

## Höhere Ableitungen

- $f: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$

Def  $U \subseteq \mathbb{R}^p$ ,  $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\vec{x}_0 \in U$   
 $1 \leq i_1, \dots, i_n \leq p$   

$$\frac{\partial^n f}{\partial x_{i_1} \partial x_{i_2} \dots \partial x_{i_n}}(\vec{x}_0) = f_{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}}(\vec{x}_0)$$

## Satz von Schwartz

- wenn
  - $\mathbb{R}^p$  offen
  - $f$  in  $x_0$  zweimal diffbar nach allen Variablen
  - zweite Ableitung in allen Reihenfolgen stetig
- dann sind alle zweiten Ableitungen gleich

## Definitionen

- $f$  ist  $n$ -mal (stetig) diffbar in  $x_0$ 
  - alle Ableitungen der Ordnung  $k$  ( $k < n$ ) existieren (und stetig sind)
- Hesse-Matrix
  - enthält alle möglichen zweiten Ableitungen

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$$

- $H = H^T$ , wenn Satz von Schwartz gilt

[[Mehrdimensionale Differentialrechnung]]