

- $\exp: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- $x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
- konvergiert für alle $x \in \mathbb{R}$
 - sogar für $x \in \mathbb{C}$
- stetig
- streng monoton wachsend
- injektiv
- Eigenschaften
 - $\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$
 - $\exp(0) = 1$
 - $\forall x \in \mathbb{R} : \exp(x) \neq 0$
 - $\forall x \in \mathbb{R} : \exp(x) > 0$
 - $\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}$
 - $\forall x > 0 : \exp(x) > 1$
 - * $\exp(x) > 1 + x$ für $x > 0$
 - $\exp(1) = e \implies \exp(n) = e^n$
 - * $\exp(-1) = \frac{1}{e} \implies \exp(-n) = \frac{1}{e^n}$
- Logarithmus
 - $\exp: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$
 - bijektiv $\implies \exp$ besitzt Umkehrfunktion $\ln: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$
 - * natürlicher Logarithmus
 - * $y \mapsto \exp^{-1}(y)$
- $\ln(e^x) = \exp(\ln(x)) = x$
- $e^x > x^n$ für jedes $x > 0, n \in \mathbb{N}$
 - exponentielles Wachstum
 - e^x wächst stärker als jede Potenz von x
- $\ln(x) < x^{1/n}$
 - logarithmisches Wachstum
 - $\ln(x)$ wächst langsamer als jede Wurzel von x
- $a^x = e(x \ln(a))$