$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^6 + y^2} & si(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

QvQ f tiene derivadas direccionales para todo $v \in \mathbb{R}^2$ en el origen pero no es continua $v = (v_1, v_2) \land ||v|| = 1$

Pruebo por definicion de derivadas direccionales

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(hv_1,hv_2)-f(0,0)}{h}$$

Pruebo por definicion de de lím_{h→0}
$$\frac{f(hv_1,hv_2)-f(0,0)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\frac{(hv_1)^3(hv_2)}{(hv_1)^6+(hv_1)^2}-0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{(hv_1)^3(hv_2)}{(hv_1)^6+(hv_1)^2} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^4v_1^3v_2}{h^6v_1^6+h^2v_1^2} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^2v_1^4v_1^3v_2}{h^2(h^4v_1^6+v_1^2)} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^2v_1^4v_1^3v_2}{h^2(h^4v_1^6+v_1^4)} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^2v_1^4v_1^4v_1^4}{h^2(h^4v_1^4+v_1^4)} = \lim_{h\to 0} \frac$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{(hv_1)^3 (hv_2)}{(hv_1)^6 + (hv_1)^2} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^4 v_1^3 v_2}{h^6 v_1^6 + h^2 v_2^2} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^{2 \cdot \frac{1}{h}} v_1^3 v_2}{\cancel{k^2} (h^4 v_1^6 + v_1^2)} =$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h^{\frac{1}{p}} v_1^3 v_2}{h^4 v_1^6 + v_1^2} = \frac{v_1^3 \cdot v_2}{v_1^2} = v_1 \cdot v_2$$
 Pruebo limites por la curva $y = mx^3, m \in \Re$

$$\lim_{x \to 0} f(x, mx^{3}) =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^5 m x^5}{x^6 + m^2 x^6} =$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{m x^8}{(m^2 + 1) x^8} = \frac{m}{m^2 + 1}$$

$$\lim_{x\to 0} \int (x, mx^*) = \lim_{x\to 0} \frac{x^3 m x^3}{x^6 + m^2 x^6} = \lim_{x\to 0} \frac{m x^8}{(m^2 + 1) x^8} = \frac{m}{m^2 + 1}$$
si $m \neq 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x, mx^3) \neq 0 \Rightarrow \nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$
Por lo tango f no es continua en el origen

Por lo tango f no es continua en el origen