_{w2} \cos \varphi_t + Z_{w1} \cos \varphi_i} \quad T_{\parallel} = \frac{2 Z_{w2} \cos \varphi_i}{Z_{w2} \cos \varphi_t + Z_{w1} \cos \varphi_i}$$

$$1 + \Gamma_{\parallel} = T_{\parallel} \frac{\cos \varphi_t}{\cos \varphi_i}$$

Feldamplituden, nicht Leistungen

- Brewster-Winkel: $\Gamma_{\parallel} = 0$...



- beliebige Polarisation: $\varphi_r = \varphi_i$, $\frac{\sin \varphi_i}{\sin \varphi_t} = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \epsilon_2}{\mu_1 \epsilon_1}}$
- Totalreflexion: $\varphi_t = 90^\circ$... möglich für $\epsilon_1 > \epsilon_2$

- parallele Polarisation:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Z_{w2} \cos \varphi_t - Z_{w1} \cos \varphi_i}{Z_{w2} \cos \varphi_t + Z_{w1} \cos \varphi_i} \quad T_{\parallel} = \frac{2 Z_{w2} \cos \varphi_i}{Z_{w2} \cos \varphi_t + Z_{w1} \cos \varphi_i}$$

$$1 + \Gamma_{\parallel} = T_{\parallel} \frac{\cos \varphi_t}{\cos \varphi_i}$$

Feldamplituden, nicht Leistungen

- Brewster-Winkel: $\Gamma_{\parallel} = 0$ \rightarrow $\tan \varphi_i^{\text{Brewster}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$ & $\mu_1 = \mu_2$

- senkrechte Polarisation:

$$\Gamma_{\perp} = \frac{Z_{w2} \cos \varphi_i - Z_{w1} \cos \varphi_t}{Z_{w2} \cos \varphi_i + Z_{w1} \cos \varphi_t} \quad T_{\perp} = \frac{2 Z_{w2} \cos \varphi_i}{Z_{w2} \cos \varphi_i + Z_{w1} \cos \varphi_t}$$

$$1 + \Gamma_{\perp} = T_{\perp}$$

Feldamplituden, nicht Leistungen



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
- 3. Wellenleiter**
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



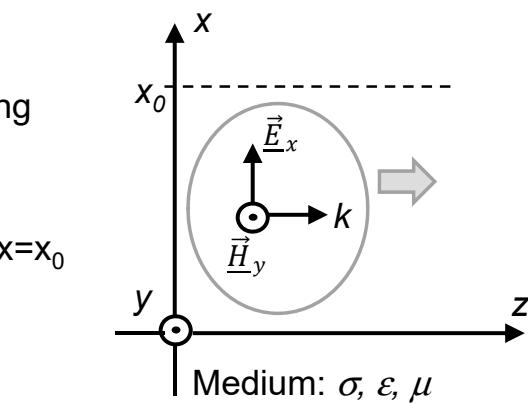
Wellenleiter

Parallelplattenleiter:

- x-polarisierte Welle: Einfügen einer „PEC-wall“ bei $x=0$ ändert Feldverteilung nicht (unendliche Ausdehnung, Randbedingungen erfüllt)
- dito bei Einfügen einer „PEC-wall“ bei $x=x_0$

Was passiert bei Einfügen einer „PEC-wall“ bei $y=0$???

- Halbraum
- Reflexion
- Stehwelle / Interferenz



... PEC \equiv perfect electric conductor,
 $\sigma \rightarrow \infty$,
Dirichlet Grenzflächenbedingung



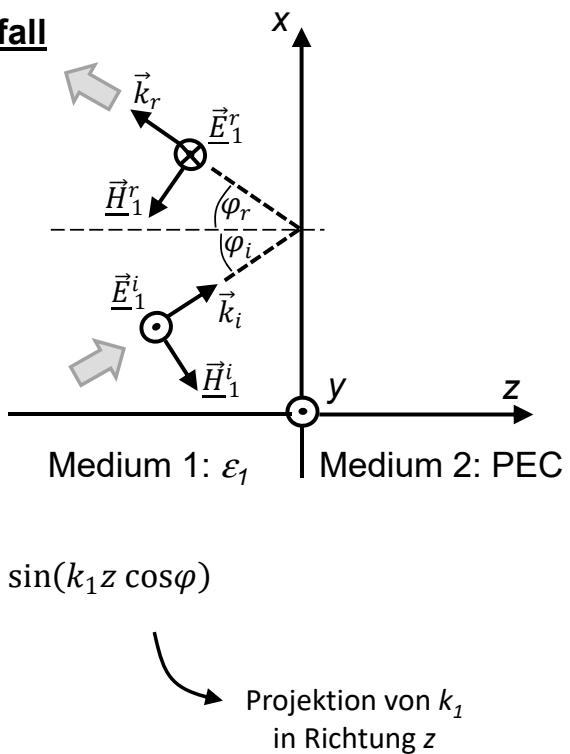
Reflexion an PEC — schräger Einfall

- einfallende & reflektierte Welle
(Projektion des Wellenvektors \mathbf{k}):

$$\underline{\vec{E}}^i = \vec{e}_y |\underline{\vec{E}}^i| e^{-j k_1 (x \sin \varphi + z \cos \varphi)}$$

$$\underline{\vec{E}}^r = -\vec{e}_y |\underline{\vec{E}}^i| e^{-j k_1 (x \sin \varphi - z \cos \varphi)}$$

- $e^{jx} - e^{-jx} = 2 j \sin x$
-



$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}^i + \underline{\vec{E}}^r = -2j \vec{e}_y |\underline{\vec{E}}^i| e^{-j k_1 x \sin \varphi} \sin(k_1 z \cos \varphi)$$

Projektion von k_1
in Richtung x

Projektion von k_1
in Richtung z



- Projektion in Richtung x (entlang der PEC-Ebene):

Ausbreitung mit „geführter“ Wellenlänge $\lambda_g = \frac{\lambda}{\sin \varphi}$

λ_g = Distanz-Maß für „Wiederholung des Feld-Musters“

Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = f \lambda_g > c$

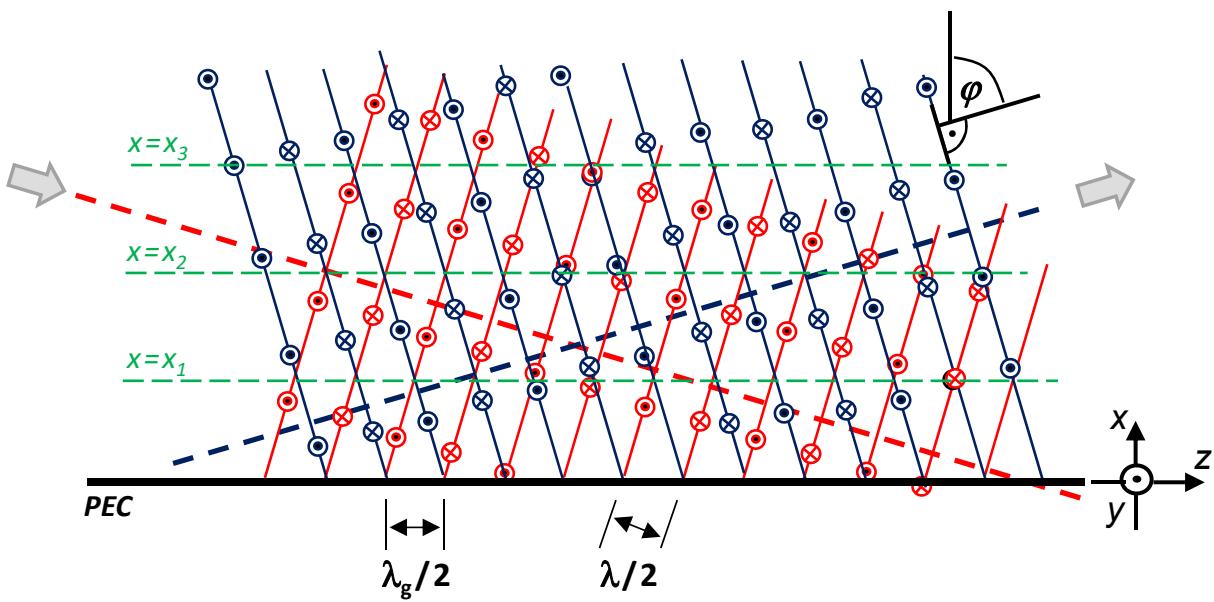
- Projektion in Richtung z (normal zur PEC-Ebene):

Wiederholung des Feldmusters nach Δz mit $\pi = k_1 \Delta z \cos \varphi$

$$\Delta z = \frac{\lambda}{2 \cos \varphi}$$

→ zweite PEC-Ebene bei $z = \Delta z$ ändert Felder nicht!

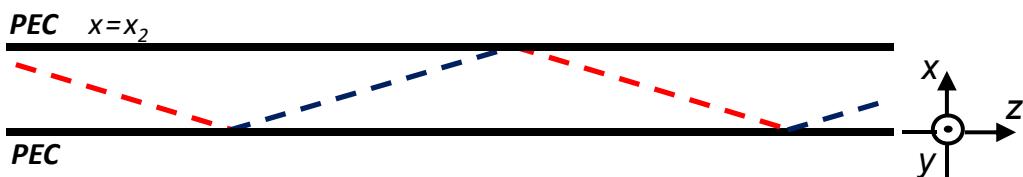




- Auslöschung von E bei $x=0$ (Randbedingung PEC) sowie bei $x=x_2$
- Verdopplung von E bei $x=x_1$ und bei $x=x_3$



- E ist y-polarisiert. PEC-Ebenen bei $x=0$ und $x=x_2$.



$$x_2 = \frac{\pi}{k \cos\varphi} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{m \pi}{k \cos\varphi}$$

- Wellenvektor / Wellenzahl: $k^2 = \beta^2 + k_x^2 = \omega^2 \epsilon \mu$

$$k_x = \frac{m \pi}{x_2}$$

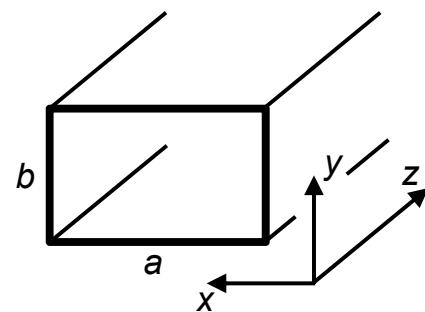
- zusätzliche PEC-Ebenen Nr. 3 und 4 bei $y=0$ und $y=b$ (dort E stets \perp):

→ Rechteckhohlleiter



Rechteckhohlleiter

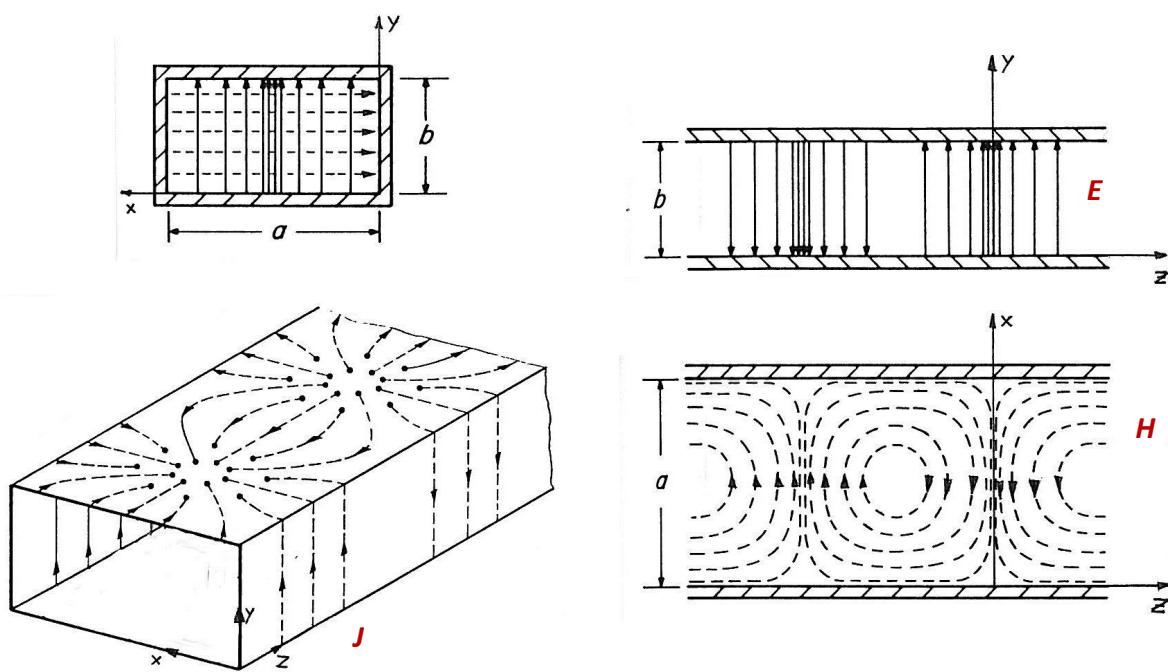
- Grenzfrequenz: für festes x_2 (bzw. a) und positives β^2 muss die Frequenz größer als die sog. Cutoff-Frequenz sein
- die Cutoff-Frequenz hängt von a und vom Modenindex m ab
- der Grundmode TE_{10} mit $m=1$ hat die Cutoff-Frequenz $f_{c,TE10} = \frac{c}{2a}$ welche unabhängig von b ist
- unterhalb dieser Frequenz keine Wellenausbreitung im Hohlleiter möglich
- bei ausreichend hoher Frequenz sind mehrere (orthogonale) Moden (gleichzeitig!) ausbreitungsfähig



Ähnliches Verhalten für alle zylindrischen (d.h., von z unabhängigen) metallischen oder/und dielektrischen (mit min. 2 verschiedenen Dielektrika) Strukturen. Z.B.: optische Faser / Lichtwellenleiter



Felder und Wandströme (Momentanbilder) des TE_{10} Mode (H_{10} Mode) :



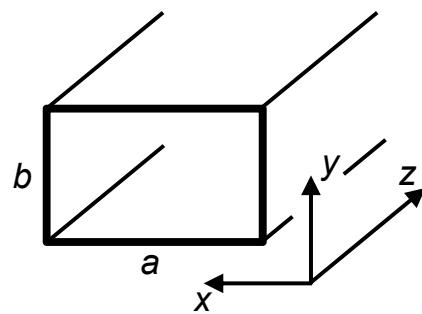
Komponenten des TE₁₀ Mode (H₁₀ Mode) :

$$H_z = H_0 \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$E_y = -j\omega\mu \frac{a}{\pi} H_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$H_x = j\beta \frac{a}{\pi} H_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$E_x = E_z = H_y = 0$$



[dorado]



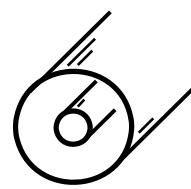
Standardisierte Querschnitte für Rechteckhohlleiter:

| TE ₁₀ cutoff [GHz] | nutzbarer Frequenzbereich [GHz] | Innenmaße a x b [mm] | Bezeichnung Frequenzband | Bezeichnung Hohlleiter |
|----------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| 0.909 | 1.14 – 1.73 | 165.1 x 82.55 | L | WR650 |
| 1.37 | 1.72 – 2.61 | 109.22 x 54.61 | LS | WR430 |
| 2.08 | 2.60 – 3.95 | 72.14 x 34.04 | S | WR284 |
| 3.15 | 3.9 – 6.0 | 47.55 x 22.15 | C | WR187 |
| 6.56 | 8.2 – 12.5 | 22.86 x 10.16 | X | WR90 |
| 9.49 | 11.9 – 18.0 | 15.80 x 7.90 | Ku | WR62 |
| 14.06 | 17.6 – 26.7 | 10.67 x 4.32 | K | WR42 |
| 21.09 | 26.4 – 40.0 | 7.112 x 3.556 | Ka | WR28 |
| 39.9 | 50 – 75 | 3.759 x 1.880 | V | WR15 |
| 48.4 | 60 – 90 | 3.048 x 1.524 | E | WR12 |
| 59.1 | 75 – 110 | 2.540 x 1.270 | W | WR10 |
| 73.8 | 90 – 140 | 2.032 x 1.016 | F | WR08 |
| 98.4 | 110 – 170 | 1.524 x 0.762 | D | WR06 |
| 118.1 | 140 – 220 | 1.270 x 0.635 | G | WR05 |

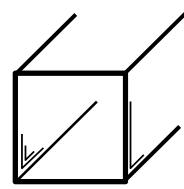


Weitere Wellenleiter (Auswahl):

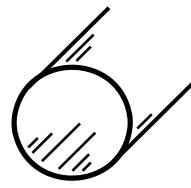
- Koaxialleitung



- quadratischer Hohlleiter

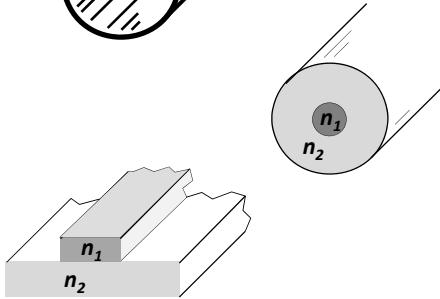


- Rundhohlleiter



- Lichtwellenleiter

... ohne Metall!



- Stegwellenleiter



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen

2. Ebene Wellen

3. Wellenleiter

4. Konzentrierte Bauelemente

... L, C, R als Bauteile verhalten sich, wenn die Frequenz immer grösser wird,
anders als bei niedrigen Frequenzen

5. Leitungswellen und Leitungen

6. Wellenmatrizen

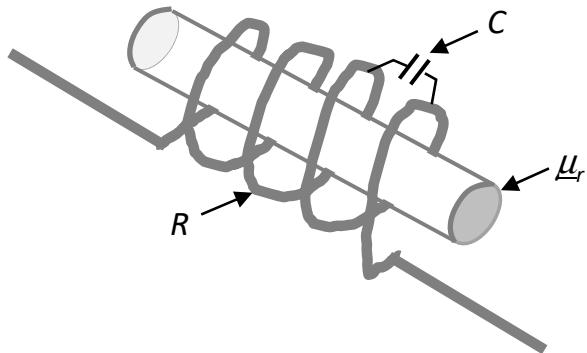
7. Leitungsschaltungen

8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Konzentrierte Bauelemente

Induktivität: Eine Induktivität hat i.d.R. sog. parasitäre kapazitive Anteile, dissipative Verluste und, sofern ihre physikalischen Abmessungen nicht klein gegenüber der Wellenlänge bei der Arbeitsfrequenz ist, hat sie zudem Leitungs-/ Verzögerungseffekte sowie Abstrahlungseffekte



bei wachsender Frequenz nimmt die Induktivität i.d.R. ab, weil
- teilweiser Kurzschluss durch C ,
- kleineres μ'_r

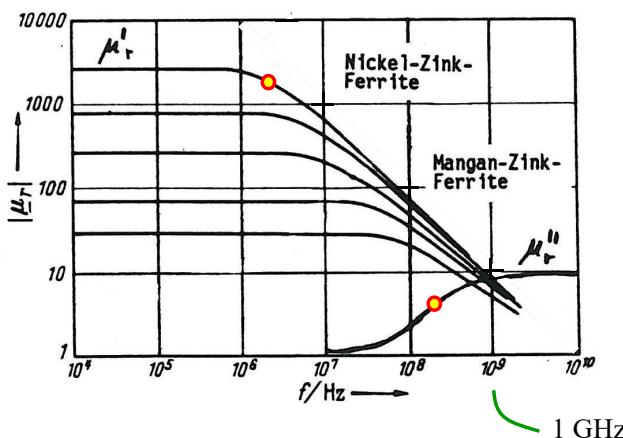
bei wachsender Frequenz nehmen die Verluste i.d.R. zu, weil
- größere Stromdichte im Metall wegen Skineffekt,
- größere Verluste im Kern (μ'_r)



Permeabilität von Ferriten:

gesinterte Metalloxide, nicht leitend

- hohe Permeabilität und geringe Verluste im „HF-Bereich“ (< 100 MHz)



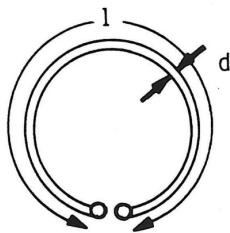
Güte der Induktivität:

- Serienschaltung mit Verlustwiderstand: $Q_L = \frac{\omega L}{R_S}$
- $Q = 30 \dots 300$ im HF...VHF-Bereich



Näherungsformeln für Spulen:

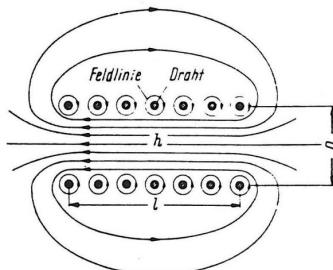
Leiterschleife

Voraussetzung: $l > 50 d$

$$\frac{L}{nH} = 2 \frac{l}{cm} \left(\ln \frac{l}{d} - K_2 \right)$$

Kreis: $K_2 = 1,07$ Quadrat: $K_2 = 1,47$ gleichseit. Dreieck: $K_2 = 1,81$

Zylinderspule in Luft

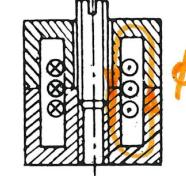
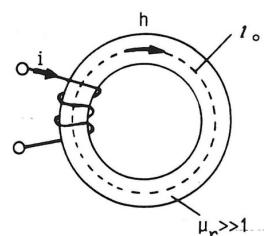
Luftspule mit vielen Windungen
Windungszahl: n

Ohne Streuung:

$$L = \frac{\pi}{4} \mu_0 \frac{n^2 D^2}{l}$$

Mit Streuung:

$$L = \frac{\pi}{4} \mu_0 \frac{n^2 D^2}{l + 0,45 D}$$

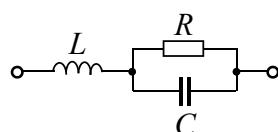
Ringkernspule,
Schalenkernspule

$$L = n^2 A_L$$

 A_L vom Hersteller angegeben,
z.B. 1'000 nH

Kapazität:

- Verluste hauptsächlich durch Dissipation im Dielektrikum
- parasitäre Induktivität hauptsächlich durch Zuleitungen



Bsp: $C = 33 \text{ nF}$, $L = 1 \text{ nH} \rightarrow f_{\text{res}} = 27.7 \text{ MHz}$... Abblock-C nicht zu groß auswählen (oder kleines C und großes C parallel)!

Bauprinzip: Plattenkondensator $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

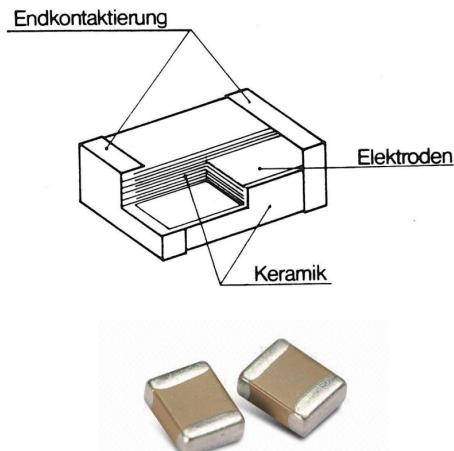
- Materialien mit hohem ϵ_r haben i.d.R. auch hohes $\tan \delta$
- $\tan \delta$ wächst mit der Frequenz
- kleines d im Widerspruch zur Spannungsfestigkeit
- manche Materialien mit hohem ϵ_r sind piezoelektrisch



Bauformen von Kondensatoren (Auswahl):

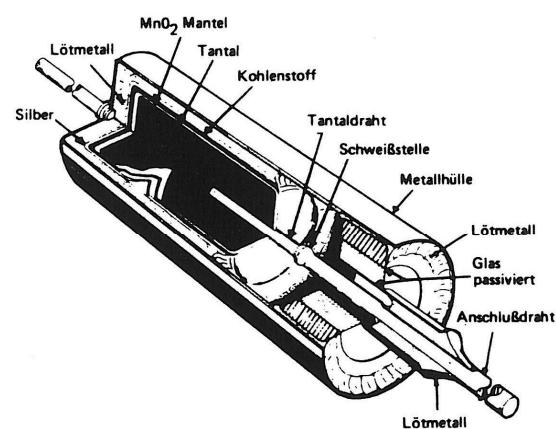
Keramik-Vielschicht-SMT-Kondensator

bis ca. 330 pF



Tantal-Elektrolyt-Kondensator

bis ca. 100 µF



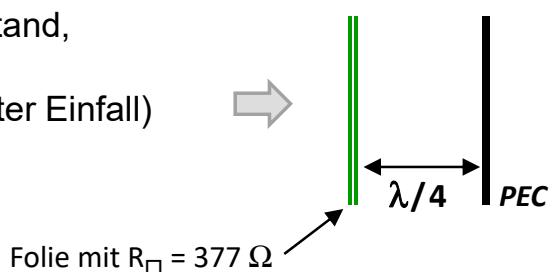
Räumlich klein. Anode: Poröser Körper aus gesintertem Tantalpulver mit großer innerer Oberfläche. Als Elektrolyt dient Mangan-Dioxid. Beim Formieren bildet sich an der Anode eine dünne Schicht von Tantalphentoxyd ($\epsilon_r = 27$). Polarisation!



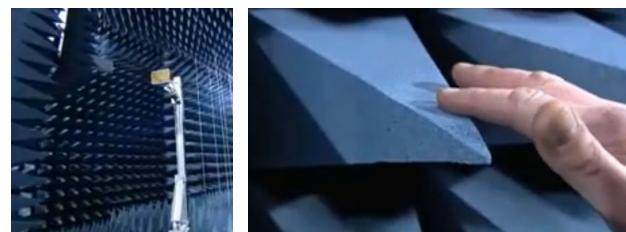
Wirkwiderstände:

Absorption einer Welle – reflexionsfreier Übergang zum „Absorber“:

- Absorberschicht mit Wellenwiderstand, Kurzschlussebene $\lambda/4$ danach (d.h., schmalbandig, nur senkrechter Einfall)

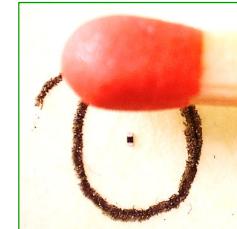


- gradueller („tapered“) Übergang
→ Pyramidenabsorber



Widerstände in Schaltungen; Kriterien:

- Induktivität der Zuleitungen
- Wärmeabfuhr
- Temperaturgang
- Größe des Widerstandes im Vergleich zur Wellenlänge



| Baugrösse | Footprint a x b [mm] | typ. max. Verlustleistung [mW] |
|-----------|-------------------------|-----------------------------------|
| 1206 | 3.2 x 1.6 | 250 |
| 0805 | 2.03 x 1.27 | 125 |
| 0603 | 1.55 x 0.85 | 100 |
| 0402 | 1.0 x 0.5 | 63 |
| 0201 | 0.6 x 0.3 | 50 |
| 01005 | 0.4 x 0.2 | 30 |



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Leitungswellen und Leitungen

Eine „Leitung“ ist üblicherweise im Querschnitt durch zwei separierte metallische Leiter definiert.

Die sich entlang dieser Leitung ausbreitende Welle hat \mathbf{E} und \mathbf{H} nur in der Querschnittsebene → TEM-Welle. ... „transversal-elektro-magnetische Welle“, d.h., ≤ 2 Vektorkomponenten des E-Feldes und ≤ 2 Vektorkomponenten des H-Feldes

Im Rechteckhohlleiter hat jeder Mode entweder \mathbf{E}_z (→ TM Welle) oder \mathbf{H}_z (→ TE-Welle). ... maximal 5 Vektorkomponenten des E&H-Feldes bei geeigneter Wahl des Koordinatensystems — eine z-Komponente ist Null

... ergibt sich aus mathematischer Betrachtung (Maxwell) → MSc-LV „Radio Frequency Technology“

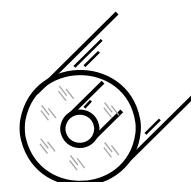
In den meisten Wellenleitern mit im Querschnitt inhomogenem Dielektrikum haben die Moden sowohl \mathbf{E}_z als auch \mathbf{H}_z → hybride Wellen.

In der Mikrostreifenleitung liegt ein hybrider Mode mit sehr kleinem \mathbf{E}_z und \mathbf{H}_z vor → quasi-TEM-Welle.

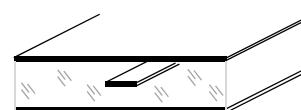


Häufig verwendete TEM- und quasi-TEM-Leitungen:

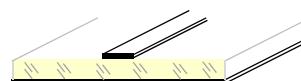
- Koaxialleitung



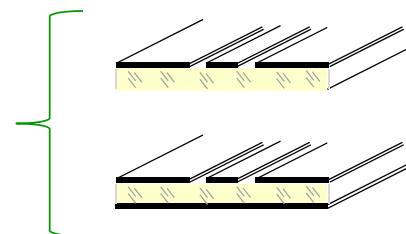
- Streifenleitung („stripline“)



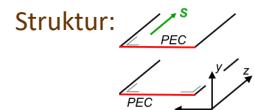
- Mikrostreifenleitung („micro-strip“)



- CPW-Leitung („coplanar waveguide“)



Beispiel: TEM-Leitungswelle (Parallelplattenleiter):

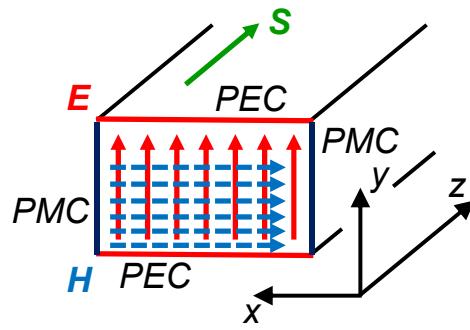


- Einfügen leitender Ebenen in das Feld einer lin. pol. ebenen Welle
- schmale Streifen der Breite a im Abstand b :

$$U = \int_{y=0}^b E_y dy = E_y b$$

$$I = \oint H ds = H_x a$$

$$\vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}$$



$$Z_{\text{Leitung}} = \frac{U}{I} = \frac{E_y b}{H_x a} = Z_{F0} \frac{b}{a}$$

... für $b=a$ entspricht die Leitungsimpedanz der Freiraum-Wellenimpedanz



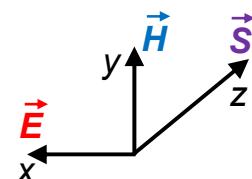
Leistungsfluss entlang der Leitung:

why „conjugate complex“? ... see next slide

$$\text{- Wirkleistung: } P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{U I^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{E_y b H_x^* a\} = \frac{ab}{2} \operatorname{Re}\{E_y H_x^*\}$$

$$\text{- Leistungsdichte [W/m}^2\text{]: } S = \frac{P}{ab} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{E_y H_x^*\}$$

$$\text{- Poynting-Vektor: } \vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\vec{E} \vec{H}^*\} \vec{e}_z$$



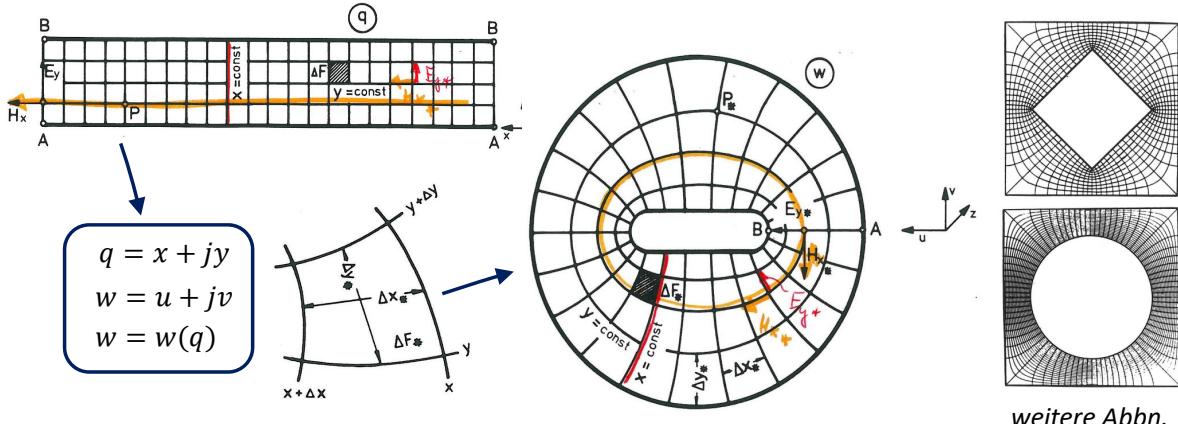
- Bsp: ebene Welle in Luft (Durchbruchfeldstärke E_{max} ca. 3 kV/mm):

$$S_{\max} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ E_y \frac{1}{Z_{F0}} E_y^* \right\} = \frac{1}{2} \frac{E_{\max}^2}{Z_{F0}} \approx 12 \frac{\text{GW}}{\text{m}^2}$$



Koaxialleitung:

- TEM-Leitung
- konforme Abbildung von Parallelplattenleitung zu Koaxialleitung



weitere Abbn.

- Möglichkeit zur analytischen Berechnung der Koaxialleitung:
 - ... Winkeltreue: Randbedingungen erfüllt
 - ... gleiche Lösung der Wellengleichung: Z, γ etc. bestimbar



Koaxialleitung:

- Impedanz

$$w = \frac{d}{2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$y=0 \quad \left. w = \frac{d}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} \right\}$

$(q=x) \quad \left. \text{Kreis mit Radius } \frac{d}{2} \right\}$

$y=b \quad \left. w = \frac{d}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{jb} \right\}$

$q=x+jb \quad \left. \text{Kreis mit Radius } \frac{d}{2} e^{jb} = \frac{D}{2} \right\}$

$\frac{d}{2} \cdot e^{jb} = \frac{D}{2} \Rightarrow b = \ln \frac{D}{d}$

$Z_L = Z_0 \cdot \frac{b}{a} = \frac{Z_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{d} = 60 \Omega \cdot \ln \frac{D}{d}$

Mit Dielektrikum: $Z_L = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{D}{d}$



Koaxialleitung:

- Feldstärke (max. an Oberfläche Innenleiter): $E_{\max} = \frac{2 U_{\max}}{d \ln D/d}$

- Dämpfung: $\alpha = \alpha_G + \alpha_R = \frac{\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} \tan \delta + \frac{\sqrt{\mu f}}{2 Z_L \sqrt{\sigma \pi}} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)$

Dämpfung im Dielektrikum Dämpfung im Metall

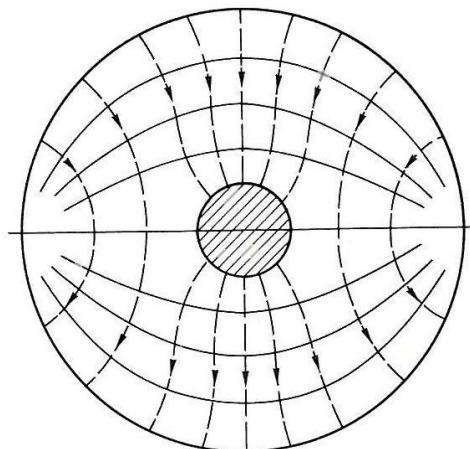
- minimale Dämpfung $\rightarrow D/d = 3.6$, $Z_L = 77 \Omega / \sqrt{\epsilon_{\text{rel}}}$
- größte Spannungsfestigkeit $\rightarrow D/d = 2.72$, $Z_L = 60 \Omega / \sqrt{\epsilon_{\text{rel}}}$
- maximale Leistungsübertragung $\rightarrow D/d = 1.65$, $Z_L = 30 \Omega / \sqrt{\epsilon_{\text{rel}}}$
- HF-Standardimpedanz = 50Ω



Koaxialleitung:

- der monomode-Frequenzbereich endet mit der Ausbreitung (bzw. der Grenzfrequenz) des ersten höheren Ausbreitungsmodus ($c_0 = f_c \cdot \lambda_c$):

$$\lambda_{c,\text{TE11}} \approx \pi \frac{D + d}{2} \sqrt{\epsilon_r}$$



- Bsp: Kabeltyp „86“: $D = 1.65 \text{ mm}$,
 $d = 0.53 \text{ mm}$,
 $\epsilon_r = 1.86$,
 $\lambda_c = 4.67 \text{ mm}$,
 $f_c = 64 \text{ GHz}$,
 $\rightarrow f_{\max} \sim 40 \text{ GHz}$

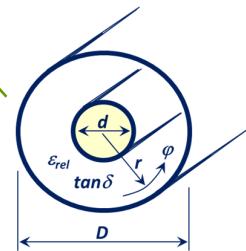


Koaxialleitung, Dämpfung:

$$\alpha = \alpha_G + \alpha_R = \frac{\pi f \sqrt{\epsilon_r}}{c} \tan \delta + \frac{\sqrt{\mu f}}{2 Z_L \sqrt{\sigma \pi}} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)$$

... attenuation in the dielectric

... attenuation in metal



dielectric loss $\sim f$

(material property $\tan \delta$ often increases with f)

conductor (metal) loss $\sim \sqrt{f}$

(roughness effects often decrease "effective" material property σ with f)

but: the conductor (metal) loss increases with smaller cross-section (here: d, D) !

→ structures (transmission lines, resonators) require large cross-section for low loss at high f

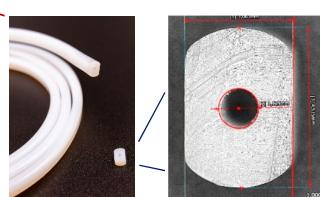
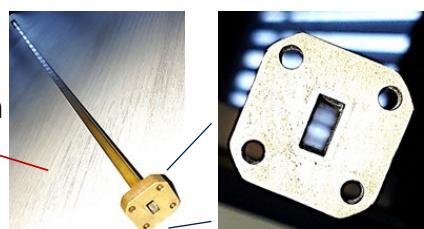
but: for "mono-mode" behavior, the cross-section of the transmission line must reduce with increasing f !



