12/03/2019

1

<u>Profesor Teoría</u> : Leonardo Barrera / leonardobarrera@yahoo.com.ar

<u>Profesor Práctica</u>: Marina Angiorama

<u>grupo yahoo</u>: probabilidadyestadisticauisi-suscribe@gruposyahoo.com.ar

<u>Apunte 1</u>: Estadística Descriptiva. } Parcial 1.
" 2: Probabilidad.
" 3: Variables aleatorias (distribuciones). } Parcial 2.
" 4: Vector aleatorio. Suma
" 5: Distribuciones muestrales. } Parcial 3.
" 6: Inferencia estadística.

Estadística Descriptiva

Situación 1: Fallas. Situación 2: Ventas Situación 3: Peso

C B C A E C   6 5 4 6 7 7 ...   470 528 531 518

<u>Unidad Elemental</u>: c/ caja   <u>U.E.</u>: c/ semana de venta   <u>U.E.</u>: c/ bolsa

{Variable Cualitativa}   {Variable Cuantitativa Discreta}   {Variable Cuantitativa Continua}

<u>Muestra</u>: cantidad determinada de datos.

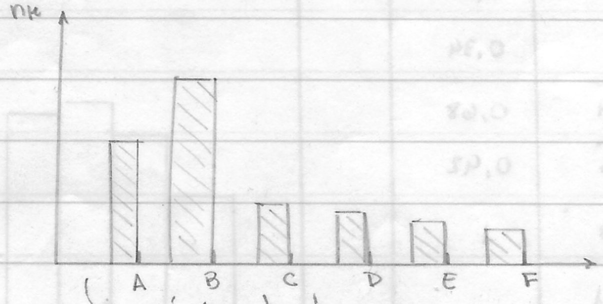
<u>Población</u>: todos los datos que deseo tener.

<u>Tabla de Frecuencia</u>:

	n_k	f_k
A	14	14/50 = 0,28
B	18	0,36
C	6	0,12
D	5	0,1
E	4	0,08
F	3	0,06
	$n_k = 50$	$f_k = 1$

$[n_k]$: frecuencia absoluta.

$[f_k]$: frecuencia relativa.



→ gráfico de barras

C_k	n_k	f_k	F_k
4	9	9/52	9/52
5	12	12/52	21/52
6	18	18/52	39/52
7	10	10/52	49/52
8	3	3/52	1

$n_k = 52$ $f_k = 1$

$[F_k]$ frecuencia relativa acumulada

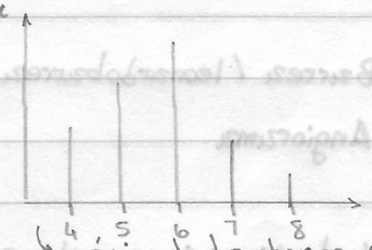
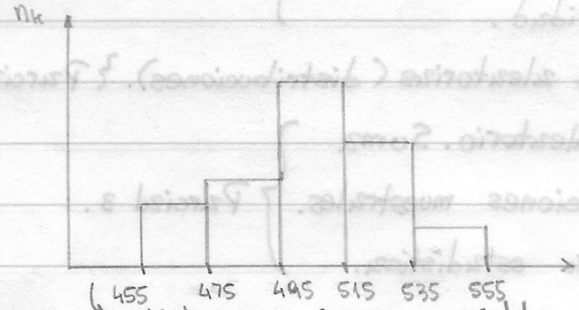


gráfico de bastones. (para variable cuantitativa discreta)

C_k	n_k	f_k	F_k
[455, 475)	7	0,14	0,14
[475, 495)	10	0,2	0,34
[495, 515)	17	0,34	0,68
[515, 535)	12	0,24	0,92
[535, 555)	4	0,08	1



Histograma (para variable cuantitativa continua)

Los conceptos de población y muestra

Población: llamamos población estadística al conjunto formado por todos los resultados de las observaciones posibles en relación a un objetivo prefijado.

Muestra: llamamos muestra a un subconjunto finito de la población.

19/03/2019

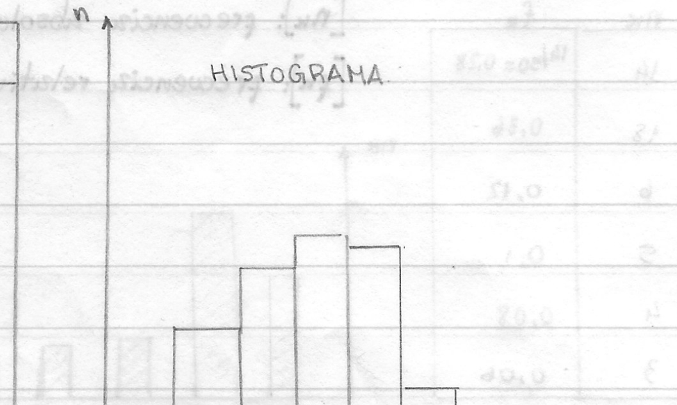
Situación 3:

X: Peso de la bolsa de azucar.

Cuantitativa continua.

