

V401

## **Das Michelson-Interferometer**

David Venker

david.venker@tu-dortmund.de

Nico Guth

nico.guth@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.07.2020

Abgabe: 20.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>8</b>
<b>Literatur</b>	<b>8</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Nutzung des Michelson-Interferometers zur Berechnung der Wellenlänge einer Lichtquelle, sowie die Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

## 2 Theorie

Für diesen Versuch wird Licht als elektromagnetische Welle der Form

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t - \delta) \quad (1)$$

angenommen. Der Teilchencharakter von Licht wird hier ignoriert. Hierbei ist  $k$  die Wellenzahl,  $\omega$  die Kreisfrequenz und  $\delta$  der Phasenwinkel. Die Intensität  $I$  einer solchen Welle lässt sich über

$$I = c \cdot |\vec{E}_0|^2 \quad (2)$$

berechnen, mit der Konstante  $c$ . Werden zwei Wellen dieser Art überlagert, ergibt sich die folgende Gesamtintensität

$$I_{\text{ges}} = 2 \cdot c \cdot \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (3)$$

Es ist zu beobachten, dass sich die Wellenintensitäten nicht einfach addieren, sondern ein sogenannter Interferenzterm  $2 \cdot c \cdot \vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$  addiert werden muss. Durch die Eigenschaften des Cosinus ergibt sich, dass die Gesamtintensität verschwindet, wenn  $\delta_2 - \delta_1$  ein ungerades Vielfaches von  $\pi$  ist.

Um diesen Interferenzeffekt beobachten können, muss kohärentes Licht verwendet werden. Also Licht dessen Wellen sich nach Gleichung 1 verhalten. Ein Laser erfüllt diese Bedingung, denn  $k$ ,  $\omega$  und  $\delta$  sind bei jeder Welle nahezu gleich. Überlicherweise wird für die Beobachtung der Interferenzeffekte ein einzelner Laser verwendet, dieser wird wie in Abbildung 1 in zwei Strahlen aufgeteilt und teilweise umgelenkt. Wenn die beiden Strahlen wieder gebündelt werden, haben sie eine Phasenverschiebung untereinander.

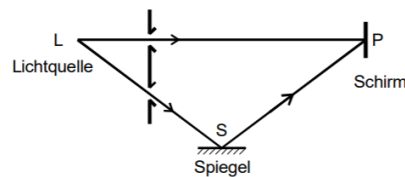


Abbildung 1: Prinzip der Phasenverschiebung.[1]

Dabei darf der Wegunterschied beider Strahlen nicht zu groß sein, da sonst keine Interferenzeffekte mehr auftreten. Die maximale Länge, bei der noch Effekte auftreten, wird

Kohärenzlänge  $l$  genannt und kann aus der Wellenlänge  $\lambda$  und der maximalen Anzahl  $N$  der Maxima bei der Phasenverschiebung  $\delta$  über

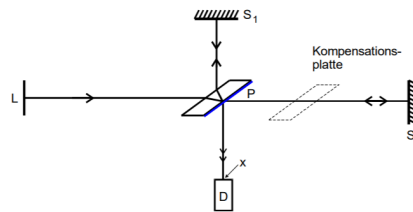
$$l = N \cdot \lambda \quad (4)$$

berechnet werden. Allerdings darf der Wegunterschied auch kein ungerades Vielfaches von  $\frac{\lambda}{2}$  sein, da die Intensität dann ebenfalls verschwindet. Gleichzeitig gibt es die Kohärenzzeit  $\tau$ , diese gibt die Dauer des Emissionsaktes an und kann über

$$\tau = \frac{l}{c} \quad (5)$$

bestimmt werden.  $c$  ist dabei die Lichtgeschwindigkeit der Welle.

Das Michelson-Interferometer basiert auf der Nutzung dieser Interferenzeffekte. Der allgemeine Aufbau eines solchen Interferometers ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers.[1]

