

V311

Der Hall-Effekt

David Venker
david.venker@udo.edu

Nico Guth
nico.guth@udo.edu

Durchführung: 14.01.20

Abgabe: 21.01.20

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Bestimmung der Hysteresekurve	6
4.2 Auswertung der Messergebnisse, bei Variation des B-Feldes	7
4.3 Leitfähigkeit von Metallen durch Variation des B-Feldes	11
4.4 Auswertung der Messergebnisse, bei Variation des Querstroms	15
4.5 Leitfähigkeit von Metallen durch Variation des Querstroms	19
4.6 Bestimmung der Hall-Konstanten	22
5 Diskussion	22
Literatur	22

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden einige Größen von Metallen über den Hall-Effekt untersucht, welche mit der elektrischen Leitfähigkeit dieser zu tun haben.

2 Theorie

Ein Material wird elektrisch leitend genannt, wenn durch dieses elektrische Ladungen fließen können. Dabei wird in den meisten Fällen davon ausgegangen, dass der Strom aus negativen Ladungen, also Elektronen besteht.

Da die meisten Metalle freie Elektronen, auch Leitungselektronen genannt, aufweisen, sind diese besonders leitfähig und werden hier näher untersucht.

Die Energieniveaus von Metallatomen sind diskret und können in verschiedene Energiebänder aufgeteilt werden. Dabei sind z.B. beim Alkali-Metall die 1s, 2s und 2p Bänder des Na Atoms immer voll mit Elektronen besetzt und diese können weder Energie aufnehmen noch abgeben. Das 3s Band ist allerdings nur mit einem Elektron gefüllt. Daher können Elektronen in diesem Band Energie aufnehmen und bewegen sich bei angelegtem Elektrischen Feld entlang dessen Feldlinien. So entsteht die elektrische Leitfähigkeit von Metallen. [1]

Allerdings bedeutet dies nicht, dass ein Metall perfekt leitend ist und die Elektronen ungehindert fließen können. Die Elektronen stoßen ständig mit anderen Teilchen zusammen und werden so verlangsamt. Die gemittelte Zeit zwischen diesen Zusammenstößen heißt mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$ und die gemittelte zurückgelegte Distanz heißt mittlere freie Weglänge \bar{l} .

Wie gut ein Stück Metall leitet beschreibt der sogenannte elektrische Widerstand. Dieser ist über

$$R = 2 \frac{m_0}{e_0} \frac{1}{n \cdot \bar{\tau}} \frac{L}{Q} \quad (1)$$

definiert. Das geometrieunabhängige Äquivalent dazu ist der spezifische Widerstand

$$\rho = R \frac{Q}{L}. \quad (2)$$

Hier ist m_0 die Ruhemasse eines Elektrons, e_0 dessen Ladung, n die Ladungsträgerdichte, L die Länge des Leiters und Q die Querschnittsfläche des Leiters. [1]

Somit kann die mittlere Flugzeit über

$$\bar{\tau} = 2 \frac{m_0}{e_0} \frac{1}{n \cdot R} \frac{L}{Q} = 2 \frac{m_0}{e_0} \frac{1}{n \cdot \rho} \quad (3)$$

berechnet werden. [1]

Bei einem angelegten äußeren elektrischen Feld E besitzen die Elektronen eine mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d in dessen Richtung welche über

$$\bar{v}_d = -\frac{j}{n \cdot e_0} \quad (4)$$

berechnet werden kann, wenn die Stromdichte j bekannt ist. [1]

Zwischen der Driftgeschwindigkeit und der elektrischen Feldstärke besteht der Zusammenhang

$$\bar{v}_d = \mu \cdot E \quad (5)$$

wobei μ als Beweglichkeit bezeichnet wird. [1]

Mit

$$E = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{j}{n \cdot \bar{\tau}} \quad (6)$$

kann die Beweglichkeit also über

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{e_0^2}{m_0} \frac{n \cdot \bar{\tau}}{j} \bar{v}_d \quad (7)$$

berechnet werden.

Wenn die Bewegung der Elektronen durch Wärme zusätzlich beachtet wird, kann deren mittlere Totalgeschwindigkeit über

$$\bar{v}_{\text{total}} = \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} \quad (8)$$

bestimmt werden wobei E_F die sogenannte Fermi-Energie ist. Diese kann über

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^2} \quad (9)$$

mit dem Plankschen Wirkungsquantum \hbar bestimmt werden. [1]

Somit kann die mittlere freie Weglänge über

$$\bar{l} = \bar{\tau} \cdot \bar{v}_{\text{total}} \quad (10)$$

berechnet werden.

In diesem Versuch werden alle Größen über den Hall-Effekt untersucht. Wenn wie in Abbildung 1 gezeigt ein Strom durch eine Platte fließt und senkrecht dazu ein Magnetfeld angelegt wird, entsteht eine Spannung zwischen den Punkten A und B. Diese Spannung wird durch die Lorentz-Kraft verursacht und kann über

$$U_H = -\frac{B \cdot I_q}{n \cdot e_0 \cdot d} \quad (11)$$

berechnet werden. Hier ist d die Dicke der Platte, B die Magnetfeldstärke und I_q die Stromstärke des Querstroms. Diese Spannung wird Hall-Spannung genannt und das Phänomen wird Hall-Effekt genannt.[1]

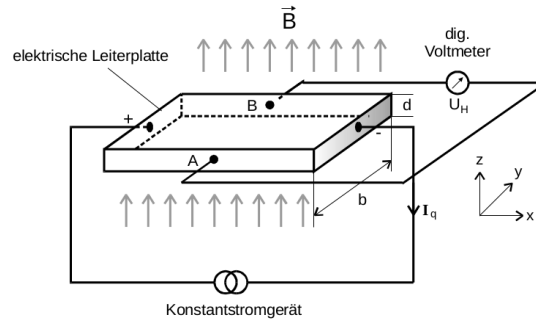


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau zur Untersuchung des Hall-Effektes[1]

3 Durchführung

Alle hier beschriebenen Messvorgänge werden für insgesamt drei Plättchen unterschiedlichen Materials durchgeführt. Hier werden Kupfer, Zink und Silber vermessen.

Um in der Auswertung geometrieunabhängige Größen bestimmen zu können, wird zuerst die Dicke der zu vermessenden Metallplättchen vermessen.

Weiterhin wird der Widerstand eines Drahtes gleichen Materials mit gegebener Länge und Durchmesser gemessen. Dies geschieht mit einem Multimeter.

