ACHTUNG: Eine Verbreitung der Unterlagen außerhalb der Vorlesung bzw. der dazugehörigen Übungen ist nicht gestattet !

2. Mechanik

- Kinematik des Punktes
- Grundgesetze der klassischen Mechanik
- Impuls
- Arbeit und Energie
- Stoßprozesse
- Drehbewegungen
- Hydro- und Aerostatik

Hier: klassische Mechanik
(fußend auf den Newton‘schen Axiomen)

Statik: Gleichgewicht von Kräften, die auf ruhenden Körper wirken

Kinematik: Bewegungsvorgänge

Dynamik: Kräfte als Ursachen der Bewegung

Gültigkeitsgrenzen:

Sehr große Geschwindigkeiten (nahe Lichtgeschwindigkeit)

- **Relativistische Mechanik**

Nanoskopische Objekte

- **Quantenmechanik**

2.2 Kinematik des Punktes

- **Kinematik: es geht um die Beschreibung der Bewegung, nicht um deren Ursache (wäre Dynamik)**
- **Wieso Punkt ? “Punkt“ oft sinnvolle Vereinfachung – z.B. Auto, das über große Strecke fährt**

Bewegung definiert über:

- **Ortskoordinate**
- **und deren Zeitabhängigkeit**

Institut für Festkörperphysik

Eindimensionale Kinematik:

nur ein Bewegungsfreiheitsgrad

Geschwindigkeit:

Dimension: Länge / Zeit; SI-Einheit: m/s

Mittlere Geschwindigkeit
zwischen zwei Punkten P1 und P2

$$v_m = \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{t+\Delta t - t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

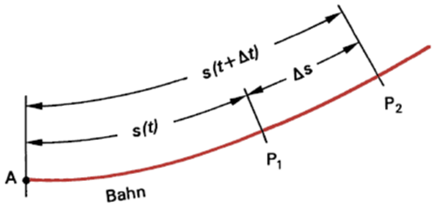


Abb. 2.3 Zur Definition der Geschwindigkeit, *t* Zeit (sonstige Bezeichnungen wie in Abb. 2.1)

Momentangeschwindigkeit

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{d\,s}{d\,t} = \dot{s}}$$

Institut für Festkörperphysik

Momentangeschwindigkeit
= Steigung in einem Weg-Zeit Diagramm

$$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} v(\tau)\,d\tau$$

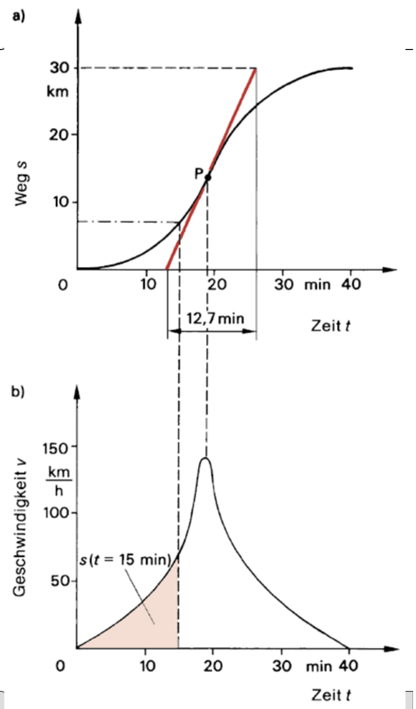


Abb. 2.4 Bewegung mit ungleichförmiger Geschwindigkeit (Beispiel 2.2-1). a) Weg-Zeit-Diagramm, b) Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Institut für Festkörperphysik

Beschleunigung:

Beschleunigte Bewegung = Geschwindigkeit des Punktes ändert sich mit der Zeit

Dimension: Länge / Zeit²; SI-Einheit: m/s²

Momentanbeschleunigung

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d\,v}{d\,t} = \dot{v}$$

$$a = \frac{d^2 s}{d\,t^2} = \ddot{s}$$

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

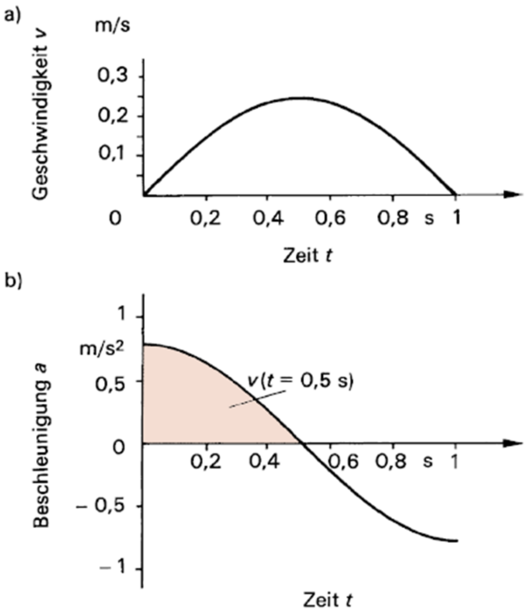


Abb. 2.5 Beschleunigte Bewegung (Beispiel 2.2-2). a) Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm, b) Beschleunigung-Zeit-Diagramm

Institut für Festkörperphysik

Sonderfälle:

Gleichförmige Bewegung: v = konst.

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung: a = konst.

Freier Fall: gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit a = g (Fallbeschleunigung) = 9,81 m/s²

Beispiel:

Von einem 10m hohen Turm (Abwurfhöhe 10m) wird eine kleine Stahlkugel mit v_0 = 5 m/s senkrecht nach oben geworfen.
Was passiert ? Was ist die maximale Steighöhe ? Wie lange fliegt die Kugel ? Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie auf die Erde ?

