

- $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ - 3D
- Strecken mit bestimmter Länge und Richtung OHNE Ausgangspunkt
- mehrdimensional
- eine Komponenten für jede Dimension
- Länge des Vektors = Betrag des Vektors
 - $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ - 2D
 - $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ - 3D
- Darstellungsformen
 - Koordinatendarstellung
 - * $a = (a_x, a_y, a_z)$
 - Komponentendarstellung
 - * $a = a_x * e_x + a_y * e_y + a_z * e_z$

Beispiele

- Ortsvektor $\vec{0} = (0, 0, 0)$
- Identische Vektoren \Rightarrow ident in allen Komponenten
 - können jedoch unterschiedliche Ausgangspunkte vorweisen
 - können somit parallel verschoben sein
- Gegenvektor von \vec{a} ist $-\vec{a}$
 - komplett ident, jedoch mit umgekehrter Richtung
- Nullvektor $\vec{0} \Rightarrow$ Betrag 0

Grundrechnungsarten

- Addition
 - Vektor a an b durch passende Verschiebung anhängen
 - * Anfang von b = Ende von a
 - * Anfang von a bis Ende von b = $\vec{a} + \vec{b}$
 - Summenvektor erhält man durch Aufsummieren der Komponenten
 - * $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$
- Subtraktion
 - gleich der Addition, jedoch wird der Gegenvektor addiert
 - Differenzvektor erhält man durch Subtrahieren der Komponenten
 - * $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = (a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z)$
- Multiplikation mit Skalar
 - $\vec{a} * \lambda =$ Vektor mit gleicher Richtung, jedoch mit λ -fachen Betrag
 - jede Komponente wird mit λ multipliziert

Skalarprodukt $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$

- Produkt der Beträge multipliziert mit Cosinus des Winkels α dazwischen $|\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos(\alpha)$
- Im kartesischen Koordinatensystem gilt:
 - $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = a_1 * b_1 + a_2 * b_2 + a_3 * b_3$
- Vektoren senkrecht zueinander $\implies \cos(90^\circ) = 0 \implies \text{Skalarprodukt} = 0$ ### Kreuzprodukt/Vektorprodukt
- nur in \mathbb{R}^3
- Kreuzprodukt zweier Vektoren \mathbf{a} und $\mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$
 - liefert dritten Vektor \mathbf{c}
 - \mathbf{c} steht senkrecht zu \mathbf{a} und \mathbf{b}
 - Länge von $\mathbf{c} = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \text{Fläche des von } \mathbf{a} \text{ und } \mathbf{b} \text{ aufgespannten Parallelogramm}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{pmatrix}$$

-
- Rechte-Hand-Regel
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \sin(\alpha)$
- Im kartesischen Koordinatensystem gilt:
 - $\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 * b_3 - a_3 * b_2, a_3 * b_1 - a_1 * b_3, a_1 * b_2 - a_2 * b_1)$
- Rechenregeln
 - $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$
 - $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$
 - $0 \times \mathbf{a} = \mathbf{a} \times 0 = 0$
 - $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 0 \implies \text{kollinear} \implies \alpha = 0$

Spatprodukt

- drei Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ spannen Parallelelepiped (ähnlich wie Quader jedoch ohne rechte Winkel) auf
- Spatprodukt $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$
 - Skalarprodukt von Kreuzprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ und $\mathbf{c} = \pm \text{Volumen}$
 - $V = |\langle \mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle| = |(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})|$

[[NRLA]]