C_k	n_k	f_k	F_k
[455,475)	7	0,14	0,14
[475,495)	10	0,2	0,34
[495,515)	17	0,34	0,68
[515;535)	12	0,24	0,92
[535;555)	4	0,08	1
	$n_k = 50$	$f_k = 1$	

$\tilde{X}_5$



	Probabilidad y Estadística	19/08/2019

Diagrama de Tallo y Hoja:

45	7
46	8 9
47	0 1 3 4 8 8
48	4 5 6 8 8 9
49	2 4 7 7 9 9
50	0 2 3 3 7 8 8 9
51	1 1 2 3 4 6 8 8 9
52	0 6 8
53	0 0 0 1 2 5
54	0 7
55	4

Medidas de tendencia central:

$\overline{X}$ MEDIA
$\tilde{X}$ MEDIANA } Si son una muestra
$\hat{X}$ MODA

μ MEDIA } Si es una población.

Media

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}} = \boxed{\sum_{i=1}^{k} . x_i . f_i}$$

Situación 2:

Media: $\overline{X}_2 = \frac{4.9 + 5.12 + 6.18 + 7.10 + 8.3}{52} = 5{,}73$

$\tilde{X}_2 = 6$

Situación 3:

$\tilde{X}_3 = 505$ [$S = 23{,}15$]

$\overline{X}_3 = 503{,}4$

Desvío Estandar.

Moda

Situación 3: $\hat{X} = 505.$

Situación 2: $\hat{X} = 6.$

Propuestas para la revisión:

(1) (a) Asimétrica por izquierda

(b) $[\tilde{X}_A = 52]$ $[\tilde{X}_B = 75]$ $[\tilde{X}_{AB} = 62]$ $[\bar{X}_A = 50,57]$ $[\bar{X}_B = 70,2]$ $[\bar{X}_{AB} = 60,68]$

1	5 8
2	5 5 8
3	0 2 5 5 5 6
4	2 2 5 5 8 9
5	0 0 4 4 5 5 5 8
6	0 2 2 3 5 8 8 8 9
7	0 2 2 5 5 5 5 8
8	0 0 1 5 5 8
9	3 3 5 8
10	0

26/03/2019

(1) (b) $\bar{X}_{AB} = \frac{\bar{X}_A\, n_A + \bar{X}_B\, n_B}{n_A + n_B} = \frac{50,57 \cdot 28 + 70,2 \cdot 25}{53} = [59,82]$

(c) Si se puede calcular

(d) No se puede calcular.

Cuartiles:

cuartil 1: q_1 (percentil 25)

cuartil 2: $q_2 = \tilde{X}$

cuartil 3: q_3 (percentil 75)

División A:

$[q_1 = 35]$

$\frac{28+1}{4} = 7,25.$

$[q_3 = 68]$

$[X_{min} = 15]$

$[X_{max} = 85]$

$[R = 70]$

$[RI = 33]$

División B

$[q_1 = 55]$

$\frac{25+1}{4} = 6,5$

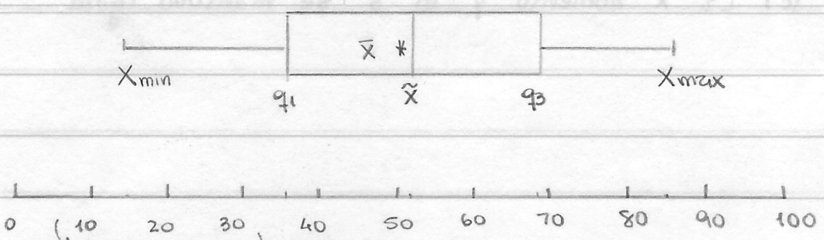
$[q_3 = 86,5]$

$[X_{min} = 30]$

$[X_{max} = 100]$

$[R = 70]$

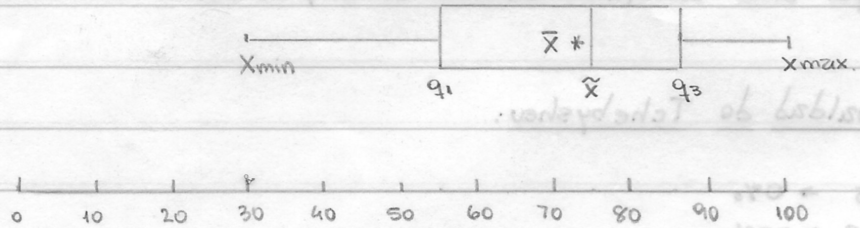
$[RI = 31,5]$



División A

↳ Diagrama de Caja

División B



El diagrama de tallo y hoja y el diagrama de caja sirven tambien para las variables cuantitativas discretas.

Medidas de dispersión (variabilidad)

Rango: $\boxed{R = x_{max} - x_{min}}$ **Rango Intercuartílico**: $\boxed{R.I = q_3 - q_1}$

Desvío Estandar: (s o σ)

$$\boxed{s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}}$$

↳ Desvío estandar muestral.

