

Chapitre III

Algèbre de Boole Application

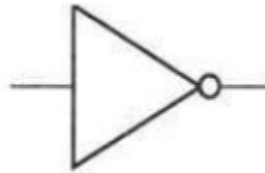
Une première addition

De George Boole à l'informatique moderne – Jean-Yves Oberlé – Losanges n°53 – juin 2021

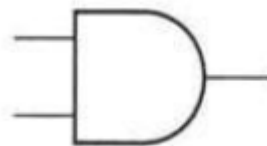
Nous allons étudier le fonctionnement de l'addition, au sens binaire, à l'aide des opérateurs logiques.

Nous allons travailler avec les opérateurs

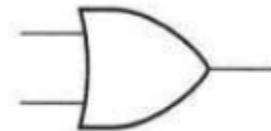
NON



ET




OU



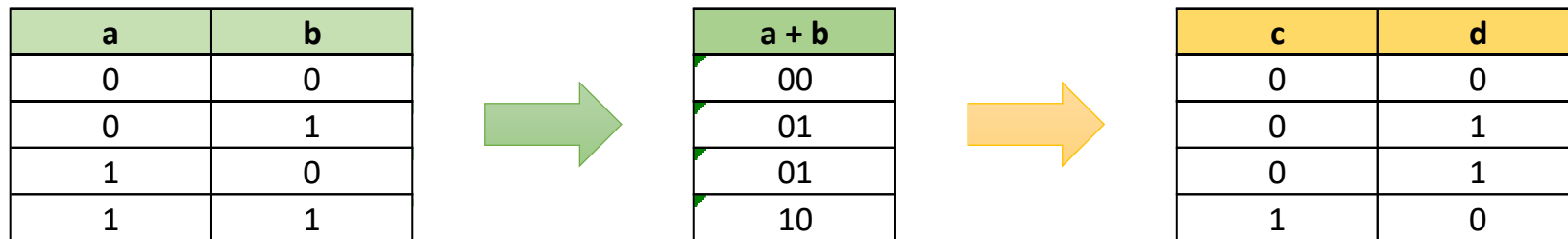
Une première addition

L'addition des nombres a et b est donnée par le tableau suivant:

a	b		a + b
0	0		00
0	1		01
1	0		01
1	1		10

Une première addition

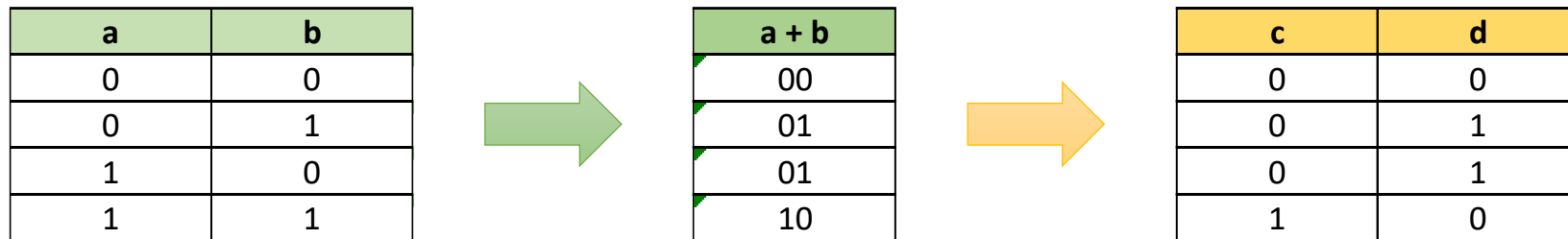
Afin de modéliser cette addition, nous allons introduire 2 colonnes supplémentaires



La colonne 'c' représente « la dizaine » (ou deux-zaine) du résultat de l'addition

