

## Probleme

- Tangentenproblem
  - Gerade, welche Funktionsgraph in  $x_0$  berührt
  - Tangentengleichung:  $y = f(x_0) + k(x - x_0)$
  - Steigung  $k$  ist zu bestimmen
    - \*  $k = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
    - \* Differenzenquotient
- Problem der ersten Näherung
  - $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = k + r(x)$
  - $r(x)$  - Fehler
  - stetig, wenn Fehler gegen 0 geht
    - \*  $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = k + r(x) \Leftrightarrow k = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
  - Problem der Momentangeschwindigkeit
    - \*  $\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$  - mittlere Geschwindigkeit
    - \*  $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$  - Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t_0$

## Differenzierbarkeit

- differenzierbar, wenn
  - $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig
  - in jedem Punkt  $x_0 \in [a, b]$  existiert der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- $f': [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  ist die erste Ableitung
- $f$  in  $x_0$  differenzierbar  $\Rightarrow f$  in  $x_0$  stetig
  - Umkehrung gilt nicht

## Rechenregeln

- $f, g$  sind differenzierbar
- Summenregel
  - $(f + g)(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow (f + g)' = f' + g'$
- Produktregel
  - $(f * g)(x) \Rightarrow (f * g)' = f' * g + f * g'$
- Kettenregel
  - $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) * g'(x)$
- Quotientenregel
  - $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
- Umkehrregel
  - $(f^{-1})' = \frac{1}{f'}$

## Ableitungen elementarer Funktionen

- $f(x) = x^n \implies f'(x) = nx^{n-1}$
- $f(x) = 1/x \implies f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
- $f(x) = 1/x^n \implies f'(x) = -nx^{-n-1}$
- $f(x) = e^x \implies f'(x) = e^x$
- $\ln'(x) = \frac{1}{x}$
- $(a^x)' \implies a^x * \ln(a)$

[[test/a.md/Analysis]]