

## Definition

- Urne enthält  $N$  Kugeln mit  $L \geq 2$  Farben
- $N_i$  Kugeln mit Farben  $L_i$
- $N = N_1 + \dots + N_L$
- $n$  mal Ziehen ohne Zurücklegen

## Eigenschaften

- $\Omega = \{\{j_1, \dots, j_n\} \subseteq \{1, \dots, N\}\}$ 
  - $|\Omega| = \binom{N}{n}$
- $A = P(\Omega)$
- $P(\{j_1, \dots, j_n\}) = \frac{1}{\binom{N}{n}}$ 
  - $P(A) = \frac{|A|}{\binom{N}{n}}$

## Berechnung

- mittels [[Hypergeometrische Verteilung]]

$$P(|\text{Farbe } i| = k_i, 1 \leq i \leq L) = \frac{\binom{N_1}{k_1} \times \dots \times \binom{N_L}{k_L}}{\binom{N}{n}},$$

## Beispiele

- Lotto

Wir wählen 6 Zahlen aus  $\{1, \dots, 45\}$  ohne Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir 4 richtig erraten? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für einen Lotto-Sechser?

Lotto: 1, ..., 6, 7, ..., 45

$$P(4 \text{ Richtige}) = \frac{\binom{6}{4} \binom{39}{2}}{\binom{45}{6}}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 45 \\ n = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow |\Omega| = \binom{45}{6} \approx 8 \text{ Mio}$$

$$N_1 = 6 \quad k_1 = 4$$

$$N_2 = 39 \quad k_2 = 2$$

$$N = 45$$

$$k = 6$$

$$P(6 \text{ Richtige}) = \frac{1}{\binom{45}{6}} \approx \frac{1}{8 \text{ Mio}}$$

#### • Fragenkatalog

Für eine Prüfung hat der Professor einen Fragenkatalog mit 32 Fragen aufgelegt. Zur Prüfung wählt er dabei jeweils 5 Fragen zufällig aus. Peter hat nur 20 Fragen gelernt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens 3 richtig hat?

Prüfung: 1, ..., 20, 21, ..., 32

$$N_1 = 20 \quad n = 5$$

$$N_2 = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} A_k = \{k \text{ Fragen richtig}\} \\ A = \{\geq 3 \text{ Fragen richtig}\} \end{array} \right\} A = A_3 \cup A_4 \cup A_5$$

$$P(A) = P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) \quad (A)$$

$$P(A_3) = \frac{\binom{20}{3} \binom{12}{2}}{\binom{32}{5}}, \quad P(A_4) = \frac{\binom{20}{4} \binom{12}{1}}{\binom{32}{5}}, \dots$$

[[Laplace-Experimente]] [[Binomische Lehrsatz]]