Ü 10.4

a) Es gilt: $\dot{\bar{r}} \cdot \bar{r} / r = \frac{r^i \dot{r}^i}{\sqrt{(r^i)^2}} = \sqrt{\frac{(r^i)^2 (\dot{r}^i)^2}{(r^i)^2}} = \dot{r}$

Ich hab es nicht geschafft zu zeigen, dass $\dot{\bar{A}} = 0$.

b) $\bar{A}$ liegt in der Ebene senkrecht zu $\bar{L}$, da:

$$\bar{A} = \underbrace{(\dot{\bar{r}} \times \bar{L})}_{\text{Senkrecht zu } \bar{L}} - \alpha \underbrace{\frac{\bar{r}}{r}}_{\text{senkrecht zu } \bar{L}\text{, wegen } \bar{L} = (m\bar{r} \times \dot{\bar{r}})\text{, sodass } \bar{L} \perp \bar{r}}$$

c) $\bar{A} \cdot \bar{r} = \bar{A}^i \bar{r}^i = |A|\,|r| \cos(\theta)$

$= (\dot{\bar{r}} \times \bar{L} - \alpha \frac{\bar{r}}{r}) \cdot \bar{r} = (\dot{\bar{r}} \times \bar{L}) \cdot \bar{r} - \alpha \frac{\bar{r} \cdot \bar{r}}{r}$

Beim Spatprodukt dürfen die Vektoren zyklisch vertauscht werden:

$\bar{A} \cdot \bar{r} = (\bar{r} \times \dot{\bar{r}}) \cdot \bar{L} - \alpha r = \frac{L^2}{m} - \alpha r = |A|\,|r| \cos(\theta)$

Theo 1

Ü10.4 Fortsetzung

$$\Leftrightarrow \quad r\left(|A| \cos(\theta) + \alpha\right) = \frac{L^2}{m}$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{L^2}{m\left(|A| \cos(\theta) + \alpha\right)}$$

d) Ich glaube $\bar{A}$ müsste aus Symmetriegründen parallel zur Verbindungsachse zwischen der Sonne und dem (von der Sonne aus) nächstgelegenen Bahnpunkt sein, sodass $\bar{A}$ diese Richtung angeben kann. (Beim Kreis gilt $\bar{A} = 0$)

$|\bar{A}|$ hängt mit der Exzentrizität der Bahn zusammen. Je größer $|\bar{A}|$, desto größer ε. Somit lässt sich durch $\bar{A}$ generell schnell auf die Bahn schließen.