Dreidimensionale Kinematik:

Bewegung mit drei Ortsfreiheitsgraden

Beschreibung der Position des Punktes mittels Ortsvektor

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

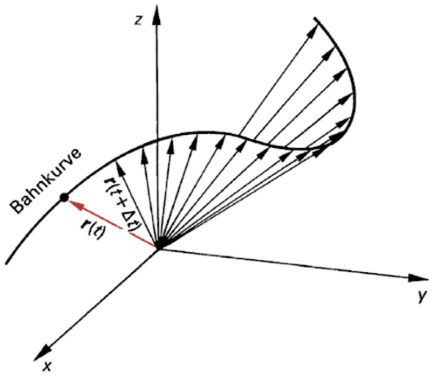


Abb. 2.8 Ortsvektor und Bahnkurve.
x, y, z Raumkoordinaten, t Zeit

In kartesischen Koordinaten (problemabhängig auch Kugel- oder Zylinderkoordinaten sinnvoll)

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Momentangeschwindigkeit:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\,\vec{r}}{d\,t} = \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}}$$

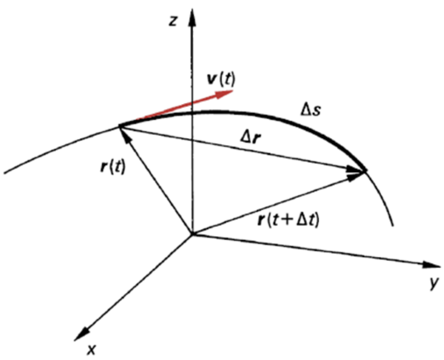


Abb. 2.9 Zur Definition des Geschwindigkeitsvektors v.
x, y, z Raumkoordinaten, t Zeit, s Weg, r Ortsvektor

Monentangeschwindigkeit immer tangential zur Bahnkurve

$$\vec{v} = v\,\vec{e}_{\tan}$$

tangentialer Einheitsvektor

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

Beschleunigung:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}}$$

Mit $\vec{v} = v\vec{e}_{\tan}$ **ergibt sich:** $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_{\tan} + v\frac{d\vec{e}_{\tan}}{dt} = \vec{a}_{\tan} + \vec{a}_{norm}$

normal zur Bahn !

Beispiel:

Kugel mit Anfangsgeschwindigkeit v0=30 m/s unter 60° zur Horizontalen angeschossen. Diskutiere Bewegung der Kugel unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes! In welcher Entfernung trifft die Kugel auf ?

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Spezialfall: Kreisbewegung

kann nur passieren, wenn $\vec{a} \neq 0$

Normalkomponente der Beschleunigung immer zum Kreismittelpunkt gerichtet: Zentripetalbeschleunigung

Für diese gilt bei einer Kreisbewegung:

In Richtung zum Kreismittelpunkt !

$$\left|\vec{a}_{ZP}\right| = \frac{v^2}{r}$$

Tangentialbeschleunigung nur, wenn sich |v| ändert !

$\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$ **In kartesischen Koordinaten nicht notwendigerweise optimal zur Beschreibung einer Kreisbewegung**

Egbert Zojer Physik ET / Physik TE

sinnvoller:

Bogenlänge s

Drehwinkel
(in rad im Gegenuhrzeigersinn gemessen)

$$\vec{\varphi} = \frac{s}{r}\vec{e}_{ax}$$

axialer Einheitsvektor (senkrecht auf Kreisbahn) mit Orientierung entsprechend Rechtsschraube

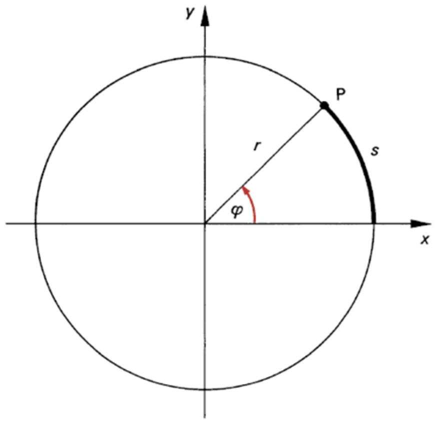


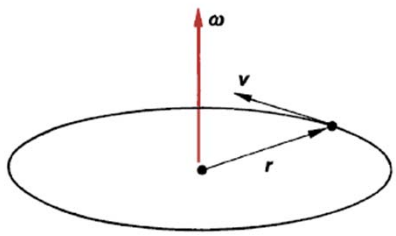
Abb. 2.13 Definition des Drehwinkels φ der Kreisbewegung. r Radius, s Bogenlänge

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Winkelgeschwindigkeit

Dimension: 1/Zeit
Einheit: rad/s oder 1/s

$$\boxed{\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\,\vec{\varphi}}{d\,t}}$$



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

ω direkt mit Drehzahl, n, und Periodendauer, T, der Kreisbewegung verknüpft:

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$$

Winkelbeschleunigung

$$\boxed{\alpha = \frac{d\vec{\omega}}{d\,t} = \frac{d^2\,\varphi}{d\,t^2}\vec{e}_{ax}}$$

Dimension: 1/Zeit²
Einheit: rad/s² oder 1/s²

Überlagerung von Bewegungen:

Beispiel: Bewegung eines Punkts auf einem Rad – Bewegung als Überlagerung einer getrennt beschreibbaren linearen Translation und einer Kreisbewegung

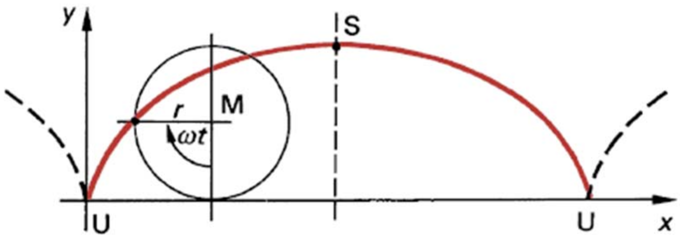


Abb. 2.15 Zykloide als Bahnkurve eines Punktes auf der Lauffläche eines Rads (Beispiel 2.2-5)

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

2.3 Grundgesetze der klassischen Mechanik

Frage (Kinematik): Was ist die Ursache für die Bewegung?

