Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

2do. cuatrimestre 2020

Primer Parcial - 21/10/2020

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

Ejercicio 1: Sea $\mathcal{C}$ la curva que se obtiene al intersecar las superficies $4 = x^2 + 4y^2$ y $2 = z - x$.

(a) Hallar una función $r(t)$ cuya imagen sea la curva $\mathcal{C}$.

(b) Probar que $P = (2, 0, 4)$ pertenece a $\mathcal{C}$ y hallar la ecuación de la recta tangente a $\mathcal{C}$ en el punto P.

Ejercicio 2: Hallar todos los $a \in (0, +\infty)$ tales que el siguiente límite existe:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^a}{x^2 + y^2}.$$

Ejercicio 3: Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3e^y + 3x^2y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

Ejercicio 4: Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que el plano tangente a su gráfico en el punto $(2, 1, f(2, 1))$ es

$$3x - y + z = 2.$$

Si $x = e^t + 1$ e $y = s^2 + 2t$ y definimos $F(s, t) = f(x, y)$, calcular la derivada direccional de F en la dirección del vector $v = (4, 1)$ en el punto $(s_0, t_0) = (1, 0)$.