

- Graph kann ohne Definitionslücken nahtlos gezeichnet werden
- Nullstellensatz
 - Sei $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig auf $[a; b]$ und $f(a) \cdot f(b) < 0$
 - * $\exists x \in [a; b]: f(x) = 0$
 - * kann mittels [[Intervallschachtelung]] bestimmt werden
- Zwischenwertsatz
 - Sei $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig auf $[a; b]$
 - * f nimmt jeden Wert zwischen $f(a)$ und $f(b)$ an
 - Beweis:
 - * Sei y ein Wert zwischen $f(a)$ und $f(b) \implies f(a) - y$ und $f(b) - y$ haben verschiedene Vorzeichen
 - * $h(x) = f(x) - y \implies$ Nullstellensatz
 - * $\exists x \in [a; b]: h(x) = 0 \implies f(x) = y$
- Sei $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und monoton wachsend/fallend
 - $f : [a; b] \rightarrow [f(a); f(b)]$ ist bijektiv
 - $f^{-1} : [f(a); f(b)] \rightarrow [a; b]$ ist stetig

Grenzwertkriterium

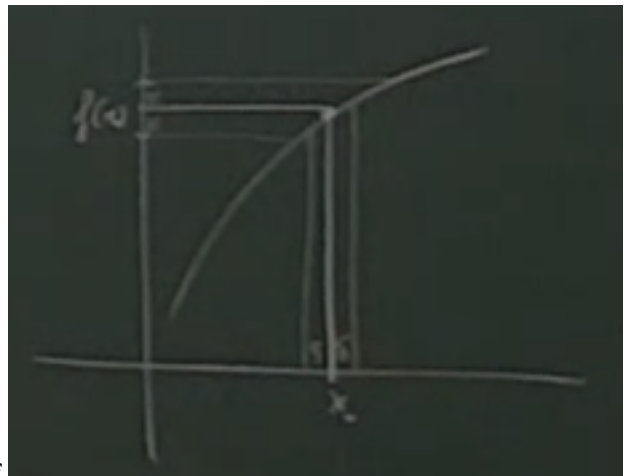
- Sei $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion:
- f ist stetig in $x_0 \in I$, wenn
 - für jede Folge x_n aus I mit $x_0 = \lim x_n$ auch $f(x_0) = \lim f(x_n) = f(\lim x_n)$ gilt.
- f ist stetig auf I , wenn f stetig in jedem Punkt $x \in I$

ϵ - δ -Kriterium

- Sei $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion:
- f ist stetig in $x_0 \in I$, wenn

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in I: |x - x_0| < \delta \implies |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

- Vorgehensweise
 - $|f(x) - f(x_0)|$ ersetzen mit Formel hinter Funktion



- umformen/abschätzen sodass $|x - x_0|$ separater Term ist
- Ausdruck in der Form $\lambda * |x - x_0| < \varepsilon$ entsteht $\Rightarrow |x - x_0| < \lambda \varepsilon = \delta$
- Wenn $|x - x_0| < \lambda \varepsilon$, dann gilt $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

Spezielle Funktionen

- Potenzreihen, rationale Funktionen und Polynomfunktionen sind immer stetig
- p, q sind Polynome $\Rightarrow r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ ist eine rationale Funktion
 - r ist stetig auf Definitionsbereich $D = \{x \mid q(x) \neq 0\}$
 - rationale Funktionen sind stetig, wenn Nenner $\neq 0$

Eigenschaften stetiger Funktionen

- Sei I ein abgeschlossenes, beschränktes Intervall und $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ stetig auf I
 - $M > 0 \Rightarrow \exists x \in I: |f(x)| \leq M \Rightarrow f$ ist beschränkt
 - $x_{\min}, x_{\max} \in I \Rightarrow x \in I: |f(x_{\min})| \leq f(x) \leq |f(x_{\max})|$
 - * es gibt kleinste, obere und größte, untere Schranke
 - nicht abgeschlossen: $f:]0; 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$
 - * x_{\min} existiert nicht
 - * x_{\max} existiert nicht!
 - ♦ $f(0) = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{Error}$

[[Funktionen]] [[Supremum und Infimum]]