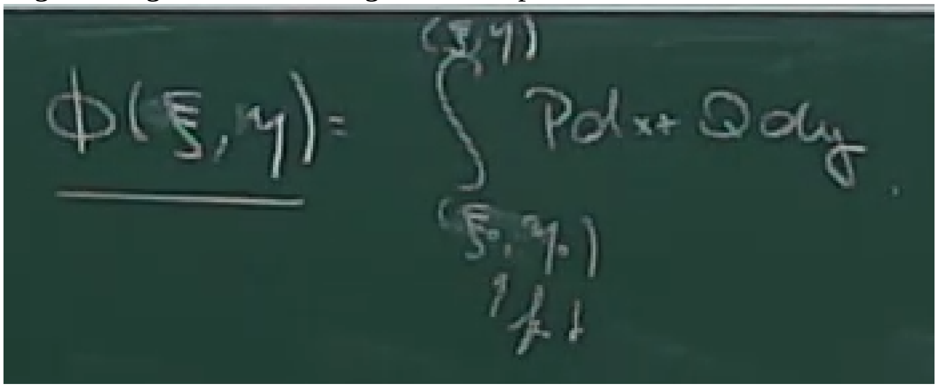
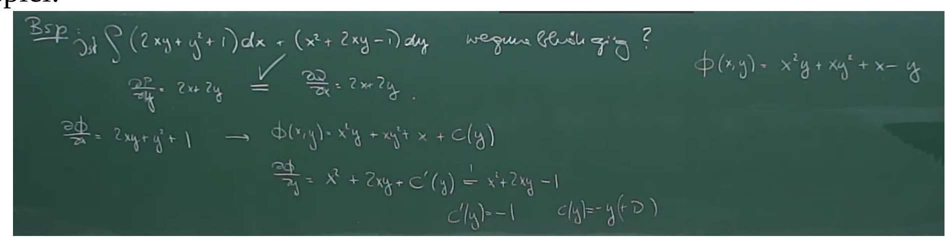
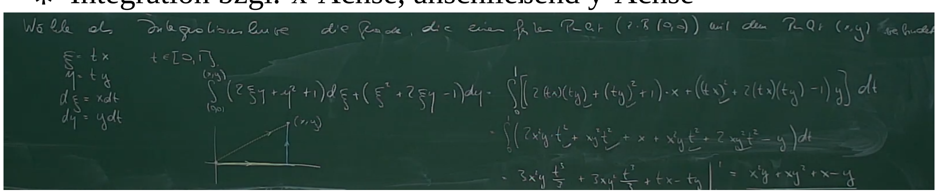
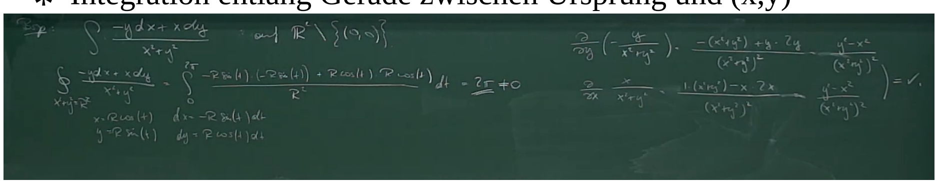
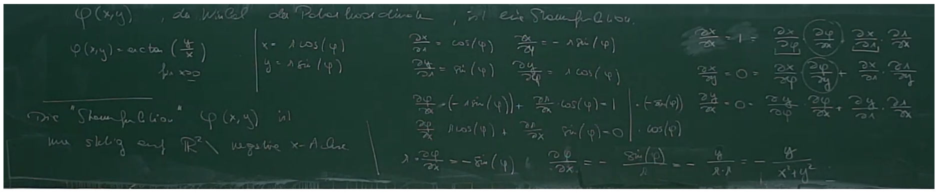
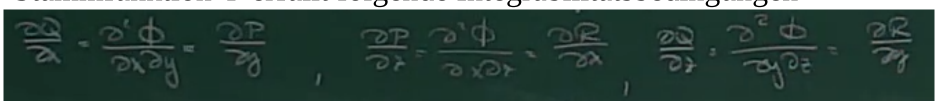
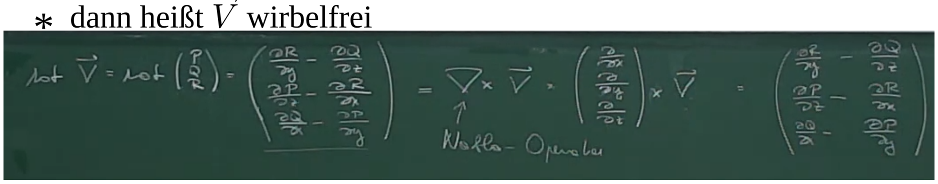
Wegunabhängigkeit

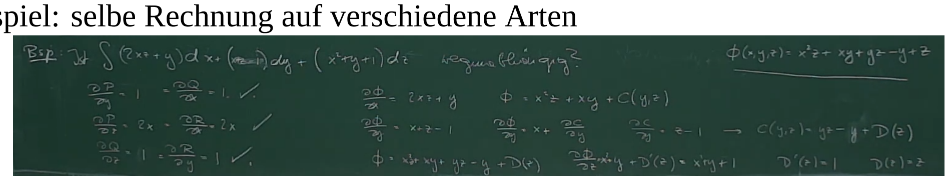
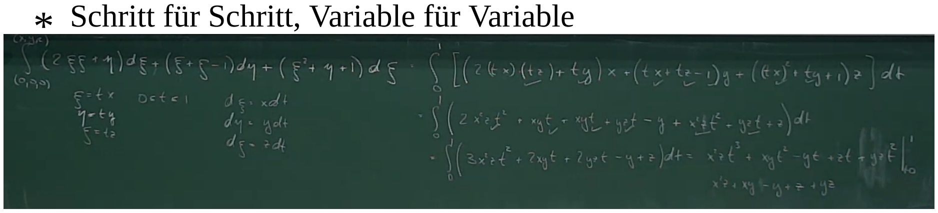
- ang. V hängt nur von Anfangs- und Endpunkt von C ab
- 

  - a,b sind Anfangs und Endpunkt
  - Φ ist Potential zu $\vec{V}$
- wegunabhängig, wenn $grad\Phi = \vec{V}$
  - Integrabilitätsbedingung
    - Ableitung P nach x = Ableitung Q nach y
    - $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$
- Integral webunabhängig <==> $\oint_C Pdx + Qdy = 0$ für jede geschlossene Kurve
- Integrabilitätsbedingung
  - Ableitung P nach x = Ableitung Q nach y
- Beispiel:
  - 
    - Integration bzgl. x-Achse, anschließend y-Achse
  - 
    - Integration entlang Gerade zwischen Ursprung und (x,y)
  - 
    - inklusive Integrabilitätsbedingung
- no clue

- 

Dreidimensional

- $\int Pdx + Qdy + Rdz$ ist wegunabhängig <==>   C geschlossen $\oint Pdx + Qdy + Rdz = 0$
- <==>$\exists \Phi$: $grad\Phi = (P, Q, R)$
- <==> Stammfunktion Φ erfüllt folgende Integrabilitätsbedingungen
  - 
  - Ableitungen paarweise gleich
- Integrabilitätsbedingungen als Vektor
  - Rotation von $\vec{V} = \vec{0}$
    - dann heißt $\vec{V}$ wirbelfrei
  - 

- Divergenz von $\vec{V}$
  - $div(\vec{V}) = \nabla x \vec{V}$
    - Quelldichte von $\vec{V}$
  - $div(rot\vec{V}) = \nabla(\nabla x \vec{V})$
  - Laplace Operator
    - $div(gradf) = \nabla\nabla f = \triangle f$
- Beispiel: selbe Rechnung auf verschiedene Arten
  - 
    - Schritt für Schritt, Variable für Variable
  - 
    - möglichst einfacher Integrationsweg
    - x-Achse, y-Achse, z-Achse

[[Oberflächenintegral]]