Datos

- $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
- $f(x, y) = xy$
- $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \land y \leq 0 \land x^2 + y^2 \leq 4\}$

Por Weiertrass como f es continua y D compacto f alcanza maximos y minimos absolutos en D

Analizo D

- $x \geq 0$
- $y \leq 0$
- $x^2 + y^2 \leq 4$

$x^2 + y^2 = 4$ describe una circunferencia de radio 2 centrada en el $(0, 0)$ y por $x \geq 0 \land y \leq 0$ solo me quedo con el 4to cuadrante

Borde de D

- $x = 0 \land -2 \leq y \leq 0$
- $y = 0 \land 0 \leq x \leq 2$
- $x^2 + y^2 = 4$

Analizo f en el interior de D

- $x > 0$
- $y < 0$
- $x^2 + y^2 < 4$

Busco los ptos criticos de f en el interior de D

$\boldsymbol{\nabla} f(x, y) = (y, x) = (0, 0) \Leftrightarrow (x, y) = (0, 0)$ que se encuentra en el borde, entonces no tiene puntos criticos en el interior de D

Analizo el borde de D

1. $x = 0 \land 0 \leq y \leq -2$

   $f(0, y) = 0$

   Como $0 \leq y \leq -2$ y $f(x, y) = xy$ es decreciente por que y es negativo, entonces f alcanza su maximo sobre el eje y

2. $y = 0 \land 0 \leq x \leq 2$

   $f(x, 0) = 0$

   Como $0 \leq y \leq -2$ y $f(x, y) = xy$ es decreciente por que y es negativo, entonces f alcanza su maximo sobre el eje x

3. $x^2 + y^2 = 4$

   ### Paso a polares

   $g(r, t) = f(r \sin(t), r \cos(t))$
   $r = 2 \land$ para estar en el borde de $D : \frac{3\pi}{2} \leq t \leq 2\pi$
   $h(t) = g(2, t) = 4 \sin(t) \cos(t)$ con $\frac{3\pi}{2} \leq t \leq 2\pi$
   $h'(t) = 4(\sin^2(t) - \cos^2(t)) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7\pi}{4}$

   - $y = 2 \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -2\frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$

- $x = 2\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Al ser f decreciente ya que y es negativo, su minimo es -2 que lo alcanza en $(\sqrt(2), -\sqrt(2))$

f alcanza su minimo absoluto en $(\sqrt(2), -\sqrt(2))$ que vale -2 y su maximo sobre los ejes $(0, y) : -2 \leq y \leq 0 \wedge (x, 0) : 0 \leq x \leq 2)$