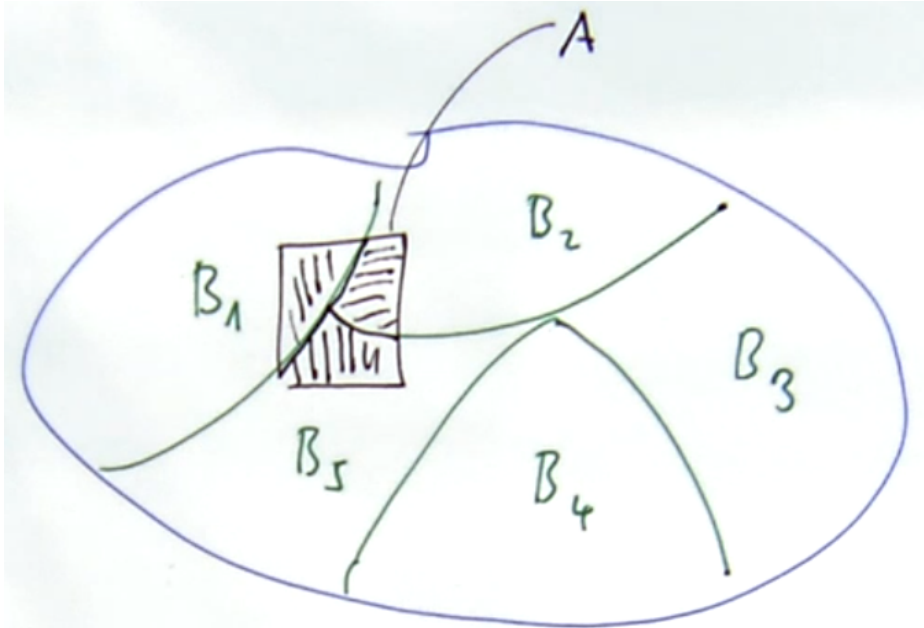


## Definition

Sei  $\Omega = \bigcup_{i \geq 1} B_i$  und  $B_i \cap B_j = \emptyset$  falls  $i \neq j$ , mit  $B_i \in \mathcal{A}$ . Dann gilt für alle  $A \in \mathcal{A}$

$$P(A) = \sum_{i \geq 1} P(B_i)P(A|B_i).$$



$$P(A) = \sum_{i \geq 1} P(A \cap B_i)$$

## Beispiele

- Pendler

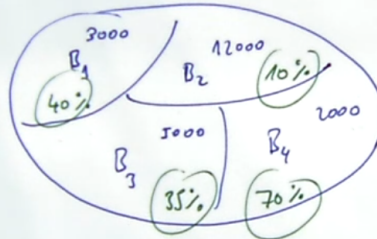
Wir betrachten 4 benachbarte Gemeinden die eine Region bilden. Die Gemeinden haben 3000, 12000, 5000 bzw. 2000 Einwohner. Der Anteil der Einwohner die mit dem Auto pendeln beträgt 40%, 10%, 35% bzw. 70%. Wie gross ist der Anteil der Autopendler in der Region insgesamt?

Gemeinde

A... jemand pendelt mit Auto

$B_i$  ... jemand kommt aus Gemeinde  $i$

$1 \leq i \leq 4$



$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_4)P(A|B_4)$$

$$= \frac{3}{22} \times 0.4 + \frac{12}{22} \times 0.1 + \frac{5}{22} \times 0.35 + \frac{2}{22} \times 0.7$$

- Tennis-Aufschlag

Dominic Thiem hat bei seinem Spiel in Gijon 2022 gg. Andrey Rublev folgende Quoten beim eigenen Aufschlag:

FIRST SERVE	<div><div></div></div>	45/64 (70%)
1ST SERVE POINTS WON	<div><div></div></div>	30/45 (67%)
2ND SERVE POINTS WON	<div><div></div></div>	9/19 (47%)

Wie groß war also die Wahrscheinlichkeit, dass er bei eigenem Aufschlag den Punkt macht?

Tennis

A... Punkt bei Aufschlag

$$P(A) = ?$$

$B_1$  ... ~~Punkt~~ bei erstem Aufschlag kommt

$$\leadsto P(B_1) = \cancel{0.67} 0.7$$

$B_2$  ... ~~Punkt~~ bei zweitem Aufschlag kommt

$$\leadsto P(B_2) = \cancel{0.47} 0.3$$

$$P(A) = \underbrace{P(B_1)}_{0.7} \underbrace{P(A|B_1)}_{0.67} + \underbrace{P(B_2)}_{0.3} \underbrace{P(A|B_2)}_{0.47}$$

• Ziegenproblem

Bei einer Gewinnshow können Kandidaten sich für eine von 3 Türen entscheiden. Hinter einer Tür ist ein Auto, hinter den beiden anderen sind Ziegen. Nachdem die Kandidatin eine Tür gewählt hat, öffnet der Moderator eine der beiden anderen Türen in der sich ein Ziege befindet und bietet der Kandidatin an, dass sie sich nochmals umentscheiden darf. Soll sie das tun?

Ziegenproblem

[Z]

[Z]

[Auto]

A... Gewinne Auto

$B_1$ ... Versuch 1 korrekt

$$B_2 = B_1^c$$

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

Strategie 1

nicht wechseln

$$\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times 0 = \frac{1}{3}$$

Strategie 2

wechseln

$$\frac{1}{3} \times 0 + \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$