

V204

## **Wärmeleitung von Metallen**

Katharina Popp  
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper  
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.12.2020

Abgabe: 23.12.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Vorbereitung</b>	<b>5</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>6</b>
4.1 Aufbau . . . . .	6
4.2 Die statische Methode . . . . .	7
4.3 Die dynamische Methode . . . . .	7
<b>5 Auswertung</b>	<b>8</b>
5.1 statische Methode . . . . .	8
5.1.1 graphische Darstellung und Vergleich der Temperaturverläufe . . .	8
5.1.2 Bestimmung des Stabs mit der besten Wärmeleitung . . . . .	10
5.1.3 Berechnung von Wärmeströmen . . . . .	10
5.1.4 graphische Darstellung und Vergleich der Temperaturdifferenzen .	11
5.2 dynamische Methode . . . . .	12
5.2.1 Messing (breit) . . . . .	12
5.2.2 Aluminium . . . . .	13
5.2.3 Edelstahl . . . . .	15
<b>6 Diskussion</b>	<b>17</b>
<b>Literatur</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch soll die Wärmeleitung in metallischen Stäben untersucht werden. Zudem wird die spezifische Wärmekapazität der Metalle Aluminium, Edelstahl und Messing berechnet.

# 2 Theorie

Der Wärmetransport in einem Körper kann durch Wärmestrahlung, Wärmeleitung oder Konvektion stattfinden. Im Folgenden sollen die theoretischen Grundlagen der Wärmeleitung erklärt werden.

Die Wärmemenge  $dQ$ , die in einer bestimmten Zeit  $dt$  durch einen Stab mit der Querschnittsfläche  $A$  und der Dichte  $\rho$  fließt, wird mithilfe der Gleichung

$$dQ = A j_w dt \quad (1)$$

beschrieben. Die Dichte  $j_w$  des Wärmestromes, der beim Wärmetransport entsteht, ist durch

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

gegeben. Das Vorzeichen entsteht durch die Richtung des Wärmeflusses. Die Wärme fließt vom wärmeren Teil des Stabes zum kälteren Teil.

Für den Prozess der Wärmeleitung ergibt sich die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Der Vorfaktor  $\frac{\kappa}{\rho c}$  kann durch  $\sigma_T$  ausgedrückt werden und bezeichnet die Temperaturleitfähigkeit. Der Faktor  $\kappa$  gibt die spezifische Wärmeleitfähigkeit eines Stoffes an.

Wenn ein hinreichend langer Stab  $T$ -periodisch erwärmt und gekühlt wird, entsteht eine Wärmewelle mit der Periode  $T$ . Die Welle kann durch

$$T(x, t) = T_{\max} \cdot \exp \left( -\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right) \cdot \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right)$$

beschrieben werden mit der Phasengeschwindigkeit

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \quad (3)$$

Für die Wärmeleitfähigkeit des Stabes ergibt sich

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t \ln \left( \frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}} \right)} \quad (4)$$

mit dem Abstand  $\Delta x$  zwischen zwei Messpunkten und den Amplituden  $A$ . Der Phasenunterschied der Wärmewelle zwischen den Messpunkten wird durch  $\Delta t$  beschrieben.

Die Frequenz der Welle lässt sich direkt als Kehrwert der Periodendauer, also

$$f = \frac{1}{T} \quad (5)$$

schreiben.

Aus Phasengeschwindigkeit und Periodendauer folgt sofort die Wellenlänge der Wärmewellen:

$$\lambda = vT. \quad (6)$$

### 3 Vorbereitung

Zur Vorbereitung auf den Versuch sollte für Wasser und die Metalle Aluminium, Edelstahl und Messing die Dichte  $\rho$ , die spezifische Wärmekapazität  $c$  und die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  recherchiert werden.

**Tabelle 1:** Größen aus der Literatur.

Stoff	$\rho / \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c / \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$
Wasser	999 [4]	4183 [4]	0.6 [3]
Aluminium	2700 [2]	888 [2]	237 [2]
Edelstahl	7800 [2]	500 [2]	15 [2]
Messing	8400 [1]	377 [1]	120 [3]

## 4 Durchführung

### 4.1 Aufbau

Die Messung der Wärmeleitfähigkeit wird mithilfe einer Platte, auf der Stäbe aus Aluminium, Edelstahl und zwei verschieden breite Messing-Stäbe befestigt sind. Ein Peltierelement in der Mitte der Platte heizt oder kühlt die Stäbe. Für diese Einstellung ist ein Schalter mit den Optionen „**HEAT**“ und „**COOL**“ angebracht. An die Platte ist eine Spannung  $U_P$  angeschlossen, sodass das Peltierelement mit maximalem Strom versorgt wird.