Transmission Line Loss, Generalization:

"real" examples:

- coax (Ag) with foam dielectric ($\epsilon_r=1.4$):
- max $f = 3$ GHz: insertion loss 0.5 dB/m
- max $f = 18$ GHz: insertion loss 0.8 dB/m
- max $f = 26.5$ GHz: insertion loss 1.6 dB/m
- ... brass TE_{10} waveguide 30 GHz (meas.): 1.45 dB/m
- max $f = 40$ GHz: insertion loss 2.9 dB/m
- ... PTFE fiber 60 GHz (meas.): 1.5 dB/m
- max $f = 67$ GHz: insertion loss 6.4 dB/m
- ... Ag TE_{10} waveguide 100 GHz (theory): 1.8 dB/m
- max $f = 110$ GHz: insertion loss 13 dB/m



- ***much*** higher loss (and smaller cross-section) for lines on PCB and, ***much*** worse, on-chip



Koaxialleitung:

- Bauformen
 - . Frequenzbereich
 - . Leistung / Dämpfung
 - . Flexibilität / mech. Stabilität



corrugated (2 inch)



50 GHz test leads (Innen-Ø Außenleiter = 2.4 mm)



semi-rigid, SMA



Koaxialleitung:

- Verbinder

BNC

 $f_{max} \approx 2 \text{ GHz}$

N / QN

 $f_{max} \approx 12 / 18 \text{ GHz}$

APC-7

 $f_{max} \approx 18 \text{ GHz}$

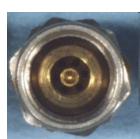
SMA / QMA

 $f_{max} \approx 18 \text{ GHz}$

3.5mm



26 GHz

2.92mm
"K"
40 GHz

2.4mm



50 GHz

1.85mm
"V"
65 GHz

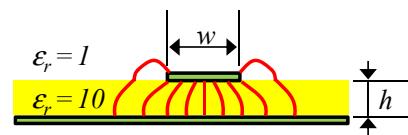
- u.v.a.m.

mech. Verbindung möglich



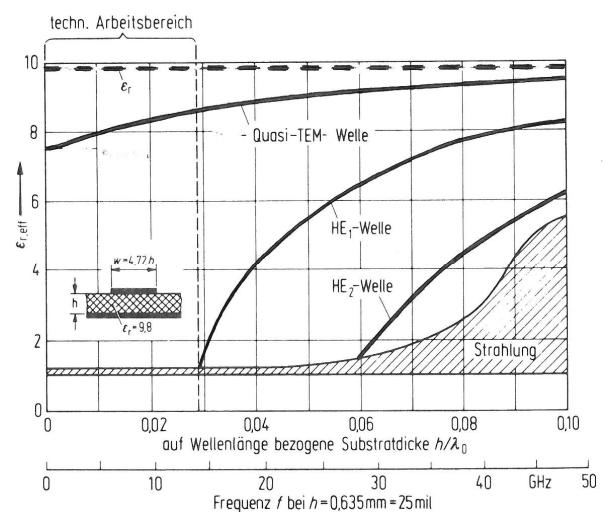
Mikrostreifenleitung:

- die Feldenergie konzentriert sich zwischen „Streifen“ und Massefläche, umso stärker
 - . je breiter der „Streifen“,
 - . je höher die Permittivität des Substrates,
 - . je dünner das Substrat,
 - . je höher die Frequenz



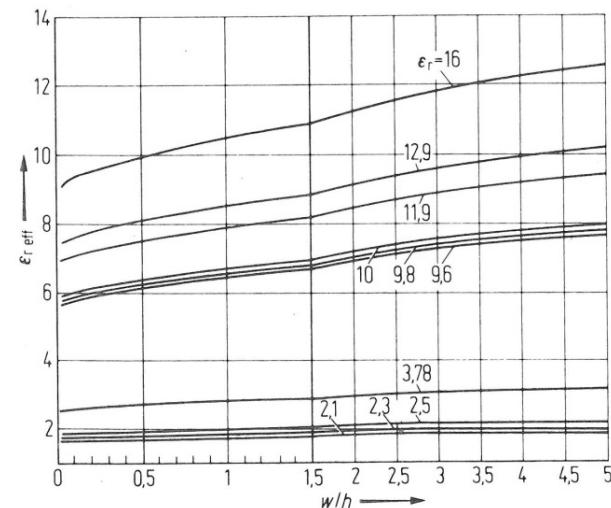
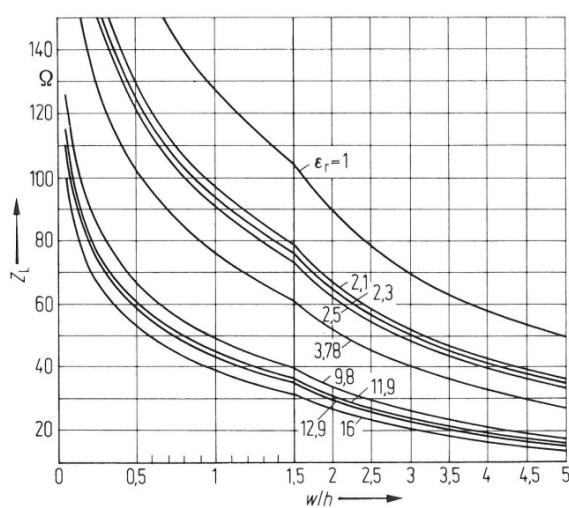
→ Konzept des $\epsilon_{r,\text{eff}}$

- Grundwelle („quasi-TEM“) mit *cutoff* Null
- höherer Mode begrenzt nutzbaren Frequenzbereich



Mikrostreifenleitung:

- Geometrieabhängigkeit von Z_L und $\epsilon_{r,\text{eff}}$

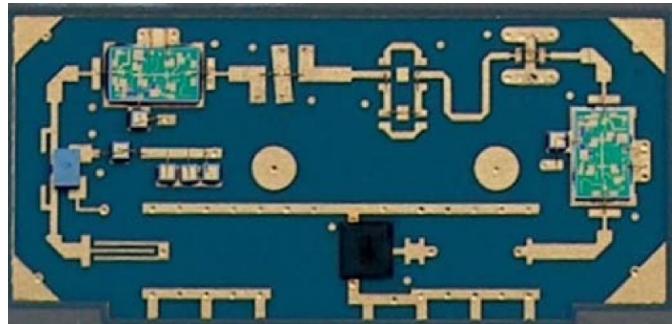


[Zinke Brunswig] , [Wheeler 1977]

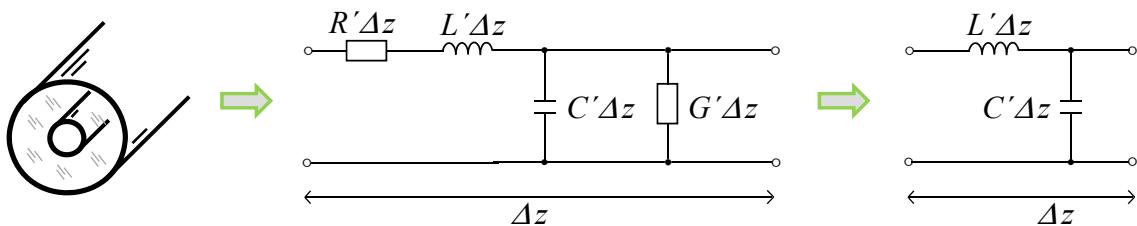


Mikrostreifenleitung:

- praktische Probleme:
 - für geringe Leistungsverluste, niedriges ϵ_{rel} und großes h
 - für geringe Verkopplung (zu nahen Leitungen),
hohes ϵ_{rel} und kleines h
 - für geringe Abstrahlung (in *surface waves*),
niedriges ϵ_{rel} und kleines h
 - für hohe Impedanzen,
niedriges ϵ_{rel} und
großes h
 - für niedrige Impedanzen,
hohes ϵ_{rel} und
kleines h



Leitungseratzschaltbild:



$$U(z + \Delta z, t) - U(z, t) = -L' \Delta z \frac{\partial I(z, t)}{\partial t}$$

$$I(z + \Delta z, t) - I(z, t) = -C' \Delta z \frac{\partial U(z + \Delta z, t)}{\partial t}$$

$$I(z + \Delta z, t) - I(z, t) = -C' \Delta z \frac{\partial U(z, t)}{\partial t} + L' C' (\Delta z)^2 \frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial t^2}$$



$$\frac{\partial U(z, t)}{\partial z} = -L' \frac{\partial I(z, t)}{\partial t}, \quad \frac{\partial I(z, t)}{\partial z} = -C' \frac{\partial U(z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial z^2} = L'C' \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} = L'C' \frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = -\omega^2 L'C' \underline{U}(z), \quad \frac{\partial^2 \underline{I}(z)}{\partial z^2} = -\omega^2 L'C' \underline{I}(z)$$

$$\beta = \omega \sqrt{L'C'} \quad , \quad v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad , \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

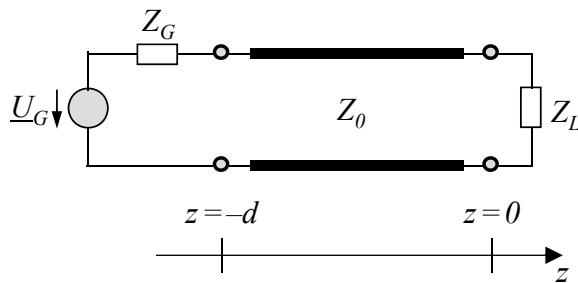
$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0^+ e^{-j\beta z} + \underline{U}_0^- e^{+j\beta z}, \quad \underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} - \frac{\underline{U}_0^-}{Z_0} e^{+j\beta z}$$

... ganz entsprechend der Ausbreitung einer ebenen Welle



Reflexionsfaktor und Impedanztransformation:

- Leitung Z_0 „beginnt“ bei $z=-d$ und ist bei $z=0$ mit Last Z_L abgeschlossen



$$\Gamma(z=0) = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}, \quad \Gamma(z=-d) = \Gamma_L e^{-2j\beta d}$$

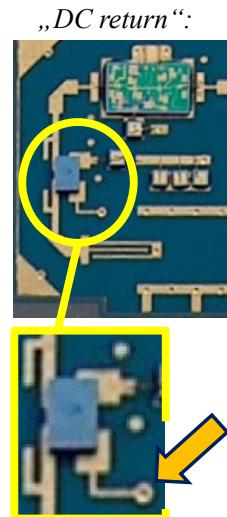
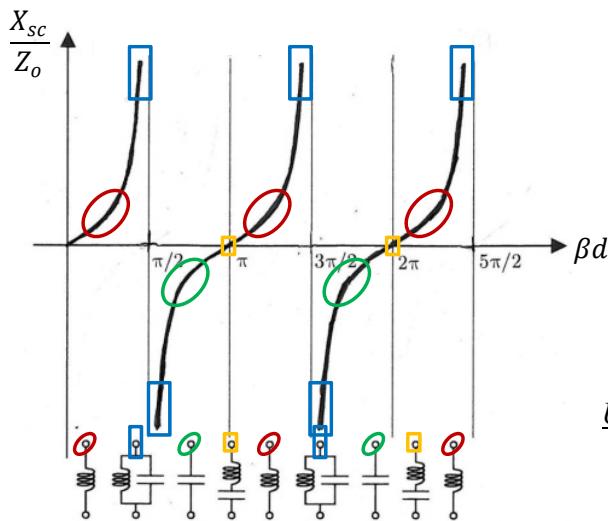
$$Z(z=-d) = Z_0 \frac{e^{j\beta d} + \Gamma_L e^{-j\beta d}}{e^{j\beta d} - \Gamma_L e^{-j\beta d}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$$

... in Analogie zur ebenen Welle (Folie 2.18) : $\left. \begin{array}{l} d = \lambda/4, \beta d = \pi/2, \\ \tan \beta d \rightarrow \infty \end{array} \right\} Z(z=-d) = \frac{Z_0^2}{Z_L}$



Am Ende kurzgeschlossene Leitung: $Z_L = 0$

- rein imaginär! $Z_{sc}(z = -d) = jZ_0 \tan \frac{2\pi d}{\lambda}$

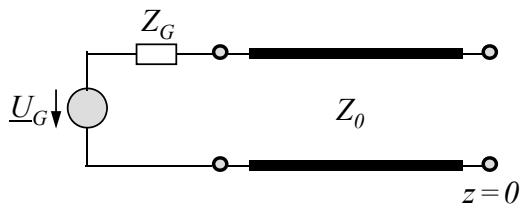
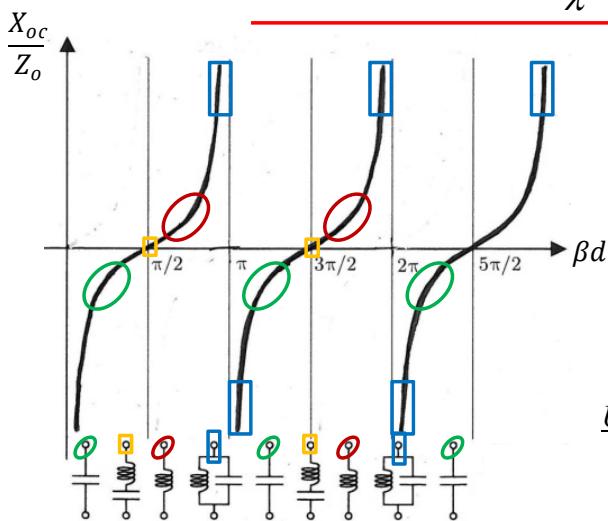


Eingangsreaktanz einer am Ende kurzgeschlossenen Leitung



Am Ende offene Leitung: $Z_L \rightarrow \infty$

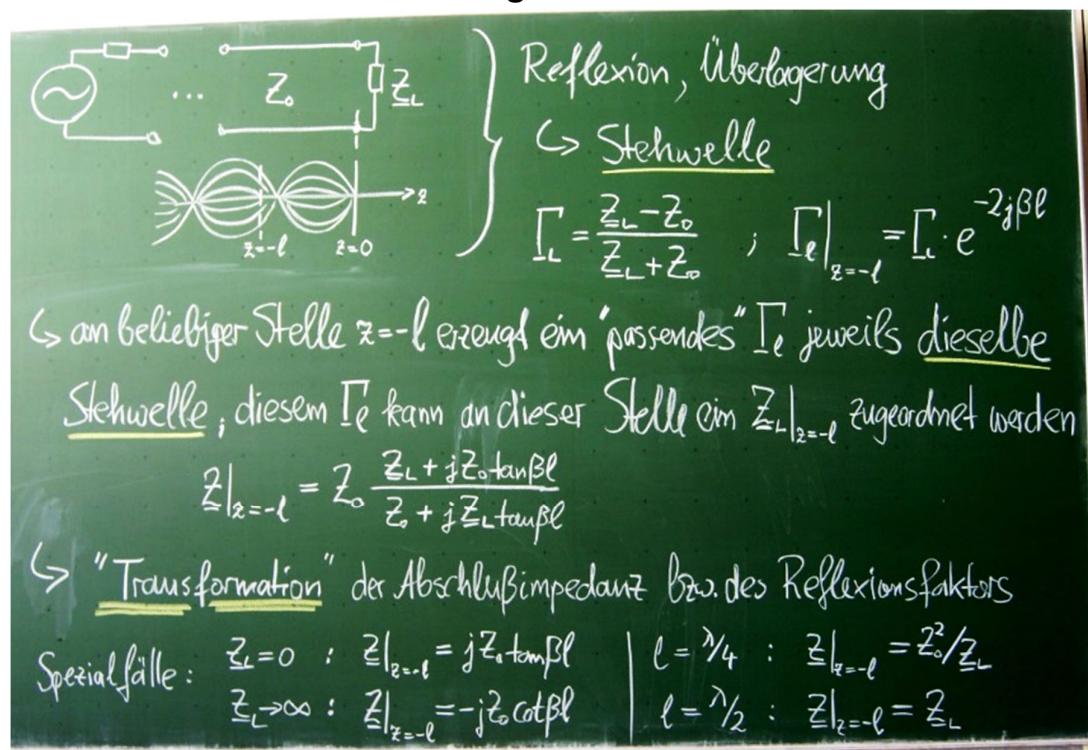
- rein imaginär! $Z_{oc}(z = -d) = \frac{-j Z_0}{\tan \frac{2\pi d}{\lambda}}$



Eingangsreaktanz einer am Ende offenen Leitung



Zwischen – Zusammenfassung:

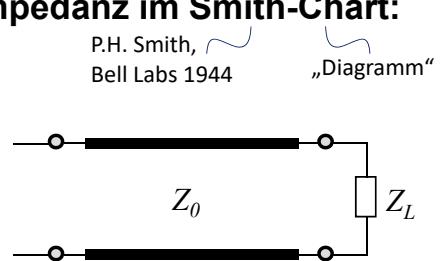


Transformation von Reflexionsfaktor und Impedanz im Smith-Chart:

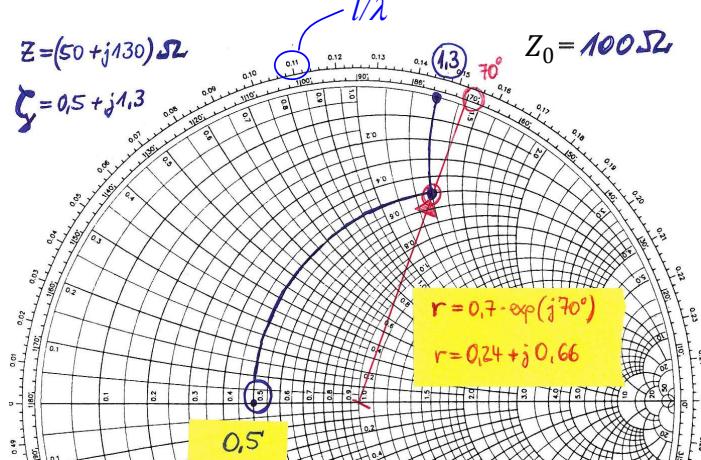
$$(r =) r = \frac{\frac{Z_L}{Z_0} - 1}{\frac{Z_L}{Z_0} + 1} = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} = 1 - \frac{2}{\zeta + 1}$$

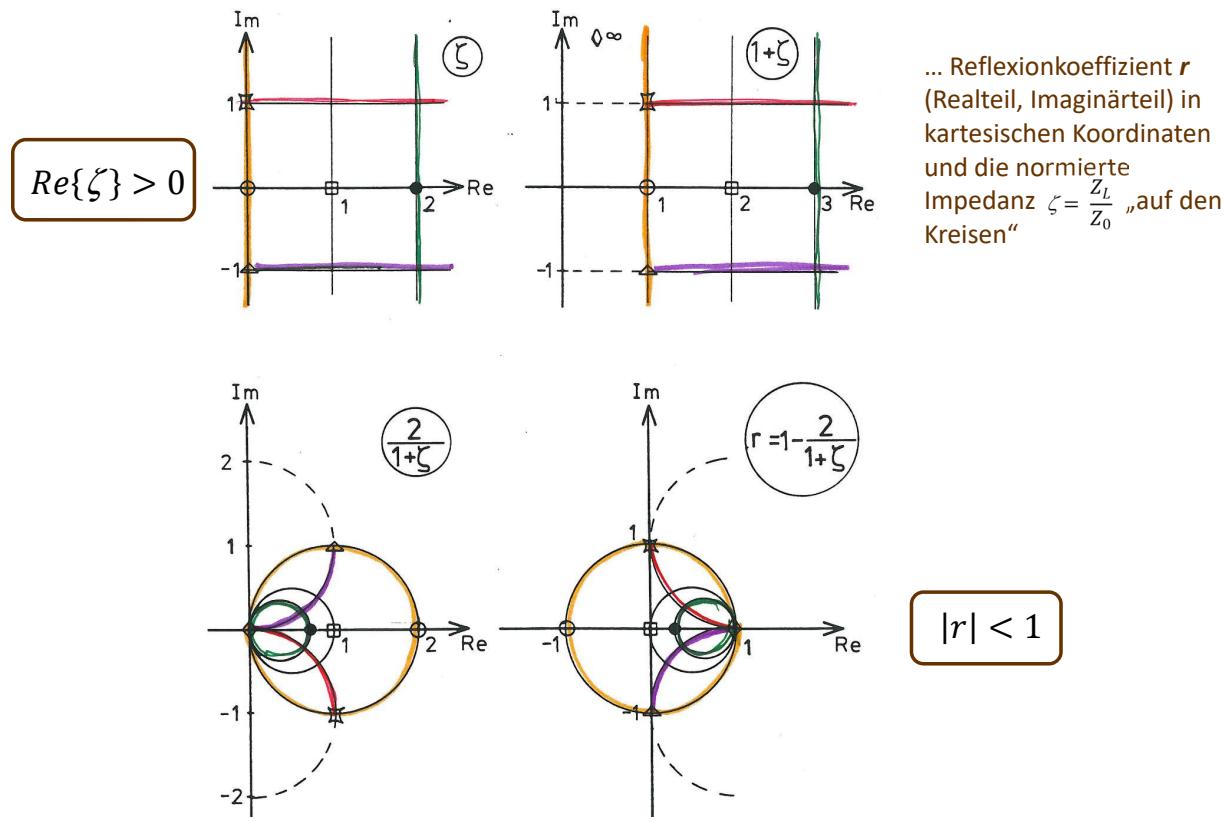
$$\zeta = \frac{Z_L}{Z_0}$$

P.H. Smith, ~
Bell Labs 1944



- das Smith-Diagramm realisiert die konforme Abbildung $r \leftrightarrow \zeta$
(siehe nächste Folie)





Transformation von Reflexionsfaktor und Impedanz im Smith-Chart:

$$\Gamma_L = \frac{z - 1}{z + 1}$$

konforme Abbildung, Möbius-Transformation

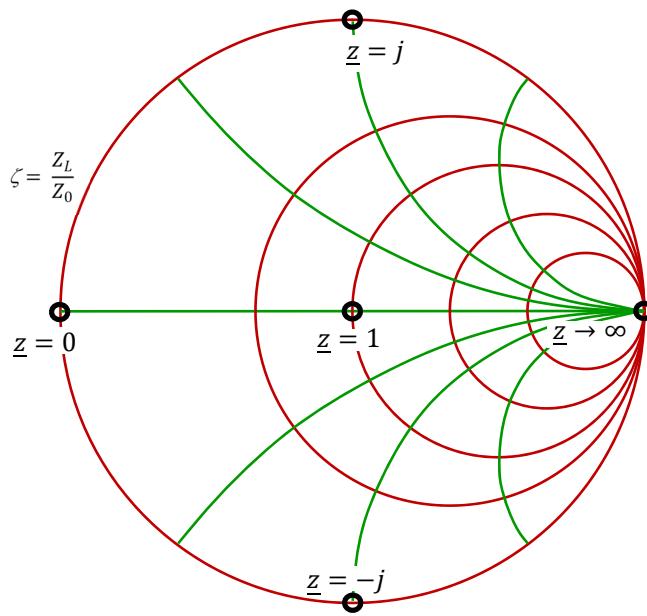
„unsichtbar“: kartesisches Koordinatensystem für Γ_L

„transformiertes“ \underline{z} hiess vorher $\zeta = \frac{Z_L}{Z_0}$
Koordinatensystem für \underline{z} :

konstanter $\text{Re}(z)$:

konstanter $\text{Im}(z)$:

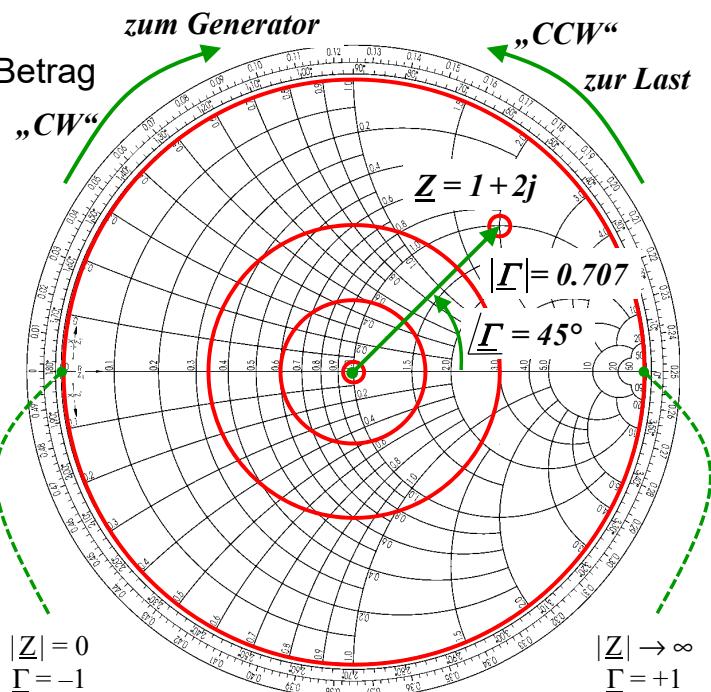
> „Übereinanderlegen“ der beiden Koordinatensysteme und „Weglassen“ des kartesischen Systems für bessere Übersichtlichkeit



Transformation des Reflexionsfaktors im Smith-Chart:

- konzentrische Kreise: konstanter Reflexionsfaktor-Betrag
- Transformation entlang der Leitung heißt: Phasenänderung, aber Betrag des Reflexionsfaktors bleibt gleich
- CW: Transformation zum Generator
- CCW: Transformation zur Last

$$\Gamma_{z=-l} = \Gamma_{z=0} e^{-2j\beta_1 l}$$



Konversion Impedanz ↔ Admittanz im Smith-Chart:

... entspricht auch einer Transformation
über 90° Leitungslänge

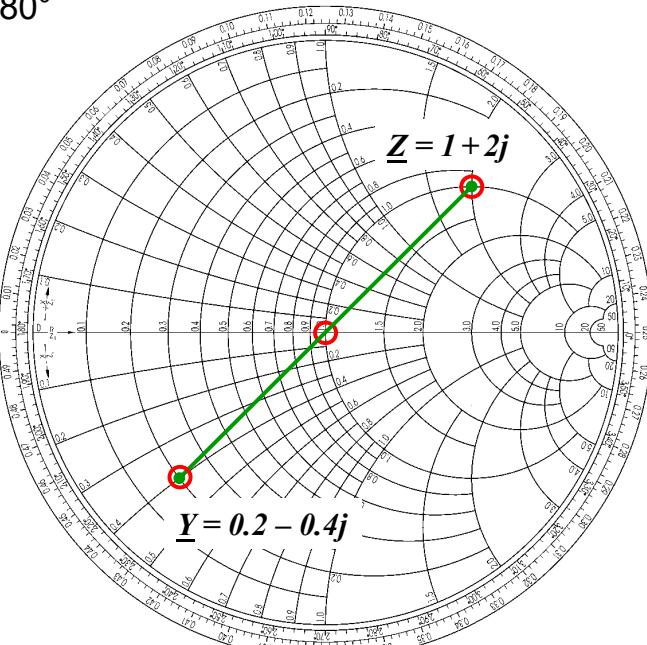
$\underline{Y} \leftrightarrow \underline{Z}$ entspricht Drehung um 180°

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_L} \quad \frac{Y_L}{Y_0} = \frac{1 - \Gamma_L}{1 + \Gamma_L}$$

$$e^{j\pi} = -1$$

Normierung: aus Z_0 wird $1/Y_0$!



Impedanztransformation im Smith-Chart: ... $Z(z = -d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$

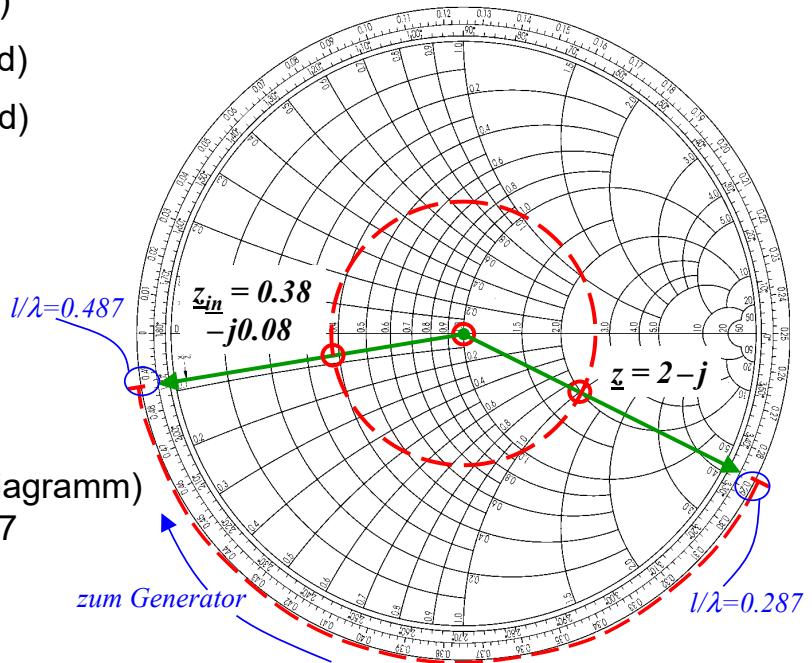
- (i) $Z(z=0) \rightarrow \Gamma(z=0)$
- (ii) $\Gamma(z=0) \rightarrow \Gamma(z=-d)$
- (iii) $\Gamma(z=-d) \rightarrow Z(z=-d)$

Beispiel:

$$\begin{aligned} Z_0 &= 75 \Omega \\ Z_L &= (150 - j75) \Omega \\ d/\lambda &= 0.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= 2 - j \\ d'/\lambda &= 0.287 \text{ (aus Diagramm)} \\ \dots \text{ CW, } +0.2 &\rightarrow 0.487 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= 0.38 - j0.08 \\ Z_{in} &= (28.5 - j6) \Omega \end{aligned}$$



Serienschaltung einer Leitung und eines $\lambda/4$ -Transformators:

Bsp: Anpassung $Z_L = (25 + j75) \Omega$ an 50Ω

- (i) mit Leitung auf reelle Eingangs-impedanz drehen;
- (ii) mit $\lambda/4$ -Trafo auf 50Ω

$$Z_0 = 50 \Omega$$

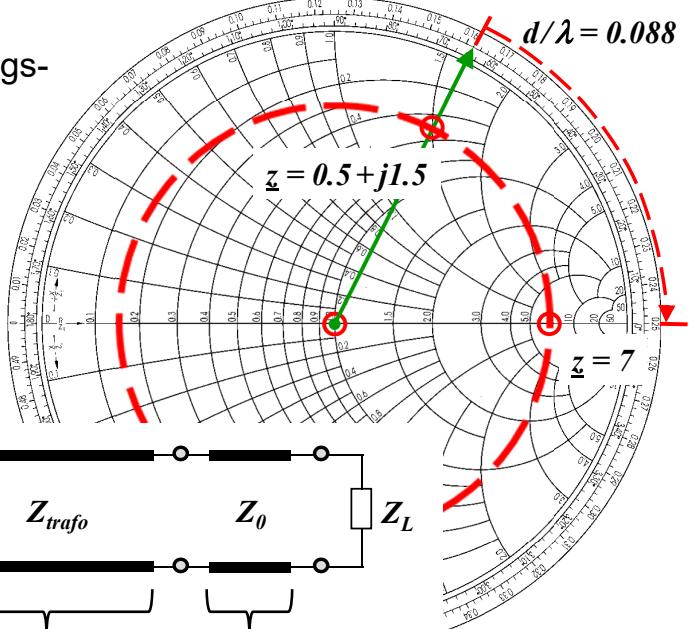
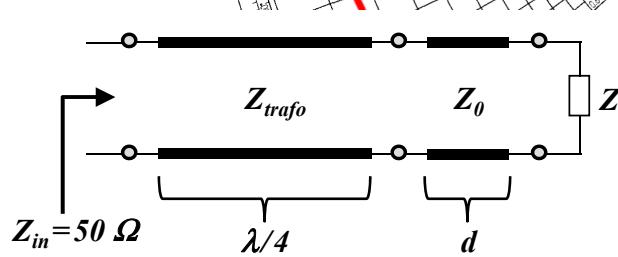
$$z = 0.5 + j1.5$$

Drehung zum Generator (CW)

$$z(-d) = 7$$

$$Z(-d) = 350 \Omega$$

$$Z_{trafo} = 132 \Omega$$



Anpassung durch Serien – C :Bsp: Anpassung $Z_L = (30-j50)\Omega$ an 50Ω (i) Leitung der Länge d transformiert $Z_{in}=50\Omega$
Realteil der Impedanz auf eins;(ii) C kompensiert dann den
Imaginärteil

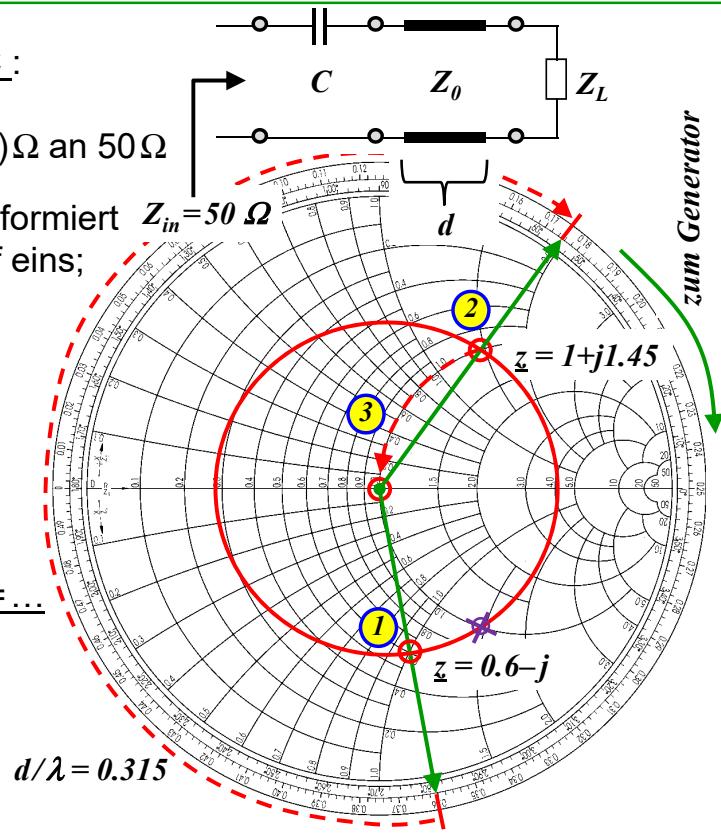
$$Z_0 = 50\Omega$$

$$\textcircled{1} \quad z = 0.6 - j$$

Drehung zum Generator
(CW) um $d/\lambda=0.315 \rightarrow d = \dots$

$$\textcircled{2} \quad X_d/Z_0 = j1.45$$

$$\textcircled{3} \quad -j1.45 = \frac{1}{j\omega C Z_0} \\ \rightarrow C = \dots$$

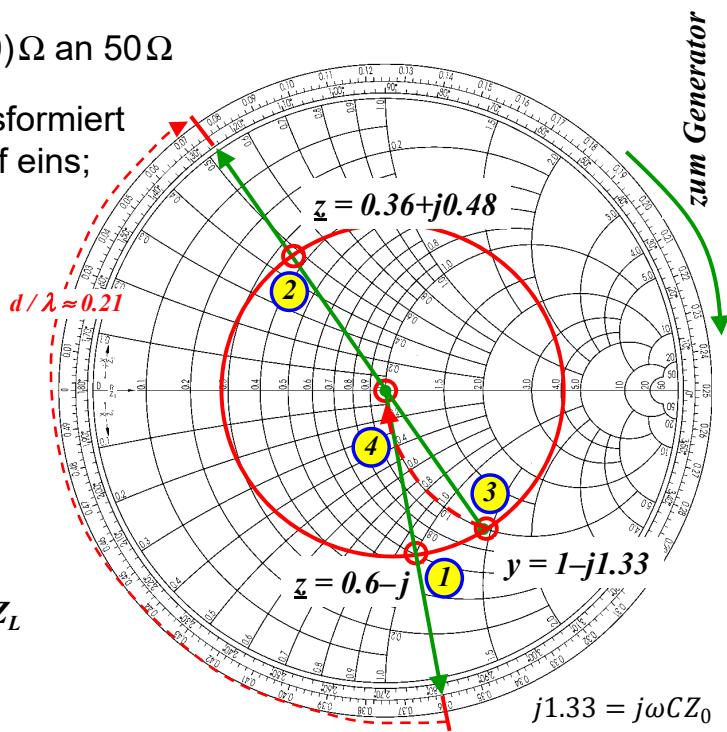
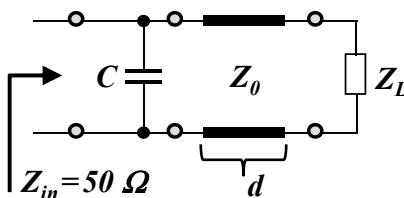
Anpassung durch Shunt-C im Smith-Chart:Bsp: Anpassung $Z_L = (30-j50)\Omega$ an 50Ω (i) Leitung der Länge d transformiert
Realteil der Admittanz auf eins;(ii) C kompensiert dann den
Imaginärteil

$$\textcircled{1} \quad Z_0 = 50\Omega ; z = 0.6 - j$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Drehung (CW)}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{Inversion } Z \rightarrow Y$$

$$\textcircled{4} \quad \text{Addition } jb_C = j\omega C Z_0$$



Anpassung durch Shunt-L im Smith-Chart:

Bsp: Anpassung $Z_L = (30-j50)\Omega$ an 50Ω

$$-j1.33 = \frac{Z_0}{j\omega L}$$

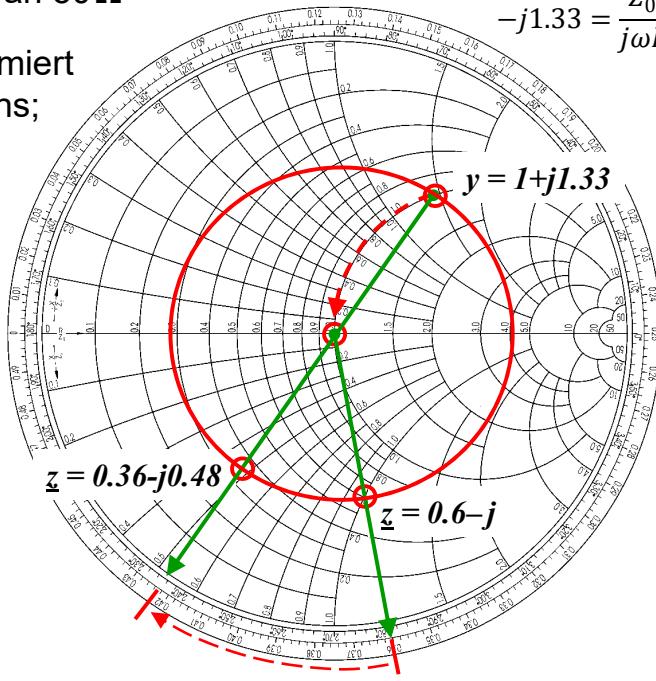
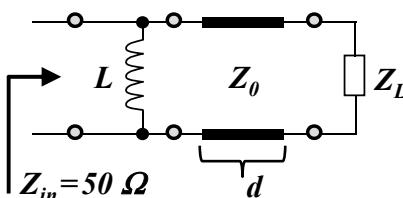
- (i) Leitung der Länge d transformiert Realteil der Admittanz auf eins;
- (ii) L kompensiert dann den Imaginärteil

$$Z_0 = 50\Omega ; z = 0.6 - j$$

Drehung (CW)

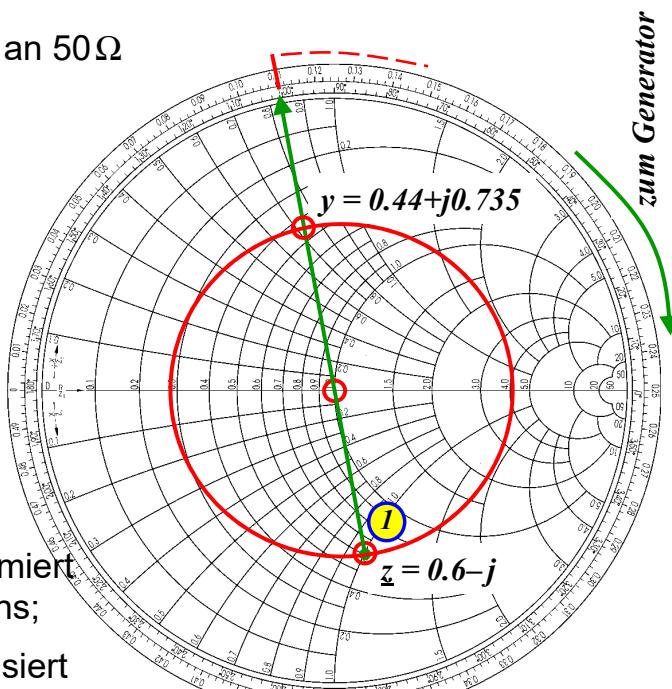
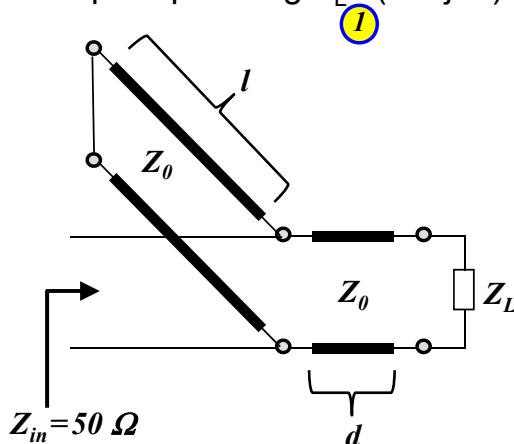
Inversion $Z \rightarrow Y$

$$\text{Addition } B_L = Z_0 / j\omega L$$



Anpassung durch Parallelschaltung einer Stichleitung im Smith-Chart (1/2):

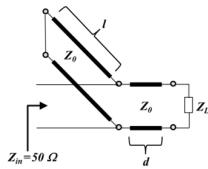
Bsp: Anpassung $Z_L = (30-j50)\Omega$ an 50Ω



- (i) Leitung der Länge d transformiert Realteil der Admittanz auf eins;
- (ii) Leitung der Länge l kompensiert dann den Imaginärteil auf null

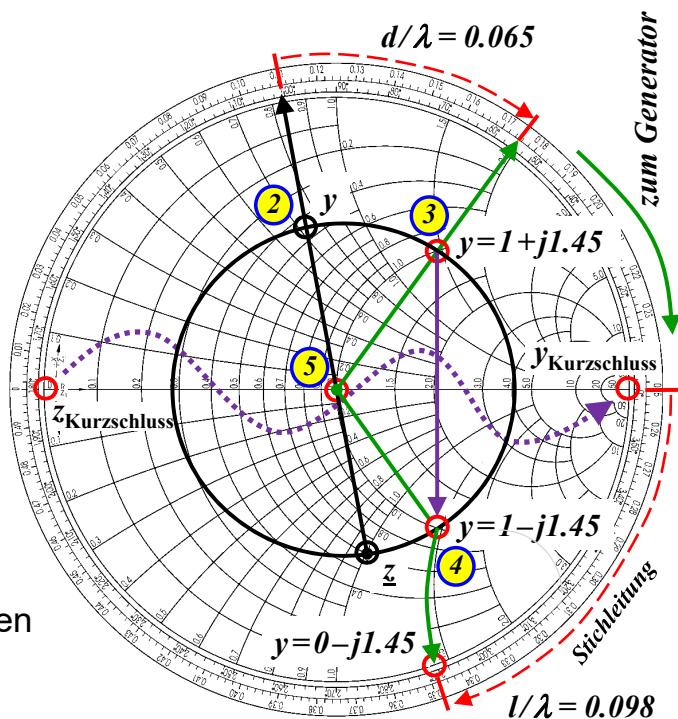


Anpassung durch Parallelschaltung einer Stichleitung im Smith-Chart (2/2):

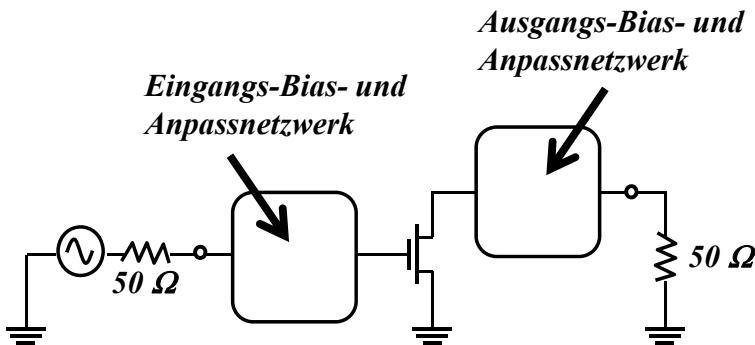


$$Z_0 = 50 \Omega ; z = 0.6 - j$$

- (2) Inversion $Z \rightarrow Y$
- (3) Drehung (CW) bis Realteil (normalisiert) eins ist
- (4) die Admittanz am Verzweigungspunkt wird reell, wenn die Eingangs-admittanz der kurzgeschlossenen Stichleitung gerade den Imaginärteil kompensiert
- (5) $y = 1 + j1.45$

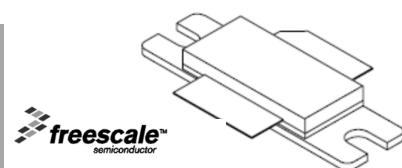


Anpassung im Smith Chart — Beispiel (1/2):



Realisierung des Eingangs-Anpassnetzwerkes:

- (i) der Transistor stellt Impedanz Z_{source}^* dar
- (ii) Anpassung mit 50Ω Leitung und nachfolgender Stichleitung



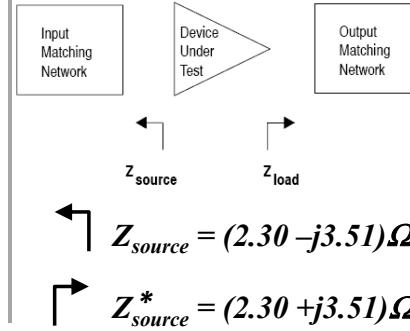
MRF6V12250HR3

$V_{DD} = 50 \text{ Vdc}, I_{DQ} = 100 \text{ mA}, P_{out} = 275 \text{ W Peak}$

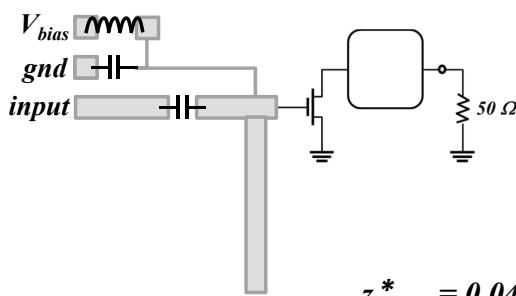
| f MHz | Z_{source} Ω | Z_{load} Ω |
|----------|--------------------------|------------------------|
| 1030 | $2.30 - j3.51$ | $4.0 - j2.14$ |

Z_{source} = Test circuit impedance as measured from gate to ground.

