5. Analytische Bewertung paralleler Systeme

1. Parallele Systeme
2. Leistungsmaße für parallele Systeme
3. Gesetze von Amdahl und Gustafson-Barsis

5. Analytische Bewertung paralleler Systeme

1. **Parallele Systeme**
2. Leistungsmaße für parallele Systeme
3. Gesetze von Amdahl und Gustafson-Barsis

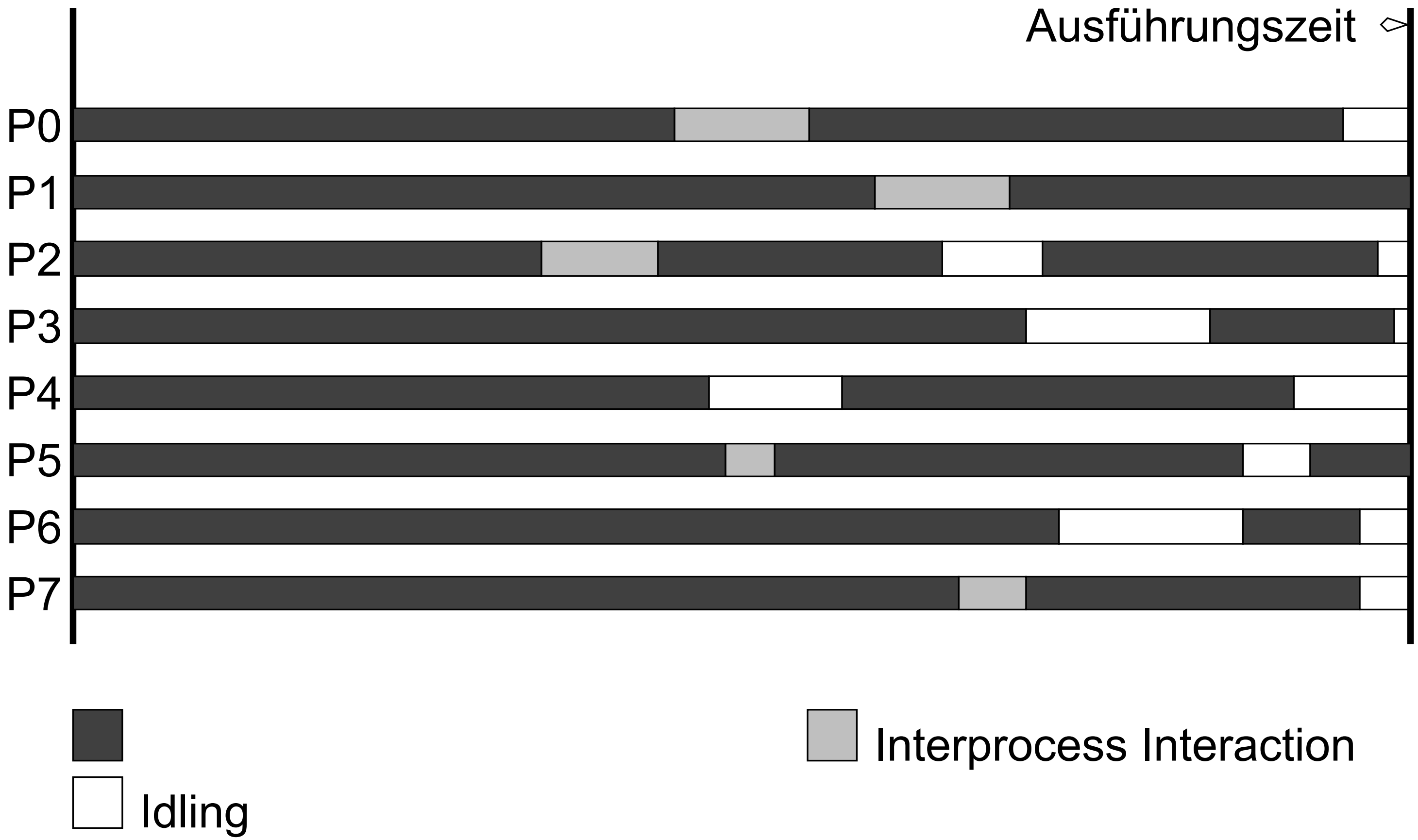
Parallele Systeme

- Ein **paralleles System** beseht aus einem parallelem Algorithmus und einer Parallelrechnerarchitektur auf der der Algorithmus ausgeführt wird.
  - Die Ausführungszeit eines parallelen Programms hängt wesentlich von der Anzahl der Prozessoren und der Leistungsfähigkeit des Verbindungsnetzwerks ab.
  - Konsequenz: Parallele Programme können nicht isoliert von einer konkreten Parallelrechnerarchitektur quantitativ untersucht werden.
- **Ziel:** Quantitative Beschreibung der Gesamtleistung eines parallelen Systems.

Overhead in parallelen Systemen

- **Interprocess Interactions**
  - Interaktionen zwischen den Prozessen (Kommunikation, Synchronisation)
- **Excess Computation**
  - Zusätzlicher Programmcode zur Realisierung von Parallelität
  - Paralleler Algorithmus beruht nicht auf dem besten sequentiellen Verfahren
- **Process Idling**
  - Synchronisation zwischen den Prozessen
  - Ungleichmäßige Lastverteilung
  - Sequentielle Abschnitte im parallelen Algorithmus

Overhead in parallelen Systemen



5. Analytische Bewertung paralleler Systeme

1. Parallele Systeme