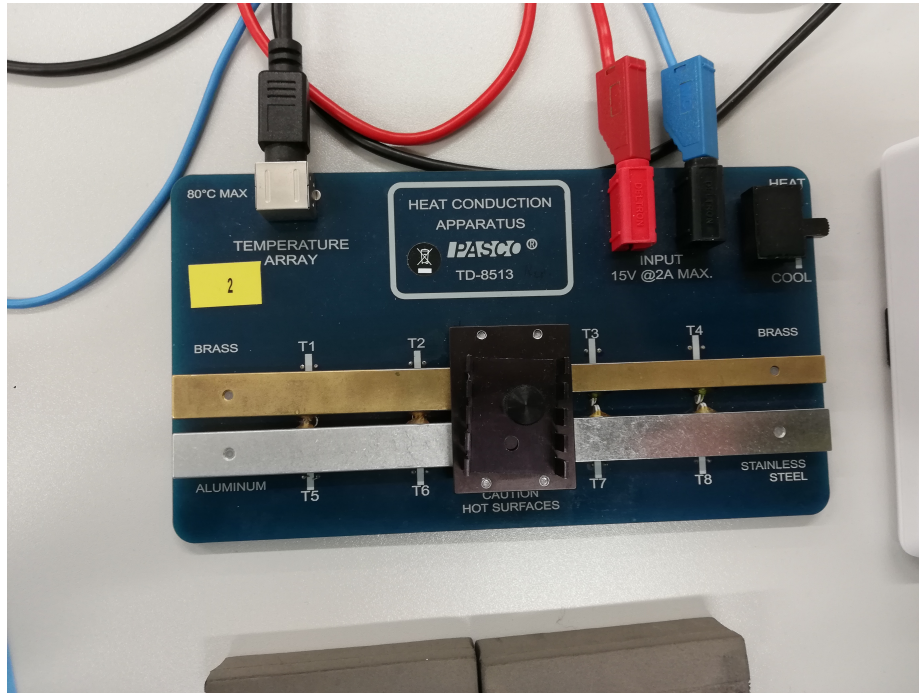


Abbildung 1: Aufbau der Grundplatte.

Die Thermoelemente **T1** und **T2** befinden sich am breiten Messingstab, die Elemente **T3** und **T4** am schmalen Messingstab. Am Aluminiumstab befinden sich **T5** und **T6**, am Edelstahlstab **T7** und **T8**.

Für die Abmessungen, Dichten, und spezifischen Wärmekapazitäten der Stäbe sind die Werte aus Tabelle 2 gegeben.

Zur Aufnahme der Messwerte wird ein GLX Datenlogger „Xplorer GLX“ benutzt. Dieser wird so eingestellt, dass alle acht Temperaturen der Thermoelemente angezeigt und aufgenommen werden.

Während der Messung muss eine Wärmeisolierung über die Stäbe gelegt werden, damit möglichst wenig Wärmeaustausch zwischen den Stäben und der Umgebung stattfinden

**Tabelle 2:** Eigenschaften der Metallstäbe.

Material	Abmessungen [cm]	$\rho$ [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]	$c$ [ $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ ]
Messing (breit)	$9 \times 1.2 \times 0.4$	8520	385
Messing (schmal)	$9 \times 0.7 \times 0.4$	8520	385
Aluminium (breit)	$9 \times 1.2 \times 0.4$	2800	830
Edelstahl (breit)	$9 \times 1.2 \times 0.4$	8000	400

kann. Nach jeder Messung werden die Stäbe bis auf eine Temperatur von 30 °C oder weniger gekühlt, bevor eine neue Messung gestartet werden kann.

## 4.2 Die statische Methode

Bei der statischen Methode wird die Temperatur an den Thermoelementen bei laufender Zeit gemessen. Zunächst wird der Abstand  $x$  zwischen den Thermoelementen ermittelt. Die angelegte Spannung  $U_P$  wird auf 5 V eingestellt. Am Xplorer wird eine Abtastrate  $\Delta t_{\text{GLX}} = 5 \text{ s}$  eingegeben. Zum Messen des Temperaturverlaufs wird die Isolierung auf die Stäbe gelegt und der Schalter auf „HEAT“ gestellt. Die Messung wird solange geführt, bis das Thermoelement **T7** eine Temperatur von ungefähr 45 °C hat. Zudem werden nach 700 s die Temperaturen der Elemente **T1**, **T4**, **T5** und **T8** aufgeschrieben, um zu prüfen, welches Material die beste Leitung besitzt. Nach Beenden der Messung werden die Stäbe gekühlt, indem der Schalter auf „COOL“ gestellt wird. Währenddessen werden die aufgenommenen Messdaten des Xplorers gesichert.

## 4.3 Die dynamische Methode

Die dynamische Methode wird auch Angström-Messverfahren genannt. Bei dieser Methode werden die Stäbe periodisch erhitzt und gekühlt. Die Spannung  $U_P$  wird bei dieser Methode auf einen Wert von 8 V eingestellt und die Abtastrate des Xplorers auf  $\Delta t_{\text{GLX}} = 2 \text{ s}$ . Es werden zwei Messungen durchgeführt.

