- $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ist offen, wenn $\forall \vec{x} \in U \exists \varepsilon > 0 : B(\vec{x}, \varepsilon) \subseteq U$
  - $B(\vec{x}, r) = \vec{x} \in \mathbb{R}^n : ||\vec{x} - \vec{y}|| < r$
  - um jeden Punkt gibt es Platz
    - Platz = Kugel mit gewissem Radius um Punkt herum

Stetigkeit für …

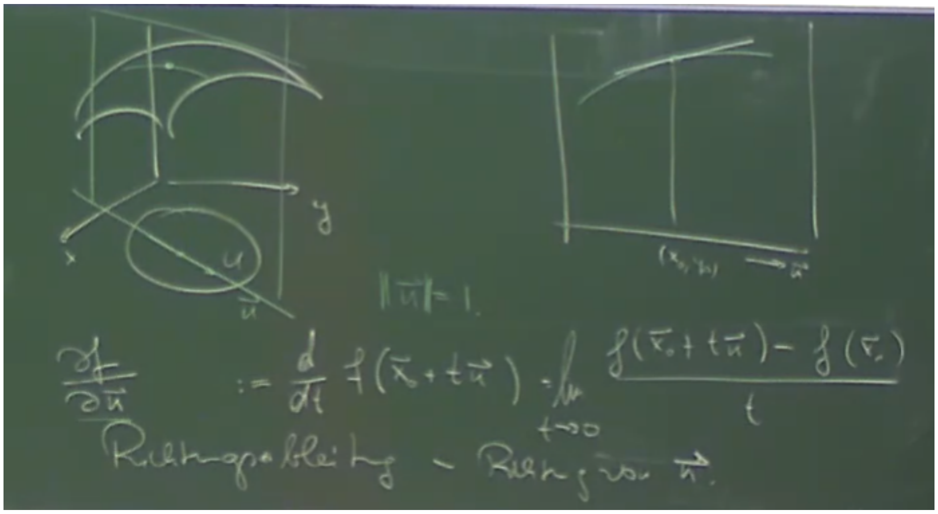
- Ist $U \subseteq \mathbb{R}^n$ offen, $f : U --> \mathbb{R}$
  - f stetig in U, wenn
    - Kriterien der [[Stetigkeit]] gelten
      - auch im mehrdimensionalen
      - z.B. $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall \vec{x} \in U : |\vec{x} - \overrightarrow{x_0}| < \delta ==> |f(\vec{x}) - f(\overrightarrow{x_0})| < \varepsilon$
  - f stetig auf U, wenn f in jedem Punkt von U stetig ist
  - Folgenkriterium
    - f ist genau dann stetig in $\overrightarrow{x_0}$, wenn für jede Folge $\overrightarrow{x_n}$ mit Grenzwert$\overrightarrow{x_0}$ auch der Limes der Funktionswerte=f($\overrightarrow{x_0}$) gilt

Grenzwerte für …

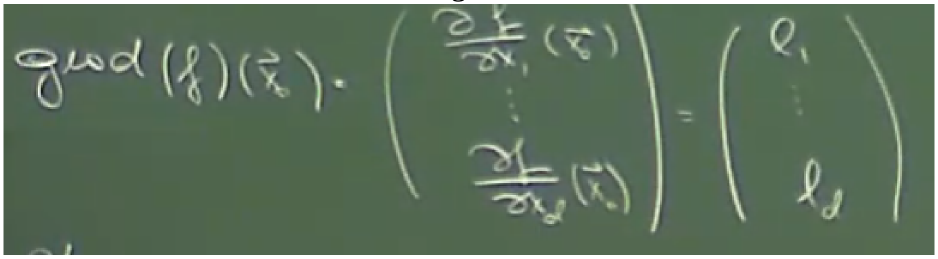
- $A = \lim \vec{x} \to \overrightarrow{x_0} f(\overrightarrow{x_0}) = \lim x \to x_0 \lim y \to y_0 f(x, y) = \lim y \to y_0 \lim x \to x_0 f(x, y)$
  - Grenzwerte unterschiedlich <==> Grenzwert existiert nicht
  - Ableitungen der beiden iterierten Grenzwerte können existieren, ohne dass der Grenzwert existiert

Partielle Ableitung

- f: $U --> \mathbb{R}$ ist differenzierbar in x_0, wenn f eine erste Näherung zulässt
  - $\exists l : \mathbb{R} --> \mathbb{R}$ linear: $f(\vec{x}) = f(\overrightarrow{x_0}) + l(\vec{x} - \overrightarrow{x_0}) + ||\vec{x} - \overrightarrow{x_0}|| r(\vec{x})$ mit $\lim_{x \to x_0} r(\vec{x}) = 0$
- Vorgehensweise:
  - für f(x,y)
  - $\frac{\partial f}{\partial x}$ = Ableitung von f(x,y) nach x jedoch ist y konstant
    - bzw. wird angenommen
- partielle Ableitung kann existieren, obwohl f nicht differenzierbar
  - sind alle partielle Ableitungen stetig in x_0 <==> differenzierbar
- Richtungsableitung
  - partielle Ableitung entlang einer Richtung möglich
  - entspricht Änderungsrate entlang des Vektor n
  - Richtung ≠ Achsen/Variablen

  - 
  - $\frac{\partial f}{\partial \vec{n}} = l(\vec{n})$
    * gilt wenn f in x_0 differenzierbar

Gradient von f

- Koordinaten der linearen Abbildung als Vektor
- 
- $\frac{\partial f}{\partial \vec{n}} = < grad(f)(\vec{x_0}), \vec{n} >$
  - Richtungsableitung = Skalarprodukt von Gradient und Richtungsvektor
  - $< grad(f)(\vec{x_0}), \vec{n} >$
    * Gradient von f zeigt in Richtung des größten Anstiegs
    * senkrecht zu Gradient findet keine Änderung statt
      - <..,..>=0

[[Differentialrechnung]]