Trabajo Práctico Final ASSD

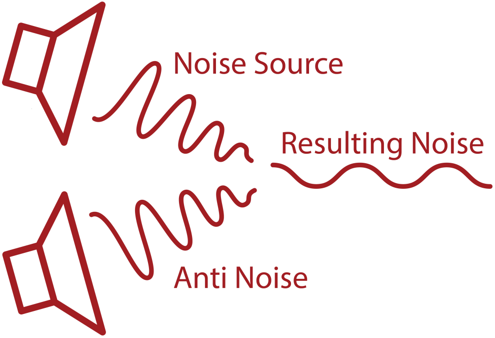
Algoritmos adaptativos aplicados a ANC

Linares Gonzalo Ezequiel
Gullino Agustin Luis
Bustelo Nicolás
Sergi Damián
Feldman Santiago

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

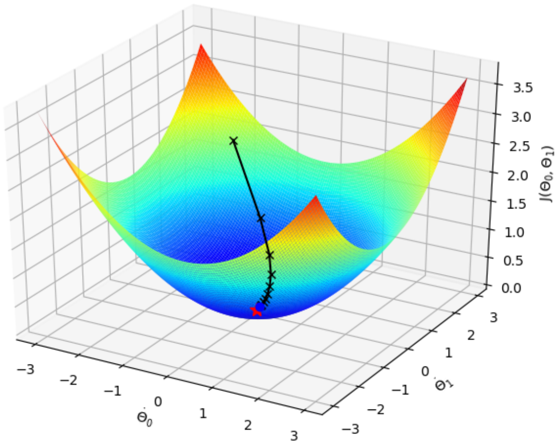
Diciembre 2023

Introducción

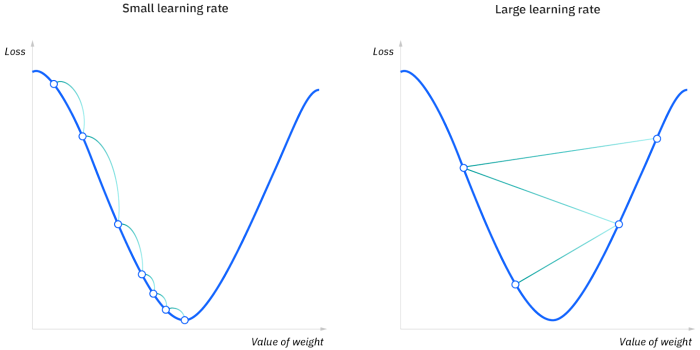


Aplicaciones

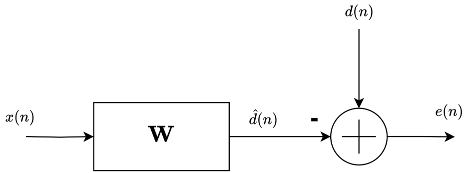
Descenso por gradiente



Descenso por gradiente



Filtro de Wiener



$$e(n) = d(n) - \hat{d}(n) = d(n) - \vec{\mathbf{w}} * \vec{\mathbf{x}}(n)$$

$$\vec{\mathbf{x}}(n) = \begin{bmatrix} x(n) & x(n-1) & \dots & x(n-M-1) \end{bmatrix}^T$$

$$\vec{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \dots & w_{M-1} \end{bmatrix}$$

Filtro de Wiener

Para obtener el filtro **w** óptimo en el sentido del MSE:

$$J(\vec{\mathbf{w}}) = \mathbb{E}\{e^2(n)\} = \mathbb{E}\{(d(n) - \vec{\mathbf{w}} * \vec{\mathbf{x}}(n))^2\}$$

$$\nabla J(\vec{\mathbf{w}}) = \mathbb{E}\{-2 * \vec{\mathbf{x}}(n) * (d(n) - \vec{\mathbf{w}} * \vec{\mathbf{x}}(n))\}$$

$$\nabla J(\vec{\mathbf{w}}) = 0 \Rightarrow \mathbb{E}\{\vec{\mathbf{x}}(n) * d(n)\} = \mathbb{E}\{\vec{\mathbf{x}}(n) * \vec{\mathbf{x}}(n) * \vec{\mathbf{w}}\}$$