Bei der ersten Messung wird mit einer Periodendauer von 80 s gemessen, wobei entsprechend nach 40 s zwischen „HEAT“ und „COOL“ gewechselt wird. Es werden mindestens 10 Periodendauern gemessen. Anschließend werden die Stäbe wieder gekühlt und die Messdaten gesichert.

Bei der zweiten Messung wird mit einer Periodendauer von 200 s gemessen, dementsprechend wird nach 100 s zwischen Kühlen und Erhitzen gewechselt. Die Messung wird gestoppt, wenn eines der Thermoelemente **T1-T8** eine Temperatur von 80 °C erreicht hat. Nach der Messung werden die Stäbe wieder gekühlt und die Messdaten werden gesichert.

## **5 Auswertung**

Hinweis: Die 44232 aufgenommenen Messpunkte sind in diesem Protokoll nicht enthalten. Unter Vorbehalt sind sie jedoch online abrufbar.

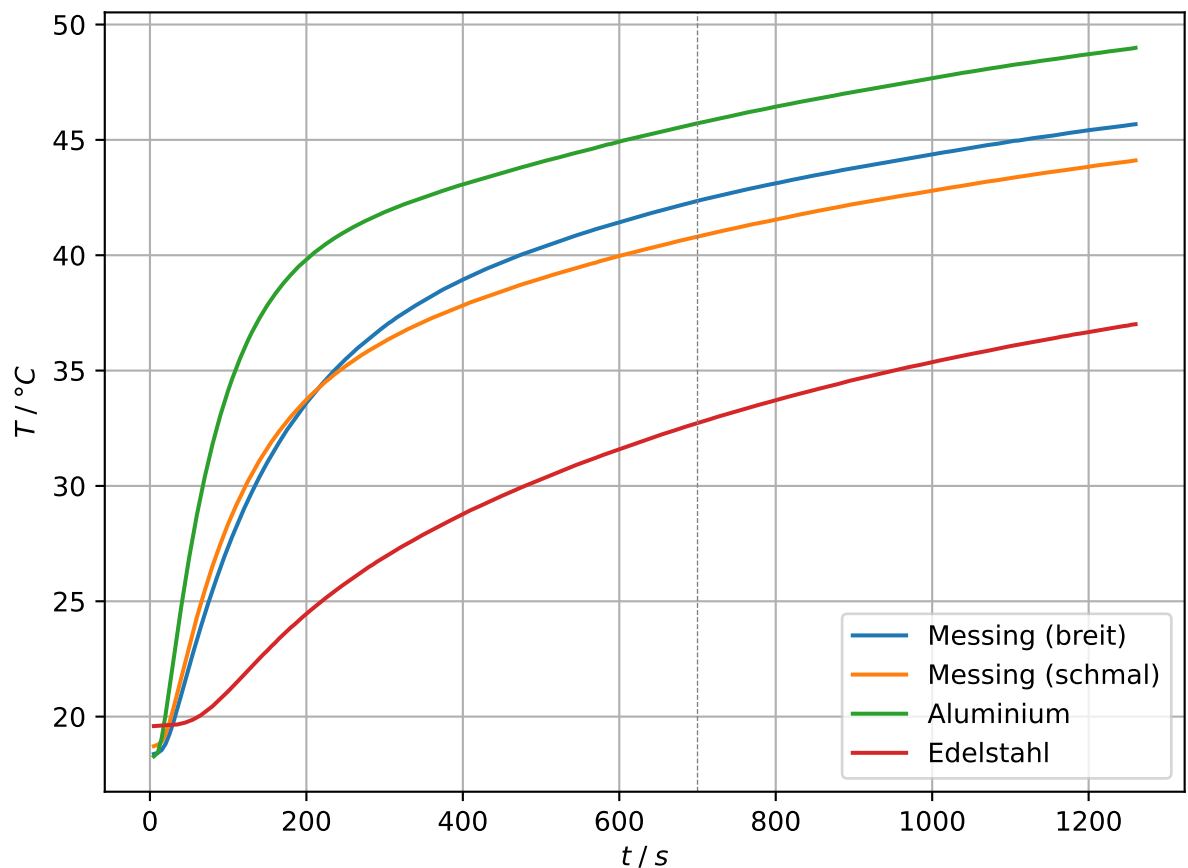
In diesem Abschnitt werden aus den Messdaten mithilfe der statischen Methode Temperaturverläufe visualisiert, der Stab mit der besten Wärmeleitung bestimmt, und Wärmeströme in den Stäben berechnet. Mithilfe der dynamischen Methode wird die Wärmeleitfähigkeit von Messing (breit), Aluminium und Edelstahl berechnet.

### **5.1 statische Methode**

#### **5.1.1 graphische Darstellung und Vergleich der Temperaturverläufe**

In Abbildung 2 ist die zeitliche Entwicklung der Temperatur der vier Metallstäbe jeweils am fernen Thermoelement dargestellt.





