

Definition

- Urne enthält N Kugeln mit $L \geq 2$ Farben
- N_i Kugeln mit Farben L_i
- $N = N_1 + \dots + N_L$
- n mal Ziehen mit Zurücklegen

Eigenschaften

- $\Omega = \{(j_1, \dots, j_n) \in \{1, \dots, N\}^n\}$
 - $|\Omega| = N^n$
- $A = P(\Omega)$
- $P(\{(j_1, \dots, j_n)\}) = N^{-n}$
 - $P(A) = |A| \times N^{-n}$

Berechnung

- mittels [[Multinomialverteilung]]

$$P(|\text{Farbe } i| = k_i, 1 \leq i \leq L) = \underbrace{\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_L}}_{\frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_L!}} \times p_1^{k_1} \times \dots \times p_L^{k_L}.$$

•

- $p_i = \frac{N_i}{N}$

- Spezialfall:

- [[Binomialverteilung]] bei $L=2$

$$p = N_1 / N,$$

$$q = 1 - p = N_2 / N.$$

–

$$P(|\text{Farbe } 1| = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times q^{n-k}.$$

–

Beispiele

- Würfel

Wir würfeln mit 5 Würfeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit genau **zwei 4er** zu würfeln?

5x würfeln 1, 2, 3, **4**, 5, 6

$$n = 5$$

$$N = 6$$

$$k = 2$$

$$N_1 = 1, N_2 = 5$$

$$p = 1/6$$

$$q = 5/6$$

$$\binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

- Flugbuchung

Es ist bekannt, dass im Mittel 5% aller Passagiere ihren Flug stornieren oder verpassen. Für einen Flug haben 200 Personen Plätze gebucht. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 180 auftauchen?

Flugbuchungen: **1**, 2, 3, ..., 20

$$\left. \begin{array}{l} N = 20 \\ N_1 = 19 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 = p = \frac{19}{20} = 0.95$$

$$n = 200$$

$$k = 0, \dots, 179$$

$$P(\text{genau } k \text{ Passagiere}) = \binom{200}{k} \left(\frac{19}{20}\right)^k \left(\frac{1}{20}\right)^{200-k}$$

$$P(\text{weniger als 180 Passagiere}) =$$

$$\sum_{k=0}^{179} P(\text{genau } k \text{ Passagiere})$$

$$A = \bigcup_{k=0}^{179} A_k$$

$$P(\text{weniger als } 180) = 1 - P(\geq 180)$$

$$= 1 - \left[P(k=180 \text{ Pass}) + P(k=181 \text{ Pass}) + \dots + P(k=200 \text{ Pass}) \right]$$

$$\begin{array}{l} A = \{ \text{weniger } 180 \} \\ A^c = \{ \geq 180 \text{ Passagen} \} \end{array} \left| \begin{array}{l} P(A^c) = 1 - P(A) \\ A \cup A^c = \Omega \\ P(A \cup A^c) = P(\Omega) = 1 \end{array} \right.$$

[[Laplace-Experimente]] [[Binomische Lehrsatz]]