Das Magnetfeld wird mit einem Eisenjoch erzeugt, um welches an beiden Seiten eine Spule gewickelt ist. Die beiden Spulen werden in Reihe an einen Gleichstromgenerator geschaltet. An der Öffnung des Eisenjochs wird das Magnetfeld auf eine Stelle fokussiert, welche in etwa die Größe der zu vermessenden Metallplättchen hat.

Wichtig zu beachten ist, dass das Magnetfeld nie direkt abgeschaltet werden sollte, sondern immer nur langsam runtergedreht werden sollte, bevor der Generator abgeschaltet wird. Dies verhindert Fehler in der Aperatur, da das Magnetfeld Werte über 1 T annimmt.

Um eine Hysteresekurve des Magnetfelds erstellen zu können, wird mithilfe einer Hallsonde das Magnetfeld für verschiedene Stromstärken gemessen. Hierbei ist zu beachten, dass zuerst bei aufsteigender Stromstärke und dann bei gleichen Stromstärken absteigend gemessen wird.

Nun wird bei abgeschaltetem Magnetfeld eines der Metallplättchen an der Stelle fixiert wo das Magnetfeld homogen ist. Die Kabel werden so angeschlossen, dass ein Querstrom erzeugt werden kann und die Hallspannung vermessen werden kann. Hierbei ist zu beachten, dass die Konstellation der Kabel bei allen Metallplättchen gleich ist, da das Vorzeichen der Hallspannung eine wichtige Rolle spielt.

Dann wird je eine Stromstärke auf dem Maximum gehalten und die Hallspannung wird für aufsteigende Werte der anderen Stromstärke gemessen. Dies wird auch andersherum durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Hysteresekurve

Bevor die eigentliche Auswertung beginnt, wird das B-Feld im Verhältnis zu der I_B Spannung, also die Spannung, die das B-Feld erzeugt, gemessen. Da die Stärke des Feldes von dem Zustand vor Beginn der Messung abhängt, wird ein aufsteigendes B_1 Feld und ein abfallendes B_2 Feld betrachtet.

Tabelle 1: Messergebnisse der Hysteresekurve

I_B / A	B_1 / mT	B_2 / mT	B / mT
0,5	145	150	66 ± 30
1,0	287	290	312 ± 32
1,5	426	431	435 ± 34
2,0	567	580	558 ± 36
2,5	706	719	681 ± 39
3,0	836	855	804 ± 42
3,5	966	985	927 ± 46
4,0	1076	1092	1050 ± 50
4,5	1154	1162	1173 ± 54
5,0	1213	1213	1296 ± 58

Da es nicht sinnvoll ist mit beiden Werten zu rechnen, wird die Hysteresekurve durch eine Ausgleichsgerade der Form

$$B = a \cdot I_B + b \quad (12)$$

angenähert. Dabei ergeben sich die Parameter

$$a = (246 \pm 10) \frac{\text{T}}{\text{A}}$$

$$b = (66 \pm 30) \text{T}.$$

Über diese Parameter werden im Folgenden alle Werte von I_B in B übersetzt. Durch die Unsicherheiten der Parameter ergibt sich eine Ungenauigkeit in B . Diese lässt sich über

$$\sigma_B = \sqrt{(I_B \sigma_a)^2 + (\sigma_b)^2} \quad (13)$$

berechnen. Der durch die Ausgleichsgerade errechnete Wert, sowie dessen Unsicherheit, sind in Tabelle 1 notiert.

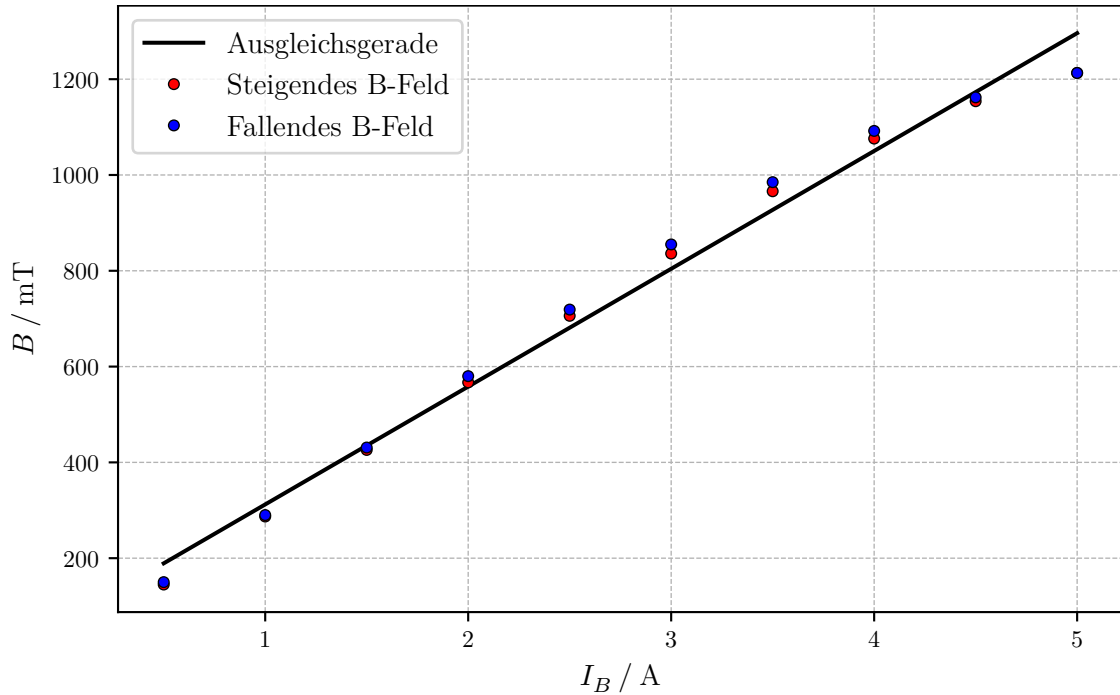


Abbildung 2: Hysteresekurve von B_1 und B_2 mit Ausgleichsgeraden.[2]

4.2 Auswertung der Messergebnisse, bei Variation des B-Feldes

Zunächst werden die Messwerte von Kupfer, Silber und Zink in Tabellen festgehalten. In Tabelle 2 werden die Messwerte von Kupfer eingetragen. Dort wird neben I_B auch das daraus resultierende B-Feld angegeben, sowie die erzeugte Hall-Spannung U_H .

