

Definition

Definition. Sei $t : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^d$ eine messbare Funktion. Dann nennt man $T = t(X_1, \dots, X_n)$ eine **Statistik**.

-
- Notation für Realisierungen

$$t = t(x_1, \dots, x_n).$$

–

- Menge von [[Zufallsvariable]]
- Stichprobenverteilung
 - Verteilung F_T von T
- Eigenschaften

Minimum $X_{(1)} = \min\{X_1, \dots, X_n\},$

Maximum $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\},$

Reichweite $X_{(n)} - X_{(1)},$

Geordnete Stichprobe $(X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})'.$

–

Beispiele

Beispiel. Seien X_1, \dots, X_n i.i.d. $\text{Binom}(1, p)$ verteilte Zufallsvariablen. Die Statistik

$$S_n = \sum_{i=1}^n X_i = X_1 + \dots + X_n$$

zählt die Anzahl der Erfolge (das heißt $X_i = 1$). Man kann zeigen, dass S_n auch binomialverteilt ist, nämlich $S_n \sim \text{Binom}(n, p).$

-

Beispiel. Seien X_1, \dots, X_n i.i.d. $N(\mu, \sigma^2)$ verteilt. Dann entspricht

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

dem Mittelwert der Stichprobe und es gilt $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n).$

-

Beispiel. Seien X_1, \dots, X_n i.i.d. $N(0, 1)$ verteilte Zufallsvariablen.
Die Statistik

$$T_n = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

- ist allerdings nicht normalverteilt.
 - negative Werte werden durch Quadrat eliminiert