Del ejercicio 1:

Division A: [$s = 19{,}1$]

División B: [$s = 20{,}22$]

Regla Empírica: Si la distribución tiene forma ⌒ (campana simétrica)

* $\bar{x} \pm s$ → Contiene 68%
* $\bar{x} \pm 2.s$ → Contiene 95%
* $\bar{x} \pm 3.s$ → Contiene 100%

Propuesta para la revisión:

(3) (a) $\left[\bar{X} = 23\right]$ (b) $\left[\bar{X} = 25\right]$ (c) La $\bar{X}$ aumentó y el s se mantuvo igual.

$\left[S = 2,16\right]$ $\left[S = 2,16\right]$

Tomandolo como variables

X_A X_B

$X_B = X_A + C$ (Si sumo por una constante cambia el $\bar{X}$)

$X_B = C.X_A$ (Si multiplico por una constante cambia el $\bar{x}$ y el s).

Desigualdad de Tchebyshev:

$\boxed{(1 - 1/k^2).100}$

$\bar{X} \pm S \rightarrow 0\%$

$\bar{X} \pm 2S \rightarrow 75\%$

$X \pm 3S \rightarrow 88,9\%$

Coeficiente de Variación: 9/04/2019

$\boxed{CV = \frac{S}{\bar{X}}.100}$

Ejemplo: $\bar{X} = 1000$

$S_x = 10$

$CV = \frac{10}{1000} = 0,01 = 1\%$

16/04/2019

Probabilidad

Experimento aleatorio: E

Espacio muestral: S: conjunto de los resultados que puedo obtener.

Evento o suceso aleatorio

Ejemplo

E1: tirar un dado

$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A: salga un nº par

$A = \{2; 4; 6\}$

B: salga un 2

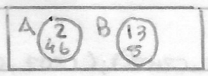
$B = \{2\}$

C: salga un nº impar

$C = \{1, 3, 5\}$

$A \cup C = S$

$A \cap C = \phi$ → eventos mutuamente excluyentes.



D: salga un nº > 7 → suceso imposible

$D = \emptyset$

F: salga un nº $\mathbb{N} < 7$ → suceso seguro o cierto

$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Definiciones de probabilidad

CLÁSICA — FRECUENCIAL — SUBJETIVA

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{nº de casos favorables de que ocurra A}}{\text{nº de casos posibles del espacio}}}$$

$$\boxed{P(A) = \frac{n_A}{n}}$$

Cuando lo realizamos muchas veces $n \to \infty$ la $P(A) \cong fr$

Ejemplo:

E1: tirar un dado

G: salga el 1

$G = \{1\}$

$[P(G) = 1/6]$

A: salga un nº par

$[P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5]$

E_3: Se lanzan dos dados ...

$S_3 = \{ (1,1); (1,2); (1,3); \ldots ; \underbrace{(1,6)}_{\text{1 resultado posible de la experiencia}}; \ldots ; (6,6) \}$ ↳ Conjunto finito.

36 resultados posibles.

E_6: ↳ Conjunto infinito numerable

E_8: ↳ Conjunto infinito no numerable

Ej (1). Definir el espacio muestral asociado al experimento de lanzar 2 veces una moneda

(2) " " " " si la experiencia aleatoria consiste en llamar a 3 clientes para vender producto

(3) ¿ Está de acuerdo en que la probabilidad de obtener 0, 1 o 2 caras al lanzar 1 moneda es 1/3? Justifique.

(1) S_1: { (cara, cruz); (cara, cara); (cruz, cara); (cruz, cruz) } E_1: lanzar 2 veces una moneda

(2) E_2: llamar a 3 clientes para vender un producto C: compra N: no compra

$S_2 = \{$ CCC; CCN, CNC; NCC; CNN; NCN; NNC, NNN $\}$

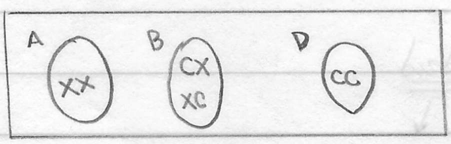
(3) E_3: lanzar una moneda

$S_3 = \{$ CC, CX, XC, XX $\}$

A: salga 0 caras $P(A) = 1/4$ A, B, D son mutuamente excluyentes

B: " 1 " $P(B) = 2/4 = 1/2$

D: " 2 " $P(D) = 1/4$



$A \cup B \cup D = S$

$P(A \cup B \cup D) = P(S)$

$P(A) + P(B) + P(D) = 1$

Relaciones de probabilidad:

(1) Complemento de un evento:

A: evento

$\bar{A}$: complemento de A

$A \cup \bar{A} = S$

A y $\bar{A}$ son mutuamente excluyentes (m.e)

$P(A \cup \bar{A}) = P(S)$

$P(A) + P(\bar{A}) = P(S)$

$P(A) + P(\bar{A}) = 1$

$\boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$

E.S: A y B no m.e

(2) $P(A \cup B) = \underline{\underline{P(A)}} + \underline{\underline{P(B)}} - P(A \cap B)$

$A \cap B \neq 0$

REGLA DE LA SUMA: $\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

↓ probabilidad de ocurrencia de al menos uno de los eventos

Particularidad: A y B son m.e

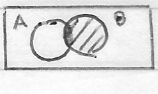
$A \cap B = 0$

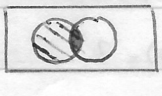
$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$

$P(A \cap B) = 0$

(3) Probabilidad condicional

$P(A|B)$: probabilidad de que ocurra A sabiendo que ocurrió B.