2. **Leistungsmaße für parallele Systeme**
3. Gesetze von Amdahl und Gustafson-Barsis

Laufzeit

- Die **sequentielle Laufzeit T_S** eines Programms ist die Zeit, die zwischen dem Programmstart und dem Programm-ende bei der Ausführung auf einem sequentiellen Rechner verstreicht.
- Die **parallele Laufzeit T_p** ist die Zeit zwischen dem Start und dem Ende der parallelen Programmausführung auf p Prozessoren.
- Es wird grundsätzlich die tatsächlich verstrichene Zeit (**Wall-Clock Time**) betrachtet, nicht die CPU Zeit.

Absoluter paralleler Overhead

- **Definition absoluter paralleler Overhead: $T_O = p\, T_P - T_S$**
- Der absolute parallele Overhead T_O eines parallelen Systems ist die zusätzliche Zeit gegenüber der Laufzeit des besten sequentiellen Algorithmus, die alle Prozessoren zusammengenommen zur parallelen Berechnung benötigen.

Speedup (Beschleunigung)

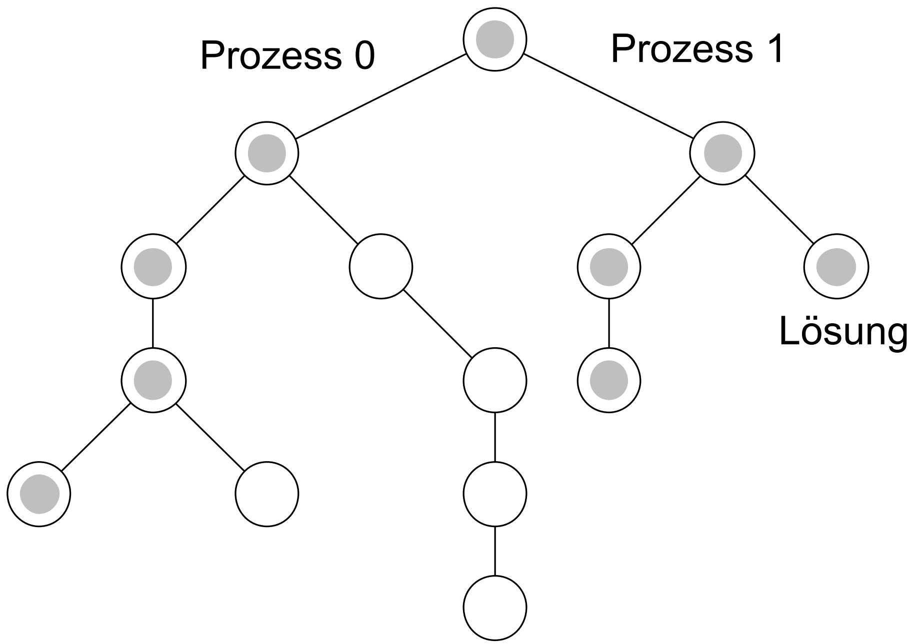
- **Speedup S** ist ein wichtiges Maß für den Nutzen der Parallelisierung eines Problems gegenüber der sequentiellen Programmausführung.
- **Definition Speedup: $S := T_S / T_P$**
  - **T_S:** Sequentielle Laufzeit des besten bekannten Algorithmus für das Problem auf einem Prozessor.
  - **T_p**: Parallele Laufzeit des betrachteten parallelen Algorithmus zur Lösung des Problems auf p Prozessoren.
- Voraussetzungen:
  - Der verwendete Parallelrechner ist aus identischen Prozessoren aufgebaut.
  - Die sequentielle Laufzeit wird auf einem der Prozessoren bestimmt.

