

D603

Der Compton-Effekt

Katharina Popp
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Abgabe: 22.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Entstehung und Eigenschaften von Röntgenstrahlung	3
2.2 Der Compton-Effekt	4
3 Vorbereitung	6
4 Durchführung	7
4.1 Das Emissionsspektrum der Röntgenröhre	7
4.2 Experimentelle Bestimmung der Compton-Wellenlänge	8
5 Auswertung	9
5.1 Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre	9
5.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge	11
5.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge	13
6 Diskussion	14
Literatur	15

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mithilfe der Streuung von Röntgenstrahlung die Compton-Wellenlänge bestimmt werden. Zu diesem Zweck werden das Emissionsspektrum der Röntgenröhre sowie die Transmission der Strahlung untersucht.

2 Theorie

Im Folgenden sollen die theoretischen Grundlagen der Untersuchung des Compton-Effekts erläutert werden.

Der Compton-Effekt zeigt, dass sich die Wellenlänge von γ -Strahlung bei Streuung an einem Elektron verändert. Um dies zu untersuchen, werden die Streuung von Röntgenstrahlung an einem Plexiglasquader sowie das Transmissions- und Absorptionsverhalten beobachtet.

2.1 Entstehung und Eigenschaften von Röntgenstrahlung

Zur Erzeugung von Röntgenstrahlung wird eine evakuierte Röntgenröhre verwendet. In dieser werden mithilfe einer negativ geladenen Glühkathode freie Elektronen erzeugt und zu einer positiv geladenen Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen der Elektronen auf die Anode werden sie im Coloumbfeld der Anodenatome abgebremst, wobei die Elektronen einen Teil ihrer Energie in Form eines Photons abgeben. Das entstehende Bremspektrum ist kontinuierlich, da die Elektronen unterschiedlich viel Energie abgeben und einen Teil ihrer kinetischen Energie zurückbehalten können. Zudem ionisieren die Elektronen die Atome des Anodenmaterials, sodass diese ihrerseits auch Photonen emittieren, welche jedoch eine diskrete Energie, der Energiedifferenz der Atomschalen entsprechend, besitzen. Es entstehen Peaks, deren Energie charakteristisch für das verwendete Anodenmaterial ist.

Die Transmission eines Stoffes ist abhängig von der Wellenlänge und nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab.

Die Absorption nimmt dementsprechend mit der Wellenlänge zu. Der Verlauf der Absorption in Abhängigkeit der Dicke des Materials wird durch das Delamber'sche Gesetz beschrieben. Dieses besagt

$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu d), \quad (1)$$

wobei I_0 die einfallende Intensität darstellt. Da bei Röntgenstrahlung die dominierenden Prozesse der Photoeffekt, die Paarbildung und der hier untersuchte Compton-Effekt sind, setzt sich der Absorptionskoeffizient aus

$$\mu = \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Com}}$$

zusammen, mit den entsprechenden Absorptionskoeffizienten dieser Effekte.

Mithilfe der Bragg-Reflexion kann die Wellenlänge der Röntgenstrahlung untersucht werden.

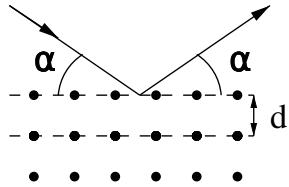


Abbildung 1: Reflexion der Röntgenstrahlung an einem Gitterkristall. [1]

Die Röntgenstrahlung wird an einem Gitterkristall gebeugt, wie in Abbildung 1 dargestellt, wobei die Strahlen bei einem Glanzwinkel α konstruktiv interferieren und die gebeugte Wellenlänge in der Beugungsordnung n mithilfe der Bragg-Bedingung

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad (2)$$

berechnet werden kann.

2.2 Der Compton-Effekt

Zur Untersuchung des Compton-Effekts wird nun die Röntgenstrahlung an einem Plexiglasquader gestreut. Dabei kann sowohl kohärente, also inelastische Streuung, als auch inkohärente, also elastische Streuung, auftreten. Bei der inkohärenten Streuung stößt ein Photon mit einem Elektron zusammen und wird unter Abgabe von Energie um den Winkel α gestreut. Sowohl Photon als auch Elektron verändern dabei ihre Bewegungsrichtung. Dies wird in Abbildung 2 dargestellt.

