

Chapitre VII

Algèbre relationnelle

Algèbre relationnelle

Ensemble des **opérations** qui s'appliquent aux relations (tables)

Objectif: construire une nouvelle relation à partir d'une ou plusieurs relations existantes

Frank Codd (1970)

Algèbre relationnelle

Objectif:

Description préliminaire à l'utilisation d'un langage de type SQL

Interroger des bases de données

Table ou Relation

Les données sont stockées dans des **tables** appelées aussi **relations**

Clé	Nom	email
1	Edgar	edgar@math.esa.be
2	Frank	frank@math.esa.be
3	Bob	bob@math.esa.be

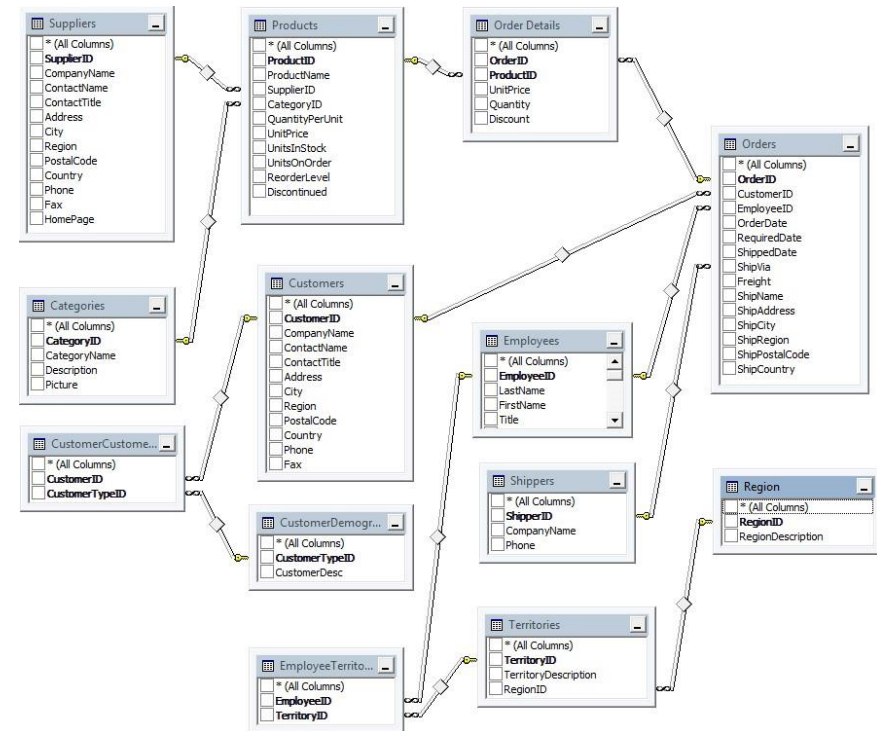


Table ou Relation

Clé	Nom	email
1	Edgar	edgar@math.esa.be
2	Frank	frank@math.esa.be
3	Bob	bob@math.esa.be

Une table ou une relation est constituée de:

Un **schéma**: l'ensemble des champs et des types correspondants
{*clé*: auto; *nom*: string; *email*: string}

Une **extension**: le contenu de la table
{*clé*: 1; *nom*: Edgar; *email*: edgar@math.esa.be}
{*clé*: 2; *nom*: Frank; *email*: frank@math.esa.be}
{*clé*: 3; *nom*: Bob; *email*: bob@math.esa.be}

Table ou Relation

Clé	Nom	email
1	Edgar	edgar@math.esa.be
2	Frank	frank@math.esa.be
3	Bob	bob@math.esa.be



Schéma



Extension

Table ou Relation

Exemple MySQL

Server: localhost Database: Table: myproject_image

Browse Structure SQL Search Insert Export Import Operations Empty

Drop

	Field	Type	Collation	Attributes	Null	Default	Extra	Action					
<input type="checkbox"/>	<u>id</u>	int(11)			No	None	auto_increment						
<input type="checkbox"/>	name	varchar(100)	utf8_general_ci		No	None							
<input type="checkbox"/>	value1	varchar(300)	utf8_general_ci		No	None							
<input type="checkbox"/>	value2	varchar(300)	utf8_general_ci		No	None							
<input type="checkbox"/>	value3	varchar(300)	utf8_general_ci		No	None							
<input type="checkbox"/>	value4	varchar(300)	utf8_general_ci		No	None							
<input type="checkbox"/>	width	int(10)		UNSIGNED	Yes	NULL							
<input type="checkbox"/>	height	int(10)		UNSIGNED	Yes	NULL							