Z_{load} = Test circuit impedance as measured from drain to ground.



Anpassung im Smith Chart — Beispiel (2/2):

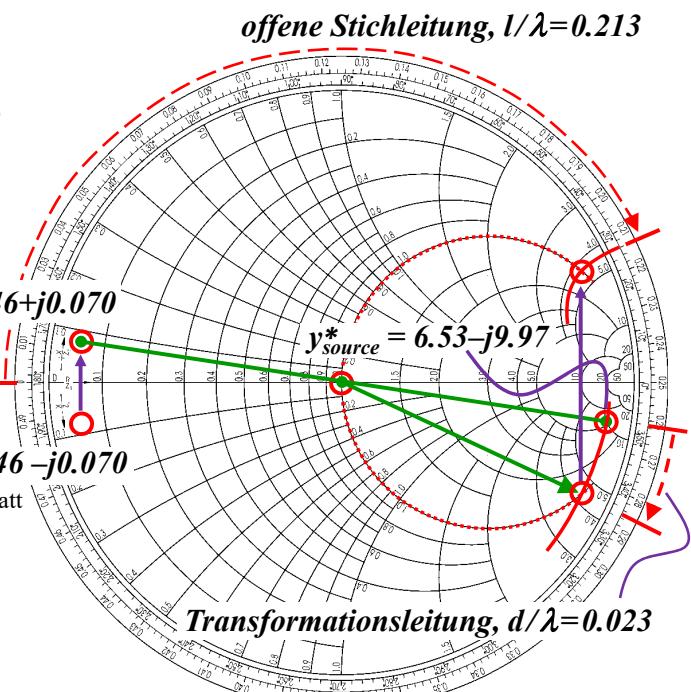


$$z_{source}^* = 0.046 + j0.070$$

Praktische Nachteile: **Y: offen**

- (i) lange Leitungen: $z_{source} = 0.046 - j0.070$
 - schmalbandig
 - ... aus Datenblatt
 - Verluste

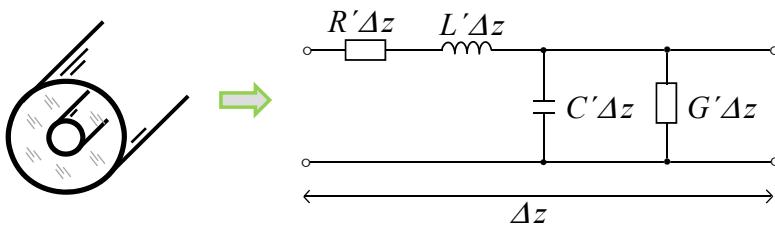
- (ii) flache Schnittpunkte:
 - toleranzempfindlich
 - schmalbandig



Zusammenfassung Smith Chart:



verlustbehaftete Leitung:



$$\frac{\partial^2 \underline{U}(z)}{\partial z^2} = \gamma^2 \underline{U}(z) \quad , \quad \frac{\partial^2 \underline{I}(z)}{\partial z^2} = \gamma^2 \underline{I}(z)$$

$$\gamma^2 = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C') = (\alpha + j\beta)^2$$

$$\underline{Z}_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$



$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + \underline{U}_0^- e^{+\alpha z} e^{+j\beta z}$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_0^+}{\underline{Z}_0} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} - \frac{\underline{U}_0^-}{\underline{Z}_0} e^{+\alpha z} e^{+j\beta z}$$

- Spannungen und Ströme sind gedämpft,
- Spannungen und Ströme sind nicht in Phase.

Leistungsfluss in +z – Richtung:

$$P_{+z}(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}(z)\underline{I}^*(z)\} = \frac{|U_0^+|^2}{2 |\underline{Z}_0|} e^{-2\alpha z} \cos \phi_{Z_0}$$

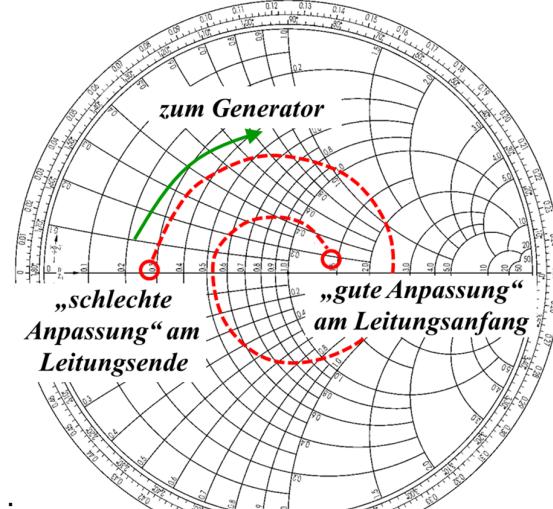
$$U(z) \sim e^{-\alpha z} \quad P(z) \sim [U(z)]^2 \sim e^{-2\alpha z}$$



Transformation des Reflexionsfaktors (in Richtung Generator):

$$\Gamma(z = -d) = \Gamma_{L,z=0} e^{-2\alpha d} e^{-2j\beta d}$$

$$|\Gamma(z = -d)| = |\Gamma_{L,z=0}| e^{-2\alpha d}$$



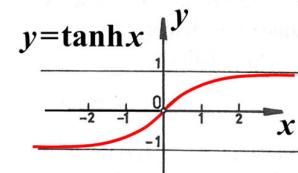
- der Reflexionsfaktor am Eingang einer verlustbehafteten Leitung ist betragsmäßig kleiner (d.h., i.d.R. „besser“) als am Ende der Leitung.



Transformation der Impedanz (in Richtung Generator):

$$Z(z = -d) = Z_0 \frac{e^{\gamma d} + \Gamma_L e^{-\gamma d}}{e^{\gamma d} - \Gamma_L e^{-\gamma d}} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d}$$

$$\tanh(a + jb) = \frac{\tanh a + j \tan b}{1 + j \tanh a \tan b}$$



- am Ende offene Leitung ($Y_L = 0$):

$$Z_{\text{in,open}}(z = -d) = \frac{Z_0}{\tanh \gamma d} = Z_0 \frac{1 + j \tanh \alpha d \tan \beta d}{\tanh \alpha d + j \tan \beta d}$$

- am Ende kurzgeschlossene Leitung ($Z_L = 0$):

$$Z_{\text{in,sc}}(z = -d) = Z_0 \frac{\tanh \alpha d + j \tan \beta d}{1 + j \tanh \alpha d \tan \beta d}$$



$$d = \lambda/4 : Z_{in,sc}(z = -\lambda/4) = \frac{Z_0}{\tanh \alpha d} \approx \frac{Z_0}{\alpha d}$$

$$d = \lambda/2 : Z_{in,sc}(z = -\lambda/2) = Z_0 \tanh \alpha d \approx Z_0 \alpha d$$

- Beispiel: eine am Ende kurzgeschlossene Leitung soll bei 10 GHz eine Reaktanz von $-j300\Omega$ kompensieren ($Z_0 = 50\Omega$, $\alpha = 0.08 \text{ dB/cm}$). Bestimme Leitungslänge, Ersatzschaltbild, Güte.

Abschätzung αd : $\alpha = 0.08 \text{ dB/cm} = 0.92 \text{ Np/m}$; $d_{max} = \lambda/4 = 7.5 \text{ mm}$
 $\alpha d|_{max} = 0.007 \dots$ das ist klein! D.h. ($\tanh x \approx x$):

$$Z_{in,sc} = Z_0 \frac{\tanh \alpha d + j \tan \beta d}{1 + j \tanh \alpha d \tan \beta d} \approx Z_0 (\alpha d + j \tan \beta d)$$

$\tan(\beta d) = 6$, $\beta d = 80^\circ$, $d = 6.7 \text{ mm}$, $Z_{in} = (0.345 + j300)\Omega \dots$
Reihenschaltung von R und L, $Q = \omega L/R = 300/0.345 = 870$



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Wellenmatrizen

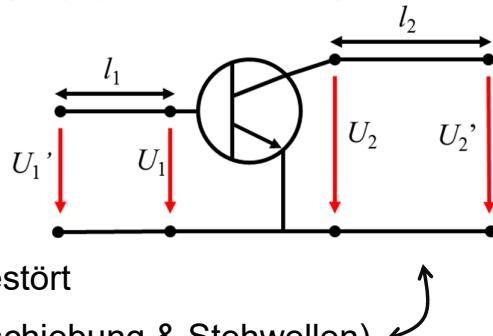
Die Beschreibung von Schaltungen mittels I , U , Z , Y ist vor allem für „kleine“ Schaltungen geeignet.



niedrige Frequenz / große Wellenlänge / phys. kleine Schaltung

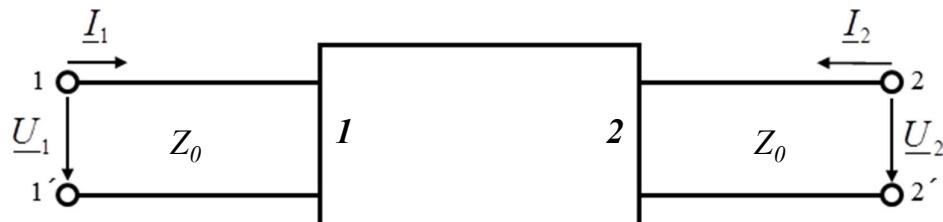
diverse Probleme bei hohen Frequenzen:

- Tastköpfe und Zuleitungen haben Eigeninduktivitäten
- Anpassungen und Stehwellen in der Schaltung werden durch Tastköpfe gestört
- Impedanztransformation (Phasenverschiebung & Stehwellen) auf Zuleitungen
- Zustände „offen“ und „kurzgeschlossen“ sind nicht erlaubt (Schwingen!)
- Impedanz ist nicht (eindeutig) definiert (z.B. Hohlleiter, Glasfaser)

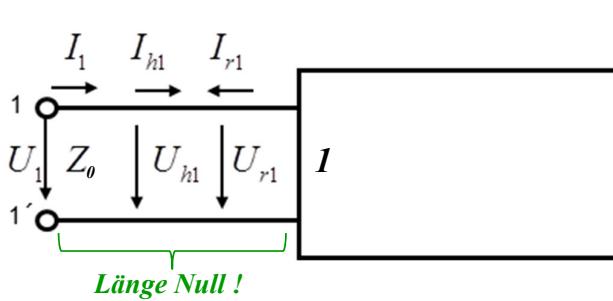


Bei der Beschreibung von Schaltungen mit Wellenmatrizen werden die Tore der Schaltung mit definierten, passenden Impedanzen abgeschlossen.

- Betrachtet wird ein Zweitor (=Vierpol), bei dem an jedem Tor eine Leitung mit Z_0 angeschlossen ist.
- auf den angeschlossenen Leitungen laufen Strom- und Spannungswellen in das Zweitor hinein und aus ihm hinaus.



- Eingang / Tor 1: auf der Eingangsleitung („am Eingang“) befindet sich eine zum Zweitor hinlaufende Welle mit U_{h1} und I_{h1} und eine vom Zweitor zurückkommende Welle mit U_{r1} und I_{r1} . Deren Überlagerung ergibt Strom und Spannung am Tor 1.



$$\frac{U_{h1}}{I_{h1}} = Z_\theta$$

$$\frac{U_{r1}}{I_{r1}} = Z_\theta$$

$$U_1 = U_{h1} + U_{r1}$$

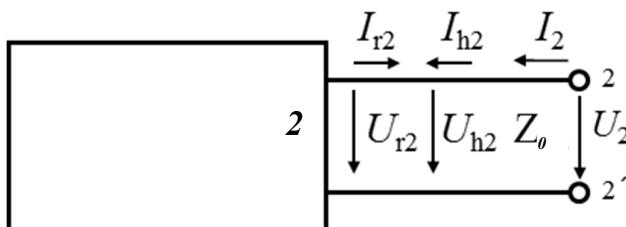
$$U_{h1} = \frac{1}{2}(U_1 + I_1 Z_\theta)$$

$$I_1 = I_{h1} - I_{r1} = \frac{1}{Z_\theta}(U_{h1} - U_{r1})$$

$$U_{r1} = \frac{1}{2}(U_1 - I_1 Z_\theta)$$



- Ausgang / Tor 2: ... analog ...



$$U_2 = U_{h2} + U_{r2}$$

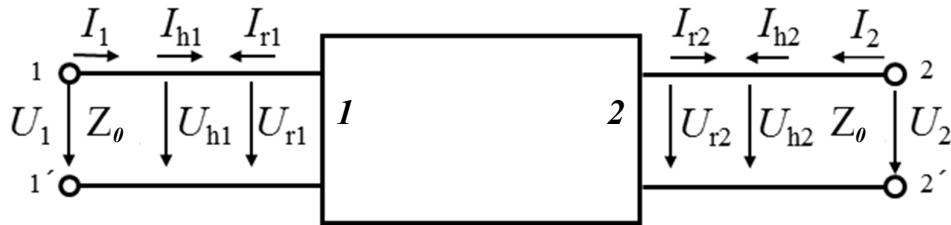
$$U_{h2} = \frac{1}{2}(U_2 + I_2 Z_\theta)$$

$$I_2 = I_{h2} - I_{r2} = \frac{1}{Z_\theta}(U_{h2} - U_{r2})$$

$$U_{r2} = \frac{1}{2}(U_2 - I_2 Z_\theta)$$



- Beschreibung des (linearen) Zweitors durch die Interaktion der komplexen Spannungsamplituden \underline{U}_{h1} , \underline{U}_{r1} , \underline{U}_{h2} , \underline{U}_{r2} an den Toren:



$$U_{r1} = S_{11} U_{h1} + S_{12} U_{h2}$$

$$U_{r2} = S_{21} U_{h1} + S_{22} U_{h2}$$

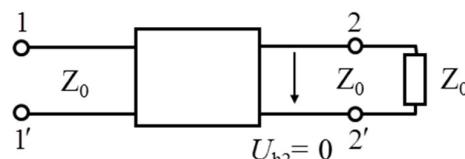
- Streumatrix [S]:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_{r1} \\ \underline{U}_{r2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_{h1} \\ \underline{U}_{h2} \end{pmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{pmatrix} \underline{U}_{h1} \\ \underline{U}_{h2} \end{pmatrix}$$



- S_{11} ... Eingangsreflexionsfaktor an Tor 1 bei Anpassung an Tor 2:

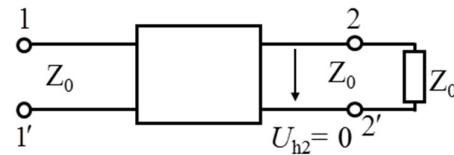
$$S_{11} = \left. \frac{\underline{U}_{r1}}{\underline{U}_{h1}} \right|_{\underline{U}_{h2}=0}$$



Anpassung an Tor 2

- S_{21} ... Transmissionskoeffizient von Tor 1 nach Tor 2:

$$S_{21} = \left. \frac{\underline{U}_{r2}}{\underline{U}_{h1}} \right|_{\underline{U}_{h2}=0}$$



Anpassung an Tor 2

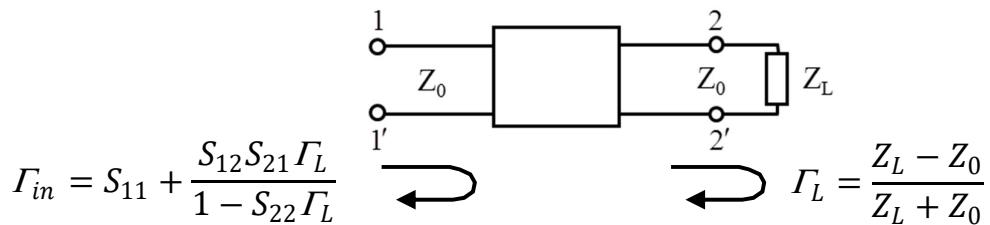
- S_{22} ... Eingangsreflexionsfaktor an Tor 2 bei Anpassung an Tor 1

- S_{12} ... Transmissionskoeffizient von Tor 2 nach Tor 1

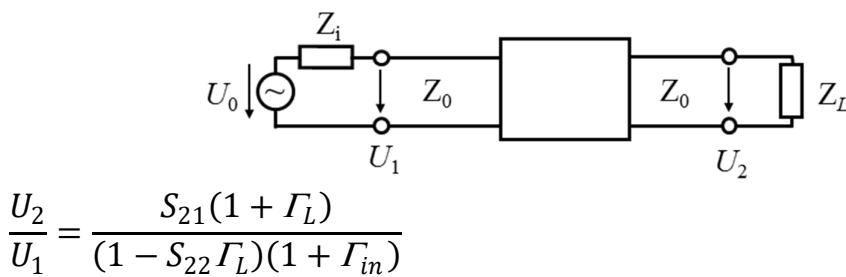
Anpassung an Tor 1



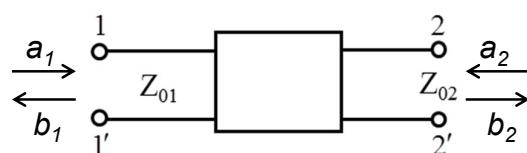
- Betriebsverhalten — Transformation des Reflexionsfaktors:



- Spannungsübertragung:



- bisher gleiche Referenzimpedanz an beiden Toren — Verallgemeinerung:



$$a_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_{0i}}} = I_{hi} \sqrt{Z_{0i}} \quad b_i = \frac{U_{ri}}{\sqrt{Z_{0i}}} = I_{ri} \sqrt{Z_{0i}} \quad [\sqrt{W}]$$

$$u_{i,normiert} = \frac{U_{hi} + U_{ri}}{\sqrt{Z_{0i}}} = a_i + b_i \quad [\sqrt{W}]$$

$$i_{i,normiert} = (I_{hi} - I_{ri}) \sqrt{Z_{0i}} = a_i - b_i \quad [\sqrt{W}]$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

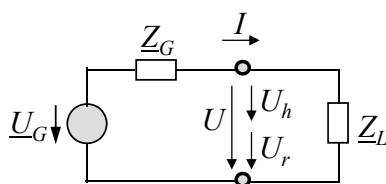


- verallgemeinerter Reflexionskoeffizient. Theorie:

Sowohl beim Reflexionsfaktor einer ebenen Welle beim Übergang zwischen zwei Medien (Kapitel 2) als auch beim Reflexionsfaktor auf Leitungen und seiner Beschreibung mit dem Smith Chart (Kapitel 5) war die Bezugsimpedanz stets reell (z.B. Medium/Leitung 1)

Beim Anschluss einer beliebigen Lastimpedanz an eine beliebige Quellimpedanz kann auch die Quellimpedanz komplex sein und man definiert den verallgemeinerten Reflexionskoeffizienten (**generalized reflection coefficient**) Γ_p

Der Spezialfall $\Gamma_p = 0$ ist bekannt als konjugiert-komplexe Anpassung. Diese liegt bei i.A. frequenzveränderlichen Impedanzen von Quelle und Last i.d.R. nur bei einer Frequenz vor. Zur Beschreibung der Fehlanpassung über der Frequenz eignet sich gut der verallgemeinerte Reflexionskoeffizient.



Definition von *power waves* a_p , b_p : (siehe Folien 6.3, 6.8)

$$a_p = \frac{U_h}{\sqrt{Re(\underline{Z}_G)}} = \frac{1}{2} \frac{(U + I \underline{Z}_G)}{\sqrt{Re(\underline{Z}_G)}} , \quad b_p = \frac{U_r}{\sqrt{Re(\underline{Z}_G)}} = \frac{1}{2} \frac{(U - I \underline{Z}_G^*)}{\sqrt{Re(\underline{Z}_G)}}$$

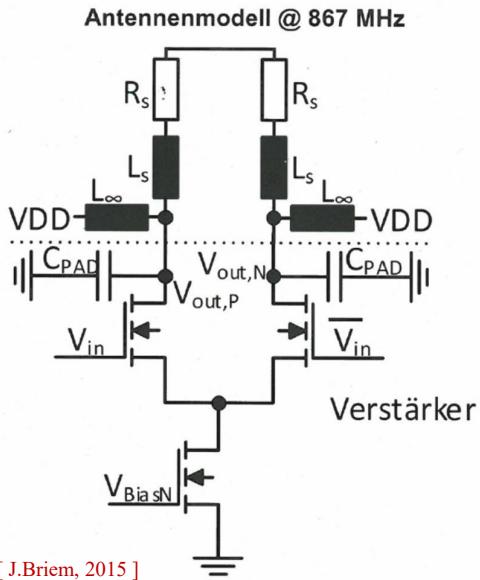


$$\Gamma_p = \frac{b_p}{a_p} = \frac{U - I \underline{Z}_G^*}{U + I \underline{Z}_G} = \frac{U/I - \underline{Z}_G^*}{U/I + \underline{Z}_G} = \frac{\underline{Z}_L - \underline{Z}_G^*}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_G}$$



Beispiel:

konjugiert-komplexe Anpassung einer Antenne an einen Verstärker



Reflexionsfaktor gemessen in einen der beiden Verstärkerausgänge mit $Z_{\text{ref}} = 50 \Omega$ @ 867 MHz:

$$\Gamma_{\text{amp}, \text{single_ended}, 50\Omega} = 0.72 - j0.57$$

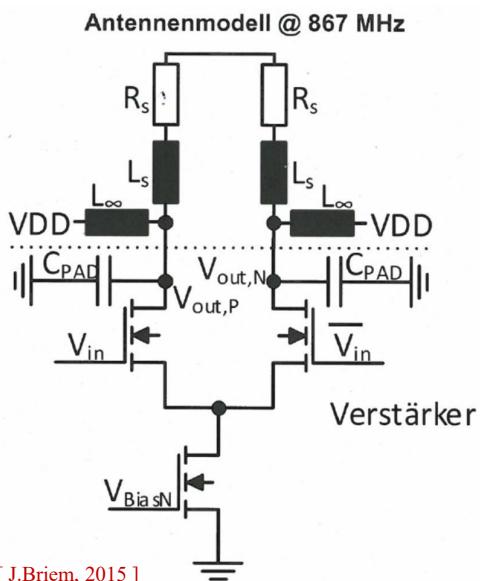
... dementsprechende Generatorinnenimpedanz (eines Verstärkerausgangs) @ 867 MHz:

$$\underline{Z}_{G, \text{single_ended}} = 50 \Omega \frac{1 + \Gamma_{\text{amp}, \text{single_ended}, 50\Omega}}{1 - \Gamma_{\text{amp}, \text{single_ended}, 50\Omega}}$$

... Generatorinnenimpedanz beider Verstärkerausgänge im Gegentaktmode @ 867 MHz:

$$\underline{Z}_{G, \text{balanced}} = 2 \underline{Z}_{G, \text{single_ended}} = (38,9 - j 282,7) \Omega$$

→



$$\underline{Z}_{G, \text{balanced}} = 2 \underline{Z}_{G, \text{single_ended}} = (38,9 - j 282,7) \Omega$$

... geforderte Antenneneingangsimpedanz bei konjugiert-komplexer Anpassung @ 867 MHz:

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_G^* = (38,9 + j 282,7) \Omega$$

... darstellbar als Reihenschaltung von L und R :

$$L = 2L_s = 51,9 \text{ nH} \quad R = 2R_s = 38,9 \Omega$$

→ Eingangsreflexionsfaktor der Antenne bei Referenzimpedanz 50 Ω @ 867 MHz:

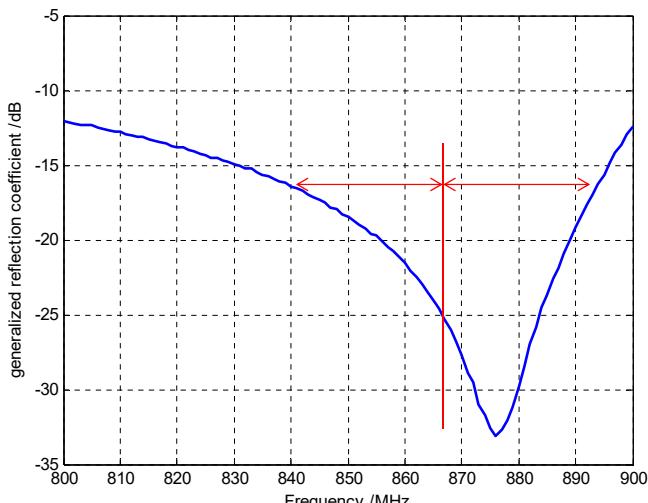
$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{ant}, 50\Omega} &= \frac{\underline{Z}_L - 50\Omega}{\underline{Z}_L + 50\Omega} = \\ &= 0.90 + j0.32 = 0.955 \exp(j 19.71^\circ) \end{aligned}$$

→ Wie verändert sich die Fehlanpassung bei Änderung der Frequenz?

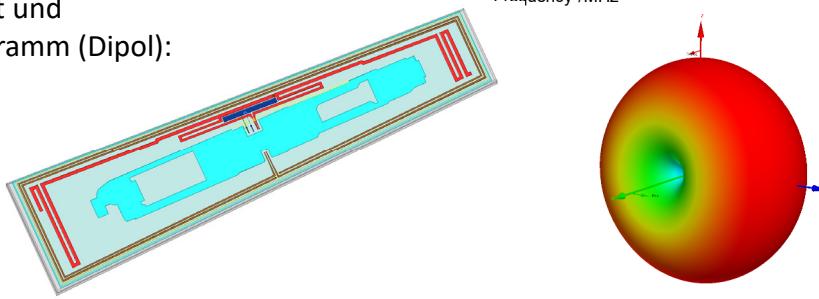


Frequenzgang: Amplitude (in dB) des verallgemeinerten Reflexionskoeffizienten Γ_p :

(für optimale Bandbreite mit Mittenfrequenz 867 MHz wurde die optimale Anpassung etwas verschoben)



Antennenlayout und -strahlungsdiagramm (Dipol):



[Projekt KoSiF, 2015]



- Streumatrix [S] :

Hauptdiagonalelemente S_{ii} sind Eingangsreflexionsfaktoren (am Tor i),

Nebendiagonalelemente S_{ij} sind Transmissionskoeffizienten (vom Tor j zum Tor i)

Vorteile: 1) Koeffizienten lassen sich bei einem HF-Bauelement einfach messen (Anpassung einfacher realisierbar als Kurzschluss/offen; Leistung einfacher messbar als Strom/Spannung)

2) anschaulich weil leistungsbezogene Wellengrößen;

3) lässt sich auch für nicht-TEM-Wellenleiter (Hohlleiter, dielektrische Wellenleiter) einfach bestimmen weil leistungsbezogen (nicht Strom/Spannung)

- Streumatrix – Eigenschaft „Reziprozität“:

passive Mehrtore (mit Ausnahme von Ferriten und Plasmen) sind reziprok: $S_{ij} = S_{ji}$



- Streumatrix – Eigenschaft des verlustlosen, reziproken Zweitors:

$$|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2$$

- Streumatrix – Unitarität für verlustlose Mehrtore:

$$[S^*]^T [S] = [E]$$

[Herleitung siehe zB Zinke/Brunswig, 4.11.5, S. 181]

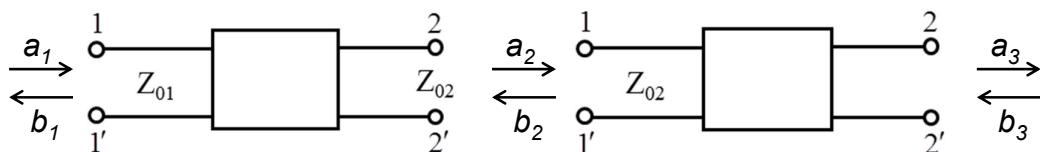
konjugiert-transponierte (=transjugierte) Streumatrix

Wellenkettenmatrix == Transmissionsmatrix [T]:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{c} 1 \\ \xrightarrow{a_1} \\ \xleftarrow{b_1} \\ 1' \end{array} \quad \begin{array}{c} Z_{01} \\ \square \\ Z_{02} \\ \square \\ Z_{02} \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ \xleftarrow{a_2} \\ \xrightarrow{b_2} \\ 2' \end{array} \quad \begin{pmatrix} b_1 \\ a_1 \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$$



- [T]-Matrizen in Reihe geschalteter Zweitore sind einfach multiplizierbar:



$$\begin{pmatrix} b_1 \\ a_1 \end{pmatrix} = [T_1] \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$[T] = [T_1][T_2]$$

$$\begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix} = [T_2] \begin{pmatrix} b_3 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

- Umrechnung [S] — [T]:

$$[T] = \begin{bmatrix} [S]_{12} - [S]_{11}[S]_{21}^{-1}[S]_{22} & [S]_{11}[S]_{21}^{-1} \\ -[S]_{21}^{-1}[S]_{22} & [S]_{21}^{-1} \end{bmatrix}$$

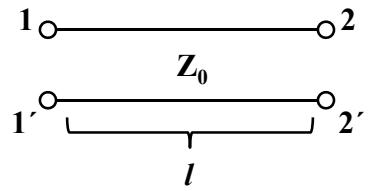
$$[S] = \begin{bmatrix} [T]_{12}[T]_{22}^{-1} & [T]_{11} - [T]_{12}[T]_{22}^{-1}[T]_{21} \\ [T]_{22}^{-1} & -[T]_{22}^{-1}[T]_{21} \end{bmatrix}$$



Beispiele für Streumatrizen (1/3):

- angepasste, verlustlose Leitung

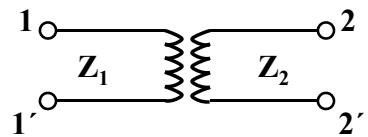
$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \exp(-j\beta l) \\ \exp(j\beta l) & 0 \end{bmatrix}$$



- Widerstandssprung / idealer Transformator

$$\rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

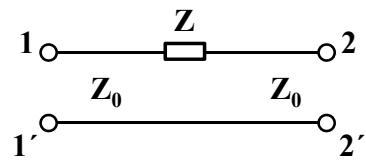
$$[S] = \begin{bmatrix} \rho & \sqrt{1 - \rho^2} \\ \sqrt{1 - \rho^2} & -\rho \end{bmatrix}$$



Beispiele für Streumatrizen (2/3):

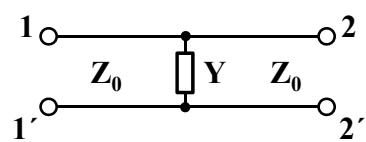
- Serienimpedanz

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{Z}{2Z_0 + Z} & \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z} \\ \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z} & \frac{Z}{2Z_0 + Z} \end{bmatrix}$$



- Shunt-Admittanz

$$[S] = \begin{bmatrix} -\frac{YZ_0}{2 + YZ_0} & \frac{2}{2 + YZ_0} \\ \frac{2}{2 + YZ_0} & -\frac{YZ_0}{2 + YZ_0} \end{bmatrix}$$



Beispiele für Streumatrizen (3/3):

- verlustlose Verzweigung

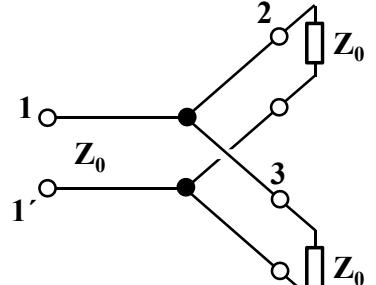
$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = -\frac{1}{3}$$

$$S_{ij} = \frac{2}{3}$$

$$S_{11} = \frac{Z_0||Z_0 - Z_0}{Z_0||Z_0 + Z_0} = \frac{-\frac{1}{2}Z_0}{\frac{3}{2}Z_0} = -\frac{1}{3}$$

$$[S] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{2}{3}$$

: 

$$1 = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2$$

- das „übertragungssymmetrische Dreitor“ ist nicht angepasst
- das verlustbehaftete, allseitig angepasste Dreitor ist möglich
- das „übertragungsunsymmetrische Dreitor“ ist möglich (\rightarrow Zirkulator)



Verlustbehaftete symmetrische Verzweigung:

- die eingefügten 3 Widerstände R müssen (wegen Symmetrie) alle gleich sein

- Anpassung wird erreicht wenn:

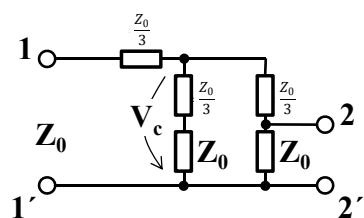
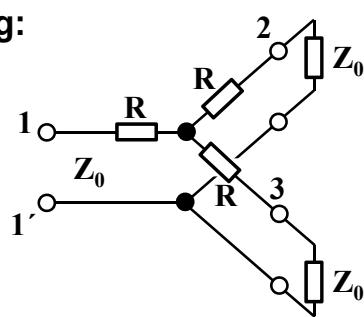
$$Z_0 = R + \frac{1}{2}(R + Z_0) \quad \Rightarrow \quad R = \frac{Z_0}{3}$$

- S-Matrix:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

\leftarrow

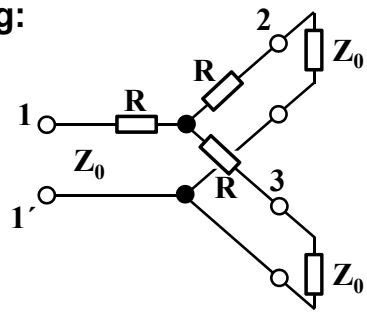
$$V_{22'} = \frac{1}{2} V_{11'}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} V_{22'} = V_c \frac{Z_0}{\frac{3}{2}Z_0} = V_c \frac{3}{4} \\ V_c = V_{11'} \frac{\frac{2}{3}Z_0}{Z_0} = V_{11'} \frac{2}{3} \end{array} \right.$$



Verlustbehaftete symmetrische Verzweigung:



The Keysight 11636C provides a symmetrical 6 dB power division.

The Keysight 11636C power divider uses three $16 \frac{2}{3} \Omega$ resistors

| | |
|----------------|--|
| Insertion loss | 6.5 dB, DC to 18 GHz 7 dB, 18 GHz to 26.5 GHz 8 dB, 26.5 GHz to 40 GHz 8.5 dB, 40 GHz to 50 GHz |
|----------------|--|

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

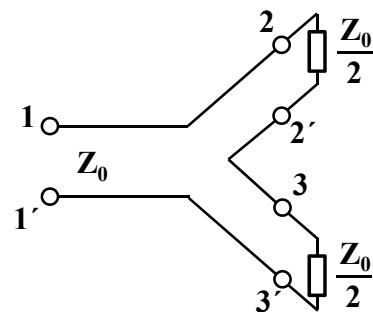


Verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (1/7)

Bestimmung von S_{11} :

Speisung am Tor 1 :

... Anpassung : $S_{11} = 0$



- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (2/7)

Bestimmung von S_{21} :

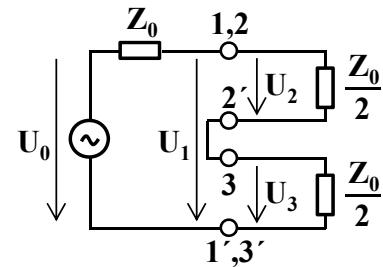
alle Größen auf U_0 bezogen:

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=a_3=0}$$

$$a_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_i}} \quad : \quad a_1 = \frac{U_{h1}}{\sqrt{Z_0}} = \frac{\frac{U_0}{2}}{\sqrt{Z_0}}$$

$$b_i = \frac{U_{ri}}{\sqrt{Z_i}} \quad : \quad b_2 = \frac{U_{r2}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = \frac{\frac{U_0}{4}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}}$$

$$S_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{U_0}{2} & U_{r1} &= 0 & \left\{ \begin{array}{l} S_{11} = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = 0 \end{array} \right. \\ U_1 &= U_{h1} + U_{r1} & & & \\ U_2 &= \frac{U_0}{4} & U_2 &= U_{h2} + U_{r2} & \\ U_{h2} &= 0 & & & \left\{ \begin{array}{l} a_2 = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

aus Symmetriegründen: $S_{31} = S_{21}$

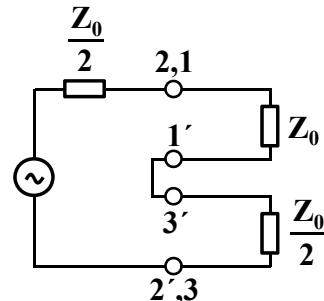


- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (3/7)

Bestimmung von $S_{22} ::$

Speisung am Tor 2 :

$$S_{22} = \frac{\frac{3}{2}Z_0 - \frac{Z_0}{2}}{\frac{3}{2}Z_0 + \frac{Z_0}{2}} \rightarrow S_{22} = \frac{1}{2}$$



aus Symmetriegründen: $S_{22} = S_{33}$



- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (4/7)

Bestimmung von S_{12} :

alle Größen auf \mathbf{U}_0 bezogen :

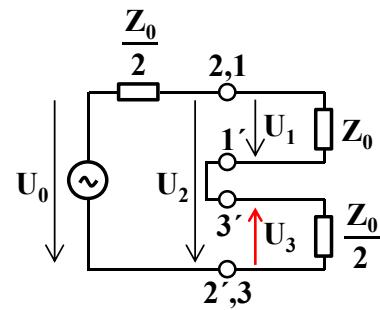
Speisung am Tor 2 :

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=a_3=0}$$

$$b_1 = \frac{U_{r1}}{\sqrt{Z_0}} \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0 \\ U_{h1} = 0 \\ U_{r1} = U_1 \\ U_1 = \frac{U_0}{2} \end{array} \right\} \rightarrow b_1 = \frac{U_0}{2\sqrt{Z_0}} \quad \dots \text{b1 ist die am Tor 1 (angepasst!) auslaufende Welle.}$$

$$a_2 = \frac{U_{h2}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = ? \quad \dots \text{a2 ist die am Tor 2 (nicht angepasst!) einfallende Welle.}$$

$$U_2 = U_{h2} + U_{r2} \quad \& \quad U_2 = \frac{3U_0}{4} \quad \dots \text{aber weder } \mathbf{U}_{h2} \text{ noch } \mathbf{U}_{r2} \text{ sind Null !}$$



- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (5/7)

$$a_2 = \frac{U_{h2}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = ? \quad U_2 = U_{h2} + U_{r2}$$

$$U_{h2} = U_2 - U_{r2}$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=a_3=0} = \frac{U_{r2}}{U_{h2}} \Big|_{a_1=a_3=0}$$

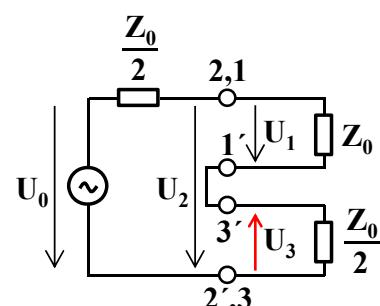
$$U_{h2} = U_2 - S_{22} U_{h2}$$

$$U_{h2} = \frac{U_2}{1+S_{22}} = \frac{2U_2}{3} \quad \& \quad U_2 = \frac{3U_0}{4}$$

$$a_2 = \frac{U_{h2}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = \dots = \frac{\frac{2}{3}U_2}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = \frac{\frac{2}{3}\frac{3}{4}U_0}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}\sqrt{Z_0}}$$

$$S_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

aus Symmetriegründen: $S_{12} = S_{13}$



- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (6/7)

Bestimmung von S_{32} :

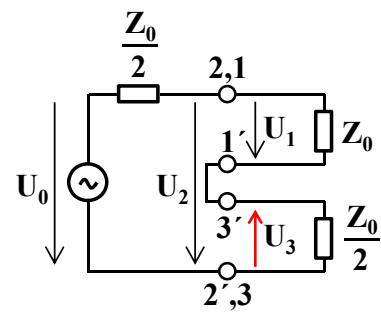
alle Größen auf \mathbf{U}_0 bezogen :

Speisung am Tor 2 :

$$S_{32} = \frac{b_3}{a_2} \Big|_{a_1=a_3=0}$$

$$a_2 = \frac{U_0}{\sqrt{2} \sqrt{Z_0}}$$

$$\left. \begin{array}{l} b_3 = \frac{U_{r3}}{\sqrt{\frac{Z_0}{2}}} \\ U_{r3} = U_3 \\ U_3 = -\frac{U_0}{4} \end{array} \right\}$$



$$S_{32} = -\frac{1}{2}$$

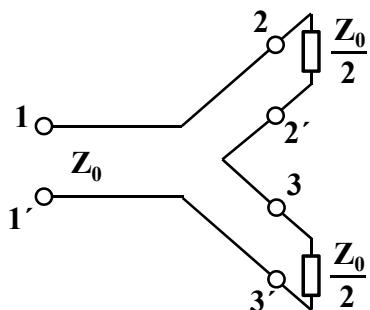
aus Symmetriegründen: $S_{32} = S_{23}$



- verlustlose Verzweigung mit verschiedenen Tor-Impedanzen (7/7)

Ergebnis :

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ \sqrt{2} & -1 & 1 \end{bmatrix}$$



... verlustlos!



