- unitärer Raum, wenn Skalarprodukt und Norm gilt
  - siehe unten

Skalarprodukt <v,w>

- Inneres Produkt $< x, y >= x_1 y_1 + ... + x_n y_n$
  - Winkel
  - Orthogonalität
- Definitheit:
  - $< v, v >> 0$, wenn v $\neq 0$
  - $v = 0$ oder $w = 0$ $==>< v, w >= 0$
    - $v = 0 <==> < v, v >= 0$
- $< v, w >= \overrightarrow{< w, v >}$
  - konjugiert komplexe Zahl in $\mathbb{C}$
- Linearität im ersten Argument
  - $< \lambda v, w >= \lambda < v, w >$
  - in $\mathbb{C}$ gilt:
    - $< v, \lambda w >= \overrightarrow{< \lambda w, v >} = \overrightarrow{\lambda < w, v >} = \vec{\lambda}\overrightarrow{< w, v >} = \vec{\lambda} < v, w >$
  - $< v + v', w >=< v, w > + < v', w >$
  - jedoch nicht im zweiten Argument
  - je nach Definition auch nur im zweiten Argument möglich
- Alternative Skalarprodukte
  - VO#18 41 Minuten

Norm ||x||

- synonym mit Betrag oder Länge
- $||x|| = \sqrt{x_1^2 + ... + x_n^2}$
  - induzierte Norm $||x|| = \sqrt{< x, x >}$
- Definitheit
  - $||v|| = 0 <==> v = 0$
- Homogenität
  - $||\lambda v|| = |\lambda| * ||v||$
- Dreiecksungleichung
  - $||v + w|| \leq ||v|| + ||w||$
- $||v|| = 1$ ==> v ist normiert bzw. Einheitsvektor
  - Normieren von $v ==> v' = \frac{1}{||v||} * v$
- Abstand $d(v, w); = ||v - w||$
- Alternative Normen
  - 1-Norm $||x||_1 = |x_1| + ... + |x_n|$

    * Betragsnorm = Manhattan Norm/Taximetrik

- m-Norm $||x||_m = \sqrt[m]{x_1^m + ... + x_n^m}$
- Max-norm $||x||_\infty = max\{|x_1| + ... + |x_n|\}$