Probleme

- Tangentenproblem
  - Gerade, welche Funktionsgraph in x0 berührt
  - Tangentengleichung: $y = f(x_0) + k(x - x_0)$
  - Steigung k ist zu bestimmen
    - $k = \lim x \to x_0 \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
    - Differenzenquotient
- Problem der ersten Näherung
  - $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = k + r(x)$
  - r(x) - Fehler
  - stetig, wenn Fehler gegen 0 geht
    - $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = k + r(x)$ <==>$k = \lim x \to x_0 \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
  - Problem der Momentangeschwindigkeit
    - $\frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$ - mittlere Geschwindigkeit
    - $\lim t \to t_0 \frac{s(t)-s(t_0)}{t-t_0}$ - Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t_0

Differenzierbarkeit

- differenzierbar, wenn
  - f: [a,b]–>   stetig
  - in jedem Punkt x_0 [a,b] existiert der Grenzwert $\lim x \to x_0 \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
- f’: [a,b]–> , x–>$\lim x \to x_0 \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ ist die erste Ableitung
- f in x_0 differenzierbar ==> f in x_0 stetig
  - Umkehrung gilt nicht

Rechenregeln

- f, g sind differenzierbar
- Summenregel
  - $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ ==> $(f + g)' = f' + g'$
- Produktregel
  - $(f * g)(x)$ ==> $(f * g)' = f' * g + f * g'$
- Kettenregel
  - $(f.g)'(x) = f'(g(x)) * g'(x)$
- Quotientenregel
  - $(\frac{f}{g})' = \frac{f'g-fg'}{g^2}$
- Umkehrregel
  - $(f^{-1})' = \frac{1}{f'}$

Ableitungen elementarer Funktionen

- $f(x) = x^n$ ==> $f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = 1/x$ ==> $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
- $f(x) = 1/x^n$ ==> $f'(x) = -nx^{-n-1}$
- $f(x) = e^x$ ==> $f'(x) = e^x$
- $ln'(x) = \frac{1}{x}$
- $(a^x)'$ ==> $a^x * ln(a)$

[[test/a.md/Analysis]]