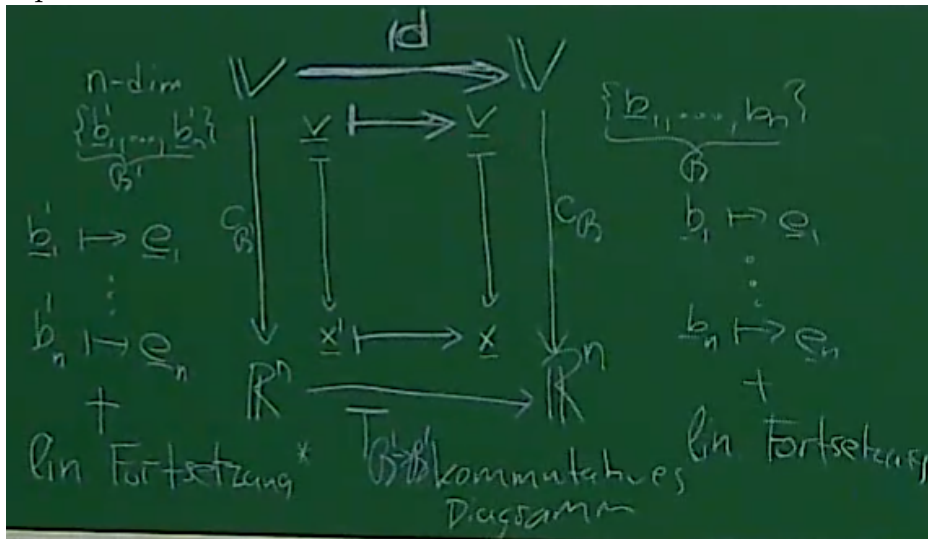


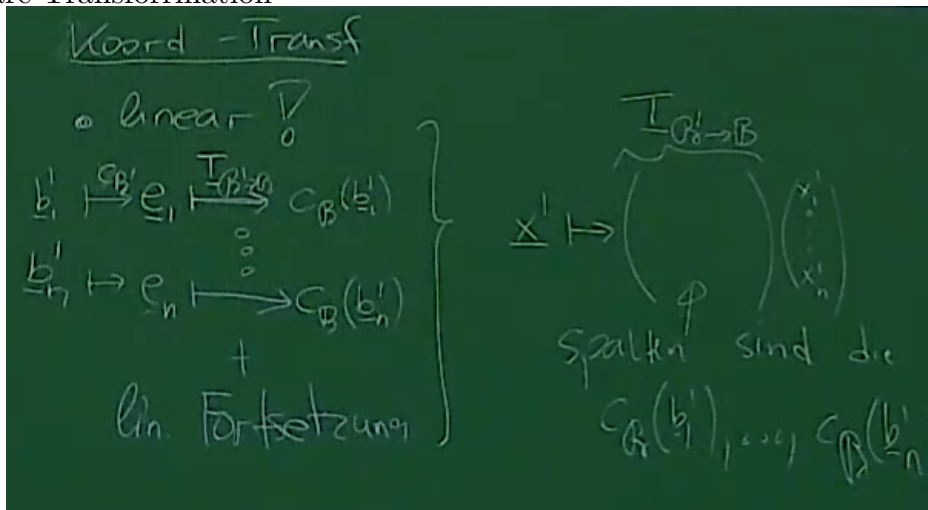
## Koordinatentransformation

- alte und neue Abbildung mit gewünschter Basis werden über identische Abbildung verknüpft



– kommutatives Diagramm

- lineare Transformation



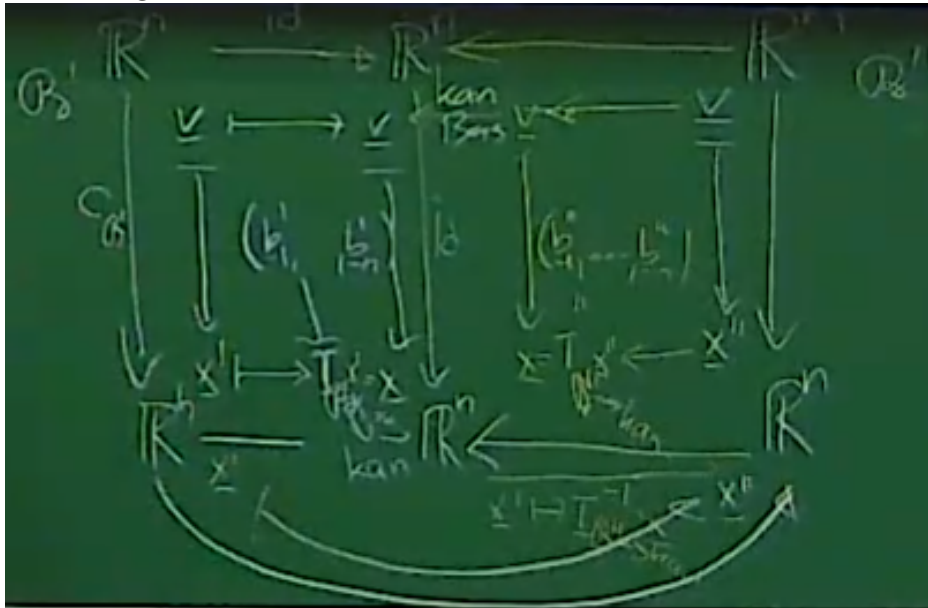
- Transformationsmatrix

- Spalten sind Koordinatenvektoren der alte Basisvektoren
- muss invertierbar sein  $\implies$  Transformation in beide Richtungen möglich
- $n$  Dimensionen  $\implies n$  Gleichungssysteme zu lösen

## Praktische Umsetzung

- Gleichungssystem aufstellen mit Transformationsmatrix  $T$ 
  - $n$  Gleichungen  $\implies$  viel Rechenaufwand
- Möglichkeiten Rechenaufwand zu mindern
  - $B$  ist kanonische Basis in  $V$
  - Orthonormalbasis für  $B$

- \*  $\langle b_j, b_k \rangle = \delta_{jk}$  - Kronecker-Delta
- \* Vektoren paarweise orthogonal + Einheitsvektoren
- $V = \mathbb{R}^n$
- \* Abbildung dazwischen mit kanonischer Basis



- \* beide Transformationsmatrizen auf diese Abbildung bestimmen
  - ◆ Matrix besteht aus Basisvektoren
    - $M = (b_1, \dots, b_n)$
- \* Transformationsmatrix mal Inverse der anderen Transformationsmatrix
  - ◆  $T_{alt} * T_{neu}^{-1}$
- \* Beispiel

Beispiel:

Gegeben:  $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{A} \mathbb{R}^2$  mit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  
 Basis  $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ , Basis  $B' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ .  
 Transformationsmatrix  $T_{B \rightarrow B'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  
 Inverse Transformationsmatrix  $T_{B' \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  
 Anwendung:  $\vec{v} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .  
 In Basis  $B$ :  $\vec{v} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .  
 In Basis  $B'$ :  $\vec{v} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

[[Lineare Abbildungen]] [[Basis]]