**Abbildung 2:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur (fern) der vier Metallstäbe.

Die Temperaturverläufe der beiden Messingstäbe sind bis 300 s nahezu identisch, danach kommt der breite Messingstab jedoch auf eine konstant höhere Temperatur. Eine mögliche Erklärung ist, dass bei Vergrößerung des Stabs dessen Volumen schneller als die Oberfläche anwächst, sodass weniger Wärme pro Volumeneinheit an der Oberfläche dissipieren kann.

Die Temperaturverläufe des Aluminium- und Edelstahlstabs unterscheiden sich hingegen deutlich. Die Temperatur des Aluminiumstabs steigt anfangs stark an und flacht nach und nach ab, während die Temperatur des Edelstahls langsam, aber eher kontinuierlich zunimmt. Diese Beobachtungen decken sich mit den in Unterabschnitt 5.2 berechneten Wärmeleitfähigkeiten.

### 5.1.2 Bestimmung des Stabs mit der besten Wärmeleitung

**Tabelle 3:** Temperaturen der fernen Thermoelemente nach 700 s.

Material	$T / ^\circ\text{C}$
<b>T1</b> (Messing, breit)	42,40
<b>T4</b> (Messing, schmal)	40,85
<b>T5</b> (Aluminium)	45,75
<b>T8</b> (Edelstahl)	32,78

Nach 700 s hat **T5** mit 45,75 °C die höchste Temperatur, wie Tabelle 3 zu entnehmen ist. Dementsprechend hat Aluminium die beste Wärmeleitfähigkeit. Auch diese Feststellung deckt sich mit den Literaturwerten.

