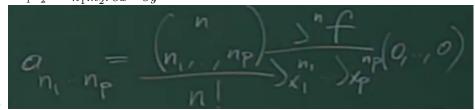
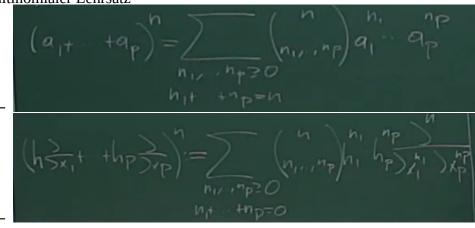
- Taylor Polynom P(x,...,y) mit mehreren Variablen
  - nähert f(x,...,y) für die ersten Ableitungen gut an
  - $\underline{a_{n_1n_2}} = \frac{1}{n_1!n_2!} \frac{\partial^{n_1+n_2} f}{\partial x^{n_1} \partial y^{n_2}} (0,0)$



· Multinomialkoeffizient

$$\begin{array}{l} - \ \binom{n}{n_1, \dots, n_p} = \frac{n!}{n_1! \dots n_p!} \\ - \ \text{Parameteranzahl in zweiter Zeile} = \mathbf{n} \end{array}$$

- Binomialkoeffizient  $\binom{n}{k} = \binom{n}{k,n-k}$
- Multinomialer Lehrsatz



## Satz von Taylor

- $U \subset \mathbb{R}^p$  offen
- liegen  $x_0$  und  $x_0+h$  samt Verbindungsstrecke in U

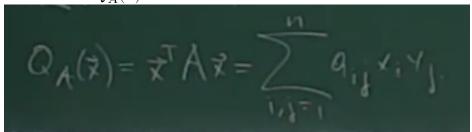
$$\bullet ==> f(x_0+h) = \textstyle\sum_{v=0}^n (\frac{1}{v!}(h_1\frac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+h_p\frac{\partial}{\partial x_p})f|_{x_0}) + \frac{1}{(n+1)!}(h_1\frac{\partial}{\partial x_1}+\ldots+h_p\frac{\partial}{\partial x_p})f|_{x_0+\theta h}$$

- 1. Term Taylor-Polynom
- 2. Term Rest

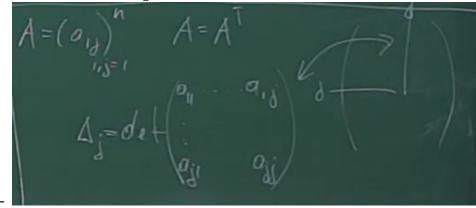
## **Extremwerte für Funktionen** $\mathbb{R}^2$ -> $\mathbb{R}$

- im eindimensionalen
  - Extremstelle, wenn f'(x)=0
  - Min/Max, wen f' (x) > < 0
- · mehrdimensionalen
  - Extremstelle, wenn Gradient von f(x)=0
  - Max, wenn Hessematrix im Punkt negativ definit

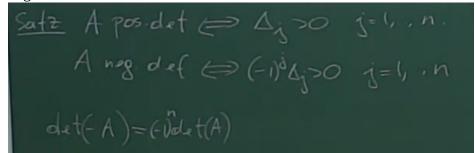
- Min, wenn Hessematrix im Punkt positiv definit
- kein Extremum, wenn indefinit
  - \* sondern Sattelpunkt
- semidefinit ==> keine Aussagekraft
- Definitheit
  - \* quadratische Form  $Q_A(x)$



- \* positiv definit <==>  $Q_A(x) > 0 \forall x \neq 0$
- \* negativ definit <==>  $Q_A(x) < 0 \forall x \neq 0$
- \* positiv semidefinit <==>  $Q_A(x) \ge 0 \forall x \ne 0$
- \* negativ semidefinit  $<==>Q_A(x) \le 0 \forall x \ne 0$
- \* ansonsten indefinit
- Rechnerische Bestimmung von Extrema im mehrdimensionalen



- Vorzeichen von Unterdeterminanten
  - \* positiv def. <==> positives Vorzeichen
  - \* negativ def. <==> alternierendes Vorzeichen



- Aussagekraft der  $\Delta_i$ 
  - \* eins der  $\Delta = 0 ==>$  keine Aussagekraft
  - \* alle  $\Delta > 0 ==> Min$

- \* ungerade  $\Delta$  < 0, gerade  $\Delta$  > 0 ==> Max
- \* ein gerades  $\Delta < 0 ==>$  Sattelpunkt

[[Mehrdimensionale Differentialrechnung]]