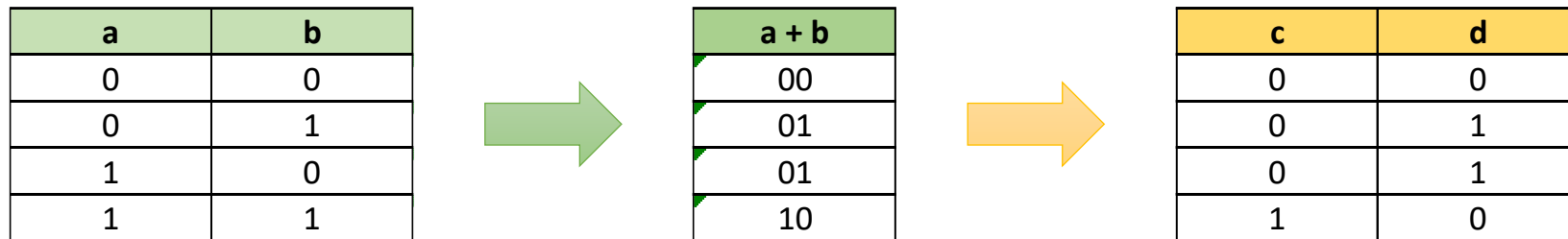
La colonne 'd' représente « l'unité » du résultat de l'addition

Une première addition



La modélisation de la colonne 'c' peut s'écrire $c = a \cdot b \rightarrow a \text{ et } b$

Une première addition



La modélisation de la colonne 'd' peut s'écrire

$$d = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot b \rightarrow (a \text{ et non } b) \text{ ou } (\text{non } a \text{ et } b)$$

Une première addition

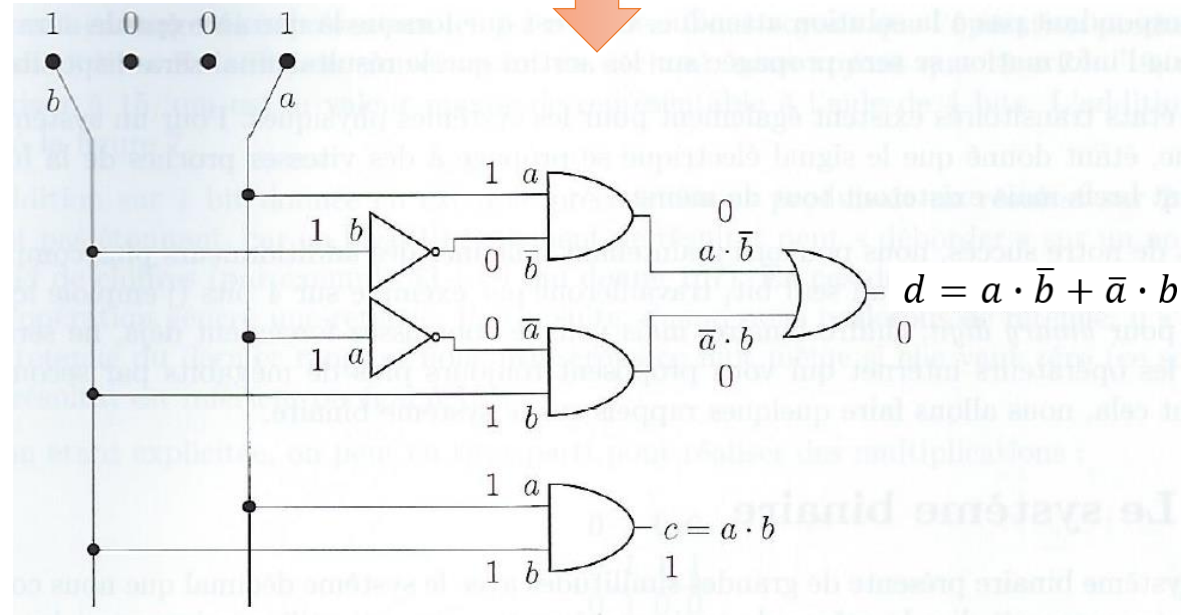
a	b
0	0
0	1
1	0
1	1



a + b
00
01
01
10



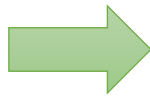
c	d
0	0
0	1
0	1
1	0



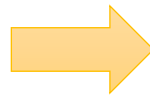
Additionneur 4 bits

Nous pouvons étendre le concept en additionnant une colonne supplémentaire qui est le report de l'addition du rang précédent

a	b	r
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1



a + b
00
01
01
10
01
10
10
11



c	d
0	0
0	1
0	1
1	0
0	1
1	0
1	0
1	1

Additionneur 4 bits

Karnaugh nous permet de remplir le tableau suivant pour la colonne 'c'