Newtonsche Axiome:

In der makroskopischen Welt der klassischen Physik exakt !

Trägheitsgesetz (1. Axiom)

Jeder Körper behält seine Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) bei, solange keine äußeren Kräfte auf ihn wirken.

Definiert Begriff des Inertialsystems (= Bezugssystem, bzw., Beobachtungssystem in dem das gilt)

Inertialsystem:

- Bewegt sich gegenüber Fixsternhimmel geradlinig und gleichförmig
- Es gibt unendlich viele gleichwertige Inertialsysteme (absolute Ruhe nicht feststellbar).
- Erde: Wegen Erdrotation kein Inertialsystem (siehe z.B. Corioliskraft, Foucaultsches Pendel)
- Erde: für kurze Zeitskalen ist die Erdrotation häufig vernachlässigbar (näherungsweise Inertialsystem)

In **beschleunigten Bezugssystemen** treten Scheinkräfte auf, z.B.:

- Zentrifugalkraft
- Corioliskraft

Aktionsprinzip (2. Newton‘shes Axiom)

Die Änderung der Bewegungsgröße (i.e., des Impulses, p) eines Körpers ist gleich der resultierenden auf ihn wirkenden Kraft

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{d\,t} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{d\,t} = m\frac{d\,\vec{v}}{d\,t} + \vec{v}\frac{d\,m}{d\,t}}$$

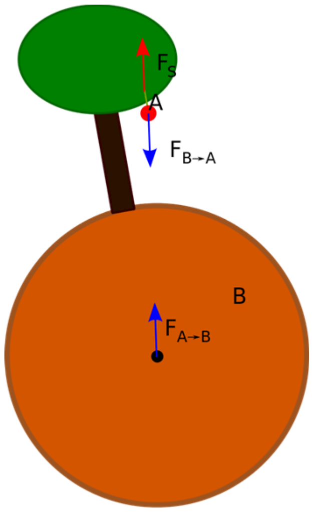
Für den häufigen Fall einer konstanten Masse wird daraus:

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Wechselwirkungsgesetz (3. Newton‘shes Axiom)

actio = reactio

Wirkt der Körper 1 auf den Körper 2 mit der Kraft F_{12}, so wirkt Körper 2 auf Körper 1 mit F_{21}, einer Kraft gleicher Richtung und gleichen Betrags, aber umgekehrter Orientierung*



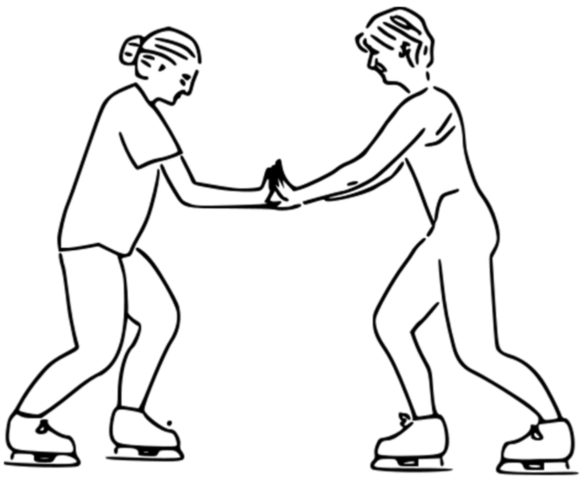
**Beachte: Kleine Inkonsistenz mit Hering et al., „Physik für Ingenieure“ – hinsichtlich der Bedeutung der Richtung eines Vektors !*

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

Es gibt keine einzelne, isolierte Kraft !

http://de.wikipedia.org/wiki/Actio_und_Reactio

Beispiel:



http://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_laws_of_motion

Masse und Trägheit

- **Trägheit ist der Widerstand eines Körpers gegen eine Änderung seines Bewegungszustandes.**
- **Das Maß für die Trägheit ist die Masse des Körpers, m.**
- **In der klassischen Mechanik ist m vom Bewegungszustand unabhängig**
- **Die Masse ist im SI System eine Grundgröße.**
- **SI Einheit: 1 kg (durch Eichkörper festgelegt)**

Dynamischer Vergleich von Massen (vgl. Aktionsprinzip)

Für gleiche einwirkende Kraft gilt:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Kräfte

Dimension: Masse x Länge / Zeit^2
SI-Einheit: 1 kg m s^{-2} = 1 N (Newton)

Superpositionsprinzip von Kräften:

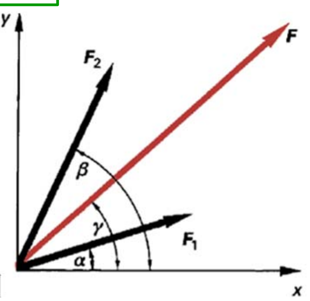
Wirken auf einen Punkt oder starren Körper mehrere Kräfte, so lässt sich ihre Wirkung auch durch eine mittels Vektoraddition berechnete resultierende Kraft beschreiben.

$$\boxed{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$$

Im statischen Kräftegleichgewicht:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

Dann: keine Änderung des Bewegungszustandes (cf., 1. Axiom)



