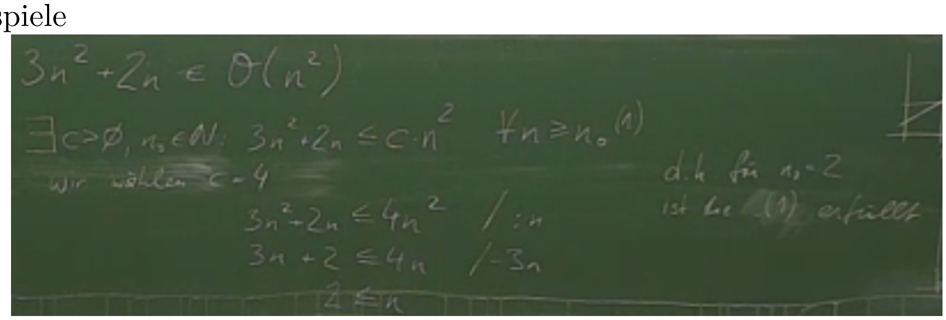
Definition

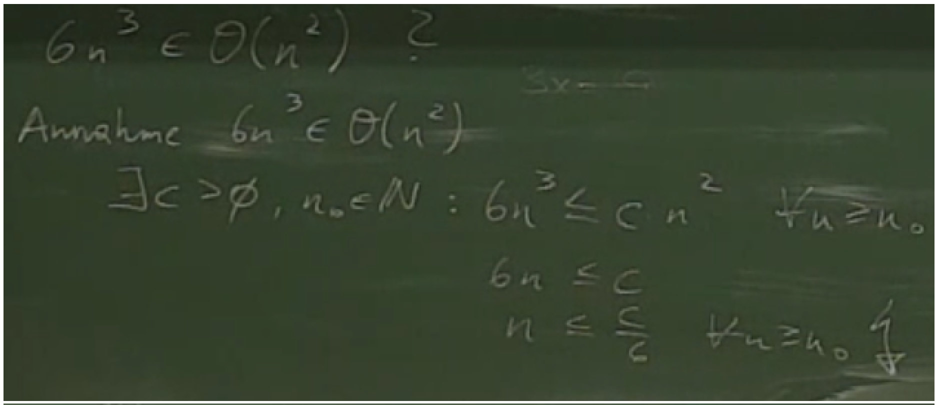
- Menge von Funktionen für die gilt
  - $(f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+)$
  - $O(g(n)) \overset{\text{def}}{=} \{f(n) \mid \exists c \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N}\colon f(n) \leq c \cdot g(n) \;\; \forall n \geq n_0\}$
    * ab n_0 gibt es für alle $n \geq n_0$ eine reelle Zahl c, sodass $f(n) \leq c * g(n)$
    * Funktion hat höchstens diese Komplexität
- Notation
  - $f(n) \in O(g(n)) \Leftrightarrow$ „$f(n) = O(g(n))$“
  - g(n) ist asymptotische ober Schranke für f(n)