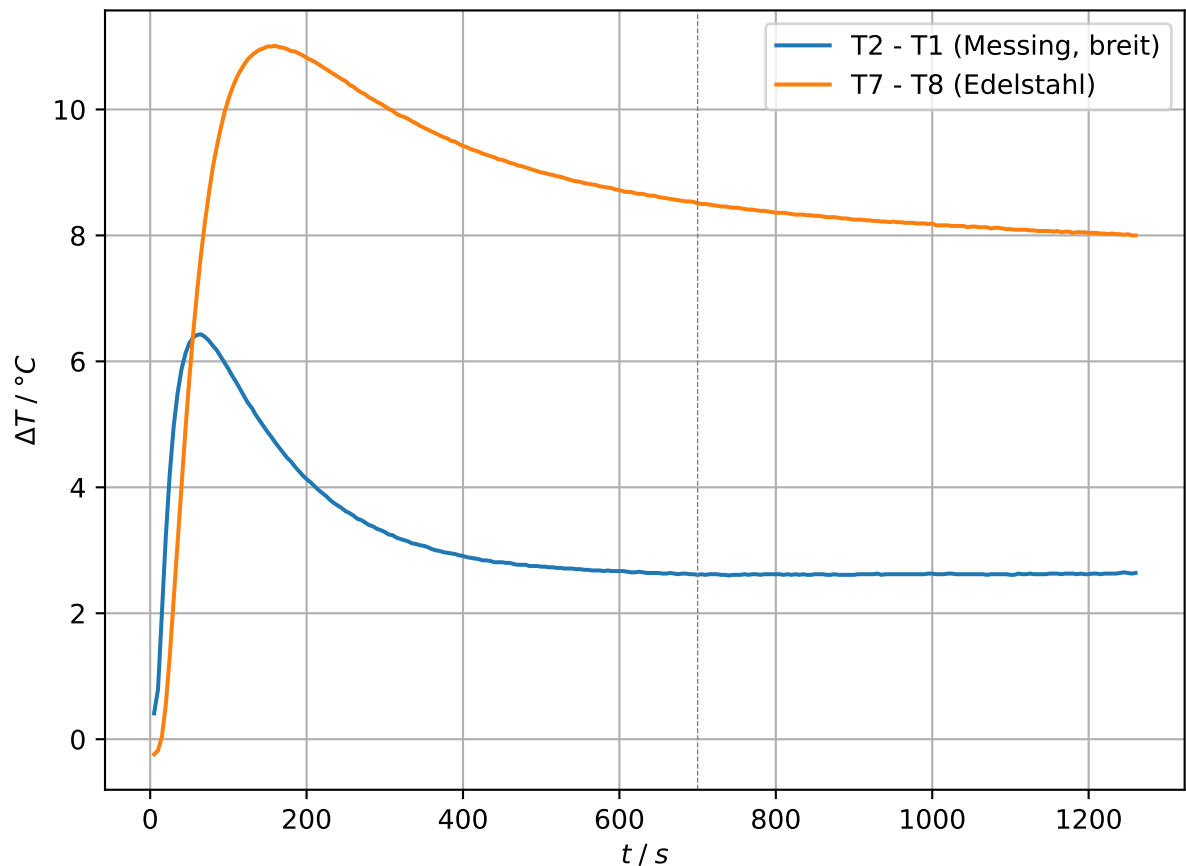
### 5.1.3 Berechnung von Wärmeströmen

Mithilfe der Gleichungen (1) und (2) sowie der in Tabelle 1 dargestellten Literaturwerte für die Wärmeleitfähigkeit kann nun der Wärmestrom in den Stäben berechnet werden.  $\frac{\partial T}{\partial x}$  ist hier die Temperaturdifferenz der nahen und fernen Thermoelemente geteilt durch deren Abstand 3 cm. Der zeitliche Verlauf des Wärmestroms ist dabei proportional zu dem der nachfolgend gezeigten Temperaturdifferenz, da er sich nur um einen konstanten Faktor  $A\kappa$  unterscheidet. Im Folgenden sind die Ergebnisse aufgelistet.

**Tabelle 4:** Wärmeströme für fünf verschiedene Messzeiten.

$t / \text{s}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} / \text{W}$			
	Messing (breit)	Messing (schmal)	Aluminium	Edelstahl
30	0,952	0,661	1,953	0,053
60	1,233	0,805	1,805	0,171
120	1,046	0,641	1,179	0,257
240	0,712	0,431	0,690	0,252
480	0,532	0,342	0,527	0,218

#### 5.1.4 graphische Darstellung und Vergleich der Temperaturdifferenzen



**Abbildung 3:** Temperaturdifferenzen der nahen und fernen Thermoelemente für Messing (breit) und Edelstahl.

Beim Vergleich der Temperaturdifferenzen der nahen und fernen Thermoelemente für Messing (breit) und Edelstahl in Abbildung 3 fällt auf, dass die Temperaturdifferenz in Edelstahl nicht nur ein größeres Maximum annimmt, sondern dieses außerdem zeitlich hinter dem von Messing liegt.

Die Erklärung für beide Beobachtungen ist, dass Messing eine deutlich größere Wärmeleitfähigkeit als Edelstahl besitzt, sodass die vom Peltierelement abgegebene Wärme schneller nach außen transportiert wird, weshalb sich einerseits insgesamt kein so großer Temperaturunterschied ausbilden kann, andererseits das ferne Thermoelement und damit die maximale Temperaturdifferenz früher erreicht wird.

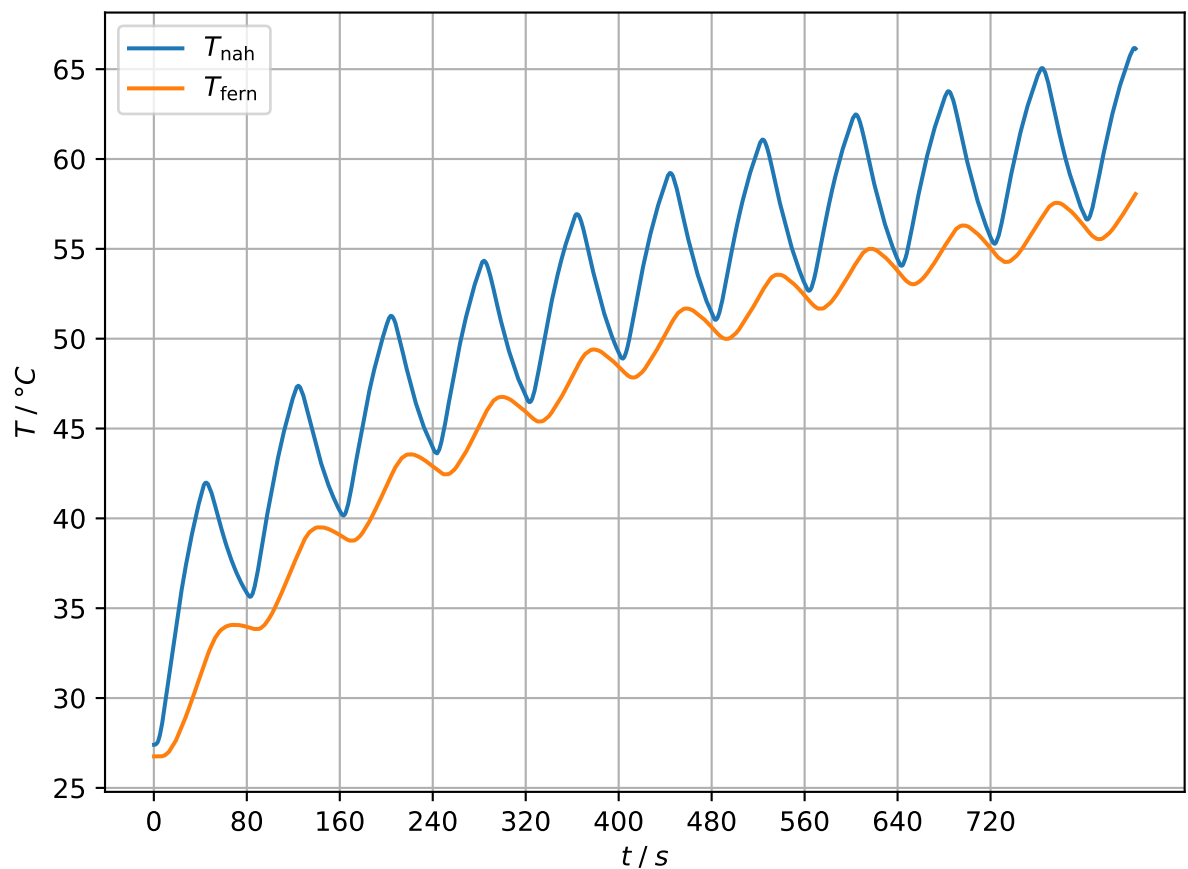
Es lässt sich vermuten, dass die Maxima jeweils ungefähr den Zeitpunkt anzeigen, an dem die vom Peltierelement ausgehende Wärmewelle das Ende des Stabs erreicht. Weil die

