Algoritmos y Estructuras de Datos III

Segundo Cuatrimestre de 2017

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Trabajo Práctico 1

Integrante	LU	Correo electrónico
Nicolás Ansaldi	128/14	nansaldi611@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Contents

1 Backtracking

1.1 Descripcion del problema

El problema consiste en formar el grupo más grande de agentes comfiables para esto se cuenta con una tabla que representa las encuestas hechas a los agentes. La primera columna de dicha tabla representa el agente encuestado mientras que la segunda columna representa lo que dicho agente informó. Además, cada agente puede elegir informar algo como no, y si lo hace puede hacer tantas declaraciones como desee. Luego la tabla puede ser vacía como tener muchas entradas (notar que la tabla no puede ser infinita). Una vez hechas todas las encuestas se procede a decir cuál es el grupo más grande de agentes confiables. No todo conjunto de agentes es válido por lo que hay ciertas propiedades que tiene que cumplir. La primera es que si un agente dentro del conjunto confía en otro agente, ese agente también debe estar en el grupo, la segunda es que si un agente dentro del conjunto desconfia de otro agente, este no puede ester en el conjunto. Algunos ejemplos serían:

Agentes	Encuestas
1	2
2	3
3	-1
0	0

res: 2

Agentes	Encuestas
1	5
2	3
3	4
5	-1

res: 3

1.2 Solución Propuesta

La idea para resolver este problema es considerar todos los posibles casos. Para esto vimos que cada agente puede estar como no en el conjunto, o sea, se va a analizar ambos conjuntos resultantes, uno donde el agente esté en el conjunto y otro donde no esté. A la hora de agregar un agente, llamémoslo i, al conjunto primero vemos que se pueda, esto significa que va a seguir siendo un conjunto válido, para esto vamos a ver un par de cosas. La primera es que nadie en el conjunto desconfíe de i, luego veremos que i no desconfíe de nadie que está en el conjunto, también se verifica que la encuesta del agente tenga sentido lógico, o sea, que no desconfíe de si mismo y, como puede hacer más de una declaración, que no desconfie y confie de un agente. Además para la rama en la cuál no se agrega al agente vereficamos que tenga sentido que no este en el conjunto, esto es que nadie, que este en el conjunto, confie en él. Una vez hecho esto, y para los otros posibles conjuntos válidos, se elegirá el conjunto con mayor cantidad de agentes.

1.3 Resolución

La técnica de backtracking consiste en pensar conceptualmente en un árbol que contega todas las posibles soluciones. Por esto la solución que propone mi algoritmo es la siguiente:

- Partir de la raíz (ningún agente elegido).
- Comenzar por el primer agente ver si puede ser agregado al conjunto (las consideraciones descriptas en el punto anterior) y considerar que no forme parte del mismo, luego recorrer recursivamente cada una de esas 2 posibilidades para el elemento siguiente (2 ramas).
- A partir del segundo elemento, recorrer recursivamente cada una de las 2 ramas sólo si ésta es válida, en otras palabras, si puede ser agregado el agente al conjunto. Además si el agente tiene que estar en el conjunto (porque alguien en el conjunto confía en él) la rama que corresponde a no agregar al agente no se recorre ya que no sería una instancia válida del problema.
- Al llegar a una hoja que esté en el último nivel (cuando la altura del árbol es igual a la cantidad de agentes) se chequea que el conjunto resultante sea válido esto lo hacemos por que a la hora de agregar un agente al conjunto no estamos viendo que si este confia en alguien que no esta en el conjunto se pueda agregar a ese agente en el

futuro. Luego si la cantidad de agentes dentro del conjunto resultante es mayor a la que ya tenés, entonces ésta será la mejor solución. Si no, entonces me quedo con la solución que tenía antes.

1.4 Pseudocódigo

Algorithm 1 Backtracking

```
procedure BACKTRACKING(vector(pair(agente, agente)) encuestas, agentes, ConjAgentes)
    if Si no me quedan agentes para evaluar then
        if longitud(ConjAgentes) > solucion then
            solucion = longitud(ConjAgentes)
    if PuedoAgregarAgente then
        Paso Recursivo rama agregueAlAgente
    if NadieConfiaEnElAgente then
        Paso Recursivo rama NoAgregoAlAgente
```

A la hora de recorrer ambas ramas, se verifica que no genere instancias inválidas. Lo que hacen las guardas de los ifs es comprobar esa validez.

