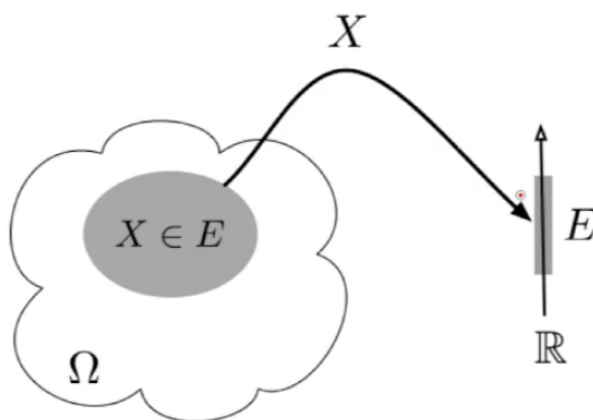


## Definition

- Zufallsvariable ZV
  - $X : \Omega \rightarrow \Omega'$ 
    - \* oft  $\Omega' = \mathbb{N}/\mathbb{R}$
  - $\omega \rightarrow X(\omega)$
  - weist jedem Elementarereignis einen Wert zu
  - erzeugt Ereignisse - Urbild von Ereignissen

$$\{X \in E\} = \{\omega : X(\omega) \in E\} = \underbrace{X^{-1}(E)}_{\text{das Urbild von } E}$$



\*

- diskret, wenn  $X$  nur abzählbar viele Werte annimmt
- stetig, wenn nicht abzählbar

## Beispiele

- Würfeln

Wir würfeln 2x und interessieren uns für die Summe der Augenzahlen. Beschreibe ein geeignetes  $\Omega$  und eine ZV  $X$ .

## 2 x Würfeln

$$\Omega = \{1, \dots, 6\}^2 \quad \omega = (\omega_1, \omega_2)$$

$$X(\omega) = X((\omega_1, \omega_2)) = \omega_1 + \omega_2$$

$$A = \{X=3\} = \{\omega \mid X(\omega)=3\}$$

$$= \{(1, 2), (2, 1)\}$$

- Binomialmodell

Wir ziehen 5x aus einer Urne ( $w$  weiße und  $s$  schwarze Kugeln) mit Zurücklegen. Wir wählen das übliche  $\Omega$  für ein Laplace-Experiment. Beschreibe formal die ZV  $X$ , welche die Anzahl der weißen Kugeln angibt.

## 5 x aus Urne ziehen (mit Zurücklegen)

$$(1, \dots, w, w+1, \dots, s+w)$$

$$\Omega = \{1, \dots, s+w\}^5 \quad \omega = (\omega_1, \dots, \omega_5)$$

$$X(\omega) = \sum_{k=1}^5 \mathbb{I}\{\omega_k \in \{1, \dots, w\}\}$$

### Beispiel (Roulette)

Wir spielen Roulette. Sei  $X$  der Gewinn wenn 5€ auf eine ungerade Zahl gesetzt wird. Sei  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 36\}$ . Dann ist

$$X(\omega) = \begin{cases} 5 & \text{für } \omega = 1, 3, 5, \dots \\ -5 & \text{für } \omega = 0, 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

Also  $\{X = 5\} = \{1, 3, \dots, 35\}$ .

### Beispiel (Würfel)

Wir würfeln mit 2 Würfeln. Sei  $X$  der Mittelwert und  $\Omega = \{1, \dots, 6\}^2$ . Dann ist

$$X(\omega) = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2).$$

Also  $\{X \geq 5\} = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6), (4, 6), (6, 4)\}$ .

- ### Beispiel (Binomiale Zufallsvariable)

Wir spielen Roulette und setzen auf **rot**. Sei  $X$  die Anzahl der Erfolge bei 3 Spielen. Sei  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 18, 19, \dots, 36\}^3$ . Dann ist

$$X(\omega) = \sum_{k=1}^3 I\{\omega_k \in \{1, \dots, 18\}\}.$$

Wir haben z.B.

- $\{X > 1\} = \{\omega: X(\omega) > 1\} = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), \dots, (36, 18, 18)\}.$