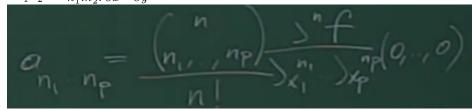
- $\bullet$  Taylor Polynom P(x,...,y) mit mehreren Variablen
  - nähert f(x,...,y) für die ersten Ableitungen gut an
  - $\ \underline{a_{n_1 n_2}} = \frac{1}{n_1! n_2!} \frac{\partial^{n_1 + n_2} f}{\partial x^{n_1} \partial y^{n_2}} (0, \underline{0})$



- Multinomialkoeffizient

  - $\binom{n}{n_1,...,n_p} = \frac{n!}{n_1!...n_p!}$  Parameteranzahl in zweiter Zeile = n
  - Binomialkoeffizient  $\binom{n}{k} = \binom{n}{k,n-k}$
- Multinomialer Lehrsatz

Satz von Taylor

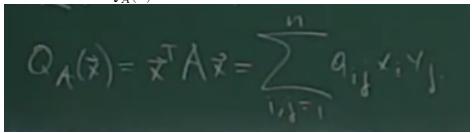
- $U \subseteq \mathbb{R}^p$  offen
- $\bullet\,$ liegen  $x_0$  und  $x_0+h$  samt Verbindungsstrecke in U
- $\bullet \ ==> f(x_0+h) = \textstyle \sum_{v=0}^n (\frac{1}{v!}(h_1\tfrac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+h_p\tfrac{\partial}{\partial x_p})f|_{x_0}) + \frac{1}{(n+1)!}(h_1\tfrac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+h_p\tfrac{\partial}{\partial x_p})f|_{x_0+\theta h}$ 
  - 1. Term Taylor-Polynom
  - 2. Term Rest

Extremwerte für Funktionen  $\mathbb{R}^2 -> \mathbb{R}$ 

- im eindimensionalen
  - Extremstelle, wenn f'(x)=0
  - Min/Max, wen f''(x)>/< 0
- mehrdimensionalen
  - Extremstelle, wenn Gradient von f(x) = 0
  - Max, wenn Hessematrix im Punkt negativ definit

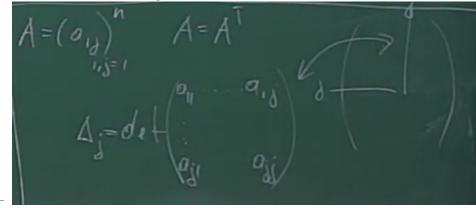
- Min, wenn Hessematrix im Punkt positiv definit
- kein Extremum, wenn indefinit
  - \* sondern Sattelpunkt
- semidefinit ==> keine Aussagekraft
- Definitheit

\* quadratische Form  $Q_A(x)$ 

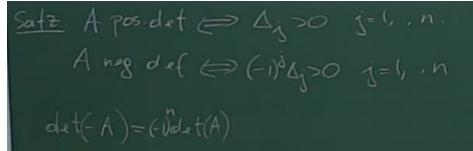


- \* positiv definit <==>  $Q_A(x) > 0 \forall x \neq 0$
- \* negativ definit <==>  $Q_A(x) < 0 \forall x \neq 0$
- \* positiv semidefinit  $<==> Q_A(x) \ge 0 \forall x \ne 0$
- \* negativ semidefinit <==>  $Q_A(x) \le 0 \forall x \ne 0$
- \* ansonsten indefinit

• Rechnerische Bestimmung von Extrema im mehrdimensionalen



- Vorzeichen von Unterdeterminanten
  - $\ast\,$ positiv<br/> def. <==> positives Vorzeichen
  - \* negativ def. <==> alternierendes Vorzeichen



- Aussagekraft der  $\Delta_i$ 
  - \*eins der  $\Delta=0==>$ keine Aussagekraft
  - \* alle  $\Delta > 0 ==> Min$

- \*ungerade $\Delta<0,$ gerade $\Delta>0==>$  Max
- \*ein gerades  $\Delta < 0 ==>$ Sattelpunkt

 $[[{\bf Mehr dimensionale\ Differential rechnung}]]$