Die Werte von B und U_H werden in Abbildung 3 geplottet und es wird eine Ausgleichsgerade der Form

$$U_H = a \cdot B + b \quad (14)$$

genutzt um einen Curve Fit durchzuführen. Die Parameter dieses Fits sind dann

$$a = (1,43 \pm 0,06) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$b = (-9,31 \pm 0,43) \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Für die Messreihe, in der Silber verwendet wurde, werden ebenfalls die Messwerte in Tabelle 3 notiert.

Durch diese Werte wird ebenfalls eine Funktion der Form Gleichung 14 gelegt. Es werden wieder die zwei Parameter

Tabelle 2: Messergebnisse der Variation des Magnetfeldes bei Kupfer

I_B / A	B / mT	U_H / mV
0,0	66 ± 30	-0,009
0,5	189 ± 31	-0,007
1,0	312 ± 32	-0,005
1,5	435 ± 34	-0,003
2,0	558 ± 36	-0,001
2,5	681 ± 39	0,001
3,0	804 ± 42	0,003
3,5	927 ± 46	0,005
4,0	1050 ± 50	0,006
4,5	1173 ± 54	0,007
5,0	1296 ± 58	0,008

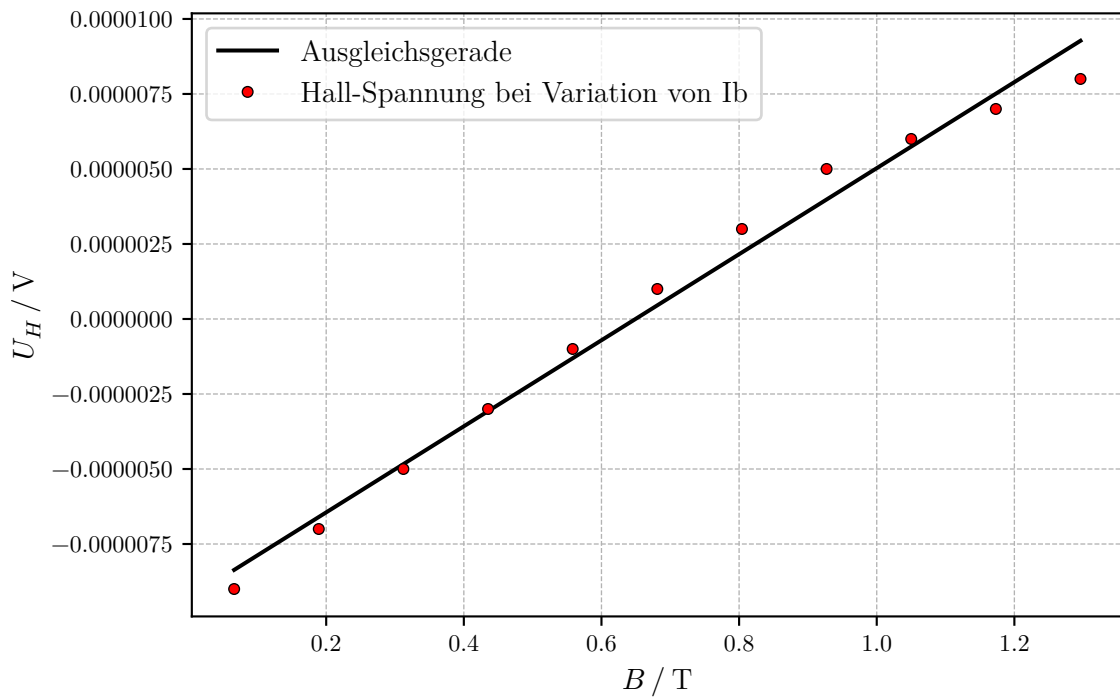


Abbildung 3: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_B mit Ausgleichsgeraden.[2]

Tabelle 3: Messergebnisse der Variation des Magnetfeldes bei Silber

I_B / A	B / mT	U_H / mV
0,0	66 ± 30	$-0,178$
0,5	189 ± 31	$-0,174$
1,0	312 ± 32	$-0,171$
1,5	435 ± 34	$-0,167$
2,0	558 ± 36	$-0,164$
2,5	681 ± 39	$-0,161$
3,0	804 ± 42	$-0,157$
3,5	927 ± 46	$-0,154$
4,0	1050 ± 50	$-0,151$
4,5	1173 ± 54	$-0,150$
5,0	1296 ± 58	$-0,148$

$$a = (2,51 \pm 0,09) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$b = (17,84 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \text{V}$$

bestimmt. Der Plot ist dann in Abbildung 4 zu sehen.

Für Zink werden ebenfalls alle Werte in einer Tabelle dokumentiert.

Tabelle 4: Messergebnisse der Variation des Magnetfeldes bei Zink

I_B / A	B / mT	U_H / mV
0,0	66 ± 30	$-0,338$
0,5	189 ± 31	$-0,340$
1,0	312 ± 32	$-0,342$
1,5	435 ± 34	$-0,344$
2,0	558 ± 36	$-0,347$
2,5	681 ± 39	$-0,349$
3,0	804 ± 42	$-0,352$
3,5	927 ± 46	$-0,355$
4,0	1050 ± 50	$-0,357$
4,5	1173 ± 54	$-0,357$
5,0	1296 ± 58	$-0,359$

Hier ist ebenfalls ein linearer Zusammenhang erkennbar, daher wird wieder Gleichung 14 für eine Ausgleichsgerade durch die Messwerte verwendet. Folgende Parameter ergeben sich aus dem Curve Fit,

