

- $f: I \rightarrow \mathbb{R}, x_0 \in I$ 
  - lokale Extremstelle
    - \*  $x_0$  lokales Maximum
      - ◆  $\delta > 0: f(x) \leq f(x_0) \quad x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \iff x_0$  ist größtes Element in der Umgebung  $+/-\delta$
    - \*  $x_0$  lokales Minimum
      - ◆  $\delta > 0: f(x) \geq f(x_0) \quad x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \iff x_0$  ist kleinstes Element in der Umgebung  $+/-\delta$
  - globale Extremstelle
    - \*  $x_0$  globales Maximum
      - ◆  $f(x) \leq f(x_0) \quad x \in I \iff x_0$  ist größtes Element in  $I$
    - \*  $x_0$  globales Minimum
      - ◆  $f(x) \geq f(x_0) \quad x \in I \iff x_0$  ist kleinstes Element in  $I$
  - $x_0$  ist lokale Extremstelle  $\implies f'(x_0) = 0$ 
    - \*  $f'(x_0) = 0 =$  Steigung  $\implies$  Hochpunkt/Tiefpunkt
    - \* Umkehrschluss gilt nicht
    - \* Gegenbeispiel:  $f(x) = x^3$
    - \*

### Satz von Rolle

- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar
- $f(a) = f(b) \implies \exists x_0 \in (a, b): f'(x_0) = 0$
- Im Intervall muss mindestens ein lokales Maximum/Minimum existieren
- Wenn  $f'(x) = 0 \quad x \in [a, b] \implies f$  ist konstant

### Mittelwertsatz der Differentialrechnung - MWS

- Verallgemeinerung von Satz von Rolle
- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar
- $x_0 \in (a, b): f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  entspricht der Steigung einer Gerade zwischen  $a$  und  $b$ 
  - es existiert mindestens eine Tangente, welche parallel zu dieser Gerade ist.

### Verallgemeinerung MWS

- $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar
- $x \in (a, b): g'(x) \neq 0$ 
  - $\implies \exists x_0 \in (a, b): \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$

[[Differentialrechnung]]