

Bestimmte Integral + Fläche A unter Funktion f im Bereich [a,b] bestimmen + $A = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, wenn + $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig + $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von f + Substitutionsregel beim bestimmten Integral + Grenzen werden bei Substitution verändert + $x = \dots = g(t)$ + $dx = g'(t)dt$ + $a = g^{-1}(a)$ + $b = g^{-1}(b)$ + keine Rücksubstitution notwendig

Herleitung

- viele untere und obere Schranken für Fläche finden
 - Unterschied zwischen Schranken muss beliebig klein werden
- Fläche wird in x Bereiche unterteilt
 - Untersummen und Obersummen entstehen
 - desto mehr Zerteilungen,
 - * desto größer die Untersummen
 - * desto kleiner die Obersummen
 - * größte Untersumme \leq kleinste Obersumme
- Fläche = Infimum der Obersummen = Supremum der Untersummen
 - gleich, wenn genug Zerteilungen stattfanden
 - Riemann-Darboux-Integral
 - beide gleich \iff f ist Riemann-integrierbar auf [a,b]

Riemannsches Integralibilitätskriterium

- f ist Riemann-integrierbar auf [a,b], wenn
 - $\forall \varepsilon > 0 \exists Z : \bar{S}(f, Z) - \underline{S}(f, Z) < \varepsilon$
- Sei f stetig \iff f ist Riemann-integrierbar
 - Beweis VO#35
- Sei f monoton (wachsend/fallend) \iff f ist Riemann-integrierbar
 - Beweis VO#35
- Vorzeichenwechsel in [a,b] \implies Fläche mit positiven y - Fläche mit negativen y
- MWS der Integralrechnung
 - Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig
 - * $\exists \alpha \in [a, b] : \int_a^b f(x)dx = f(\alpha)(b - a)$
 - MWS
 - * Integralwert liegt zwischen Minimum und Maximum
 - * Laut MWS: jeder Wert zwischen Minimum und Maximum wird angenommen

Eigenschaften

- $a < b < c \implies \int_a^b f(x) + \int_b^c f(x) = \int_a^c f(x)$
- $\int_a^b f(x) = - \int_b^a f(x)$

- Linearität
 - Summe von Integrale = Integral von Summen
 - Konstanten darf man herausziehen

[[Integralrechnung]]