Superlineare Speedups

- In einigen Situationen können **superlineare Speedups** ($S > p$) beobachtet werden.
- Mögliche Ursachen:
  - **Cache-Effekte**
    - Durch Verteilung der Daten auf mehrere Prozesse arbeitet ein einzelner Prozess auf einer kleineren Datenmenge.
    - Bei kleinerer Datenmenge kann sich die Cache-Hit Rate erhöhen; es ergibt sich dann eine schnellere Befehlsabarbeitung.
  - **Algorithmische Effekte bei paralleler Suche**
    - Ein paralleler Such-Task startet seine Suche „sehr dicht“ bei einer Lösung.
    - Die Arbeit zur Berechnung einer Lösung kann dann im parallelen Fall kleiner sein, als im sequentiellen Fall.

Superlineare Speedups bei paralleler Depth-First Baumsuche

- Sequentielle Laufzeit: 14 Schritte
- Parallele Laufzeit: 5 Schritte, parallele Arbeit: 9 Schritte
- Speedup: 14/5 = 2.8



Effizienz

- Die **Effizienz E** eines parallelen Systems gibt den Anteil der Laufzeit an, in dem die Prozesse keine Overhead-Instruktionen ausführen.
- **Definition Effizienz: E := S / p**
  - **S:** Speedup
  - **p:** Anzahl der Prozessoren
- In einem idealen parallelen System beträgt die Effizienz 1 (bzw. 100%).

Kosten und Problemgröße

- Die **Kosten C_p** eines parallelen Systems beschreiben die gesamte Rechenzeit der einzelnen Prozessoren.
  $\mathbf{C_p := p\ T_p}$
- Die **Kosten C_S** zur sequentiellen Lösung des Problems entsprechen der Ausführungszeit des besten sequentiellen Algorithmus auf einem Prozessor.
  $\mathbf{C_S := T_S}$
- Ein paralleles System hat **optimale Kosten**, falls $C_S(n)$ und $C_p(n)$ (n = Größe der Eingabe) asymptotisch gleich sind.
- Die **Problemgröße W** ist definiert als die sequentiellen Kosten C_S.
  $\mathbf{W := C_S = T_S}$

Skalierbarkeit paralleler Systeme

- Ein paralleles System heißt **skalierbar**, falls sich seine Effizienz nicht verschlechtert, wenn die Anzahl der Prozessoren und die Problemgröße (gleichzeitig) erhöht werden.
  - Anzahl der Prozessoren und Problemgröße müssen nicht im selben Verhältnis erhöht werden.
- Ein paralleles System ist **gut skalierbar**, wenn relativ kleine Erhöhungen der Problemgröße ausreichen, um eine größere Anzahl von Prozessoren effizient einsetzen zu können.
  - Die **Isoeffizienzfunktion W(p)** quantifiziert diese Aussage.

