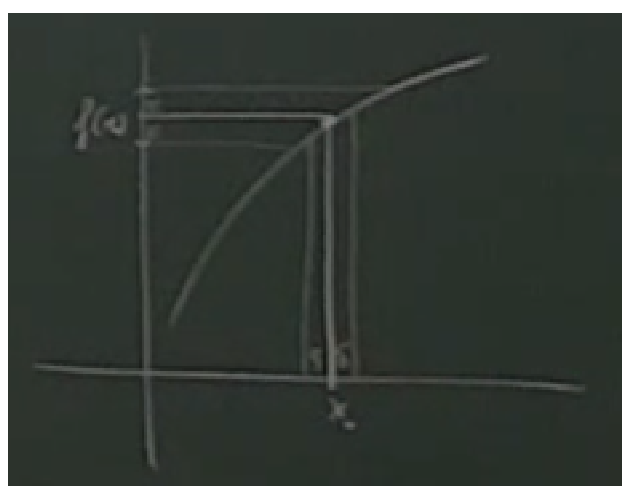
- Graph kann ohne Definitionslücken nahtlos gezeichnet werden
- Nullstellensatz
  - Sei $f : [a;b]-> \mathbb{R}$ stetig auf [a;b] und $f(a) * f(b) < 0$
    - ∃ x∈[a;b]: f(x) = 0
    - kann mittels [[Intervallschachtelung]] bestimmt werden
- Zwischenwertsatz
  - Sei $f : [a;b]-> \mathbb{R}$ stetig auf [a;b]
    - f nimmt jeden Wert zwischen f(a) und f(b) an
  - Beweis:
    - Sei y ein Wert zwischen f(a) und f(b) ==> $f(a)-y$ und $f(b)-y$ haben verschiedene Vorzeichen
    - $h(x) = f(x) - y$ ==> Nullstellensatz
    - ∃ x∈[a;b]: h(x) = 0 ==> f(x) = y
- Sei $f : [a;b]-> \mathbb{R}$ stetig und monoton wachsend/fallend
  - $f : [a;b]-> [f(a); f(b)]$ ist bijektiv
  - $f^{-1} : [f(a); f(b)]-> [a;b]$ ist stetig

Grenzwertkriterium

- Sei f: I –> ℝ eine reelle Funktion:
- f ist stetig in x0∈I, wenn
  - für jede Folge xn aus I mit $x_0 = \lim x_n$ auch $f(x_0) = \lim f(x_n) = f(\lim x_n)$ gilt.
- f ist stetig auf I, wenn f stetig in jedem Punkt x∈I

ε-δ-Kriterium

- Sei f: I –> ℝ eine reelle Funktion:
- f ist stetig in x0∈I, wenn



  - ∀ε>0 ∃δ>0 ∀x∈I: |x - x0| < δ ==> |f(x) - f(x0)| < ε
- Vorgehensweise
  - |f(x) - f(x0)| ersetzen mit Formel hinter Funktion

- umformen/abschätzen sodass |x - x0| separater Term ist
- Ausdruck in der Form λ * |x - x0| < ε ensteht ==> |x - x0| < λε = δ
- Wenn |x - x0| < λε, dann gilt |f(x) - f(x0)| < ε

Spezielle Funktionen

- Potenzreihen, rationale Funktionen und Polynomfunktionen sind immer stetig
- p, q sind Polynome ==> $r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ ist eine rationale Funktion
  - r ist stetig auf Definitionsbereich D = {x∈ℝ | q(x) ≠ 0}
  - rationale Funktionen sind stetig, wenn Nenner ≠ 0

Eigenschaften stetiger Funktionen

- Sei I ein abgeschlossenes, beschränktes Intervall und f: I–>ℝ stetig auf I
  - ∃ M>0 ==> ∀x∈I: |f(x)| ≤ M ==> f ist beschränkt
  - ∃ xmin,xmax∈I ∀x∈I: |f(xmin)| ≤ f(x) |f(xmax)|
    - es gibt kleinste, obere und größte, untere Schranke
  - nicht abgeschlossen: $f :]0;1]-> \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$
    - $x_max = 1$
    - x_min existiert nicht!
      - $f(0) = \frac{1}{0}$ ==> Error

[[Funktionen]] [[Supremum und Infimum]]