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Beispiele für Kräfte

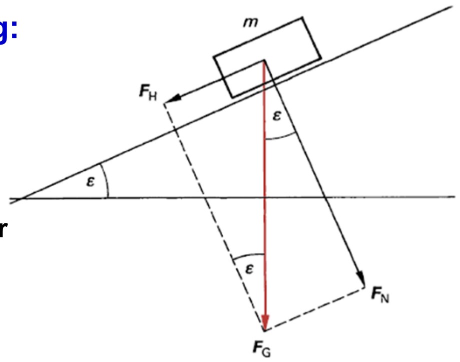
Gewichtskraft:

$$\boxed{\vec{F}_G = m\,\vec{g}}$$

- **Schwere Masse**
- **Ursache: Massenanziehung durch Erdmasse**
- **g = 9,81 m/s²**

Beispiel für Kräftezerlegung: Schiefe Ebene

- o **Nur F_H beschleunigt den Körper**
- o **F_N wird durch Gegenkraft der schiefen Ebene auf den Körper kompensiert !**



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Abb. 2.17 Kräfte auf schiefer Ebene. ε Neigungswinkel

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Zentripetalkraft:

Zur Erinnerung: Für Kreisbewegung nötige Zentripetalbeschleunigung:

$$\left|\vec{a}_{ZP}\right| = \frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{\vec{F}_{zp} = -m\omega^2\vec{r}}$$

Zum Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtet !

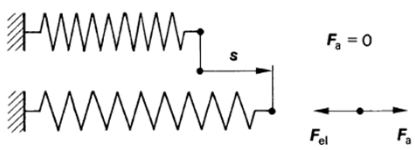
Elastische Kräfte / Federkräfte (im linearen Bereich):

$$\boxed{\vec{F}_{el} = -k\,\vec{s}}$$

k … Federkonstante

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

- o **Längenänderung, s, Maß für die verursachende Kraft**
- o **Federwaagen als Kraftmesser eingesetzt**

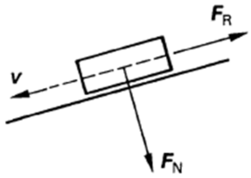


Beispiel: *Berechne die resultierende Federkonstante für parallel / hintereinander angeordnete Federwaagen*

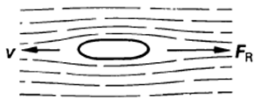
Reibungskräfte:

Der Bewegungsrichtung der Körper entgegengesetzt !

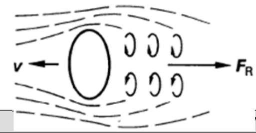
- **Haftreibung**
- **Gleitreibung** $\boxed{F_R = \mu F_N}$
- **Rollreibung (bei geringen Geschwindigkeiten)**



Flüssigkeitsreibung $\boxed{\vec{F}_R = -\chi \vec{v}}$



Turbulente Reibung $\boxed{\vec{F}_R = -b v^2 \vec{e}_v}$



Aus: Hering et al.

2.5 Kraftstoß, Impuls und Impulserhaltung

Bewegungsgröße / Impuls:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Dimension: Masse x Länge / Zeit
SI-Einheit: 1 kg m s^{-1} = 1 Ns

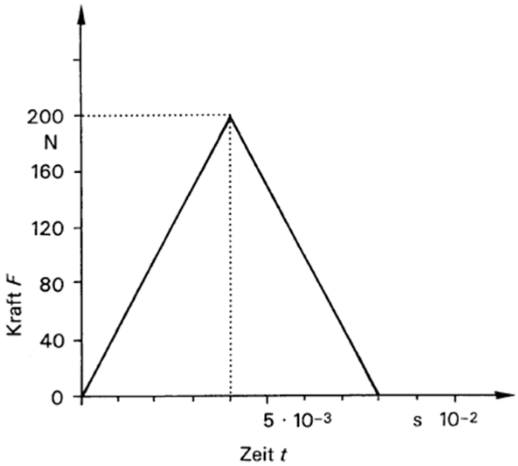
Der Impuls ändert sich unter dem Einfluss einer Kraft: $\vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{d\,t}$

Kraftstoß = Wirkung einer Kraft auf einen Körper über ein Zeitintervall Δt

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}}$$

Gleiche Kraftstöße führen zu gleichen Impulsänderungen !
Längere Dauer der Einwirkung → kleinere Kraftspitze (z.B. Knautschzone)

Beispiel:
Minigolf mit Ball der Masse m=0.1 kg und nebenstehendem Kraftverlauf:
Wie hoch ist die Endgeschwindigkeit des Balls ?



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Impuls und Kraftstoß für ausgedehntes System:

Schwerpunkt eines Systems materieller Punkte m_k, bzw. einer Massenverteilung

$$\vec{r}_s = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k \vec{r}_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

$$\vec{r}_s = \frac{\int_V \rho(\vec{r})\vec{r}\, d^3\vec{r}}{\int_V \rho(\vec{r})\, d^3\vec{r}}$$

Bewegung des Schwerpunktes:

Der Schwerpunkt eines Körpers bewegt sich so (Translation), als ob in ihm die Gesamtmasse des Systems vereinigt wäre und als ob alle äußeren Kräfte in ihm angriffen.

$$\vec{F} = \frac{d\,\vec{p}}{d\,t} = m\frac{d\vec{v}_s}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}_s}{dt^2} = m\,\vec{a}_s$$

Impulserhaltungssatz:

Wirken auf ein System keine äußeren Kräfte, so ist dessen Impuls konstant.

für $\vec{F}^a = \sum_k \vec{F}_k^a = 0$ **gilt:**

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + ... = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' + m_3\vec{v}_3' + ...$$

Beispiel:

Pkw mit Masse 1.3 t fährt auf horizontaler Strecke auf stehenden Pkw mit Masse 1t auf. Der gestoßene Wagen rutscht nach dem Aufprall 8m weiter, der stoßende 5m. Wie schnell war das stoßende Auto im Moment des Aufpralls ? (Gleitreibungszahl der Reifen am Asphalt: μ_G=0.8