$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$$\boxed{P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}}$$

(4) Probabilidad conjunta

$$\boxed{\begin{aligned} P(A\cap B) &= P(A|B) \cdot P(B) \\ P(B\cap A) &= P(B|A) \cdot P(A) \end{aligned}}$$ REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN.

Cuando A y B son independientes:

$$\boxed{\begin{aligned} P(A|B) &= P(A) \\ P(B|A) &= P(B) \end{aligned}}$$

Caso particular: A y B son independientes.

$$\boxed{\begin{aligned} P(A\cap B) &= P(A) \cdot P(B) \\ P(B\cap A) &= P(B) \cdot P(A) \end{aligned}}$$

14/05/2019

Parcial: 11/06/2019.

Estadística descriptiva

Probabilidad.

$$\boxed{P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(A\cap C) - P(B\cap C) + P(A\cap B\cap C)}$$

28/05/2019.

Teorema de la probabilidad total.

Ejemplo:

N: habitante del Norte. $\rightarrow P(N) = 0{,}50$

C: " " Centro $\rightarrow P(C) = 0{,}30$

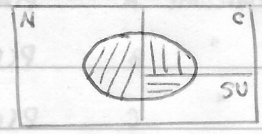
SU: " " Sur $\rightarrow P(SU) = 0{,}20$

D: " es desocupado $\rightarrow P(D) = ?$

$P(D/N) = 0{,}10$

$P(D/C) = 0{,}08$

$P(D/SU) = 0{,}05$.



$D = (N \cap D) \cup (C \cap D) \cup (SU \cap D)$

$P(D) = P[(N \cap D) \cup (C \cap D) \cup (SU \cap D)]$

Regla de la suma para eventos m.e.

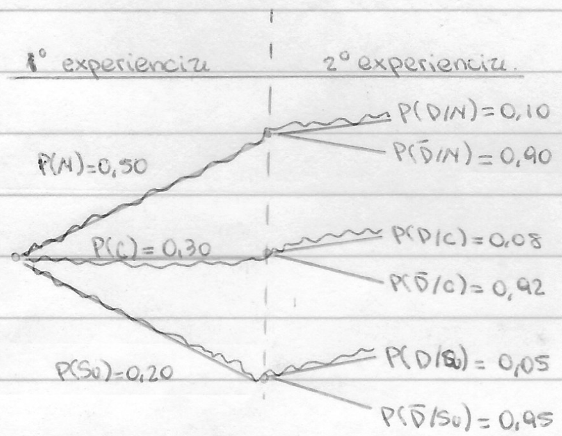
$P(D) = P(N \cap D) + P(C \cap D) + P(SU \cap D)$

Regla de la multiplicación

$P(D) = P(D/N) . P(N) + P(D/C) . P(C) + P(D/SU) . P(SU)$

$P(D) = 0{,}10 . 0{,}50 + 0{,}08 . 0{,}30 + 0{,}05 . 0{,}20$

$[P(D) = 0{,}084]$



Regla genérica

$A_1 \to N$

$A_2 \to C$

$A_3 \to SU$

$B \to D$

$$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B/A_i) . P(A_i)}$$

Teorema de Bayes:

Ejemplo:

$$P(N/D) = \frac{P(N \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/N) . P(N)}{P(D)} = \frac{0{,}10 . 0{,}50}{0{,}084} = [0{,}595]$$

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/C) . P(C)}{P(D)} = \frac{0{,}08 . 0{,}30}{0{,}084} = [0{,}285]$$

$$P(SU/D) = \frac{P(SU \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D/SU) . P(SU)}{P(D)} = \frac{0{,}05 . 0{,}20}{0{,}084} = 0{,}12$$

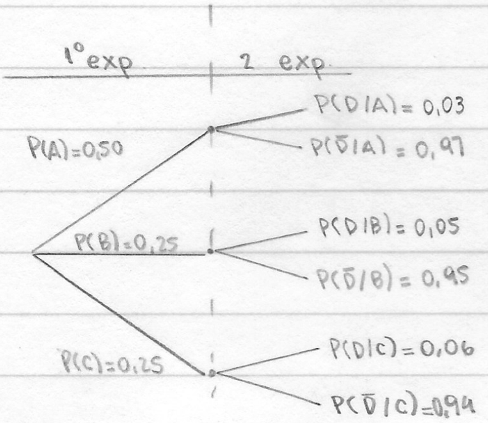
Propuesta 2: Teorema de Bayes:

A: microcircuito proveniente de fabricante A $\quad P(A) = 0{,}50$

B: " " " " B $\quad P(B) = 0{,}25$

C: " " " C $\quad P(C) = 0{,}25$

D: " defectuoso.



