Análisis de viga isostática

Análisis Numérico para Ingeniería
2do Cuatrimestre 2020

Integrantes:

- Cazorla Martínez, Nicolás
- Coria, Emilia
- Correa Guzmán, Esteban Martín
- D'Amico, Stefanía

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Mar del Plata

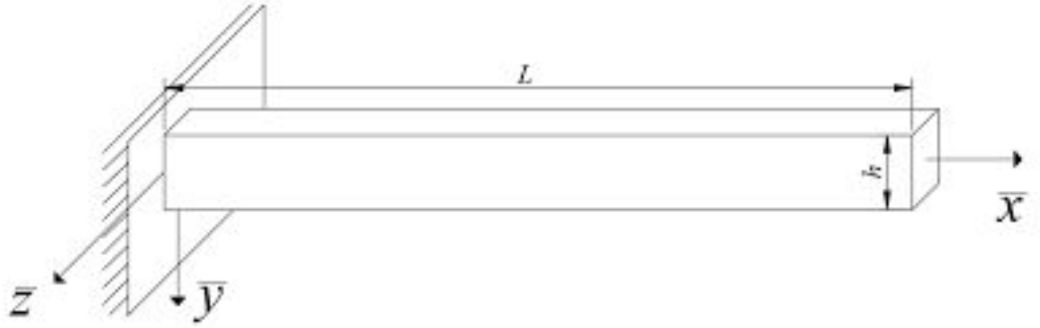
Profesor a cargo: Álvarez, Francisco José

INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA

Dada una viga isostáticamente determinada se calculará a través de métodos numéricos la deformación que esta sufre al someterla a un conjunto de fuerzas.

Se entiende por viga isostática al sistema que puede resolverse utilizando únicamente las ecuaciones del equilibrio de la estática que se basan en las leyes de Newton y en la condición de equilibrio.

CASO A ANALIZAR: Viga empotrada o con apoyo triple



Dicho sistema posee únicamente tres grados de libertad y se resuelve mediante las siguientes ecuaciones:

Σ Fextx=0 Σ Fexty=0 Σ Mextz=0

PLANTEO NUMÉRICO DEL PROBLEMA

Variables a tener en cuenta para la resolución:

1. Largo de la viga (10 metros).
2. Apreciación del peso de la viga (despreciable).
3. Medidas de la sección transversal de la viga (viga cuadrada de 0.1 metro de lado).
4. Fuerzas puntuales aplicadas (cantidad, posición, ángulo y módulo).
5. Módulo de Young del material (210 MPa).

PLANTEO NUMÉRICO DEL PROBLEMA

Vector de variables v(i):

x	y	y'
$v(1)$	$v(2)$	$v(3)$

Vector de derivadas vp(i):

1	y'	y''
$vp(1)$	$vp(2)$	$vp(3)$

Condiciones de borde: $v(1)=v(2)=v(3)=0$

*vp(2)=((Mz)/(E*Izz))*(1+(v(2))**2)**3/2*

MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

Euler Simple

Basado en los primeros dos términos de la serie de Taylor:

$y(x_o+h)= y(x_o) + y'(x_o).h + (y''(\boldsymbol{\xi}).h^2)/2!$

- ❖ Sencillo.
- ❖ Error local $O(h^2)$.
- ❖ Error global aumenta a medida que nos alejamos del valor inicial.
- ❖ Puede corregirse utilizando h pequeño.

MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

Euler Modificado

Basado en los primeros tres términos de la serie de Taylor:

$$y_{n+1} = y_n + h.y'_n + (h^2.y''_n) \,/\, 2! + (h^3.y'''(\boldsymbol{\xi}))/3!$$

$$y_{n+1} = y_n + h.(y'_{n+1} + y'_n)/2 + O(h^3)$$

- Mejora con respecto a Euler simple, realiza promedio de dos derivadas.
- Error local $O(h^3)$.
- La derivada de extremo derecho se calcula en función de $y_{n+1.}$

MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

Runge-Kutta de Cuarto orden

Expresión general:

$k_1 = h.f(x_n, y_n)$

$k_2 = h.f(x_n + h/2,\ y_n + k_1/2)$

$k_3 = h.f(x_n + h/2,\ y_n + k_2/2)$

$k_4 = h.f(x_n + h,\ y_n + k_3)$

$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}.(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

- Error local del orden (h^5).
- Error global de orden (h^4).

MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZADOS

Runge-Kutta Fehlberg

Expresión general:

$k_1 = h.f(x_n,y_n)$
$k_2 = h.f(x_n + h/4, y_n + k_1/4)$
$k_3 = h.f(x_n + 3h/8, y_n + 3k_1/32 + 9k_2/32))$
$k_4 = h.f(x_n + 12h/13, y_n + 1932k_1/2197 - 7200k_2/2197 + 7296k_3/2197)))$
$k_5 = h.f(x_n + h, y_n + 439k_1/216 - 8k_2 + 3680k_3/513 - 845k_4/4104)))$
$k_6 = h.f(x_n + h/2, y_n - 8k_1/27 + 2k_2 - 3544k_3/2565 - 1859k_4/4104 - 11k_5/40)))$
$y_{n+1} = y_n + 25k_1/216 + 1408k_3/2565 + 2197k_4/4104 - k_5/5$
$E = k_1/360 - 128k_3/4275 - 2197k_4/75240 + k_5/50 + 2k_6/55$

- ❖ Incorpora fórmula para estimar el error en cada paso.
- ❖ Realiza seis evaluaciones funcionales por iteración.

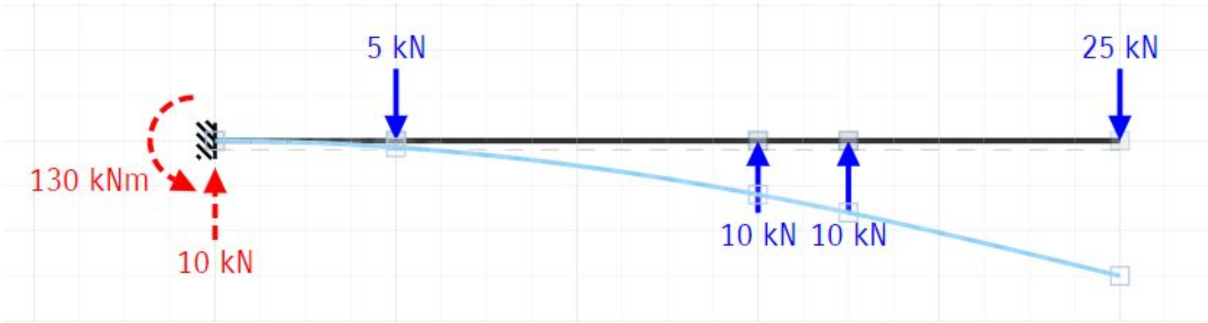
Análisis de resultados: Reacciones de vínculo

