F210 Programacion Aplicada a Finanzas
Polinomios (parte 2)

1. **Polinomios de Lagrange (**https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph-Louis_Lagrange) El problema de interpolacion de Lagrange consistía en encontrar un polinomio que pase por una serie de puntos $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots (x_N, y_N)\}$ dados.

   Lagrange encontró una expresión de la forma

$$p(x) = \sum_{i=1}^{N} y_i w_i(x)$$

   con

$$w_i(x) = \prod_{j \neq i} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

   que resolvía exactamente ese problema. Por ejemplo, si queremos encontrar el polinomio que pasa por los puntos $(-1, 0), (0, -1)$ y $(2, 3)$ podemos hacer

$$\begin{aligned} p(x) &= 0 * \frac{(x-0)(x-2)}{(-1-0)(-1-2)} + (-1)\frac{(x+1)(x-2)}{(0+1)(0-2)} + 3\frac{(x+1)(x-0)}{(2+1)(2-0)} = \\ &= \frac{1}{2}(x+1)(x-2) + \frac{1}{2}(x+1)(x-0) \\ &= (x+1)(x-1) = x^2 - 1 \end{aligned}$$

   (a) Construya por tanto una clase `Lagrange` que herede a `poly`, y que construya estos polinomios. En los atributos, debe tener los coefs del poly, el grado del polinomio y la serie de puntos $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots (x_N, y_N)\}$ que se han usado en su construccion. Para el resto de las operacione polinomicas, delegue todo en la superclase poly.

   (b) Tome la misma cuadratica $y = x^2 - 1$ que usamos para armar el ejemplo del problema. Calcule $f(x)$ para los puntos $x = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y con esos puntos encuentre el polinomio interpolante. Coincide o no con la funcion original? Interprete.