Definition

- *Sei $\Omega = \bigcup_{i \geq 1} B_i$ und $B_i \cap B_j = \emptyset$ für $i \neq j$, mit $B_i \in \mathcal{A}$. Dann gilt für jedes $A \in \mathcal{A}$*

  $$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i \geq 1} P(B_i)P(A|B_i)}.$$

- $$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)\,P(A|B_k)}{P(A)}$$

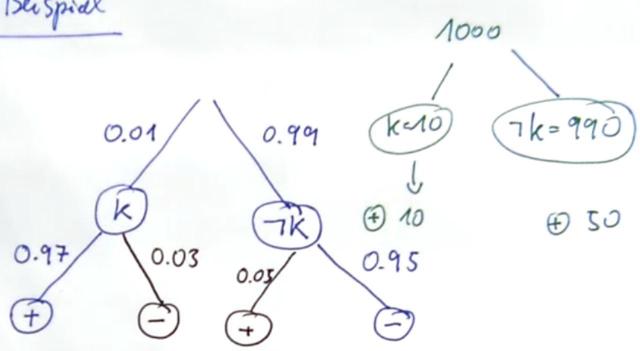
Beispiele

- Angenommen die Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Krankheit zu haben (Ereignis K) ist 1%. Hat ein Patient diese Krankheit, so gibt es einen Test, der in 97% der Fälle positiv ist (die Krankheit aufdeckt). Andererseits, ist die Person gesund, so ist der Test in 95% der Fälle negativ (also keine Krankheit). Wir führen den Test an einer zufälligen Person durch.

  (a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test die Person als krank einstuft?

  (b) Angenommen der Test ist positiv (also Person ist als krank eingestuft). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie wirklich krank ist?

- ## Bayes Beispiel



(a) $P(+) = P(K)P(+|K) + P(\neg K)P(+|\neg K)$

$= 0.01 \times 0.97 + 0.99 \times 0.05 = 0.054$

(b) $P(K|+) = \dfrac{P(K)P(+|K)}{P(+)} = \dfrac{0.01 \times 0.97}{0.0592} = 0.164$