Motivation für die gegebene Definition der Skalierbarkeit

- Es gilt: $E = \frac{S}{p} = \frac{T_s}{pT_p} = \frac{1}{1+\frac{T_O}{W}}$ $\quad mit \quad T_O = pT_p - T_S \quad und \quad T_s = W$
- Der absolute parallele Overhead T_O wächst mit zunehmender Prozessorzahl p bei konstanter Problemgröße.
  - Typischerweise enthält jedes parallele Programm eine sequentielle Komponente, z.B. Einlesen der Eingabe oder Zugriff auf gemeinsame Variablen.
  - Sei t_{ser} die Ausführungszeit der sequentiellen Komponente.
  - Dann ist (p - 1) t_{ser} eine untere Schranke für T_O.
- **Folgerung:** Die Effizienz E nimmt bei konstanter Problem-größe W mit zunehmender Prozessorzahl p ab.

Isoeffizienzfunktion

- Es gilt: $E = \frac{S}{p} = \frac{T_s}{pT_p} = \frac{1}{1+\frac{T_O(W,p)}{W}}$
- Daraus folgt: $W = \frac{E}{1-E} T_O(W,p)$
- Bei einem skalierbaren parallelen System ist $K := \frac{E}{1-E}$ für geeignetes W und p konstant.
- Die **Isoeffizienzfunktion** W(p) eines skalierbaren parallelen Systems ergibt sich dann bei gegebenem k (bzw. E) aus $W(p) = k\, T_O(W,p)$
  - Die Isoeffizienzfunktion zeigt das Maß der Skalierbarkeit eines parallelen Systems an.
  - Oft kann kein geschlossener Ausdruck angegeben werden.

5. Analytische Bewertung paralleler Systeme

1. Parallele Systeme
2. Leistungsmaße für parallele Systeme
3. **Gesetze von Amdahl und Gustafson-Barsis**

Gesetz von Amdahl (1967)

- **Vereinfachtes Modell:**
  - **T_1:** Ausführungszeit des parallelen Algorithmus auf einem Prozessor $(T_1 \$ T_S)$
  - **T_p:** Ausführungszeit des parallelen Algorithmus auf p Prozessoren
  - **$S_R = T_1/T_p$** (**relativer Speedup**)
  - **β:** sequentieller Anteil (nicht parallelisierbarer Anteil) des sequentiellen Verfahrens.
- **$T_p = \beta\, T_1 + (1- \beta)\, T_1 / p$**
  - Berechnungsdauer für sequentiellen Anteil: β **T_1**
  - Berechnungsdauer für parallelen Anteil: **$(1- \beta)\, T_1 / p$**
- **Gesetz von Amdahl:** $$S_R = \frac{p}{\beta p + (1-\beta)} = \frac{1}{\beta + \frac{1-\beta}{p}}$$

Maximaler relativer Speedup nach Amdahl

- $S_{max} := S_R(p \rightarrow \mathbf{4}) = 1/\ \beta$
  - $\beta = 50\% \rightarrow S_{max} = 2$
  - $\beta = 10\% \rightarrow S_{max} = 10$
  - $\beta = 5\% \rightarrow S_{max} = 20$
  - $\beta = 1\% \rightarrow S_{max} = 100$

- **Mögliche Schlussfolgerung:** „Da selbst triviale parallele Programme immer einen sequentiellen Anteil aufweisen, lohnt sich Parallelisierung nicht wirklich.“
- **Einwand:** Das Gesetz von Amdahl betrachtet nicht skalierbare parallele Systeme; hier sind im p und β nicht mehr unabhängig.

Gesetz von Gustafson-Barsis (1988)

- Komplementärer Ansatz:
  - α : sequentieller Anteil des parallelen Verfahrens.
  - $T_p := 1$ (konstant)
    - „Stehen mehr Prozessoren zur Verfügung können größere Probleme berechnet werden“.
    - ←→ Amdahl: „Die Laufzeit eines Programms wird durch Parallelisierung bei konstanter Problemgröße verringert“.

- Für T_1 ergibt sich: $T_1 = \alpha + (1-\alpha)\,p$

- **Gesetz von Gustafson-Barsis: $S_R = \alpha + (1-\alpha)\,p$**