Motivation

- Visuellen Überblick über Daten zu gewinnen
- Informationen gehen womöglich verloren

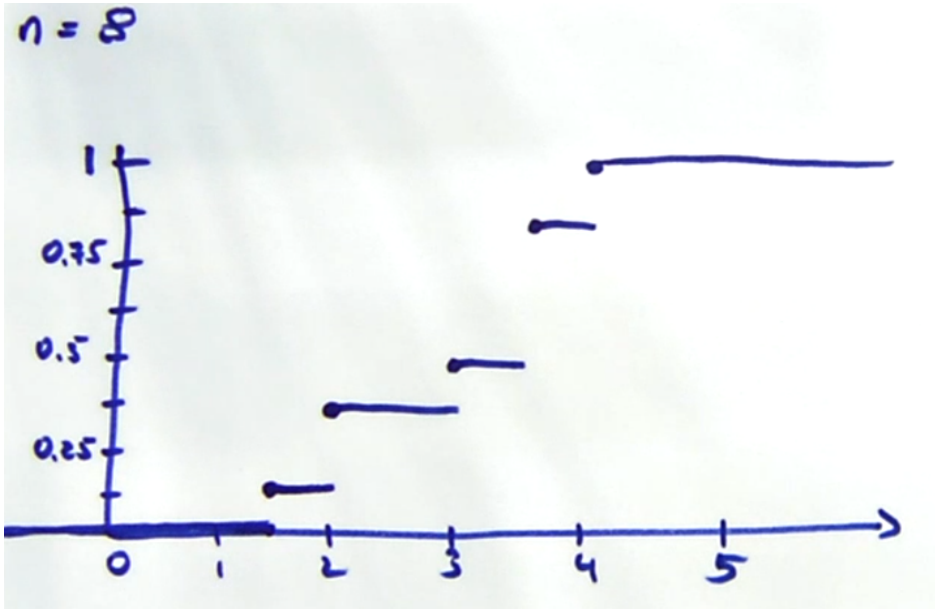
Empirische Verteilungsfunktion

> Sei $X_1, \ldots, X_n$ eine Zufallsstichprobe mit Verteilung F. Die empirische Verteilungsfunktion ist
>
> $$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} 1_{\{X_i \leq x\}},$$
>
> wobei $1_{\{X_i \leq x\}} = 1$, wenn $X_i \leq x$, und $1_{\{X_i \leq x\}} = 0$ sonst.

- $$\sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)| \longrightarrow 0,$$
- Fundamentalsatz der [[Statistik]]
  - Approximation unbekannter Verteilungen möglich
  - wenn [[Stichprobe]] groß genug
- Beispiel

  Skizzieren Sie die empirische Verteilungsfunktion der Daten:

  1.5 2.0 2.0 3.0 3.5 3.5 3.5 4.0.

  -
  

Histogramm

Die Konstruktion geschieht folgendermaßen:

1. Wähle $a \leq x_{(1)}$ und $b \geq x_{(n)}$.
2. Zerlege $[a, b]$ in k äquidistante Intervalle

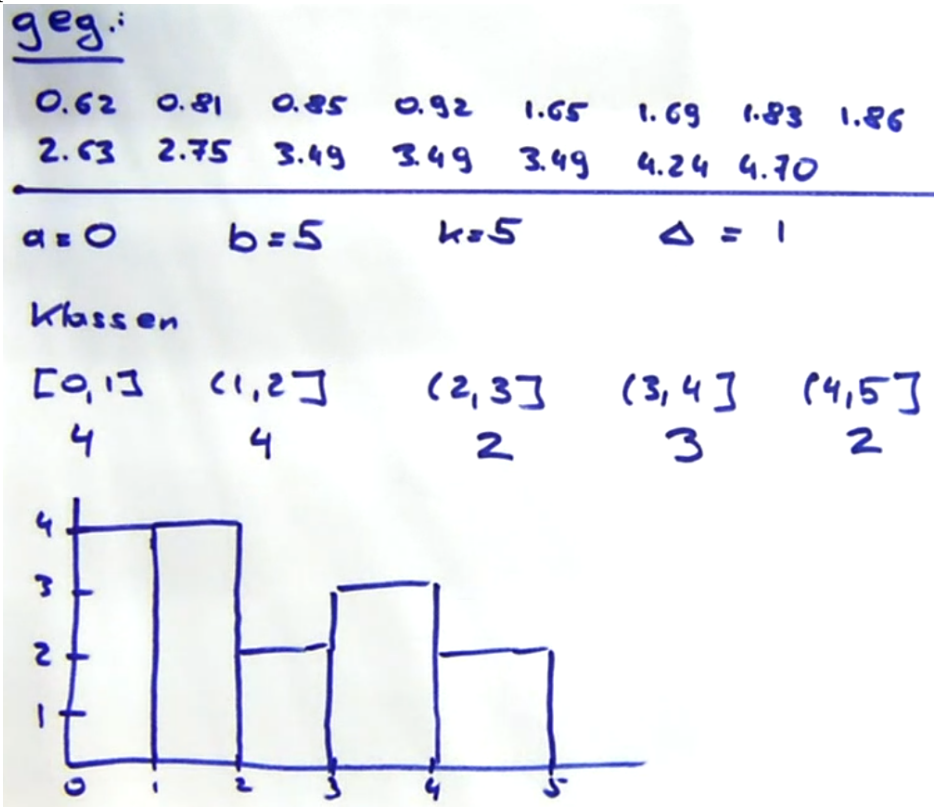
$$[a, a+\Delta] \quad (a+\Delta, a+2\Delta] \quad \ldots \quad (b-\Delta, b],$$