Fx=2.18E-6 N

Fy=9.999 N

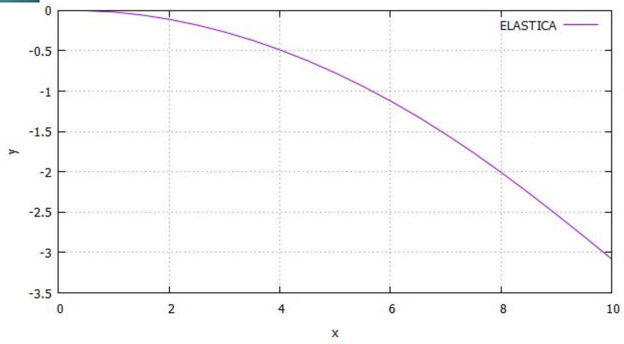
Mz=129.99 Nm

Resultados obtenidos numéricamente

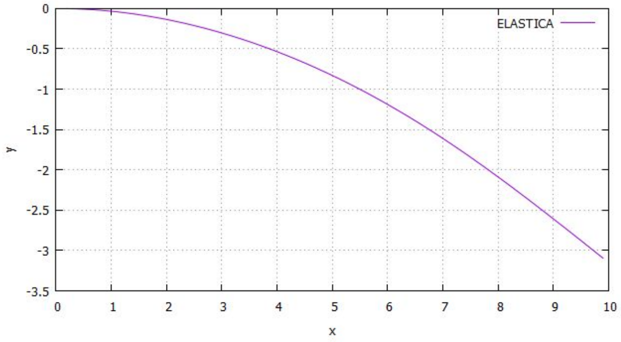


STRIAN - Structural Analyser

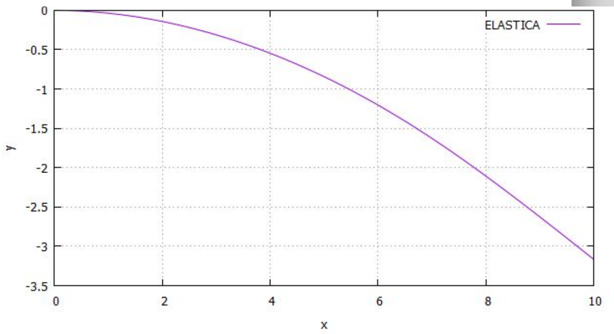
Análisis de resultados: Euler Simple



Elástica de la viga con h=0.5

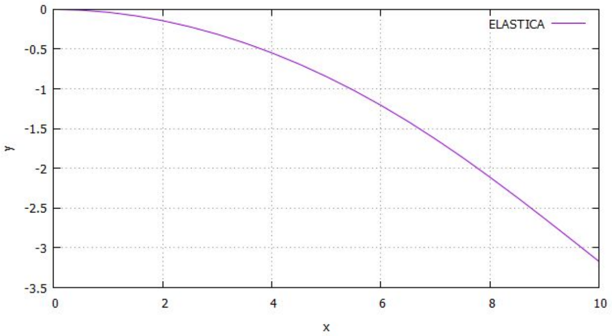


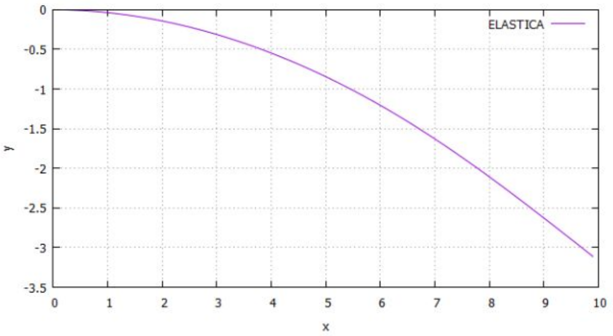
Elástica de la viga con h=0.1

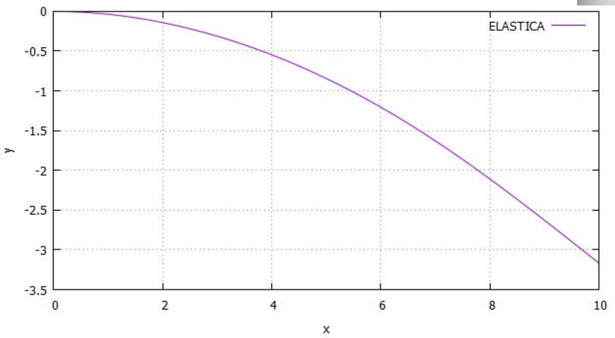


Elástica de la viga con h=0.01

Análisis de resultados: Euler Modificado





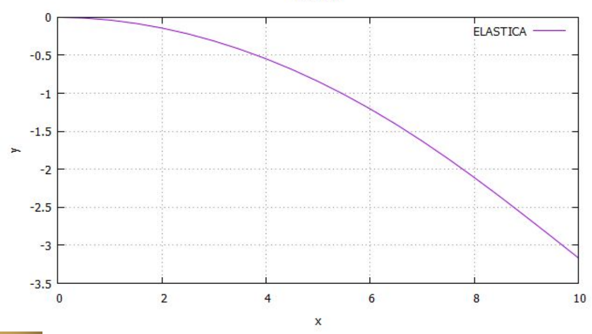


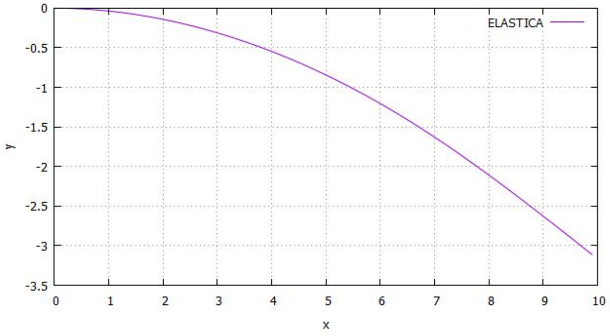
Elástica de la viga con h = 0.5

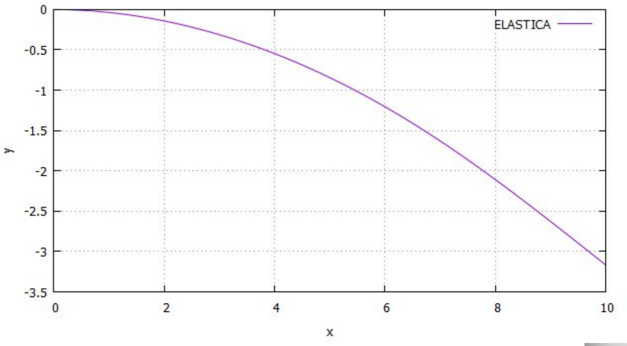
Elástica de la viga con h = 0.1

Elástica de la viga con h = 0.01

Análisis de resultados: Runge-Kutta-4





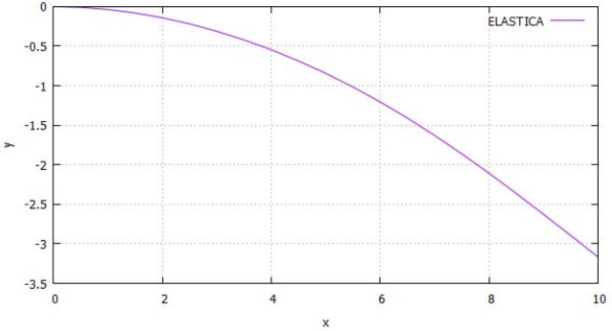


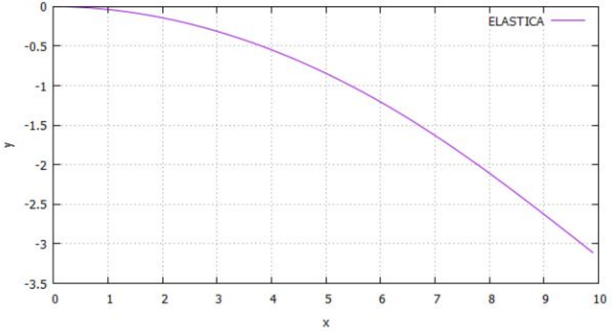
Elástica de la viga con h = 0.5

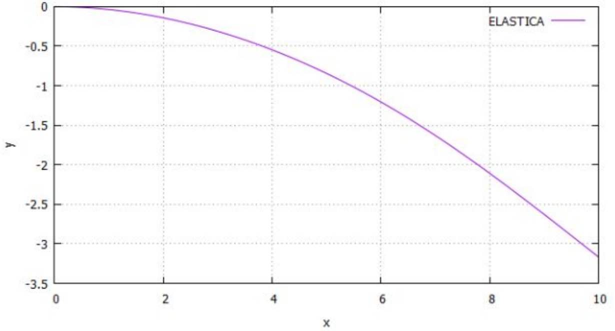
Elástica de la viga con h = 0.1

Elástica de la viga con h = 0.01

Análisis de resultados: Runge-Kutta-Fehlberg







Elástica de la viga con h = 0.5

Elástica de la viga con h = 0.1

Elástica de la viga con h = 0.01

Comparación de resultados con h=0.5

Euler Simple		Euler Modificado		RK4		RKF	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
9.000000	-2.527421	9.000000	-2.629820	9.000000	-2.626976	9.000000	-2.626976