Wärme dann weniger gut nach außen abgeleitet werden kann, nimmt die Temperatur am fernen Messpunkt schneller zu, sodass die Temperaturdifferenz stagniert und schließlich wieder abnimmt.

## 5.2 dynamische Methode

### 5.2.1 Messing (breit)

In Abbildung 4 sind die Temperaturen am nahen und am fernen Thermoelement des breiten Messingstabs aufgetragen. Es ist erkennbar, dass der ferne Temperaturverlauf kleinere Amplituden und eine Phasendifferenz aufweist.



**Abbildung 4:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur (nah/fern) des breiten Messingstabs.

In Tabelle 5 sind nun für jede Periode bis  $t = 800$ s die Amplituden, die Phasendifferenz

und die nach Gleichung 4 berechnete Wärmeleitfähigkeit aufgelistet. Zur Berechnung wurden  $\rho$  und  $c$  aus Tabelle 2 übernommen.

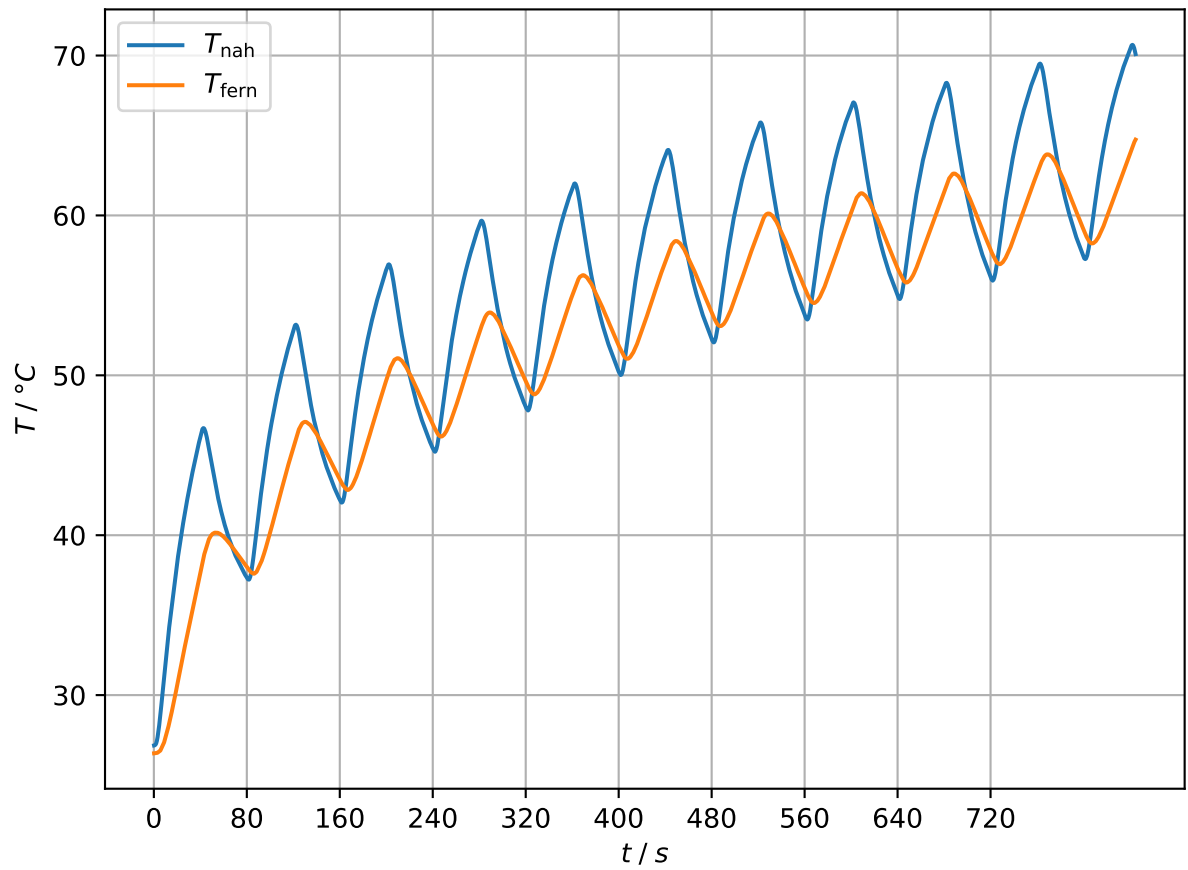
**Tabelle 5:** Amplituden, Phasendifferenz und Wärmeleitfähigkeit für Messing (breit) für verschiedene Perioden.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$
7,295	3,665	23,600	90,862
5,875	2,840	17,200	118,062
5,555	2,410	17,000	103,978
5,365	2,160	14,600	111,127
5,240	2,010	13,800	111,631
5,165	1,925	13,400	111,609
5,015	1,790	12,800	111,937
4,910	1,675	12,600	108,930
4,860	1,635	12,000	112,914
4,895	1,655	12,400	109,773