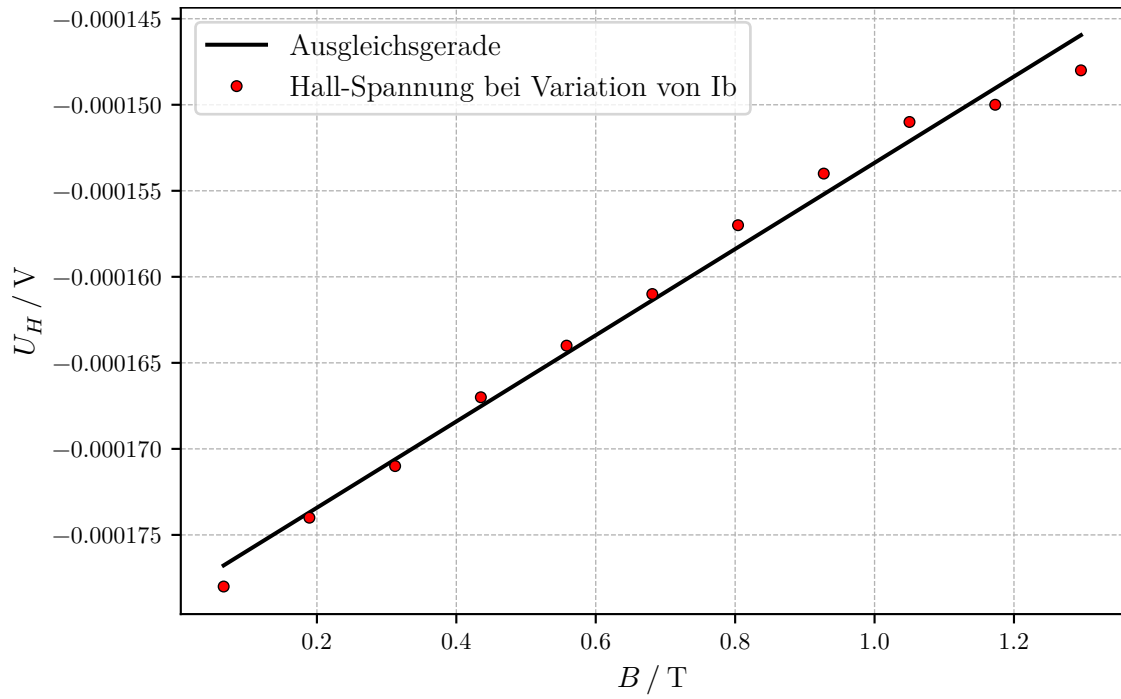


Abbildung 4: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_B mit Ausgleichsgeraden.[2]

$$a = (-1,81 \pm 0,07) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$b = (33,68 \pm 0,05) \cdot 10^{-5} \text{ V}.$$

Der Plot wird dann in Abbildung 5 angezeigt.

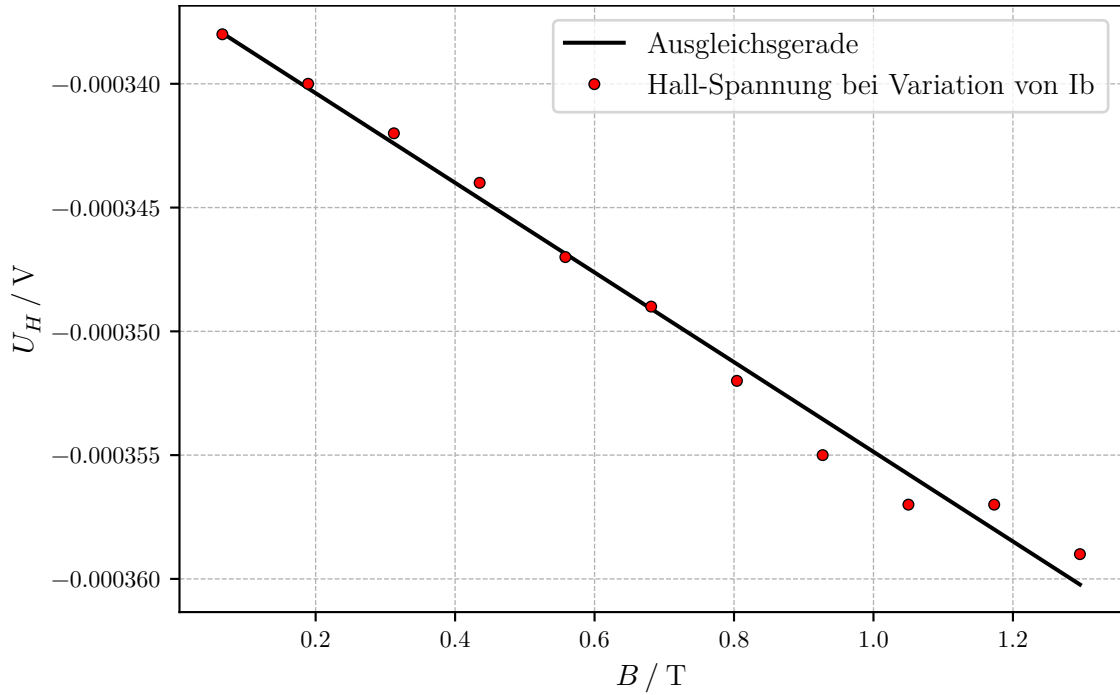


Abbildung 5: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_B mit Ausgleichsgeraden.[2]

4.3 Leitfähigkeit von Metallen durch Variation des B-Feldes

Aus Unterabschnitt 4.2 werden die Parameter a , also die Steigungen der Ausgleichsgeraden, nach Gleichung 11 definiert als

$$a = \frac{-I_q}{ne_0d}. \quad (15)$$

I_q ist jeweils der Querstrom bei dem gemessen wurde. Im Fall von Kupfer und Silber beträgt $I_q = 10$ A und bei Zink $I_q = 8$ A. n ist dabei die Anzahl an Ladungsträger pro Volumen und e_0 die Elektronenladung $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C. d ist die Dicke der verwendeten Platte, im Falle der Kupferplatte beträgt $d_K = 18 \mu\text{m}$, bei Silber $d_S = 0,026$ mm und bei Zink $d_Z = 0,037$ mm. Über den Zusammenhang aus Gleichung 15 wird die Anzahl der Ladungsträger pro Volumen berechnet, dafür wird die Gleichung nach

$$n = \frac{-I_q}{ae_0d}. \quad (16)$$

umgestellt und eine Fehlerformel

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{I_q^2 d^2 e^2 \sigma_a^2}{a^4}}. \quad (17)$$

aufgestellt. Daraus ergeben sich dann drei verschiedene Werte für n ,

$$n_K = (2,42 \pm 0,09) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3} \quad (18)$$

$$n_S = (9,58 \pm 0,34) \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \quad (19)$$

$$n_Z = (-7,45 \pm 0,29) \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}. \quad (20)$$

Das negative Vorzeichen bei n_Z wird im folgenden weggelassen, da es physikalisch nicht sinnvoll ist.

