

## Majoranten und Minorantenkriterium

- Seien  $a_n$  und  $b_n$  mit positiven Gliedern und  $n: a_n \leq b_n$ 
  - Majorantenkriterium: ist  $b$  konvergent, muss auch  $a$  konvergieren
    - \*  $b$  ist die konvergente Majorante von  $a$
  - Minorantenkriterium: ist  $a$  divergent, muss auch  $b$  divergieren
    - \*  $a$  ist die divergente Minorante von  $b$
- Variation:
  - Ist Reihe  $\sum b_n$  konvergent,  $b_n \geq 0$  und  $\lim a_n/b_n \geq 0 \implies$  Reihe  $\sum a_n$  konvergent
  - Ist Reihe  $\sum b_n$  divergent,  $b_n \geq 0$  und  $\lim a_n/b_n < 0 \implies$  Reihe  $\sum a_n$  divergent

## Quotientenkriterium/test

- Sei  $\sum a_n$  eine Reihe mit positiven Gliedern gilt:
  - $\limsup a_{n+1}/a_n < 1 \implies$  konvergent
  - $\liminf a_{n+1}/a_n > 1 \implies$  divergent
  - wenn  $q = \lim a_{n+1}/a_n$  existiert, dann
    - \*  $q < 1 \implies$  konvergent
    - \*  $q > 1 \implies$  divergent
    - \*  $q = 1 \implies$  keine Aussage

## Wurzelkriterium/test

- Sei  $\sum a_n$  eine Reihe mit positiven Gliedern gilt für  $\limsup \sqrt[n]{a_n} = q$ 
  - $q > 1 \implies$  divergent
    - \* weil  $\sqrt[n]{a_n} \geq 1 \implies a_n \geq 1$  für  $\infty$  Glieder
  - $q < 1 \implies$  konvergent
    - \* weil  $\forall n \geq N \implies \sqrt[n]{a_n} \geq 1 \implies \sqrt[n]{a_n} \leq \frac{1+q}{2} < 1 \implies a_n \leq \left(\frac{1+q}{2}\right)^n$
    - \* wenn Grenzwert existiert  $\implies$  Grenzwert =  $\limsup$
  - $q = 1 \implies$  keine Aussage

## Leibnizkriterium

- Sei  $a_n$  eine monoton fallende Nullfolge  $\implies$  konvergiert  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

## Cauchy-Kriterium für Reihen

- [[Cauchy-Kriterium]]

[[Reihen und Folgen]]