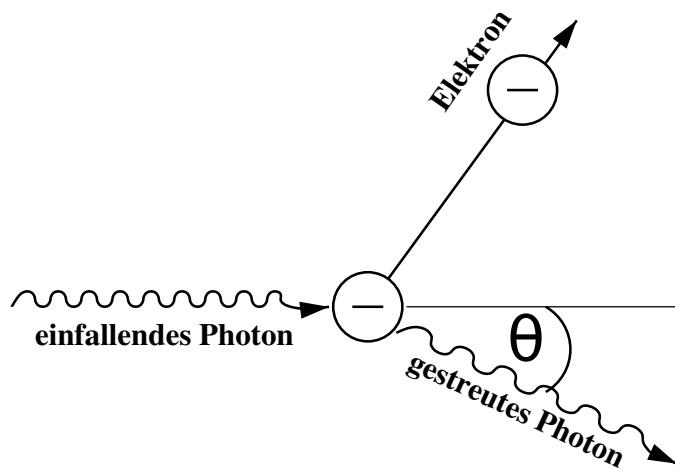


Abbildung 2: Der Compton-Effekt: Streuung eines Photons an einem Elektron. [1]

Durch die Energieabgabe verändert sich die Wellenlänge des Photons um eine Wellenlängendifferenz

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (3)$$

mit der ungestreuten Wellenlänge λ_1 und der verlängerten Wellenlänge λ_2 nach der Streuung.

Aus der Energie- und Impulserhaltung bei der Streuung kann außerdem die Beziehung

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (4)$$

hergeleitet werden, wobei der Faktor $\lambda_c = h/m_e c$ die konstante Compton-Wellenlänge des Elektrons beschreibt. Abhängig vom Streuwinkel verändert sich die Wellenlängenverschiebung bei der Streuung. Bei $\theta = 0^\circ$ ist die Verschiebung mit $\Delta\lambda = 0$ minimal und bei $\theta = 180^\circ$ ist die Verschiebung mit $\Delta\lambda = 2\lambda_c$ maximal.

3 Vorbereitung

Zur Vorbereitung auf den Versuch sollten die Energien der K_{α} - und K_{β} -Peaks von Kupfer recherchiert werden, da dies das Anodenmaterial der hier verwendeten Röntgenröhre ist. Zusätzlich sollten die zugehörigen Wellenlängen berechnet werden. Dazu wird die Gleichung

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E}$$

verwendet.

Es ergaben sich die folgenden Werte.

Tabelle 1: Energien und Wellenlängen der charakteristischen Peaks einer Cu-Röntgenröhre. [2] [3]

E_{α} / keV	λ_{α} / 10^{-10} m	E_{β} / keV	λ_{β} / 10^{-10} m
8,10	1,5318	8,905	1,3934

Mithilfe der Bragg-Bedingung (2) können die zugehörigen Winkel berechnet werden.

Tabelle 2: Glanzwinkel α der Cu-Röntgenröhre in erster Beugungsordnung ($n = 1$).

α_{α} / °	α_{β} / °
22,3515	20,2384

Zudem sollte die Compton-Wellenlänge berechnet werden. Es ergab sich der Wert

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,424 \text{ pm} .$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, der Elektronenmasse $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ und der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

4 Durchführung

Für die Messung der Compton-Wellenlänge ist eine Apparatur gegeben, welche eine Röntgenröhre, ein LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr enthält. Der LiF-Kristall kann durch einen Plexiglasstreuer ausgetauscht werden; außerdem können zwischen den einzelnen Bestandteilen Absorber eingebaut werden.

Die Apparatur ist in Abbildung 3 gezeigt.

