

Theo 8.2

$$c) g_1: (t, x) \mapsto (t + c_1, R_1 x + b_1 + v_1 t)$$

$$g_2: (t, x) \mapsto (t + c_2, R_2 x + b_2 + v_2 t)$$

$$g_2 \circ g_1(t, x) = g_2(t + c_1, R_1 x + b_1 + v_1 t)$$

$$= (t + c_1 + c_2, R_2(R_1 x + b_1 + v_1 t) + b_2 + v_2 c_1 + v_2 t)$$

$$= (t + c_3, R_3 x + v_3 t + b_3)$$

$$\text{mit } c_3 = c_1 + c_2; R_3 = R_2 R_1; v_3 = R_2 v_1 + v_2;$$

$$b_3 = R_2 b_1 + b_2 + v_2 c_1$$

$$t, c_i \in \mathbb{R}, \text{ für } i = 1, 2, 3$$

$$R_i \in O(3), \text{ für } i = 1, 2, 3; v_i, b_i \in \mathbb{R}^3 \text{ für } i = 1, 2, 3$$

d) 1. Untergruppe (UG):

Rotation (nur Rotation):

$$g_i: (t, x) \mapsto (t, R_i x) \quad R_i \in O(3)$$

\Rightarrow nicht abelsch, da $R_1 R_2 \neq R_2 R_1$ $R_1 R_2$ bel., aber $R_1 R_2 \neq \mathbb{1}$

$$x \neq \bar{0} \quad x, 0 \in \mathbb{R}^3$$

$$\Rightarrow R_1 R_2 x \neq R_2 R_1 x$$

2. UG:

nur Translation:

$$g_i: (t, x) \mapsto (t + c_i, x + b_i) \quad c_i \in \mathbb{R}; b_i \in \mathbb{R}^3$$

\Rightarrow abelsch, da $t + c_i + c_j = t + c_j + c_i = c_j + t + c_i = \dots$

$$\text{und} \quad x + b_i + b_j = b_j + x + b_i = \dots$$

3. UG

Boost

$$g_i: (t, x) \mapsto (t + v_i t, x + v_i t) \quad v_i \in \mathbb{R}^3$$

\Rightarrow abelsch, da $v_i t + x = x + v_i t$