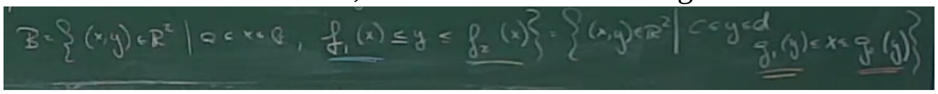
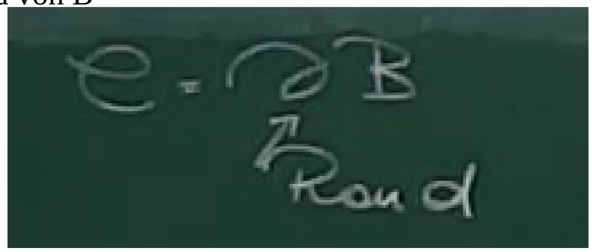
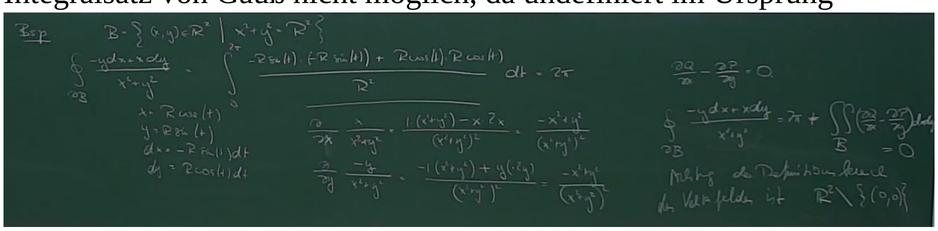
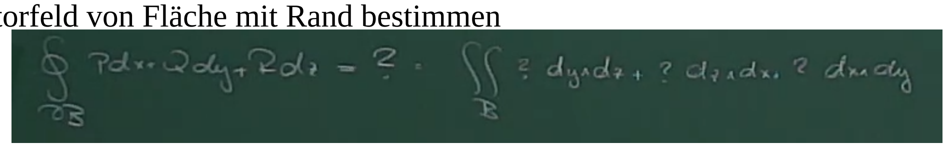
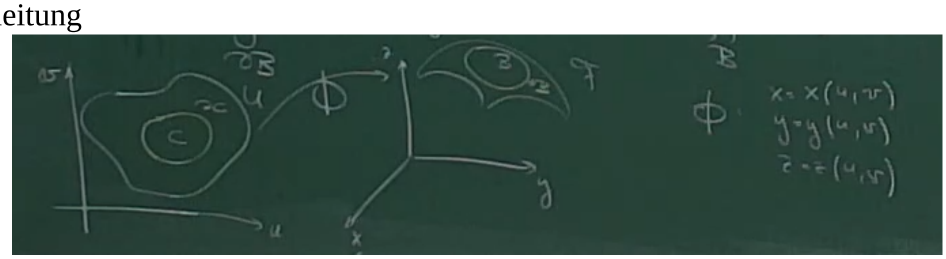
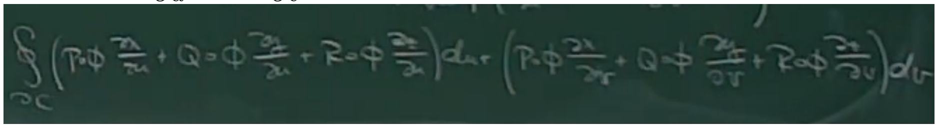
Satz von Gauß in der Ebene

- Sei C der Rand eines Bereichs B, der Normalbereich bezüglich beider Achsen ist
  - 
- Rand von B
  - 

- $\oint_{\partial B} P dx + Q dy = \iint_B (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}) dx dy$
  - muss vollständig definiert sein
  - Bereich darf keine Löcher haben
- Leibnizsche Sektorformel
  - Fläche von B $= \frac{1}{2} \oint_{\partial B} -y dx + x dy$
- Beispiel:
  - Integralsatz von Gauß nicht möglich, da undefiniert im Ursprung
  - 

Integralsatz von STOKES

- Vektorfeld von Fläche mit Rand bestimmen
  - 
- Herleitung
  - 
  - Variablensubstitution
    - $x = x(u, v)$
    - $y = y(u, v)$
    - $z = z(u, v)$
    - $dx = \frac{\partial x}{\partial u} du + \frac{\partial x}{\partial v} dv$

        * $dy = \frac{\partial y}{\partial u} du + \frac{\partial y}{\partial v} dv$
        * $dz = \frac{\partial z}{\partial u} du + \frac{\partial z}{\partial v} dv$
    - 
        * 3D Flächenintegral wird zu 2D Kurvenintegral
        * Gaußsche Integralsatz
        * …
- $\oint_{\partial B} Pdx + Qdy + Rdz = \int\int_B (\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}) dy \hat{} dz + (\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}) dz \hat{} dx + (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}) dx \hat{} dy$
- $\oint_{\partial B} Pdx + Qdy + Rdz = \int\int_B rot(P,Q,R) d\vec{o}$
- Orientierung des Normalvektors wird aus der Ebene übernommen

Integralsatz von Gauß im Raum

- $\oint\oint_{\partial B} \overrightarrow{V} d\vec{o} = \int\int\int_B div(\vec{v}) dxdydz$
    - $div(\overrightarrow{V}) = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$
    - Bereich darf keine Löcher haben

Vektorfeld Eigenschaften

- wirbelfrei, wenn Rotation Null
- quellenfrei, wenn Divergenz Null

[[Wegunabhängigkeit]]