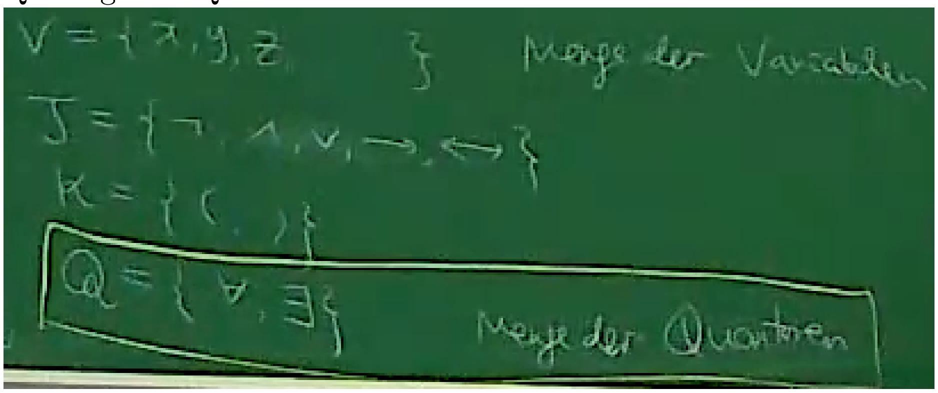
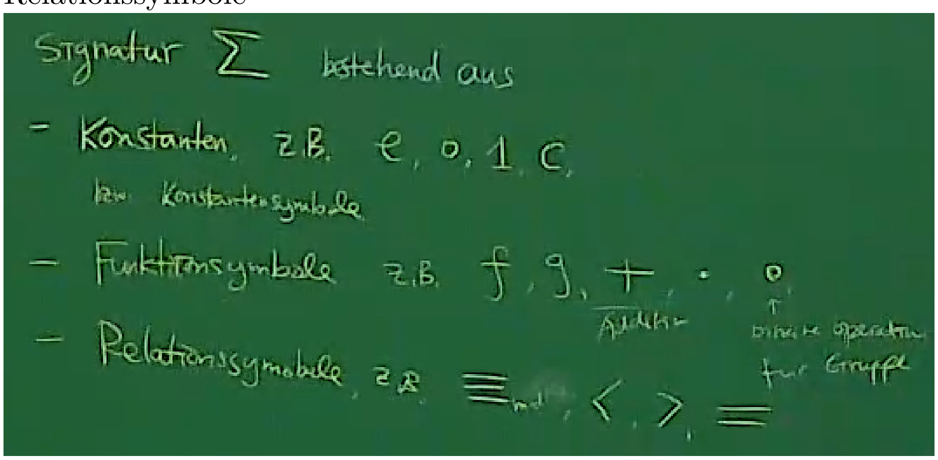
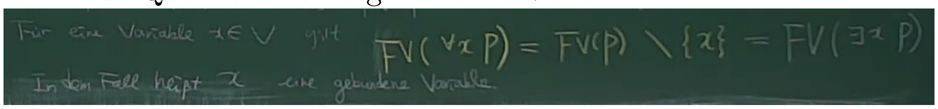
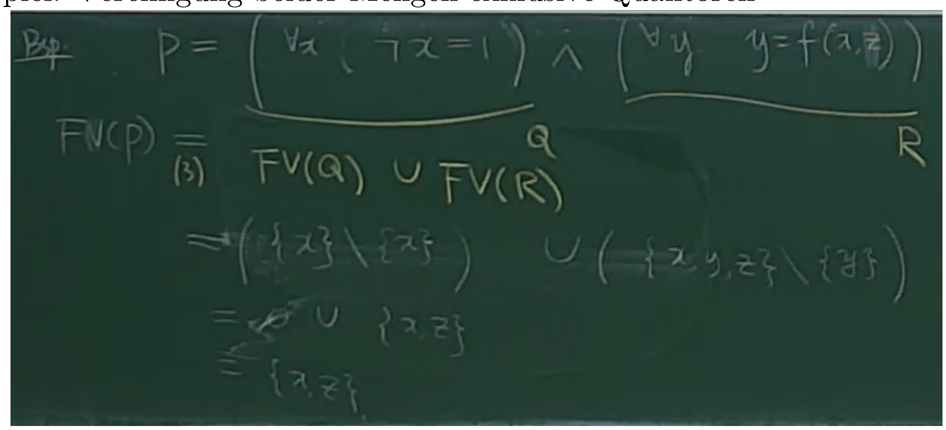
Sprache erster Stufe

- V Menge der Variablen
- J Menge der Junktoren
- K Menge der Klammern
- Q Menge der Quantoren
- 