n gibt die Ladungsträger pro Volumen an, z hingegen gibt die Anzahl der freien Ladungsträger pro dem jeweiligen Atom an. Für die Berechnung werden die Dichten ρ der drei Metalle benötigt, sowie die atomaren Massen m . Über

$$z = \frac{\rho}{n \cdot u} \quad (21)$$

Die Dichten sind

$$\rho_K = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (22)$$

$$\rho_S = 10,50 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (23)$$

$$\rho_Z = 7,134 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot [3], [4], [5] \quad (24)$$

Die atomaren Massen werden in u angegeben, damit sie in Basiseinheiten verwendet werden können, werden sie mit der Definition von $u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ multipliziert.[6]

$$m_K = 63,5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (25)$$

$$m_S = 107,9 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (26)$$

$$m_Z = 65,4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot [3], [4], [5] \quad (27)$$

Für z wird außerdem eine Fehlerfortpflanzungsformel

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{-\rho\sigma_n}{n^2 \cdot u}\right)} \quad (28)$$

aufgestellt. Damit werden die freien Ladungsträger pro Atom

$$\begin{aligned} z_K &= 0,349 \pm 0,013 \\ z_S &= 0,608 \pm 0,022 \\ z_Z &= 0,877 \pm 0,034. \end{aligned}$$

Zur Berechnung der mittleren Flugzeit $\bar{\tau}$ wird Gleichung 3 verwendet. $R = 2,76 \Omega$ ist der gemessene Widerstand von Kupfer, $L = 1,37 \text{ m}$ die Länge des Kupferdrahtes und Q der Querschnitt des verwendeten Drahtes, der zur Bestimmung von R verwendet wurde. Q wird aus der gegebenen Dicke des Drahtes berechnet, Q ist dann

$$Q = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2. \quad (29)$$

Dabei ist $d_2 = 0,1 \text{ mm}$ der Durchmesser des Drahtes. Der gemessene Widerstand von Silber ist $R = 0,58 \Omega$ und $L = 1,73 \text{ m}$. Q ist bei Silber der selbe, wie bei Kupfer. Für Zink konnte keine Widerstandsmessung durchgeführt werden. Daher wird der spezifische Widerstand ρ von Zink aus einer externen Quelle entnommen. Der spezifische Widerstand von Zink ist $\rho = 0,06 \mu\Omega \text{ m}$. [5] Die Ruhemasse eines Elektrons m_0 und die Elektronenmasse e_0 sind Naturkonstanten. [6] Es werden ebenfalls zwei Fehlerformeln für $\bar{\tau}$ aufgestellt, die für Kupfer und Silber,

$$\sigma_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{4L^2\sigma_n^2m_0^2}{Q^2R^2e_0^4n^4}} \quad (30)$$

und die Fehlerfortpflanzungsformel für Zink ist durch

$$\sigma_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{4\sigma_n^2m_0^2}{\rho^2e_0^4n^4}} \quad (31)$$

gegeben. Dadurch ergeben sich folgende drei Werte für die mittlere freie Flugzeit

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_K &= (2,32 \pm 0,09) \cdot 10^{-14} \text{ s} \\ \bar{\tau}_S &= (3,52 \pm 0,12) \cdot 10^{-13} \text{ s} \\ \bar{\tau}_Z &= (1,59 \pm 0,06) \cdot 10^{-14} \text{ s}. \end{aligned}$$

Zur Berechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit wird Gleichung 4 verwendet. n und e_0 sind bekannte Größen, die Stromdichte j ist vorgegeben und beträgt $j = 1 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$. Die Fehlerfortpflanzungsformel wird verwendet um die Fehlerformel

$$\sigma_{\bar{v}_d} = \sqrt{\frac{j\sigma_n}{n^2 e_0}}. \quad (32)$$

für \bar{v}_d aufzustellen. Dann ergibt sich ein Ergebnis für die mittlere Driftgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} \bar{v}_{d,K} &= (2,58 \pm 0,10) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{d,S} &= (6,52 \pm 0,23) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{d,Z} &= (8,38 \pm 0,33) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Die Beweglichkeit μ wird über Gleichung 7 bestimmt. Für die Beweglichkeit wird ebenfalls eine Fehlerformel aufgestellt, diese wird dann

$$\sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{e_0^4 \sigma_n^2 \tau^2 \bar{v}_d^2}{4j^2 m_0^2} + \frac{e_0^4 \sigma_{\tau}^2 n^2 \bar{v}_d^2}{4j^2 m_0^2} + \frac{e_0^4 \sigma_{\bar{v}_d}^2 n^2 \tau^2}{4j^2 m_0^2}}. \quad (33)$$

Zuletzt werden alle benötigten Werte in beide Formeln eingesetzt. Die Beweglichkeit μ beträgt somit

$$\begin{aligned} \mu_K &= (0,002\,04 \pm 0,000\,14) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \\ \mu_S &= (0,0310 \pm 0,0019) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \\ \mu_Z &= (0,001\,40 \pm 0,000\,09) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \end{aligned}$$

Mithilfe von Gleichung 8 und Gleichung 9 wird die Totalgeschwindigkeit berechnet. Beide Formeln werden verbunden und zu einer endgültigen Formel

$$\bar{v}_{\text{total}} = \sqrt{\frac{2 \frac{\hbar^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^2}}{m_0}} \quad (34)$$

zusammengefügt. Die einzige neu auftauchende Größe ist die Naturkonstante $\hbar = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J/Hz}$, das Plancksche Wirkungsquantum.[6] Die Fehlerformel für \bar{v}_{total} wird durch

$$\sigma_{\bar{v}_{\text{total}}} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{\sigma_n^2 \left(\frac{\hbar \left(\frac{3n}{8H} \right)^{\frac{1}{6}}}{m_0^2} \right)}{n^2}} \quad (35)$$

berechnet. Damit wird die Totalgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} \bar{v}_{\text{total,K}} &= (2,233 \pm 0,028) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{\text{total,S}} &= (1,640 \pm 0,019) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{\text{total,Z}} &= (1,508 \pm 0,020) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

bestimmt. Wird \bar{v}_{total} nun mit $\bar{\tau}$ multipliziert, ergibt sich die mittlere freie Weglänge \bar{l} . Die Fehlerformel wird dann zu

$$\sigma_{\bar{l}} = \sqrt{\sigma_{\bar{\tau}}^2 \bar{v}_{\text{total}}^2 + \sigma_{\bar{v}_{\text{total}}}^2 \bar{\tau}^2} \quad (36)$$

Für die mittlere freie Weglänge ergibt sich dann

$$\begin{aligned} \bar{l}_{\text{K}} &= (5,18 \pm 0,21) \cdot 10^{-8} \text{ m} \\ \bar{l}_{\text{S}} &= (5,77 \pm 0,21) \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ \bar{l}_{\text{Z}} &= (2,40 \pm 0,10) \cdot 10^{-8} \text{ m.} \end{aligned}$$

4.4 Auswertung der Messergebnisse, bei Variation des Querstroms

Wie zuvor werden zunächst alle Messergebnisse in Tabellen und Plots aufgetragen. Anfangen mit Kupfer, werden die eingestellten Werte von I_{q} zusammen mit den entsprechenden Werten von U_{H} eingetragen.

