

- Näherung  $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + r(x)(x - x_0)$
- gesucht sind höhere Näherungen
  - Sei  $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$  diffbar
  - wenn  $f': (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$  auch diffbar
  - dann heißt  $f'' = (f')'$  die zweite Ableitung
  - $f$  heißt  $n$  mal diffbar, wenn  $f^n = (f^{n-1})'$  existiert
- $n$ -te Taylor-Polynom
  - Sei  $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$   $n$  mal diffbar  $x_0 \in (a,b)$
  - dann heißt  $T_n(f, x_0, x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$  das  $n$ -te Taylor-Polynom von  $f$  an der Stelle  $x_0$
- $T_n(f, x_0, x_0) = f(x_0)$
- $T'_n(f, x_0, x_0) = f'(x_0)$
- $T_n(f, x_0, x_0)$  ist Polynom von Grad  $\leq n$ , das bei  $x_0$  mit  $f$  in den ersten  $n$  Ableitungen übereinstimmt
  - $T_n^l(f, x_0, x_0) = f^l(x_0)$

## Taylor-Lagrange

- Sei  $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$   $(n+1)$ -mal diffbar,  $x, x_0 \in (a, b)$ 
  - Dann gibt es ein  $\xi$  zwischen  $x$  und  $x_0$ , sodass
    - \*  $f(x) = T_n(f, x, x_0) + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1}$
    - \* Restglied von Lagrange
    - \* wiederholbar für  $n$  Ableitungen - alle Glieder des Taylor-Polynom

[[Differentialrechnung]]