9.500000	-2.801150	9.500000	-2.898708	9.500000	-2.895386	9.500000	-2.895386
10.00000	-3.080171	10.00000	-3.170223	10.00000	-3.166414	10.00000	-3.166414

Comparación de resultados con h=0.1

Euler Simple		Euler Modificado		RK4		RKF	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
9.700000	-2.986364	9.700000	-3.003771	9.700000	-3.003629	9.700000	-3.003629
9.800000	-3.040941	9.800000	-3.058002	9.800000	-3.057856	9.800000	-3.057856
9.900000	-3.095582	9.900000	-3.112274	9.900000	-3.112125	9.900000	-3.112125

Comparación de resultados con h=0.01

Euler Simple		Euler Modificado		RK4		RKF	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
9.980000	-3.153957	9.980000	-3.155557	9.980000	-3.155555	9.980000	-3.155555
9.990000	-3.159391	9.990000	-3.160986	9.990000	-3.160985	9.990000	-3.160985
10.00000	-3.164824	10.000000	-3.166416	10.00000	-3.166414	10.00000	-3.166414

Tabla comparativa de error

Tomando como referencia al valor obtenido por RK6 con h=0.01

	Euler Simple			Euler Modificado			RK4			RKF		
h	0.5	0.1	0.01	0.5	0.1	0.01	0.5	0.1	0.01	0.5	0.1	0.01
% error	2.72	2.23	5.02E-2	0.12	1.70	6.31E-6	0	1.71	0	0	1.71	0

Conclusión

- Todos los métodos dan un error relativamente pequeño
- RK6 y RK4 dan los mismos resultados, pero con mayor esfuerzo computacional
- El error obtenido en Euler Simple con h=0.01 es pequeño, y para las medidas de la viga el error en el desplazamiento es aceptable (<0.002m), por lo cual es una buena opción