Durch diese Messwerte wird wieder eine Ausgleichsgerade der Form

$$U_{\text{H}} = a \cdot I_{\text{q}} + b \quad (37)$$

gelegt, dadurch gibt es zwei Parameter a und b , die sich durch Curve Fit berechnen lassen. Bei Kupfer sind diese Parameter

Tabelle 5: Messergebnisse der Variation des Querstroms bei Kupfer

I_q / A	U_H / mV
0,0	−0,003
1,0	−0,002
2,0	−0,001
3,0	0,000
4,0	0,002
5,0	0,003
6,0	0,005
7,0	0,006
8,0	0,008
9,0	0,009
10,0	0,010

$$a = (-1,45 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \frac{\text{V s}}{\text{C}} \quad (38)$$

$$b = (-3,50 \pm 0,21) \cdot 10^{-6} \text{V}. \quad (39)$$

Der Plot mit diesen Parametern ist in Abbildung 6 zu sehen.

Die Messergebnisse für Silber werden ebenso wie die von Kupfer in einer Tabelle eingetragen.

Tabelle 6: Messergebnisse der Variation des Querstroms bei Silber

I_q / A	U_H / mV
0,0	−0,001
1,0	−0,016
2,0	−0,030
3,0	−0,044
4,0	−0,059
5,0	−0,073
6,0	−0,088
7,0	−0,102
8,0	−0,117
9,0	−0,131
10,0	−0,147

Eine Ausgleichsgerade der Form Gleichung 37 hat bei diesen Messwerten die Parameter

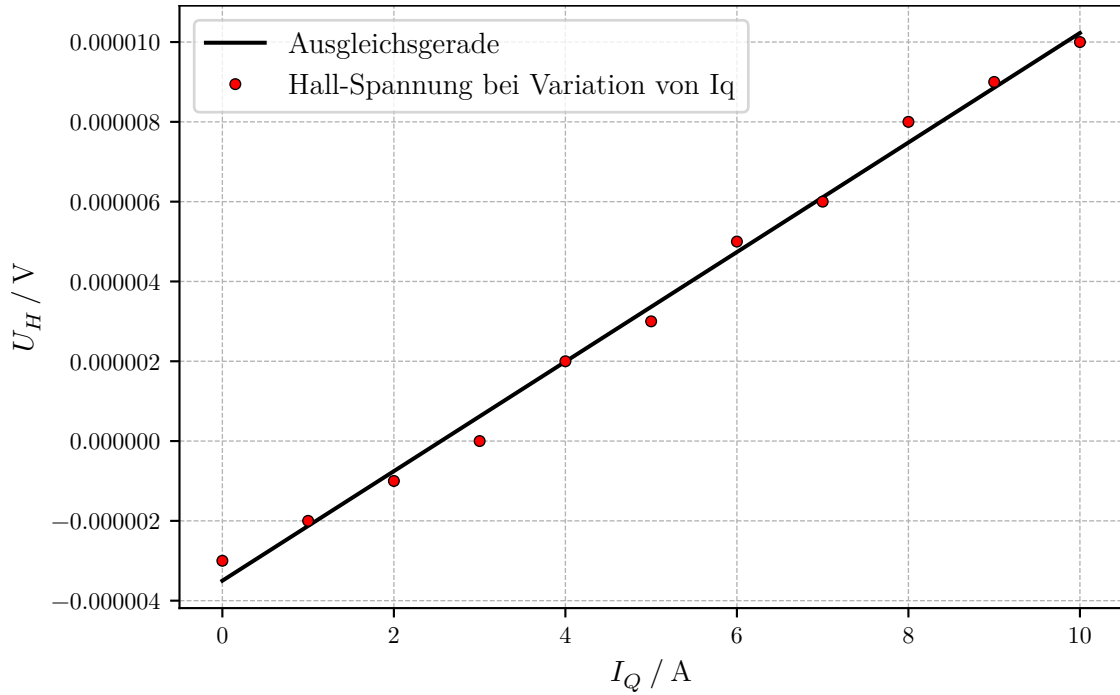


Abbildung 6: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_Q mit Ausgleichsgeraden.[2]

$$a = (-1,451 \pm 0,005) \cdot 10^{-5} \frac{\text{Vs}}{\text{C}}$$

$$b = (-9,09 \pm 2,80) \cdot 10^{-5} \text{ V}.$$

Der Plot mit der Ausgleichsgerade wird dann in Abbildung 7 dargestellt.

Zuletzt wird noch die Messreihe von Zink in einer Tabelle festgehalten.

Es wird eine Ausgleichsgerade der Form Gleichung 37 durch die Werte gelegt, Curve Fit liefert folgende Werte für die Parameter a und b

$$a = (-4,33 \pm 0,02) \cdot 10^{-5} \frac{\text{Vs}}{\text{C}}$$

$$b = (-1,55 \pm 0,50) \cdot 10^{-6} \text{ V}.$$

Diese Parameter liefern die Ausgleichsgerade in Abbildung 8.

