

Riemannsumme

- $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrierbar
- $\sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) = R(f, Z, E)$
 - $\xi_i \in [x_i, x_{i+1}]$
 - Z - Zerlegungen
 - E = Menge aller Stützstellen(ξ)

Bogenlänge

- $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$
- Kurve gegeben durch $y=f(x)$ ist rektifizierbar, wenn
 - die größte Bogenlänge L der Zerlegungen Z endlich
 - $\sup L(f, Z) < \infty$
 - $L(f, Z) = \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 + (f'(\xi_i))^2} (x_{i+1} - x_i) = R(\sqrt{1 + (f')^2}, Z, E)$
- $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$

Parameterdarstellung

Sei eine Kurve durch $\vec{x} = \vec{x}(t)$ $t \in [a, b]$ gegeben.

$x = x(t)$
 $y = y(t)$

$Z = \{a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b\}$

$L = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$

Fläche eines von Kurve begrenzten Sektor

- VO#36 1:25
- Leibnizsche Sektorformel
 - $A_{\text{Sektor}} = \frac{1}{2} \int_a^b (x(t)y'(t) - x'(t)y(t)) dt$

$y(t) = \sin(t)$ $y' = \cos(t)$

$x = x(t)$
 $y = y(t)$

geucht: Fläche des von der Kurve begrenzten Sektors

Bogenlänge von Kurven in Parameterdarstellung

- $C : \vec{x} = (x(t), y(t))$
 - $t \in [a, b]$

- Länge von C gesucht
- $L = \int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt = \int_a^b \|\vec{x'}\| dt$

Volumen von Drehkörpern

- $V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$

Oberflächen von Drehkörpern

- $O = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

[[Integralrechnung]]