

- Finde Extrema von $f(x_1, \dots, x_n)$ unter den Nebenbedingungen
 - $N_1(x_1, \dots, x_n) = 0$
 - ...
 - $N_k(x_1, \dots, x_n) = 0$
- Anzahl der Nebenbedingungen k ist beliebig
- grad f senkrecht auch Tangentialebene von A
 - $\text{grad} f \in \text{span}\{\text{grad} N_1, \dots, \text{grad} N_p\}$
- Satz:
 - $M \subseteq \mathbb{R}^n$ offen
 - f (mind.) 1x stetig diffbar
 - Extremum x_0 unter NB $N_1(x) = \dots = N_k(x) = 0 \implies \lambda$ für jede NB
 - $\text{grad}(f(x_0)) - \lambda_1 \text{grad}(N_1)(x_0) - \dots - \lambda_k \text{grad}(N_k)(x_0) = 0$
 - * $\text{grad} f = \lambda \text{grad} N$
- Vorgehensweise
 - in obige Formel einsetzen
 - eine Gleichung für jede Variable nach der abgeleitet wird
 - Determinante der Koeffizientenmatrix mit 0 gleichsetzen
 - * λ bestimmen
 - λ in Gleichung einsetzen und Variablenwerte bestimmen
 - * \implies mögliche Extrema
 - * Satz von Weierstraß \implies Min und Max muss existieren
 - * Min und Max durch logische Vergleiche bestimmen?
- Anschauliches Beispiel

Satz: $M \subseteq \mathbb{R}^n$ offen, $f \in C^1(M)$
 $\vec{x}_0 \in M$ Extremum unter $N(x) = 0$
 $\implies \exists \lambda_1, \dots, \lambda_k$
 $\text{grad} f(x_0) - \lambda_1 \text{grad} N_1(x_0) - \dots - \lambda_k \text{grad} N_k(x_0) = 0$
 Bsp: $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3$, $N(x, y) = x^2 + y^2 - 3 = 0$
 $\text{grad} f = (2x, 2y)$, $\text{grad} N = (2x, 2y)$
 $(2x, 2y) - \lambda(2x, 2y) = (0, 0) \implies (1-\lambda)(2x, 2y) = (0, 0)$
 $\implies (1-\lambda)x = 0, (1-\lambda)y = 0$
 $\implies \lambda = 1$
 $\implies x^2 + y^2 - 3 = 0 \implies x^2 + y^2 = 3$
 $\implies x = \pm\sqrt{3}, y = 0$ oder $x = 0, y = \pm\sqrt{3}$
 $\implies \lambda = 1, x = \pm\sqrt{3}, y = 0$ oder $\lambda = 1, x = 0, y = \pm\sqrt{3}$
 $\implies x^2 + y^2 - 3 = 0 \implies x^2 = 3$
 $\implies x = \pm\sqrt{3}$

[[Mehrdimensionale Differentialrechnung]]