Check All / Uncheck All With selected:

Print view Relation view Propose table structure

Add 1 field(s) ☐ At End of Table ☐ At Beginning of Table ☐ After id

Clé

Clé: identifiant d'une relation

- L'unicité de l'identification des occurrences est assurée par la notion de clé
- L'identifiant est un ou plusieurs champs appartenant au schéma de la relation et dont les valeurs permettent de distinguer une occurrence d'une autre
- Une clé minimale, c'est-à-dire comportant un minimum de champs, est choisie comme identifiant et est appelée **clé primaire (Primary key)**

Clé

Clé: identifiant d'une relation

- Toute relation possède une clé primaire
- Le(s) champ(s) n'admet(tent) pas de valeur nulle
- Notation: dans le schéma d'une relation, on souligne la clé primaire
Etudiant { num_etudiant, nom, prenom, date_naissance }

Clé

Clé étrangère (Foreign key)

- La clé étrangère est un champ d'une relation et clé primaire dans une autre relation
- Permet de vérifier automatiquement la présence des données référencées dans des relations différentes
- Notation: la (les) clé(s) étrangère(s) est (sont) mentionnée(s) en **gras** dans un schéma
Module { num_module, intitule, volume_horaire, semestre }
Etudiant { num_etudiant, nom, prenom, date_naissance }
Inscription { num_inscription, **num_etudiant**, **num_module**, date_inscription }

Clé

num_module	intitule	volume_horaire	semestre
12	BD	70	S5
13	Arch	60	S5
14	Rés	70	S6

