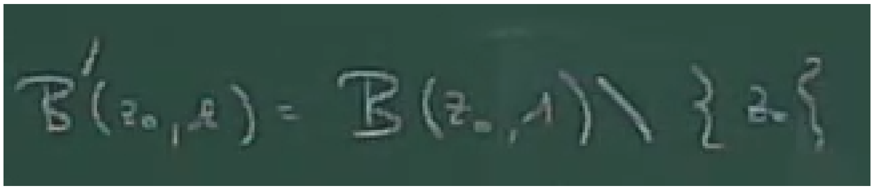
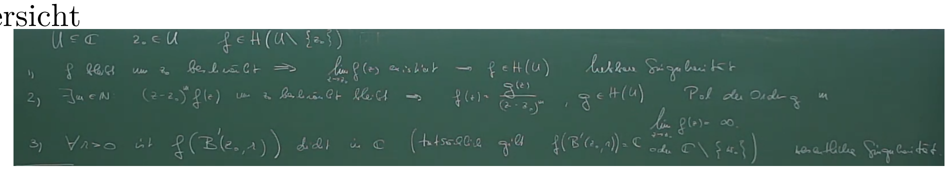
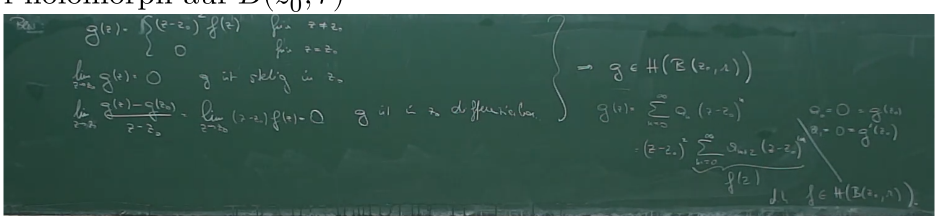
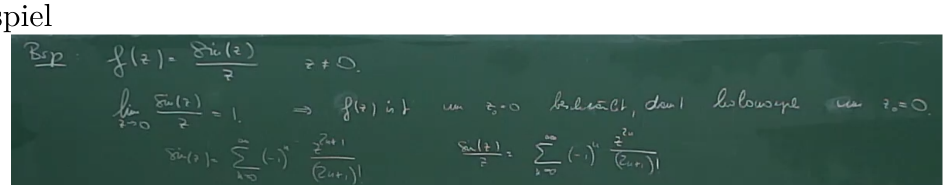
Singularität

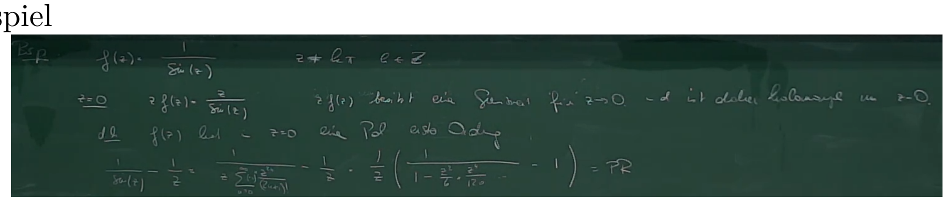
- $z_0 \in U$ ist Singularität, wenn $f \in H(U/\{z_0\})$
- punktierte Kreisscheibe
  - 

- Singularitätsfälle
  - hebbare Singularität
  - Pol der Ordnung m
  - wesentliche Singularität
- Übersicht
  - 

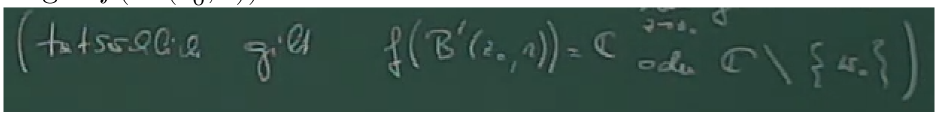
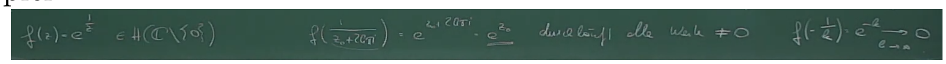
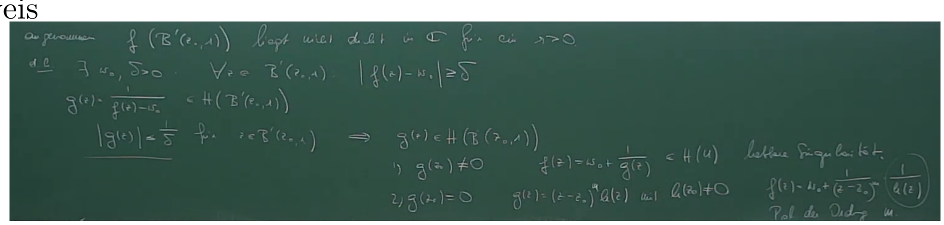
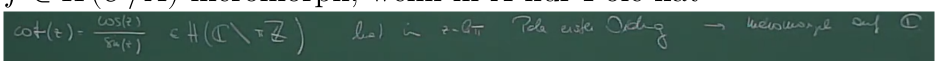
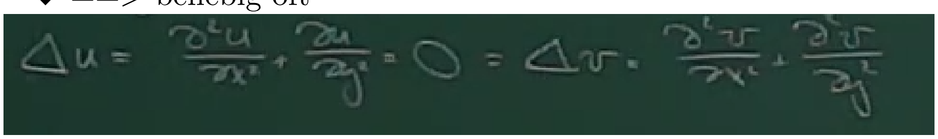
Hebbare Singularität

- sei f holomorph und beschränkt auf der punktierten Kreisscheibe $B'(z_0, r)$
- f holomorph auf $B(z_0, r)$
- 
- Beispiel
  - 

Pol der Ordnung m

- $f \in H(U/\{z_0\})$, wenn $\exists m \in \mathbb{N} : (z - z_0)^m f(z)$ holomorph auf U
- Ordnung des Pols = kleinste mögliche Wert von m
- $\exists a_0, ..., a_{m-1} : f(z) - (\frac{a_0}{(z-z_0)^m} + ... + \frac{a_{m-1}}{z-z_0})$ holomorph in U
- Beispiel
  - 

Wesentliche Singularität

- $\forall r > 0$ gilt $f(B'(z_0, r))$ dicht in $\mathbb{C}$
  - 
- Beispiel
  - 
- Beweis
  - 
- sei A⊆U, sodass A in U keinen Häufungspunkt hat
  - $f \in H(U/A)$ meromorph, wenn in A nur Pole hat
  - 
- harmonische Funktion
  - $f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$ differenzierbar
    * wenn CR Gleichungen gelten
      - ==> beliebig oft
    * 
      - ==> u und v harmonisch

[[Komplexe Kurvenintegrale]]