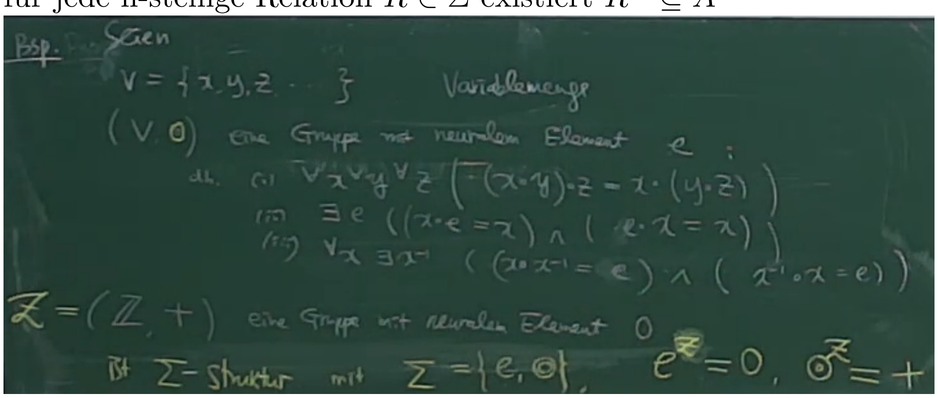
- Signatur Σ bestehend aus
  - Konstantensymbole
  - Funktionssymbole
  - Relationssymbole
  - 

- Stelligkeit
  - Funktions- und Relationssysmbole besitze fixe Parameteranzahl
  - Stelligkeit = Parameteranzahl
- Menge der Terme über V und Σ
  - alle Variablen und Konstanten sind Terme
  - Funktionen, welche Terme als Input bekommen, sind auch Terme
- Menge aller Formeln über V und Σ $F_{V,\Sigma}$
  - Primformeln
    * T und $\perp$ sind Formeln
    * Terme t_1, t_2 ==> $t_1 = t_2$ ist Formel
    * Relationen, welche Terme als Input bekommen, sind auch Formeln

- für jede Formel P ist jede Junktoren/Quantorenverknüpfung auch eine Formel
  - ¬P
  - ...
- Menge der freien Variablen $FV(P)$ für $P \in F_{V,\Sigma}$
  - P ist Primformel ==> $FV(P)$ = Menge aller Variablen in P
  - $FV(P) = FV(\neg P)$
  - falls P und Q Formeln ==> $FV(P \wedge Q) = FV(P \vee Q) = FV(P) \cup FV(Q)$
  - Variablen aus Quantoren sind gebundene Variablen
    - 

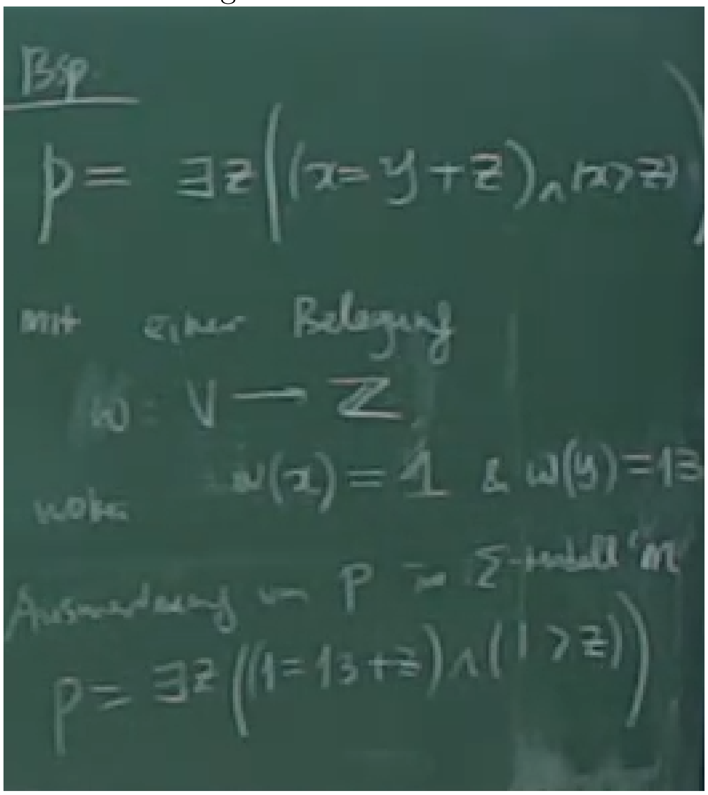
  - Beispiel: Vereinigung beider Mengen exklusive Quantoren
    - 

Σ-Struktur und Σ-Modell

- Σ-Struktur $= (A, \Sigma)$ besteht aus Grundmengen A und Strukturmenge Σ für die gilt
  - für jede Konstante $C \in \Sigma$ existiert $C^A \in A$
  - für jede n-stellige Funktion $f \in \Sigma$ existiert $f^A : A^n \text{->} A$
  - für jede n-stellige Relation $R \in \Sigma$ existiert $R^A \subseteq A^n$
  - 

- Abbildung $\omega : V \text{->} A$ heißt Belegung
- Σ-Modell $M = (, \omega) = M(A, \Sigma, \omega)$
  - Ä mit Belegung ω heißt Σ-Modell für $F_{V,\Sigma}$
  - $\forall P \in F_{V,\Sigma}$ wird Auswertung von P in M mithilfe von ω kanonisch definiert

    * Auswertung P^M

  - 

[[Aussagenlogische Formeln]]