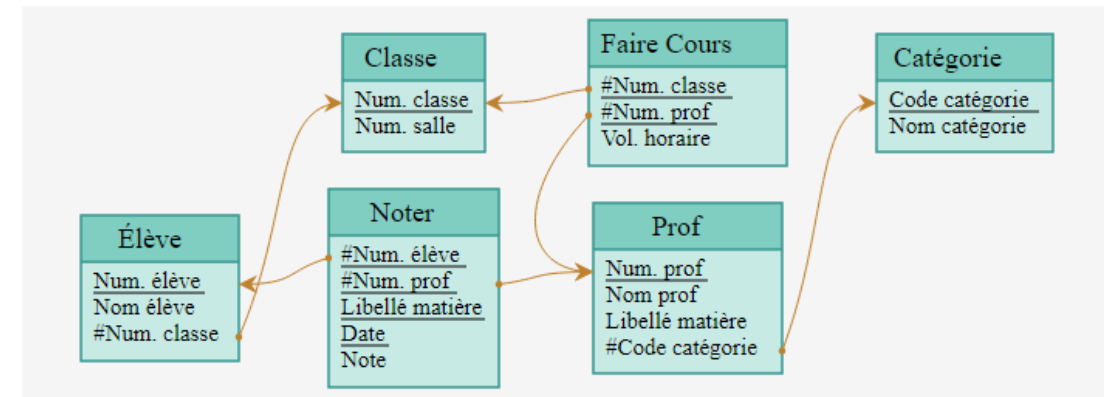
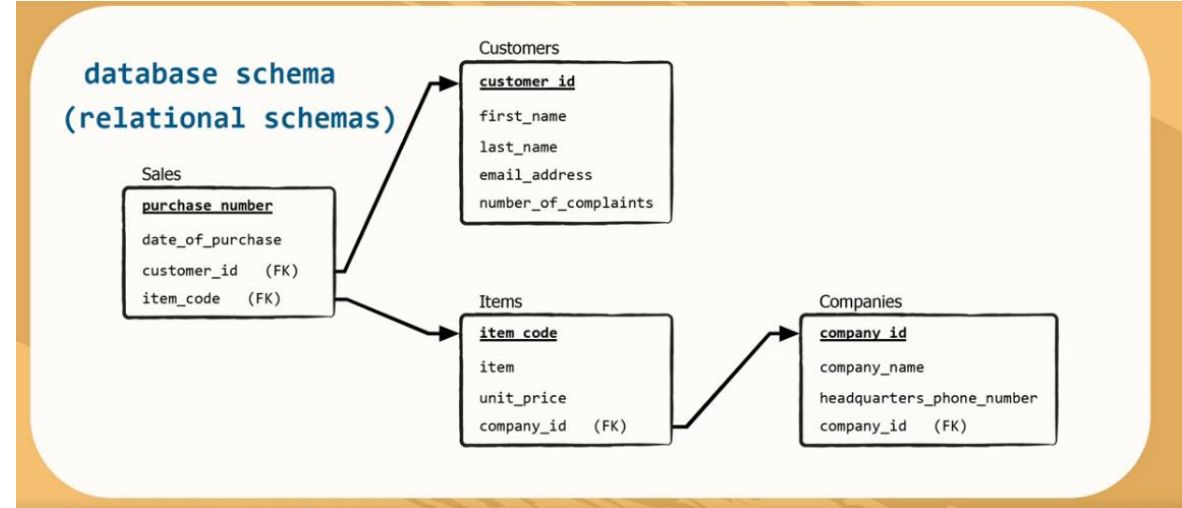
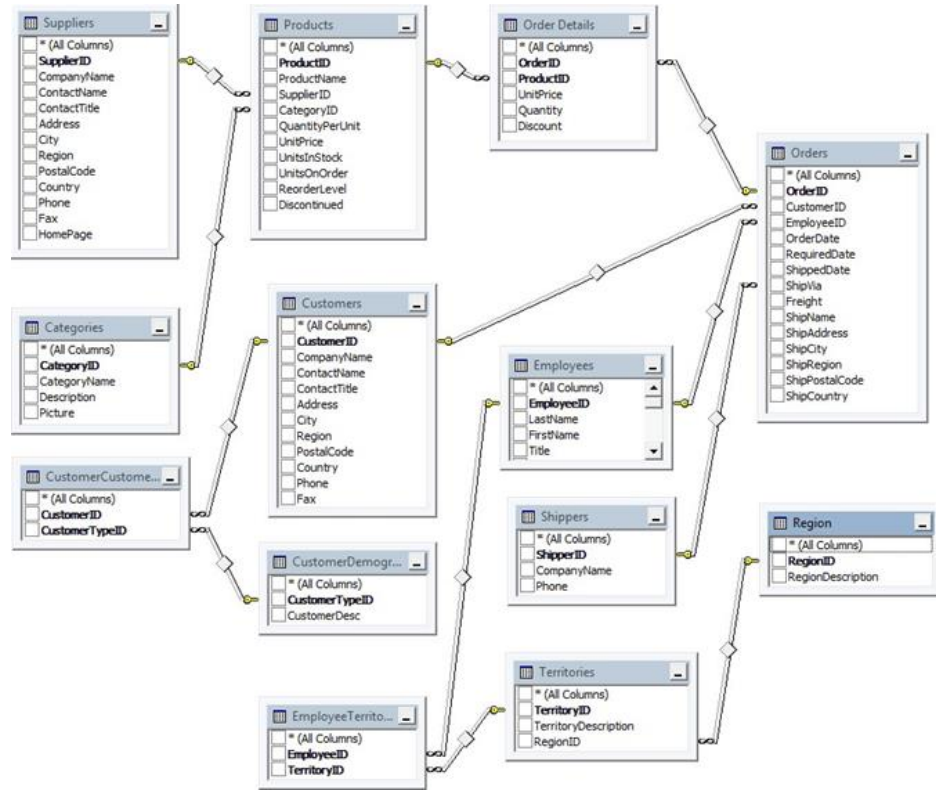
num_inscription	num_etudiant	num_module	date_inscription
1	54	12	09/11/2020
2	58	14	08/01/2021
3	67	12	09/11/2020
4	54	14	08/01/2021

Schéma

Le schéma relationnel est composé

- L'ensemble des schémas des relations
- Les clés primaires et étrangères
- Eventuellement d'autres contraintes d'intégrité