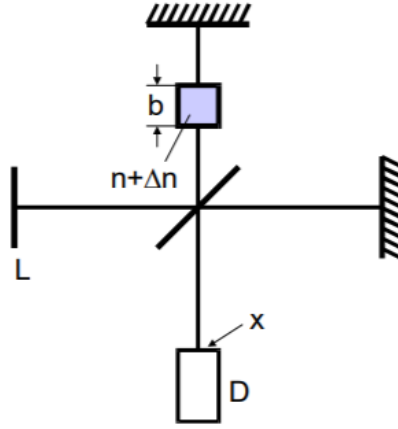
Die Lichtquelle  $L$  sendet einen Laserstrahl aus, der einen semipermeablen Spiegel  $P$  passiert. Dabei wird ein Teil reflektiert und der Andere wird transmittiert. Beide Strahlen treffen auf einen Spiegel  $S_1$  oder  $S_2$ . Dort werden sie erneut reflektiert und kehren zum Spiegel  $P$  zurück. An diesem Spiegel wird theoretisch wieder ein Teil reflektiert und ein Teil transmittiert, jedoch wird nur der Teil betrachtet, der zum Detektor  $D$  läuft. Sind beide Strahlenwege gleich lang, so besitzen die Strahlen eine Verschiebung von  $\frac{\lambda}{2}$ , wodurch die Intensität verschwindet. Um die Gleichheit der Wege zu gewährleisten wird auf der Strahlstrecke zu Spiegel  $S_2$  eine Kompensationsplatte befestigt. Dies wird getan, da der eine Strahl auf dem Weg zum Detektor  $D$  drei mal den Spiegel  $P$  passiert, und der andere Strahl nur ein mal. Beim Passieren des Spiegels  $P$  wird der Strahl nämlich gebrochen und es verändert sich die tatsächlich zurückgelegte Weglänge. Auf diese Weise können die Strahlen angeglichen werden. Der Spiegel  $S_2$  kann nun um die Länge  $\Delta d$  verschoben werden, wodurch sich die Weglänge um  $w = 2\Delta d$  ändert. Gleichzeitig ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\Delta d = \frac{z \cdot \lambda}{2} \quad (6)$$

$z$  steht für die Anzahl der auftretenden Helligkeitsmaxima.

Es gibt noch eine weitere Möglichkeit den Wegunterschied zu ändern, so kann ebenfalls auf einem der Strahlenwege ein Medium mit einem anderen Brechungsindex  $n' = n + \Delta n$  eingesetzt werden.  $n$  entspricht hier dem Brechungsgrad der Umgebungsluft. Das neue

Medium wird auf einer Strecke  $b$  eingesetzt. Der veränderte Aufbau ist schematisch in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Messung mit dem Michelson-Interferometer durch Brechungsgradunterschiede.[1]

Es lässt sich der Zusammenhang

$$b \cdot \Delta n = \frac{z \cdot \lambda}{2} \quad (7)$$

feststellen.

Allgemein gilt ebenfalls

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}. \quad (8)$$

Wobei  $N$  die Anzahl von Molekülen ist, die durch Lichtwellen der Wellenlänge  $\lambda$  zu Schwingungen angeregt werden. Im sichtbaren Bereich des Lichts gilt außerdem für Gase die Näherung

$$n = 1 + \frac{f(\lambda)}{2} \cdot N. \quad (9)$$

Da angenommen wird, dass sich die verwendeten Gase wie ideale Gase verhalten, kann über die ideale Gasgleichung  $pV = RT$  der Zusammenhang

$$N(p, T) = \frac{pT_0N_L}{Tp_0} \quad (10)$$

hergeleitet werden.  $p_0$  und  $T_0$  sind jeweils Druck und Temperatur bei Normalbedingungen und  $N_L$  ist die sogenannte Loschmidt-Konstante.

Nun kann der Druck  $p$  innerhalb des Bereiches  $b$  auf  $p'$  gesenkt werden. Der Unterschied  $\Delta n$  des Brechungsindex kann dann über den Ausdruck

$$\Delta n = \frac{f(\lambda)}{2} \cdot N_L \cdot \frac{T_0}{p_0} \cdot \frac{1}{T}(p - p') \quad (11)$$

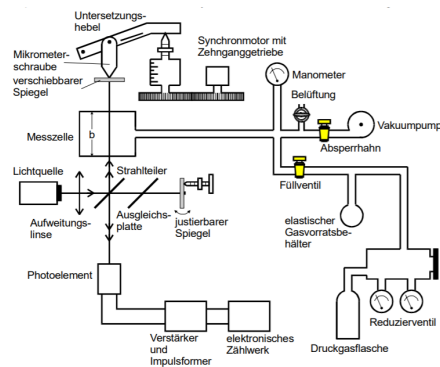
bestimmt werden. Nun wird Gleichung 11 in Gleichung 9 eingesetzt und man erhält unter Normalbedingungen

$$n = 1 + \Delta n \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p - p'} . \quad (12)$$

Insgesamt erhält man dann nach einsetzen von Gleichung 7 in Gleichung 12 für den Brechungsindex des verwendeten Gases

$$n = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p - p'} . \quad (13)$$

### 3 Durchführung



**Abbildung 4:** Versuchsaufbau der gesamten Messapparatur.[1]

Zu Beginn der Messung müssen die Spiegel und der Laser aufeinander abgestimmt werden. Auf dem Photoelement, also dem Detektor, werden dazu die beiden hellsten Reflektionen gesucht und über Verschieben des Lasers bzw. des justierbaren Spiegels übereinander gebracht. Außerdem wird die Höhe des Photoelements so eingestellt, dass die Strahlen des Lasers auf den Eintrittsspalt treten.

