

Definición

$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \Leftrightarrow$

1. $\exists (f_x(a, b) \wedge f_y(a, b))$
2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (a,b)} \frac{f(x,y) - f(a,b) - f_x(a,b)(x-a) - f_y(a,b)(y-b)}{\|(x,y) - (a,b)\|} = 0$

Ejercicios

1.
 - $f(x, y) = 1 + x \ln(xy - 5)$
 - $P = (2, 3)$
 - $f_x(x, y) = \ln(xy - 5) + \frac{xy}{xy - 5}$
 - $f_y(x, y) = \frac{x^2}{xy - 5}$
 - $f(2, 3) = 1$
 - $f_x(2, 3) = 6$
 - $f_y(2, 3) = 4$
 - $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{1 + x \ln(xy - 5) - 1 - 6(x - 2) - 4(y - 3)}{\|(x - 2, y - 3)\|} \stackrel{?}{=} 0$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{1 + x \ln(xy - 5) - 1 - 6(x - 2) - 4(y - 3)}{\|(x - 2, y - 3)\|} =$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{x \ln(xy - 5) - 6(x - 2) - 4(y - 3)}{\|(x - 2, y - 3)\|} =$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,3)} \frac{x \ln(xy - 5) - 2(3(x - 2) + 2(y - 3))}{\|(x - 2, y - 3)\|} =$$

Pruebo por curvas

- $y = x + 1$
 - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \ln(x(x+1) - 5) - 6(x - 2) - 4((x+1) - 3)}{\|(x - 2, x - 2)\|} =$
 - No se
2.
 - $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - $P = (0, 0)$

No es diferenciable en el origen