# Bestimmte Integral + Fläche A unter Funktion f im Bereich [a,b] bestimmen + $A = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, wenn + $f : [a,b] -- > \mathbb{R}$ stetig + $F : [a,b] -- > \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von f + Substitutionsregel beim bestimmten Regal + Grenzen werden bei Substitution verändert + $x = ... = g(t)$ + $dx = g'(t)dt$ + $a = g^{-1}(a)$ + $b = g^{-1}(b)$ + keine Rücksubstitution notwendig

Herleitung

- viele untere und obere Schranken für Fläche finden
  - Unterschied zwischen Schranken muss beliebig klein werden
- Fläche wird in x Bereiche unterteilt
  - Untersummen und Obersummen entstehen
  - desto mehr Zerteilungen,
    * desto größer die Untersummen
    * desto kleiner die Obersummen
    * größte Untersumme ≤ kleinste Obersumme
- Fläche = Infimum der Obersummen = Supremum der Untersummen
  - gleich, wenn genug Zerteilungen stattfanden
  - Riemann-Darboux-Integral
  - beide gleich <==> f ist Riemann-integrierbar auf [a,b]

Riemannsches Integralibilitätskriterium

- f ist Riemann-integrierbar auf [a,b], wenn
  - $\forall \varepsilon > 0 \exists Z : \bar{S}(f, Z) - \underline{S}(f, Z) < \varepsilon$
- Sei f stetig <==> f ist Riemann-integrierbar
  - Beweis VO#35
- Sei f monoton (wachsend/fallend) <==> f ist Riemann-integrierbar
  - Beweis VO#35
- Vorzeichenwechsel in [a,b] ==> Fläche mit positiven y - Fläche mit negativen y
- MWS der Integralrechnung
  - Sei f:[a,b] –> ℝ stetig
    * $\exists \alpha \in [a, b] : \int_a^b f(x)dx = f(\alpha)(b - a)$
  - MWS
    * Integralwert liegt zwischenMinimum und Maximum
    * Laut MWS: jeder Wert zwischen Minimum und Maximum wird angenommen

Eigenschaften

- a < b < c ==> $\int_a^b f(x) + \int_b^c f(x) = \int_a^c f(x)$

- $\int_a^b f(x) = -\int_b^a f(x)$
- Linearität
  - Summe von Integrale = Integral von Summen
  - Konstanten darf man herausziehen

[[Integralrechnung]]