r \ ab	00	01	10	11
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1

Et nous pouvons écrire

$$c = a \cdot b + r \cdot a + r \cdot b$$

Additionneur 4 bits

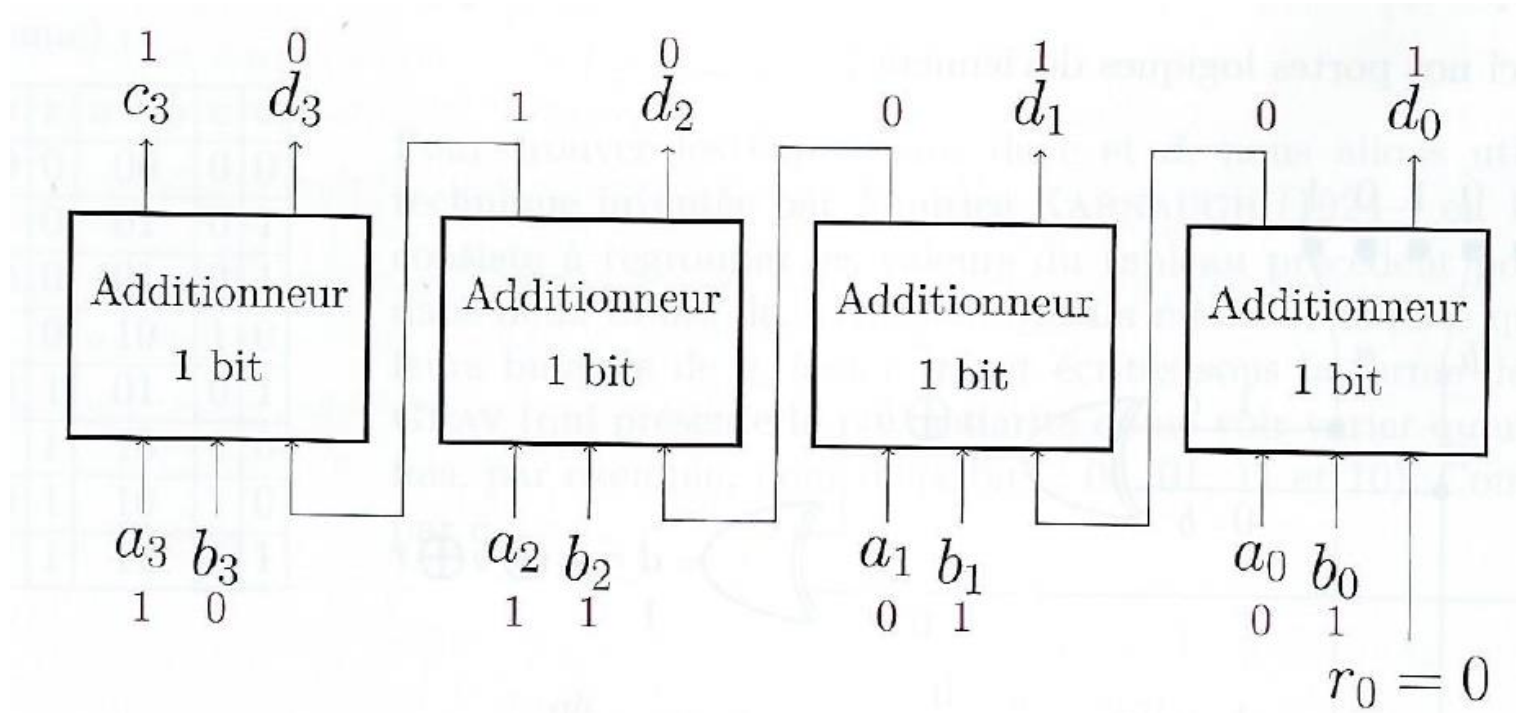
Karnaugh nous permet de remplir le tableau suivant pour la colonne 'd'

r \ ab	00	01	10	11
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Et nous pouvons écrire

$$d = r \cdot \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{r} \cdot \bar{a} \cdot b + r \cdot a \cdot b + \bar{r} \cdot a \cdot \bar{b}$$

Additionneur 4 bits



Additionneur 4 bits

Additionnons 12 (1100) et 7 (0111) = 19 (10011)

$$\mathbf{a_3a_2a_1a_0} + \mathbf{b_3b_2b_1b_0} = \mathbf{c_3d_3d_2d_1d_0}$$