Schéma



Opérations

Opérations de la **théorie des ensembles**

- **Union**
- **Intersection**
- **Différence**
- **Produit**

Opérations – Théorie des ensembles

Union: $T_1 \cup T_2$

L'union consiste à combiner deux relations compatibles pour créer une troisième relation qui contient toutes les occurrences des deux relations de départ

Employés de Renault

Nom	ID	Département
Harry	3415	Finance
Sally	2241	Vente
George	3401	Finance

Employés de Citroën

Nom	ID	Département
Bertrand	0808	Vente
Donald	0007	Vente



*Employés de Renault U
Employés de Citroën*

Nom	ID	Département
Harry	3415	Finance
Sally	2241	Vente
George	3401	Finance
Bertrand	0808	Vente
Donald	0007	Vente

Opérations – Théorie des ensembles

Intersection: $T_1 \cap T_2$

L'intersection consiste à combiner deux relations compatibles pour créer une troisième relation qui contient toutes les occurrences qui appartiennent à l'une et à l'autre des relations de départ

*Personnes
inscrits en
football*

Nom	ID
Harry	3415
Sally	2241
George	3401

*Personnes
inscrits en
cours de piano*

Nom	ID
Harry	3415
Bertrand	2
George	3401
Yoda	1000



Nom	ID
Harry	3415
George	3401

Opérations – Théorie des ensembles

Différence: $T_1 \setminus T_2$

La différence consiste à combiner deux relations compatibles pour créer une troisième relation qui contient toutes les occurrences qui appartiennent à la première relation et qui n'appartiennent pas à la deuxième relation

*Personnes
inscrits en
football*

Nom	ID
Harry	3415
Sally	2241
George	3401

*Personnes
inscrits en
cours de piano*

Nom	ID
Harry	3415
Bertrand	2
George	3401
Yoda	1000



Nom	ID
Sally	2241

Opérations – Théorie des ensembles

Produit cartésien: $T_1 \times T_2$

Le produit cartésien consiste à combiner deux relations pour créer une troisième relation qui contient toutes les combinaisons possibles à partir des deux relations de départ

Personnes

Nom	ID
Harry	3415
Sally	2241

Cadeaux

Type	Prix
livre	10
gâteau	20
ordinateur	300



Personnes - Cadeaux

Nom	ID	Type	Prix
Harry	3415	livre	10
Harry	3415	gâteau	20
Harry	3415	ordinateur	300
Sally	2241	livre	10
Sally	2241	gâteau	20
Sally	2241	ordinateur	300

Opérations – Théorie des ensembles

Produit cartésien: $T_1 \times T_2$

Le schéma du produit cartésien est construit à partir du schéma de chaque relation (**Attention, on ne combine pas les champs**)

Personne : Table			
nom	prénom	age	civilité
Einstein	Albert	45	marié
Lavoisier	Antoine	41	marié

Employeur : Table	
nom	n°Insee
Université	12112472
Collège	25478550
Institut	54578559

Employeur Requête : Requête Sélection					
Personne.nom	prénom	age	civilité	Employeur.nom	n°Insee
Einstein	Albert	45	marié	Université	12112472
Lavoisier	Antoine	41	marié	Université	12112472
Einstein	Albert	45	marié	Collège	25478550
Lavoisier	Antoine	41	marié	Collège	25478550
Einstein	Albert	45	marié	Institut	54578559
Lavoisier	Antoine	41	marié	Institut	54578559

Opérations

Opérations spécifiques au modèle relationnel

- **Rebaptiser**
- **Sélection**
- **Projection**
- **Jointure**

Opérations – Modèle relationnel

Rebaptiser: $\rho_{i/i_1}(T)$

Rebaptiser consiste à renommer des éléments du schéma d'une relation

n	a
Everest	8848
Manaslu	8163
Hidden Peak	8086



$\rho_{n/nom,a/altitude}$



nom	altitude
Everest	8848
Manaslu	8163
Hidden Peak	8086

Opérations – Modèle relationnel

Sélection: $\sigma_{exp}(T)$

La sélection consiste à extraire la ou les ligne(s) d'une relation qui vérifie(nt) la réalisation d'une certaine condition

n	a
Everest	8848
Manaslu	8163
Hidden Peak	8086



$\sigma_{a>8500}$



n	a
Everest	8848

Opérations – Modèle relationnel

Projection: $\pi_{champ\ 1\ (...,\ champ\ i)}(T)$

La projection consiste à réduire le nombre de colonnes de la relation d'origine

p	ns	f
Népal	Everest	SE
Chine	Everest	SE
Népal	Manaslu	NE
Chine	Cho Oyu	O
Népal	Cho Oyu	O
Pakistan	Nanga Parbat	N