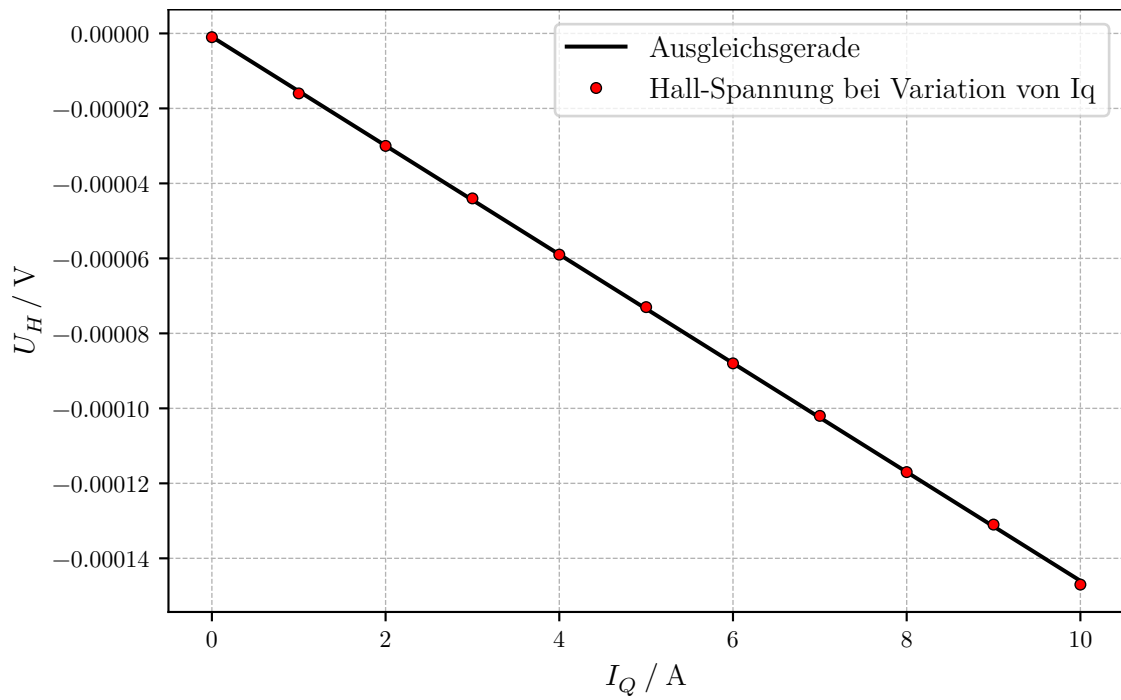


Abbildung 7: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_q mit Ausgleichsgeraden.[2]

Tabelle 7: Messergebnisse der Variation des Querstroms bei Zink

I_q / A	U_H / mV
0,0	0,000
0,5	-0,024
1,0	-0,046
1,5	-0,067
2,0	-0,089
2,5	-0,109
3,0	-0,131
3,5	-0,153
4,0	-0,175
4,5	-0,196
5,0	-0,219

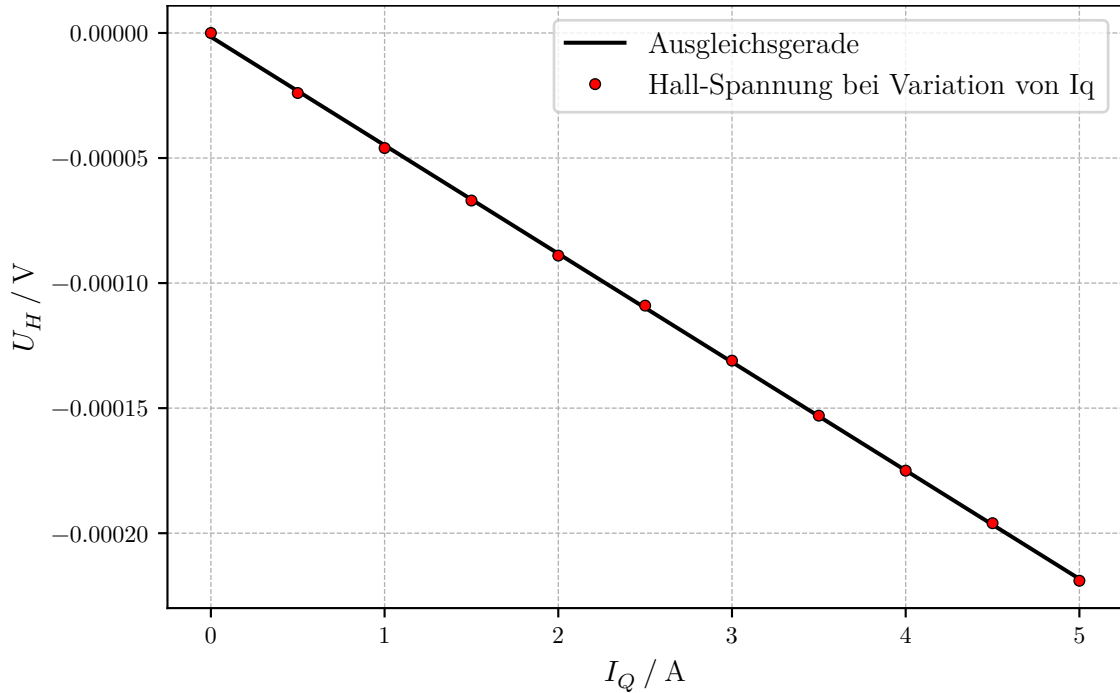


Abbildung 8: Gemessene Werte von U_H bei Variation von I_Q mit Ausgleichsgeraden.[2]

4.5 Leitfähigkeit von Metallen durch Variation des Querstroms

Der Parameter a , also die jeweilige Steigung der Ausgleichsgerade, wird im weiteren für alle Berechnungen benötigt, a ist nach Gleichung 11 als

$$a = \frac{-B}{ne_0d} \quad (40)$$

definiert. Alle Größen, die nicht mehr explizit genannt werden, sind identisch mit den Größen aus Unterabschnitt 4.3, e_0 und die Dicke d bleiben also gleich. Die Dicke der Kupferplatte beträgt also $d_K = 18 \mu\text{m}$, bei Silber $d_S = 0,026 \text{ mm}$ und bei Zink $d_Z = 0,037 \text{ mm}$. Das Experiment wurde bei einem konstanten B-Feld der Stärke $B = 1296,08 \text{ mT}$ durchgeführt. Gleichung 40 wird nach der Anzahl der Ladungsträger n umgeformt. Damit ergibt sich dann

$$n = \frac{B}{ae_0d}. \quad (41)$$

Es wird außerdem eine Fehlerformel

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{B^2 d^2 e^2 \sigma_a^2}{a^4}} \quad (42)$$

aufgestellt. Damit wird der Wert

$$\begin{aligned} n_K &= (3,27 \pm 0,09) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3} \\ n_S &= (-2,145 \pm 0,007) \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \\ n_Z &= (-5,045 \pm 0,020) \cdot 10^{27} \frac{1}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

berechnet.

