

## Definition

Sei  $(X_n: n \geq 1)$  eine Folge von ZVen mit Verteilungen  $F_n$ . Sei  $X$  eine ZV mit Verteilung  $F$ . Wir nehmen an, dass  $F$  stetig ist. Wir sagen, dass  $X_n$  zu  $X$  in Verteilung konvergiert falls

$$F_n(x) \rightarrow F(x) \quad \forall x.$$

Kurz:  $X_n \xrightarrow{d} X$ .

## Beispiele

- Gumbel Verteilung
  - zur Modellierung von Extremereignissen

Seien  $X_i$  i.i.d. ZVen mit  $X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$  und man definiere  $M_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$  das Maximums einer Zufallsstichprobe. Zeige

$$Z_n := M_n - \frac{\log n}{\lambda} \xrightarrow{d} Z,$$

wobei  $Z$  Verteilung  $G(x) := e^{-e^{-\lambda x}}$  besitzt. Man *Gumbel* Verteilung und sie wird zur Modellierung von Extremereignissen verwendet.

$$M_n = \max\{X_1, \dots, X_n\} \quad \text{und} \quad Z_n = M_n - \frac{\log n}{\lambda}$$

$$P(Z_n \leq x) \xrightarrow{d} G(x)$$

$$\begin{aligned} P(M_n \leq x + \frac{\log n}{\lambda}) &= \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x + \frac{\log n}{\lambda}) \\ &= \left(1 - e^{-\lambda(x + \frac{\log n}{\lambda})}\right)^n = \left(1 - \frac{e^{-\lambda x}}{n}\right)^n \rightarrow e^{-e^{-\lambda x}} \end{aligned}$$

$\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \rightarrow e^x$