$D = (A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)$

(a) R.S p/ sucesos m.e

$P(D) = P[(A \cap D) \cup (B \cap D) \cup (C \cap D)]$

$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D)$

$P(D) = P(D/A) . P(A) + P(D/B) . P(B) + P(D/C) . P(C)$

$P(D) = 0{,}03 . 0{,}50 + 0{,}05 . 0{,}25 + 0{,}06 . 0{,}25$

$[P(D) = 0{,}0425]$

(c) $P(B/D) = \dfrac{P(B \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(D/B) . P(B)}{P(D)} = \dfrac{0{,}05 . 0{,}25}{0{,}0425}$

$[P(B/D) = 0{,}294]$

(b) $P(B/\bar{D}) = \dfrac{P(B \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \dfrac{P(\bar{D}/B) . P(B)}{1 - P(D)} = \dfrac{0{,}95 . 0{,}25}{1 - 0{,}0425}$

$[P(B/\bar{D}) = 0{,}248]$

MUESTRA: $\xrightarrow{n \to \infty}$ POBLACION

Distribución de Frecuencia.

R_x

x_i	n_i	f_i	F_i
X_k	n_k	f_k	F_k
	n	1	

• Gráfico de Bastones.

f_r: Proporción Muestral

Estadísticos → $\bar{x}$, s

Distribución de Probabilidad

VARIABLE

VALOR DE LA VARIABLE.

x_i	$p_i = P(X = x_i)$	$F(x_i) = P(X \leq x_i)$

• $\sum p_i = 1$ Probabilidad de Cierre.

• $0 \leq p_i \leq 1$

p_i: Proporcion poblacional

Parámetros → $E(X) = \mu_x$, $D(X) = \sigma_x$

Ejemplo: E: Lanzar 2 dados simultaneamente y registrar el resultado de la cara superior

$S = \{(1,1);(1;2);\dots\}$ 36 resultados posibles.

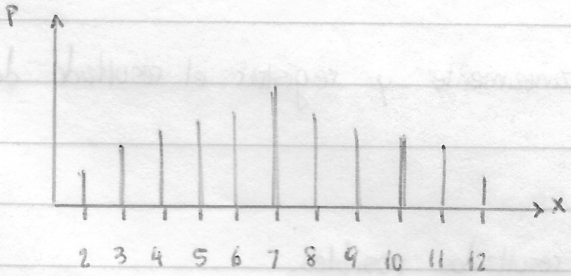
1° Dado \ 2° Dado	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

x: Suma de los 2 resultados.
↓ Variable Aleatoria Discreta.

Distribución de Probabilidades de la v.a. discreta x.

x_i	p_i	$F(x_i) = P(X \leq x_i)$
2	0,03	0,03
3	0,06	0,09
4	0,08	0,17
5	0,11	0,28
6	0,14	0,42
7	0,17	0,59
8	0,14	0,73
9	0,11	0,84
10	0,08	0,92
11	0,06	0,98
12	0,03	1

$R_x = \overline{2;12}$



Media Poblacional o Esperanza Matemática o número esperado.

$$\mu_x = E(x) = \sum_{i \in R_x} x_i \, p_i = [7 \text{ puntos}]$$

Varianza Poblacional

$$\sigma_x^2 = V(x) = \sum (x_i - \mu_x)^2 . p_i = [2{,}44^2 \text{ puntos}^2]$$

Desvio Estandar Poblacional:

$$\sigma_x = D(x) = +\sqrt{V(x)} = [2{,}44 \text{ puntos}]$$

Fórmula de trabajo:

$$\sigma_x^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$\sigma_x^2 = \sum x_i^2 \, p_i - (\sum x_i \, p_i)^2$$

Probabilidad Acumulada:

$P(X \leq 7) = F(7) = 0{,}59$

Probabilidad Puntual:

$P(X = 4) = 0{,}08$

$P(X \leq 14) = F(14) = 1$

Probabilidad Antiacumulada:

$P(X > 8) = P(X=9) + P(X=10) + P(X=11) + P(X=12)$

$= 0{,}11 + 0{,}08 + 0{,}06 + 0{,}03 = \boxed{0{,}28}$

$P(X > 8) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - F(8) = [1 - 0{,}73]$

$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - F(7)$

$P(3 \leq X \leq 6) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$

$P(3 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 2) = F(6) - F(2)$

$P(3 < X < 6) = P(4) + P(5)$

$P(3 < X < 6) = P(X \leq 5) - P(X \leq 3) = F(5) - F(3)$

Ejercicio: La dirección de tránsito de la ciudad de Rosario está considerando la posibilidad de instalar un semáforo en el cruce de 2 avenidas reportada como cruce peligroso. Para ello registra datos de los accidentes ocurridos por mes en ese lugar durante 2 años.

Año.	E	F	M	A	M	Jn	Jl	A	S	O	N	D
2017	10	8	10	6	9	12	2	10	10	0	7	10
2018	12	9	7	8	4	3	7	14	8	8	8	4

Si la dirección de planeamiento considera que se debe instalar un semáforo en aquella intersección en el que el número esperado de accidentes sea mayor a 7 ¿Deberá considerarse la instalación en dicho cruce?

x: nro de accidentes de tránsito en el cruce - mensual

x_i	n_i	p_i
0	1	1/24
1	0	0
2	1	1/24
3	1	1/24
4	2	2/24
5	0	0
6	1	1/24
7	3	3/24
8	5	5/24
9	2	2/24
10	4	4/24
11	0	0
12	2	2/24
13	0	0
14	1	1/24

$\mu_x = 7{,}75$ accidentes mensuales

$\Downarrow$

Hay que instalar el semáforo.

