

- $Px = Lx = R$ 
  - P - Permutationsmatrix für Zeilenvertauschungen
  - A - Ausgangsmatrix
  - R - rechte Matrix
    - \* A nach Zeilenvertauschung in Zeilenstufenform gebracht
  - L - linke Matrix
    - \* 1 in Hauptdiagonale
    - \* 0 über Hauptdiagonale
    - \* Vielfaches, welche von Zeile abgezogen werden um R in Zeilenstufenform zu bekommen
      - ♦ II -  $(-3) \cdot I$  um erstes Element der 2. Zeile in R auf 0 zu bekommen
      - ♦  $\Rightarrow$  erste Element der 2. Zeile in L = -3

## Anwendungen

- lineares Gleichungssystem:  $A \cdot x = b$ 
  - A ist regulär
  - genau eine Lösung
- $A = LR \Rightarrow LRx = b$ 
  - $y := Rx \Rightarrow$  zwei Gleichungssysteme
    - \*  $Ly = b$
    - \*  $Rx = y$

Bsp:

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 + x_3 & = & 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 & = & 7 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 & = & 6 \end{array}$$

$$\underline{b'} = \underline{P} \underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{array}{l} y_1 = 2 \\ -y_1 + y_2 = 6 \\ 2y_1 + y_3 = 7 \end{array} \right. \quad \text{FW E}$$

$$\underline{L} \underline{x} = \underline{b'} \Rightarrow \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

LR Zerlegung

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\underline{P}$   $\underline{L}$   $\underline{R}$  RWE

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_2 + x_3 & = & 2 \\ x_2 + 2x_3 & = & 8 \\ x_3 & = & 3 \end{array}$$

- leicht zu lösen wegen  $\Delta$ -Matrix

[[Matrix]]