$\pi_{ns,f}$



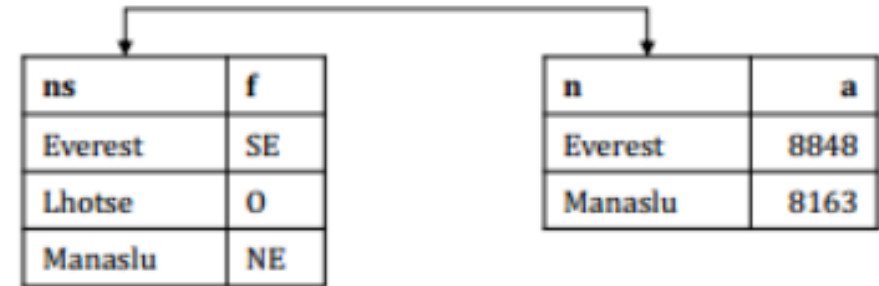
ns	f
Everest	SE
Manaslu	NE
Cho Oyu	O
Nanga Parbat	N

Opérations – Modèle relationnel

Jointure théta (θ -join)

La théta-jointure consiste en un produit cartésien entre 2 relations, doublé d'une sélection

Notation: $T_1 \bowtie_{cond} T_2$



$$T_1 \bowtie_{ns=n} T_2$$

The result of the theta-join operation is shown as a table with four columns: **ns**, **f**, **n**, and **a**. It contains the rows (Everest, SE, Everest, 8848) and (Manaslu, NE, Manaslu, 8163), representing the Cartesian product of the two input relations filtered by the condition $ns = n$.

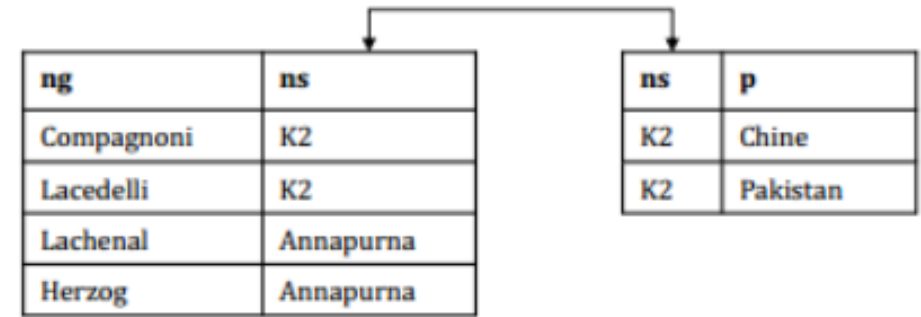
ns	f	n	a
Everest	SE	Everest	8848
Manaslu	NE	Manaslu	8163

Opérations – Modèle relationnel

Jointure naturelle

La jointure naturelle permet de joindre 2 relations dont les attributs communs ont la même valeur

Notation: $T_1 * T_2$



$T_1 * T_2$

ng	ns	p
Compagnoni	K2	Chine
Lacedelli	K2	Pakistan

Opérations – Modèle relationnel

Jointure externe

La jointure externe complète la
théta-jointure avec des valeurs
nulles

Opérations – Modèle relationnel

Jointure externe

- Totale \bowtie
- Gauche \ltimes
- Droite \rtimes

ns	f
Everest	SE
Lhotse	O

n	a
Everest	8848
Manaslu	8163

ns	f	n	a
Everest	SE	Everest	8848
Lhotse	O	-	-
-	-	Manaslu	8163

ns	f
Everest	SE
Lhotse	O

n	a
Everest	8848
Manaslu	8163



ns	f	n	a
Everest	SE	Everest	8848
Lhotse	O	-	-

ns	f
Everest	SE
Lhotse	O

n	a
Everest	8848
Manaslu	8163

ns	f	n	a
Everest	SE	Everest	8848
-	-	Manaslu	8163

Exercice 1

Soit la table PERSONNE suivante :

