

Vorherige Definition

- Literal X ist eine Formel der Form
 - $X = a$ oder $X = \neg a$
 - Variable a
- n -Klausel
 - Formel der Form
 - $C = X_1 \vee X_2 \vee \dots \vee X_n$
- duale n -Klausel
 - $D = X_1 \wedge X_2 \wedge \dots \wedge X_n$

CNF und DNF

- Formel ist in n -konjunktiver Normalform, wenn
 - $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_n$
 - jedes C_i ist n -Klausel
 - Formel äquivalent zu Formel in n -KNF, wenn keine Tautologie
- Formel ist in n -disjunktiver Normalform, wenn
 - $F = D_1 \vee D_2 \vee \dots \vee D_n$
 - jedes D_i ist duale n -Klausel
 - erfüllbare Formel äquivalent zu Formel in n -DNF
- Beweis:

Beweis: Sei $V = \{A_1, \dots, A_n\}$.
 (1) Wir ordnen jede Belegung $\beta: V \rightarrow \{w, f\}$ eine duale n -Klausel D_β zu, welche definiert durch

$$D_\beta := B_1 \wedge B_2 \wedge \dots \wedge B_n$$
 wobei $B_i := \begin{cases} A_i & \text{falls } \beta(A_i) = w \\ \neg A_i & \text{falls } \beta(A_i) = f \end{cases}$
 Dann ist β die einzige vollständige Belegung (wenn?) so $\beta(D_\beta) = w$
 Nun weil X erfüllbar ist, ist die Menge W_X aller vollständig Belegungen $\beta: V \rightarrow \{w, f\}$ mit $\beta(X) = w$ nicht leer.
 Sei $W_X = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$ für ein $k \in \mathbb{N}$. Dann gilt $X \Leftrightarrow D_{\beta_1} \vee D_{\beta_2} \vee \dots \vee D_{\beta_k}$

- Beispiel:

A	B	C	$A \wedge (B \vee C)$		
w	w	w	w	w	W _X für DNF
w	w	f	w	w	
w	f	w	w	w	
w	f	f	f	f	
f	w	w	f	w	F _X für KNF
f	w	f	f	w	
f	f	w	f	w	
f	f	f	f	f	

$$X \Leftrightarrow (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$$

$$X \Leftrightarrow (\neg A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C)$$

[[Aussagenlogische Formeln]]