- ℂ = { z = x + iy | x,y∈ℝ}
  - x - Realteil - Re(z)
  - y - Imaginärteil - Im(z)
  - i - imaginäre Einheit
- $i = \sqrt[2]{-1}$
- $i^2 = -1$

Grundrechenarten

- (x1 + iy1) +/- (x2 + iy2) = (x1 + x2) + i(y1 + y2)
- (x1 + iy1)*(x2 + iy2) = x1x2 + iy1x2 + ix1y2 + i2y1y2= (x1x2 - y1y2) + i(x1y2 + x2y1)
- $\frac{1}{x+iy} = \frac{x-iy}{x^2+y^2} = \frac{x}{x^2+y^2} - i\frac{y}{x^2+y^2}$ für $x^2 + y^2 \neq 0$

Ordnungen/Vergleiche

- keine Ordung auf ℂ
  - $i > 0 ==> i^2 = -1 > 0$
  - $i < 0 ==> i^2 = -1 > 0$

Konjugation

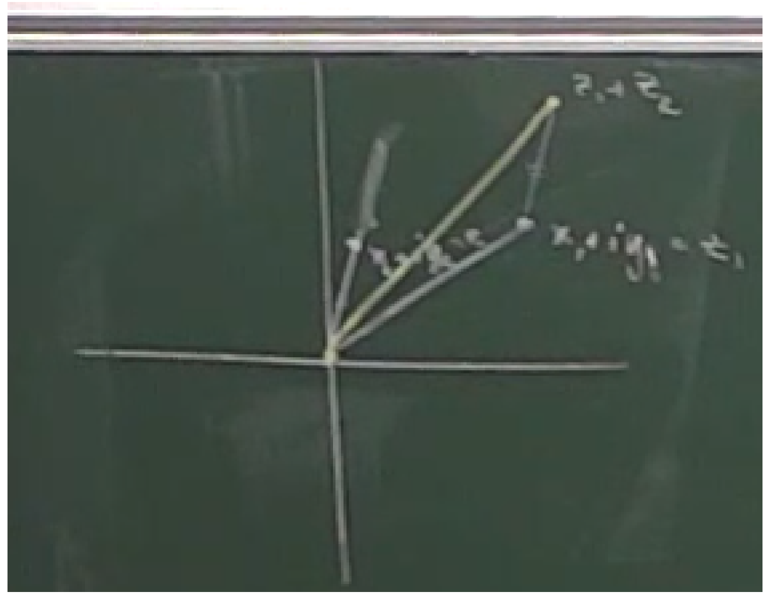
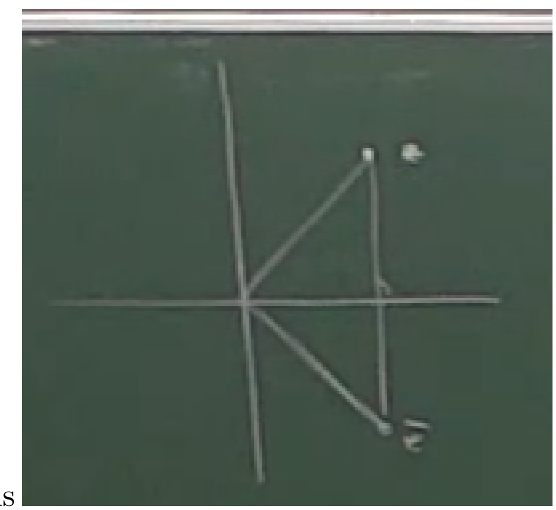
- konjugiert komplexe Zahl x - iy = _x+iy_ (eigentlich mit Strich darüber)
- z * Z = x2 + y2 ≥ 0
- |z| = $\sqrt[2]{z * Z} \in \mathbb{R}$
- (Z + W) = (Z) + (W)
- (Z * W) = (Z) * (W)
- |z * w| = |z| * |w|

Wurzel

- Sei $z^2 = a + ib$
  - $x^2 - y^2 = a$
  - $2xy = b$
  - $x = +- \sqrt[2]{\frac{a+\sqrt[2]{s^2+b^2}}{2}}$
  - $y = +- \sqrt[2]{\frac{-a+\sqrt[2]{s^2+b^2}}{2}}$
  - Vorzeichen sind so zu wählen, dass 2xy = b gilt ==> 2 Lösungen
    - +x, -y
    - -x, +y

Komplexe Zahlen im Graph

- X/Y-Diagramm

  - x = Re(z)
  - y = Im(z)
- Rechenoperationen:
  - Addition ==> Zahlen zusammenhängen 
  - Konjugieren ==> Spiegeln an Achse des Realteils 

- Multiplikation ==> Längen multipliziert und Winkel addiert

Wurzel ziehen in $\mathbb{C}$

- $z^n = w$ w∈$\mathbb{C}\setminus\{0\}$, n∈$\mathbb{N}$
- $z = |z|e^{i\varphi}$ - unbekannt
- $w = |w|e^{i\psi}$ - bekannt
  - $|w| = \sqrt[2]{a+bi}$
  - ψ
    - $|w|e^{i\psi} = |w|(cos(\psi) + isin(\psi))$
    - $cos(\psi) = a/|w|$
      - 2 Lösungen
      - $arcos(a/|w|) = \psi$
      - $-arcos(a/|w|) = \psi$
    - $sin(b/|w|) = \psi$
      - positiv ==> $arcos(a/|w|) = \psi$
      - negativ ==> $-arcos(a/|w|) = \psi$
- Formel: $z = \sqrt[n]{|w|}exp(\frac{i}{n}(\psi + 2k\pi))$ k=0,...,n-1
  - hergeleitet durch $z^n = |z|^n e^{in\varphi} = |w|e^{i\psi} = w$
  - keine Lösung für w=0

Multiplikation

- z,w∈$\mathbb{C}$
  - $z = |z|e^{i\varphi}$
  - $w = |w|e^{i\psi}$
- $zw = |z||w|e^{i(\psi+\varphi+2k\pi)}$

Logarithmus

- $log(w) = ln|w| + iarg(w)$
  - $arg(w) \in (-\in, \in]$
- $i^i = e^{ilog(i)} = e^{i^2 \frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}}$