wobei $\Delta = \frac{b-a}{k}$.

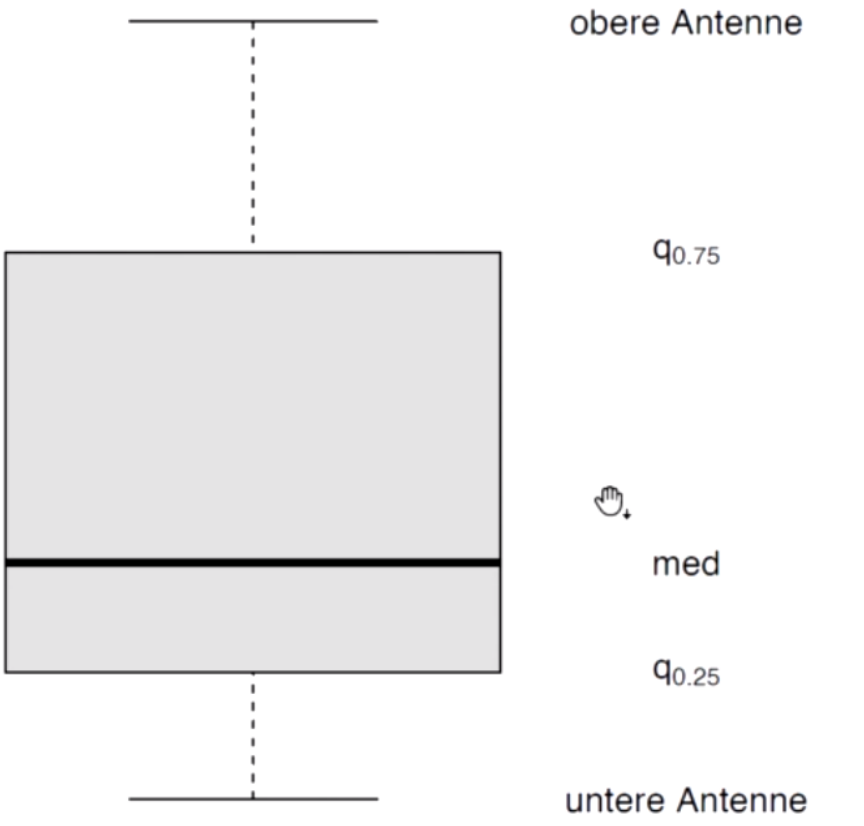
3. Sei n_i die Anzahl der Beobachtungen im i-ten Intervall. Konstruiere über dem i-ten Intervall ein Rechteck der Höhe
   - n_i ... für absolute Häufigkeiten oder
   - $n_i/(n\Delta)$ ... für relative Häufigkeiten.

-
- simpler Schätzer für Dichtefunktion
- einfach verständlich
- abhängig von Auswahl der Parameter a, b, k

  Breite Intervalle verursachen einen höheren Informationsverlust. Schmale Intervalle ergeben oftmals ein unregelmäßiges Erscheinungsbild.
-
- Beispiel



Boxplot



- Die **Antennen** (Whisker) reichen bis zum kleinsten (größten) Wert, der nicht weiter als $1.5 \cdot \text{iqr}$ unter (über) der Boxgrenze liegt.
-
- Ausreißer
  - Punkte außerhalb der Antennen
  - viele Ausreißer $\rightarrow$ womöglich nicht normalverteilt
- ideal für Vergleich unterschiedener Stichproben
- liefert schnellen Überblick

Q-Q-Plot

- Quantil-Quantil-Plot
- vergleicht Daten mit Referenzverteilung
  - beurteilt Anpassung der Daten an theoretische Verteilung

Dabei plottet man die empirischen Quantile gegen die theoretischen Quantile der Referenzverteilung F.

Sei $0 \leq p_1 < p_2 < \cdots < p_n \leq 1$. Man plottet

$$(z_{p_1}, q_{p_1}) \quad (z_{p_2}, q_{p_2}) \quad \ldots \quad (z_{p_n}, q_{p_n}),$$

wobei z_p dem theoretischen p-Quantil von F entspricht.

-
- Annahme Normalverteilung
  - Q-Q-Plot weist auf Gegenteil hin