Distribución Binomial

- Ensayo de Bernoulli
  - ↳ Suceso de éxito: $A \rightarrow P(A) = p$
  - ↳ Suceso de fracaso: $\bar{A} \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - p = q$

$P(X=x)$	$P_X(x)$
1	$P(X=1) = p$
0	$P(X=0) = 1-p$

$\sum = 1$

$\mu_X = E(x) = \sum x \cdot p_X(x)$

$E(x) = 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p)$

$\boxed{E(X) = p}$

$\sigma_X^2 = V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$

$= \sum x^2 \cdot p_X(x) - p^2$

$= 1^2 \cdot p + 0^2 (1-p) - p^2$

$= p - p^2$

$= \boxed{p(1-p)}$

Para n veces:

x: nº de veces que ocurre el suceso A en n repeticiones.

$\boxed{E(x) = p \cdot n}$ $\boxed{V(x) = p \cdot (1-p) n}$ $\boxed{D(x) = \sqrt{p(1-p) \cdot n}}$

$x \sim Bi(n; p)$

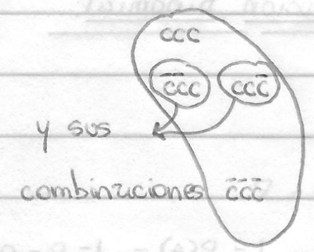
↳ p: prob. de éxito

↓ n: nº de repeticiones.

Ejemplo:

ℰ: lanzar 3 veces una moneda y registrar su resultado.

#ℰ 8 resultados posibles.



c: cara

$\bar{c}$: cruz

A: que salga cara.

x: nº de veces que sale cara en 3 tiradas. $R_x: \overline{0;3}$

↓ Variable aleatoria discreta

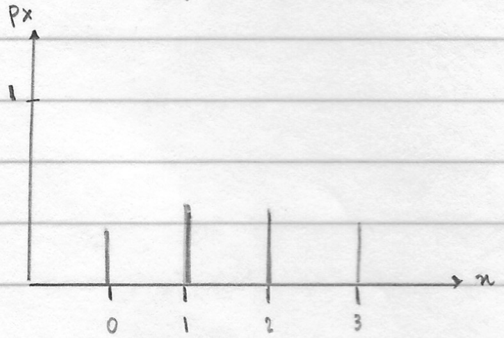
x	$P(X=x) = p_X(x)$
0	$P(X=0)\binom{3}{0}(1-p)^3 \cdot p^0 = 0.125$
1	$p(X=1) = \binom{3}{1}p^1(1-p)^2 = 0.375$
2	$p(X=2)\binom{3}{2}p^2(1-p) = 0.375$
3	$p(X=3)\binom{3}{3}p^3(1-p)^0 = 0.125$

$p(c) = p = 0{,}50$

$p(\bar{c}) = 1-p = 0{,}50$

$\bar{c}\ \bar{c}\ \bar{c}$

$(1-p)(1-p)(1-p)$



$$\boxed{P(X=x) = \binom{n}{x} \cdot p^x (1-p)^{n-x}}$$

Distribución Hipergeométrica.

Población finita

Muestreo sin reposición

$n < 10\% \ N$

x: nº de exitos en n repeticiones.

$X \sim Hip(N;\ r;\ n)$

N ↓ tamaño de la población

r ↓ nº de exitos en la población.

n ↓ tamaño de la muestra

$$\left[P(X=x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}} \right]$$

Distribución de Poisson:

x es una Variable aleatoria Discreta.

x: n° de ocurrencias que ocurren en un intervalo.

$X \sim P_o(\lambda)$

$\hookrightarrow$ n° promedio de ocurrencia.

R_x: 0, 1, 2, ...

$\mu_x = E(x) = \Sigma\, x\, p_x$

$E(x) = \Sigma\, x\, p(X = x)$

$\boxed{E(x) = \Sigma\, x \cdot \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}}$

$\boxed{E(x) = \lambda}$

$\boxed{\sigma^2_x = V(x) = \Sigma\,(x_i - \lambda)^2 \cdot p_x}$

$\boxed{V(x) = \lambda}$

$\boxed{D(x) = \lambda}$

Ejemplo 1: (pg 18)

y_t: n° de llamadas telefonicas que se reciben en t minutos.