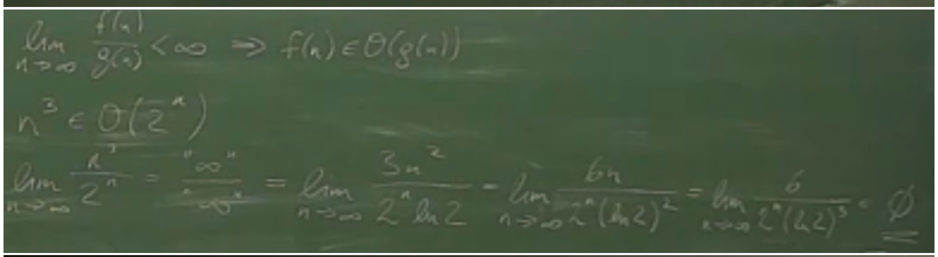
Beweisführung

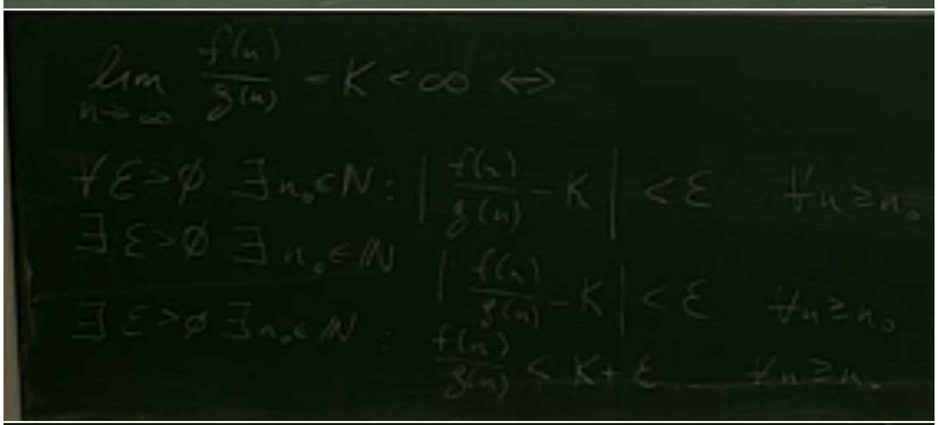
Um zu zeigen, dass $f(n) \in O(g(n))$ ist, muss man eine Schranke $n_0 \in \mathbb{N}$ und einen Faktor $c > 0$ angeben und dann argumentieren, dass $f(n) \leq c \cdot g(n)$ für alle $n \geq n_0$ erfüllt ist.

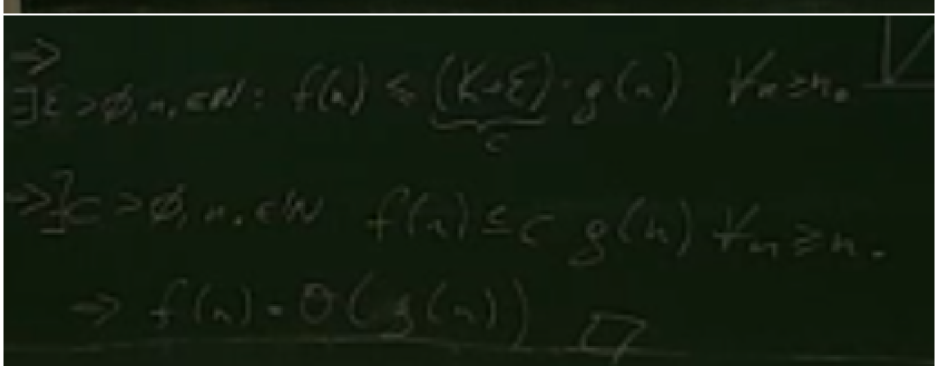
- 1. Durch Inspektion → wähle n_0 und c, zeige dass Definition erfüllt ist.
- 2. Limes-Kriterium → $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty \Rightarrow f(n) = O(g(n))$

-
- Beispiele
  - 

- 

- 

- 

- 

Rechenregeln

$$O(f(n)) + O(g(n)) = O(\max\{f(n), g(n)\})$$
$$O(f(n)) \cdot O(g(n)) = O(f(n) \cdot g(n))$$
$$O(f(n)) - O(f(n)) = O(f(n))$$

$f(n) = O(g(n))$ *und* $g(n) = O(h(n$

Ω-Notation

- asymptotische untere Schranke

(„asymptotisch untere Schranke")

Definition: $(f, g\colon \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+)$

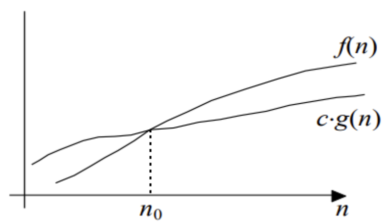
$$\Omega\big(g(n)\big) \overset{\text{def}}{=} \{f(n) \mid \exists c \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N}\colon f(n) \geq c \cdot g(n) \;\; \forall n \geq n_0\}$$

f(n) $\in$ Ω(g(n)) $\Leftrightarrow$ „f(n) = Ω(g(n))"

„g(n) ist eine asymptotisch untere Schranke für f(n)"

$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)} > 0 \Rightarrow f(n) \in \Omega(g(n))$$

$\Omega(g(n))$:



- $f(n) \in \Omega(g(n)) \quad \Leftrightarrow \quad g(n) \in O(f(n))$