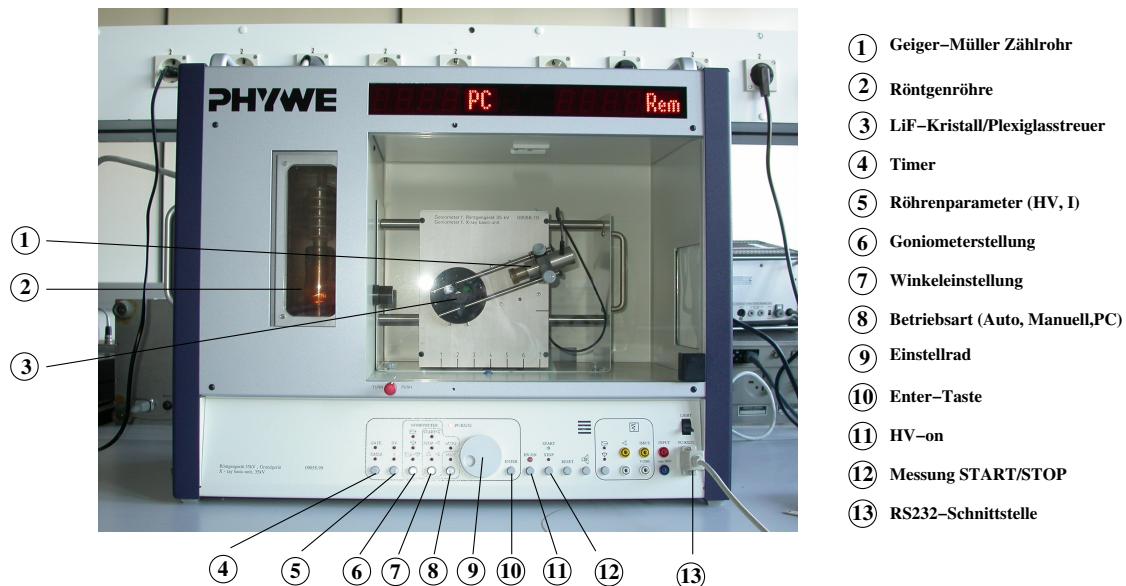


Abbildung 3: Apparatur zur Erzeugung und Messung von Röntgenstrahlung. [1]

Mithilfe der in der Abbildung benannten Bedienelemente können die Röntgenröhre sowie die Winkleinstellung von Kristall und Geiger-Müller-Zählrohr manuell bedient werden.

Die Messung setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Für alle Messungen werden eine Beschleunigungsspannung von 35 kV sowie ein Emissionsstrom von 1 mA eingestellt.

4.1 Das Emissionsspektrum der Röntgenröhre

Zuerst soll mithilfe des Rechners das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre bestimmt werden. Dazu wird das Programm `measure` ausgewählt, in dem unter dem Punkt **Messgeräte** die Röntgenröhre gesteuert werden kann.

Anschließend werden eine 2 mm-Blende und der LiF-Kristall in die Apparatur eingebaut. Nun wird zur Messung des Spektrums der Winkel des LiF-Kristalls in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ erhöht mit einer Integrationszeit von $t = 10\text{ s}$.

4.2 Experimentelle Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Nun soll die Transmission $T(\lambda)$ eines Aluminium-Absorbers untersucht werden. Dazu wird der Absorber vor der Blende befestigt. In einem Intervall von $\alpha = [7^\circ, 10^\circ]$ wird in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ mit $t = 200\text{ s}$ nun die Zählrate gemessen. Dabei wird einmal die Zählrate ohne Absorber $N_0(\alpha)$ und einmal mit Absorber $N_{\text{Al}}(\alpha)$ gemessen.

Die Totzeit des Geiger-Müller-Zählrohrs $\tau = 90\text{ }\mu\text{s}$ erfordert für entsprechend große Zählraten eine Korrektur gemäß der Gleichung

$$I = \frac{N}{1 - \tau N} . \quad (5)$$

Die nächsten Messungen werden ohne das Rechnerprogramm durchgeführt. Dazu wird das Röntgengerät auf **Manuell** umgeschaltet und das RS232-Kabel entfernt.

Statt des LiF-Kristalls wird nun ein Plexiglasstreuer in die Apparatur aus Abbildung 3 eingebaut, sowie eine 5 mm-Blende. Es ist der folgende Aufbau im Inneren der Apparatur gegeben.