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. **Leitungsschaltungen**
8. Mehrstufige Transformatoren und Filter



Leitungsschaltungen — Kapitelübersicht:

- Wilkinson-Leistungsteiler — Dreitor
- Prinzip der Gleichtakt-Gegentakt-Analyse
- 90°-Hybrid — Viertor
- Hybrid-Anwendungen und Beispiel einer planaren Schaltung
- 180°-Hybrid
- Balun
- balanced circuits
- Leitungskoppler
- S-Parameter-Messung mit Richtkopplern

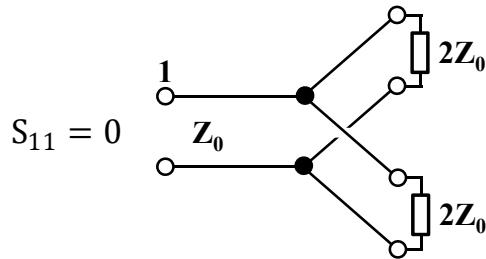
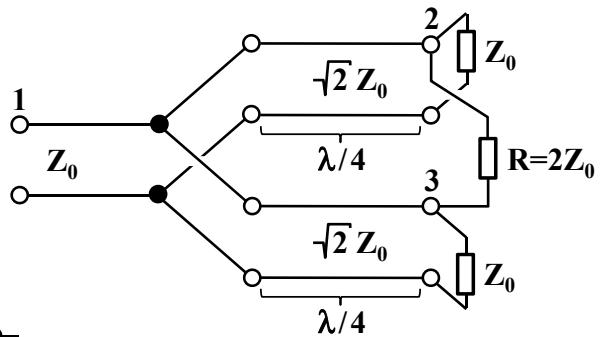


Leitungsschaltungen

Wilkinson – Leistungsteiler

- allseitig angepasstes (=reflexionsfreies) Dreitor,
- symmetrisch, reziprok und verlustbehaftet

- Bestimmung der S-Parameter:



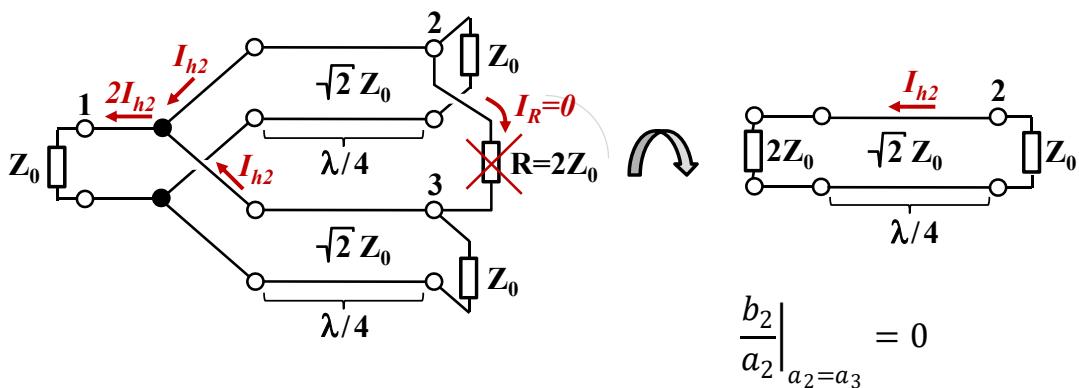
$$\dots \text{aus Symmetriegründen: } S_{21} = S_{31} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-j\beta \frac{\lambda}{4}\right) = \frac{-j}{\sqrt{2}}$$



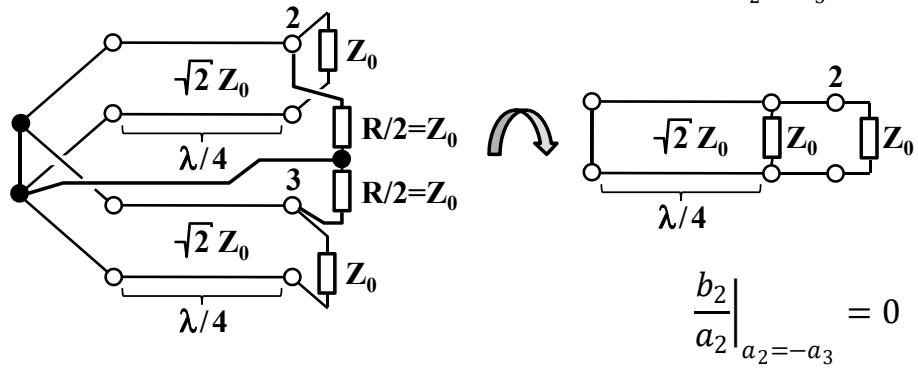
... Bestimmung von $S_{22} = S_{33}$ und $S_{23} = S_{32}$:

$$\dots a_1 = 0 : b_2 = S_{22}a_2 + S_{23}a_3 \quad \text{und} \quad b_3 = S_{23}a_2 + S_{32}a_3$$

$$\dots \text{Gleichtakt / „even“ Anregung: } a_2 = a_3 : \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_2=a_3} = S_{22} + S_{23}$$



$$\dots \text{Gegentakt / „odd“ Anregung: } a_2 = -a_3 : \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_2=-a_3} = S_{22} - S_{23}$$



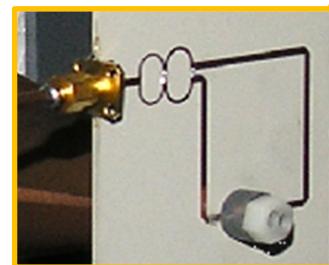
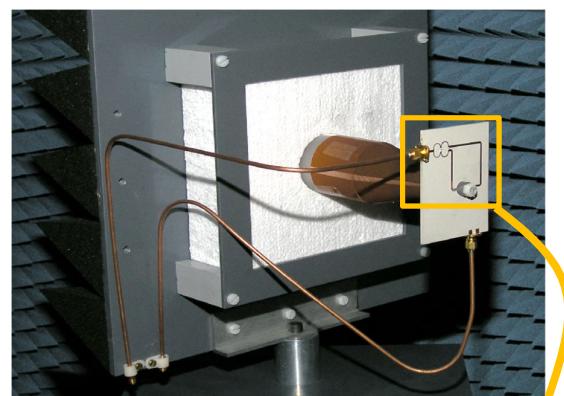
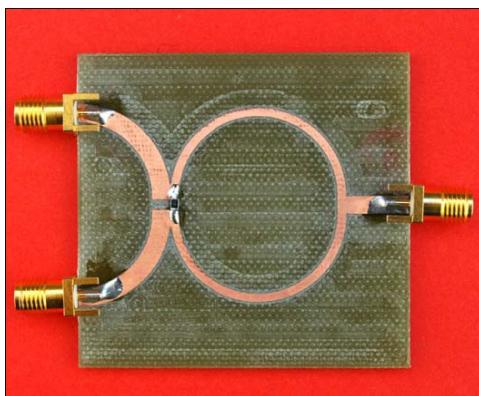
$$\dots \text{Gleichungssystem: } \begin{aligned} S_{22} + S_{23} &= 0 \\ S_{22} - S_{23} &= 0 \end{aligned} \quad \left. \right\} S_{22} = S_{23} = 0$$

$$[S] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

... ohne den Querwiderstand wären Tore 2 und 3 nicht angepasst und nicht entkoppelt!



Wilkinson-Teiler, Beispiele:

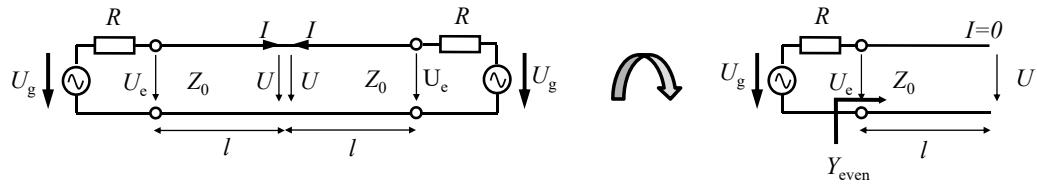


→ symmetrische Antennenspeisung mit zweistufigem (breitbandigen) Wilkinson-Teiler (und mit 180° Leitung als Phasenschieber)

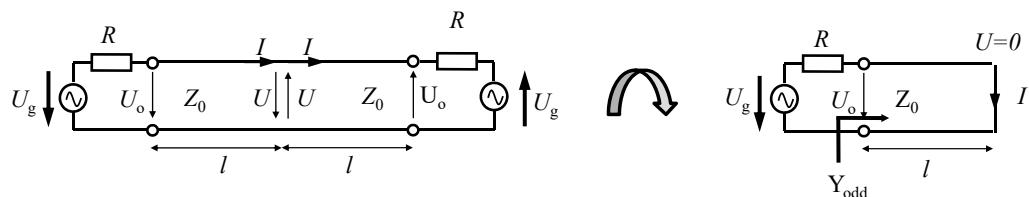


Gleich- und Gegentaktanregung:

- durch symmetrische bzw. antisymmetrische Anregung kann eine symmetrische Schaltung in zwei einfachere Teilschaltungen zerlegt werden, die häufig einfacher analysiert werden können.
- Durch **gleichphasige Anregung (even mode)** an den beiden Toren heben sich die Ströme in der Symmetrieebene auf, d.h., der Gesamtstrom in der Symmetrieebene ist Null (es genügt dann, eine durch die Symmetrieebene führende Leitung als halbe, leerlaufende Leitung zu betrachten).



- durch **gegenphasige Anregung (odd mode)** an den beiden Toren heben sich die Spannungen in der Symmetrieebene auf, d.h., die Gesamtspannung in der Symmetrieebene ist Null (es genügt dann, eine durch die Symmetrieebene führende Leitung als halbe, kurzgeschlossene Leitung zu betrachten).



Leitungskoppler:

grundlegende Struktur:

zwei Leitungen sind durch ihre Felder verkoppelt.

spezielle Struktur:

zwei Leitungen sind durch Leitungsstücke verkoppelt.

→ Hybridkoppler bzw. Hybride

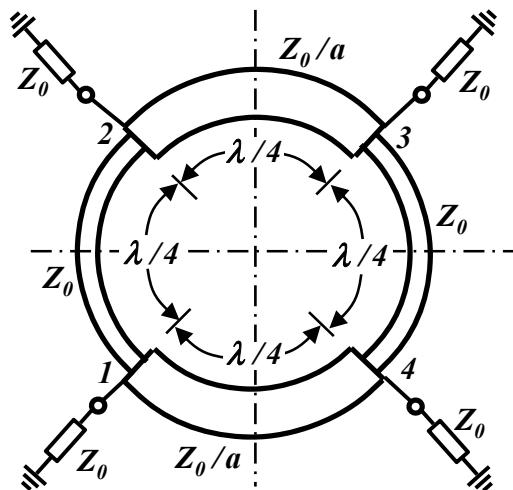
90° Hybrid:

auch: 90° Hybridkoppler,
90° Ringhybrid,
branchline coupler

zweifache Symmetrie – wird durch
zweifache even/odd-Analyse
charakterisiert (zunächst Tore 1+2,
dann Tore 3+4)

Phasendrehung über $\lambda/4$ -Leitung: $\beta L = 90^\circ$:

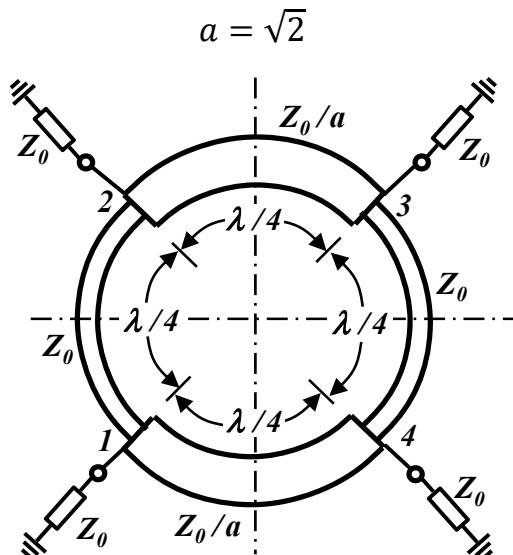
$$e^{-j\beta L} = e^{-j 90^\circ} = \cos(-90^\circ) + j \sin(-90^\circ) = -j$$



90° Hybrid – Eigenschaften:

- bei Speisung an Tor 1 wird die Leistung
hälftig zwischen Tor 3 und 4 aufgeteilt;
- das Signal am Tor 3 eilt jenem am Tor 4
um 90° hinterher;
- Tor 2 ist entkoppelt (d.h., kein Signal);
- alle Tore sind auf Z_0 angepasst;
- die Schaltung ist verlustlos;
- für die anderen Tore gilt
Entsprechendes.

$$[S] = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

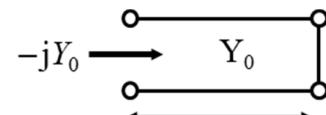
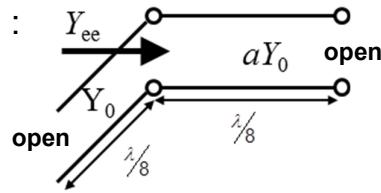


90° Hybrid – even-odd-Analyse (1/4):

Analyse der Torimpedanzen für die verschiedenen Symmetriefälle:

„i“ = even / „j“ = odd :

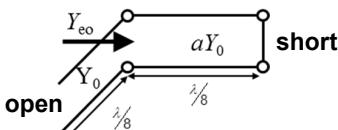
$$Y_{ee} = j Y_0 (1 + a)$$



$\lambda/8$



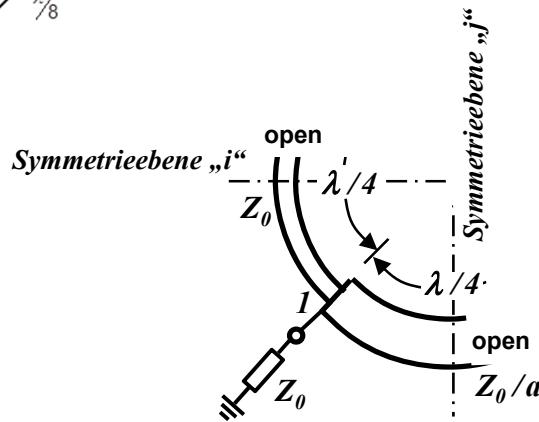
$\lambda/8$



$$Y_{eo} = j Y_0 (1 - a)$$

$$Y_{oe} = j Y_0 (-1 + a)$$

$$Y_{oo} = j Y_0 (-1 - a)$$



90° Hybrid – even-odd-Analyse (2/4):

- Analyse der Teilspannungen U_{ij}

$$U_1 = U_{ee} + U_{eo} + U_{oe} + U_{oo}$$

$$U_2 = U_{ee} + U_{eo} - U_{oe} - U_{oo}$$

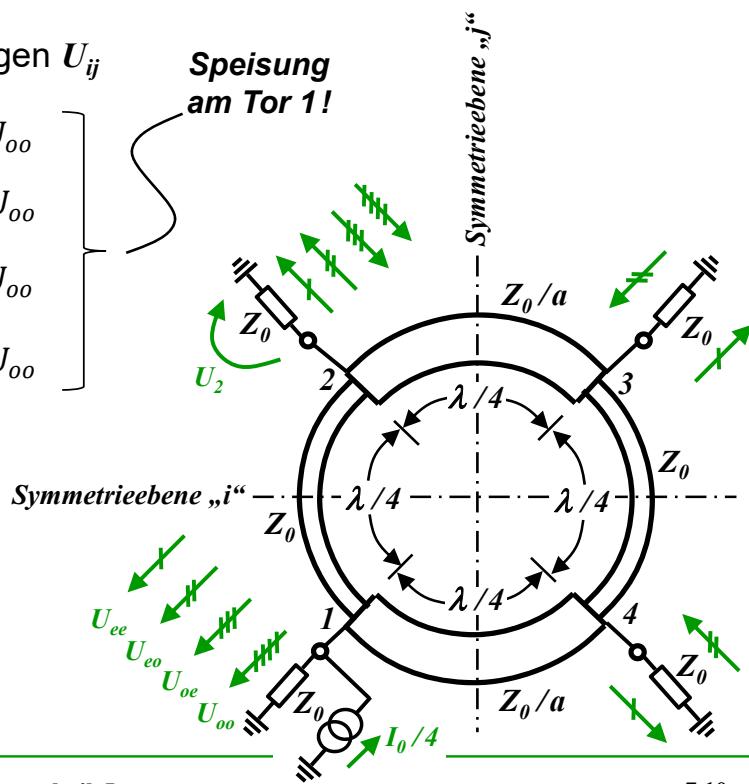
$$U_3 = U_{ee} - U_{eo} - U_{oe} + U_{oo}$$

$$U_4 = U_{ee} - U_{eo} + U_{oe} - U_{oo}$$

Speisung
am Tor!

$$U_{ij} = \frac{I_0}{4} (Z_0 \parallel Z_{ij})$$

$$= \frac{I_0}{4} \frac{1}{Y_0 + Y_{ij}}$$

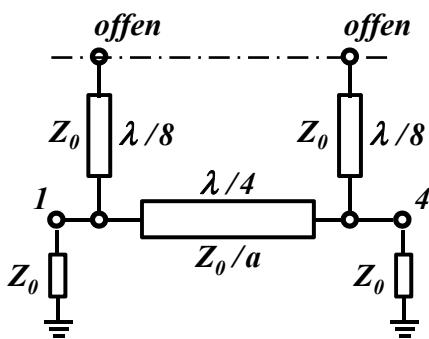


90° Hybrid – even-odd-Analyse (3/4):

- Anpassung am Tor 1 :

wenn Tor 1 sowohl unter „even“- als auch unter „odd“-Anregung angepasst ist, dann ist auch $S_{11} = 0$, wie jetzt gezeigt wird:

„even“ :



Eingangoadmittanz einer am Ende offenen $\lambda/8$ Leitung: $Y_{\text{open}} = +j Y_0$

normierte Admittanz bei „4“: $y_4 = 1 + j$

am Eingang des $\lambda/4$ -Trafo: a^2/y_4

am Tor 1 : $y_{\text{in}} = j + a^2/y_4$

$\rightarrow y_{\text{in}} = 1$ (Anpassung) für $a = \sqrt{2}$

„odd“ : ...

- aus Symmetriegründen: $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$



90° Hybrid – even-odd-Analyse (4/4):

- Isolation: $S_{21} = 0$, d.h., $U_2 = 0$ (wenn $S_{22} = 0$) :

$$U_2 = \frac{I_0}{4Y_0} \left(\frac{1}{1+j+ja} + \frac{1}{1+j-ja} - \frac{1}{1-j+ja} - \frac{1}{1-j-ja} \right) = 0$$

$$a = \sqrt{2}$$

- Transmission & Reflexion :

$$U_1 = \frac{I_0}{2Y_0}$$

$$U_3 = -\frac{I_0}{2\sqrt{2} Y_0}$$

$$U_4 = -j \frac{I_0}{2\sqrt{2} Y_0}$$

$$\frac{U_3}{U_1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = S_{31}$$

$$\frac{U_4}{U_1} = -\frac{j}{\sqrt{2}} = S_{41}$$

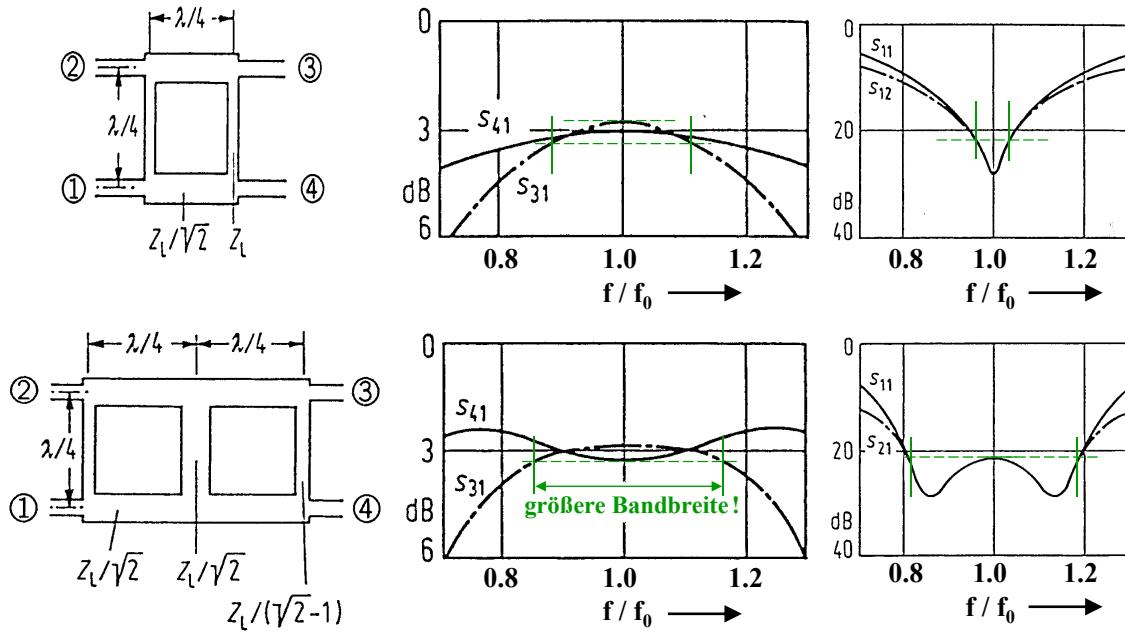
$$\begin{array}{l} S_{11} = 0 \\ S_{33} = 0 \\ S_{44} = 0 \end{array}$$

An allen Toren liegt Anpassung vor. Die Leistung wird auf jeweils zwei Tore gleichmäßig aufgeteilt (3 dB-Koppler). Die Phasen der beiden Teilsignale unterscheiden sich um 90°.

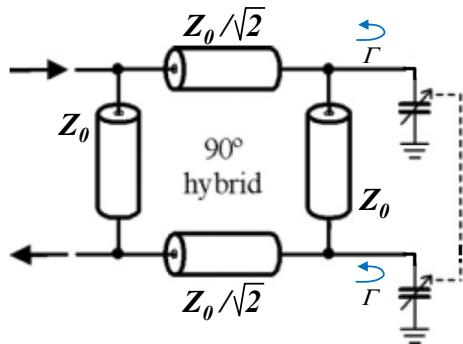


90° Hybrid – Bandbreite:

- Eigenschaften basieren auf $\lambda/4$ -Trafo, d.h., nur bei einer Frequenz!



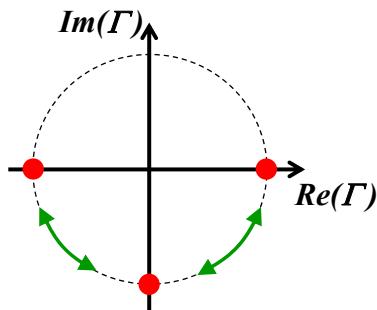
90° Hybrid – Anwendung Phasenmodulator:



$$C = 0 \rightarrow \Gamma = 1$$

$$C = \frac{1}{\omega Z_0} \rightarrow \Gamma = -j$$

$$C \rightarrow \infty \rightarrow \Gamma = -1$$



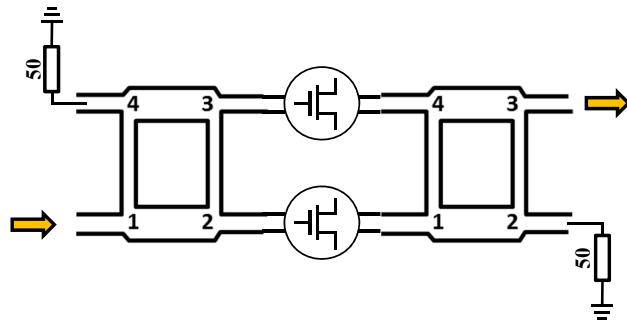
$$\angle S_{21} = \angle \Gamma + \varphi_0$$

z.B. BPSK

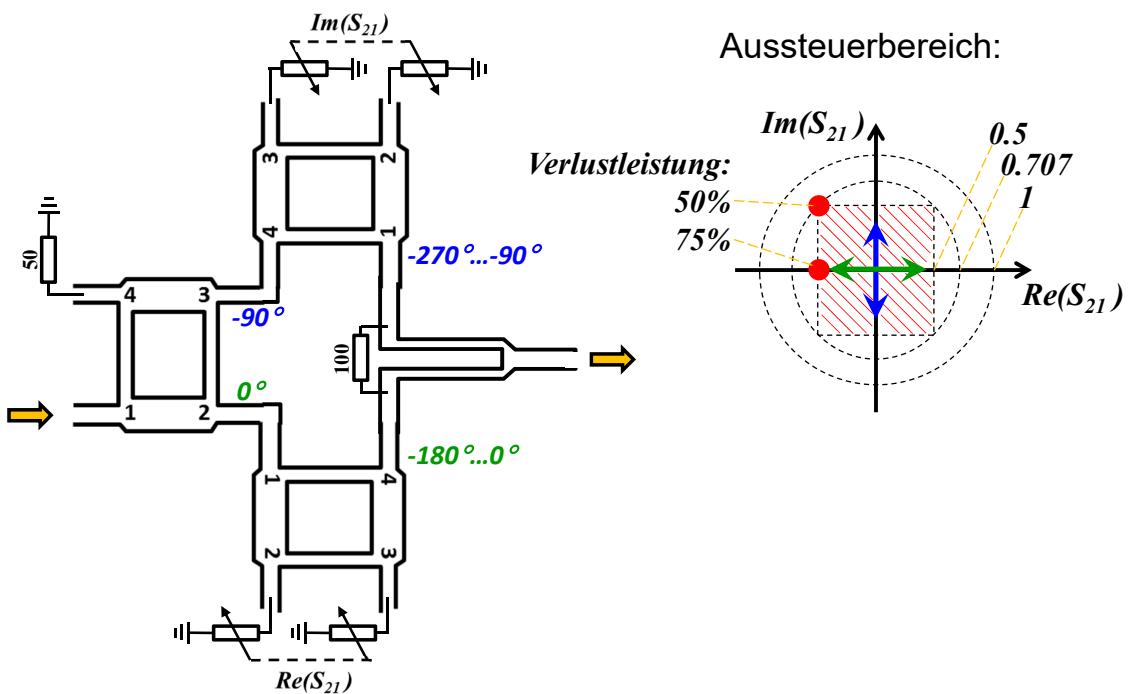


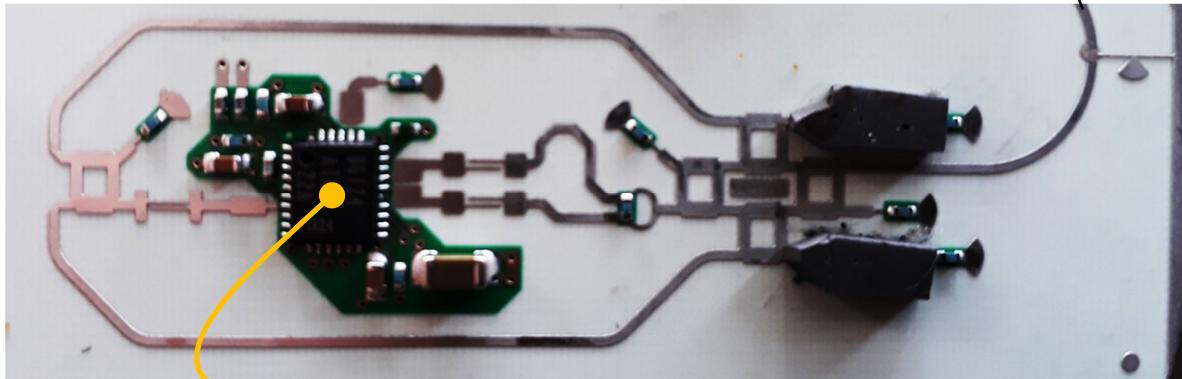
90° Hybrid – LNA (low noise amplifier):

- minimale noise figure tritt i.d.R. nicht bei Impedanzanpassung auf

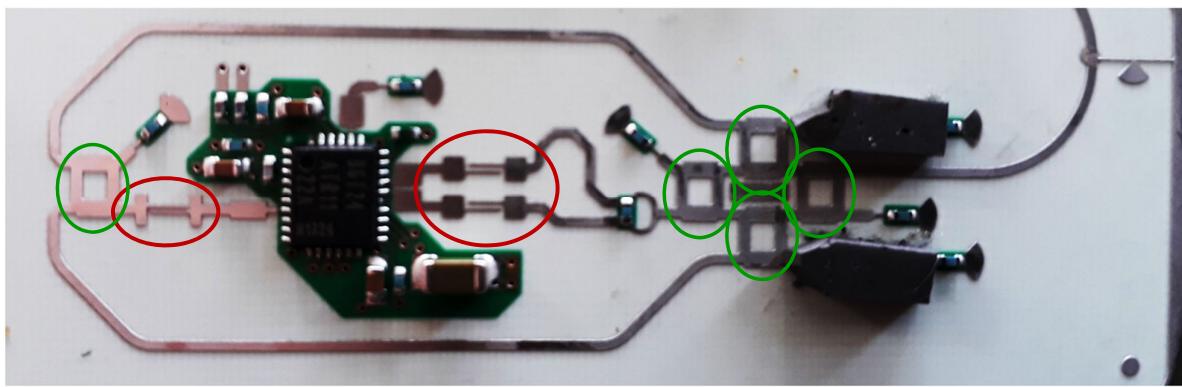
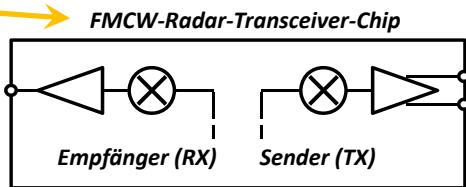


90° Hybrid – Anwendung Vektormodulator:



Beispiel „Hybrid Microwave Circuit“ (1/6) :Radar Front-End Circuit @ 24 GHz ($\lambda_0 = 12,5 \text{ mm}$)

Kritisch ist die
Entkopplung des
Sendesignals vom
Empfangseingang!

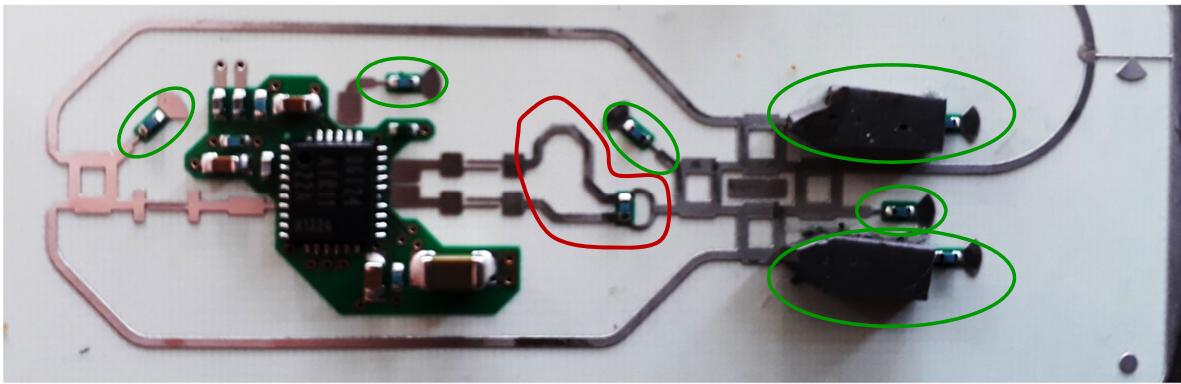


Leiterplattenmaterial „weiss-grau“: HF-Dielektrikum
Leiterplattenoberfläche „grün“: Lötstop-Material im Bereich SMT

Serienkapazität entkoppelt DC vom Chip,
bei HF wird die Serieninduktivität (= sehr dünne Leitungen) an
beiden Enden durch Kapazitäten nach Masse kompensiert.

90° - 3dB - Hybrid.





Die TX-Ausgänge (im Gegentakt, d.h., 180° Phasenunterschied) werden durch $\lambda_g/2$ – Umwegleitung gleichphasig und danach mit Wilkinson-3-Tor addiert.

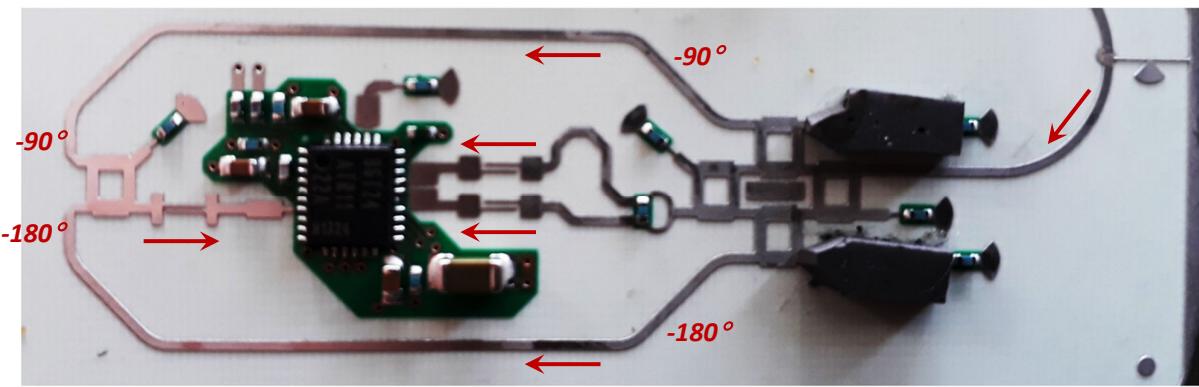
Die Reaktanz des 50-Ohm-Abschlusswiderstandes wird durch eine Serieninduktivität kompensiert. Anstelle einer Durchkontaktierung („via“) nach Masse (mit unzulässig großer Induktivität) wird ein „radial stub“ verwendet. Ein Stück Absorber-Kunststoff verbessert die Anpassung oder/und vergrößert die thermisch maximale absorbierbare Leistung.



Ein „DC return“ verbindet die HF-Leitung bei DC mit Masse. Wichtig für Bias und (hier) für ESD-Schutz.

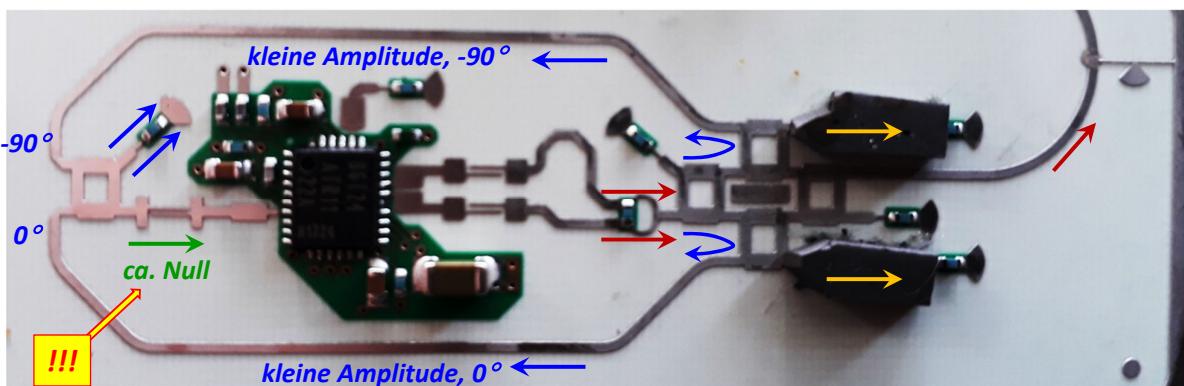
- Eine minimal schmale Leitung (mit maximaler Impedanz) stört an der Verzweigung die HF-Leitung nur wenig (Limit: Leiterplattentechnologie).
- Wenn bei $\lambda_g/4$ ab Verzweigung eine HF-Masse vorliegt, dann transformiert sich diese zur Verzweigung hin in eine unendliche Impedanz, die HF-Leitung wird also (schmalbandig) gar nicht gestört.





Pfad des Empfangssignales:

- Die Hälfte der Empfangsleistung teilt sich auf die beiden TX-Ausgänge auf – das ist schade, stört aber die Sendeverstärker nicht, weil das Empfangssignal sehr sehr klein ist.
- Die andere Hälfte (-3dB) der Empfangsleistung addiert sich phasenrichtig am Empfängereingang des Chips.



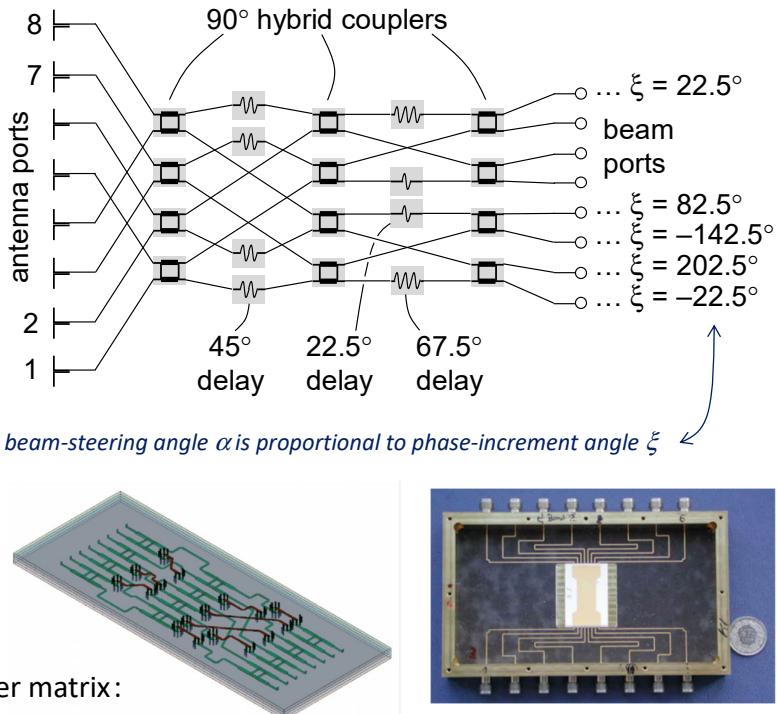
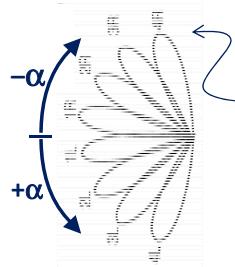
Pfad des Sendesignales:

- Die Hälfte der Sendeleistung geht auf die Leitung Richtung Antenne, je ein Viertel geht in die beiden „großen“ Absorber (gelber Pfeil).
- Die Isolation der 90°-Hybride ist nicht perfekt (blauer Pfeil), also laufen Signale mit „kleiner Amplitude“ nach links.
- Am Hybrid am Empfängereingang addieren sich die beiden Signale „kleiner Amplitude“ phasenrichtig im 50-Ω-Widerstand. Zum Empfänger-eingang kommt dann nur ein Fehlersignal mit „sehr kleiner Amplitude“.



90° Hybrid – Anwendung Butlermatrix:

- Speisung von Antennenarrays zur (ggf. gleichzeitigen) Ausbildung unterschiedlicher Hauptkeulen:



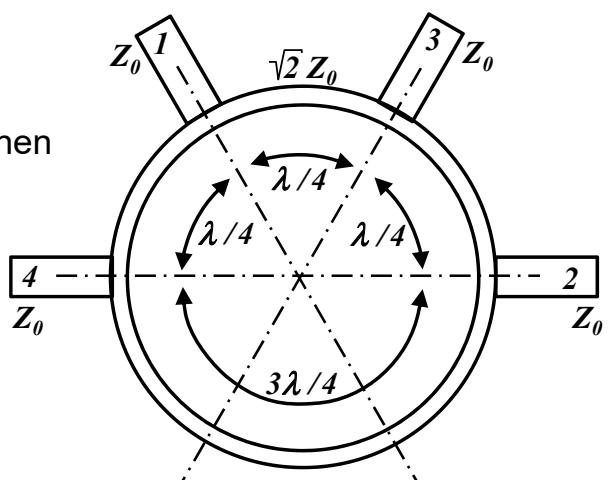
60 GHz 4-layer LTCC Butler matrix:



180° Hybrid – „Ratrace“ :

- bei Speisung an Tor 1:
 - . wird die Leistung hälftig zwischen Tor 3 und 4 aufgeteilt,
 - . die Signale an den Toren 3,4 sind in Phase,
 - . Tor 2 ist entkoppelt.
- bei Speisung an Tor 2:
 - . wird die Leistung hälftig zwischen Tor 3 und 4 aufgeteilt,
 - . das Signal an Tor 4 eilt dem Signal an Tor 3 um 180° nach,
 - . Tor 1 ist entkoppelt.

$$[S] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



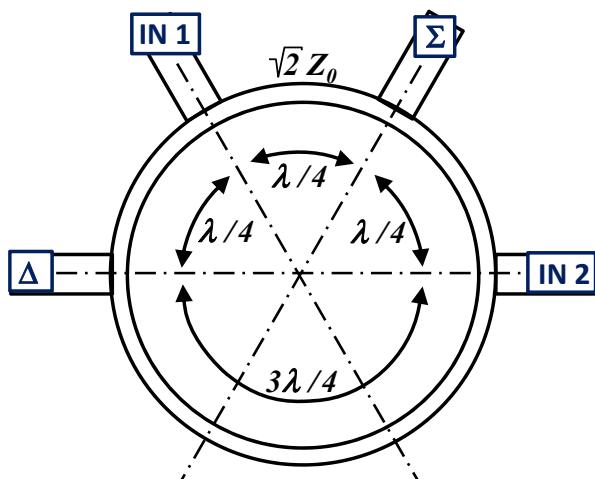
180° Hybrid – „Ratrace“ :

- bei gleichzeitiger Speisung zweier (mglw. unterschiedlicher) Signale an Tor 1 und Tor 2:
 - . keine Überkopplung von 1 nach 2
 - . die Summe beider Signale ist am Tor 3,
 - . die Differenz der Signale ist am Tor 4.
- alle Tore sind auf Z_0 angepasst;
- die Schaltung ist verlustlos;

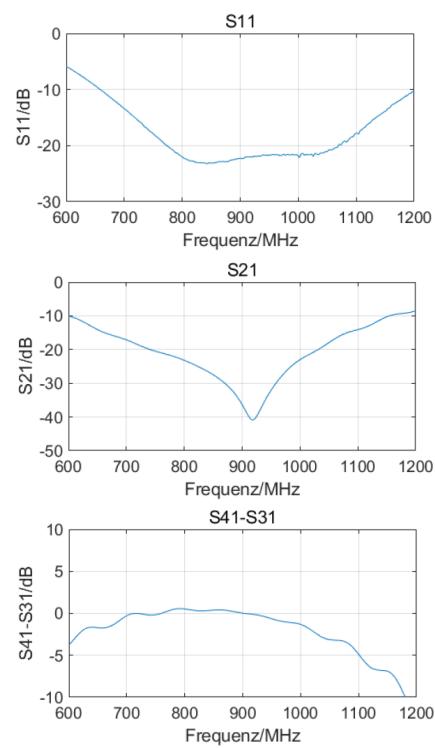
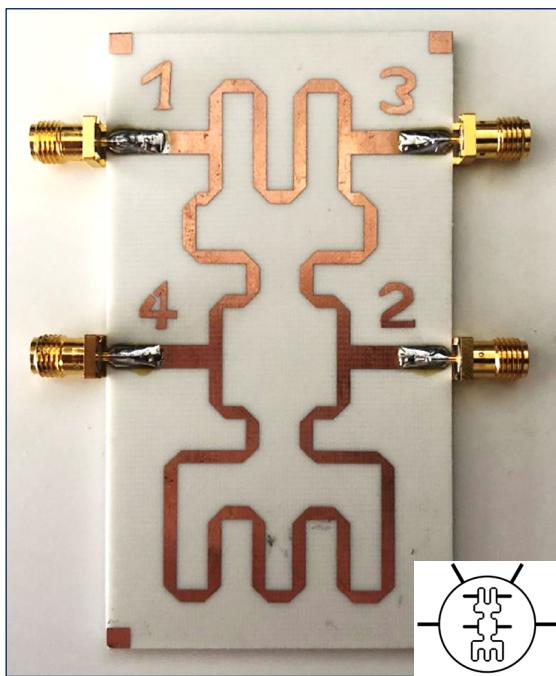
Analyse:

- even/odd mit 1 Symmetrie ...

$$[S] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



180° Hybrid – „Ratrace“, Realisierung „gefaltet“ zur Platzersparnis:



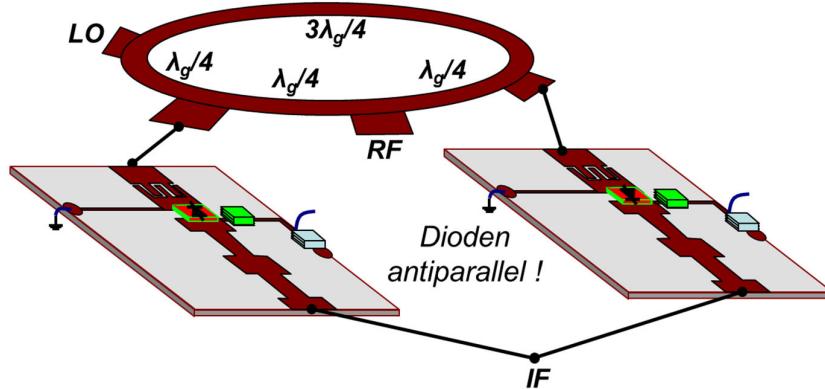
[Yizhang Li 2019]



180° Hybrid – „Ratrace“, Anwendungsbeispiel 1 :

- Gegentaktmischer (balanced mixer)

- mit 180° Hybrid (rat-race)



- Vorteile: LO-RF-Isolation, LO AM Rauschunterdrückung, einige Harmonische unterdrückt

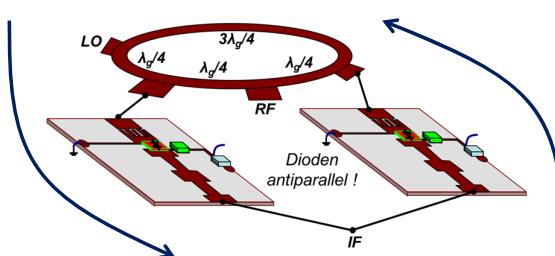


180° Hybrid – „Ratrace“, Beispiel „balanced mixer“

down-conversion:

Die linke Diode sieht die Summe RF+LO, die rechte Diode sieht die Differenz RF-LO. Das LO-Signal ist „groß“ und schaltet die Dioden. Weil aber die Dioden anti-parallel verbunden sind, ist die an den jeweiligen Dioden erzeugte IF in-phase und kann am Ausgang des Mischers addiert werden.

