

- umfasst folgende Punkte
  - Definitionsbereich, Stetigkeit, Differenzierbarkeit
  - Nullstellen  $f(x)=0$
  - Extremstellen
  - Wendepunkte
  - Monotonieintervalle
  - Krümmung
  - Skizze

## Extremstelle

- lokale Extremstelle  $\implies f'(x_0) = 0$ 
  - Umkehrung ist falsch
- Ableitungen bestimmen bis  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ 
  - n gerade  $\implies$  Extremstelle
    - \*  $f^{(n)}(x_0) > 0 \implies$  Minimum
    - \*  $f^{(n)}(x_0) < 0 \implies$  Maximum
  - n ungerade  $\implies$  keine Extremstelle, sondern Wendepunkt

## Nullstelle

- Wenn in  $x_0$   $f(x_0) = f'(x_0) = \dots = f^{(n)}(x_0) = 0$  und  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ , dann ist  $x_0$  eine n-fache Nullstelle

## Monotonie

- $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ 
  - monoton wachsend, wenn  $f'(x) \geq 0$  für alle  $x \in (a,b)$
  - monoton fallend, wenn  $f'(x) \leq 0$  für alle  $x \in (a,b)$

## Krümmung von Funktionsgraphen

- $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x,y \in (a,b)$ ,  $t \in (0,1)$ 
  - konvex/Linkskrümmung, wenn  $f(tx + (1-t)y) \leq tf(x) + (1-t)f(y)$
  - konkav/Rechtskrümmung, wenn  $f(tx + (1-t)y) \geq tf(x) + (1-t)f(y)$
- Bestimmen der Krümmung mittels Monotonie
  - konvex, wenn  $f'$  monoton wachsend  $\iff f''(x) \geq 0$  für alle  $x \in (a,b)$
  - konkav, wenn  $f'$  monoton fallend  $\iff f''(x) \leq 0$  für alle  $x \in (a,b)$

## Wendepunkte

- Punkte, in denen die Krümmung sich ändert

- $f'$  wechselt in  $x_0$  das Vorzeichen
- In Wendepunkten wechselt der Funktionsgraph die Seite der Tangente
- Ableitungen bestimmen bis  $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ 
  - $n$  ungerade  $\implies$  Wendepunkt
  - $n$  gerade  $\implies$  Extremstelle

[[Anwendungen der Differentialrechnung]]