PTP1-10

Nr. 3a)

$\Rightarrow$ Es gilt die Drehimpulserhaltung

$$L = mr^2 w \Rightarrow w = \frac{L}{mr^2}$$

~~Grav~~ Die Zentripet. kraft wirkt der Schwerkraft entgegen:

$$F_z = r w^2 \cdot m = r \cdot m \cdot \left(\frac{L}{mr^2}\right)^2 = \frac{L^2}{mr^3}$$

$$\Rightarrow \quad 2m\ddot{r} = F_z - F_g$$

$$2m\ddot{r} = \frac{L^2}{mr^3} - m \cdot g$$

$$\ddot{r} = \frac{\frac{L^2}{m^2r^3} - g}{2} \qquad \frac{L^2}{m^2r^4} = w^2$$

$$\ddot{r} = \frac{w^2 r - g}{2}$$

$\Rightarrow$ Dies gilt für den Punkt auf der Ebene.

Für den ~~Punkt~~ hängenden Punkt gilt ~~ana~~ analog:

$$\ddot{r} = \frac{g - w^2 r}{2}$$

b) Bewegt sich der obere Punkt in einer Kreisbahn, so hebt sich die Zentripetalkraft und die Gewichtskraft auf. Der Unter Punkt ~~bewegt sich~~ alterniert nicht mehr

$$\Rightarrow \ddot{r} = 0 = \frac{g - w^2 r}{2}$$

$$\Rightarrow \quad g = w^2 r \quad \Rightarrow r = \sqrt{\frac{g}{w^2}} \qquad \frac{g}{w^2} = \frac{g m^2 r^4}{L^2}$$

$$\Leftrightarrow w = \sqrt{\frac{g}{r}} \qquad \Rightarrow \underline{r = \sqrt{\frac{L^2}{g m^2}}}$$

$\Rightarrow$ ~~Eine ...~~ Damit ist klar, dass r und w voneinander abhängen. Bei sehr kleinen r muss ~~omega~~ w sehr groß werden..

c)

$$r(t) = r_0 + p(t)$$

$$2\cancel{m}\,\ddot r = \frac{r_0 \cdot \omega^2 + p(t)\cdot \omega^2 - g}{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{k}\,\ddot r - \frac{p(t)\omega^2}{2} = \frac{r_0\omega^2 - g}{2}$$

$$r \sim p \sim e^{\lambda t}$$

$$\lambda^2 e^{\lambda t} - \frac{e^{\lambda t}\omega^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - \frac{\omega^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm \frac{\omega}{\sqrt{2}}$$

$$-\frac{\omega^2}{2} a \frac{r_0\omega^2 - g}{2} = \frac{r_0\omega^2 - g}{2}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{2}{\omega^2}$$

$$\Rightarrow r = A e^{dt} + B e^{-dt} - \frac{\cancel{2}}{\omega^2}\frac{r_0\omega^2 - g}{\cancel{2}}$$

$$d = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$$

$$r = \tilde A \sinh(dt) + \tilde B \cosh(dt) - \frac{\cancel{2}}{\omega^2}\cdot\cancel{2 r_0}\, r_0 + \frac{g}{\omega^2}$$

$$r = \tilde A \sinh(dt) + \tilde B \cosh(dt) - r_0 + \frac{g}{\omega^2}$$

$$d = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$$