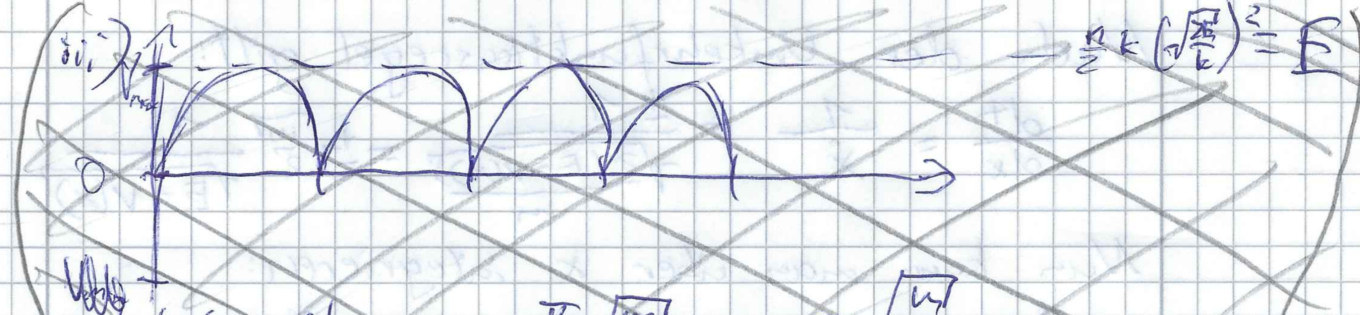

Umkehrpunkte: $t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} + n\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Theo 1 Ü 2.6

a) Es gilt:

$$V(x) = -\int_{x_0}^{x} F(x')\,dx' \implies F(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = m\ddot{x}$$

Nun lässt sich mit $\dot{x}$ multiplizieren und über t integrieren:

$$-\frac{dV(x)}{\cancel{dx}}\,\frac{\cancel{dx}}{dt} = m\ddot{x}\dot{x}$$

$$-\int \frac{dV(x)}{dt}\,dt = \int m\ddot{x}\dot{x}\,dt$$

Das rechte Integral lässt sich durch partielle Integration lösen: $f'(x) = \ddot{x}$, $g(x) = \dot{x}$

$$\int m\ddot{x}\dot{x}\,dt = \left[m\dot{x}^2\right] - \int m\dot{x}\ddot{x}\,dt$$

$$\iff \int m\ddot{x}\dot{x}\,dt = \left[\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right]$$

Dies ist bekanntlich die kinetische Energie.

Somit gilt:

$$-V + C_1 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + C_2 = T + C_2$$

$$\iff C_1 - C_2 = T + V = E = \text{konst.}$$

b) Es gilt:

$$T = E - V(x) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$$

$$\implies \dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2(E - V(x))}{m}}$$