Definition

- Urne enthält N Kugeln mit $L \geq 2$ Farben
- N_i Kugeln mit Farben L_i
- $N = N_1 + ... + N_L$
- n mal Ziehen ohne Zurücklegen

Eigenschaften

- $\Omega = \{\{j_1, ..., j_n\} \subseteq \{1, ..., N\}\}$
  - $|\Omega| = \binom{N}{n}$
- $A = P(\Omega)$
- $P(\{j_1, ..., j_n\}) = \frac{1}{\binom{N}{n}}$
  - $P(A) = \frac{|A|}{\binom{N}{n}}$

Berechnung

- mittels [[Hypergeometrische Verteilung]]
- $$P(|Farbe\ i| = k_i, 1 \leq i \leq L) = \frac{\binom{N_1}{k_1} \times \cdots \times \binom{N_L}{k_L}}{\binom{N}{n}},$$

Beispiele

- Lotto
  - Wir wählen 6 Zahlen aus $\{1, \ldots, 45\}$ ohne Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir 4 richtig erraten? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Lotto-Sechser?

Lotto: $1, \ldots, 6, 7, \ldots, 45$

$$\circ\ P(4 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{6}{4}\binom{39}{2}}{\binom{45}{6}}$$

$$\left.\begin{array}{l} N = 45 \\ n = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow |\Omega| = \binom{45}{6} \approx \underline{8 \text{ Mio}}$$

$$\begin{array}{ll} N_1 = 6 & k_1 = 4 \\ N_2 = 39 & k_2 = 2 \\ \hline N = 45 & k = 6 \end{array}$$

$$\circ\ P(6 \text{ Richtige}) = \frac{1}{\binom{45}{6}} \approx \frac{1}{8 \text{ Mio}}$$

–

- Fragenkatalog

> Für eine Prüfung hat der Professor einen Fragenkatalog mit 32 Fragen aufgelegt. Zur Prüfung wählt er dabei jeweils 5 Fragen zufällig aus. Peter hat nur 20 Fragen gelernt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 3 richtig hat?

–

Prüfung: $1, \ldots, 20, 21, \ldots, 32$

$$N_1 = 20 \qquad n = 5$$
$$N_2 = 12$$

$$\left.\begin{array}{l} A_k = \{k \text{ Fragen richtig}\} \\ A = \{\geq 3 \text{ Fragen richtig}\} \end{array}\right\} A = A_3 \cup A_4 \cup A_5$$

$$P(A) = P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) \quad (A)$$

$$P(A_3) = \frac{\binom{20}{3}\binom{12}{2}}{\binom{32}{5}}, \quad P(A_4) = \frac{\binom{20}{4}\binom{12}{1}}{\binom{32}{5}}, \ \ldots$$

–

[[Laplace-Experimente]] [[Binomische Lehrsatz]]