- [[Hypergeometrische Verteilung]] konvergiert gegen die [[Binomialverteilung]]
  - desto größer N, desto näher
  - Binomialverteilung leichter zu verwenden
  - Vereinfachung mittels [[Binomische Lehrsatz]]

    Betrachte eine Urne mit N Kugeln, von welchen N_1 schwarz und $N - N_1$ weiß sind. Angenommen wir ziehen n mal ohne Zurücklegen. Ist n fix, $N \to \infty$, und $N_1/N \to p$, dann folgt

    $$P(|\text{Farbe } 1| = k) \to \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad 0 \le k \le n.$$
  -
- Anwendungsfall

    Beispiel (Anzahl der Passagiere)

    Eigentlich könnte man hier ein hypergeometrisches Modell ansetzen: die Fluglinie hat insgesamt N Passagiere, von denen insgesamt 5% den Flug stornieren. Wir wählen von N jetzt 200 Passagiere zufällig aus, also ziehen wir ohne Zurücklegen. Weil aber N sehr gross ist, können wir das Binomialmodell verwenden.
  -

Herleitung

Formal:

$$P(|\text{Farbe } 1| = k)$$

$$= \frac{\binom{N_1}{k} \times \binom{N-N_1}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\frac{N_1!}{k!(N_1-k)!} \frac{(N-N_1)!}{(n-k)!(N-N_1-n+k)!}}{\frac{N!}{n!(N-n)!}}$$

$$= \binom{n}{k} \frac{N_1 \cdots (N_1 - k + 1)(N - N_1) \cdots (N - N_1 - n + k + 1)}{\underbrace{N \cdots (N - k + 1)}_{\approx p^k}\underbrace{(N - k) \cdots (N - n + 1)}_{\propto (1-p)^{n-k}}}.$$

Und für jedes fixe k, ℓ haben wir

$$\frac{N_1 - \ell}{N - \ell} \to p \quad \text{and} \quad \frac{N - N_1 - \ell}{N - k - \ell} \to (1 - p).$$

-