

- exp:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- $x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$
- konvergiert für alle  $x$ 
  - sogar für  $x$
- stetig
- streng monoton wachsend
- injektiv
- Eigenschaften
  - $\exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$
  - $\exp(0) = 1$
  - $\forall x \in \mathbb{R} : \exp(x) \neq 0$
  - $\forall x \in \mathbb{R} : \exp(x) > 0$
  - $\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}$
  - $\forall x > 0 : \exp(x) > 1$ 
    - \*  $\exp(x) > 1 + x$  für  $x > 0$
  - $\exp(1) = e \implies \exp(n) = e^n$ 
    - \*  $\exp(-1) = \frac{1}{e} \implies \exp(-n) = \frac{1}{e^n}$
- Logarithmus
  - exp:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
  - bijektiv  $\implies$  exp besitzt Umkehrfunktion ln:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 
    - \* natürliche Logarithmus
    - \*  $y \mapsto \exp^{-1}(y)$
- $\ln(e^x) = \exp(\ln(x)) = x$
- $e^x > x^n$  für jedes  $x > 0, n \in \mathbb{N}$ 
  - exponentielles Wachstum
  - $e^x$  wächst stärker als jede Potenz von  $x$
- $\ln(x) < x^{1/n}$ 
  - logarithmisches Wachstum
  - $\ln(x)$  wächst langsamer als jede Wurzel von  $x$
- $a^x = \exp(x \ln(a))$