1. $f(x,y) = \frac{xy}{1+e^{x-y}}$

   Ptos criticos $1 + e^{x-y} = 0 \Leftrightarrow$

   $e^{x-y} = -1 \nexists\ (x,y) \in \Re^2 \Rightarrow$

   - xy es un polinomio, por lo tanto es continua en $(x,y) \in \Re^2$
   - $1 + e^{x-y}$ es continua en todo $(x,y) \in \Re^2$
   - $\frac{xy}{1+e^{x-y}}$ es continua en todo $(x,y) \in \Re^2$ ya que el denominador no se anula

2. $f(x,y) = \frac{1+x^2+y^2}{1-x^2-y^2}$

   f es continua en todos los puntos donde el denominador no se anula

   $1 - x^2 - y^2 = 0 \equiv 1 - (x^2 + y^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow$

   f es continua en $\{(x,y) \in \Re^2 : x^2 + y^2 \neq 1\}$

3. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{2x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   $\frac{x^2y^3}{2x^2+y^2}$ es continua en todos los puntos donde el denominador no se anula

   $2x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

   f es continua en el (0,0) $\Leftrightarrow$

   a) $(0,0) \in Dom(f)$ ✓
   b) $\exists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ ✓
   c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0)$ ×

   Pruebo por curvas

   - $x = 0 \ \lim_{y\to 0} \frac{0\cdot y^3}{y^2} = 0$

   Por el iterado x=0, si el limite existe es 0 que es distinto de 1, Por lo tanto f es continua en todo su dominio menos el (0,0)

4. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+xy+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   $\frac{xy}{x^2+xy+y^2}$ es continua en todos los puntos donde el denominador no se anula

   $x^2 + xy + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

   f es continua en el (0,0) $\Leftrightarrow$

   a) $(0,0) \in Dom(f)$ ✓
   b) $\exists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ ×
   c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0) = 0$ ×

   Pruebo por curvas

   - $x = 0 \Rightarrow \lim_{y\to 0} \frac{0\cdot y}{y^2} = 0$
   - $y = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot 0}{x^2} = 0$
   - $y = x$
     $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$

   El limite no existe

5. $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2 - \sin\left(x^2 y\right)}{\frac{1}{2}x^2+y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

$\frac{xy^2-\sin\left(x^2y\right)}{\frac{1}{2}x^2+y^2}$ es continua en todos los puntos donde el denominador no se anula

$\frac{1}{2}x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

f es continua en el (0,0) $\Leftrightarrow$

a) $(0,0) \in Dom(f)$ ✓

b) $\exists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ ✓

c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = f(0,0) = 0$ ✓

Pruebo por curvas

- $x = 0 \Rightarrow \lim_{y\to 0} \frac{\sin(0)}{y^2} = 0$
- $y = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{\sin(0)}{\frac{1}{2}x^2} = 0$

$L = 0$ Es candidato

$\exists \delta : \|(x,y)\| < \delta \Rightarrow |f(x,y)| < \epsilon$

$|\frac{xy^2-\sin\left(x^2y\right)}{\frac{1}{2}x^2+y^2}| \leq \frac{|x|y^2+|\sin\left(x^2y\right)|}{\frac{1}{2}x^2+y^2} \leq \frac{|x|y^2+x^2|y|}{\frac{1}{2}x^2+y^2} \leq \frac{|x|y^2+x^2|y|}{\frac{1}{2}(x^2+y^2)} \leq$

$\frac{2\|(x,y)\|^{\cancel{3}}}{\frac{1}{2}\cancel{\|(x,y)\|^2}} \leq 4\delta < \epsilon \Leftrightarrow delta < \frac{\epsilon}{4}$