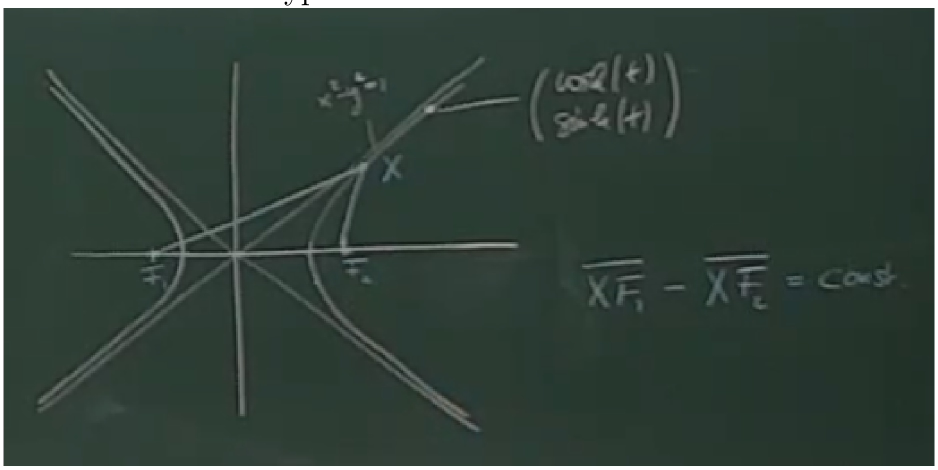
Hyperbelfunktionen

- $cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ - Cosinus hyperbolicus
- $sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ - Sinus hyperbolicus
- $cosh(x)^2 - sinh(x)^2 = 1$
- beschreiben Punkt auf Hyperbel
  - 

  - negative Seite der Hyperbel wird nicht beschrieben
  - Abstand zweier Punkte zu cosh(t) ist konstant
    * $\overrightarrow{XF_1} = \sqrt[2]{2}cosh(t) + 1$
    * $\overrightarrow{XF_2} = \sqrt[2]{2}cosh(t) - 1$
    * $\overrightarrow{XF_1} - \overrightarrow{XF_2} = 2$
- cosh: ℝ–>[1,∞) ist bijektiv
- arcosh: [1,∞)–>ℝ ist die Umkehrfunktion
  - Area cosinus hyperbolicus
  - $cosh(x) = y$ hat für y≥1 genau zwei Lösungen
    * $x_1 = ln(y + \sqrt[2]{y^2 - 1})$
    * $x_2 = -ln(y + \sqrt[2]{y^2 - 1}) = -x_1$
  - $arcosh(y) = ln(y + \sqrt[2]{y^2 - 1})$
- arsinh: ℝ–>ℝ ist die Umkehrfunktion
  - Area sinus hyperbolicus
  - $sinh(x) = y$ hat für y≥1 genau zwei Lösungen
    * $x_1 = ln(y + \sqrt[2]{y^2 + 1})$
    * $x_2 = -ln(y + \sqrt[2]{y^2 + 1}) = -x_1$
  - $arcosh(y) = ln(y + \sqrt[2]{y^2 + 1})$
- $cos(x) = cosh(ix)$
- $isin(x) = sinh(ix)$

Additionstheoreme

- $cosh(x+y) = cosh(x)cosh(y) + sinh(x)sinh(y) +$ $sinh(x+y) = sinh(x)cosh(y) + cosh(x)sinh(y)$

Tangens hyperbolicus

- $tanh(x) = \frac{sinh(x)}{cosh(x)} = 1 - \frac{2}{e^{2x}+1}$
  - $-1 < tanh(x) < 1$
  - $tanh : \mathbb{R} - - > (-1, 1)$
  - $artanh : (-1, 1) - - > \mathbb{R}$

Cotangens hyperbolicus

- $coth(x) = \frac{cosh(x)}{sinh(x)}$
  - x≠0
  - nimmt Werte von $(-\infty, -1)$ und $(1, \infty)$an
- arcoth: $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$->$\mathbb{R}\backslash\{0\}$
- $arcoth(y) = artanh(\frac{1}{y}) = \frac{1}{2}ln(\frac{1-\frac{1}{y}}{1+\frac{1}{y}})$

[[Funktionen]]