Die Berechnung der Anzahl der freien Ladungsträger pro Atom wird wie zuvor durchgeführt. Dafür werden Gleichung 24 und Gleichung 28 verwendet. Sowohl die Dichten aus Gleichung 24, als auch die Masse des Atomkerns Gleichung 27 werden übernommen. Damit ergibt sich dann

$$\begin{aligned} z_K &= 0,258 \pm 0,007 \\ z_S &= 2,717 \pm 0,009 \\ z_Z &= 12,95 \pm 0,05. \end{aligned}$$

Für die Berechnung der mittleren freien Flugzeit $\bar{\tau}$ wird erneut Gleichung 3 verwendet, allerdings nur für Kupfer und Silber, als Fehlerformel wird Gleichung 30 genutzt. Für Zink wird auch Gleichung 3 genutzt, wobei der spezifische Widerstand ρ als Materialkonstante gleich bleibt, für Zink wird Gleichung 31 als Fehlerfortpflanzungsformel verwendet. Über alle Formeln wird dann

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_K &= (1,72 \pm 0,05) \cdot 10^{-14} \text{ s} \\ \bar{\tau}_S &= (1,571 \pm 0,005) \cdot 10^{-12} \text{ s} \\ \bar{\tau}_Z &= (2,345 \pm 0,009) \cdot 10^{-13} \text{ s} \end{aligned}$$

berechnet.

An der Berechnung der Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d hat sich nichts geändert, es wird Gleichung 4 zur Berechnung des eigentlichen Wertes genommen und Gleichung 32 für die Berechnung des Fehlers.

Somit ergibt sich die Driftgeschwindigkeit

$$\begin{aligned}\bar{v}_{d,K} &= (1,91 \pm 0,05) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{d,S} &= (29,10 \pm 0,09) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{d,Z} &= (12,37 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}.\end{aligned}$$

Die Beweglichkeit wird ebenfalls erneut über Gleichung 7 berechnet. Die Fehlerfortpflanzungsformel ergibt dann die Fehlerformel aus Gleichung 33. Es werden alle Werte in die Formel eingesetzt und es ergibt sich

$$\begin{aligned}\mu_K &= (0,001\,51 \pm 0,000\,07) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \\ \mu_S &= (0,1381 \pm 0,0008) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \\ \mu_Z &= (0,020\,61 \pm 0,000\,14) \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}\end{aligned}$$

Über Gleichung 34 kann die Totalgeschwindigkeit \bar{v}_{total} berechnet werden. Die Fehlerformel Gleichung 35 ist ebenso bereits bekannt, somit kann

$$\begin{aligned}\bar{v}_{\text{total},K} &= (2,469 \pm 0,023) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{\text{total},S} &= (9,956 \pm 0,011) \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \bar{v}_{\text{total},Z} &= (6,146 \pm 0,008) \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

sofort bestimmt werden.

Die mittlere freie Weglänge \bar{l} wird über Gleichung 10 bestimmt, die Ungenauigkeit wird dann über Gleichung 36 berechnet. So ergibt sich

$$\begin{aligned}\bar{l}_K &= (4,25 \pm 0,13) \cdot 10^{-8} \text{ m} \\ \bar{l}_S &= (1,564 \pm 0,005) \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ \bar{l}_Z &= (1,441 \pm 0,006) \cdot 10^{-7} \text{ m}\end{aligned}$$

als Endergebnis.

4.6 Bestimmung der Hall-Konstanten

Um die berechneten Werte mit Literaturwerten vergleichen zu können, werden über die Ladungsträgerdichten die Hall-Konstanten mit

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e_0} \quad (43)$$

berechnet. Die entsprechende Fehlerformel ist

$$\sigma_{R_H} = \sqrt{\left(\frac{-\sigma_n}{n^2 \cdot e_0}\right)^2}. \quad (44)$$

In Tabelle 8 sind die so bestimmten Hall-Konstanten und entsprechende Literaturwerte der verschiedenen Metalle aufgelistet.

Tabelle 8: Berechnete Ladungsträgerdichten je beider Messungen und ein entsprechender Literaturwert [7]

Material	$R_{H,1} / \text{m}^3/\text{C}$	$R_{H,2} / \text{m}^3/\text{C}$	$R_{H,\text{Literatur}} / \text{m}^3/\text{C}$
Kupfer	$-2,58 \pm 0,10 \cdot 10^{-11}$	$-1,91 \pm 0,05 \cdot 10^{-11}$	$-5,3 \cdot 10^{-11}$
Silber	$-6,52 \pm 0,23 \cdot 10^{-11}$	$2,910 \pm 0,009 \cdot 10^{-10}$	$-9,0 \cdot 10^{-11}$
Zink	$8,38 \pm 0,33 \cdot 10^{-11}$	$1,237 \pm 0,005 \cdot 10^{-9}$	$6,4 \cdot 10^{-11}$

5 Diskussion

Aus Tabelle 8 ist zu sehen, dass die hier bestimmten Hallkonstanten stark von den Literaturwerten abweichen. Dafür könnte es viele verschiedene Ursachen geben. Z.B. wurden in der Herleitung einige Idealisierungen, wie ideale Kristallgitter, angenommen. Außerdem wurden alle Widerstände der verwendeten Kabel und die Unsicherheiten der verwendeten Geräte vernachlässigt.

Wie plausibel die anderen berechneten Größen sind lässt sich nicht genau abschätzen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 311 Der Hall-Effekt*. 2019.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] Thomas Seilnacht. *Periodensystem:Kupfer*. URL: <https://www.seilnacht.com/Lexikon/29Kupfer.htm> (besucht am 20.01.2020).

- [4] Thomas Seilnacht. *Periodensystem:Kupfer*. URL: <https://www.seilnacht.com/Lexikon/47Silber.htm> (besucht am 20.01.2020).
- [5] elektrotechnik-fachwissen.de. *Spezifische Widerstände und Leitfähigkeiten wichtiger Werkstoffe der Elektrotechnik*. URL: <https://www.elektrotechnik-fachwissen.de/tabellen/spezifische-widerstaende-leitwerte.php> (besucht am 19.01.2020).
- [6] NIST Standard Reference Database. *CODATA Internationally recommended 2018 values of the Fundamental Physical Constants*. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/> (besucht am 09.12.2019).
- [7] cosmos-indirekt.de. *Hall-Konstante - Physik-Schule*. URL: <https://physik.cosmos-indirekt.de/Physik-Schule/Hall-Konstante> (besucht am 20.01.2020).