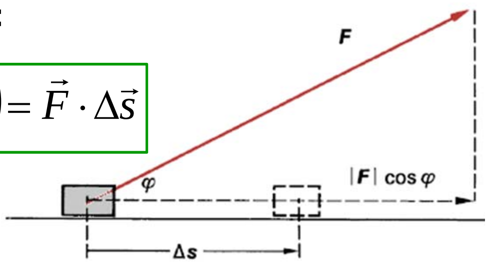
2.6 Arbeit und Energie

- **Wirkt eine Kraft auf einen Körper und verschiebt ihn dabei, so wird Arbeit verrichtet.**
- **Diese ist dem Weg und der in Richtung des Weges gerichteten Kraftkomponente proportional.**

Dimension: Masse x Länge^2 / Zeit^2
SI-Einheit: 1 kg m^2 s^{-2} = 1 Nm = 1 J (Joule)

Für eine konstante Kraft gilt:

$$\Delta W = \left|\vec{F}\right|\left|\Delta\vec{s}\right|\cos\left(\vec{F},\Delta\vec{s}\right) = \vec{F}\cdot\Delta\vec{s}$$



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

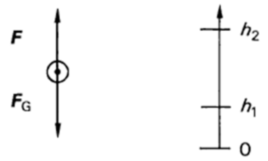
Abb. 2.31 Zur Definition der Arbeit

Für nicht konstante Kraft gilt:

$$\boxed{dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}}$$ und $$\boxed{W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} dW = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}\, d\vec{s}}$$

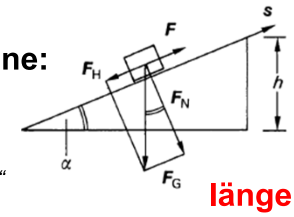
Beispiele für Arbeit gegen ortsunabhängige Kräfte:

Hubarbeit:



$$F = m\,g$$
$$s = h_2 - h_1 = h$$
$$\boxed{W_{12} = m\,g\,h}$$

Schiefe Ebene:



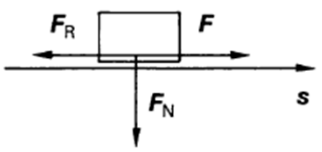
Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

$$F = m\,g \sin\alpha$$
$$s = h / \sin\alpha$$
$$W_{12} = m\,g\,h$$

längerer Weg aber kleinere Kraft

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Arbeit gegen Reibungskraft:



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

$$F = \mu F_N = \mu\, m\, g$$
$$s = s_2 - s_1$$
$$W_{12} = \mu\, m\, g\, s$$

Beschleunigungsarbeit (ohne Reibung): $F = m\,a$

$$W_{12} = \int_{s_1}^{s_2} m\,\vec{a}\,d\vec{s} = \int_{v_1(s_1)}^{v_2(s_2)} m\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v}\,dt = \int_{v_1(s_1)}^{v_2(s_2)} m\,\vec{v}\,d\vec{v}$$

Beschleunigung parallel zur Geschwindigkeit: $$\boxed{W_{12} = \frac{m\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2}}$$

Gleichförmige Kreisbewegung: $d\vec{v} \perp \vec{v} \Rightarrow W_{12} = 0$

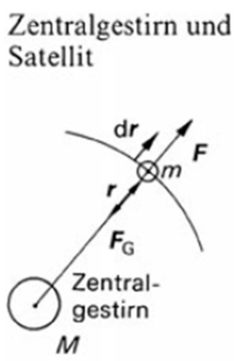
Beispiele für Arbeit gegen ortsabhängige Kräfte:

Verformungsarbeit:

z.B. Dehnung einer Feder

$$F = k\,x \Rightarrow W_{12} = \frac{k}{2}\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

Hubarbeit gegen Gravitationskraft:



$$\boxed{F = -G\frac{m\,M}{r^2}\vec{e}_r}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{W_{12} = G m\,M\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Leistung

SI-Einheit: 1 kg m² s⁻³ = 1 Js⁻¹ = 1 W (Watt)

Maß dafür, in welcher Zeitspanne Arbeit verrichtet wird.

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$ **bzw:** $$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}\,\vec{v}}$$

Energie

SI-Einheit und Dimension wie Arbeit

Durch Zufuhr oder Abgabe von Arbeit ändert sich die Energie eines Körpers (die Gesamtenergie eines Systems)

$$\boxed{\Delta E = E_{nachher} - E_{vorher} = W}$$

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

Potentielle Energie:

- **Elastische Energie**

$$E_{elast} = \frac{1}{2} k s^2$$

- **Lageegnergie**

$$E_{Lage} = m g h$$

- **Diese Energiearten können ineinander umgewandelt werden**
- **Beispiel Bogenschießen: elastische Energie der Sehne in kinetische und Lageenergie des Pfeils**
- **Umwandlung auch in andere Energiearten: thermische Energie, chemische Energie, elektrische bzw. magnetische Feldenergien …**

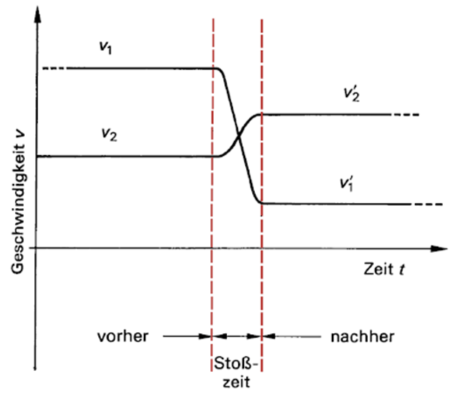
Energieerhaltungssatz

- **In einem abgeschlossenen System bleibt die Energie erhalten**
- **Energie kann nicht vernichtet und nicht erzeugt, sondern nur umgewandelt bzw. zwischen verschiedenen Teilen des Systems ausgetauscht werden.**
- **Es gibt kein Perpetuum mobile erster Art (= Maschine, die Arbeit verrichtet ohne, dass ihr von außen Energie zugeführt wird).**