Filter: Das IF-Signal gelangt nicht zum Hybrid wegen des Serien-C (Hochpass).



Filter: LO-Signal und RF-Signal (beide mit ähnlicher, hoher Frequenz) gelangen nicht an die IF-Anschlüsse wegen des *stepped-impedance* Tiefpass-Filters.

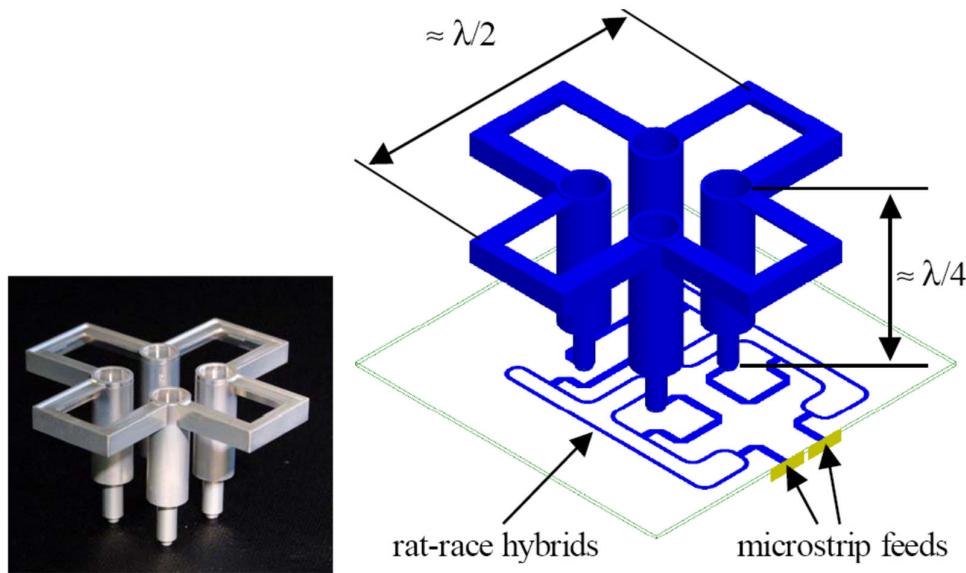
up-conversion:

Jede Diode sieht die IF in-phase. Die Dioden werden durch das „große“ LO-Signal in-phase geschaltet (weil: 180° Phasendifferenz des LO und anti-parallele Dioden). Also ist das an den Dioden erzeugte RF-Signal in-phase und kombiniert am Ausgang „RF“ des Hybrids.



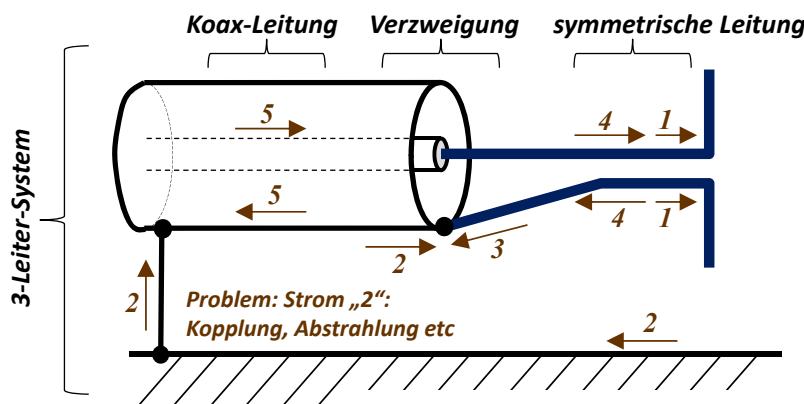
180° Hybrid – „Ratrace“, Anwendungsbeispiel 2 :

- Speisung von „balanced“ Schaltungen (\rightarrow balun), z.B. Dipol-Antennen :

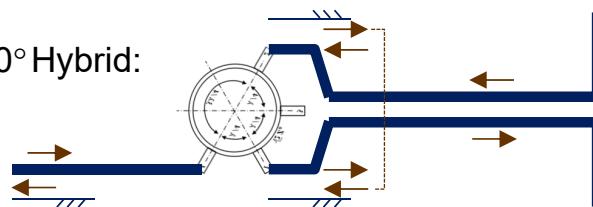


180° Hybrid als Balun :

- Übergang von asymmetrischer Leitung auf symmetrische Leitung:



- Lösung: mittels 180° Hybrid:



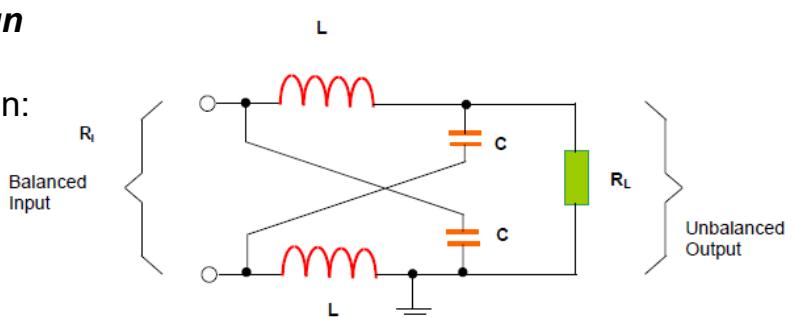
Bauformen eines Balun

- Transformer:
 - sehr große Bandbreite
 - Impedanztransformation einfach möglich
 - limitierte obere Grenzfrequenz (wenige GHz)

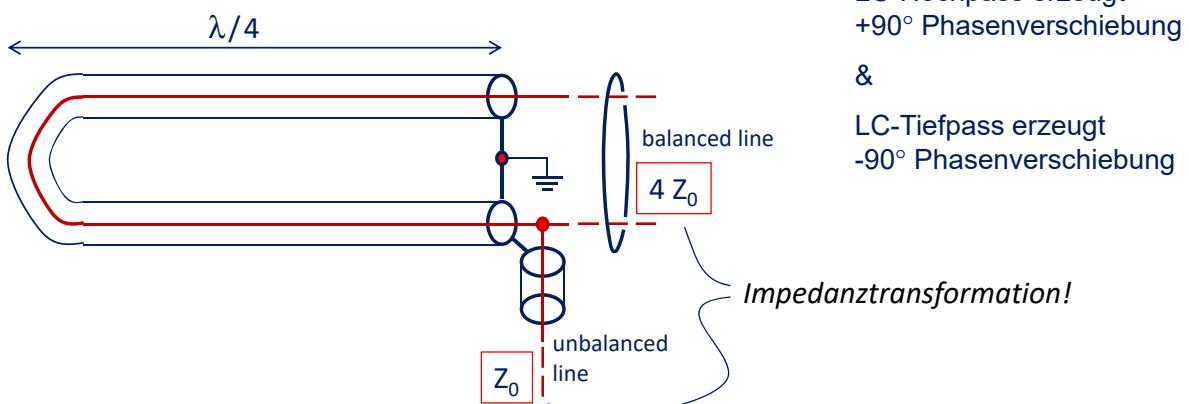


Bauformen eines Balun

- lattice balun / LC-balun:



- $\lambda/2$ – Umwleitung:



LC-Hochpass erzeugt
+90° Phasenverschiebung
&
LC-Tiefpass erzeugt
-90° Phasenverschiebung

Impedanztransformation!

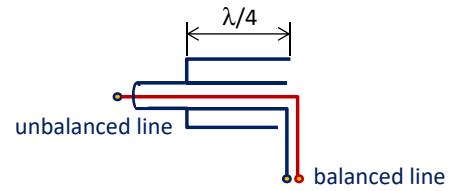


Bauformen eines Balun

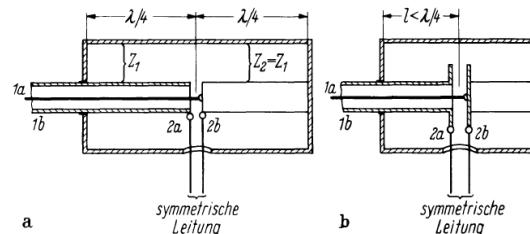
- „Symmetriertopf“ / „choke balun“

Welle zwischen Außenleiter der unsymmetrischen Leitung und Masse wird durch die hohe Impedanz eines „choke“ (= am Ende kurzgeschlossene Leitung der Länge $\lambda / 4$) unterdrückt

„Bazooka“ oder „sleeve“ Balun:
schmalbandig weil „unsymmetrisch“



„colinear“ oder
symmetrischer Balun:
breitbandiger

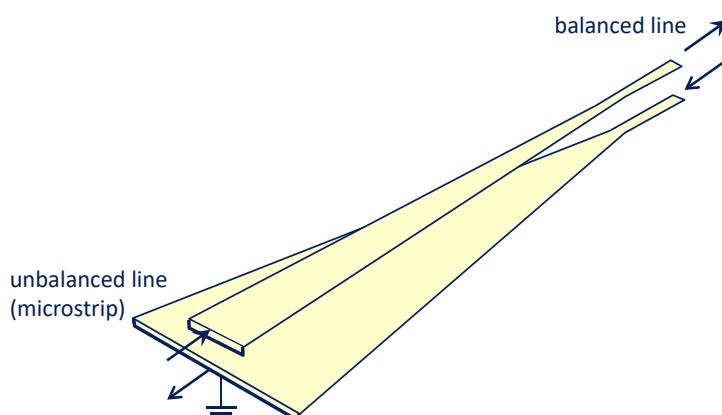
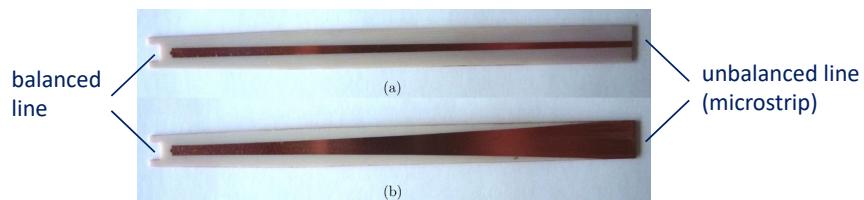


[Zinke Brunswig]



Bauformen eines Balun

- tapered line:



tapered feedline for
Vivaldi antenna:



Balanced circuits

- Dreileitersystem: zwei Signalleitungen und Masse (*ground*); symmetrisch
 - Gegentaktmode: Ströme auf Signalleitungen 180° phasenversetzt; kein Strom auf Masse
 - Gleichtaktmode: Ströme auf Signalleitungen in Phase; Masse: doppelter Strom in Gegenrichtung
 - bei (bestenfalls und nahezu) ausschließlicher Verwendung des Gegentaktmode:
 - große Immunität auf Störungen/Rauschen auf der Masse (diese z.B. durch Stromversorgung im Zusammenspiel mit digitalen Schaltungsteilen)
 - große Immunität auf EMI (*electromagnetic interference*), d.h. auf induktive Einkopplung in Leiter- (Strom-) Schleifen (da die beiden Signalleitungen meist nahe beieinander liegen (und ggf. verdrillt sind) wogegen die Masse „weiter weg“ ist)
- ... die allgemeine Stromverteilung lässt sich stets als Linearkombination von Gegentaktmode und Gleichtaktmode darstellen!



Balanced circuits

- viele schaltungstechnische Vorteile. Aber:
kompliziertere Messtechnik („vernünftige“ Verbinder, Kabel und Kalibrations-Standards existieren nicht)

- Zweitor + 2 Moden je Tor \rightarrow 4-Tor-S-Matrix

die allgemeine Stromverteilung lässt sich stets als Linear-kombination von

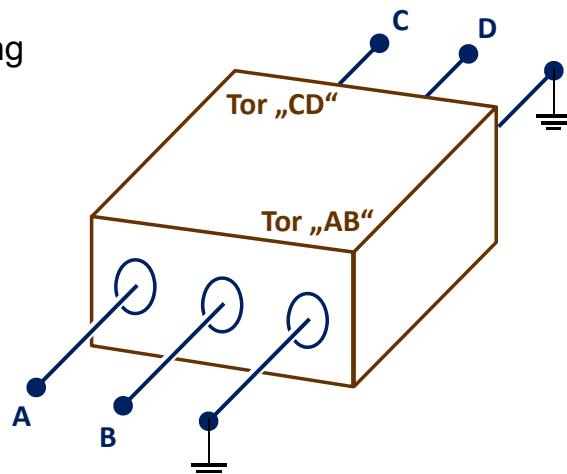
differential mode

(= Gegentaktmode) und

common mode

(= Gleichtaktmode)

darstellen



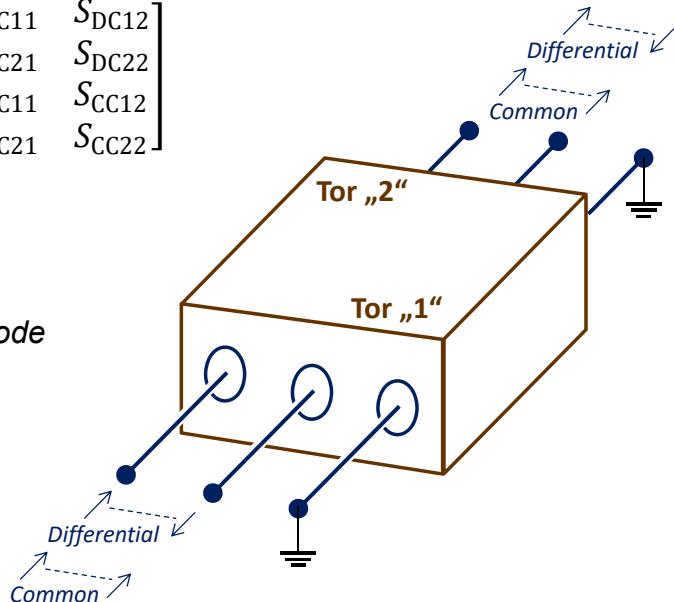
Balanced circuits

- „mixed-mode“ S-Matrix:

$$[S_{\text{balanced}}] = \begin{bmatrix} S_{DD11} & S_{DD12} & S_{DC11} & S_{DC12} \\ S_{DD21} & S_{DD22} & S_{DC21} & S_{DC22} \\ S_{CD11} & S_{CD12} & S_{CC11} & S_{CC12} \\ S_{CD21} & S_{CD22} & S_{CC21} & S_{CC22} \end{bmatrix}$$

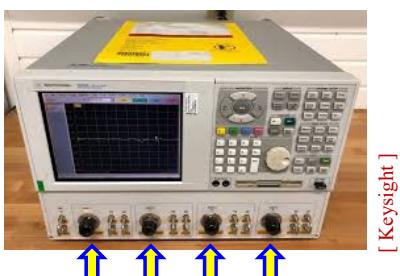
... die Anregung mit dem *differential mode* am Tor 1:

- reflektiert in den *differential mode* am Tor 1 (S_{DD11})
- transmittiert in den *differential mode* am Tor 2 (S_{DD21})
- reflektiert am Tor 1 in den *common mode* (S_{CD11})
- transmittiert in den *common mode* am Tor 2 (S_{CD21})

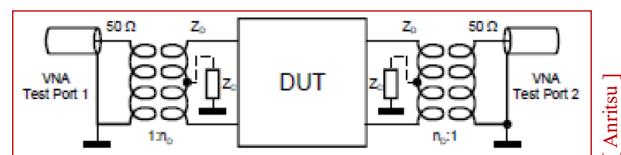


Balanced circuits

- Messung der „mixed-mode“ 2-Tor-S-Matrix kann mit dem (teuren!) 4-Tor-„single-ended“-Netzwerkanalysator erfolgen:



- einfachere Messung mit Baluns – aber diese Messung ist ggf. *) unvollständig, selbst wenn die Baluns „bekannt“ sind und „herausgerechnet“ werden:



*) mehrere Messungen mit verschiedenen Baluns ergeben theoretisch die vollständige „mixed-mode“ S-Matrix



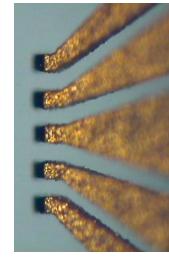
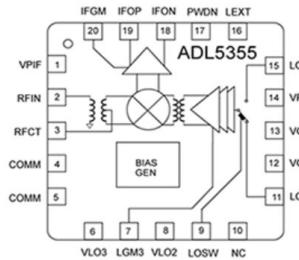
Balanced circuits – Beispiele:

- verdrillte Zweidrahtleitung (*twisted pair*):



[Dätwyler]

- aktive integrierte Schaltung:



[FormFactor]

- Dipol-Antenne (siehe: Baluns)
- Übersprechen in *multi-conductor* Leitungen (*NEXT, FEXT*)



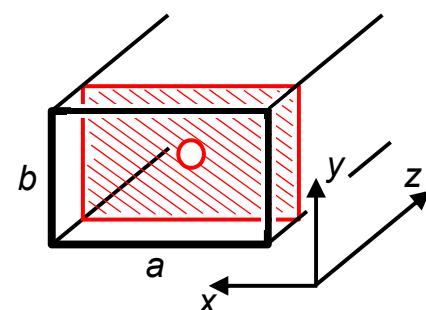
Leitungskoppler — Einlochkoppler:

- elektrisches und magnetisches Feld koppeln durch ein kleines Loch in einer leitenden Fläche:



- z.B.: kleines Loch in einer metallischen Querwand im Rechteckhohlleiter:

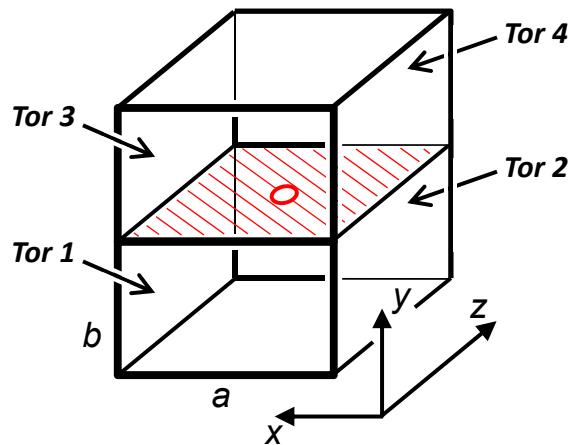
- . Verkopplung nur über H_x
- . entspricht einer Shunt-Induktivität



- ein Loch in der Mitte der Deckfläche koppelt zwei Rechteckhohlleiter:
 - . Kopplung durch E_y und H_x
 - . für kleines Loch (Lochradius r) gilt: $S_{11} \approx 0$ und $S_{21} \approx 1$
 - . für dünne Wandstärke:

$$S_{31} = -j \frac{2\omega r^3}{v_{ph} 3ab} \left(2 + \frac{1}{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \right)$$

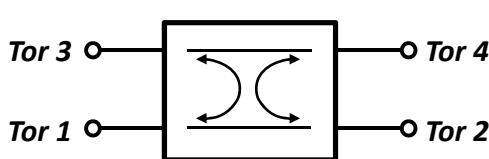
$$S_{41} = j \frac{2\omega r^3}{v_{ph} 3ab} \left(2 - \frac{1}{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \right)$$



. also für $f = \frac{c}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot f_{\text{cutoff}}$ ist $S_{41} = 0 \rightarrow \underline{\text{Richtkoppler}}$



- Richtkoppler (Rückwärtskoppler) Definitionen:



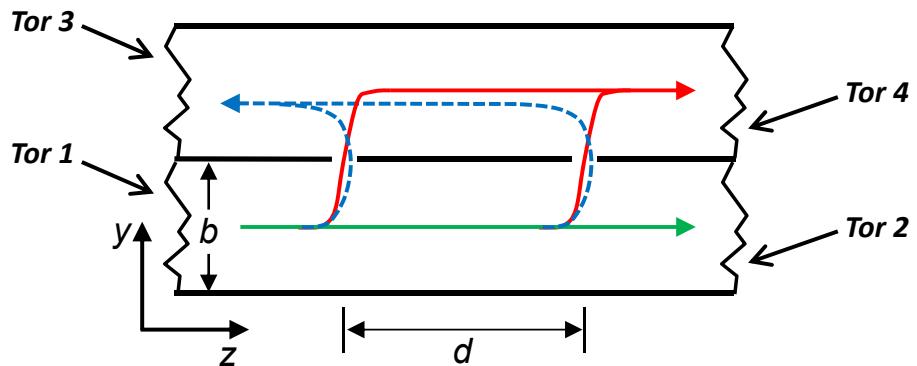
$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & (S_{14}) \\ S_{12} & 0 & (S_{14}) & S_{13} \\ S_{13} & (S_{14}) & 0 & S_{12} \\ (S_{14}) & S_{13} & S_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

- . im Idealfall ist $S_{14} = 0$
- . „Durchlassfaktor“ S_{12}
- . „Koppelübertragungsfaktor“ S_{13}
- . „Richtfaktor“ / „directivity“ $A_R = \frac{S_{13}}{S_{14}}$, $A_R|_{\text{dB}} = 20 \log \frac{S_{13}}{S_{14}}$

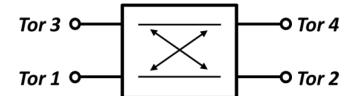


Leitungskoppler — Zweilochkoppler :

- Nachteile des Einlochkopplers:
schmalbandig und kleiner Koppelübertragungsfaktor
- Zweilochkoppler:

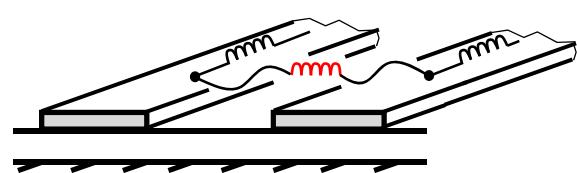
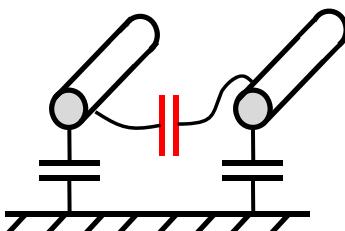


. für $d = \frac{\lambda_g}{4}$ ist (bei kleiner Kopplung) $S_{31} = 0$

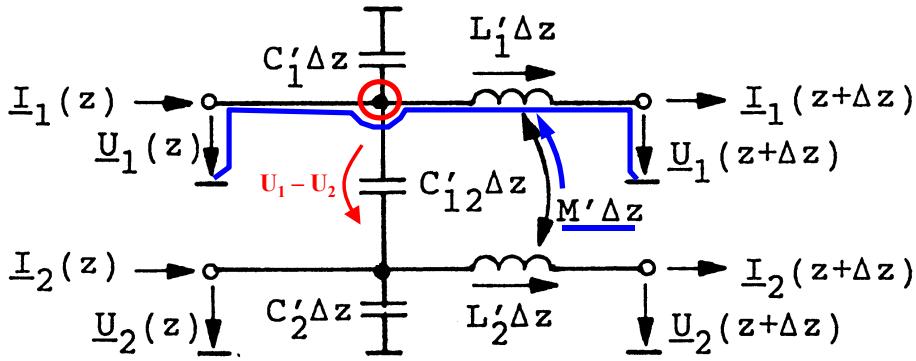


Leitungskoppler mittels gekoppelter Leitungen, Variante 1 :

- wichtig für die Analyse von Kopplern mit verteilter Interaktion zwischen zwei Leitungen
- auch wichtig für Analyse unerwünschter Kopplungen:
 - . EMV-Problematik,
 - . Nebensprechen in (langen) schwach gekoppelten Leitungen
 - NEXT (*near end cross talk*)
 - FEXT (*far end cross talk*)
- Beschreibung durch Koppelkapazitäten und Koppelinduktivitäten:



- differentiell kurzes (längshomogenes) Leitungsstück:



Knoten: $I_1(z) = j\omega C'_1 \Delta z U_1 + j\omega C'_{12} \Delta z (U_1 - U_2) + I_1(z + \Delta z)$

Masche: $U_1(z) = U_1(z + \Delta z) + j\omega L'_1 \Delta z I_1(z + \Delta z) + j\omega M' \Delta z I_2(z + \Delta z)$

schwache Kopplung: $I_{1,2}(z + \Delta z) \approx I_{1,2}(z)$



- differentiell kurzes (längshomogenes) Leitungsstück:

$$\frac{I_1(z + \Delta z) - I_1(z)}{\Delta z} = -j\omega(C_1 + C_{12})U_1 + j\omega C'_{12}U_2 \quad \dots \text{ergibt sich direkt aus obiger Knotengleichung}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI_1}{dz} &= -j\omega(C'_1 + C'_{12})U_1 + j\omega C'_{12}U_2 \\ \frac{dI_2}{dz} &= -j\omega(C'_2 + C'_{12})U_2 + j\omega C'_{12}U_1 \\ \frac{dU_1}{dz} &= -j\omega L'_1 I_1 - j\omega M' I_2 \\ \frac{dU_2}{dz} &= -j\omega L'_2 I_2 - j\omega M' I_1 \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\dots \text{gekoppelte DGLs, Entkopplung über Gleichtakt- und Gegentakt-Anregung (even / odd modes):} \\ &U_e = U_1 + U_2 \\ &U_o = U_1 - U_2 \\ &I_e = I_1 + I_2 \\ &I_o = I_1 - I_2 \end{aligned}$$

... Vereinfachung: gleiche Leitungen



$$\left. \begin{array}{l} \frac{dI_e}{dz} = -j\omega C' U_e \\ \frac{dU_e}{dz} = -j\omega(L' + M') I_e \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{dI_o}{dz} = -j\omega(C' + 2C'_{12}) U_o \\ \frac{dU_o}{dz} = -j\omega(L' - M') I_o \end{array} \right\}$$

$$Z_{\text{even}} = \sqrt{\frac{L' + M'}{C'}} \quad Z_{\text{odd}} = \sqrt{\frac{L' - M'}{C' + 2C'_{12}}}$$

$$v_e = \frac{1}{\sqrt{(L' + M')C'}} \quad v_o = \frac{1}{\sqrt{(L' - M')(C' + 2C'_{12})}}$$

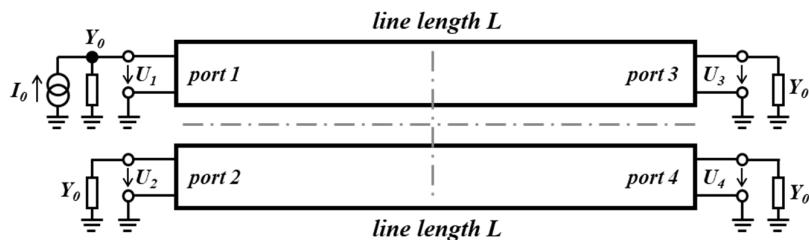
- wenn $v_e = v_o$: $\frac{Z_{\text{even}} - Z_{\text{odd}}}{Z_{\text{even}} + Z_{\text{odd}}} = \frac{M'}{L'} = \frac{C'_{12}}{C' + C'_{12}} = k$! ... Koppelfaktor



$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} ; \quad Z_{\text{even}} = Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} ; \quad Z_{\text{odd}} = Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} ; \quad Z_0 = \sqrt{Z_{\text{even}} Z_{\text{odd}}}$$

Ziel ist die Analyse, bzw. die Bestimmung der 4-Tor S-Matrix, des ***coupled line directional couplers***, bzw. Richtkopplers.

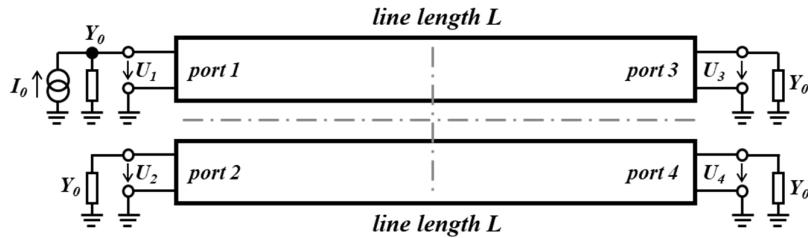
Zur Vereinfachung weist diese Struktur zwei Symmetrieebenen auf (siehe Strickpunktlinien in der Abbildung).



Diese Analyse kann dadurch erfolgen, dass am ersten Tor, z.B. Tor 1, eine Quelle angeschlossen wird und dass alle anderen Tore quellenfrei mit der Referenzimpedanz, bzw. Referenzadmittanz, abgeschlossen werden. ...



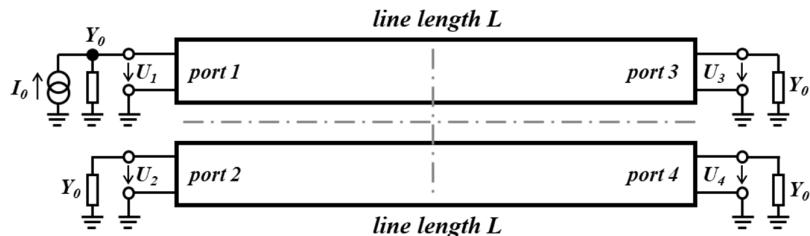
... Danach wird ermittelt, welche Signalanteile aus den Toren 1,2,3,4 „herauslaufen“. Aus Symmetriegründen ist damit dann die gesamte 4-Tor S-Matrix bestimmt.



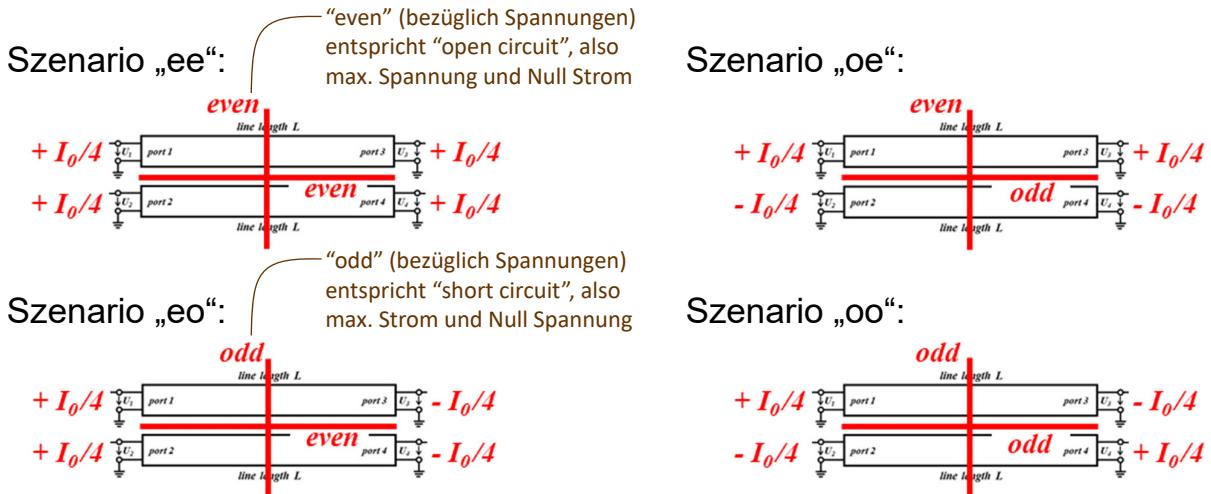
Allerdings ist diese Vorgehensweise aufwendig. Viel geringer ist der Aufwand, wenn viermal ein Viertel dieser Schaltung analysiert wird, zumal aufgrund der Symmetrien dieses „Viertel“ besonders einfach bestimmbar ist, wenn eine **Gleichtakt-Gegentakt-Analyse** durchgeführt wird.



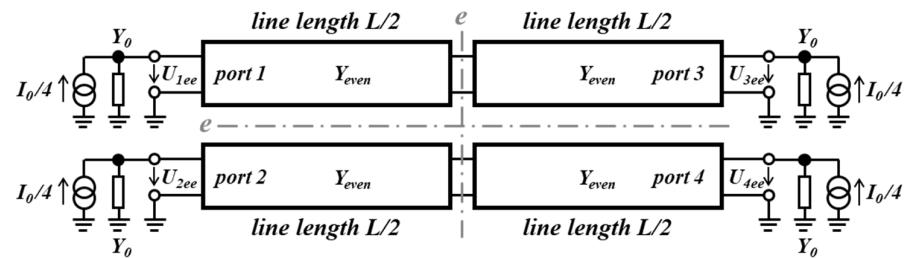
Bei der Gleichtakt-Gegentakt-Analyse (*even-odd analysis*) wird die Schaltung mit 4 Quellen an den 4 Toren **gleichzeitig** so angeregt, dass sich die Symmetrieebenen als „Kurzschluss“- bzw. „offen“-Ebenen darstellen (null Spannung an der Kurschlussebene und null Strom an der „offen“-Symmetrieebene). Weil es zwei Symmetrieebenen gibt, die jeweils 2 „Zustände“ haben können, können insgesamt 4 Szenarien mit 4 unterschiedlichen Anregungen der Gesamtschaltung gefunden werden.



Die Addition der Quellen der 4 Szenarien der Gesamtschaltung an den jeweiligen 4 Toren ergibt wieder das Szenario mit der alleinigen Anregung am Tor 1: Am Tor 1 addieren sich alle vier Spannungen der 4 Varianten der Gesamtschaltung, während sie sich an den 3 anderen Toren jeweils zu Null addieren bzw. subtrahieren. Das wird in der nebenstehenden Abbildung mit „+“ und „-“ symbolisiert.



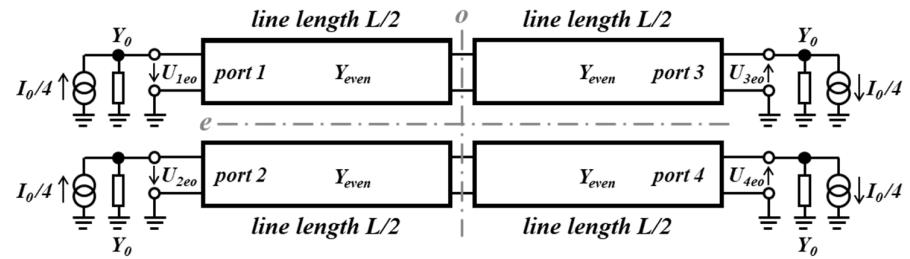
Szenario „even-even“



1st index: "even" (open circuit @ horizontal symmetry)

2nd index: "even" (open circuit @ vertical symmetry)

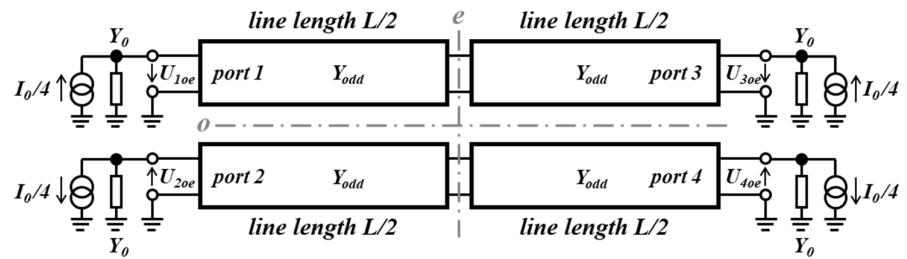
Szenario „even-odd“



1st index: "even" (open circuit @ horizontal symmetry)

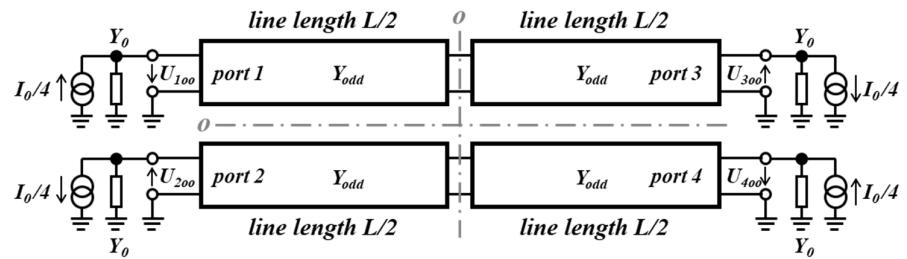
2nd index: "odd" (short circuit @ vertical symmetry)



Szenario „odd-even“


1st index: "odd" (short circuit @ horizontal symmetry)

2nd index: "even" (open circuit @ vertical symmetry)

Szenario „odd-odd“


1st index: "odd" (short circuit @ horizontal symmetry)

2nd index: "odd" (short circuit @ vertical symmetry)



Die Anregung an allen 4 Toren gleichzeitig erzeugt in den Symmetrieebenen schaltungäquivalente Fälle von „Kurzschluss“ und „offen“. So lässt sich ein Viertel der Schaltung leicht analysieren. Für das Beispiel „oo“ gilt:

... wobei die Größe t zwecks Vereinfachung der Schreibweise die Leitungstransformation vom Leitungsende (in der Symmetrieebene) zum Leitungsanfang (am Tor) beschreibt:

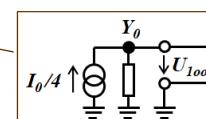
Eingangsadmittanz Y_{in} einer **am Ende kurzgeschlossenen** Leitung der charakteristischen Admittanz Y_{line} der Länge d :

$$Y_{in} = -jY_{line} \cot(\beta d)$$

$$\dots \text{Substitution: } d = \frac{L}{2} \quad \& \quad t = j \tan(\beta d) \quad \rightarrow$$

$$Y_{oo} = \frac{Y_{odd}}{t}$$

$$U_{i,oo} = \frac{I_0}{4(Y_0 + Y_{oo})}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

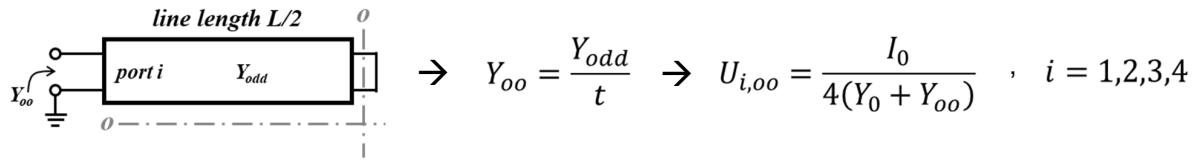


Eingangsadmittanz Y_{in} einer **am Ende offen** Leitung der charakteristischen Admittanz Y_{line} der Länge d :

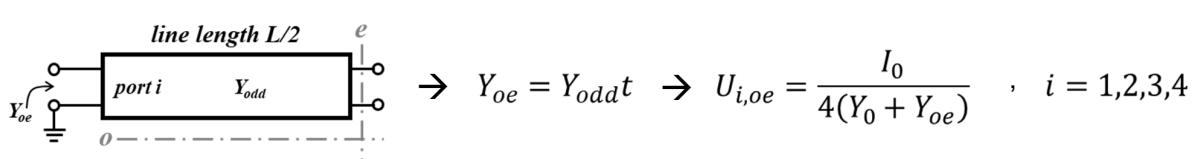
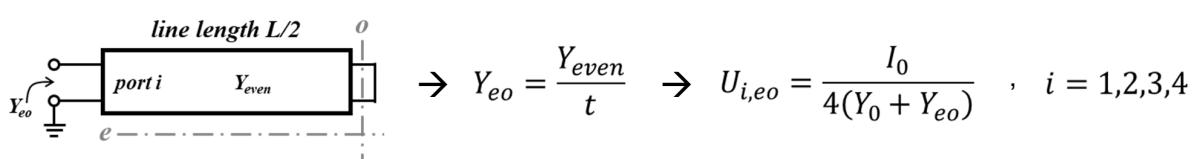
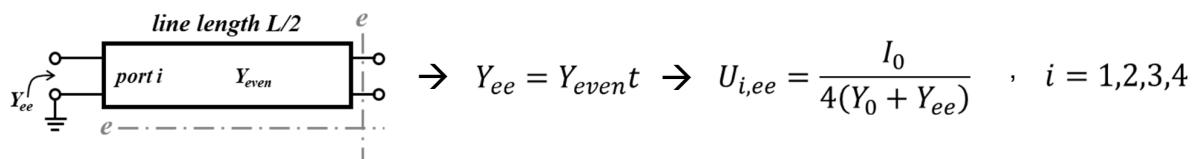
$$Y_{in} = jY_{line} \tan(\beta d)$$

$$\dots \text{ Substitution: } d = \frac{L}{2} \quad \& \quad t = j \tan(\beta d) \quad \rightarrow \quad Y_{in} = Y_{line} t$$

Für alle 4 Szenarien der Symmetrien ergibt sich:



...



