Definition

- **Definition.** Sei $t : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^d$ eine messbare Funktion. Dann nennt man $T = t(X_1, \ldots, X_n)$ eine **Statistik**.
- Notation für Realisierungen
  - $$t = t(x_1, \ldots, x_n).$$
- Menge von [[Zufallsvariable]]
- Stichprobenverteilung
  - Verteilung F_T von T
- Eigenschaften
  - Minimum $X_{(1)} = \min\{X_1, \ldots, X_n\}$,
    Maximum $X_{(n)} = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$,
    Reichweite $X_{(n)} - X_{(1)}$,
    Geordnete Stichprobe $(X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)})'$.

Beispiele

- **Beispiel.** Seien $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. Binom$(1, p)$ verteilte Zufallsvariablen. Die Statistik
  $$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + \cdots + X_n$$
  zählt die Anzahl der Erfolge (das heißt $X_i = 1$). Man kann zeigen, dass S_n auch binomialverteilt ist, nämlich $S_n \sim \text{Binom}(n, p)$.
- **Beispiel.** Seien $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ verteilt. Dann entspricht
  $$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$
  dem Mittelwert der Stichprobe und es gilt $\bar{X} \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2/n)$.

Beispiel. Seien $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. N(0, 1) verteilte Zufallsvariablen. Die Statistik

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

- ist allerdings nicht normalverteilt.
  - negative Werte werden durch Quadrat eleminiert