Definition

- [[Urnenmodell mit Zurücklegen]]
  - [[Wahrscheinlichkeit]], dass mehr als k Versuche notwendig sind
- Motivation
  - **Beispiel (Auf einen Erfolg warten)**

    Angenommen wir spielen " Mensch ärgere Dich nicht". Damit wir anfangen können, müssen wir eine 6 würfeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir mehr als 20 mal würfeln müssen um anfangen zu können?
- PMF $p_k = P(A_k))(1-p)^{k-1} * p$ für $1 \leq k \leq n$
  - $P((A_1 \cup ... \cup A_n)^C) = (1-p)^n$
- Stichprobenraum $\Omega = \{(\omega_1, ..., \omega_n) \in \{1, ..., N\}^n\}$
  - n unbekannte Anzahl der Versuche

Herleitung

- Das Ereignis $A_k = \{$erste rote Kugel nach k Versuchen$\}$ (sei hier $1 \leq k \leq n$) impliziert, dass die ersten $k-1$ Zahlen in der Folge alle $> N_1$ sind und dass die k-te Zahl $\leq N_1$ ist. Es gibt keine Einschränkung für die anderen Zahlen. Dies ergibt $(N - N_1)^{k-1} \times N_1 \times N^{n-k}$ mögliche Kombinationen.
  - erst (k-1)-ten mal blau
  - beim k-ten mal rot
  - beliebige Möglichkeiten danach

Beispiel

- **Beispiel (Auf einen Erfolg warten)**

  Angenommen wir spielen " Mensch ärgere Dich nicht". Damit wir anfangen können, müssen wir eine 6 würfeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir mehr als 20 mal würfeln müssen um anfangen zu können?

$P(\text{mehr als 20 Versuche für 6er}) =$

$$\sum_{k>20} \underbrace{P(k \text{ Versuche})}_{\left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}\frac{1}{6}} = \underline{\frac{1}{6}\sum_{k>20}\left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{20}$$

$$\sum_{k>n} x^k = \left[\text{mit } x \in (0,1)\right] = \frac{x^{n+1}}{1-x}$$

$$\sum_{k\geq 0} x^k = \frac{1}{1-x}, \quad \sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$$

-