Für den Fall der gekoppelten Leitungen wurden Gleichtakt- und Gegentaktimpedanzen (bzw. hier: Admittanzen) definiert und damit im Zusammenhang wurde eine abhängige Größe k definiert (die sich im Folgenden als Koppelfaktor herausstellen wird):

$$Y_{even} = Y_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}}$$

$$Y_{odd} = Y_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird eine Größe a definiert:

$$a = \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} \quad \rightarrow \quad Y_{even} = a Y_0$$

$$Y_{odd} = \frac{Y_0}{a}$$

Somit sind 16 Tor-Parameter definiert als:

$$U_{i,ee} = \frac{I_0}{4Y_0} \frac{1}{1+at}, \quad U_{i,eo} = \frac{I_0}{4Y_0} \frac{1}{1+\frac{a}{t}}, \quad U_{i,oe} = \frac{I_0}{4Y_0} \frac{1}{1+\frac{t}{a}}, \quad U_{i,oo} = \frac{I_0}{4Y_0} \frac{1}{1+\frac{1}{at}}$$

$i = 1,2,3,4$

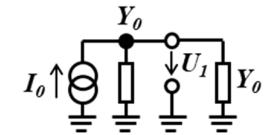


An jedem Tor ergibt sich die Gesamtspannung aus der (vorzeichenrichtigen) Addition der Teilspannungen an diesem Tor für die vier Symmetrie-Szenarien (also Überlagerung von "ee", "eo", "oe", "oo"):

Tor 1:

$$U_1 = U_{1,ee} + U_{1,eo} + U_{1,oe} + U_{1,oo} = \frac{I_0}{4Y_0} \left(\frac{1}{1+at} + \frac{1}{1+\frac{a}{t}} + \frac{1}{1+\frac{t}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{at}} \right) = \frac{I_0}{2Y_0}$$

... der Ausdruck $U_1 = \frac{I_0}{2Y_0}$ bedeutet, dass die Quelle (mit Quelladmittanz Y_0) am Tor 1, in das Tor 1 "hineinschauend", die Admittanz Y_0 "sieht":



Also ist hier am Tor 1 Anpassung!

Tor 4:

$$U_4 = U_{4,ee} - U_{4,eo} - U_{4,oe} + U_{4,oo} = \frac{I_0}{4Y_0} \left(\frac{1}{1+at} - \frac{1}{1+\frac{a}{t}} - \frac{1}{1+\frac{t}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{at}} \right) = 0$$



... der Ausdruck $U_4 = 0$

bedeutet, dass, bei Quelle am Tor 1, am Tor 4 kein Signal „hinausläuft“ (und zudem am Tor 4 kein Signal „hineinläuft“, weil das angepasst abgeschlossen ist und keine Quelle ist).
Also: Tor 4 ist „isoliert“ (bei Quelle am Tor 1)!

Tor 2:

$$U_2 = U_{2,ee} + U_{2,eo} - U_{2,oe} - U_{2,oo} = \frac{I_0}{4Y_0} \left(\frac{1}{1+at} + \frac{1}{1+\frac{a}{t}} - \frac{1}{1+\frac{t}{a}} - \frac{1}{1+\frac{1}{at}} \right)$$

... Vereinfachung im Spezialfall: $L = \frac{\lambda}{4} \rightarrow d = \frac{\lambda}{8} \rightarrow t = j \tan(\beta d) = j \rightarrow U_2 = \dots = k \frac{I_0}{2Y_0}$

Es gilt: $S_{21} = \frac{U_2}{U_1}$ weil am Tor 1 keine “hinauslaufende” Welle auftritt (weil Anpassung am Tor 1, s.o.) und am Tor 2 keine “hineinlaufende” Welle auftritt (weil Anpassung und keine Quelle am Tor 2).

Somit: $S_{21} = k$



Tor 3:

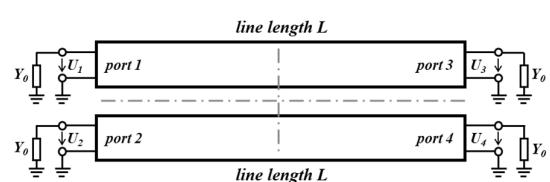
$$U_3 = U_{3,ee} - U_{3,eo} + U_{3,oe} - U_{3,oo} = \frac{I_0}{4Y_0} \left(\frac{1}{1+at} - \frac{1}{1+\frac{a}{t}} + \frac{1}{1+\frac{t}{a}} - \frac{1}{1+\frac{1}{at}} \right) = \dots$$

... Vereinfachung im Spezialfall: $L = \frac{\lambda}{4} \rightarrow U_3 = \dots = -j\sqrt{1-k^2} \frac{I_0}{2Y_0}$

Es gilt (Argumentation wie bei Tor 2): $S_{31} = \frac{U_3}{U_1} \rightarrow S_{31} = -j\sqrt{1-k^2}$

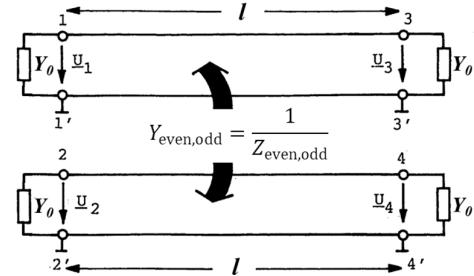
Die 4-Tor S-Matrix lautet somit (für $L = \frac{\lambda}{4}$):

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & k & -j\sqrt{1-k^2} & 0 \\ k & 0 & 0 & -j\sqrt{1-k^2} \\ -j\sqrt{1-k^2} & 0 & 0 & k \\ 0 & -j\sqrt{1-k^2} & k & 0 \end{bmatrix}$$



... bei Einspeisung an Tor 1 wird die Leistung abhängig vom Koppelfaktor k zwischen den Toren 2 und 3 aufgeteilt. Die Ausgangssignale weisen dabei eine Phasenverschiebung von 90° auf.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & k & -j\sqrt{1-k^2} & 0 \\ k & 0 & 0 & -j\sqrt{1-k^2} \\ -j\sqrt{1-k^2} & 0 & 0 & k \\ 0 & -j\sqrt{1-k^2} & k & 0 \end{bmatrix}$$



Allerdings ist dieses Verhalten ist frequenzabhängig.
Für den Fall einer beliebige Länge l gilt:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{21} & S_{31} & 0 \\ S_{21} & 0 & 0 & S_{31} \\ S_{31} & 0 & 0 & S_{21} \\ 0 & S_{31} & S_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{jk \sin(\beta l)}{\sqrt{1-k^2} \cos(\beta l) + j \sin(\beta l)}$$

$$S_{31} = \frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2} \cos(\beta l) + j \sin(\beta l)}$$



- Eigenschaften von Leitungskopplern:

- . Einlochkoppler, TEM-Leitungskoppler → Rückwärtskoppler
- . Zweilochkoppler → Vorwärtskoppler
- . 90° Phasendifferenz zwischen direktem und gekoppelten Tor
- . Frequenzabhängigkeit
- . Richtfaktor als Maß der Isolation des isolierten Tores

- Design von TEM-Leitungskopplern:

- . Auswahl geeigneter gekoppelter Leitungen
- . Bestimmung der Querschnittsgeometrie für Z_{even} , Z_{odd}

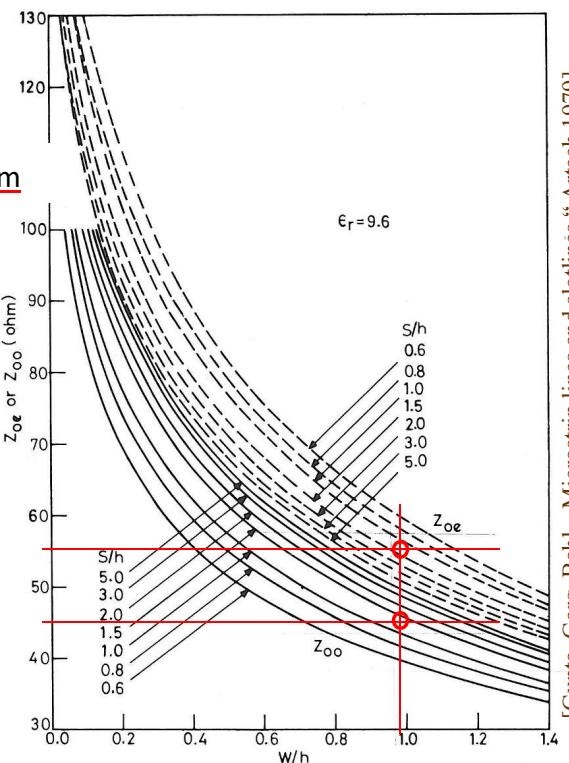
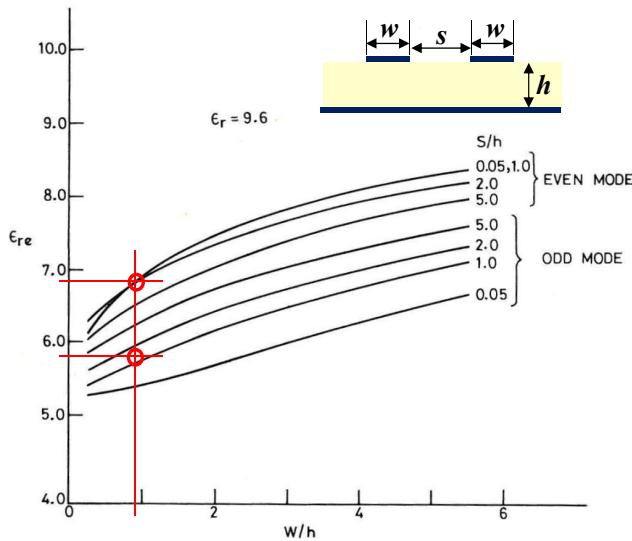
- Probleme:

- . benötigte Kopplung nicht realisierbar (für starke Kopplung, 3dB)
- . Leitung nicht TEM (z.B.: Microstrip), daher limitierter Richtfaktor
- . benötigte Bandbreite zu groß



- Beispiel Microstripkoppler:

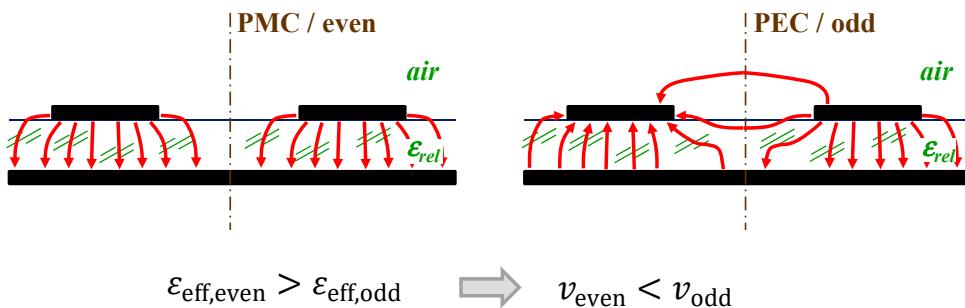
20dB-Koppler für 2.5 GHz, $Z_0=50\Omega$, $\rightarrow k=0.1$,
 $Z_{oe}=55.3\Omega$, $Z_{oo}=45.2\Omega$, $s/h=1.3$, $w/h=0.98$,
 $\rightarrow h=0.762\text{mm}$, $s=0.99\text{mm}$, $w=0.74\text{mm}$,
 $\epsilon_{eff,even}=6.8$, $\epsilon_{eff,odd}=5.8 \rightarrow \text{length}=11.5\ldots12.5\text{ mm}$



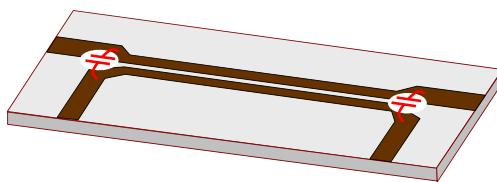
[Gupta, Gang, Bahl, „Microstrip lines and slotlines“, Artech 1979]



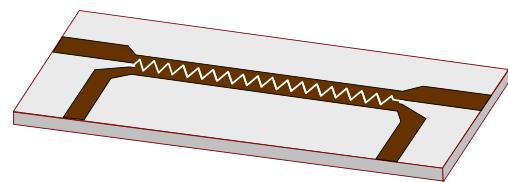
- Problem: ungleiche Phasengeschwindigkeit für v_e und v_o limitiert den Richtfaktor (d.h., keine perfekte Isolation des entkoppelten Tores):



- Lösung:



Verzögerung
des odd-Mode



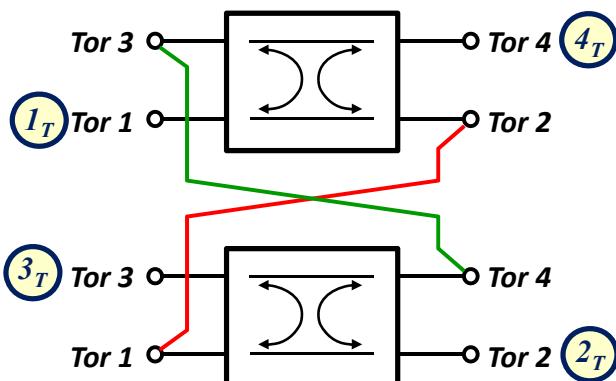
Verlängerung der Leitungslänge
für den odd-Mode



- Problem: starke Kopplung praktisch nicht realisierbar
 - . zu geringer Abstand zwischen den gekoppelten Leitungen

- Lösung:

. Tandemkoppler



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{21} & S_{31} & 0 \\ S_{21} & 0 & 0 & S_{31} \\ S_{31} & 0 & 0 & S_{21} \\ 0 & S_{31} & S_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_{21,T} = S_{21}^2 + S_{31}^2$$

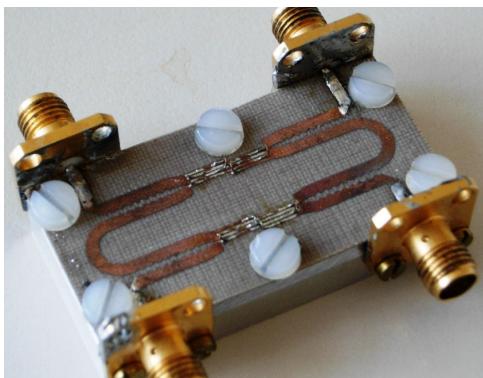
$$S_{31,T} = 2 S_{21} S_{31}$$

$$|S_{31,T}| = 2 |S_{31}| \sqrt{1 - |S_{31}|^2}$$

$$k_T = 2 k \sqrt{1 - k^2}$$



. für $k_T = 0.707$ (3 dB Koppler) ergibt sich $k = 0.383$ (8.34 dB)

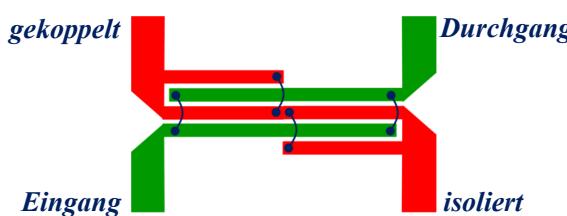


Tandemkoppler (3 dB) für 2...8 GHz



Langekoppler (8.34 dB)

- Lange-Koppler: recht starke Kopplung und recht große Bandbreite



Leitungskoppler mittels gekoppelter Leitungen, Variante 2 :

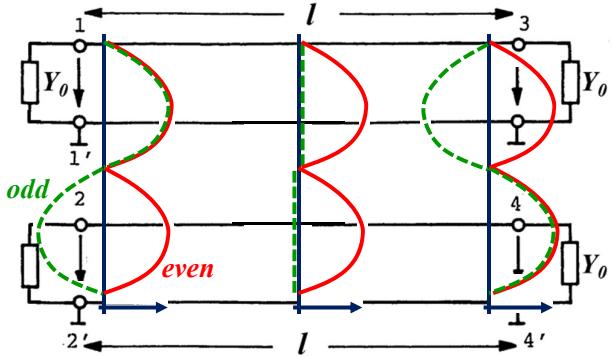
- Vorwärtskoppler bei unterschiedlichem v_e und v_o
- sehr starke Kopplung möglich
 - . 0 dB Koppler
- sehr lange Koppler (mit lokal sehr schwacher Kopplung) möglich
 - . optische Faserkoppler

$$v_{\text{even}} \neq v_{\text{odd}} \quad \Rightarrow \quad \beta_{\text{even}} l \neq \beta_{\text{odd}} l$$

- 0 dB Koppler:

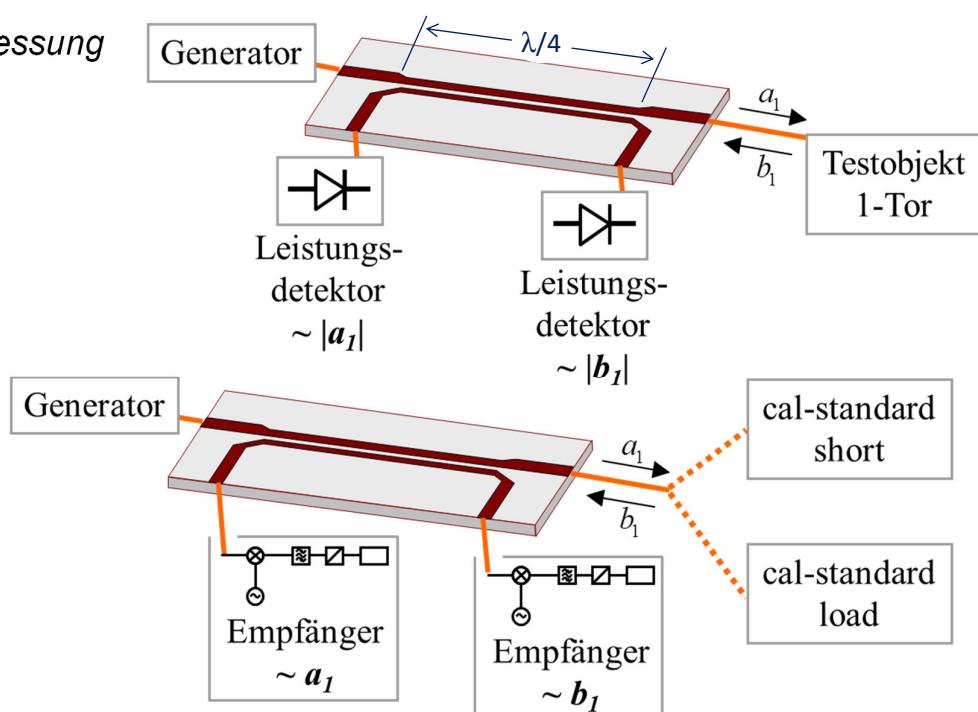
$$\beta_{\text{even}} l_{0\text{dB}} - \beta_{\text{odd}} l_{0\text{dB}} = \pi$$

$$l_{0\text{dB}} = \frac{\pi}{\beta_{\text{even}} - \beta_{\text{odd}}}$$



Anwendungen von Richtkopplern — Messung von S-Parametern :

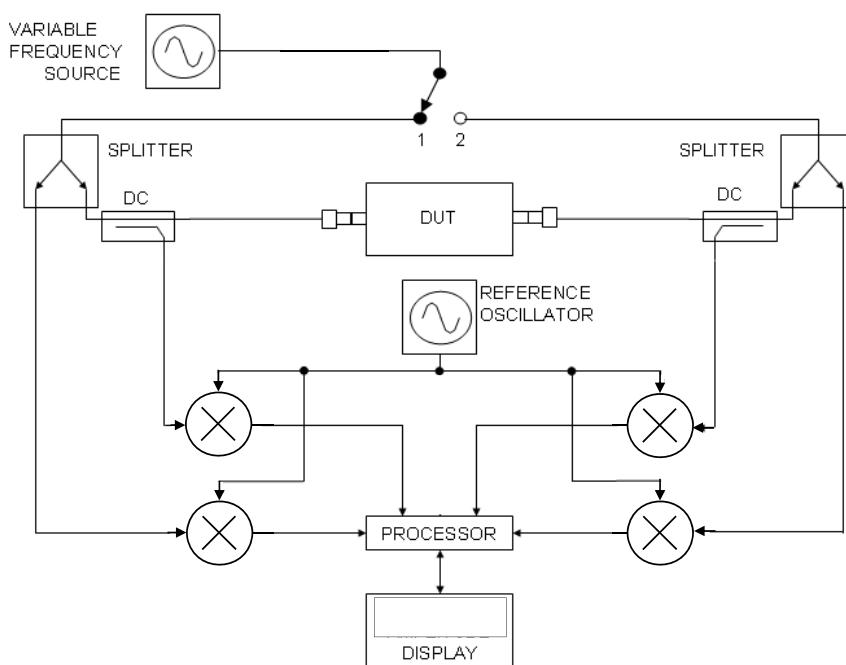
- Eintormessung



- Messung mit Detektoren ergibt nur Amplitudeninformation
- Heruntermischen mit gemeinsamem Referenzoszillator erhält die Phasen- (differenz-) Informationen
- nicht-perfekte Hardware (Impedanz-Störstellen, nicht-perfekte Koppler, Variationen über der Frequenz) kann mittels Messung bekannter Eintore korrigiert werden
 - Kurzschluss
 - „offen“
 - 50Ω Load
- wichtig sind Linearität und Reproduzierbarkeit



- **Zweitormessung — der „vektorielle Netzwerkanalysator“:**



Hochfrequenztechnik 1 — Inhalt:

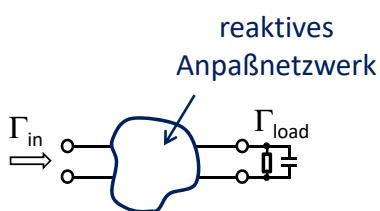
1. Wiederholung Maxwell'sche Gleichungen
2. Ebene Wellen
3. Wellenleiter
4. Konzentrierte Bauelemente
5. Leitungswellen und Leitungen
6. Wellenmatrizen
7. Leitungsschaltungen
- 8. Mehrstufige Transformatoren und Filter**



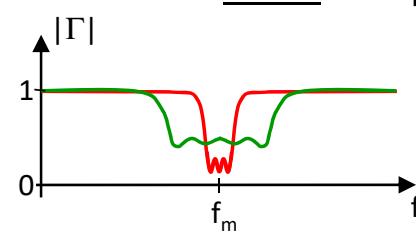
Mehrstufige Transformatoren und Filter

Mehrstufige Transformatoren:

- die verlustfreie Anpassung einer (reaktiven) Last oder die Transformation von Leitungsimpedanzen



... hat immer Bandpassverhalten:



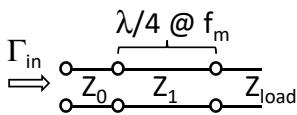
- die Bandbreite eines $\lambda/4$ – Transformators hängt ab von der Größe der Impedanzstufe und dem erlaubten max. Reflexionsfaktor

$$\text{Mittenfrequenz: } f_m = \frac{1}{2} (f_1 + f_2) \quad , \quad \text{Bandbreite: } w = \frac{f_2 - f_1}{f_m}$$

... Bandbreite $w = 0.66$ ist eine Oktave (2:1). $w = 1$ bedeutet 3:1 Bandbreite!

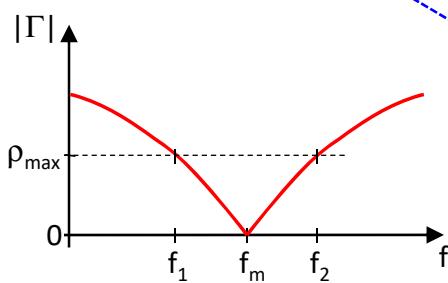


- Beispiel $\lambda/4$ – Transformator:



$$\text{Impedanzverhältnis } R = \frac{Z_{\text{load}}}{Z_0}$$

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad |\Gamma| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1}$$



[Matthaei, Young, Jones, McGraw Hill, 1964, S. 267]

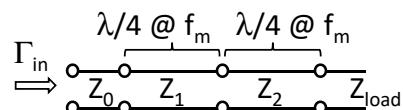
| IMPEDANCE RATIO, <i>R</i> | BANDWIDTH, W | | | | | |
|---------------------------------|--------------|------|------|------|-------|-------|
| | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1.0 | 1.2 |
| 1.25 | 1.03 | 1.07 | 1.11 | 1.14 | 1.17 | 1.20 |
| 1.50 | 1.06 | 1.13 | 1.20 | 1.27 | 1.33 | 1.39 |
| 1.75 | 1.09 | 1.19 | 1.30 | 1.39 | 1.49 | 1.57 |
| 2.00 | 1.12 | 1.24 | 1.38 | 1.51 | 1.64 | 1.76 |
| 2.50 | 1.16 | 1.34 | 1.53 | 1.73 | 1.93 | 2.12 |
| 3.00 | 1.20 | 1.43 | 1.68 | 1.95 | 2.21 | 2.47 |
| 4.00 | 1.26 | 1.58 | 1.95 | 2.35 | 2.76 | 3.15 |
| 5.00 | 1.32 | 1.73 | 2.21 | 2.74 | 3.30 | 3.83 |
| 6.00 | 1.37 | 1.86 | 2.45 | 3.12 | 3.82 | 4.50 |
| 8.00 | 1.47 | 2.11 | 2.92 | 3.86 | 4.86 | 5.84 |
| 10.00 | 1.55 | 2.35 | 3.37 | 4.58 | 5.88 | 7.16 |
| 12.50 | 1.65 | 2.63 | 3.92 | 5.47 | 7.15 | 8.81 |
| 15.00 | 1.75 | 2.90 | 4.47 | 6.36 | 8.41 | 10.46 |
| 17.50 | 1.84 | 3.17 | 5.01 | 7.25 | 9.67 | 12.10 |
| 20.00 | 1.92 | 3.43 | 5.54 | 8.11 | 10.93 | 13.74 |

maximum VSWR

Beispiel: $Z_0 = 50\Omega, Z_{\text{load}} = 300\Omega \rightarrow R = 6$
 $Z_1 = (50\Omega \times 300\Omega)^{1/2} = 122.5\Omega$
 Bandbreite w = 20%
 $\rightarrow VSWR_{\max} = 1.37 (\triangleq -16 \text{ dB})$

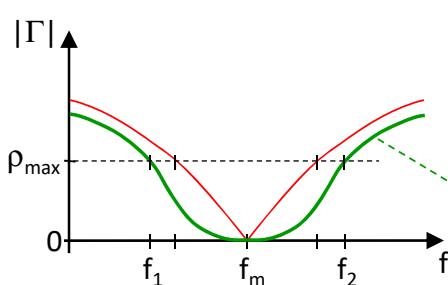


- Verringerung der *worst case* Reflexion (oder: Vergrösserung der Bandbreite) durch Einfügen einer (oder mehrerer) Zwischenstufe(n)
- zwei-(n)-stufiger $\lambda/4$ – Transformator:



- verschiedene Abstufungen ($Z_0 - Z_1 - Z_2 - Z_{\text{load}}$) möglich:

$$\text{geometrische Stufung: } \ln \frac{Z_{i+1}}{Z_i} = \frac{\ln R}{n+1}$$

Beispiel: $Z_0 = 50\Omega, Z_{\text{load}} = 300\Omega \rightarrow R = 6$

$n = 2$

$Z_1 = 50\Omega \times 1.817 = 90.9\Omega$

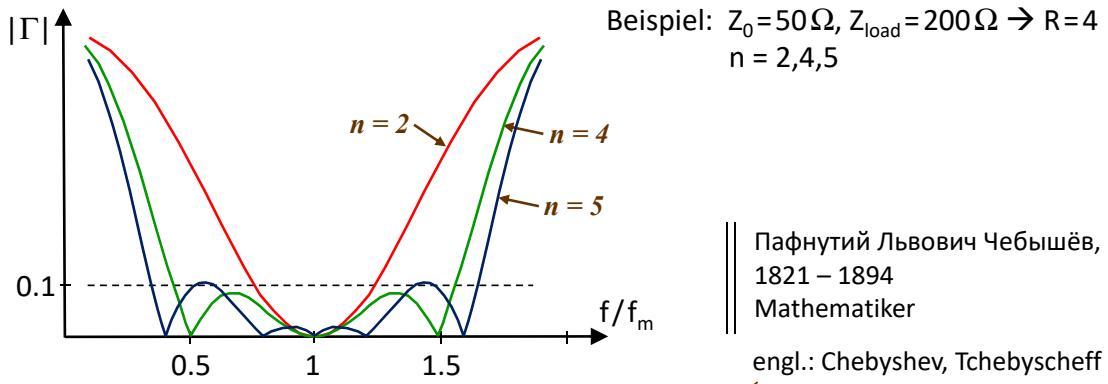
$Z_2 = 90.9\Omega \times 1.817 = 165.1\Omega$

$Z_{\text{load}} = 165.1\Omega \times 1.817 = 300\Omega$

2stufiger λ/4-Trafo, geometrische Stufung (qualitativ)



geometrische Stufung mit $n > 2$ führt zu nicht-konstantem *ripple*:



Stufung mit konstantem *ripple* → Tschebyscheff-Stufung:

$n = 2$:

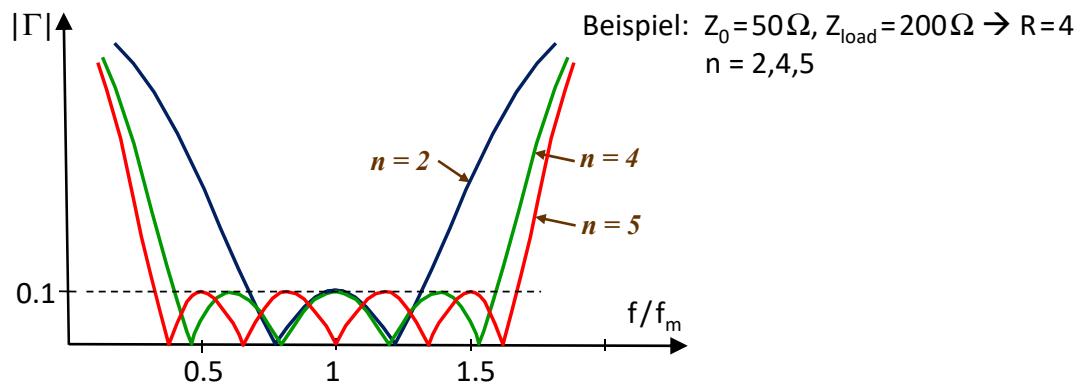
$$\frac{Z_1}{Z_0} = \sqrt[4]{R} \sqrt{\frac{1 + |\Gamma|_{f_m}}{1 - |\Gamma|_{f_m}}} \quad , \quad \frac{Z_1}{Z_0} = \frac{Z_{load}}{Z_2}$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} Z_0 &= 50\Omega, Z_{load} = 300\Omega \rightarrow R=6 \\ n &= 2, |\Gamma|_{f_m} = 0.1 \\ Z_1 &= 50\Omega \times 1.646 = 82.3\Omega \\ Z_2 &= 300\Omega / 1.646 = 182.3\Omega \end{aligned}$$



Tschebyscheff-Stufung führt zu konstantem *ripple*:



- Tschebyscheff – Polynome erster Art $T_n(x)$:

. Lösung der T.-DGL: $(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$

$$\left. \begin{array}{l} T_0(x) = 1 \\ T_1(x) = x \end{array} \right\} T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

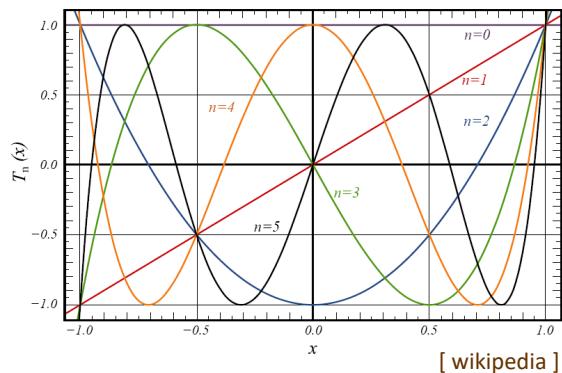


$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$$



- Synthese — Verlauf des Eingangsreflexionsfaktors:

„maximal flacher Verlauf“

$$|\Gamma_{\text{in}}|^2 = \frac{c_f^2 \cos^{2N} \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_m} \right)}{1 + c_f^2 \cos^{2N} \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_m} \right)}$$

„Tschebyscheff Verlauf“

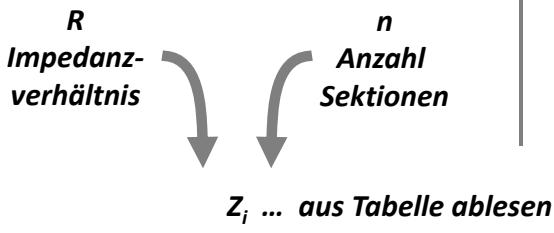
$$|\Gamma_{\text{in}}|^2 = \frac{c_t^2 \left[T_N \left(s \cos \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_m} \right) \right]^2}{1 + c_t^2 \left[T_N \left(s \cos \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_m} \right) \right]^2}$$

$$c_f^2 = \frac{\Gamma_0^2}{1 - \Gamma_0^2} \quad \left| \Gamma_0 = \frac{R - 1}{R + 1} \right| \quad R = \frac{Z_{\text{load}}}{Z_0} \quad \left| c_t^2 = \frac{\Gamma_{\text{max}}^2}{1 - \Gamma_{\text{max}}^2} \right| \quad s = \cosh \left(\frac{1}{N} \operatorname{arccosh} \left(\frac{R - 1}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{1 - \Gamma_{\text{max}}^2}{2 \Gamma_{\text{max}}}} \right) \right)$$

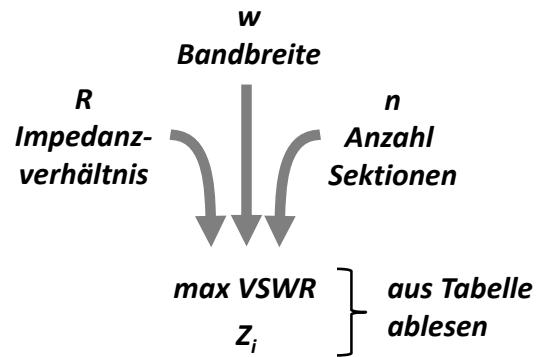


- praktisches Design:

„maximal flacher Verlauf“



„Tschebyscheff Verlauf“



... die Tabellenwerte sind auf $Z_0 = 1$ normiert

... der Impedanzverlauf in mehrstufigen Transformatoren ist symmetrisch:

... n=2 : $Z_1 = Z_{1,\text{Tabelle}} \cdot Z_0$, $Z_2 = R Z_0 / Z_{1,\text{Tabelle}}$

... n=3 : $Z_1 = Z_{1,\text{Tabelle}} \cdot Z_0$, $Z_2 = Z_0 \cdot \sqrt{R}$, $Z_3 = R Z_0 / Z_{2,\text{Tabelle}}$

... n=4 : $Z_1 = Z_{1,\text{Tabelle}} \cdot Z_0$, $Z_2 = Z_{2,\text{Tabelle}} \cdot Z_0$, $Z_3 = R Z_0 / Z_{2,\text{Tabelle}}$, $Z_4 = R Z_0 / Z_{1,\text{Tabelle}}$



Tschebyscheff Verlauf

[L. Young, „Tables for cascaded homogeneous quarter-wave transformers, IRE Transactions MTT, 1959, S. 233-237; correction: IRE Trans. MTT, 1960, S. 243-244]

MAXIMUM VSWR FOR 2-SECTION QUARTER-WAVE TRANSFORMERS

| Impedance Ratio, R | Bandwidth, W | | | | | | | | |
|----------------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.80 | 1.00 | 1.20 |
| 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.05 | 1.08 | 1.11 |
| 1.50 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.05 | 1.09 | 1.15 | 1.22 |
| 1.75 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.05 | 1.07 | 1.13 | 1.21 | 1.32 |
| 2.00 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.04 | 1.06 | 1.08 | 1.16 | 1.27 | 1.41 |
| 2.50 | 1.00 | 1.01 | 1.03 | 1.05 | 1.08 | 1.12 | 1.22 | 1.37 | 1.58 |
| 3.00 | 1.00 | 1.01 | 1.03 | 1.06 | 1.10 | 1.14 | 1.27 | 1.47 | 1.74 |
| 4.00 | 1.00 | 1.02 | 1.04 | 1.08 | 1.13 | 1.19 | 1.37 | 1.64 | 2.04 |
| 5.00 | 1.01 | 1.02 | 1.05 | 1.09 | 1.15 | 1.23 | 1.45 | 1.80 | 2.33 |
| 6.00 | 1.01 | 1.03 | 1.06 | 1.11 | 1.17 | 1.26 | 1.53 | 1.95 | 2.60 |
| 8.00 | 1.01 | 1.03 | 1.07 | 1.13 | 1.22 | 1.33 | 1.67 | 2.23 | 3.13 |
| 10.00 | 1.01 | 1.04 | 1.08 | 1.15 | 1.25 | 1.38 | 1.80 | 2.50 | 3.64 |

MAXIMUM VSWR FOR 4-SECTION QUARTER-WAVE TRANSFORMERS

| Impedance Ratio, R | Bandwidth, W | | | | | | | | |
|----------------------|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.80 | 1.00 | 1.20 |
| 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.03 |
| 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.06 |
| 1.75 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.03 | 1.08 |
| 2.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.02 | 1.04 | 1.10 |
| 2.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.06 | 1.14 |
| 3.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.03 | 1.07 | 1.17 |
| 4.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.03 | 1.09 | 1.22 |
| 5.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.04 | 1.11 | 1.27 |
| 6.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.05 | 1.13 | 1.31 |
| 8.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.06 | 1.16 | 1.39 |
| 10.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.07 | 1.18 | 1.46 |

... diese Werte für das Beispiel Folie 8.10

Tschebyscheff Verlauf

[L. Young, „Tables for cascaded homogeneous quarter-wave transformers, IRE Transactions MTT, 1959, S. 233-237; correction: IRE Trans. MTT, 1960, S. 243-244]

w = 10%

| R | $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| | Z_1 | Z_1 | Z_1 | Z_2 |
| 1.00 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 |
| 1.25 | 1.05755 | 1.02843 | 1.01414 | 1.07232 |
| 1.50 | 1.10703 | 1.05227 | 1.02586 | 1.13530 |
| 1.75 | 1.15067 | 1.07290 | 1.03591 | 1.19146 |
| 2.00 | 1.18986 | 1.09113 | 1.04473 | 1.24239 |
| 2.50 | 1.25835 | 1.12238 | 1.05972 | 1.33252 |
| 3.00 | 1.31725 | 1.14868 | 1.07223 | 1.41113 |
| 4.00 | 1.41585 | 1.19171 | 1.09250 | 1.54503 |
| 5.00 | 1.49741 | 1.22645 | 1.10873 | 1.65794 |
| 6.00 | 1.56755 | 1.25578 | 1.12235 | 1.75657 |
| 8.00 | 1.68501 | 1.30391 | 1.14455 | 1.92490 |
| 10.00 | 1.78219 | 1.34289 | 1.16242 | 2.06710 |

w = 30%

| R | $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| | Z_1 | Z_1 | Z_1 | Z_2 |
| 1.00 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 |
| 1.25 | 1.05903 | 1.02952 | 1.01486 | 1.07306 |
| 1.50 | 1.10985 | 1.05431 | 1.02719 | 1.13673 |
| 1.75 | 1.15474 | 1.07577 | 1.03777 | 1.19354 |
| 2.00 | 1.19511 | 1.09476 | 1.04706 | 1.24508 |
| 2.50 | 1.26581 | 1.12736 | 1.06287 | 1.33636 |
| 3.00 | 1.32676 | 1.15486 | 1.07607 | 1.41603 |
| 4.00 | 1.42915 | 1.19992 | 1.09752 | 1.55190 |
| 5.00 | 1.51420 | 1.23642 | 1.11472 | 1.66660 |
| 6.00 | 1.58761 | 1.26731 | 1.12917 | 1.76689 |
| 8.00 | 1.71119 | 1.31815 | 1.15279 | 1.93828 |
| 10.00 | 1.81407 | 1.35949 | 1.17184 | 2.08328 |

w = 50%

| R | $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| | Z_1 | Z_1 | Z_1 | Z_2 |
| 1.00 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 |
| 1.25 | 1.06205 | 1.03184 | 1.01643 | 1.07456 |
| 1.50 | 1.11564 | 1.05865 | 1.03009 | 1.13961 |
| 1.75 | 1.16311 | 1.08192 | 1.04182 | 1.19773 |
| 2.00 | 1.20593 | 1.10254 | 1.05214 | 1.25052 |
| 2.50 | 1.28121 | 1.13805 | 1.06973 | 1.34412 |
| 3.00 | 1.34643 | 1.16811 | 1.08448 | 1.42596 |
| 4.00 | 1.45672 | 1.21763 | 1.10849 | 1.56581 |
| 5.00 | 1.54908 | 1.25796 | 1.12783 | 1.68414 |
| 6.00 | 1.62941 | 1.29227 | 1.14415 | 1.78783 |
| 8.00 | 1.76591 | 1.34913 | 1.17092 | 1.96543 |
| 10.00 | 1.88089 | 1.39572 | 1.19264 | 2.11613 |

w = 120%

| R | $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | |
|-------|---------|---------|---------|---------|
| | Z_1 | Z_1 | Z_1 | Z_2 |
| 1.00 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 |
| 1.25 | 1.08650 | 1.05636 | 1.03560 | 1.08683 |
| 1.50 | 1.16292 | 1.10495 | 1.06576 | 1.16342 |
| 1.75 | 1.23199 | 1.14805 | 1.09214 | 1.23248 |
| 2.00 | 1.29545 | 1.18702 | 1.11571 | 1.29572 |
| 2.50 | 1.40979 | 1.25594 | 1.15681 | 1.40907 |
| 3.00 | 1.51179 | 1.31621 | 1.19218 | 1.50943 |
| 4.00 | 1.69074 | 1.41972 | 1.25182 | 1.68360 |
| 5.00 | 1.84701 | 1.50824 | 1.30184 | 1.83358 |
| 6.00 | 1.98768 | 1.58676 | 1.34555 | 1.96694 |
| 8.00 | 2.23693 | 1.72383 | 1.42054 | 2.19954 |
| 10.00 | 2.45663 | 1.84304 | 1.48458 | 2.40096 |

... diese Werte für das Beispiel Folie 8.10



„maximal flacher Verlauf“

[L. Young, „Tables for cascaded homogeneous quarter-wave transformers, IRE Transactions MTT, 1959, S. 233-237; correction: IRE Trans. MTT, 1960, S. 243-244]

| R | n = 2 | | n = 4 | |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | Z ₁ | Z ₂ | Z ₁ | Z ₂ |
| 1.00 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 |
| 1.25 | 1.05737 | 1.02829 | 1.01405 | 1.07223 |
| 1.50 | 1.10668 | 1.05202 | 1.02570 | 1.13512 |
| 1.75 | 1.15016 | 1.07255 | 1.03568 | 1.19120 |
| 2.00 | 1.18921 | 1.09068 | 1.04444 | 1.24206 |
| 2.50 | 1.25743 | 1.12177 | 1.05933 | 1.33204 |
| 3.00 | 1.31607 | 1.14793 | 1.07176 | 1.41051 |
| 4.00 | 1.41421 | 1.19071 | 1.09190 | 1.54417 |
| 5.00 | 1.49535 | 1.22524 | 1.10801 | 1.65686 |
| 6.00 | 1.56508 | 1.25439 | 1.12153 | 1.75529 |
| 8.00 | 1.68179 | 1.30219 | 1.14356 | 1.92323 |
| 10.00 | 1.77828 | 1.34089 | 1.16129 | 2.06509 |

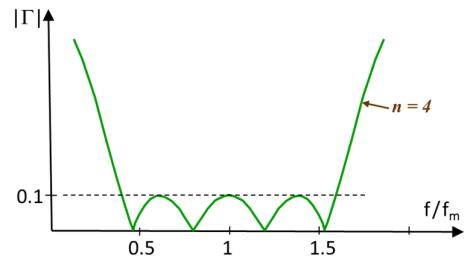
- Beispiel: Tschebyscheff, n = 4 , Z₀ = 50Ω , Z_{load} = 200Ω , |Γ|_{max} = -20dB

$$\rightarrow R = 4, \text{ VSWR} = 1.22 \quad \text{VSWR} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + 0.1}{1 - 0.1} = 1.22, \quad |\Gamma| = -0.1 = -20 \text{ dB}$$

$$\rightarrow w = 1.20 \text{ (Folie 8.8)} \quad (f_{\min} = 0.4, f_{\max} = 1.6)$$

$$\rightarrow Z_{1,\text{tabelle}} = 1.252, Z_{2,\text{tabelle}} = 1.684 \text{ (Folie 8.9)}$$

$$\rightarrow Z_1 = 62.6\Omega, Z_2 = 84.2\Omega, \\ Z_3 = 118.8\Omega, Z_4 = 159.7\Omega$$



- Anwendungen:

. breitbandige Leistungsteiler:

standard-Wilkinson (1 Sektion):
Bandbreite 1.4:1 für VSWR<1.2

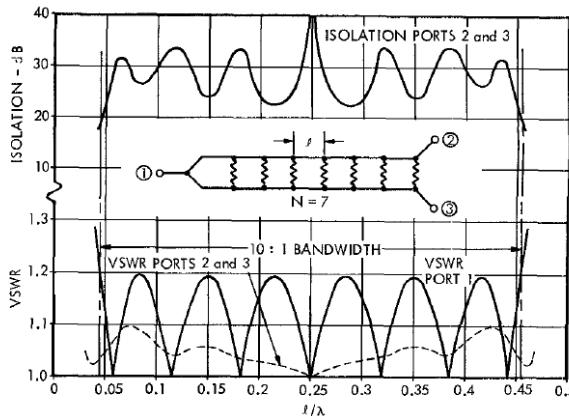
7-Sektion-Teiler:

Bandbreite 10:1 für VSWR<1.2

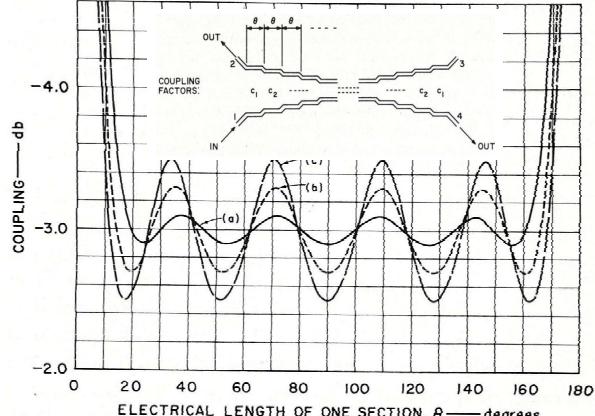
. breitbandige Koppler:

9-Sektion-Koppler mit
Bandbreite 11:1

3 verschiedene 9-section-Koppler: geringere
Welligkeit führt zu kleinerer Bandbreite u.U.



