

Definition

- Menge von Funktionen für die gilt

$$(f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+)$$

- $\Theta(g(n)) \stackrel{\text{def}}{=} \{f(n) \mid \exists c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N}: \\ c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0\}$
- * ab n_0 gibt es für alle $n \geq n_0$ zwei reelle Zahlen c_1 und c_2 , sodass $c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$

- Notation

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \Leftrightarrow „f(n) = \Theta(g(n))“$$

- $g(n)$ ist asymptotische exakte Schranke für $f(n)$

Beweisführung

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = K > 0 \Rightarrow f(n) = \Theta(g(n))$$

•

- Beispiel

$\binom{n}{2} \in O(n^2)$

Mgl 1) zeige $\binom{n}{2} \in O(n^2)$ und $\binom{n}{2} \in \Omega(n^2)$

Mgl 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)}{2 \cdot n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} \checkmark$