

Probability Mass Function

- Diskrete [[Zufallsvariable]] X
 - PMF von X
 - * $p_k = P(X = x_k)$
 - * Wahrscheinlichkeit, dass $X = x_k$
- jede diskrete ZV partitioniert [[Stichprobenraum]] Ω in abzählbar viele Ereignisse $A_k = \{X = x_k\}$ mit Wahrscheinlichkeiten p_k



–

PMF Kurzformen

$X \sim \text{Unif}(\Omega)$	Gleichverteilung auf Ω .
$X \sim H_{n,w,s}$	hypergeom. Vert. mit Parametern w und s .
$X \sim B_{n,p}$	Binomialverteilung mit Parametern n und p .
$X \sim G_p$	geometrische Verteilung mit Parametern p .
$X \sim P_\lambda$	Poisson-Verteilung mit Parametern λ .

•

Beispiel

- Urne

Wir ziehen 5x aus einer Urne (10 weiße und 6 schwarze Kugeln) mit Zurücklegen. Sei X die Anzahl der weißen Kugeln. Wie lautet die PMF von X ?

$(1, \dots, 10, 11, \dots, 16)$

$X = \text{Anzahl wei\ss e Kugeln}$

$$p_k = P(X = k) \quad (k = 0, \dots, 5)$$

$$= \binom{5}{k} \left(\frac{10}{16}\right)^k \left(\frac{6}{16}\right)^{5-k}$$

$(P(\text{Anzahl wei\ss e Kugeln ist } k))$

- Binomialverteilung

Sei X binomialverteilt mit $p = 0.3$ und $n = 4$. Bestimme $P(X \text{ ist eine gerade Zahl})$.

• $X \sim B_{4, 0.3}$

$\{\omega \mid X(\omega) = 0\}$

$$P(X = \text{gerade}) = P(X \in \{0, 2, 4\}) = P(X=0 \cup X=2 \cup X=4)$$

$$= P(X=0) + P(X=2) + P(X=4) = \binom{4}{0} 0.3^0 (1-0.3)^4 + \binom{4}{2} 0.3^2 (1-0.3)^2 + \binom{4}{4} 0.3^4 (1-0.3)^0$$

• $X \sim G_{0.5}$

- Kurzform geometrische Verteilung

Sei $X \sim G_{0.5}$. Man bestimme $P(X > 2)$.

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=1) - P(X=2)$$

$$= 1 - 0.5 - 0.5^2$$

- Kurzform Poisson Verteilung

Sei $X \sim P_2$. Man bestimme $P(2 < X \leq 4)$.

$$\begin{aligned}
 & \cdot X \sim P_2 \quad P(2 < X \leq 4) = P(\{X=3\} \cup \{X=4\}) \\
 & = P(X=3) + P(X=4) = \frac{e^{-2} 2^3}{3!} + \frac{e^{-2} 2^4}{4!}
 \end{aligned}$$