- Lineare Abbildungen respektieren Linearkombinationen
- F: $\mathbb{R}^n$–>$\mathbb{R}^m$, $\vec{x}$–>$\vec{y} = A - \vec{x}$
  - F ist linear, wenn
    - $\vec{x} + \vec{x'}$–>$F(x) + F(x')$
    - $\lambda\vec{x}$–>$\lambda F(x)$
    - $\lambda\vec{x} + \mu\vec{x'}$–>$\lambda F(x) + \mu F(x')$

Rieszsche Darstellungsgesetz d. lin. Alg.

- F: V^n–>$\mathbb{R}$, $\vec{v}$–>$y = F(\vec{v})$
  - ==> $F(\vec{v}) =< \vec{b}, \vec{v} >$ - eindeutig bestimmt

Eigenschaften von linearen Abbildungen

- $\vec{0}$–>$\vec{0}$
- $\vec{a} - \vec{b}$–>$F(a) - F(b)$

Kern und Bild

- Kern(F):=$\{\vec{v} \in V : \vec{v}$–>$\vec{0}\}$
  - Kern von F = Menge aller Elemente, welche Null abbilden
- Bild(F):=$\{F(\vec{v}) : \vec{v} \in V\}$
  - Bild von F = Menge aller Elemente in V erreichbar durch Abbildung F

Menge linearer Abbildungen von V und W

- $L(V, W) := \{F : V$–>$W : F\ linear\}$

Spezielle Abbildungen

- Nullabbildung:
  - jeder Vektor bildet den Nullvektor ab
- identische Abbildung
  - V–>V
  - jeder Vektor bildet sich selber ab
- Gerade
  - F: $\mathbb{R}$–>$\mathbb{R}$
  - λ–>$\lambda\vec{v}$
  - Fallunterscheidung:
    - $\vec{v} = \vec{0}$
      - Kern(F)= $\mathbb{R}$
      - Bild(F)= $\{\vec{0}\}$

        * $\vec{v} \neq \vec{0}$
            - Kern(F)={$\vec{0}$}
            - Bild(F)=Span({$\vec{v}$})
- Ebene
    - F: ℝ –>ℝ
    - λ–>$\lambda\vec{v}$
    - Fallunterscheidungen
- Matrix
    - A∈ℝm×n
    - F: ℝn–>ℝm
    - $\vec{v}$–>$y = A\vec{v}$
        * Kern(F)=Kern(A)=Lösungsmenge des homogenen linearen xGLS

Isomorphismus

- isomorph, wenn F bijektiv und linear

Konstruktion

- Für F: V–>W linear mit n Dimensionen benötigen wir
    - b1 –> w1 = F(b1)
    - ...
    - bn –> wn = F(bn)

    - b-Vektoren bilden Basis in V
- lineare Fortsetzung
    - v=α1b1,..., αnbn–> α1F(b)1,..., αnF(b)n
    - Bild(F)=Span({F(b1),..., F(bn)})
    - Bild von F wird von Bildern der Basis-Vektoren aufgespannt

Projektion

- Abbildung von höherer auf niedrigere Dimension
- nie injektiv
- F: ℝ3 –> ℝ2, (x,y,z) –> (x,y)
- Kern(F) = span({0,0,t}) ≠ Nullvektor
    - t - freie Variable
    - nicht injektiv
- Bild(F) = span({(0,1), (1,0),(0,0)})
    - Erzeugendensystem
    - Basis ohne letzten Vektor

Verknüpfungen linearer Abbildungen

- U –> V –> W
  - U –> W

Koordinatenabbildung

- Koordinaten c brauchen Basis B
- Kordinaten-Vektor, von V bezüglich B = cB

[[Allgemeine Vektorräume]]