Puntos criticos

(a, b) es un punto critico $\Leftrightarrow f_x(a,b) = (f_y(a,b) = 0) \vee \nexists f_x(a,b) \vee \nexists f_y(a,b)$

Punto silla

(a, b) es un punto silla de f $\Leftrightarrow (a, b)$ es un punto critico $\wedge$ no es máximo local de f y no es mínimo local de f

Teorema Criterio del Hessiano

$f \in C^2 \wedge (a,b)$ punto critico de f
$H_f(a,b) = \begin{vmatrix} f_{xx}(a,b) & f_{xy}(a,b) \\ f_{yx}(a,b) & f_{yy}(a,b) \end{vmatrix} \Rightarrow$

1. si $f_{xx}(a,b) > 0 \wedge \det(H_f(ab)) > 0 \Rightarrow (a,b)$ es un mínimo local estricto def
2. si $f_{xx}(a,b) < 0 \wedge \det(H_f(ab)) > 0 \Rightarrow (a,b)$ es un máximo local estricto def
3. si $\det(H_f(ab)) < 0 \Rightarrow (a,b)$ es un punto silla def

1. $f(x,y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$
   - $f_x(x,y) = 2x^2 - 3y$
   - $f_y(x,y) = 2y^2 - 3x$

   Ptos criticos

   a) $(0,0)$
      $H_f(0,0) = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}$
      $det(H_f(0,0)) = 0 - (-3 \cdot -3) = -9$
      Por el teorema del criterio del Hessiano $(0,0)$ es un punto silla

2. $f(x,y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$
   - $f_x(x,y) = 3 - 3x^2$
     $= 0 \Leftrightarrow x = 1$
   - $f_y(x,y) = -4y + 4y^3$
     $= 0 \Leftrightarrow 4y(1 + y^2) = 0 \Leftrightarrow y = 0$

   Ptos criticos

   - $(0,0)$
     $H_f(0,0) = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \Rightarrow$
     $det(H_f(0,0)) = -12$
     Por el criterio $(0,0)$ es un punto silla