Beispiel: (1) Stahlkugel mit einer Masse von 1 kg fällt aus 1m Höhe auf eine Stahlplatte und springt danach auf 90cm Höhe zurück. Wie groß sind (a) Geschwindigkeit unmittelbar vor dem Aufprall, (b) unmittelbar nach dem Aufprall (c) die in Verformungsenergie umgewandelte Energie. Wie groß ist die Impulsänderung ? (2) Auf Turm: Kugel fallen lassen, nach oben bzw. unten werfen)

2.7 Stoßprozesse

Im Vergleich zur Beobachtungszeit kurzer Kontakt zweier Körper, der deren Bewegungszustand ändert.



Beispiele: Billard, Tennis, Crashtests, Zusammenstöße von Molekülen …

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Für abgeschlossene Systeme gelten Energie- und Impulserhaltung

Gerader, zentraler, elastischer Stoß (1-dimensional)

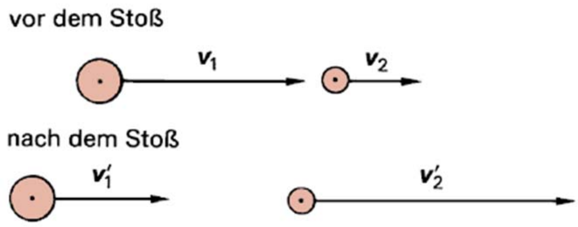


Abb. 2.39 Gerader, zentraler Stoß

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Impulserhaltung:

$$\boxed{m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2}$$

Energieerhaltung:

$$\boxed{\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}}$$

Daraus ergibt sich:

- *Vom Körper 2 aus gesehen bewegt sich Körper 1 nach dem Stoß mit derselben Relativgeschwindigkeit weg, mit der er sich vor dem Stoß auf ihn zubewegt hat.*

- **Stoßpartner mit gleichen Massen**
  - **Tauschen beim Stoß Geschwindigkeit, Impuls und kinetische Energie aus.**
  - **War einer der Körper vor dem Stoß in Ruhe, so ist es nach dem Stoß der andere.**

TU Graz Institut für Festkörperphysik

- **Stößt ein schwerer Körper einen leichten, so bewegen sich nach dem Stoß beide in dieselbe Richtung weiter.**

- **Für die umgekehrte Situation wird der stoßende Körper reflektiert.**

- ***Stoß gegen starre Wand: vollständige Reflektion***

Egbert Zojer Physik ET / Physik TE

Gerader, zentraler, unelastischer Stoß

Impulserhaltung:

$$\boxed{m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1 + m_2 v_2}$$

Energieerhaltung:

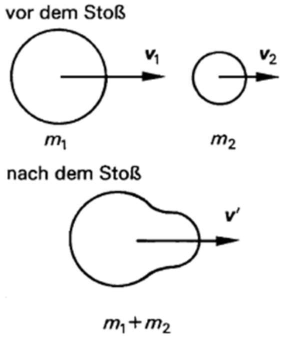
$$\boxed{\frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \Delta W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}}$$

Vollkommen plastischer Stoß:

$$v' = v_1' = v_2'$$

Aus dem Impulserhaltungssatz ergibt sich:

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

2.8 Drehbewegungen

Um einen Körper in Rotation zu versetzen ist ein Drehmoment, M, notwendig.

SI-Einheit: 1 kg m^2 s^{-2}

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

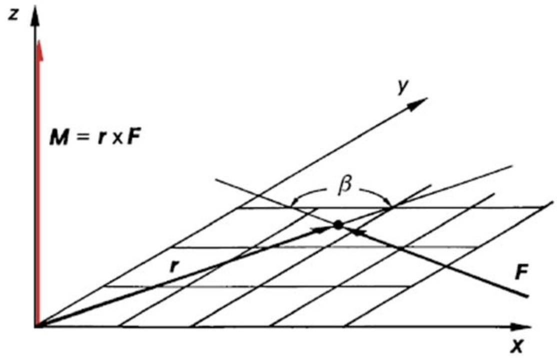


Abb. 2.44 Zur Definition des Drehmoments M

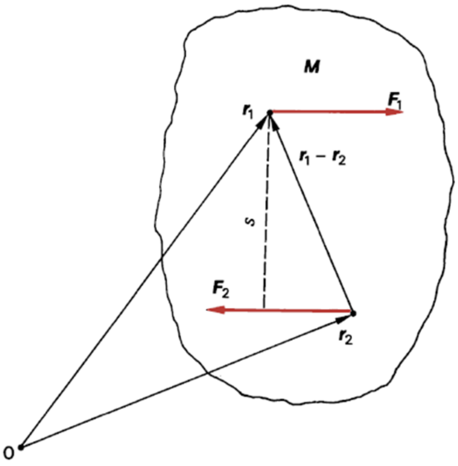
Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Macht Sinn, wenn Massepunkt oder Körper starr mit dem Ursprung des Koordinatensystems verbunden ist;

bzw.: bei fixer Drehachse Radiusvektor senkrecht auf diese Drehachse;

sonst relevant: Kräftepaar

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 =$$
$$= (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}$$



Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Abb. 2.53 Drehmoment eines Kräftepaars

Drehimpuls eines Massepunktes:

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$$

mit $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ **ergibt sich:**

$$\vec{L} = m\,\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = m[(\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega} - (\vec{r} \cdot \vec{\omega})\vec{r}] = (mr^2)\vec{\omega}$$

Mit der Definition des Massenträgheitsmomentes eines Punktes

$\boxed{J = mr^2}$ **erhält man:**

$\boxed{\vec{L} = J\,\vec{\omega}}$ **in Analogie zu** $\vec{p} = m\vec{v}$ **für die Translation.**

Rotationsbewegung eines starren Körpers

Allgemeine Definition des Trägheitsmoments:

$$J = \int_V r_\perp^2 \rho(\vec{r})\, d^3\vec{r}$$

ρ .... Massendichte
$r_\perp$ ... Abstand von Drehachse

Von Rotationsachse abhängig !

