Datos

- $f : \Re^2 \to \Re$
- $P = (2, 1, f(2, 1))$
- $z = 2 - 3x + y = \Pi(x, y)$
- $f(2, 1) = \Pi(2, 1) = -3$
- f es diferenciable
- $f_x(2, 1) = \Pi_x(2, 1) = -3$
- $f_y(2, 1) = \Pi_y(2, 1) = 1$
- $x(s, t) = e^t + 1$
- $y(s, t) = s^2 + 2t$
- $x(1, 0) = 2$
- $y(1, 0) = 1$
- $v = (4, 1)$
- $F(s, t) = f(x(s), y(s))$

Busco $\nabla F(1, 0)$

$\nabla F(s, t) = (F_s(s, t), F_t(s, t))$

$f(x, y)$ es diferenciable en $(2, 1) \wedge f(x(s, t), y(s, t)) = f(2, 1) \wedge x(s, t), y(s, t)$ son diferenciables y continuas
$\Rightarrow$ Por regla de la cadena

- $F_s(s, t) = f_x(x(s, t), y(s, t)) \cdot x_s(s, t) + f_y(x(s, t), y(s, t)) \cdot y_s(s, t) =$
  $f_x(x(s, t), y(s, t)) \cdot 0 + f_y(x(s, t), y(s, t)) \cdot 2s$
  $\Rightarrow F_s(1, 0) = f_x(2, 1) \cdot 0 + f_y(2, 1) \cdot 2(2) =$
  $0 + f_y(2, 1) \cdot 2 = 2$
- $F_t(s, t) = f_x(x(s, t), y(s, t)) \cdot x_t(s, t) + f_y(x(s, t), y(s, t)) \cdot y_t(s, t) =$
  $f_x(x(s, t), y(s, t)) \cdot e^t + f_y(x(s, t), y(s, t)) \cdot 2$
  $\Rightarrow F_t(1, 0) = f_x(2, 1) \cdot e^0 + f_y(2, 1) \cdot 2 =$
  $(-3) \cdot 1 + 1 \cdot 2 = -1$

$\Rightarrow \nabla F(1, 0) = (2, -1)$

Busco versor unitario de v

$u = \frac{v}{\|v\|} = \frac{(4,1)}{\sqrt{17}} = (\frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{\sqrt{17}})$

Busco derivada direccional

Como se que F es diferenciable en $(1, 0)$
$\Rightarrow D_u F(1, 0) = \nabla F(1, 0) \cdot (\frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{\sqrt{17}})$
$\Rightarrow D_u F(1, 0) = (2, -1) \cdot (\frac{4}{\sqrt{17}}, \frac{1}{\sqrt{17}}) = \frac{7}{\sqrt{17}}$

Respuesta

La derivada en la dirección $(4, 1)$ de F en el punto $(1, 0)$ es $\frac{7}{\sqrt{17}}$ $\square$