1.5 Demostración de correctitud

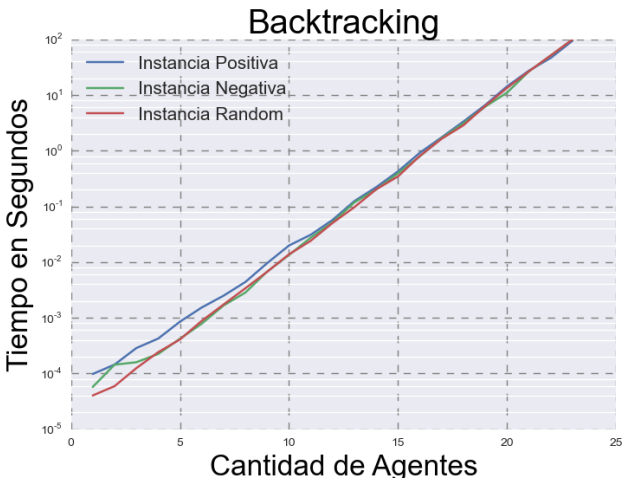
La técnica descripta anteriormente parte de pensar al problema como un árbol con todas las posibles soluciones. Cada nodo del árbol representa como se va ir modificando nuestro conjunto incluyendo o no a un determinado agente. A pesar de que nuestro algoritmo se basa en esta idea falta decir porque es correcto respecto a nuestro problema ya que como dijimos antes no recorre todos los casos. La razón es que recorre las ramas que son válidas según las condiciones del problema y no considera las inválidas. Una vez que tenemos el conjunto de soluciones posibles se queda con la mejor de ellas, en este paso (cuando ya se recorrió todo el árbol) se podrían considerar las soluciones descartadas pero serían descartas de nuevo, ya que no cumplen con lo pedido, lo que hacemos es descartalas antes de llegar al final del árbol para ahorrarnos recorrer dichas ramas. Entonces al final generamos todas las posibles soluciones y nos quedamos con la mejor.

