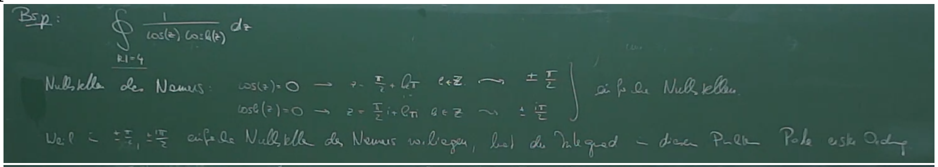
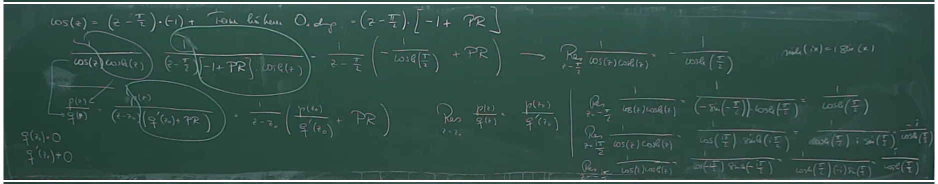
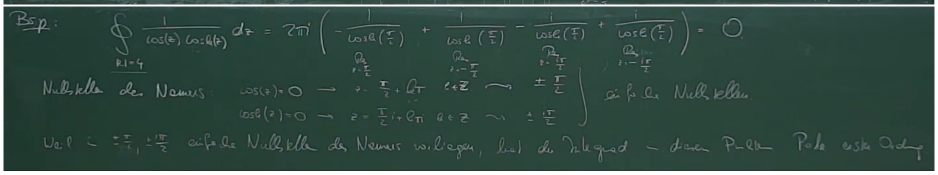
Meromorphität

- Funktion f ist meromorph auf U, wenn
  - A⊆U hat in U keine Häufungspunkte
  - f holomorph auf U bis auf A
  - f hat in A höchstens Pole
  - A Menge der Singularitäten in f

Residuensatz

- $\oint_C f(z)dz = 2\pi i \sum_{a\in A} Ind_C(a) Res_{z=a} f(z)$, wenn
  - f meromorph auf U
  - U sternförmig
  - A die Menge der Singularitäten von f
  - C eine geschlossene Kurve in U, die nicht durch A verläuft
- Beispiel
  - 
  - 
  - 

Bestimmung von Residuen

- Pole erster Ordnung
  - $\frac{p(z)}{q(z)}$
    - $p(z)$ holomorph um z_0
    - $q(z_0) = 0$, $q'(z_0) \neq 0$
  - $Res_{z=z_0} \frac{p(z)}{q(z)} = \frac{p(z_0)}{q'(z_0)}$
- Pole höherer Ordnung m>1
  - $$\operatorname*{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{1}{(m-1)!} \left(\frac{d}{dz}\right)^{m-1} \left[(z-z_0)^m f(z)\right]\Big|_{z=z_0}$$

[[Singularität]]