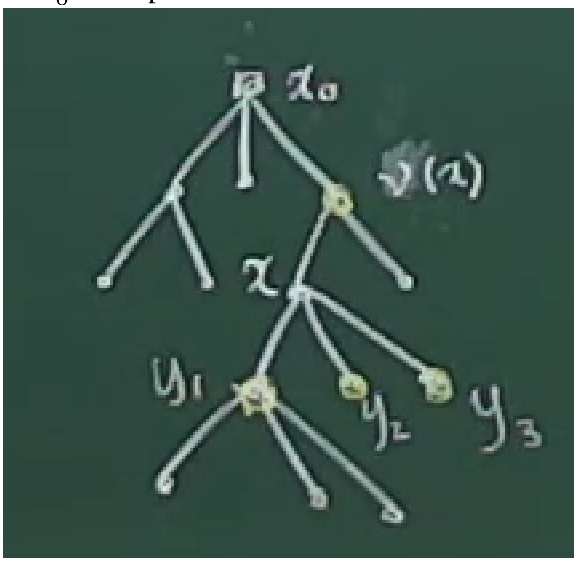
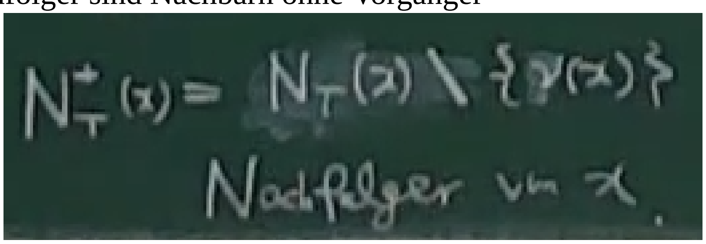
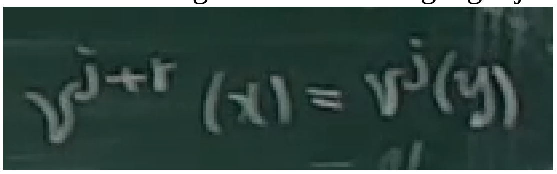
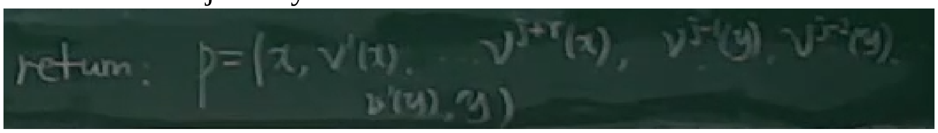
Bäume

- Graph ohne Kreis heißt Wald
- Graph heißt Baum, wenn
  - zusammenhängend
  - ohne Kreis <==> $|E| = |v| - 1$
- für je zwei Knoten, gibt es genau einen Pfad
- Wurzel x_0 ist "Spitze" von Baum
  - 
  - jeder Knoten (außer x_0) hat genau einen (ersten) Vorgänger $v(x)$
    * $d(x_0, v(x)) < d(x_0, y)$
    * $v^k(x) =$ k-te Vorgänger
  - Nachfolger sind Nachbarn ohne Vorgänger
    * 
    * Blätter Nachfolger ohne Nachfolger
  - Höhe von x $h(x) = d(x_0, x)$
- Binärbaum
  - jeder Knoten hat maximal 2 Nachfolger
  - $h = \lfloor log_2(n) \rfloor$

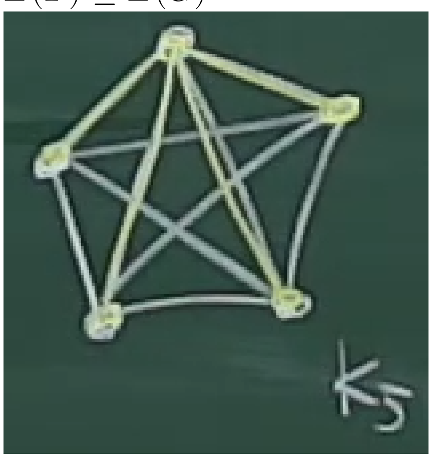
Path Finder

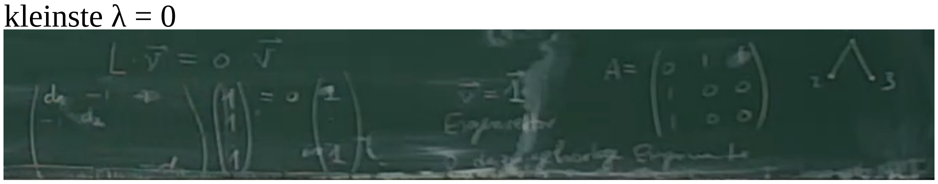
- Input: Baum T, Knoten x,y
- Output: kürzeste Pfad von x nach y
- Algorithmus

- wähle Knoten x_0 aus $V/\{x, y\}$ als Wurzel
- bestimme Pfad P_x von x bis x_0
    - $P_x = (x, v^1(x), v^2(x), ..., v^k(x) = x_0)$
    - automatisch kürzeste Pfad
- bestimme Pfad P_y von y bis x_0
- bestimme kleinsten gemeinsamen Vorgänger j
    - 

- return Pfad von x zu j nach y
    - 

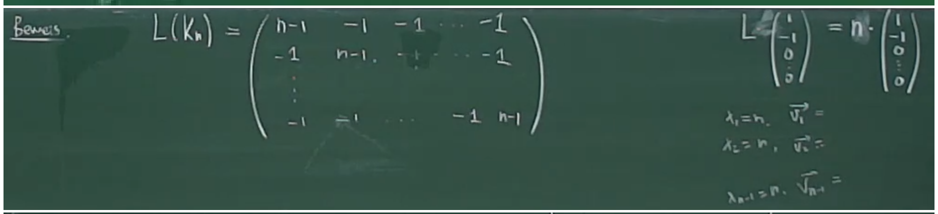
Spannbäume

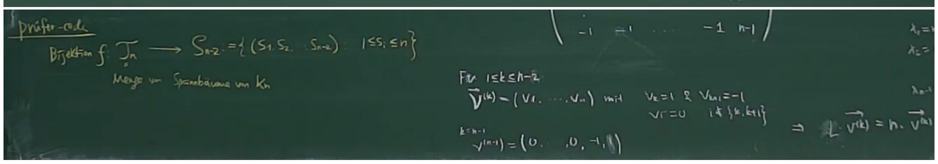
- Baum T ist Spannbaum von G, wenn
    - $V(T) = V(G)$
    - $E(T) \subseteq E(G)$
    - 

- Laplace-Matrix L(G)
    - n×n Matrix mit bis zu n Eigenwerten $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{n-1}$
        - $\forall 0 \leq i \leq n - 1 : \lambda_i \geq 0$
        - kleinste λ = 0
        - 

- Matrix-Baum-Satz von Kirchhoff
    - sei G ein zusammenhängender Graph mit n Knoten
    - #Spannbäume von G = $\frac{1}{n}\lambda_1 * ... * \lambda_{n-1}$

- Cayley-Formel
  - #Spannbäume von $K^n = n^{n-2}$
  - 

  - 

  - 

[[Wege und Kreise]]