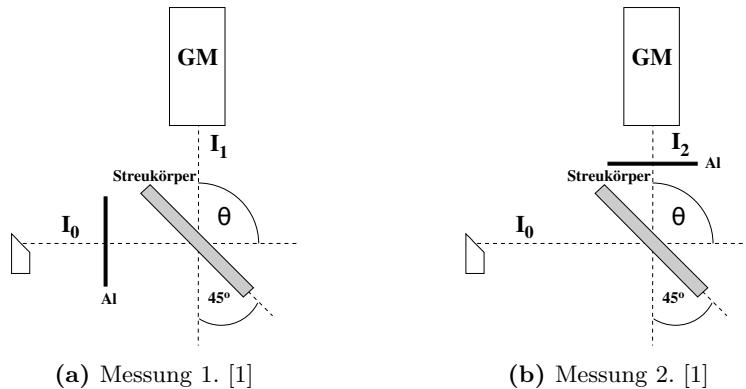


Abbildung 4: Schematische Darstellung der unterschiedlichen Positionierungen des Al-Absorbers.

Mithilfe der Abbildung 4a wird nun die Transmission $T_1 = I_1/I_0$ der ungestreuten Wellenlänge λ_1 gemessen, indem der Plexiglasstreuer in einem Winkel von 45° ausgerichtet wird, und das Geiger-Müller-Zählrohr in einem Winkel von 90° zur Röntgenröhre. Nun wird die Intensität I_0 ohne den Absorber in einer Zeit von $t = 300\text{ s}$ gemessen, sowie die Intensität I_1 mit dem Absorber, welcher zwischen Röntgenröhre und Plexiglasstreuer eingebaut wird.

Für die gestreute Wellenlänge λ_2 wird die Transmission $T_2 = I_2/I_0$ bestimmt. Die Intensität I_2 wird gemessen, indem der Aluminium-Absorber nach Abbildung 4b zwischen Plexiglasstreuer und Geiger-Müller-Zählrohr angebracht wird.

Aus der Verschiebung der Wellenlänge $\Delta\lambda$ kann nun nach (3) und (4) aus Unterabschnitt 2.2 die Compton-Wellenlänge λ_c bestimmt werden.

5 Auswertung

5.1 Emissionspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

In Abbildung 5 ist das Emissionsspektrum der verwendeten Röntgenröhre aufgetragen. Hervorgehoben sind die K_{α} - bzw. K_{β} -Kanten. Tabelle 3 beinhaltet die zugehörigen Messwerte.

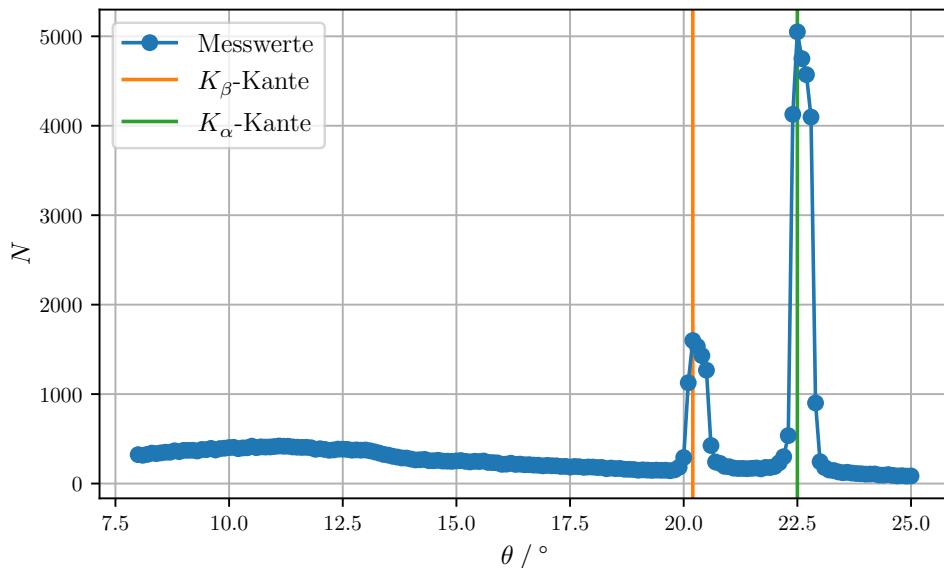


Abbildung 5: Messwerte zum Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre.

