

Partition

- gegeben sind die Mengen

$$\begin{aligned} X_0 &= \{ \dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots \} = \{ x \in \mathbb{Z} : 3 \mid x \} \\ X_1 &= \{ \dots, -5, -2, 1, 4, 7, \dots \} = \{ x \in \mathbb{Z} : 3 \mid (x-1) \} \\ X_2 &= \{ \dots, -4, -1, 2, 5, 8, \dots \} = \{ x \in \mathbb{Z} : 3 \mid (x-2) \} \end{aligned}$$

- x_0, x_1, x_2 sind paarweise disjunkt
 - Schnittmenge ist leere Menge
- Vereinigung von $x_0, x_1, x_2 = \mathbb{Z}$
 - x_0, x_1, x_2 ist Partition von \mathbb{Z}

Kongruenz

- Sei $a \in \mathbb{Z}$
- $\forall x, y \in \mathbb{Z} : x$ ist Kongruenz zu y modulo, wenn
 - $a \mid (x - y) \iff x \equiv y \pmod{a} \iff x \equiv_a y$
- $R = (x, y) \in \mathbb{Z}^2 : x \equiv_a y$
 - Äquivalenzrelation auf \mathbb{Z}

Partitionsklassen

- gegeben ist die Menge

$$\{ x \in \mathbb{Z} : 3 \mid x \} = \{ \dots, -3, 0, 3, \dots \}$$

- deren Partitionsklassen
 - * $[0]_3 = [3]_3 = [-3]_3 = \dots$
- Partition von \mathbb{Z}
 - $[0]_3, [1]_3, [2]_3$
- Partition von X

$$\{ [x]_{\sim} : x \in X \} \text{ (ohne wiederholte Elemente) eine Partition von } X.$$

Repräsentantensystem

- Sei \sim eine Äquivalenzrelation auf X
- Teilmenge S von X ist Repräsentantensystem von \sim , wenn
 - $\forall x \in X \exists! s \in S : x \sim s$
- Beispiel:

$$S = \{0, 1, \dots, a-1\} \quad \text{--- "vm" } \equiv a.$$

[[Diskrete Mathematik]]