

- [[Hypergeometrische Verteilung]] konvergiert gegen die [[Binomialverteilung]]
  - desto größer  $N$ , desto näher
  - Binomialverteilung leichter zu verwenden
  - Vereinfachung mittels [[Binomische Lehrsatz]]

*Betrachte eine Urne mit  $N$  Kugeln, von welchen  $N_1$  schwarz und  $N - N_1$  weiß sind. Angenommen wir ziehen  $n$  mal ohne Zurücklegen. Ist  $n$  fix,  $N \rightarrow \infty$ , und  $N_1/N \rightarrow p$ , dann folgt*

$$P(|\text{Farbe 1}| = k) \rightarrow \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad 0 \leq k \leq n.$$

- Anwendungsfall

### Beispiel (Anzahl der Passagiere)

Eigentlich könnte man hier ein hypergeometrisches Modell ansetzen: die Fluglinie hat insgesamt  $N$  Passagiere, von denen insgesamt 5% den Flug stornieren. Wir wählen von  $N$  jetzt 200 Passagiere zufällig aus, also ziehen wir ohne Zurücklegen. Weil aber  $N$  sehr gross ist, können wir das Binomialmodell verwenden.

Herleitung

Formal:

$$\begin{aligned} P(|\text{Farbe 1}| = k) &= \frac{\binom{N_1}{k} \times \binom{N-N_1}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\frac{N_1!}{k!(N_1-k)!} \frac{(N-N_1)!}{(n-k)!(N-N_1-n+k)!}}{\frac{N!}{n!(N-n)!}} \\ &= \binom{n}{k} \frac{N_1 \cdots (N_1 - k + 1) (N - N_1) \cdots (N - N_1 - n + k + 1)}{N \cdots (N - k + 1) (N - k) \cdots (N - n + 1)}. \end{aligned}$$

Und für jedes fixe  $k, \ell$  haben wir

$$\frac{N_1 - \ell}{N - \ell} \rightarrow p \quad \text{and} \quad \frac{N - N_1 - \ell}{N - k - \ell} \rightarrow (1 - p).$$

•