

- Rechteckige, tabellenähnliche Anordnung von Elementen (meist Zahlen)
- Mehrere Matrizen können Zusammenhänge darstellen oder auch Rechenvorgänge erleichtern.
 - z.B. Adjazenzmatrix, Lineare Gleichungssysteme
- Auf diese lassen sich bestimmte Rechenregeln anwenden.
- Matrix A: $\mathbb{R}^{m \times n}$
 - m = Zeilenanzahl = 3, i = Zeilenindex
 - n = Spaltenanzahl = 3, j = Spaltenindex
 - a_{ij} = Element der i -ten Zeile und j -ten Spalte
 - Hauptdiagonale: Diagonale von links oben nach rechts unten bzw. alle a_{ij} mit $i=j$
 * a_{11}, a_{22}, a_{33}

$$\begin{array}{ccc} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Arten von Matrizen

- quadratische Matrix $\implies m=n$
- symmetrische Matrix
 - symmetrisch entlang der Hauptdiagonale
 - jedes Element $a_{ij} = a_{ji}$

$$\begin{array}{ccc} \hline 2 & 4 & 3 \\ \hline 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

–

- Einheitsmatrix/Identitätsmatrix $I_n \implies$ Elemente in der Hauptdiagonale ($i=j$) sind 1, ansonsten 0

$$\begin{array}{ccc} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

–

- Diagonalmatrix \implies Nichtnullelemente in der Hauptdiagonale, ansonsten 0
 - z.B. Einheitsmatrix

- obere/untere Dreiecksmatrix \implies Nichtnullelemente nur in und ober/unterhalb der Hauptdiagonale
 - z.B. Einheitsmatrix
- Transponierte Matrix $A^T \implies$ gespiegelt an der Hauptdiagonale

$$\begin{array}{cc} \hline 1 & 0 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

–

$$\begin{array}{ccc} \hline 1 & 2 & 2 \\ \hline 0 & 3 & 3 \\ \hline \end{array}$$

–

- Inverse Matrix $A^{-1} \implies A \cdot A^{-1} = I_n$
 - muss quadratisch sein
 - Achtung: nicht jede quadratische Matrix ist invertierbar
 - Matrizen sind regulär wenn invertierbar ansonsten singulär

$$\begin{array}{cc} \hline 2 & 1 \\ \hline 6 & 4 \\ \hline \end{array}$$

–

$$\begin{array}{cc} \hline 2 & -0.5 \\ \hline -3 & 1 \\ \hline \end{array}$$

–

Rechenoperationen auf Matrizen

- Addition von Matrix zu Skalar
 - Skalar zu jedem Element der Matrix addieren
- Addition von Matrix A ($m \times n$) zu Matrix B ($m \times n$)
 - $a_{ij} + b_{ij}$ für alle Elemente
- Multiplikation von Matrix mit Skalar
 - Skalar mit jedem Element der Matrix multiplizieren
- Multiplikation von Matrix A ($m \times n$) mit Matrix B ($n \times p$)

- Spaltenanzahl der linken = Zeilenanzahl der rechten
- $(AB)_{ij} = \sum_{k=0}^i (a_{ik} \cdot b_{ki})$
- k-te Potenz von Matrix A
 - $A_k = \prod_{i=1}^k (A)$
 - $A^3 = A \cdot A \cdot A$

[[NRLA]]