Gleichungen für Spezialfälle siehe: Hering et al., „Physik für Ingenieure“ (11), Seite 90

Rotation um Hauptträgheitsachsen (Achsen durch Schwerpunkt bei denen das Trägheitsmoment minimal oder Maximal wird)

$$\vec{L} \text{ und } \vec{\omega} \text{ parallel} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = J\,\vec{\omega}}$$

Sonst Zusammenhang über Trägheitstensor: $\vec{L} = \overleftrightarrow{I}\,\vec{\omega}$

http://de.wikipedia.org

In Analogie zur Translationsbewegung lassen sich folgende Zusammenhänge für die Rotationsbewegung ableiten
(Details siehe *Hering et al., „Physik für Ingenieure“)*

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J\vec{\alpha}}$$

Drehimpulserhaltung:
Der Drehimpuls bleibt konstant, wenn keine äußeren Momente wirken.

Drehmomentstoß: $\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\, dt = \Delta\vec{L}$

Institut für Festkörperphysik

Arbeit bei Rotationsbewegung: $$W = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \vec{M}(\vec{\varphi})\, d\vec{\varphi}$$

Rotationsenergie (kinetische Energie): $$\boxed{E_{kin}^{rot} = \frac{1}{2} J\, \omega^2}$$

Beispiel: *Eine Eiskunstläuferin dreht sich mit ausgestreckten Armen (J_0 = 6 kg m²) mit einer Drehfrequenz von $n_0 = 2\ s^{-1}$. Dann zieht sie innerhalb von t = 1,0 s ihre Arme an, sodass sich ihr Trägheitsmoment auf J_1 = 1,2 kg m² reduziert. Wie groß ist ihre Drehfrequenz während der Pirouette ? Welche mittlere Leistung bringt sie beim Anziehen der Arme auf ?*

Institut für Festkörperphysik

2.12 Hydro(Aero-)statik

Flüssigkeiten: quasi inkompressibel, unbestimmte Gestalt

Gase: kompressibel, unbestimmte Gestalt

Druck: $$\boxed{p = \frac{dF}{dA}}$$

SI-Einheit: 1 kgm^{-1}s^{-2} = 1N/m² = 1Pa (Pascal)

1bar = 10^5 Pa

Hier skalar: Kraft wirkt immer senkrecht auf Begrenzungsfläche !

Druckmessung: Manometer

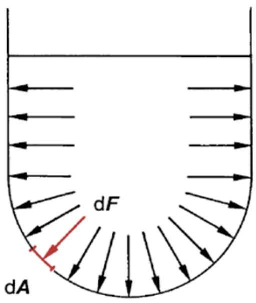


Abb. 2.90 Zur Definition des Drucks

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Flüssigkeiten kaum Kompressibel → Hydraulik

Innerhalb der Flüssigkeit: Druck überall konstant !

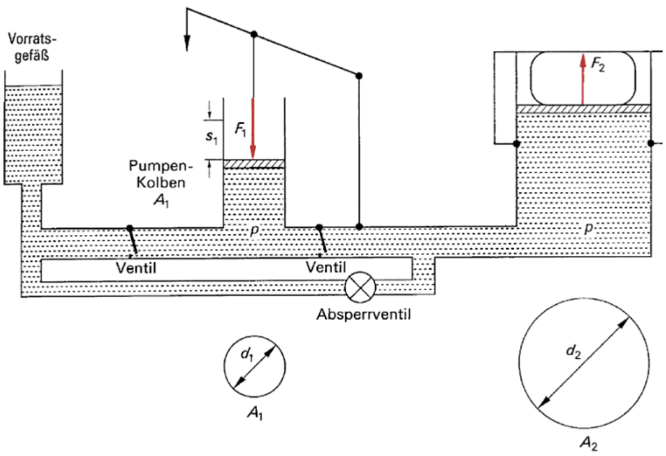


Abb. 2.92 Hydraulische Presse, schematisch

$$p = p_1 = p_2 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Energieerhaltung:

$$F_1 s_1 = F_2 s_2$$

$$\boxed{\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{s_2}{s_1}}$$

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

Schweredruck:

Folge der Gewichtskraft aufgrund der der oberhalb einer gewissen Schicht liegenden Moleküle.

Druckerhöhung mit der Tiefe:

$$dp = \rho \, g \, dy$$

Hydrostatischer Druck in Flüssigkeit (Dichte, ρ = konst.):

$$\boxed{p_{hydr} = p_a + \rho \, g \, y}$$

p_a … äußerer Druck

- **Schweredruck von 10m Wasser ~ 1 bar**
- **Schweredruck ist von der Gefäßform unabhängig ! (hydrostatisches Paradoxon)**

Schweredruck in Gasen für T=konst.:

Für ideale Gase gilt: $\boxed{\frac{pV}{T} = konst}$

Barometrische Höhenformel:

$$\boxed{p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0}{p_0} g\, h\right)}$$

p_0 = 1.01325 10^5 Pa

ρ_0 = 1,293 kg/m³

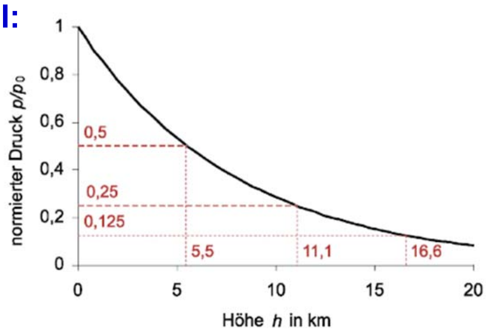


Abb. 2.96 Barometrische Höhenformel für Luft nach (2.185)

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

TU Graz Institut für Festkörperphysik

Auftrieb: Bedingt durch Schweredruck !

