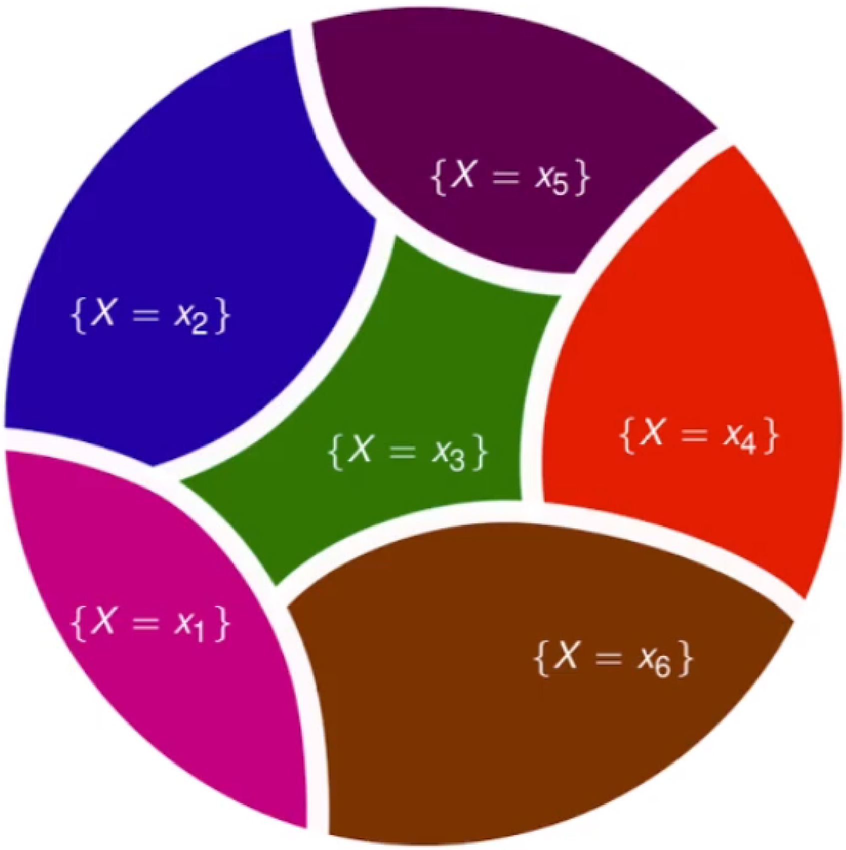
Probabability Mass Function

- Diskrete [[Zufallsvariable]] X
  - PMF von X
    - $p_k = P(X = x_k)$
    - Wahrscheinlichkeit, dass $X = x_k$
- jede diskrete ZV partitioniert [[Stichprobenraum]] Ω in abzählbar viele Ereignisse $A_k = \{X = x_k\}$ mit Wahrscheinlichkeiten p_k
  - 

PMF Kurzformen

-

$X \sim \text{Unif}(\Omega)$	Gleichverteilung auf Ω.
$X \sim H_{n,w,s}$	hypergeom. Vert. mit Parametern w und s.
$X \sim B_{n,p}$	Binomialverteilung mit Parametern n und p.
$X \sim G_p$	geometrische Verteilung mit Parametern p.
$X \sim P_\lambda$	Poisson-Verteilung mit Parametern λ.

Beispiel

- Urne

Wir ziehen 5x aus einer Urne (10 weiße und 6 schwarze Kugeln) mit Zurücklegen. Sei X die Anzahl der weißen Kugeln. Wie lautet die PMF von X?

$(1, \dots, 10, 11, \dots, 16)$

X = Anzahl weiße Kugeln

$$p_k = P(X = k) \qquad (k = 0, \dots, 5)$$

$$= \binom{5}{k} \left(\frac{10}{16}\right)^k \left(\frac{6}{16}\right)^{5-k}$$

(P (Anzahl weiße Kugeln ist k))

- Binomialverteilung

Sei X binomalverteilt mit $p = 0.3$ und $n = 4$. Bestimme $P(X$ ist eine gerade Zahl$)$.

- $X \sim B_{4,\,0.3}$

$$P(X = \text{gerade}) = P(X \in \{0,2,4\}) = P(\underbrace{\{X=0\}}_{\{\omega \mid X(\omega)=0\}} \cup \{X=2\} \cup \{X=4\})$$
$$= P(X=0) + P(X=2) + P(X=4) = \binom{4}{0} 0.3^0 (1-0.3)^4 + \binom{4}{2} 0.3^2 (1-0.3)^2 + \binom{4}{4} 0.3^4 (1-0.3)^0$$

- $X \sim G_{0.5}$

- Kurzform geometrische Verteilung

Sei $X \sim G_{0.5}$. Man bestimme $P(X > 2)$.

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=1) - P(X=2)$$
$$= 1 - 0.5 - 0.5^2$$

- Kurzform Poisson Verteilung

Sei $X \sim P_2$. Man bestimme $P(2 < X \leq 4)$.

$X \sim P_2 \quad P(2 < X \leq 4) = P(\{X=3\} \cup \{X=4\})$

$= P(X=3) + P(X=4) = \frac{e^{-2} 2^3}{3!} + \frac{e^{-2} 2^4}{4!}$