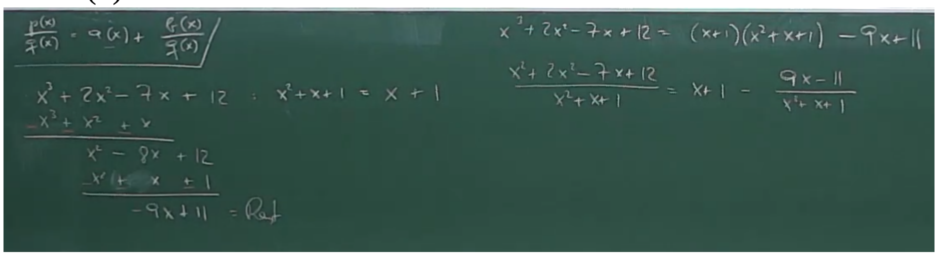
- $\int \frac{p(x)}{q(x)} = ?$
  - p, q sind Polynome in x
  - beides rationale Funktionen
- Polynomdivision
  - $p(x) = a(x)q(x) + b(x)$
  - $\frac{p(x)}{q(x)} = a(x) + \frac{b(x)}{q(x)}$
    - Grad(r) < Grad(q)
    - Grad(p) ≥ Grad(q)
  - analog zur Division mit Rest
    - b(x) = Rest < Divisor
  - 

- Sei q(x) ein Polynom, gibt es ein α , sodass q(α)=0
  - unter Berücksichtigung von mehrfach auftretender Nullstellen gilt:
    - $q(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2}...(x - \alpha_n)^{k_n}$
    - $\sum k = n$ - Vielfachheiten
- Algorithmus:
  - Polynomdivision
    - $\frac{p(x)}{q(x)} = a(x) + \frac{b(x)}{q(x)}$
  - Zerlegung des Nenners in Linearfaktoren
    - $q(x) = (x - \alpha_1)^{k_1}(x - \alpha_2)^{k_2}...(x - \alpha_n)^{k_n}$
    - q(x) ist Polynom mt ganzzahligen Koeffizienten ==> jede ganzzahlige Nullstelle ein Teiler von a_0
  - Partialbruchzerlegung
    - $\frac{r(x)}{q(x)} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \frac{A_{ij}}{(x-\alpha_i)^j}$
    - Bestimmung von A_{ij}
  - Integration der einzelnen Terme
    - j = 1
      - α ==> $\int \frac{A}{x-\alpha} dx = A * ln|x - \alpha| + C$
      - α \ ==> $\frac{A}{x-\alpha} + \frac{A^*}{x-\alpha^*}$ ==> $\int \frac{ax+b}{x^2+px+q} dx = \frac{a}{2} ln(x^2 + px + q) + \frac{2b-ap}{\sqrt{bq-p^2}} arctan(\frac{2x+p}{\sqrt{bq-p^2}}) + C$
    - j > 1
      - $\int \frac{A}{(x-\alpha)^j} dx = -\frac{A}{(j-1)(x-\alpha)^{j-1}} + C$

[[Integralrechnung]]