



Ejercicio 1.

Sea la siguiente especificación del problema de copiar una secuencia de enteros:

```
proc copiarSecuencia (in s: seq<Z>, out result: seq<Z>) {  
    Pre {True}  
    Post {s = result}  
}
```

Sea la siguiente implementación incompleta de la función copiarSecuencia:

```
vector<int> copiarSecuencia(vector<int> s) {  
    vector<int> r;  
    int i = 0;  
    while(i < s.size()) {  
        ...  
    }  
    return r;  
}
```

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo del **while**) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = (0 \leq i \leq |s| \wedge |r| = i) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] = r[j])$$

Ejercicio 2.

Sea la siguiente especificación:

```
proc incSecuencia (inout s: seq<Z>) {  
    Pre {s = S0}  
    Post {|s| = |S0| ∧L (∀i : Z)(0 ≤ i < |s| →L s[i] = S0[i] + 1)}  
}
```

Sea la siguiente implementación incompleta de la función incSecuencia:

```
void incSecuencia(vector<int> &a) {  
    int i = 0;  
    while(...) {  
        ...  
    }  
}
```

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo del **while** y su guarda) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = 0 \leq i \leq |s| \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] = S_0[j] + 1)$$

Ejercicio 3.

Sea la siguiente especificación del problema de retornar la cantidad de apariciones de un elemento en una secuencia de enteros:

```
proc cantApariciones (in s: seq<Z>, in e: Z, out result: Z) {  
    Pre {True}  
    Post {result = #apariciones(s, e)}  
}
```

Sea la siguiente implementación incompleta de la función cantApariciones:

```
int cantApariciones(vector<int> s, int e) {  
    int r = 0;  
    for(int i=0; ... ; ...) {  
        ...  
    }  
    return r;  
}
```

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo y la declaración del **for**) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = 0 \leq i \leq |s| \wedge_L r = \#apariciones(subseq(s, 0, i), e))$$

Ejercicio 4.

Sea la siguiente especificación de un ciclo:

- $P_c : i = -1 \wedge s = S_0$
- $Q_c : |s| = |S_0| \wedge_L (\forall z : \mathbb{Z})(0 \leq z < |s| \rightarrow_L s[z] = S_0[z]^2)$

Dar dos implementaciones distintas que satisfagan la especificación del ciclo con el siguiente invariante:

$$I = (|s| = |S_0| \wedge -1 \leq i \leq |s| - 1) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] = S_0[j]^2) \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(i < j < |s| \rightarrow_L s[j] = S_0[j])$$

Ejercicio 5.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado

<pre>proc duplicarElementos (inout s : seq⟨ℤ⟩) { Pre {s = s₀ ∧ s mod 2 = 0} Post { s = s₀ ∧_L (∀i : ℤ)(enRango(i, s) →_L s[i] = 2 * s₀[i])}</pre>	$I \equiv (s = s_0 \wedge (0 \leq i \leq s /2)) \wedge_L$ $subseq(s, 0, s - 2 * i) = subseq(s_0, 0, s_0 - 2 * i) \wedge$ $(\forall k : \mathbb{Z})(s - 2 * i \leq k < s \rightarrow_L s[k] = 2 * s_0[k])$
---	--

Ejercicio 6.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y contenga un ciclo el invariante dado

<pre>proc dividirPorPromedio (inout s : seq⟨ℝ⟩) { Pre {s = s₀ ∧ s mod 2 = 0 ∧ s > 0} Post { s = s₀ ∧_L (∀i : ℤ)(enRango(i, s) →_L s[i] = $\frac{s_0[i]}{promedio(s_0)}$)}</pre> <p>aux promedio (s : seq⟨ℝ⟩) : ℝ = $\frac{\sum_{i=0}^{ s -1} s[i]}{ s }$;</p>	$I \equiv (s = s_0 \wedge 0 \leq i \leq \frac{ s }{2}) \wedge_L$ $subseq(s, i, s - i) = subseq(s_0, i, s_0 - i) \wedge$ $(\forall k : \mathbb{Z})(0 \leq k < i \rightarrow_L s[k] = \frac{s_0[k]}{promedio(s_0)}) \wedge$ $(\forall k : \mathbb{Z})(s - i - 1 < k < s \rightarrow_L s[k] = \frac{s_0[k]}{promedio(s_0)})$
---	---

Ejercicio 7.

