

- umfasst folgende Punkte
 - Definitionsbereich, Stetigkeit, Differenzierbarkeit
 - Nullstellen $f(x)=0$
 - Extremstellen
 - Wendepunkte
 - Monotonieintervalle
 - Krümmung
 - Skizze

Extremstelle

- lokale Extremstelle $\implies f'(x_0) = 0$
 - Umkehrung ist falsch
- Ableitungen bestimmen bis $f^{(n)}(x_0) \neq 0$
 - n gerade \implies Extremstelle
 - * $f^{(n)}(x_0) > 0 \implies$ Minimum
 - * $f^{(n)}(x_0) < 0 \implies$ Maximum
 - n ungerade \implies keine Extremstelle, sondern Wendepunkt

Nullstelle

- Wenn in x_0 $f(x_0) = f'(x_0) = \dots = f^{(n)}(x_0) = 0$ und $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, dann ist x_0 eine n-fache Nullstelle

Monotonie

- $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$
 - monoton wachsend, wenn $f'(x) \geq 0$ für alle $x \in (a,b)$
 - monoton fallend, wenn $f'(x) \leq 0$ für alle $x \in (a,b)$

Krümmung von Funktionsgraphen

- $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$, $x, y \in (a,b)$, $t \in (0,1)$
 - konvex/Linkskrümmung, wenn $f(tx + (1-t)y) \leq tf(x) + (1-t)f(y)$
 - konkav/Rechtskrümmung, wenn $f(tx + (1-t)y) \geq tf(x) + (1-t)f(y)$
- Bestimmen der Krümmung mittels Monotonie
 - konvex, wenn f' monoton wachsend $\iff f''(x) \geq 0$ für alle $x \in (a,b)$
 - konkav, wenn f' monoton fallend $\iff f''(x) \leq 0$ für alle $x \in (a,b)$

Wendepunkte

- Punkte, in denen die Krümmung sich ändert

- f' wechselt in x_0 das Vorzeichen
- In Wendepunkten wechselt der Funktionsgraph die Seite der Tangente
- Ableitungen bestimmen bis $f^{(n)}(x_0) \neq 0$
 - n ungerade \implies Wendepunkt
 - n gerade \implies Extremstelle

[[Anwendungen der Differentialrechnung]]