Im Mittel ergibt sich  $\kappa_{\text{Messing, breit}} = (109,082 \pm 2,307) \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ . Die Frequenz der Wärmewelle berechnet sich nach Gleichung 5 direkt aus dem Kehrwert der Periodendauer, mit der geheizt und gekühlt wird:  $f = 0,0125 \frac{1}{\text{s}}$ . Die Wellenlänge berechnet sich nach Gleichungen (3) und (6) zu  $\lambda = (18,28 \pm 0,19) \text{ cm}$ .

### 5.2.2 Aluminium

Wie zuvor für den breiten Messingstab, werden die nahen und fernen Temperaturverläufe für Aluminium geplottet, und anschließend aus Amplitudenverhältnis, Phasendifferenz, und gegebenen  $\rho$  und  $c$  die Wärmeleitfähigkeit für jede Periode berechnet.



**Abbildung 5:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur (nah/fern) des Aluminiumstabs.

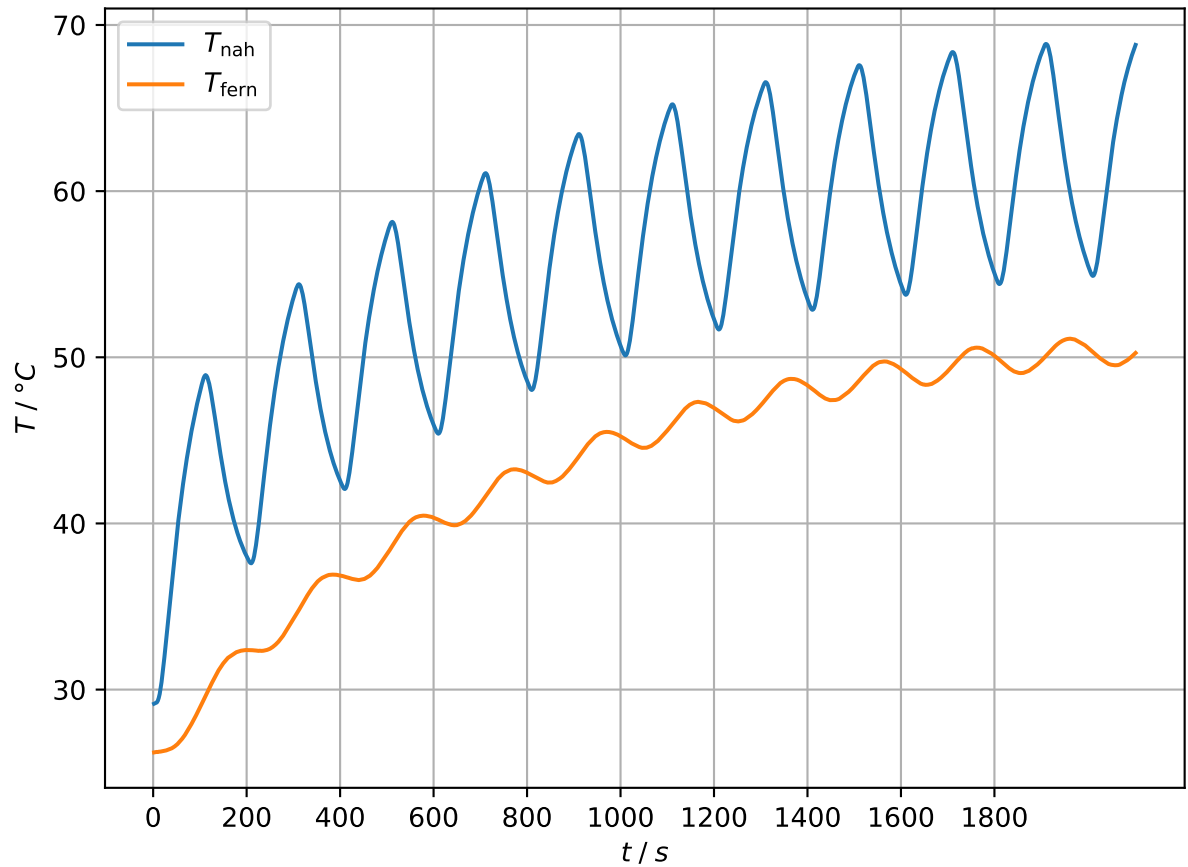
**Tabelle 6:** Amplituden, Phasendifferenz und Wärmeleitfähigkeit für Aluminium für verschiedene Perioden.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
9,925	6,905	10,400	277,163
7,975	4,750	7,600	265,562
7,450	4,120	6,800	259,629
7,230	3,880	6,600	254,585
7,100	3,730	6,800	238,927
7,050	3,680	6,400	251,350
6,880	3,525	6,800	229,977
6,790	3,435	6,400	239,798
6,765	3,415	6,800	224,982
6,790	3,440	6,400	240,311