Dar un programa que satisfaga la especificación y tenga un ciclo con el invariante:

```
proc armarPiramide (in v : ℤ, inout l : seq⟨ℤ⟩) {
  Pre {l = L0}
  Post {|L0| = |l| ∧ esPiramide(l, v)}
  pred esPiramide (l : seq⟨ℤ⟩, v : ℤ) {
    (∀j : ℤ)(0 ≤ j < |l|/2 ⇒L l[j] = v + j) ∧
    (∀j : ℤ)(|l|/2 ≤ j < |l| ⇒L l[j] = v + |l| - j - 1)
  }
}
```

a. **Invariante:** $|l| = |L_0| \wedge |l|/2 \leq i \leq |l| \wedge_L ((i = |l|/2 \wedge l = L_0) \vee_L$
 $(\exists p : seq\langle \mathbb{Z} \rangle)(esPiramide(p, v) \wedge |p| = |l| \wedge_L subseq(p, |l| - i, i) = subseq(l, |l| - i, i)))$

b. **Invariante:** $|l| = |L_0| \wedge 0 \leq i \leq |l| \wedge_L piramideHastaI(l, i, v)$
 pred piramideHastaI (l : seq⟨ℤ⟩, i : ℤ, v : ℤ) {
 $(\exists p : seq\langle \mathbb{Z} \rangle) esPiramide(p, v) \wedge |p| = |l| \wedge_L subseq(p, 0, i) = subseq(l, 0, i)$
 }

Ejercicio 8.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado

```
proc multiplicar (inout s : seq⟨ℝ⟩) {
  Pre {s = s0 ∧ |s| mod 4 = 0}
  Post {|s| = |s0| ∧L
    (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |s| →L s[i] = 10 * s0[i])}
```

$$I \equiv (|s| = |s_0| \wedge \frac{|s|}{2} \leq i \leq |s|) \wedge_L esPar(i) \wedge$$

$$subseq(s, i, |s|) = subseq(s_0, i, |s_0|) \wedge subseq(s, 0, |s| - i) = subseq(s_0, 0, |s_0| - i) \wedge$$

$$(\forall k : \mathbb{Z})(\frac{|s|}{2} \leq k < i \rightarrow_L s[k] = 10 * s_0[k]) \wedge (\forall k : \mathbb{Z})(|s| - i \leq k < \frac{|s|}{2} \rightarrow_L s[k] = 10 * s_0[k])$$

Ejercicio 9.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado

```

proc cerearYsumar (inout s : seq( $\mathbb{Z}$ ), inout suma :  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre { $s = s_0 \wedge |s| \bmod 8 = 0$ }
  Post { $|s| = |s_0| \wedge_L ((\forall i : \mathbb{Z})(enRango(i, s) \longrightarrow_L s[i] = 0) \wedge suma = \sum_{i=0}^{|s|-1} s_0[i]))$ }
}

I  $\equiv (|s| = |s_0| \wedge 0 \leq i \leq |s|/4) \wedge_L$ 
 $(subseq(s, 2 * i, |s| - 2 * i) = subseq(s_0, 2 * i, |s_0| - 2 * i) \wedge (\forall k : \mathbb{Z})(0 \leq k < 2 * i \longrightarrow_L s[k] = 0) \wedge$ 
 $(\forall k : \mathbb{Z})(|s| - 2 * i \leq k < |s| \longrightarrow_L s[k] = 0) \wedge suma = \sum_{j=0}^{2*i-1} s_0[j] + \sum_{j=|s|-2*i}^{|s|-1} s_0[j])$ 

```