Nom	Age	Ville
Marc	29	Paris
Catherine	32	Lyon
Sophie	54	Paris
Claude	13	Montpellier
Serge	40	Lyon

- Exprimer les requêtes suivantes:
 - Les personnes qui habitent Paris
 - Les personnes qui ont moins de 30 ans
 - Les villes dans la table Personne
 - Les noms des personnes habitant Paris
 - Les noms et âges des personnes habitant Paris et âgés de plus de 30 ans

Exercice 2

Soit la table suivante:

LESFILMS

{titre, pays, annee, realisateur,
duree}

Exprimer les requêtes suivantes
en algèbre relationnelle:

- Les films réalisés par BESSON
- Les films dont la durée est supérieure à '120'
- Les réalisateurs des films
- Les titres des films français

Exercice 3

Table EMP

{ENO, ENOM, PROF, DATE, SAL, COMM, DNO}

ENO	ENOM	PROF	DATE	SAL	COMM	DNO
10	Joe	Ingénieur	01.10.93	4000	3000	3
20	Jack	Technicien	01.05.88	3000	2000	2
30	Jim	Vendeur	01.03.80	5000	5000	1
40	Lucy	Ingénieur	01.03.80	5000	5000	3

ENO: Numéro d'employé

ENOM: Nom de l'employé

PROF: Profession

DATE: Date d'embauche

SAL: Salaire

COMM: Commission

DNO: Numéro de département

Exercice 3

Table EMP

ENO	ENOM	PROF	DATE	SAL	COMM	DNO
10	Joe	Ingénieur	01.10.93	4000	3000	3
20	Jack	Technicien	01.05.88	3000	2000	2
30	Jim	Vendeur	01.03.80	5000	5000	1
40	Lucy	Ingénieur	01.03.80	5000	5000	3

Exprimer les requêtes suivantes en algèbre relationnelle et le contenu de la nouvelle relation:

- Le nom et le salaire des employés
- Les professions des employés
- Le nom et la profession de l'employé numéro 10
- Le noms des employés dont le salaire est inférieur à 5000
- Le département des employés dont le salaire est identique à la commission

Exercice 4

Soit la table EMP

{ENO, ENOM, PROF, DATE, SAL, COMM, **DNO**}

ENO	ENOM	PROF	DATE	SAL	COMM	DNO
10	Joe	Ingénieur	01.10.93	4000	3000	3
20	Jack	Technicien	01.05.88	3000	2000	2
30	Jim	Vendeur	01.03.80	5000	5000	1
40	Lucy	Ingénieur	01.03.80	5000	5000	3

Exercice 4

Soit la table DEPT

{DNO, DNOM, **DIR**, VILLE}

DNO	DNOM	DIR	VILLE
1	Commercial	30	New York
2	Production	20	Houston
3	Développement	40	Boston

Exercice 4

Exprimer les requêtes suivantes:

- Les noms des employés et les noms de leur département
- Les numéros des employés travaillant à Boston
- Donner les noms des directeurs des départements 1 et 3
- Le numéro et la commission des employés
- Le nom du directeur du département commercial
- Les noms des employés du département développement embauchés le même jour qu'un employé du département commercial

ENO	ENOM	PROF	DATE	SAL	COMM	DNO
10	Joe	Ingénieur	01.10.93	4000	3000	3
20	Jack	Technicien	01.05.88	3000	2000	2
30	Jim	Vendeur	01.03.80	5000	5000	1
40	Lucy	Ingénieur	01.03.80	5000	5000	3

DNO	DNOM	DIR	VILLE
1	Commercial	30	New York
2	Production	20	Houston
3	Développement	40	Boston

Exercice 5

Soit les tables suivantes:

Produit

Référence	Marque	Prix
153	BMW	1000
689	PEUGEOT	1800
168	TOYOTA	1600

Vente

Numéro	Réf_Produit	Num_Client	Date
00102	153	101	12/10/2013
00809	689	106	20/01/2014
11709	168	106	15/02/2014
12001	689	125	17/02/2014