Über den gesamten Messbereich verläuft das kontinuierliche Bremspektrum. Zudem finden sich zwei Kanten des charakteristischen Spektrums, deren Intensitätsmaxima mithilfe von `scipy.signal.find_peaks` bestimmt wurden. Sie liegen bei

$$\begin{aligned}\alpha_{K_{\alpha}} &= 22,5^{\circ} \\ \alpha_{K_{\beta}} &= 20,2^{\circ}.\end{aligned}$$

Aus der Bragg-Bedingung können nun die Wellenlänge und somit die Energie eines Röntgenquants bestimmt werden. Die verwendete Beziehung lautet insgesamt

$$E = \frac{hc}{2d \sin \alpha} .$$

Die Energien für die Peaks ergeben sich zu

$$\begin{aligned}E_{K_{\alpha}} &= 8,04 \text{ keV} \\ E_{K_{\beta}} &= 8,91 \text{ keV}.\end{aligned}$$

Tabelle 3: Messwerte zum Emissionsspektrum.

$\alpha / {}^\circ$	N	$\alpha / {}^\circ$	N	$\alpha / {}^\circ$	N	$\alpha / {}^\circ$	N
8,0	323	12,3	376	16,6	211	20,9	192
8,1	316	12,4	385	16,7	206	21,0	188
8,2	326	12,5	384	16,8	205	21,1	172
8,3	340	12,6	382	16,9	198	21,2	168
8,4	335	12,7	373	17,0	203	21,3	169
8,5	343	12,8	376	17,1	199	21,4	166
8,6	350	12,9	373	17,2	198	21,5	170
8,7	350	13,0	375	17,3	191	21,6	174
8,8	366	13,1	366	17,4	192	21,7	164
8,9	357	13,2	354	17,5	184	21,8	180
9,0	371	13,3	341	17,6	191	21,9	179
9,1	371	13,4	326	17,7	188	22,0	191
9,2	372	13,5	318	17,8	181	22,1	232
9,3	364	13,6	305	17,9	185	22,2	300
9,4	381	13,7	296	18,0	184	22,3	536
9,5	379	13,8	286	18,1	179	22,4	4128
9,6	393	13,9	285	18,2	180	22,5	5050
9,7	375	14,0	274	18,3	166	22,6	4750
9,8	391	14,1	264	18,4	173	22,7	4571
9,9	395	14,2	266	18,5	167	22,8	4097
10,0	402	14,3	270	18,6	169	22,9	901
10,1	405	14,4	255	18,7	160	23,0	244
10,2	390	14,5	255	18,8	159	23,1	179
10,3	398	14,6	260	18,9	157	23,2	151
10,4	400	14,7	251	19,0	149	23,3	145
10,5	418	14,8	250	19,1	153	23,4	130
10,6	401	14,9	248	19,2	150	23,5	121
10,7	410	15,0	253	19,3	147	23,6	126
10,8	408	15,1	257	19,4	150	23,7	117
10,9	409	15,2	248	19,5	148	23,8	112
11,0	414	15,3	242	19,6	149	23,9	110
11,1	420	15,4	249	19,7	143	24,0	105
11,2	417	15,5	246	19,8	153	24,1	106
11,3	417	15,6	252	19,9	182	24,2	107
11,4	409	15,7	236	20,0	291	24,3	95
11,5	406	15,8	234	20,1	1127	24,4	94
11,6	404	15,9	231	20,2	1599	24,5	100
11,7	405	16,0	215	20,3	1533	24,6	91
11,8	400	16,1	217	20,4	1430	24,7	85
11,9	383	16,2	227	20,5	1267	24,8	88
12,0	389	16,3	214	20,6	425	24,9	83
12,1	382	16,4	217	20,7	241	25,0	85
12,2	372	16,5	210	20,8	225		

5.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Die Messwerte zu diesem Abschnitt sind in Tabelle 4 angegeben. Zunächst wird eine Totzeitkorrektur nach (5) durchgeführt. Im Folgenden wird dann mit den angepassten Impulszahlen I gerechnet.

In Abbildung 6 wird die Transmission $T = I_{\text{A}1}/I_0$ gegen λ aufgetragen. Dabei wird λ wieder mithilfe der Bragg-Bedingung aus dem Winkel α gewonnen. Die Unsicherheit der Zählrate wird bestimmt, indem davon ausgegangen wird, dass die *Impulszahl* I Poisson-verteilt ist, also die Unsicherheit $\Delta I = \sqrt{I}$ aufweist. Daraus folgt für die Unsicherheit der *Zählrate*

$$\Delta N = \frac{\sqrt{Nt}}{t}$$

mit der Integrationszeit t und $I = Nt$.

