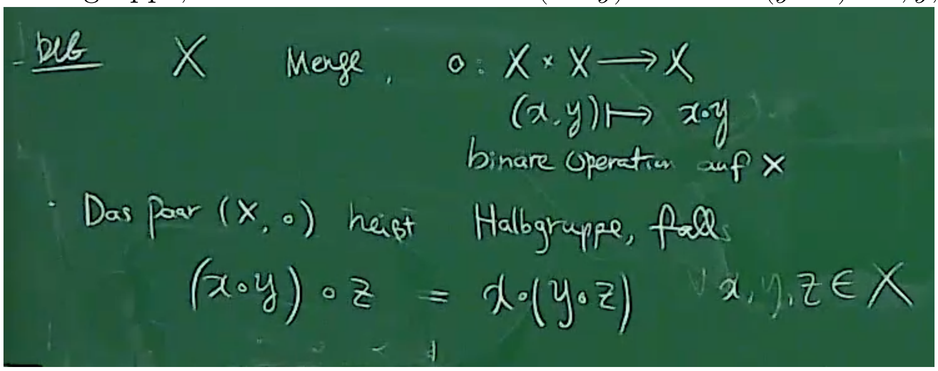
Halbgruppen

- Menge X zusammen mit binärer Operation * (X,*)
  - X≠∅
  - heißt Halbgruppe, wenn assoziativ <==> $(x * y) * z = x * (y * z)\ \forall x, y, z \in X$
    - 

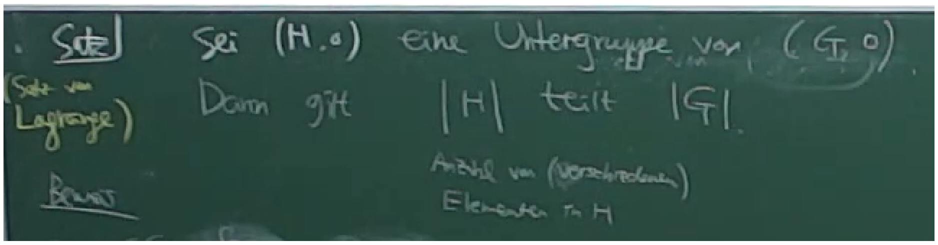
  - Halbgruppe kommutativ, wenn $x * y = y * x\ \forall x, y \in X$
  - neutrales Element e bzgl. *, wenn
    - $x * e = e * x = x\ \forall x \in X$
      - $x^0 = e$
    - Halbgruppe mit neutralem Element heißt Monoid
- Monoid (X,*) mit neutralem Element e
  - y ist inverses Element zu x, wenn
    - $x * y = y * x = e$

Gruppen

- (X,*) heißt Gruppe, wenn
  - * assoziativ
  - ∃! neutrales Element
  - $\forall x \in X$ besitzt inverses Element $x^{-1} \in X$

Untergruppen

- H ⊆ G
  - H≠∅
  - (H,*) ist Untergruppe von G(,*)
    - Binäroperation muss abgeschlossen sein
      - ähnlich wie [[Untervektorräume]]
    - inverses Element muss existieren
      - neutrales Element impliziert durch Abgeschlossenheit und Inverses

- 

- $< x >:= x^k : k \in \mathbb{Z}$
- Ordnung von $x \in G$
  - $O_G(x) := min\{n \in \mathbb{N} : x^n = e\}$

[[Diskrete Mathematik]]