$y_t \sim P_o(\lambda t)$

$y_1 \sim P_o(5)$

$\left[P(y_1 = 2) = \frac{e^{-5}\, 5^2}{2!} = 0{,}084\right]$

Por tabla: $\Big[P(y_1 = 2) = P(y_1 \leq 2) - P(y_1 \leq 1)$

$= F(2) - F(1)$

$= 0{,}125 - 0{,}040$

$= 0{,}085\Big]$

Binomial $\longrightarrow$ Poisson

$n > 20$

$n.p \leq 5$

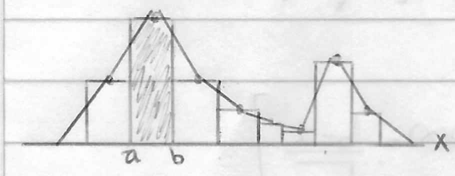
$n(1-p) \leq 5$

Probabilidad y Estadística

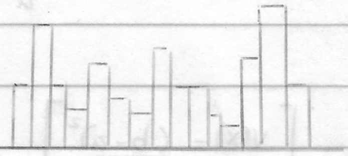
13/08/2019

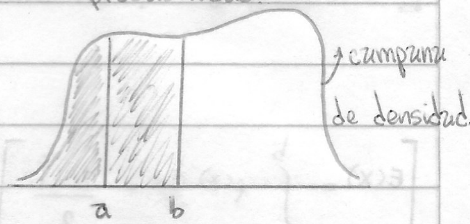
Variables Aleatorias Continuas.

Muestra $\quad\quad n \to \infty \quad\quad$ $f(x)$ función de densidad de probabilidad.



Histograma.





$$\boxed{\bullet \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \quad \bullet\ f(X) \geq 0}$$

$$\left[P(a < x \leq b) = P(a < x < b) = P(a \leq x \leq b) = P(a \leq x < b) = \int_a^b f(x)\,dx \right]$$

Probabilidad Acumulada: $F(x) = P(X \leq x)$

$$P(X \geq x) = \int_x^{+\infty} f(x)\,dx \qquad P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

Son opuestas.

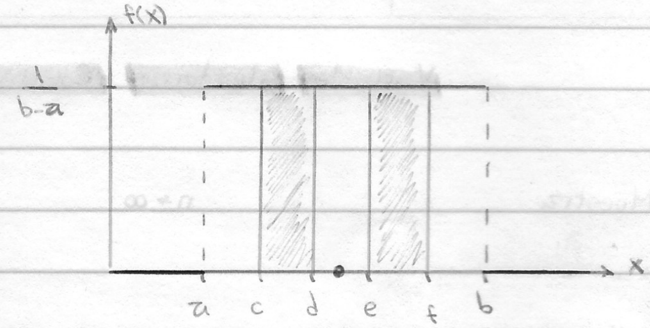
Parámetros:

$$\left[E(x) = \mu x = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\,dx \right]$$

$$\left[V(x) = \sigma^2 x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 f(x)\,dx \right]$$

Distribución Uniforme:

$X \sim U(a;b)$



$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & ; \ \forall x \in (a;b) \\ 0 & ; \text{ en otro caso.} \end{cases}$$

$$\left[E(x) = \int_a^b f(x)\,dx = \frac{a+b}{2} \right] \qquad \left[V(x) = \frac{(b-a)^2}{12} \right] \qquad \left[D(x) = \frac{b-a}{\sqrt{12}} \right]$$

$$\left[P(c < x < d) = \int_c^d f(x)\,dx = \int_c^d \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{d-c}{b-a} \right]$$

3/09/2019

Distribución Normal:

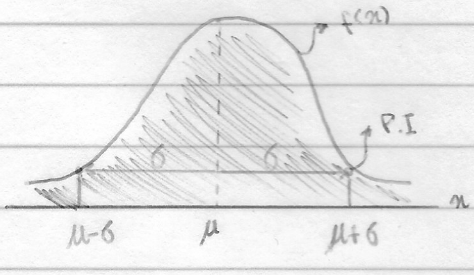
X: v.a.c $\qquad x \in \mathbb{R} \qquad X \sim N(\mu;\sigma)$ con $\sigma > 0$

PARÁMETROS

μ: VALOR MEDIO DE X

σ: DESVÍO ESTANDAR DE X

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}$$



- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$
- $f(x) > 0$
- $E(x) = \mu$

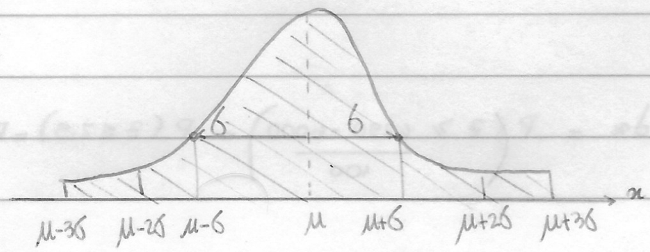
  $V(x) = \sigma^2 x$

Regla Empírica:

$(\mu - \sigma ; \mu + \sigma) \simeq 68\%$ datos

$(\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma) \simeq 95\%$ datos.

$(\mu - 3\sigma ; \mu + 3\sigma) \simeq 99{,}7\%$ datos.