Client

Numéro	Nom	Adresse	Téléphone
101	Durand	NICE	0493942613
106	Fabre	PARIS	0493942656
110	Prosper	PARIS	0496949913
125	Antonin	MARSEILLE	0496675432

Exercice 5

- Afficher le nom et le téléphone des clients
- Afficher le numéro de produit et le numéro du client
- Afficher les clients qui habitent PARIS ou NICE
- Afficher les ventes du client n° 120 du 15/11/2013
- Afficher les clients qui n'habitent pas NICE
- Afficher la référence des produits dont le prix est supérieur à 1500
- Afficher, pour le client numéro 125, le numéro de vente et la marque des produits achetés

Exercice 6

Soit les 3 tables:

- PILOTE (Numpil, Nompil, Adr, Sal)
- AVION (Numav, Nomav, Cap, Loc)
- VOL (Numvol, **Numpil**, **Numav**, Ville_dep, Ville_Arr, H_Dep, H_arr)

Exercice 6

- Donner la liste des avions dont la capacité est supérieure à 350 passagers
- Quels sont les numéros et noms des avions localisés à Nice?
- Quels sont les numéros des pilotes en service et les villes de départ de leurs vols?
- Quel est le nom des pilotes domiciliés à Paris dont le salaire est supérieur à 2200€?
- Quels sont les vols (numéro, ville de départ) effectués par les pilotes de numéro 100 et 204?

Exercice 6

- Quels sont les vols au départ de Nice et allant à Paris après 18 heures?
- Quels sont les pilotes (numéro et nom) assurant au moins un vol au départ de Nice avec un avion de capacité supérieure à 300 places?
- Quels sont les numéros des vols effectués au départ ou à l'arrivée de Nice avec un avion localisé à Paris?
- Quels sont les pilotes (numéro et nom) habitant dans la même ville que le pilote Dupont?

Exercice 7

Soit la table suivante tBelgique:

ID	Joueur	Club	Age	Selections	Position	Valeur dernier transfert	Valeur estimée début WC2014	Date de naissance	No.
8	Adnan Januzaj	Manchester United	19	1	3. Milieu	400000	10000000	05-02-95	20
57	Anthony Vanden Borre	Anderlecht	26	25	2. Defenseur	1000000	3000000	24-10-87	21
75	Axel Witsel	Zenit Saint Petersburg	25	48	3. Milieu	40000000	35000000	12-01-89	6
141	Daniel Van Buyten	Bayern Munich	36	79	2. Defenseur	9000000	1000000	07-02-78	15
172	Divock Origi	Lille	19	2	4. Attaquant	0	9000000	18-04-95	17
177	Dries Mertens	Napoli	27	24	4. Attaquant	9500000	20000000	06-05-87	14
179	Eden Hazard	Chelsea	23	45	3. Milieu	35000000	45000000	07-01-91	10
313	Jan Vertonghen	Tottenham Hotspur	27	56	2. Defenseur	12500000	22000000	24-04-87	5
386	Kevin De Bruyne	VfL Wolfsburg	22	22	3. Milieu	22000000	22000000	28-06-91	7
388	Kevin Mirallas	Everton	26	44	3. Milieu	7700000	12000000	05-10-87	11
410	Laurent Ciman	Standard Liege	28	8	2. Defenseur	800000	2500000	05-08-85	23
463	Marouane Fellaini	Manchester United	26	50	3. Milieu	32500000	21000000	22-11-87	8
523	Mousa Dembele	Tottenham Hotspur	26	55	3. Milieu	19000000	19000000	16-07-87	19
528	Nacer Chadli	Tottenham Hotspur	24	20	3. Milieu	8200000	10000000	02-10-89	22
533	Nicolas Lombaerts	Zenit Saint Petersburg	29	26	2. Defenseur	4200000	8000000	20-03-85	18
611	Romelu Lukaku	Everton	21	29	4. Attaquant	15000000	30000000	13-05-93	9
624	Sammy Bossut	Zulte Waregem	28	1	1. Gardien	200000	2000000	11-08-85	13
653	Simon Mignolet	Liverpool	25	14	1. Gardien	10600000	12000000	06-08-88	12
666	Steven Defour	Porto	26	43	3. Milieu	6000000	6000000	15-04-88	16
676	Thibaut Courtois	Atletico Madrid	22	16	1. Gardien	9000000	25000000	11-05-92	1
678	Thomas Vermaelen	Arsenal	28	48	2. Defenseur	12000000	15000000	14-11-85	3
684	Toby Alderweireld	Atletico Madrid	25	34	2. Defenseur	7000000	19000000	02-03-89	2
707	Vincent Kompany (c)	Manchester City	28	59	2. Defenseur	8500000	35000000	10-04-86	4

