

- $P \times A = L \times R$
 - P - Permutationsmatrix für Zeilenvertauschungen
 - A - Ausgangsmatrix
 - R - rechte Matrix
 - * A nach Zeilenvertauschung in Zeilenstufenform gebracht
 - L - linke Matrix
 - * 1 in Hauptdiagonale
 - * 0 über Hauptdiagonale
 - * Vielfaches, welche von Zeile abgezogen werden um R in Zeilenstufenform zu bekommen
 - ◆ II - $(-3) \cdot I$ um erstes Element der 2. Zeile in R auf 0 zu bekommen
 - ◆ \Rightarrow erste Element der 2. Zeile in L = -3

Anwendungen

- lineares Gleichungssystem: $A \cdot x = b$
 - A ist regulär
 - genau eine Lösung
- $A = LR \Rightarrow LRx = b$
 - $y := Rx \Rightarrow$ zwei Gleichungssysteme
 - * $Ly = b$
 - * $Rx = y$

$$\underline{b} \leq P:$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$\underline{b}' = \underline{P} \underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{array}{l} y_1 = 2 \\ -y_1 + y_2 = 6 \\ 2y_1 + y_3 = 7 \end{array} \right. \quad \text{FW E}$$

$$\underline{L} \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\underline{L} \underline{R} \text{ Zerlegung}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{P} \quad \underline{L} \quad \underline{R} \quad \text{RWE}$$

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_3 = 3 \end{cases}$$

- leicht zu lösen wegen -Matrix

[[Matrix]]