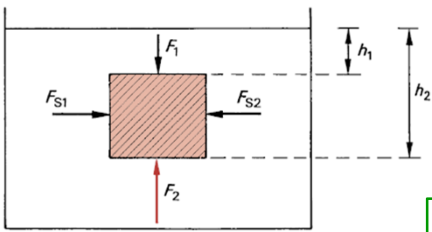


Abb. 2.97 Zur Entstehung der Auftriebskraft

$$F_A = F_2 - F_1 = A(p_2 - p_1) = \\ = A\rho_{fl}\, g\,(h_2 - h_1)$$

$$\boxed{F_A = \rho_{fl}\, g\, V_{verd} = m_{verd}\, g}$$

- **Auftriebskraft entspricht Gewichtskraft des Verdrängten Flüssigkeits(Gas-)volumens**
- **Erlaubt Messung der Dichte der Flüssigkeit, ρ_{fl}, mit Aräometern (Messkörper taucht so weit ein, dass F_A=F_G)**

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

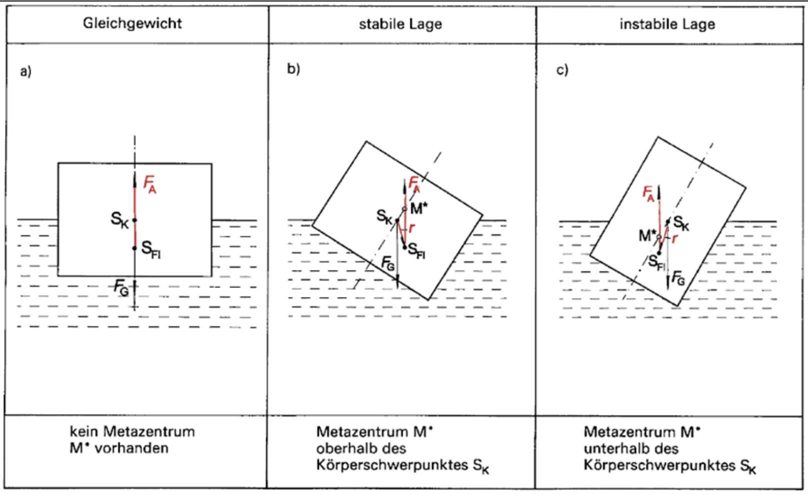


Abb. 2.98 Stabilität schwimmender Körper

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

- Kräftepaar → Drehmoment: $\vec{M} = \vec{F}_A \times \vec{r}$
- Instabil, wenn M* unterhalb des Schwerpunkts des Körpers liegt

Oberflächenspannung:

Kohäsionskräfte auf Molekül heben sich innerhalb einer Flüssigkeit auf; nicht aber an der Oberfläche !

- **resultierende Kraft in Richtung des Flüssigkeitsinneren**
- **um Molekül an die Oberfläche zu bringen muss Arbeit verrichtet werden**
- **Potentielle Energie der Moleküle an der Oberfläche = Oberflächenenergie**
- **Vergrößerung der Oberfläche erfordert Arbeit, dW.**
- **Bezogen auf Oberflächenänderung dA: Oberflächenspannung, σ**

$$\sigma = \frac{dW}{dA}$$

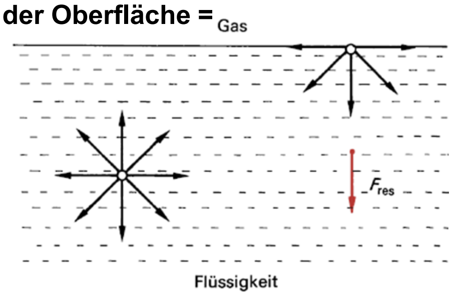
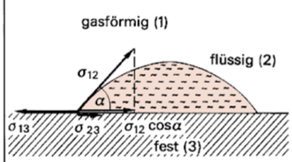
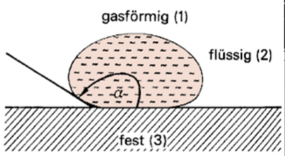
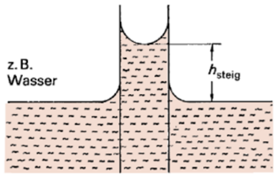
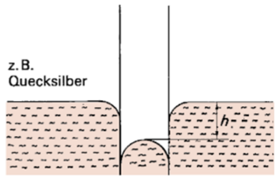


Abb. 2.99 Kohäsionskräfte in Flüssigkeiten

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure"

Aus: Hering et al., „Physik für Ingenieure“

Benetzungsform	Benetzung	keine Benetzung
Ursache	Adhäsionskräfte ≫ Kohäsionskräfte	Adhäsionskräfte ≪ Kohäsionskräfte
Wirkung	Ausbreitung der Flüssigkeit auf der Oberfläche des festen Körpers	Flüssigkeit zieht sich tropfenförmig zusammen
Skizze (Die Pfeile symbolisieren die aufgrund der Grenzflächenspannungen auftretenden Kräfte)		
Gleichung	$\sigma_{12}\cos\alpha = \sigma_{13} - \sigma_{23}$	
Randwinkel	$0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$
Kapillarität	Kapillaraszension 	Kapillardepression 

$$h \propto \frac{1}{r}$$