[S.B. Cohn, „A class of broadband three-port TEM-mode hybrids,“ IEEE Transactions MTT, 1968, S. 110-116]



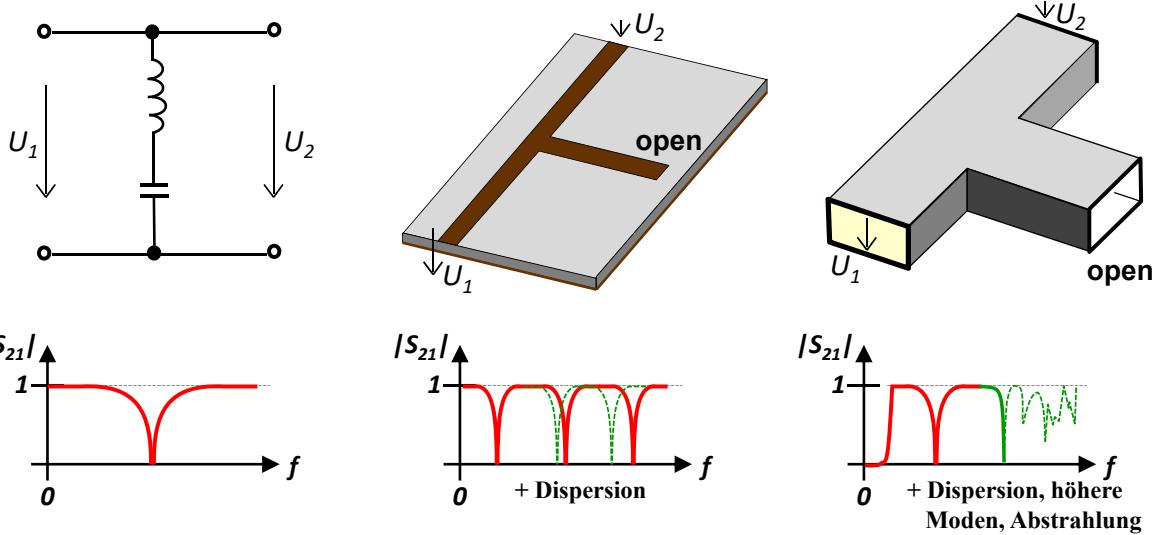
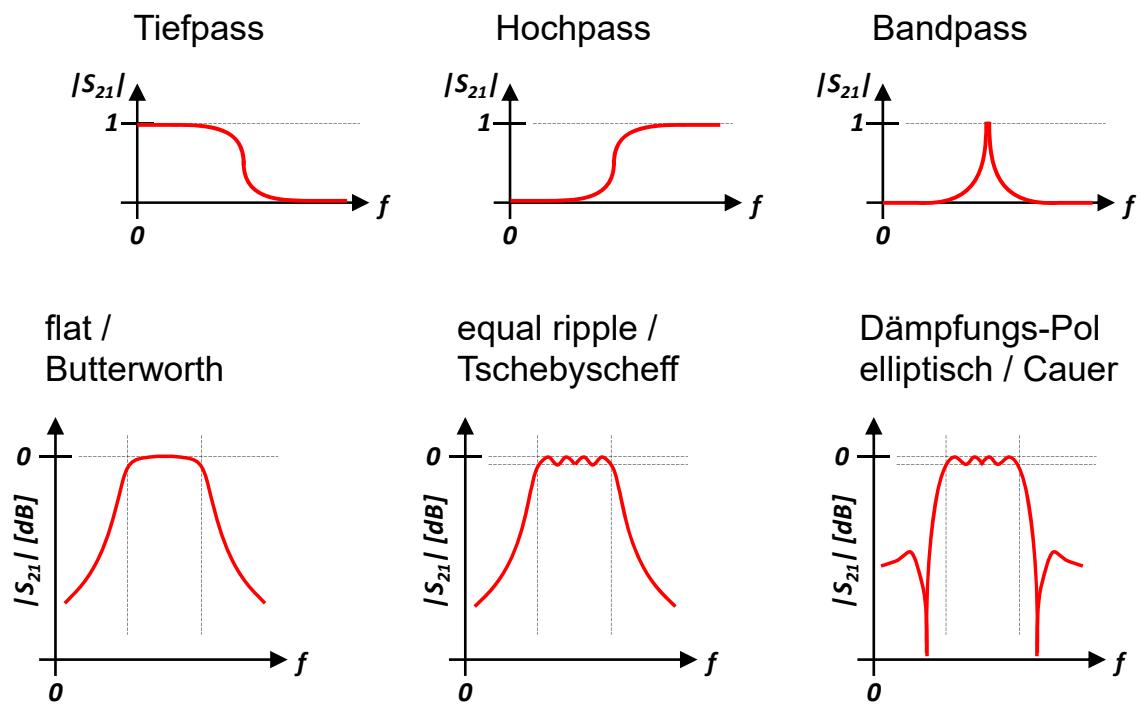
[E.G.Cristal, L. Young, „Theory and tables of optimum symmetric TEM-mode coupled-transmission-line directional couplers,“ IEEE Transactions MTT, 1965, S. 544-558]

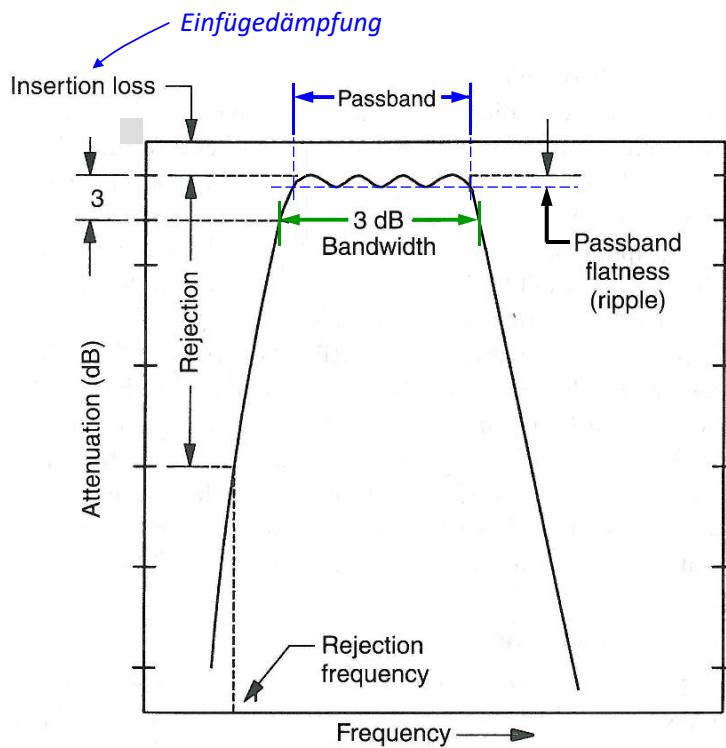


Hochfrequenz-Filter :

- Hochfrequenz-Filter basieren idR auf „verteilten“ Komponenten

Abmessungen nicht klein im Vergleich zur Wellenlänge
engl.: *distributed*, not: *lumped*

**Einteilungen :**

Begriffe :**Güte / Q :**

- die Verluste in den Resonatoren vergrößern die Einfügedämpfung (im Durchlassbereich des Bandpasses) und begrenzen die maximale Dämpfung von Dämpfungspolen

(die Flanken der Filter-Transfer-Kurve sind von Verlusten nur wenig beeinflusst)

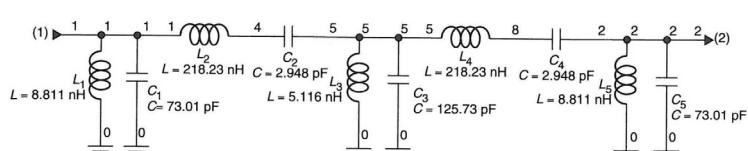
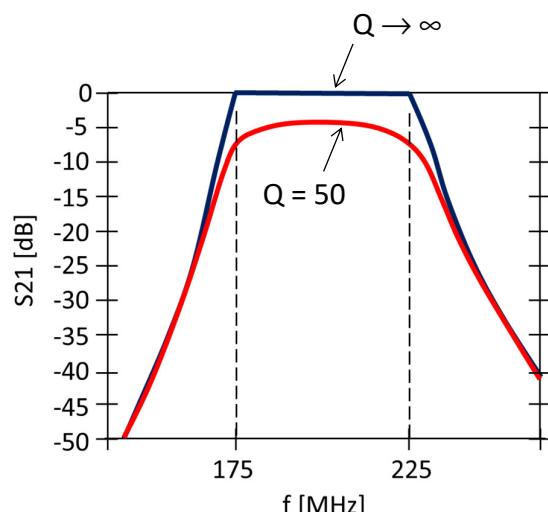
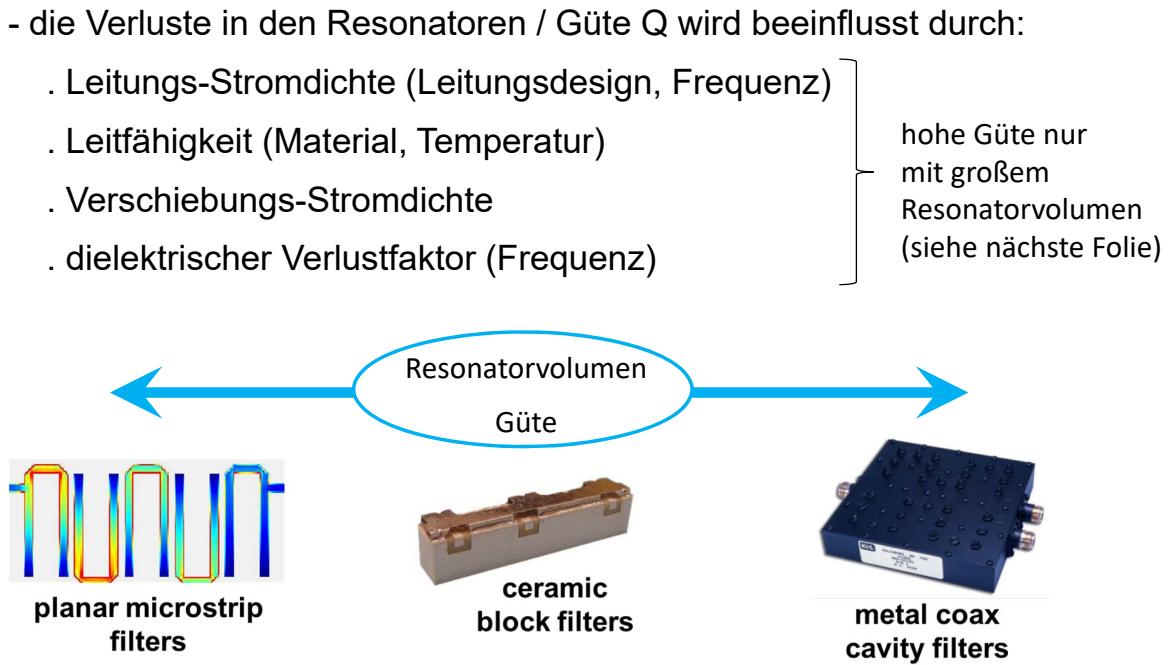


Figure 9.10-2 Five-section 0.1-dB-ripple Chebyshev bandpass filter for 175 to 225 MHz.

[J.F. White, *High frequency techniques*, IEEE Press / Wiley, 2004, S. 365]





- Ausnahmen: supraleitende, optische und akustische Filter

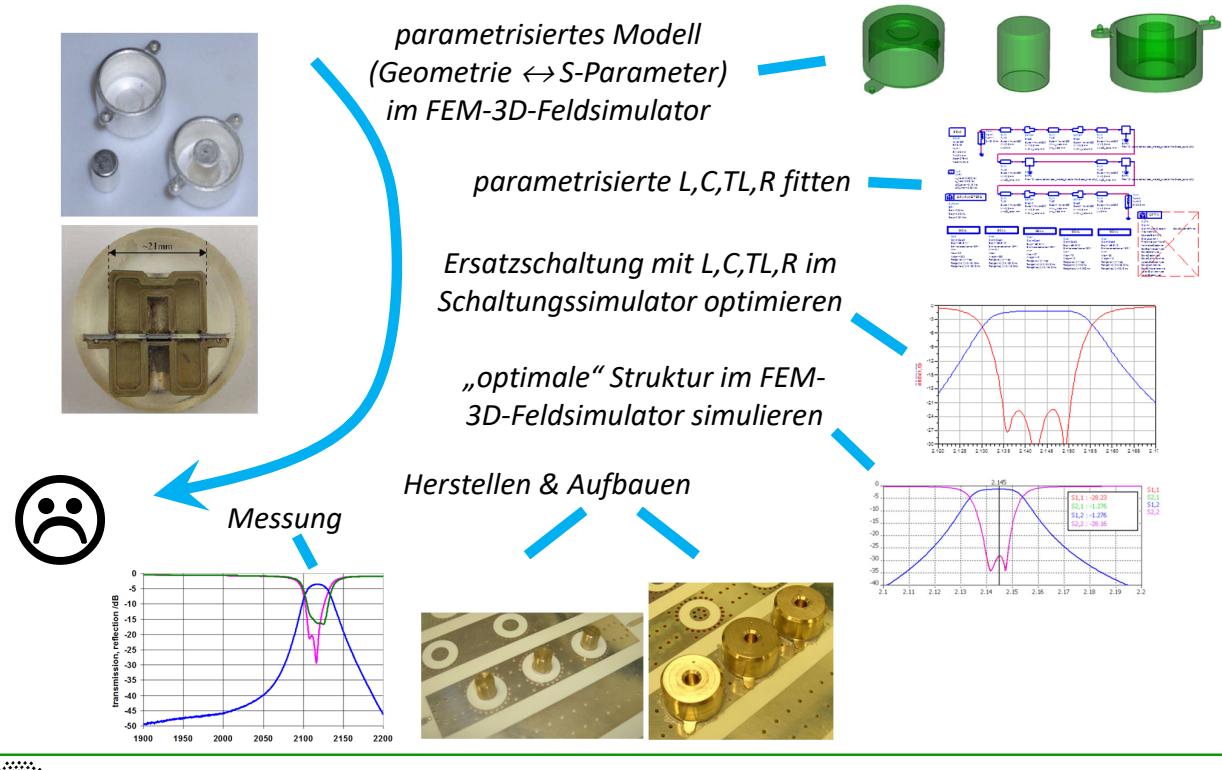


Filterdesign mittels Computeroptimierung :

- Filter basierend auf L,C,R lassen sich schnell berechnen
- Optimierung (*random, gradient*) führt für Filter niedriger Ordnung oft schnell zum Ziel
- für Filter höherer Ordnung oder Filter mit Dämpfungspolen wird ein guter Startwert benötigt
- ein „guter Startwert“ kommt oft aus vereinfachten Betrachtungen der klassischen Filtersynthese
- wenn L,C durch Mikrowellenbauteile realisiert werden sollen (Leitungen, gekoppelte Leitungen, 3D Strukturen), dann sind Optimierer idR viel zu langsam.
Dann muss ein parametrisiertes Ersatzschaltbild des Mikrowellenbauteils erzeugt werden (aus L,C, (TL), (R) mit geometrischen Größen als Parameter), welches dann – siehe oben – schnell optimiert werden kann.
- auch die „genaue“ klassische Filtersynthese bringt bei höheren Frequenzen stets nur einen „Startwert“, weil idR Modelle zu ungenau sind



- Beispiel: 3D Koax Resonator für Leiterplattenmontage, $f \sim 2.1$ GHz



Filtersynthese (betrachtet wird eine Möglichkeit von vielen):

- 1) unter Vernachlässigung der Verluste wird ein normalisierter Tiefpass synthetisiert
... ließe sich re-normalisieren und mit konzentrierten L,C aufbauen
- 2) Transformation in einen normalisierten Hochpass / Bandpass
... ließe sich re-normalisieren und mit konzentrierten L,C aufbauen
- 3) Transformation in eine Leitungsschaltung
„Richards-Transformation“
- 4) Transformation in eine Schaltung mit separierten Reaktanzen
„Kuroda-Äquivalenz“
... ließe sich als Streifenschaltung ätzen



1) Tiefpass-Kettenschaltung (ladder network)

Nummerierung von Quelle zur Last;

Tiefpass → series-L, shunt-C

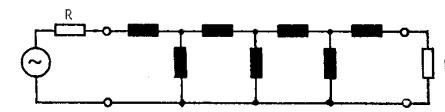
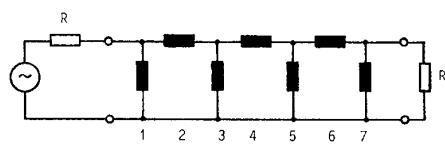
2 Varianten

Normalisierung

Systemimpedanz $Z_0 \rightarrow R = 1\Omega$

Grenzfrequenz (@ 3 dB) $\omega_c \rightarrow \Omega = 1 \text{ rad/s}$

... hier $\omega_c @ -3 \text{ dB}$; andere Definitionen möglich, z.B. $\omega_c @ \text{IL} = \text{"ripple" bei Tschebyscheff-Filttern}$



$n = 7 \dots \text{number of reactances}$

tabelliert sind sog. Werte g_i ($i = 1 \dots n$), z.B.:

g Values for Butterworth Low-Pass Prototype Filter

| N | g_1 | g_2 | g_3 | g_4 | g_5 | g_6 | g_7 | g_8 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 1.4142 | 1.4142 | | | | | | |
| 3 | 1.0000 | 2.0000 | 1.0000 | | | | | |
| 4 | 0.7654 | 1.8478 | 1.8478 | 0.7654 | | | | |
| 5 | 0.6180 | 1.6180 | 2.0000 | 1.6180 | 0.6180 | | | |
| 6 | 0.5176 | 1.4142 | 1.9318 | 1.9318 | 1.4142 | 0.5176 | | |
| 7 | 0.4450 | 1.2470 | 1.8019 | 2.0000 | 1.8019 | 1.2470 | 0.4450 | |
| 8 | 0.3902 | 1.1111 | 1.6629 | 1.9616 | 1.9616 | 1.6629 | 1.1111 | 0.3902 |

... diese Werte für das Beispiel Folie 8.23

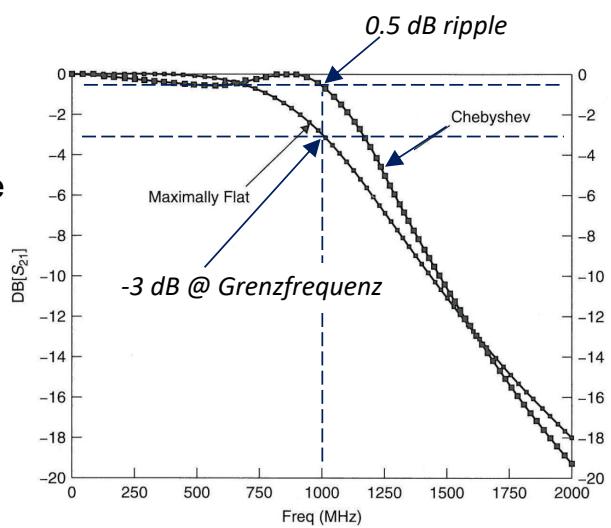


Tschebyscheff:

zusätzlicher Parameter ist der **ripple**

günstig für Tabelle: Bandbreite definiert bei ripple-Wert und nicht bei -3dB

bei geradem N ist die Last-Impedanz nicht eins!
... d.h., üblicherweise bei Tschebyscheff nur ungerades N



0.1 dB ripple / S11,max = -16.4 dB

| N | g_1 | g_2 | g_3 | g_4 | g_5 | g_6 | g_7 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 3 | 1,0316 | 1,1474 | 1,0316 | | | | |
| 5 | 1,1468 | 1,3712 | 1,9750 | 1,3712 | 1,1468 | | |
| 7 | 1,1812 | 1,4228 | 2,0967 | 1,5734 | 2,0967 | 1,4228 | 1,1812 |

... diese Werte für das Beispiel Folie 8.31

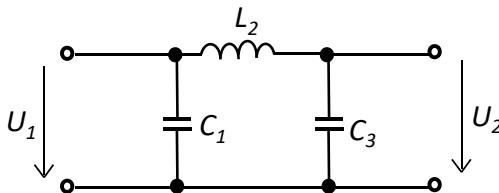


Re-Normalisierung:

$$C = \frac{1}{Z_0} \frac{g_i}{\omega_c}$$

$$L = Z_0 \frac{g_i}{\omega_c}$$

Beispiel:



Butterworth / maximal flach, N = 3
Systemimpedanz Z_0 50Ω
Grenzfrequenz / 3dB-Dämpfung bei 1 GHz
 $\rightarrow g_1 = 1, g_2 = 2, g_3 = 1$ (s. Folie 8.21)

$$C_1 = C_3 = \frac{1}{Z_0} \frac{g_i}{\omega_c} = \frac{1}{50 \Omega} \frac{1}{2\pi \cdot 1 \text{ GHz}} = 3.18 \text{ pF}$$

$$L_2 = Z_0 \frac{g_i}{\omega_c} = 50 \Omega \cdot \frac{2}{2\pi \cdot 1 \text{ GHz}} = 15.92 \text{ nH}$$



2) Hochpass

- ausgehend vom normalisierten Tiefpass,

Vertauschen $C \leftrightarrow L$

Invertieren $g_i := 1/g_i$

Re-normalisieren wie beim Tiefpass

3) Bandpass

- ausgehend vom normalisierten Tiefpass,

Definitionen: f_1 ... untere 3dB Bandgrenze

f_2 ... obere 3dB Bandgrenze

$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$... geometrische Bandmittelfrequenz

$b_w = (f_2 - f_1)/f_0$... relative Bandbreite (*fractional bandwidth*)



Ersetzen:

| | | | |
|--|----------------|---|---|
| series-L des normalisierten Tiefpasses | ersetzen durch | series -LC- Schwingkreis | $L_{\text{series}}^{\text{norm}} = \frac{g_2}{b_w}$ |
| shunt-C des normalisierten Tiefpasses | | $C_{\text{series}}^{\text{norm}} = \frac{1}{L_{\text{series}}^{\text{norm}}}$ | |
| parallel -LC- Schwingkreis | ersetzen durch | parallel -LC- Schwingkreis | $L_{\text{shunt}}^{\text{norm}} = \frac{1}{C_{\text{shunt}}^{\text{norm}}}$ |
| $C_{\text{shunt}}^{\text{norm}} = \frac{g_{1,3}}{b_w}$ | | | |



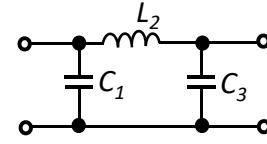
Renormalisieren:

mit Bandmittenfrequenz f_0 :

$$L_i = Z_0 \frac{L_i^{\text{norm}}}{2\pi f_0} \quad , \quad C_i = \frac{1}{Z_0} \frac{C_i^{\text{norm}}}{2\pi f_0}$$



Beispiel: Tiefpass: Butterworth / maximal flach,
 $N = 3$, $Z_0 = 50\Omega$, $\text{fc3dB} = 1 \text{ GHz}$
 $\rightarrow g_1 = 1$, $g_2 = 2$, $g_3 = 1$
 $\rightarrow C_1 = C_3 = 3.2 \text{ pF}$; $L_2 = 15.9 \text{ nH}$



Bandpass: 3dB Bandbreite 0.8 GHz – 1.2 GHz,
 $f_0 = 0.980 \text{ GHz}$, $\text{bw} = 0.408$

geometrisches Mittel

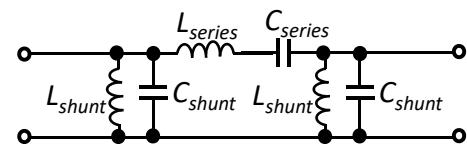
normalisiert:

$$\rightarrow L_{\text{series}}^{\text{norm}} = \frac{g_2}{b_w} = \frac{2}{0.408} = 4.90$$

$$C_{\text{series}}^{\text{norm}} = \frac{1}{L_{\text{series}}^{\text{norm}}} = 0.204$$

$$C_{\text{shunt}}^{\text{norm}} = \frac{g_{1,3}}{b_w} = \frac{1}{0.408} = 2.45$$

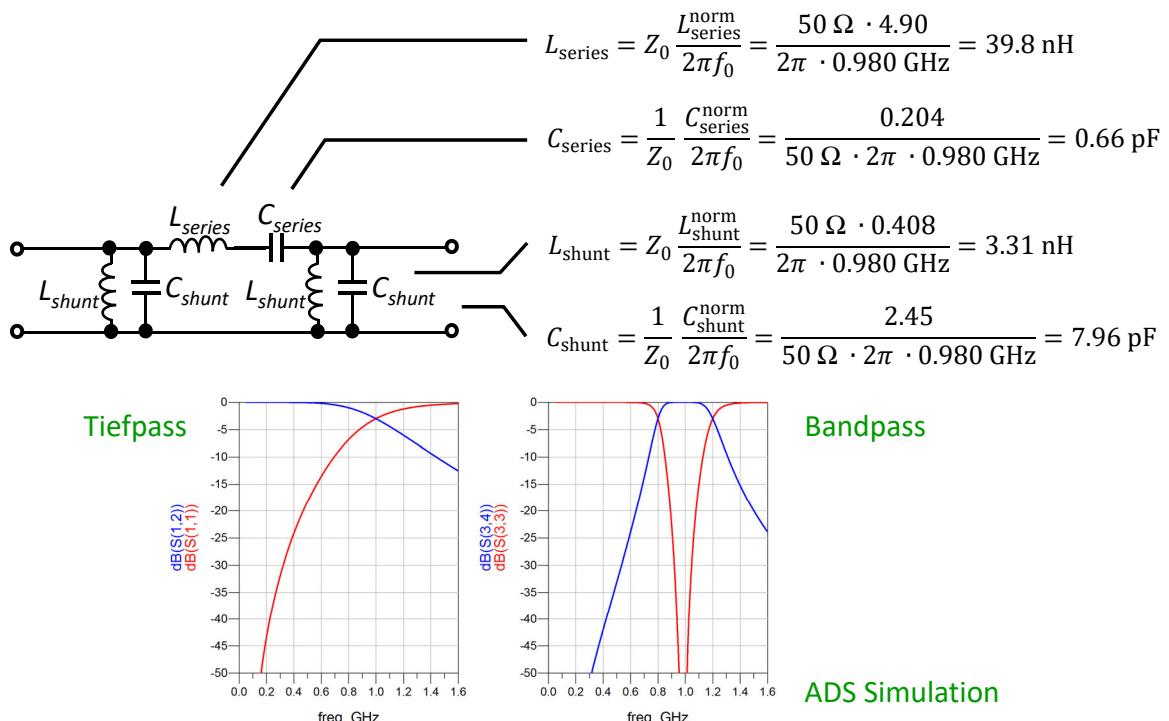
$$L_{\text{shunt}}^{\text{norm}} = \frac{1}{C_{\text{shunt}}^{\text{norm}}} = 0.408$$



Renormalisierung: ...



Beispiel:

Renormalisierung: mit $f_0 = 0.980 \text{ GHz}$ 

4) Richards-Transformation

... eine Induktivität wird durch eine am Ende kurzgeschlossene Leitung (Länge kleiner $\lambda/4$) ersetzt. Zwei Freiheitsgrade: Länge & Impedanz

- am Ende kurzgeschlossene Leitung: $Z_{sc}(z = -d) = jZ_0 \tan \frac{2\pi d}{\lambda}$
- bei Frequenz f_R sei Länge 90° : $Z_{shorted_line}(f) = jZ_0 \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_R} \right)$
- Abbildung $f \leftrightarrow \Omega$ mit (d.h., zusätzlicher Freiheitsgrad f_R (Leitungslänge für 90°)) $\Omega = \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_R} \right)$
- äquivalente Reaktanz von Spule und kurzgeschlossener Leitung: $j \omega L \equiv j \Omega Z_0$
- genauso für am Ende offene Leitung, die eine Kapazität ersetzen kann: $Z_{oc}(z = -d) = \frac{-j Z_0}{\tan \frac{2\pi d}{\lambda}}$
- $Y_{open_line}(f) = jY_0 \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_R} \right) = j\Omega Y_0 \equiv j\omega C$



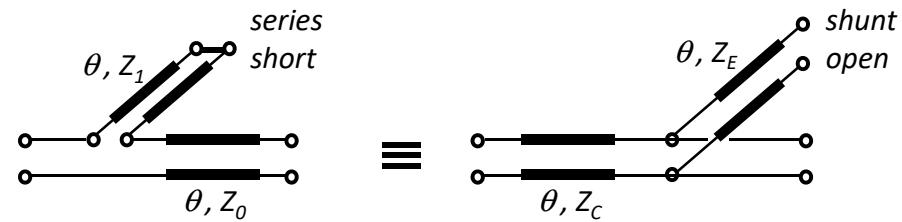
5) Kuroda-Identitäten

... Umwandlung einer (technologie-bedingt nicht realisierbaren) Reaktanz-Anordnung
in eine (elektrisch identische) topologisch andere Anordnung

$$Z_C = n Z_0$$

$$Z_E = \frac{n}{n-1} Z_0$$

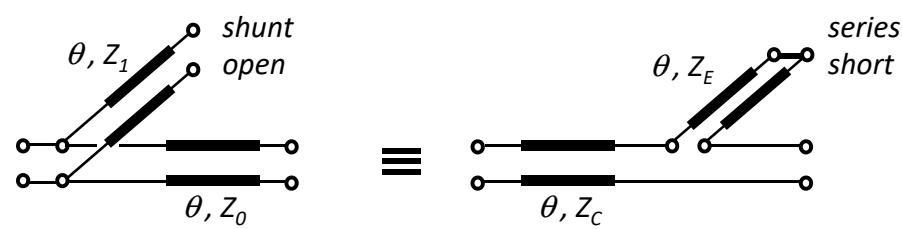
$$n = 1 + \frac{Z_1}{Z_0}$$



$$Z_C = \frac{Z_0}{n}$$

$$Z_E = \frac{n-1}{n} Z_0$$

$$n = 1 + \frac{Z_0}{Z_1}$$



... oben gezeigt sind die Kuroda-Identitäten erster Ordnung; es gibt auch jene zweiter Ordnung

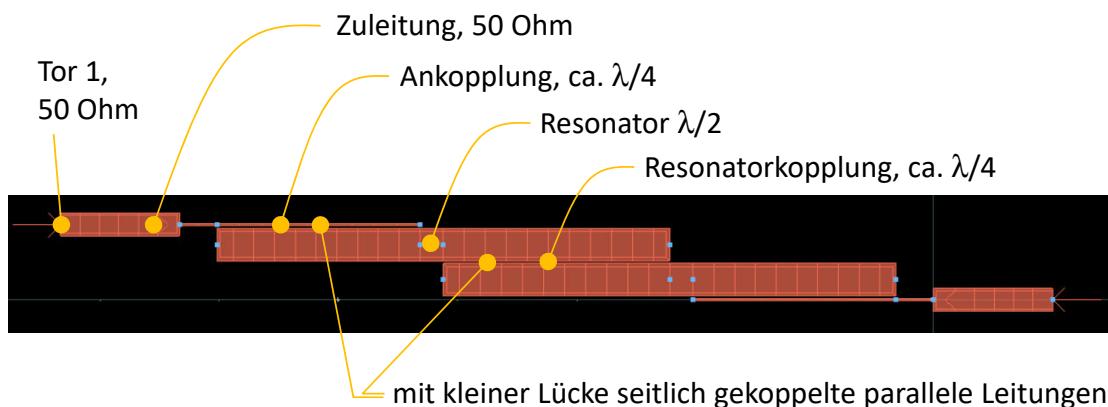


Bandpassfilter: Halbwellen-Resonator-Filter

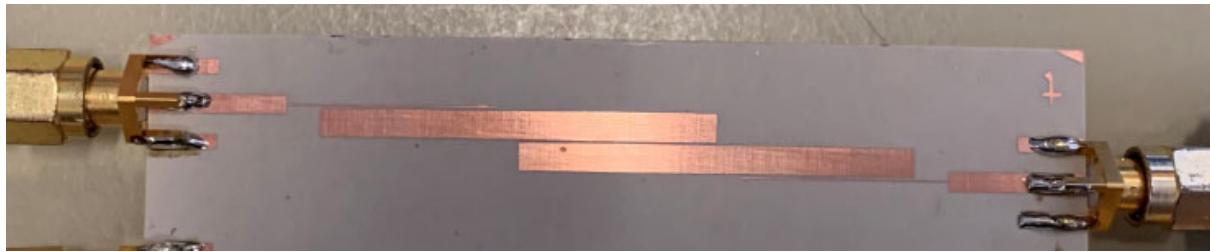
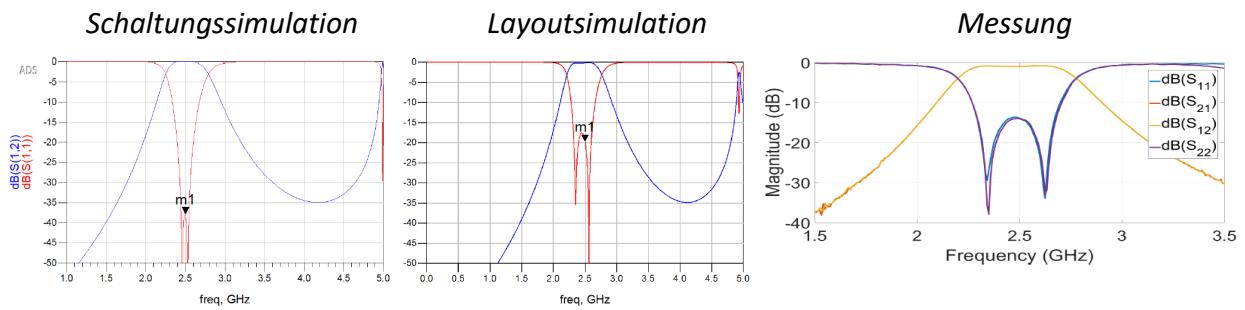
Die bislang gezeigten **direct-coupled stub filters** sind als Bandpassfilter vorzugsweise für mittlere-bis-größere Bandbreiten geeignet.

Bandpassfilter für schmale-bis-mittlere Bandbreite werden vorzugsweise als **coupled-resonator filters** realisiert.