$$\mathbf{R} * \vec{\mathbf{w}} = \mathbf{p}$$

Filtro de Wiener + SGD

$$J(\vec{\mathbf{w}}) = \mathbb{E}\{e^2(n)\}$$

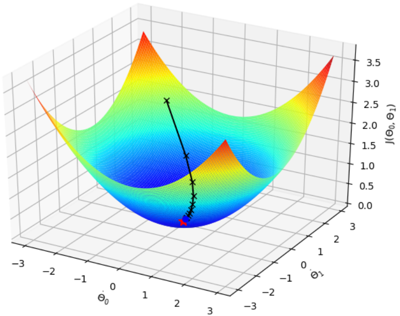
$$J(\vec{\mathbf{w}}) = \mathbb{E}\{(\vec{d}(n) - \vec{\mathbf{w}} * \vec{\mathbf{x}})^2\}$$

$$\nabla J(\vec{\mathbf{w}}) = -\mathbb{E}\{2 * \vec{\mathbf{x}} * (d(n) - \vec{\mathbf{w}} * \vec{\mathbf{x}})\}$$

$$\nabla J(\vec{\mathbf{w}}) = \mathbb{E}\{-2 * \vec{\mathbf{x}} * e(n)\}$$

$$\vec{\mathbf{w}}(n+1) = \vec{\mathbf{w}}(n) - \frac{1}{2} * \mu * \nabla J(\vec{\mathbf{w}}(n))$$

$$\vec{\mathbf{w}}(n+1) = \vec{\mathbf{w}}(n) + \mu * \mathbb{E}\{e(n) * \vec{\mathbf{x}}(n)\}$$



Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Filtro de Wiener + SGD - Convergencia

Si bien en el algoritmo de SGD se inicializan arbitrariamente los pesos del vector, en general se hacen en 0 y para converger(sin convergencia alternada) se tiene que cumplir la condición:

$$0 < \mu < 1/\lambda_{MAX}$$

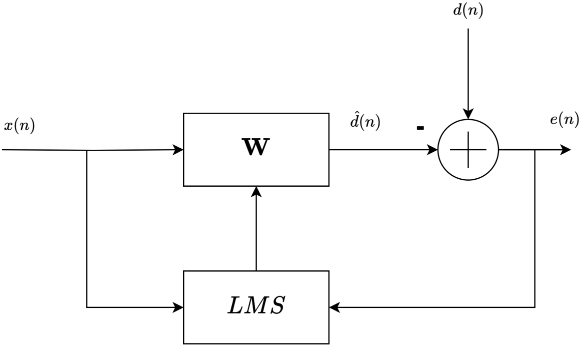
Siendo λ_{MAX} el mayor autovalor de la matriz de correlación R.

LMS

Dada la ecuación de actualización de $\vec{\mathbf{w}}(n)$ obtenida al realizar SGD sobre filtrado óptimo, se puede obtener LMS estimando el valor esperado en la expresión de actualización. En particular, LMS clásico se obtiene de aproximar el valor esperado del producto por el producto:

$$\vec{\mathbf{w}}(n+1) = \vec{\mathbf{w}}(n) + \mu * \mathbb{E}\{e(n) * \vec{\mathbf{x}}(n)\} \approx$$
$$\vec{\mathbf{w}}(n+1) = \vec{\mathbf{w}}(n) + \mu * e(n) * \vec{\mathbf{x}}(n)$$

LMS



LMS - Algoritmo: Resumen

Parámetros:

M = *orden del filtro*

μ = *paso del algoritmo*

Inicialización:

$w(0) = \mathbf{0}$

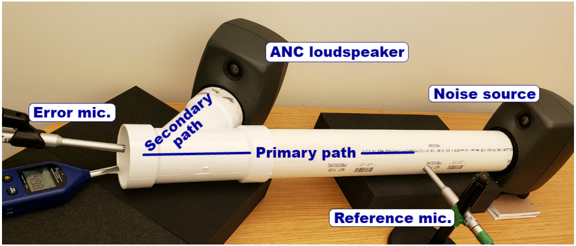
Cálculo:

