

## Definition

- Sei  $F: \mathbb{R}^{n+2} \rightarrow \mathbb{R}$ 
  - $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})$  ist eine Differentialgleichung
  - $x$  unabhängig
  - $y$  abhängig
  - Beispiel:
    - \*  $xy' + y^2 + y'' = 0$
    - \* DGL 2. Ordnung
    - \* gesucht  $y=y(x)$

## Herkömmliche Methode

Ex:  $y' = \frac{y}{1+x^2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1+x^2} \quad \frac{dy}{y} = \frac{dx}{1+x^2}$$
$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{1+x^2}$$
$$\ln|y| = \arctan(x) + C$$
$$y = \pm e^C e^{\arctan(x)}$$
$$y = C' e^{\arctan(x)}$$

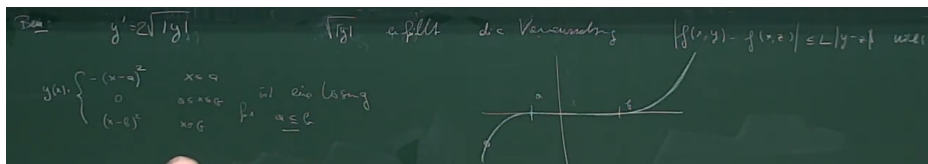
- nur wenn  $x$  und  $y$  auf verschiedene Seiten bringen möglich ist
- unendlich viele Lösungen

## Anfangswertproblem AWP

- Anfangswertproblem
  - GLG der Form  $y'=f(x,y)$  mit  $y(a) = y_0$
- Satz von Picard-Lindelöf
  - $f: [a, b] \times [y_0 - b, y_0 + b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und gilt für ein  $L \geq 0$ 
    - \*  $\forall x \in [a, b] \forall y_1, y_2 \in [y_0 - b, y_0 + b] : |f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq |y_1 - y_2|$
    - \* sei  $M$  so, dass  $\forall x, y \in \mathbb{R} : |f(x, y)| \leq M$
  - dann hat das AWP genau eine Lösung  $y=y(x)$  auf das Intervall  $[a, m]$ 
    - \*  $m = \min(b, a + \frac{b}{M})$

$m = \min(b, a + \frac{b}{M})$

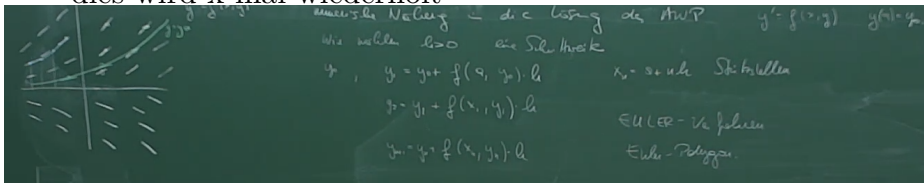
- Beispiele: keine Eindeutigkeit



- für  $y=0$  gibt es  $\infty$  Lösungen

## Euler-Verfahren

- Annäherung der Lösung durch Polygonzug
- Vorgehensweise
  - Schrittweite  $h$  wird definiert
  - Steigung  $k_i$  in Punkt wird bestimmt
  - Gerade (Steigung  $k_i$ , Länge  $h$ ) bis zu nächstem Punkt
  - dies wird  $x$  mal wiederholt



[[Mehrdimensionale Differentialrechnung]]