Für den nächsten Abschnitt wird bereits eine Regressionsrechnung durchgeführt. Die Parameter der Ausgleichsgeraden $T = a \cdot \lambda + b$ lauten:

$$a = (-0,015\,19 \pm 0,000\,24) \frac{1}{\text{pm}}$$

$$b = 1,225 \pm 0,014 .$$

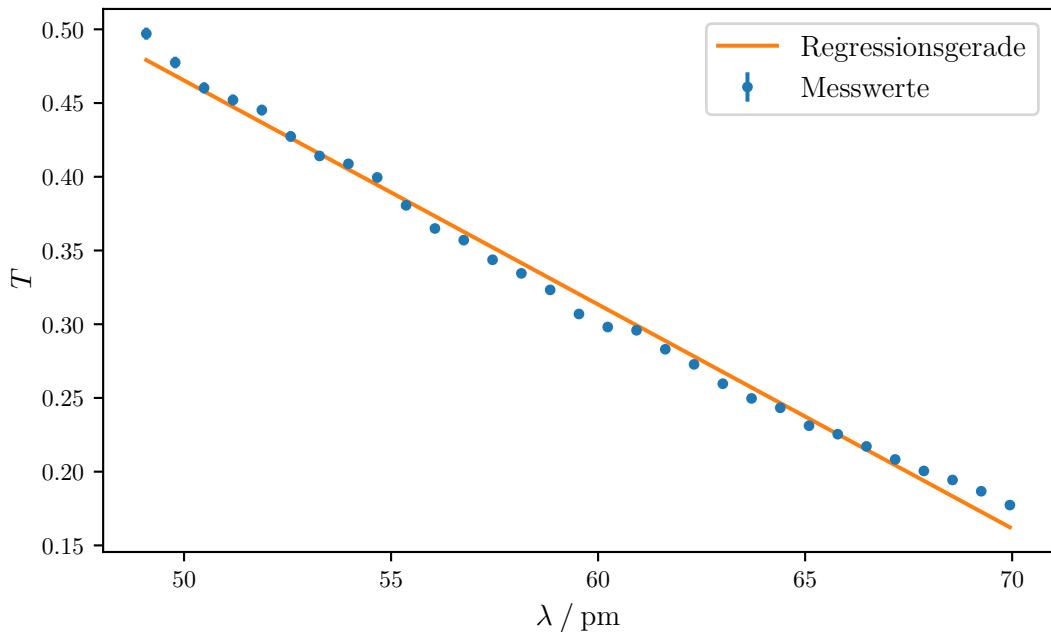


Abbildung 6: Messwerte zur Transmission in Abhängigkeit der Wellenlänge.

Tabelle 4: Messwerte zur Transmission.

$\alpha / {}^\circ$	$N_0 / \text{Imp/s}$	$N_{\text{Al}} / \text{Imp/s}$
7,0	226,0	113,5
7,1	232,0	112,0
7,2	240,5	112,0
7,3	248,0	113,5
7,4	255,0	115,0
7,5	262,0	113,5
7,6	269,0	113,0
7,7	276,0	114,5
7,8	281,0	114,0
7,9	289,5	112,0
8,0	295,0	109,5
8,1	300,0	109,0
8,2	308,5	108,0
8,3	311,0	106,0
8,4	317,0	104,5
8,5	324,0	101,5
8,6	328,5	100,0
8,7	332,5	100,5
8,8	337,0	97,5
8,9	340,5	95,0
9,0	348,0	92,5
9,1	350,0	89,5
9,2	353,0	88,0
9,3	356,5	84,5
9,4	359,0	83,0
9,5	363,5	81,0
9,6	367,0	78,5
9,7	369,0	76,0
9,8	370,5	74,0
9,9	375,0	72,0
10,0	375,5	68,5

5.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Es wurden die folgenden Impulszahlen über eine Integrationszeit von $t = 300$ s gemessen:

$$\begin{aligned} I_0 &= 2731 \text{ Imp} && (\text{ohne Al-Absorper}) \\ I_1 &= 1180 \text{ Imp} && (\text{mit Al-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer}) \\ I_2 &= 1024 \text{ Imp} && (\text{mit Al-Absorber zwischen Streuer und Geiger-Müller-Zählrohr}) \end{aligned}$$