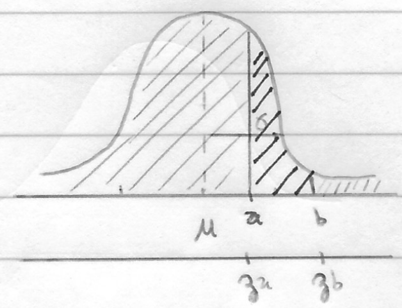


$$\left[P(X \leq a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \right]$$

$$\boxed{z = \frac{x-\mu}{\sigma}}$$

$$z \sim N(\mu = 0 ; \sigma = 1)$$

$X \sim N(\mu ; \sigma)$



$$P(X<a) = P(X \leq a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx = P\Big(z \leq \overbrace{\frac{a-\mu}{\sigma}}^{z_a}\Big) = F(z_a) = \text{tabla}$$

$$P(X>b) = P(X \geq b) = \int_{b}^{+\infty} f(x)\,dx = P\left(z \geq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = 1 - F(z_b)$$

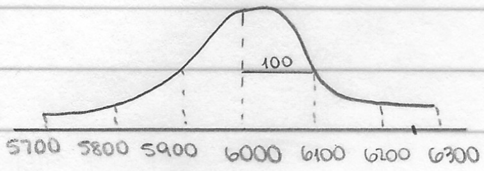
$$P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)\,dx = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = F(z_b) - F(z_a)$$

6.2.1 Ejemplo.

(1) X: resistencia a la compresión de una barra de cemento (V.A C)

U.E: cada barra de cemento.

$X \sim N(\mu = 6000\ kg/cm^2,\ \sigma = 100\ kg/cm^2)$



$$P(X < 6250) = \int_{-\infty}^{6250} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ 100}\ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-6000}{100}\right)^2} dx = P\left(Z \geq \frac{6250-6000}{100}\right) = P(Z \leq 2{,}5) = F(2{,}5)$$

$\left[P(x < 6250) = 0{,}9938\right]$

(2) $P(5800 < X < 5900) = P\left(\frac{5800-6000}{100} < Z < \frac{5900-6000}{100}\right) = P(-2 < Z < -1) =$

$= F(-1{,}00) - F(-2{,}00) = 0{,}1587 - 0{,}0228 = \left[0{,}1359\right]$

(3) $P(X > 5950) = P\left(Z > \frac{5950-6000}{100}\right) = 1 - P(Z < -0{,}5) = 1 - 0{,}3085 = \left[0{,}6915\right]$

(4) $P(X > x') = 0{,}95 \longrightarrow P(X \leq x') = 0{,}05$

$P\Big(Z > \underbrace{\frac{x'-6000}{100}}_{z}\Big) = 0{,}95 \qquad P\Big(Z \leq \underbrace{\frac{x'-6000}{100}}_{z'}\Big) = 0{,}05$

$F(z') = 0{,}05$

$z' = -1{,}64$

$-1{,}64 = \frac{x' - 6000}{100}$

$(-1{,}64 \cdot 100) + 6000 = x'$

$\left[x' = 5836\right]$

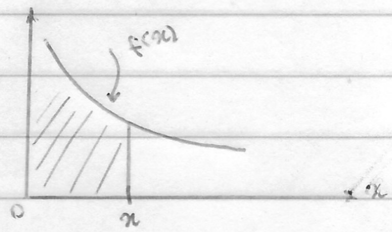
Probabilidad y Estadística

10/09/2019

Distribución de probabilidad Exponencial:

$X \sim \mathcal{E}(\alpha)$

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \alpha . e^{-\alpha x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}}$$



$$\left[F(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \alpha e^{-\alpha x} dx = 1 - e^{-\alpha x}\right] \quad \left[P(X > x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - (1 - e^{-\alpha x}) = e^{-\alpha x}\right]$$

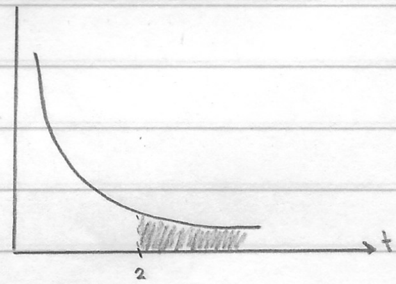
$$\boxed{E(X) = \frac{1}{\alpha}} \qquad \boxed{V(X) = \frac{1}{\alpha^2}}$$

Ejemplo:

(S.1) T: duración de un fusible en años $t > 0$

ve: c/ fusible.

$T \sim \exp(\alpha = 0{,}25)$ $\qquad f(t) = 0{,}25\, e^{-0{,}25t}$



(1) $P(T > 2) = \int_2^{\infty} 0{,}25\, e^{-0{,}25t} dt = e^{-0{,}25 . 2} = [0{,}6065]$

(2) $P(3 < T < 4) = F(4) - F(3) = 1 - e^{-0{,}25.4} - (1 - e^{-0{,}25.3}) = [0{,}1045]$

(3) $P(T \leq t_0) = 0{,}02$

$1 - e^{-0{,}25\, t_0} = 0{,}02$

$e^{-0{,}25 t_0} = 0{,}98$

$-0{,}25 t_0 = \ln 0{,}98$

$t_0 = \dfrac{\ln 0{,}98}{-0{,}25}$

$[t_0 = 0{,}0808$ años$]$

(S.2) $E(T) = \int_0^{+\infty} t\, f(t) = \dfrac{1}{\alpha}$ $\qquad V(T) = \int_0^{+\infty} \left(x - \dfrac{1}{\alpha}\right)^2 f(t)\, dt = \dfrac{1}{\alpha^2}$