Der andere justierbare Spiegel kann über eine Schraube, die von einem Motor angetrieben wird, präzise verschoben werden. Auf der Schraube ist außerdem eine Angabe über die Größe der Verschiebung zu finden. Vor der Messung wird die Schraube auf einen möglichst genauen Wert eingestellt. Zudem wird die Hebelübersetzung notiert, die auf dem Gerät angegeben ist.

Der Motor wird in einer Geschwindigkeit betrieben, in der alle Impulse vom Zählwerk erfasst werden können. Nach etwa 3000 gemessenen Interferenzen wird die Messung gestoppt und der Wert für  $d$  wird notiert. Diese Messung wird zehn mal durchgeführt.

Für den zweiten Teil der Messung wird die Messzelle auf den Druck  $p'$  evakuiert. Dieser Wert wird notiert. Dann wird der Druck langsam wieder normalisiert, in dieser Zeit werden Interferenzen gezählt. Der Druck der sich danach einstellt, wird als  $p_0$  ebenfalls notiert. Diese Messung wird fünf mal durchgeführt.

## 4 Auswertung

Die gemessenen Intensitäten  $z$  sind in Tabelle 1 notiert. Sie wurden jeweils bei  $\Delta d = 5 \text{ mm}$  bestimmt. Gleichung 6 wird nach  $\lambda$  umgestellt, so ergibt sich

$$\lambda = \frac{2 \cdot \Delta d}{z \cdot u}. \quad (14)$$

Es wird ebenfalls der Faktor  $1/u$  multipliziert. Hier ist  $u = 5.017$  die Hebelübersetzung. Dann werden über Gleichung 14 die Wellenlängen  $\lambda$  berechnet und ebenfalls in Tabelle 1 notiert.

**Tabelle 1:** Intensitäten und Wellenlänge zu  $\Delta d = 5 \text{ mm}$

$z$	$\lambda / \text{nm}$
3104	642,15
3070	649,26
3057	652,02
2560	778,60
3001	664,19
2595	768,10
2909	685,19
2524	789,71
3068	649,68
3054	652,66

Der Mittelwert der berechneten Wellenlängen beträgt dann

$$\lambda = (693,16 \pm 19,12) \text{ nm}.$$

Für die Berechnung des Brechungsindex  $n$  von Luft wird Gleichung 13 verwendet. Dazu werden einige Konstanten benötigt, welche nachfolgend aufgelistet sind.

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$p_0 = 1,0132 \text{ bar}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$T = 293,15 \text{ K}$$

Der Normaldruck  $p_0$  entspricht dabei ebenfalls dem normalen Druck innerhalb der Messzelle  $p$ .

Der Mittelwert ergibt sich dann zu

$$n = 1,000\,296 \pm 0,000\,002.$$

**Tabelle 2:** Berechnete Brechungsindizes für Luft.

$p / \text{bar}$	$z$	$n$
0,22	31	1,000 295
0,20	32	1,000 297
0,30	28	1,000 296
0,24	31	1,000 302
0,24	30	1,000 292

## 5 Diskussion

Die Berechnung der Wellenlänge  $\lambda$  kann nicht mit einem Theoriewert verglichen werden, die Wellenlänge des Lasers nicht angegeben wurde. Allerdings liegt  $\lambda = (693,16 \pm 19,12) \text{ nm}$  im Bereich von rotem Licht und der verwendete Laser hat rotes Licht ausgesendet. Daher scheint die Messung recht genau zu gewesen zu sein, obwohl einige Messwerte von einander abweichen. Es hat sich schon während der Messung herausgestellt, dass die Messreihen die von 0 bis 5 mm liefen allgemein mehr Impulse besaßen.

Der berechnete Brechungsindex für Luft beträgt  $n = 1,000\,296 \pm 0,000\,002$ . Verglichen mit einem Theoriewert von  $n_{\text{lit}} = 1,000\,272$  ergibt sich eine Abweichung von 0,002 %. [2] Der Wert ist also ziemlich genau, was bei einer so kleinen Größenordnung zu erwarten war.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 401 Das Michelson-Interferometer*. 2020.
- [2] Spektrum Akademischer Verlag. *Brechzahl*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am 19.07.2020).