Beispiel eines 2-Resonator- **coupled-resonator filter** (microstrip-Layout):



Beispiel eines 2-Resonator- **coupled-resonator filter** (microstrip-Layout):



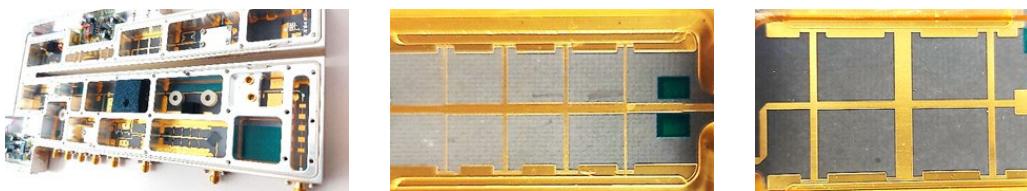
[Bretzke, Satheeskanth, Lab Course 2024]

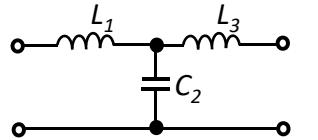


Beispiele planarer direct-coupled stub filters:

- 1) Low-pass Tschebyscheff 0.1dB ripple, N=3, $Z_0=50\Omega$, $f_c=1\text{GHz}$
... Realisierung in *microstrip* mit 3 offenen Stichleitungen (*open stubs*)
- 2) Diskussion kurzgeschlossene Stichleitung (*shorted stub*) in *microstrip*
- 3) Low-pass Butterworth, N=5, $Z_0=50\Omega$, $f_c=1.4\text{GHz}$
- 4) Bandbreitenvergrößerung durch Stichleitung (*stub matching*)

Ein Blick in ein altes Hochfrequenz-Messgerät zeigt: überall sind Filter, auch *stub filter*:



- Beispiel 1:*„frei“ gewählt da zusätzlicher Freiheitsgrad*N=3 Tschebyscheff 0.1dB ripple, $Z_0=50$, $f_c = 1 \text{ GHz}$, $f_R = 1.4 \text{ GHz}$ $\rightarrow g_1=g_3=1.0316, g_2=1.1474$ (Folie 8.22) $\rightarrow L_1=L_3=8.21\text{nH}, C_2=3.65\text{pF}$ 

$$C = \frac{1}{Z_0} \frac{g_i}{\omega_c}$$

$$L = Z_0 \frac{g_i}{\omega_c}$$

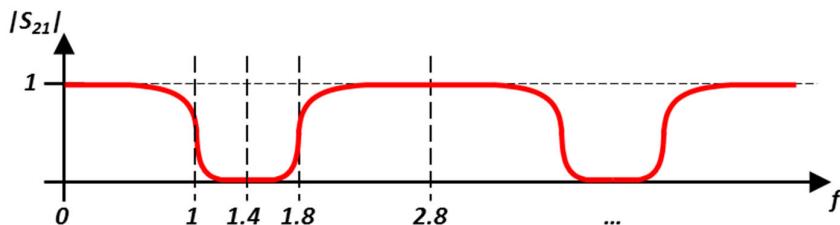
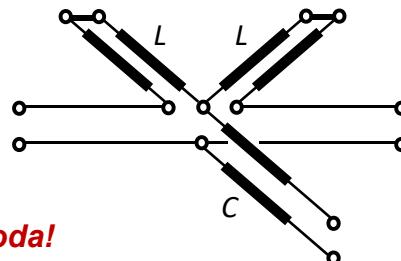
$$g_2 Y_0 = \omega_c C \equiv \Omega_c Y_{0,\text{open_line}}$$

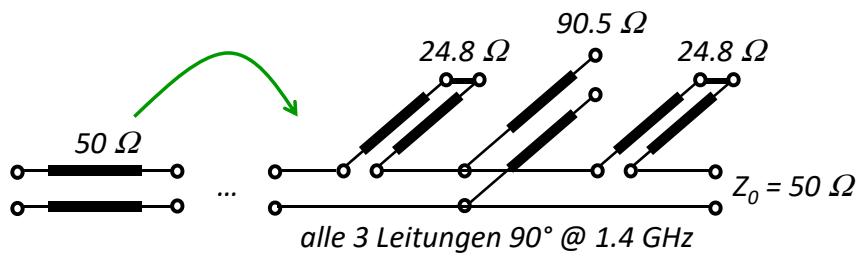
$$g_1 Z_0 = \omega_c L \equiv \Omega_c Z_{0,\text{shorted_line}}$$

$$\Omega_c = \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{f = 1\text{GHz}}{f_R = 1.4\text{GHz}}\right) = 2.076$$

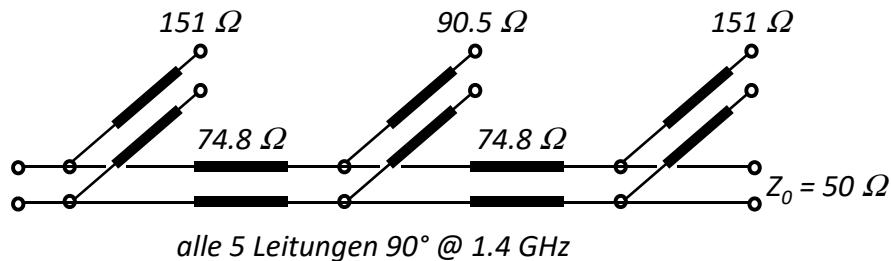
$$Y_{0,\text{open_line}} = \frac{g_2 Y_0}{\Omega_c} = (90.5 \Omega)^{-1}$$

$$Z_{0,\text{shorted_line}} = \frac{g_1 Z_0}{\Omega_c} = 24.8 \Omega$$

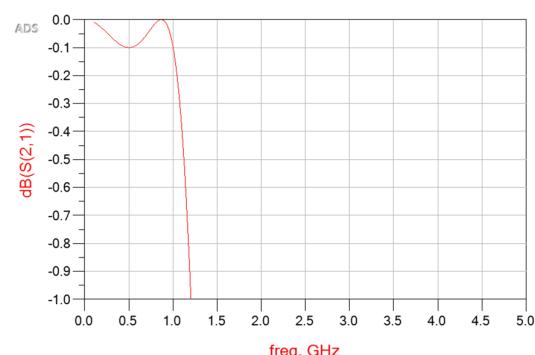
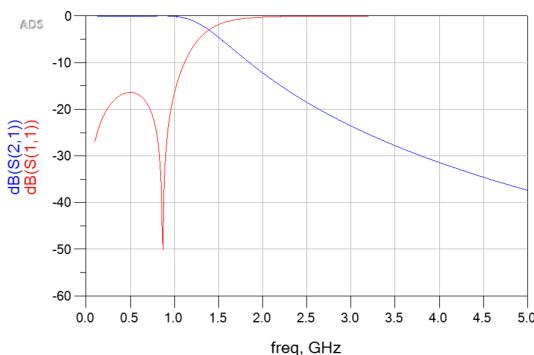
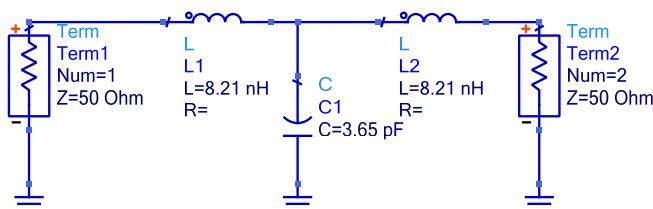
 \rightarrow die Wahl von f_R bestimmt die Periodizität des Filters: \rightarrow Realisierbarkeit dieser Leitungsschaltung?*... Nicht in Microstrip! Deshalb: Kuroda!*

Beispiel 1, cont'd:

↓ $n=1.496$

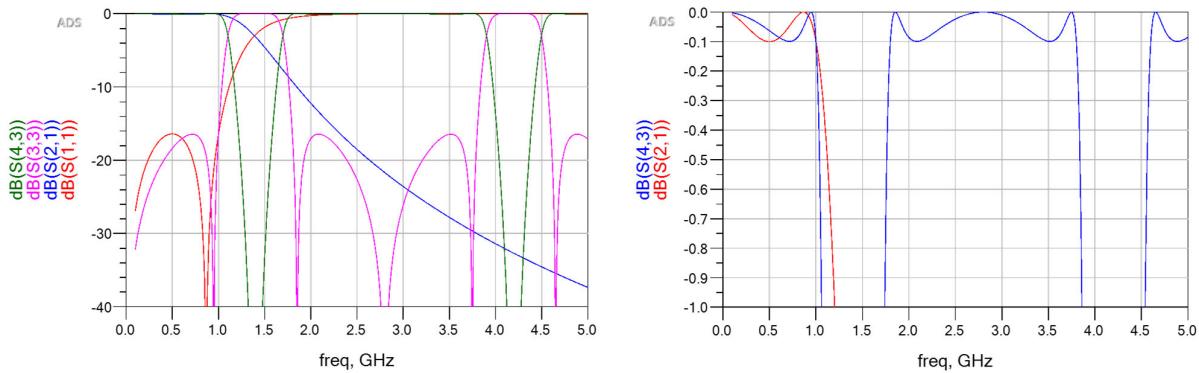
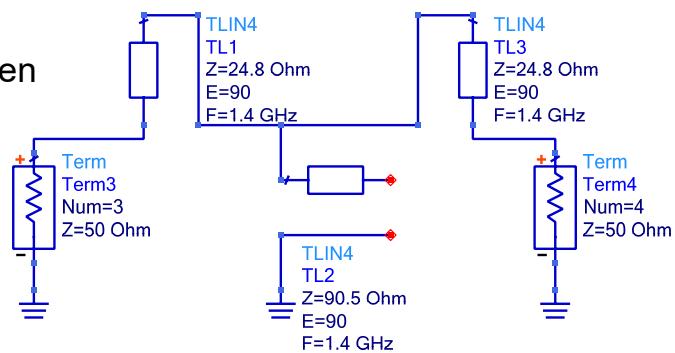
**Beispiel 1, cont'd:**

1) LC-Tiefpass Simulation (Bauteilwerte siehe Folie 8.31):

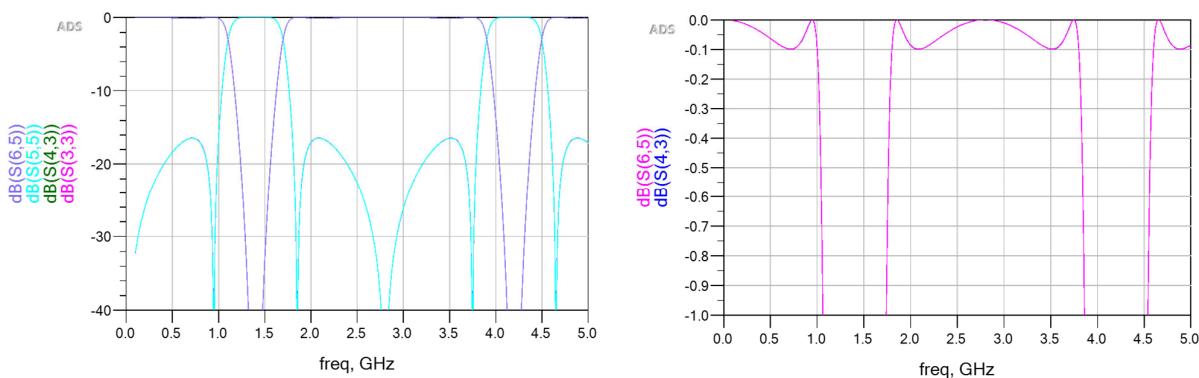
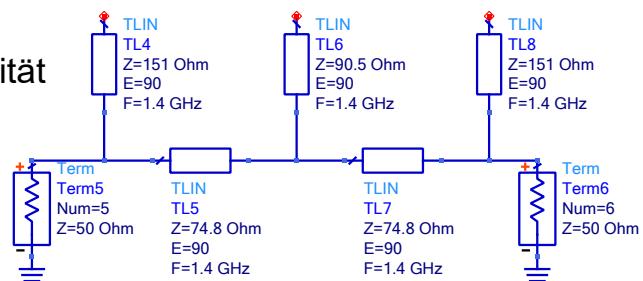


Beispiel 1, cont'd:

2) Substitution der Reaktanzen durch (ideale) Leitungen
(siehe Folie 8.31):

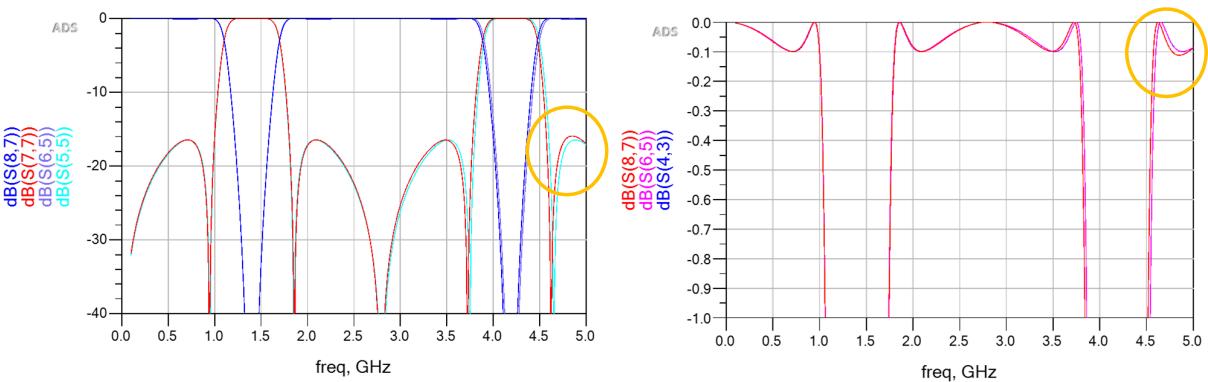
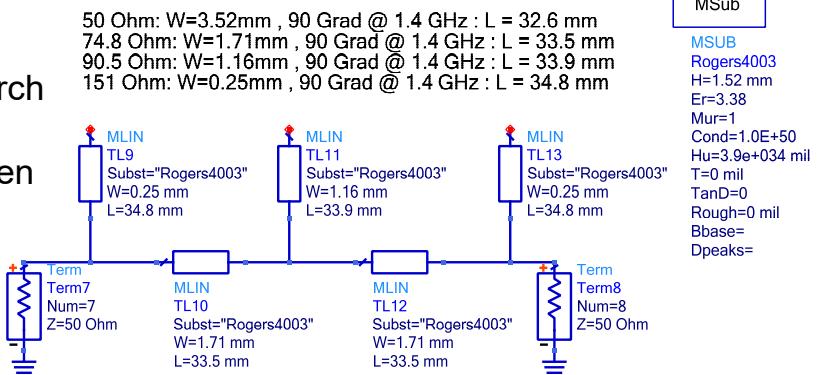
**Beispiel 1, cont'd:**

3) keine Änderung durch
Anwendung der Kuroda-Identität
(siehe Folie 8.33):

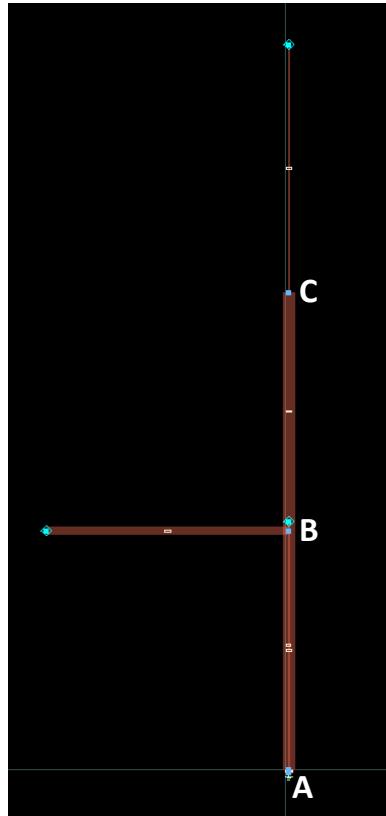
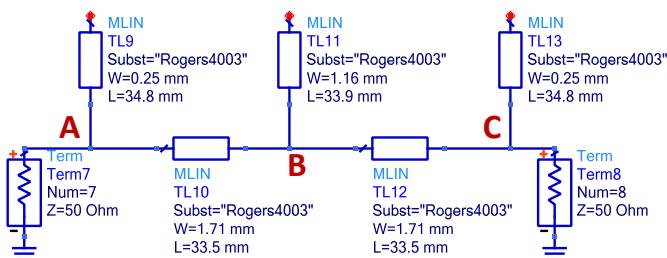


Beispiel 1, cont'd:

4) wenig Änderung durch Substitution mit Mikrostreifenleitungen (nur Dispersion bei hohen Frequenzen):

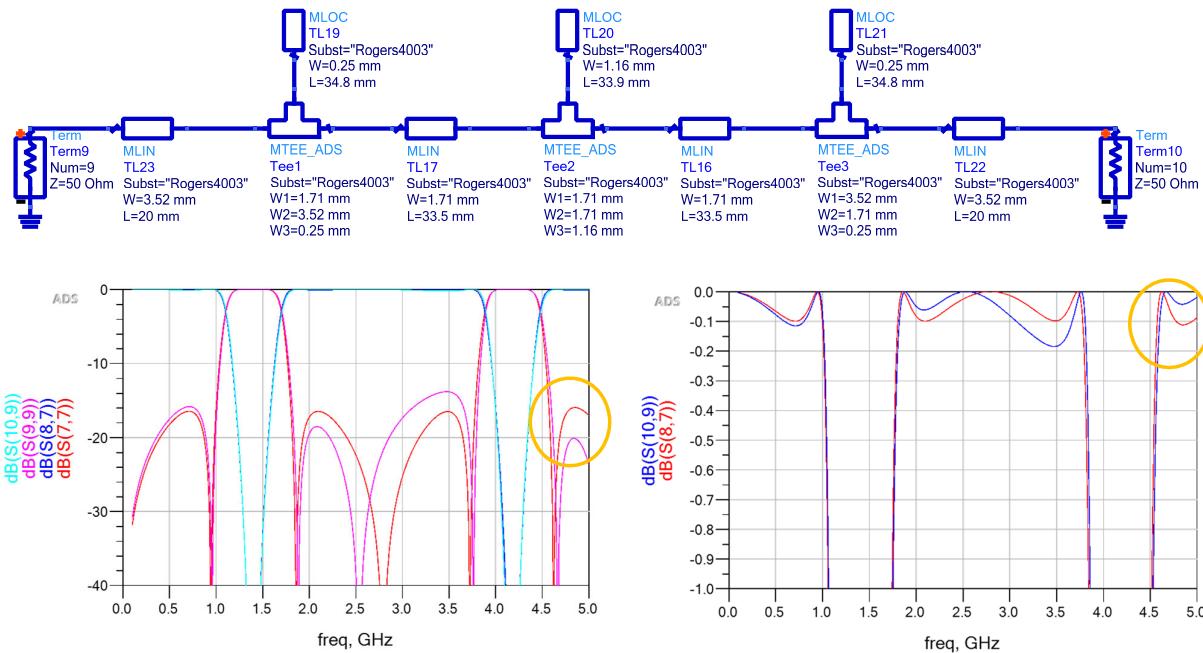
**Beispiel 1, cont'd:**

5) aber: reales Layout unmöglich!



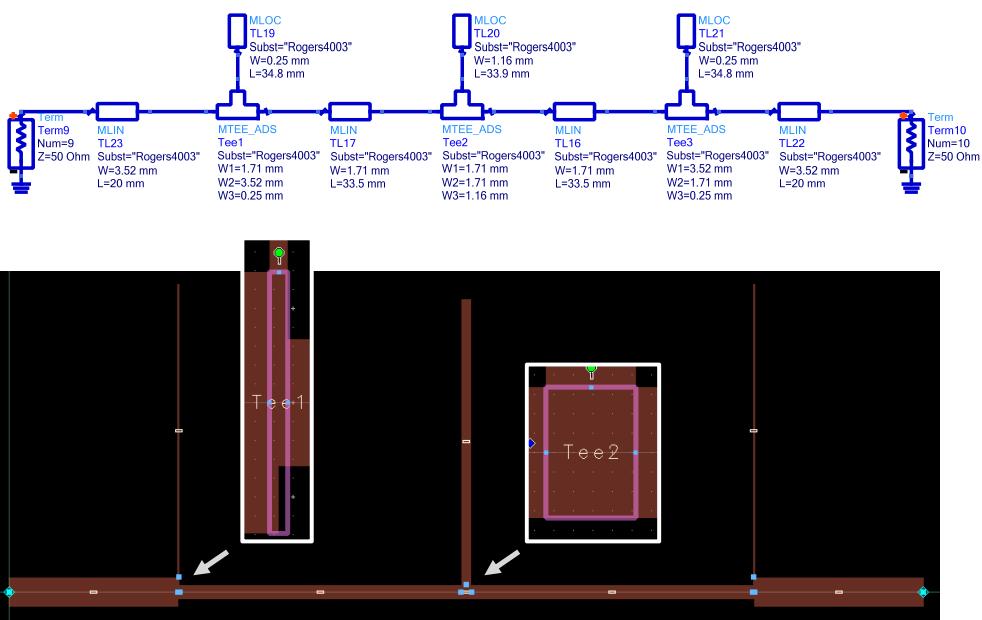
Beispiel 1, cont'd:

6) realistische Mikrostreifenschaltung mit Elementen „OPEN“ und „TEE“:



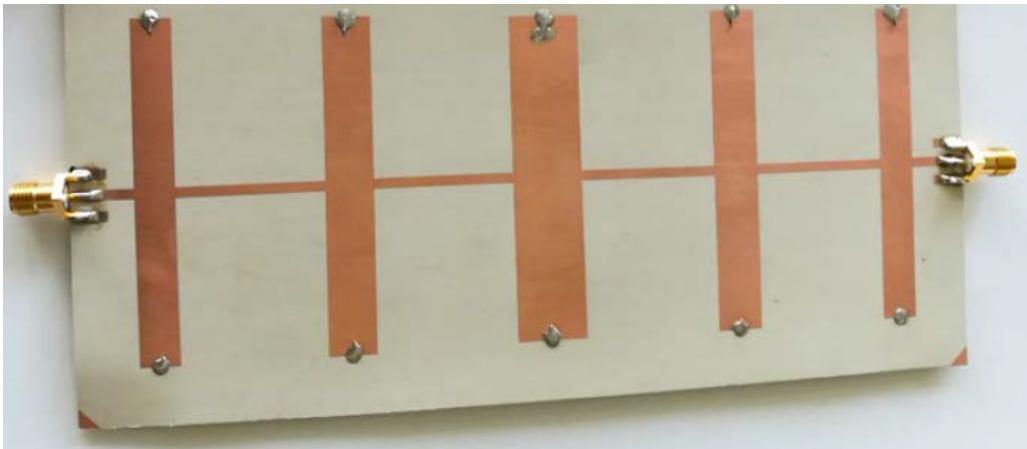
Beispiel 1, cont'd:

7) jetzt reales Layout, aber: „OPEN“ und „TEE“ verändern die Schaltung!



Beispiel 2:

Bandpass-Filter (1.3 GHz – 1.7 GHz) mit 5 am Ende kurzgeschlossenen Stichleitungen (*shorted stubs*)

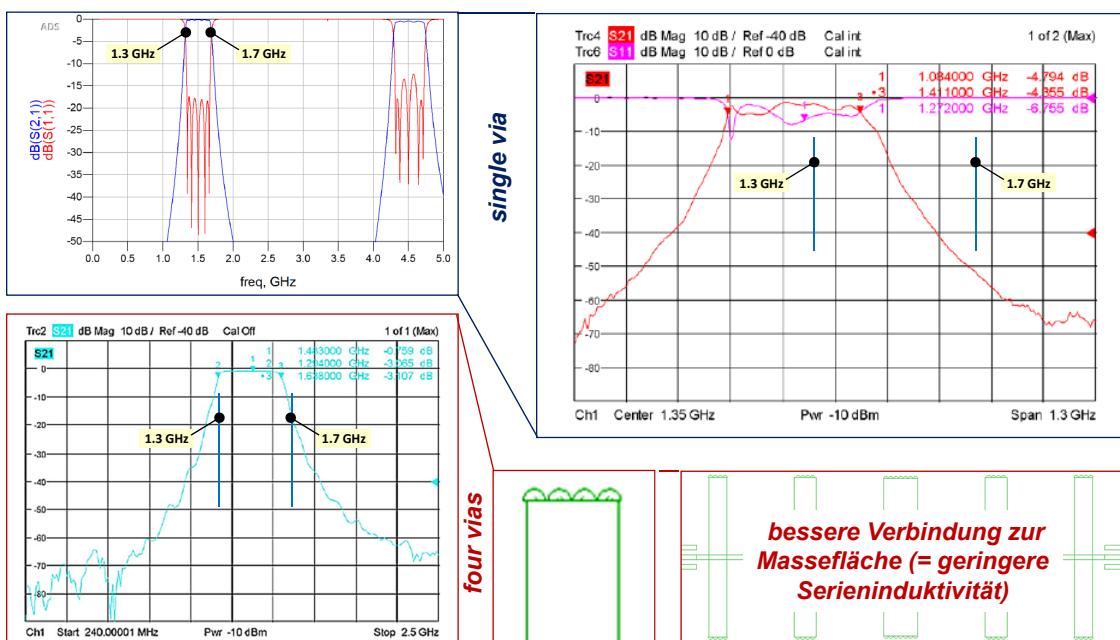


- doppelte (parallele) *stubs* weil Synthese sehr niedrige Impedanz verlangt



Beispiel 2, cont'd:

- Kurzschluss mit nur einem Via am Ende der Stichleitung: ganz schlecht!



Beispiel 3:

- Filter N=5 Butterworth, $Z_0=50\Omega$, $f_c=1.4\text{GHz}$, $f_R=2\text{GHz}$

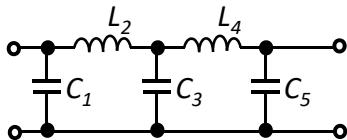


TABLE 9.3-1 g Values for Butterworth Low-Pass Prototype Filter

| N | g_1 | g_2 | g_3 | g_4 | g_5 | g_6 | g_7 | g_8 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| 2 | 1.4142 | 1.4142 | 1 | | | | | |
| 3 | 1.0000 | 2.0000 | 1.0000 | 1 | | | | |
| 4 | 0.7654 | 1.8478 | 1.8478 | 0.7654 | 1 | | | |
| 5 | 0.6180 | 1.6180 | 2.0000 | 1.6180 | 0.6180 | 1 | | |

$$g_1 = g_5 = 0.618$$

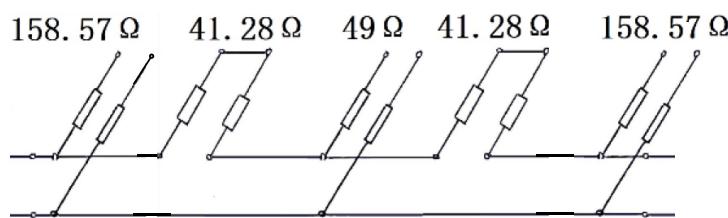
$$g_2 = g_4 = 1.618$$

$$g_3 = 2$$



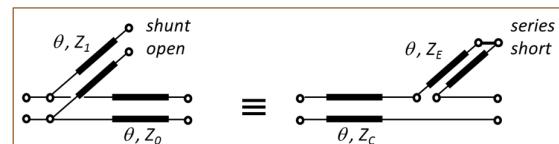
Beispiel 3, cont'd:

- Berechnen von L,C aus g. Danach Richards-Transformation ($Z_0=50\Omega$):

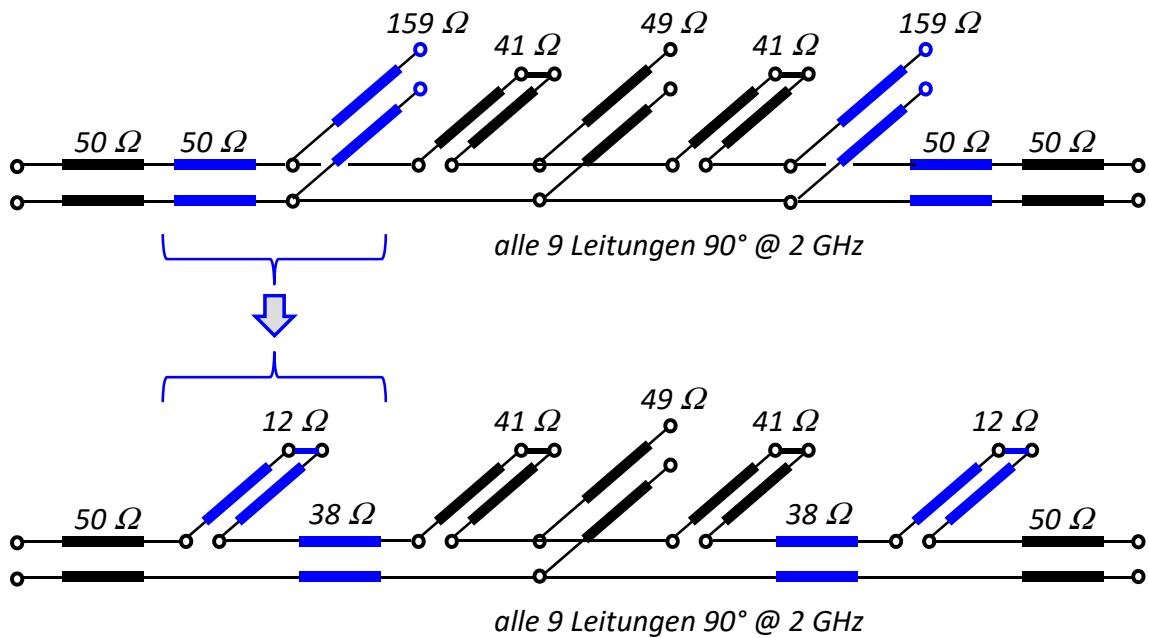


- am Ein- bzw. Ausgang können 50Ω -Leitungsstücke beliebiger Länge „addiert“ werden!

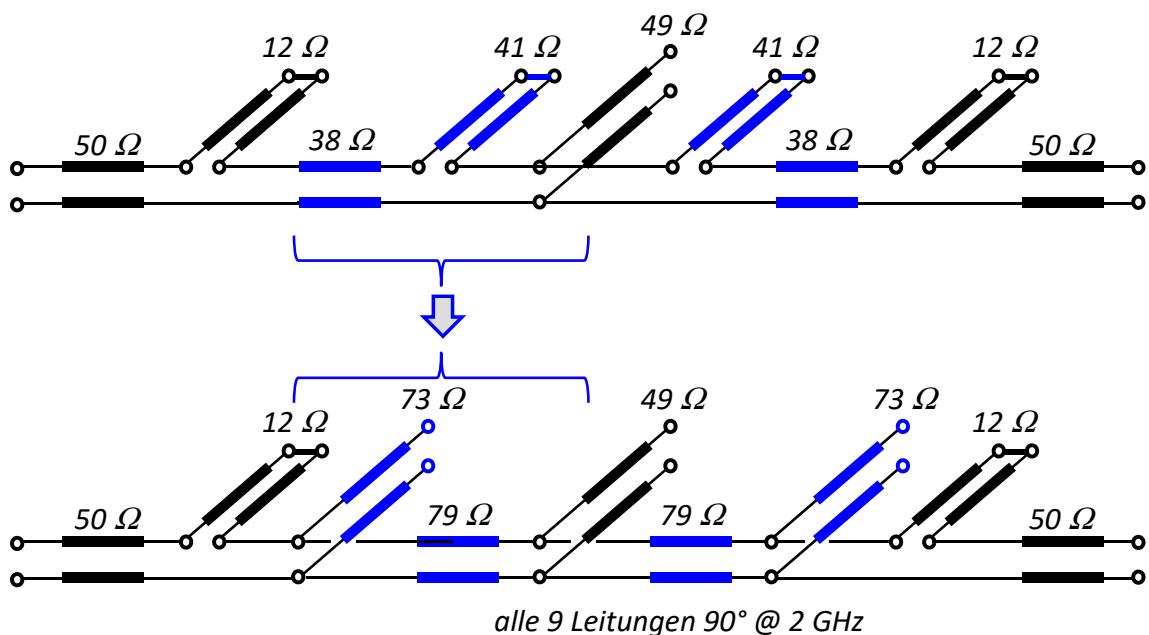
- Kuroda:
 - ersetzen der „äußerer“ open shunt stubs durch shorted series stubs:



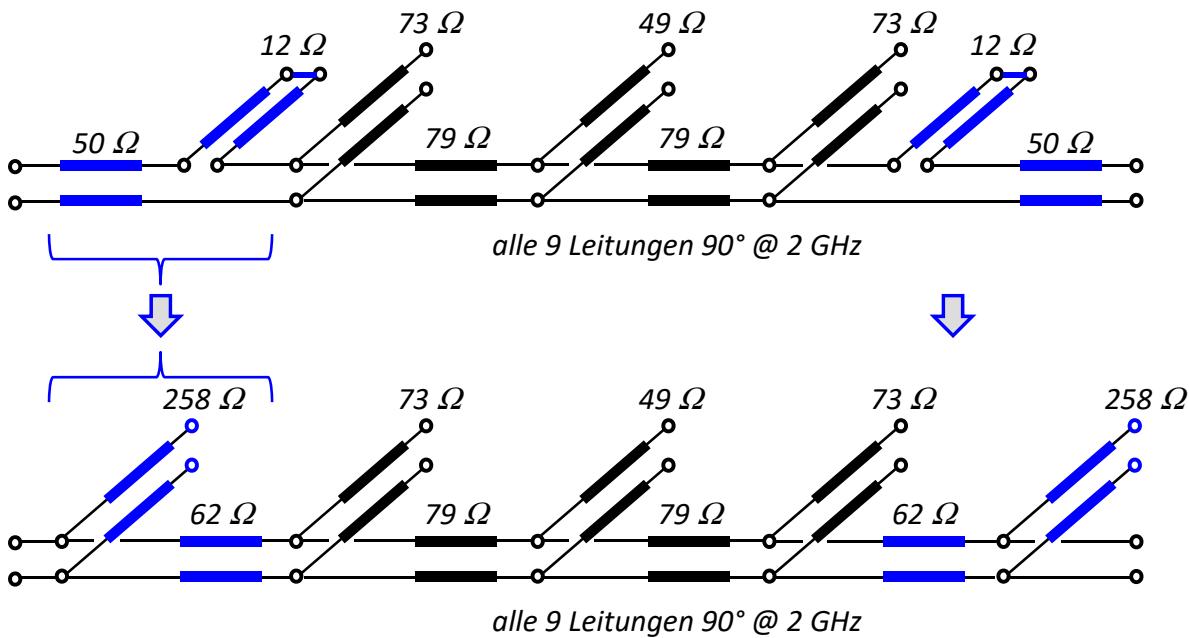
- erste Anwendung Kuroda (rechts & links – alles symmetrisch):



- zweite Anwendung Kuroda (rechts & links – alles symmetrisch):

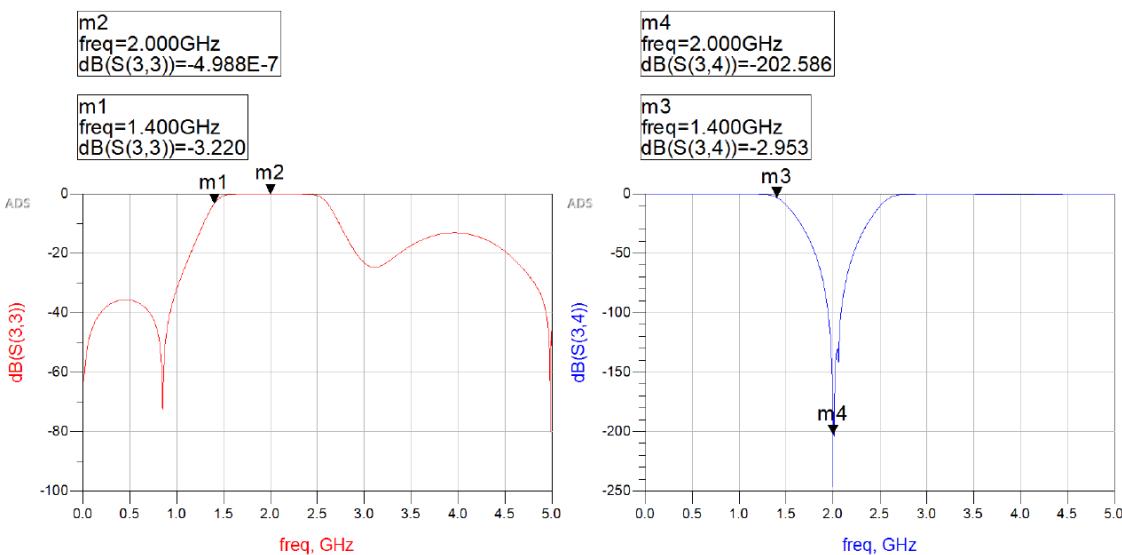
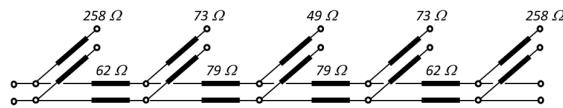


- dritte Anwendung Kuroda (rechts & links – alles symmetrisch):



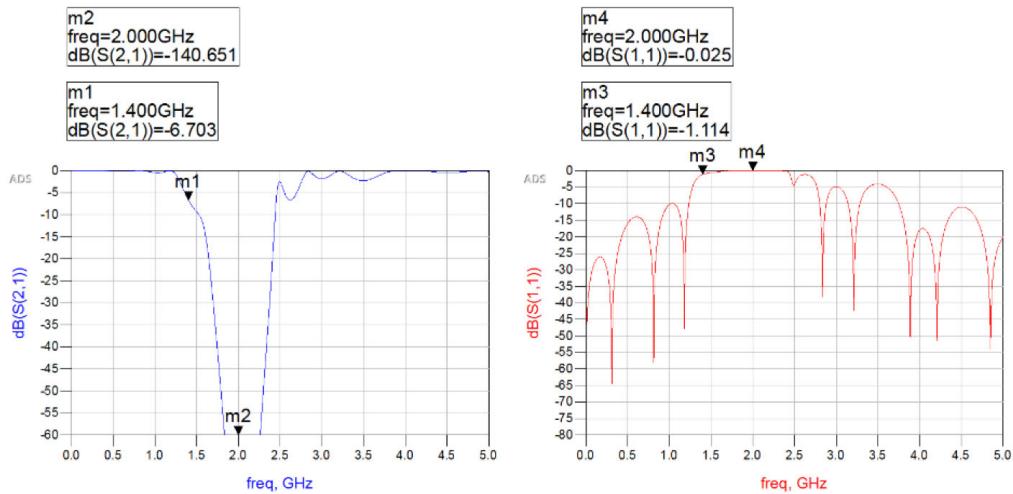
Beispiel 3, cont'd:

- das Simulationsmodell in *microstrip* Technologie wird durch TEE-Elemente und OPEN-Effekte ergänzt und re-optimiert:

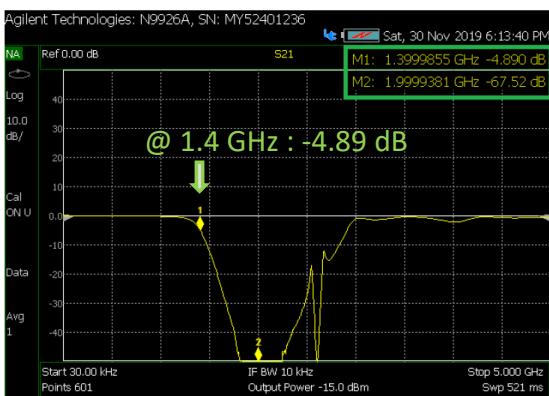
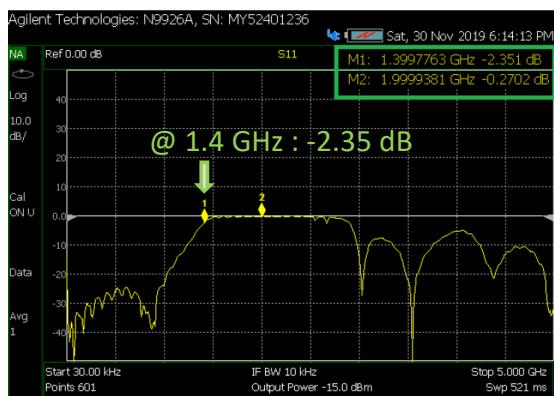
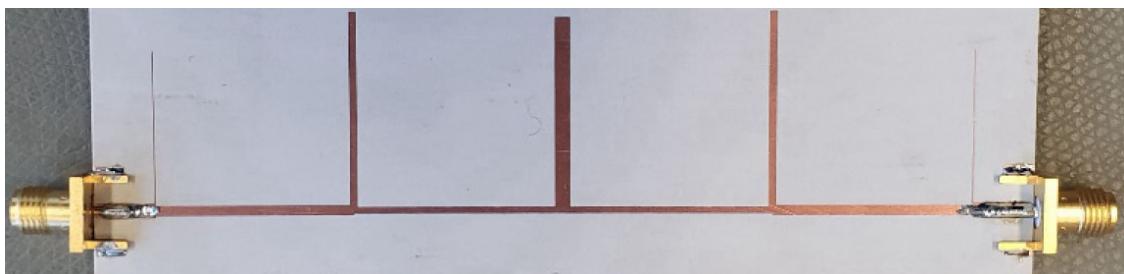


Beispiel 3, cont'd:

- die Stichleitung mit $Z=258\Omega$ ist in der gewählten Technologie jedoch nicht realisierbar (weil: viel zu schmal). Anstelle dessen wird die schmalest-mögliche Leitungsbreite von 0.15mm gewählt ($Z=147\Omega$). Das verschlechtert die Filtereigenschaften:

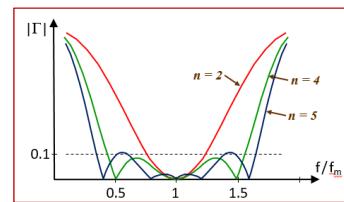


Beispiel 3, cont'd:

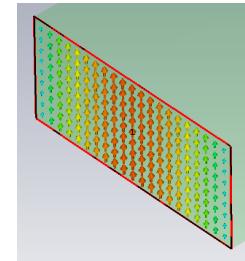
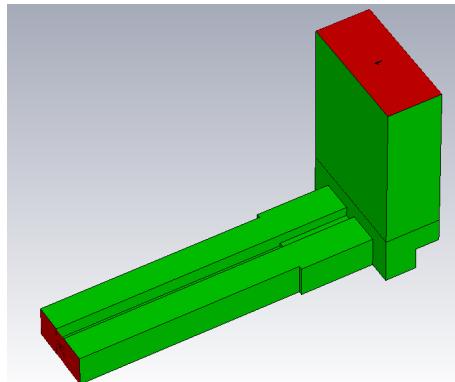
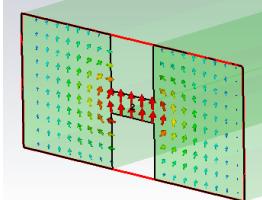


Beispiel 4:

- Impedanz-Bandbreite eines einstufigen Impedanztransformators vergrößert durch zusätzliche Resonanz (Halbwellenresonator)
- Wdhlg: limitierte Bandbreite bei einer Resonanz → zusätzliche Resonanz nötig:
- Übergang vom WR90 Rechteckhohlleiter auf *double ridge* Hohlleiter bei 9.4 GHz



double ridge Hohlleiter:
13 mm breit



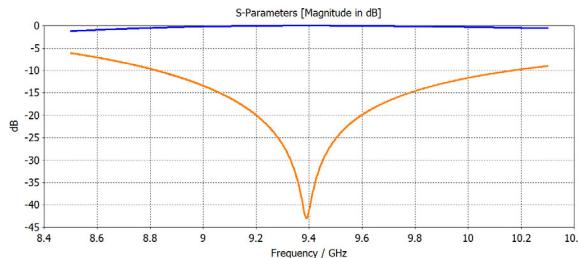
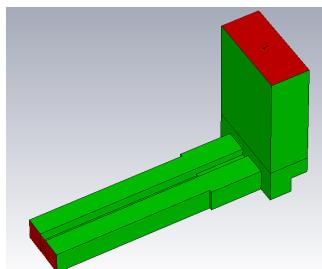
WR90: 22.86 mm breit



Beispiel 4, cont'd:

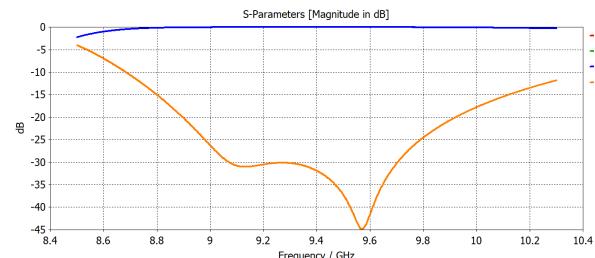
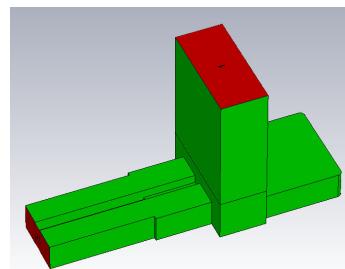
Mit $\lambda/4$ Trafo:

- 20 dB Bandbreite 4.3%
- 30 dB Bandbreite 1.3%



Mit $\lambda/4$ Trafo und $\lambda/2$ Stichleitung („stub“):

- 20 dB Bandbreite 11.5%
- 30 dB Bandbreite 6.9%



Beispiel 4, cont'd: