

Definition

- Sei $F: \mathbb{R}^{n+2} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$ ist eine Differentialgleichung
 - x unabhängig
 - y abhängig
 - Beispiel:
 - * $xy' + y^2 + y'' = 0$
 - * DGL 2. Ordnung
 - * gesucht $y=y(x)$

Herkömmliche Methode

Ex: $y' = \frac{y}{1+x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1+x^2} \quad \frac{dy}{y} = \frac{dx}{1+x^2}$$
$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{1+x^2}$$
$$\ln|y| = \arctan(x) + C$$
$$y = \pm e^C e^{\arctan(x)}$$
$$y = C' e^{\arctan(x)}$$

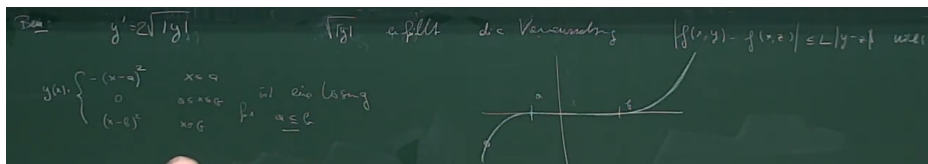
- nur wenn x und y auf verschiedene Seiten bringen möglich ist
- unendlich viele Lösungen

Anfangswertproblem AWP

- Anfangswertproblem
 - GLG der Form $y'=f(x,y)$ mit $y(a) = y_0$
- Satz von Picard-Lindelöf
 - $f: [a, b] \times [y_0 - b, y_0 + b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und gilt für ein $L \geq 0$
 - * $\forall x \in [a, b] \forall y_1, y_2 \in [y_0 - b, y_0 + b] : |f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L |y_1 - y_2|$
 - * sei M so, dass $\forall x, y \in \mathbb{R} : |f(x, y)| \leq M$
 - dann hat das AWP genau eine Lösung $y=y(x)$ auf das Intervall $[a, m]$
 - * $m = \min(b, a + \frac{b}{M})$

$$m = \min\left(b, a + \frac{b}{M}\right)$$

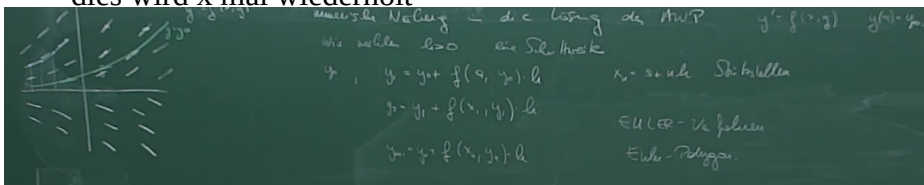
- Beispiele: keine Eindeutigkeit



- für $y=0$ gibt es ∞ Lösungen

Euler-Verfahren

- Annäherung der Lösung durch Polygonzug
- Vorgehensweise
 - Schrittweite h wird definiert
 - Steigung k_i in Punkt wird bestimmt
 - Gerade (Steigung k_i , Länge h) bis zu nächstem Punkt
 - dies wird x mal wiederholt



[[Mehrdimensionale Differentialrechnung]]