Eine Totzeitkorrektur ist hierbei nicht notwendig, weil die resultierenden Zählraten

$$\begin{aligned} N_0 &= 9,10 \text{ Imp/s} \\ N_1 &= 3,93 \text{ Imp/s} \\ N_2 &= 3,41 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

deutlich, genauer gesagt um den Faktor 1221, unter der geschätzten maximalen Zählrate $1/\tau \approx 11\,111 \text{ Imp/s}$ liegen.

Es ergeben sich Transmissionen von

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = 0,432 \pm 0,015$$

und

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = 0,375 \pm 0,014 .$$

Indem auf die Geradengleichung aus dem vorherigen Abschnitt zu

$$\lambda = \frac{T - b}{a}$$

umgestellt wird, werden die zu T_1 und T_2 gehörenden Wellenlängen

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (52,19 \pm 1,59) \text{ pm} \\ \lambda_2 &= (55,95 \pm 1,57) \text{ pm} \end{aligned}$$

bestimmt.

Daraus wird schließlich die Compton-Wellenlänge als Differenz von λ_2 und λ_1 ermittelt (siehe (3)):

$$\lambda_c = \lambda_2 - \lambda_1 = (3,76 \pm 1,14) \text{ pm} .$$

6 Diskussion

Die in Unterabschnitt 5.1 bestimmten Energien zu K_α und K_β konnten genau bestimmt werden; die relative Abweichung von den Literaturwerten aus Tabelle 1 beträgt nur 0,06 keV bzw. 0,75 % für K_α und 0,01 keV bzw. 0,08 % für K_β .

Die Abhängigkeit der Transmission von der Wellenlänge konnte in Unterabschnitt 5.2 genau bestimmt werden, wie an Abbildung 6 aber auch der geringen Unsicherheit der Parameter a und b erkennbar ist. Die Unsicherheit der Messwerte ist im Plot kaum zu sehen; dies ist unter anderem mit der guten Kondition bei der Division der ähnlich großen und mit einem ähnlich großen relativen Fehler behafteten Impulszahlen zu erklären:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta I_{\text{Al}}}{I_{\text{Al}}} - \frac{\Delta I_0}{I_0} .$$

Die Totzeitkorrektur hatte dabei wegen der relativ großen Zählraten einen signifikanten Einfluss. Ein ungenauer Wert für die Totzeit τ könnte diese Messungen allerdings verfälscht haben.

Die Transmissionen $T_{1/2}$ sowie die zugehörigen Wellenlängen $\lambda_{1/2}$ konnten mit ausreichender Präzision bestimmt werden. Über die Genauigkeit lässt sich mangels Referenz keine Aussage treffen.

Die Compton-Wellenlänge als Differenz $\lambda_2 - \lambda_1$ weicht vom Literaturwert (2,43 pm) um 54,94 % ab, wobei die Unsicherheit hier fast ebenso groß ist. Damit liegt der bestimmte Wert zwar in der richtigen Größenordnung, ist jedoch weder genau, noch präzise.

Obgleich die Integrationszeit ausreichend groß angesetzt war, würde sich für noch größere Integrationszeiten naturgemäß die Messunsicherheit der Zählrate weiter verringern.

Bei geringen Impulszahlen haben mögliche Störeffekte – beispielsweise äußere Strahlung oder Strahlung, welche nicht den vorgesehenen Weg durch die Apparatur nimmt – einen größeren Einfluss, wenn das Geiger-Müller-Zählrohr unzureichend vor diesen abgeschirmt ist.

Literatur

- [1] *Versuchsanleitung zum Versuch 603: Compton-Effekt.* TU Dortmund.
- [2] *Charakteristische RÖNTGEN-Strahlung.* LEIFIphysik. URL: <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/roentgen-strahlung/grundwissen/charakteristische-roentgenstrahlung> (besucht am 20.06.2021).
- [3] Jakob Krämer. *Röntgenstrahlung.* TU Dresden. URL: https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/ROE_NP.pdf (besucht am 20.06.2021).