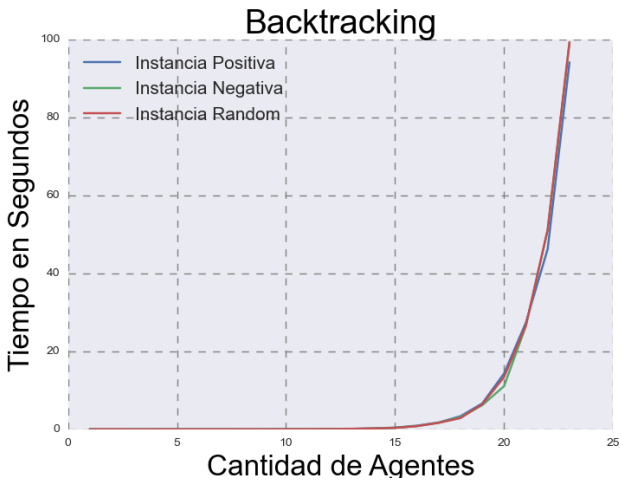
1.6 Complejidad teórica

Como dijimos antes la idea conceptual del problema es pensarlo como un árbol de soluciones. Como este árbol contempla todas las posibles soluciones es un árbol completo, ya que por cada nodo tenemos 2 opciones, que forme parte del conjunto o que no forme (no hace falta considerar cuando alguna rama no es recorridas ya que estamos considerando complejidad en peor caso, por lo que consideramos el árbol completo). Entonces terminamos teniendo un árbol con 2^i hojas, donde "i" es la cantidad de agentes. Además para pasar de un nivel del árbol a otro, pagamos $O(a^2 * i)$ esto se debe a que vemos las encuestas del agente evaluado y las encuestas de los agentes que ya pertenecen al conjunto y chequeamos que cumplan lo descripto anteriormente. Esto lo hacemos cuando queremos ver si un agente es confiable, para la rama que no es confiable pagamos $O(a)$ para ver si efectivamente el agente evaluado puede no pertenecer al conjunto, luego nos queda la suma de las complejidades $O((a^2 * i) + (a^2 * i))$ donde nos quedamos con la más grande. Luego en el último nivel hacemos un chequeo para ver si efectivamente el conjunto es válido, esto se debe a que a la hora de agregar un agente al conjunto no estamos considerando que si éste confía en un agente y ese agente no se encuentra en el conjunto lo pueda agregar en el futuro. Para hacer esto tenemos que recorrer una vez mas el conjunto y ver que siga siendo un conjunto válido. Esto nos toma $O(i^2 a)$ pasos. Luego, una vez recorrido todo el árbol, terminamos teniendo una complejidad de $O(2^i * ((i * a^2) + (i^2 * a))) = O(2^i * (max(i * a^2, i^2 * a)))$.

1.7 Experimentación

Para analizar la performancia del algoritmo decidimos considerar diferentes entradas. Cada entrada consiste en fijar la cantidad de agentes (yendo desde 1 agente hasta 23) y tomar 100 repeticiones para la cantidad fijada. Cada repetición toma una cantidad de encuestas random (yendo desde 1 hasta 31). Entonces, por ejemplo, tenemos 100 repeticiones (cada una con una cantidad aleatoria de encuestas) para un agente, luego 100 repeticiones para 2 agentes y asi sucesivamente, una vez tomadas todas las muestras se corre el algoritmo utilizandolas y se toma el tiempo que tarda, y una vez que se tienen los tiempos se toma un promedio de las 100 muestras. Las entradas que consideramos fueron, una donde todas las encuestas son positivas, una donde todas las encuestas son negativas y por último una donde se elige aleatoriamente si la encuesta es positiva o negativa.





En el gráfico podemos ver que el algoritmo se comporta de una manera similar para las 3 entradas, esto se debe que estamos recorriendo la mayoría de soluciones, o sea, estamos recorriendo casi todo el árbol.

2 Backtracking (Podas)

La descripción del problema como la forma de pensarlo son las mismas que el ejercicio anterior.

2.1 Resolución

Además de lo dicho en el ejercicio anterior, la idea es podar más el árbol para no recorrer casos donde no nos interese su solución o sea un caso inválido. Para esto tenemos 2 podas, la primera consiste en no considerar conjuntos que no mejoran la respuesta y la segunda consiste en hacer un mejor análisis de la confiabilidad de los agentes. Para la primera consideremos un conjunto con "k" elementos en el, previamente habían "a" agentes mientras que "i" representan los agentes procesados, la poda consiste en que si $k + (a - i) <= s$, donde s es mi mejor solución hasta el momento, no sigo recorriendo ese rama porque se que no voy a conseguir nada mejor. La otra consiste en hacer un mejor chequeo de la confiabilidad además de lo descripto en el ejercicio anterior, vemos que si el agente a ser agregado confia en otro agente, este último debería formar parte del conjunto por lo que vemos si ya está en el conjunto o si puede ser agregado, para esto vereficamos que no haya nadie que desconfie de este agente, si alguien no confia en él no se agrega al agente al conjunto.