Im Mittel ergibt sich  $\kappa_{\text{Aluminium}} = (248,228 \pm 5,176) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ . Die Wellenlänge beträgt  $\lambda = (32,77 \pm 0,34) \text{ cm}$ , die Frequenz ist wieder  $f = 0,0125 \frac{1}{\text{s}}$ .

### 5.2.3 Edelstahl

Zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl werden die Messwerte des zweiten Durchlaufs mit 200 s-periodischer Erhitzung verwendet.



**Abbildung 6:** Zeitliche Entwicklung der Temperatur (nah/fern) des Edelstahlstabs.

**Tabelle 7:** Amplituden, Phasendifferenz und Wärmeleitfähigkeit für Edelstahl für verschiedene Perioden.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
9,890	3,080	86,000	14,353
8,400	2,295	70,000	15,855
8,040	1,940	66,000	15,346
7,840	1,685	60,000	15,610
7,700	1,525	58,000	15,333
7,555	1,390	56,000	15,189
7,445	1,285	58,000	14,132
7,360	1,170	50,000	15,660
7,305	1,120	50,000	15,358
7,225	1,035	52,000	14,251

Im Mittel ergibt sich  $\kappa_{\text{Edelstahl}} = (15,109 \pm 0,199) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ . Die Wellenlänge ist  $\lambda = (10,89 \pm 0,07) \text{ cm}$ . Wegen der hier verwendeten Periodendauer von 200 s ist die Frequenz der Wärmewelle  $f = 0,005 \frac{1}{\text{s}}$ .



## 6 Diskussion

Insgesamt kann der Versuch als erfolgreich bewertet werden.

$\kappa_{\text{Aluminium}} = (248,228 \pm 5,176) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  liegt etwas über dem Literaturwert von  $237 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ . Obwohl dieser Wert die größte absolute und relative Messunsicherheit aufweist, ist der Literaturwert nicht im Konfidenzintervall enthalten.

Ähnlich ist es bei  $\kappa_{\text{Messing, breit}} = (109,082 \pm 2,307) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ , das vom Literaturwert  $120 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  so abweicht, dass dieser nicht mehr im Konfidenzintervall enthalten ist.

Die experimentell bestimmte Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl ( $15,109 \pm 0,199) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$ ) stimmt dagegen sehr gut mit dem Theoriewert von  $15 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  überein.

Relativ betrachtet liegen jedoch alle Unsicherheiten unter 3%.

Es gibt eine Vielzahl von möglichen Gründen für die zuvor diskutierten Abweichungen. Beispielsweise unterliegt die Periodendauer einer kleinen Unsicherheit, da das Umschalten zwischen Heizen und Kühlen manuell durchgeführt wurde. Wenngleich die Stäbe während der Messung mit einem Isolator abgedeckt wurden, muss von einem Wärmeverlust an die Umgebung ausgegangen werden, welcher insbesondere bei der statischen Methode zum Tragen käme. Auch ist nicht bekannt, wie genau die Thermolemente messen.

Auf der anderen Seite kann auch die tatsächliche Wärmeleitfähigkeit der Stäbe von den Literaturwerten abweichen. Insbesondere Messing weist als Legierung unterschiedliche Zusammensetzungen auf, die auch zu unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten führen. Aber auch die Materialien der anderen Stäbe könnten Verunreinigungen enthalten, die sich auf die Wärmeleitfähigkeit auswirken.

## Literatur

- [1] *Messing*. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Messing.html> (besucht am 23.12.2020).
- [2] *Temperaturleitfähigkeit*. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Temperaturleitf%C3%A4higkeit.html> (besucht am 23.12.2020).
- [3] *Wärmeleitfähigkeit*. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/W%C3%A4rmeleitf%C3%A4higkeit.html> (besucht am 23.12.2020).
- [4] *Wasser (Stoffdaten)*. URL: [https://www.chemie.de/lexikon/Wasser\\_%28Stoffdaten%29.html](https://www.chemie.de/lexikon/Wasser_%28Stoffdaten%29.html) (besucht am 23.12.2020).