

- $f: I \rightarrow \mathbb{R}, x_0 \in I$
 - lokale Extremstelle
 - * x_0 lokales Maximum
 - ◆ $\exists \delta > 0: f(x) \leq f(x_0) \quad \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \iff x_0$ ist größtes Element in der Umgebung $+/-\delta$
 - * x_0 lokales Minimum
 - ◆ $\exists \delta > 0: f(x) \geq f(x_0) \quad \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \iff x_0$ ist kleinstes Element in der Umgebung $+/-\delta$
 - globale Extremstelle
 - * x_0 globales Maximum
 - ◆ $f(x) \leq f(x_0) \quad \forall x \in I \iff x_0$ ist größtes Element in I
 - * x_0 globales Minimum
 - ◆ $f(x) \geq f(x_0) \quad \forall x \in I \iff x_0$ ist kleinstes Element in I
 - x_0 ist lokale Extremstelle $\implies f'(x_0) = 0$
 - * $f'(x_0) = 0 =$ Steigung \implies Hochpunkt/Tiefpunkt
 - * Umkehrschluss gilt nicht
 - * Gegenbeispiel: $f(x) = x^3$

Satz von Rolle

- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar
- $f(a) = f(b) \implies \exists x_0 \in (a, b): f'(x_0) = 0$
- Im Intervall muss mindestens ein lokales Maximum/Minimum existieren
- Wenn $f'(x) = 0 \quad \forall x \in [a, b] \implies f$ ist konstant

Mittelwertsatz der Differentialrechnung - MWS

- Verallgemeinerung von Satz von Rolle
- $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar
- $\exists x_0 \in (a, b): f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ entspricht der Steigung einer Gerade zwischen a und b
 - es existiert mindestens eine Tangente, welche parallel zu dieser Gerade ist.

Verallgemeinerung MWS

- $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar
- $\forall x \in (a, b): g'(x) \neq 0$
 - $\implies \exists x_0 \in (a, b): \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$

[[Differentialrechnung]]