2.2 Pseudocódigo

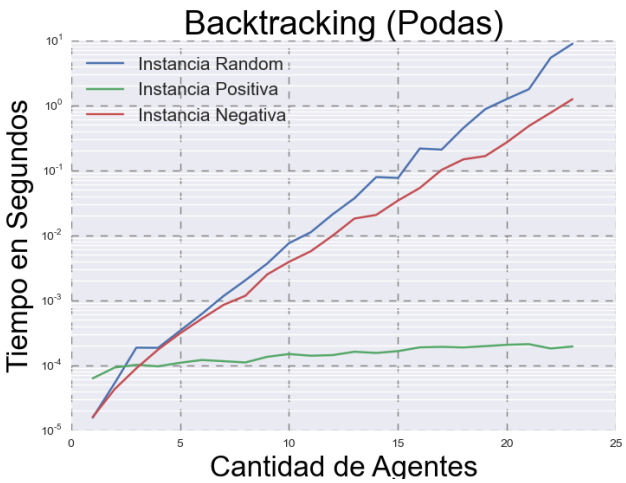
Algorithm 2 BacktrackingPodas

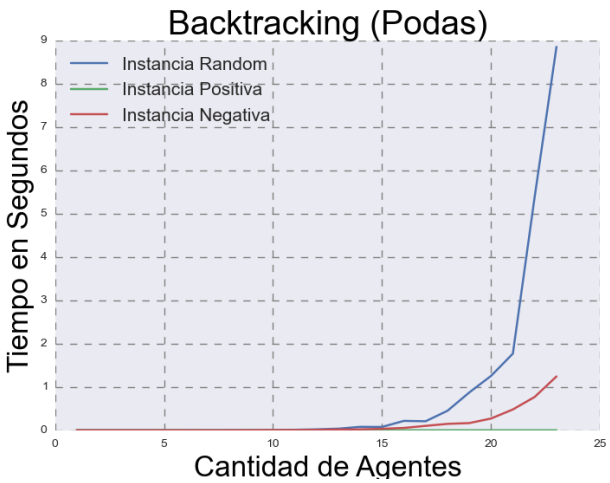
```
procedure BacktrackingPodas(vector(pair(agente, agente)) encuestas, agentes, ConjAgentes)
    if Si no me quedan agentes para evaluar then
        if longitud(ConjAgentes) > solucion then
            solucion = longitud(ConjAgentes)
        return solucion
    if PuedoAgregarAgente ∧ PuedeSerMejorSolución then
        Paso Recursivo rama agregueAlAgente
    if PuedeSerMejorSolución then
        Paso Recursivo rama NoAgregoAlAgente
```

2.3 Complejidad

Dado que las podas no agregan complejidad al algoritmo ya que se aprovechan de lo que se hacía antes y en peor caso tengo que recorrer todo el árbol, la complejidad en peor caso sigue siendo lo misma que el ejercicio anterior. $O(2^i * i^3 * a^3)$.

2.4 Experimentación

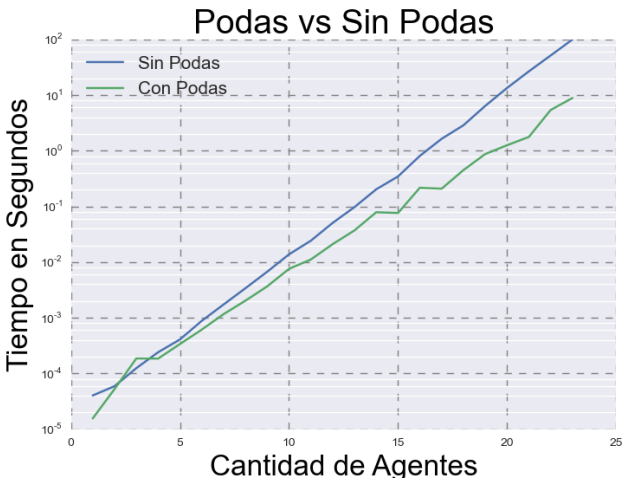




Al igual que en el ejercicio anterior vemos los resultados del algoritmo para diferentes entradas. La muestras fueron calculadas de la misma manera que en el ejercicio anterior.

3 Comparación

Ahora lo que nos interesa es comparar los 2 algoritmos descriptos anteriormente. La idea de esto es ver como se comportan las podas frente a no tener podas. Para esto tomamos los tiempos de ambos algoritmos sobre la entrada random descripta en las secciones anteriores. La razón por la cuál optamos por la entrada random es porque nos parece el mejor caso para comparar los algoritmos, ya que no podemos saber que se está podando y que no. Y, además, según lo que vimos antes es un mal caso para las podas, mientras que no es un caso tan malo para la versión sin podas.



Lo que podemos ver en los gráficos es que el algoritmo con podas es más rápido que el que no tiene podas. Esto se debe a que las podas me ahorran recorrer ramas que no van a aportar una mejor solución al problema y, además, cuando hacemos el chequeo de si un agente es confiable, las podas hacen un chequeo más profundo que la versión sin podas.

4 Modificaciones al informe