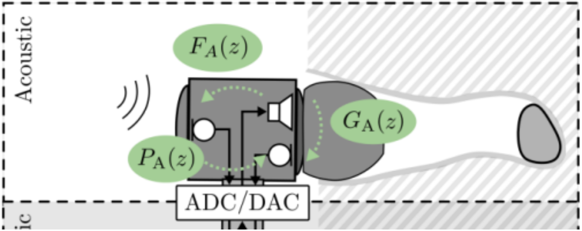
For $n = 0, 1, 2, \ldots$

$$x(n) = [x(n), x(n-1), ..., x(n-M+1)]^T$$
$$e(n) = d(n) - \vec{\mathbf{w}}(n)\vec{x}(n)$$
$$\vec{\mathbf{w}}(n+1) = \vec{\mathbf{w}}(n) + \mu e(n)\vec{x}(n)$$

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Sistema físico





FxLMS

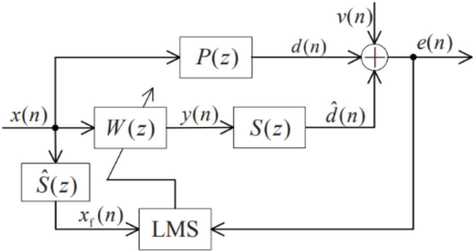


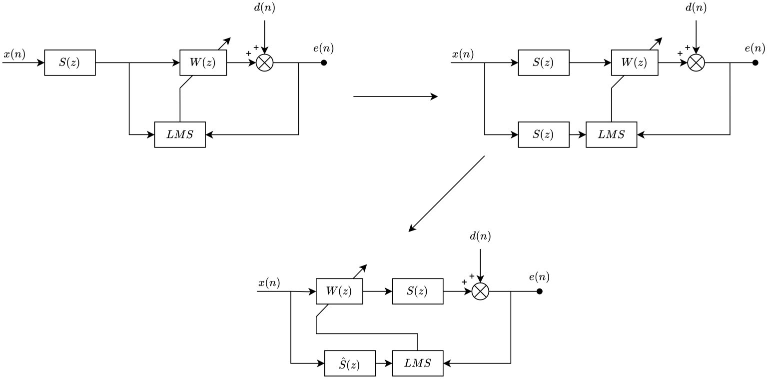
Diagrama de bloques del sistema

$$W(z) = -\frac{P(z)}{S(z)}$$

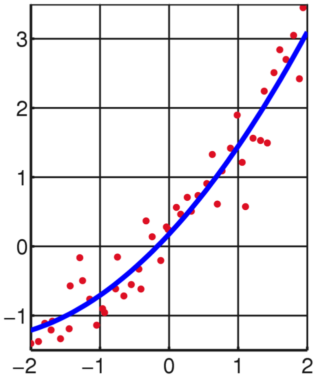
$$w(n+1) = w(n) - \mu x_f(n) e(n)$$

[1]Imágenes obtenidas del paper *Stochastic Analysis of the Filtered-x LMS Algorithm for Active Noise Control*

FxLMS



RLS



Initialization
$\mathbf{w}(-1) = \mathbf{0} \qquad \mathbf{P}(-1) = \delta^{-1}\mathbf{I}$ δ = small positive constant
For each $n = 0, 1, 2, \ldots$ compute:
Adaptation gain computation
$\bar{\mathbf{g}}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1)\mathbf{x}(n)$ $\bar{\alpha}(n) = 1 + \bar{\mathbf{g}}^H(n)\mathbf{x}(n)$ $\mathbf{g}(n) = \dfrac{\bar{\mathbf{g}}(n)}{\bar{\alpha}(n)}$ $\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \mathbf{g}(n)\bar{\mathbf{g}}^H(n)$
Filtering
$e(n) = y(n) - \mathbf{w}^H(n-1)\mathbf{x}(n)$
Coefficient updating
$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{g}(n)e^*(n)$

Enfoque del trabajo

Realizaremos el análisis e implementación del algoritmo FxLMS y FxRLS aplicado a ANC, utilizando interferencias de entrada sintéticas.

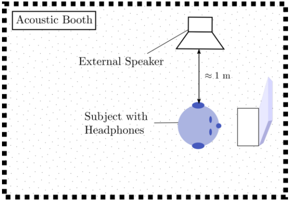
Problemas a resolver

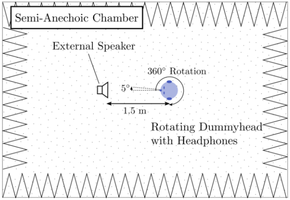
- Estabilidad
- Estimación de $\hat{S}(z)$

- Velocidad de convergencia vs desajuste
- ...

Datasets

Paths for Active Noise Cancellation Database





Biblioteca PyRoom Acoustics