Exercice 7

Et la table tFrance

ID	Joueur	Club	Age	Selections	Position	Valeur dernier transfert	Valeur estimée début WC2014	Date de naissance	No.
58	Antoine Griezmann	Real Sociedad	23	3	3. Milieu	0	30000000	21-03-91	11
77	Bacary Sagna	Arsenal	31	40	2. Defenseur	9000000	10000000	14-02-83	15
88	Blaise Matuidi	Paris Saint-Germain	27	22	3. Milieu	8000000	24500000	09-04-87	14
126	Morgan Schneiderlin	Southampton	24	1	3. Milieu	1500000	14000000	08-11-89	22
195	Eliaquim Mangala	Porto	23	3	2. Defenseur	6800000	28000000	13-02-91	13
230	Remy Cabella	Montpellier	24	1	3. Milieu	0	10000000	08-03-90	7
289	Hugo Lloris (c)	Tottenham Hotspur	27	56	1. Gardien	12600000	17500000	26-12-86	1
383	Karim Benzema	Real Madrid	26	65	4. Attaquant	35000000	45000000	19-12-87	10
411	Laurent Koscielny	Arsenal	28	17	2. Defenseur	12500000	20000000	10-09-85	21
423	Loec Remy	Newcastle United	27	24	4. Attaquant	10200000	12000000	02-01-87	20
427	Lucas Digne	Paris Saint-Germain	20	2	2. Defenseur	15000000	12500000	20-07-93	17
442	Mamadou Sakho	Liverpool	24	18	2. Defenseur	19000000	18000000	13-02-90	5
475	Mathieu Debuchy	Newcastle United	28	20	2. Defenseur	15000000	10000000	28-07-85	2
476	Mathieu Valbuena	Marseille	29	33	3. Milieu	800000	14000000	28-09-84	8
511	Mickael Landreau	Bastia	35	11	1. Gardien	3000000	500000	14-05-79	23
524	Moussa Sissoko	Newcastle United	24	16	3. Milieu	5000000	11000000	16-08-89	18
544	Olivier Giroud	Arsenal	27	29	4. Attaquant	12500000	20000000	30-09-86	9
562	Patrice Evra	Manchester United	33	57	2. Defenseur	8000000	6000000	15-05-81	3
565	Paul Pogba	Juventus	21	10	3. Milieu	2500000	45000000	15-03-93	19
588	Raphael Varane	Real Madrid	21	5	2. Defenseur	10000000	25000000	25-04-93	4
602	Rio Mavuba	Lille	30	11	3. Milieu	7000000	7500000	08-03-84	12
662	Stephane Ruffier	Saint-etienne	27	2	1. Gardien	4000000	9500000	27-09-86	16
728	Yohan Cabaye	Paris Saint-Germain	28	29	3. Milieu	25000000	20000000	14-01-86	6

Exercice 7

Quel est le résultat des requêtes suivantes?

- $\rho_{Joueur/Nom}(tBelgique)$
- $\pi_{Joueur,Club,Sélections}(tBelgique)$
- $\sigma_{Position='3.Milieu'}(tBelgique)$

Exercice 7

Quel est le résultat des requêtes suivantes?

- $tBelgique \cup tFrance$
- $\pi_{Joueur, No}(tBelgique) \bowtie_{tBelgique.No=tFrance.No} \pi_{Joueur, No}(tFrance)$
- $\sigma_{Age>30}(tBelgique \cup tFrance)$
- La suite des opérations suivantes
 - $tClub = \pi_{club}(tBelgique) \cap \pi_{club}(tFrance)$
 - $(tBelgique * tClub) \cup (tFrance * tClub)$