

V303

Der Lock-In-Verstärker

Katharina Popp
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 25.05.2021

Abgabe: 01.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	5
4	Auswertung	8
4.1	Phasenabhängigkeit des Ausgangssignals	8
4.2	Rauschunterdrückung des Lock-In-Verstärkers bei einer Photodetektor- schaltung	13
5	Diskussion	16
5.1	Abweichungen	16
5.2	Mögliche Fehlerquellen	16
	Literatur	17

1 Zielsetzung

Der folgende Versuch dient dazu, sich mit einem Lock-In-Verstärker vertraut zu machen, indem für verschiedene Szenarien das Ausgangssignal gemessen wird.

2 Theorie

In diesem Abschnitt sollen die theoretischen Grundlagen eines Lock-In-Verstärkers erläutert werden.

Ein Lock-In-Verstärker dient dazu, ein stark verrauschtes Signal zu messen. Das Signal wird selektiv verstärkt und damit effektiv entrauscht. Zu diesem Zweck ist im Lock-In-Verstärker ein phasenempfindlicher Detektor integriert. Der grundsätzliche Aufbau eines Lock-In-Verstärkers ist in der folgenden Abbildung 1 dargestellt.

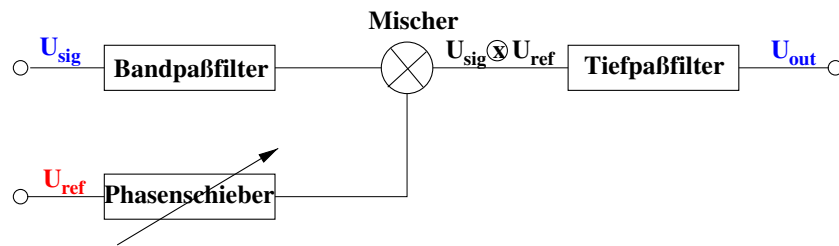


Abbildung 1: Der grundlegende Aufbau eines Lock-In-Verstärkers. [1]

Um das Eingangssignal U_{Sig} zu entrauschen, wird eine Modulation mit einer Referenzfrequenz ω_0 durchgeführt.

Mithilfe eines Bandpassfilters werden zunächst hohe Frequenzen $\omega \gg \omega_0$ und niedrige Frequenzen $\omega \ll \omega_0$ aus dem Eingangssignal herausgefiltert. Der Phasenverschieber dient dazu, die Phasenlage ϕ der Referenzfrequenz zu verändern, wobei diese bei $\Delta\phi = 0$ mit dem Signal synchronisiert werden kann. Es entsteht eine Referenzspannung U_{Ref} mit der Referenzfrequenz ω_0 , welche in einem Mischer mit dem Eingangssignal multipliziert wird, wodurch das Mischsignal $U_{\text{Sig}} \times U_{\text{Ref}}$ entsteht. Anschließend wird das Mischsignal in einem Tiefpass ($\tau = RC \gg 1/\omega_0$) über mehrere Perioden von ω_0 integriert, was dazu führt, dass die Frequenzbeiträge, welche nicht mit der Referenzfrequenz synchronisiert sind, herausgemittelt werden. Das Ausgangssignal ist eine Gleichspannung U_{Out} , welche proportional zur Eingangsspannung U_{Sig} ist und mit

$$U_{\text{Out}} = U_0 \cos(\phi)$$

beschrieben werden kann. Mithilfe des Tiefpasses kann zusätzlich die Bandbreite des Restrauschens kontrolliert werden. Bei einer hohen Zeitkonstante $\tau = RC$ können kleine Bandbreiten und somit hohe Güten von $Q = 100\,000$ erreicht werden.

Im Folgenden soll nun beispielhaft eine sinusförmige Signalspannung betrachtet werden:

$$U_{\text{Sig}} = U_0 \sin(\omega t) .$$

Die Referenzfrequenz U_{Ref} hat die Form einer Rechteckspannung und die gleiche Frequenz wie die Signalspannung.

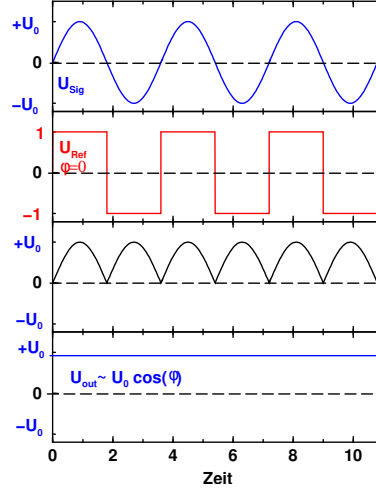


Abbildung 2: Der zeitliche Verlauf der Signal-, der Referenz-, der Misch- und der Ausgangsspannung. [1]

Die Abbildung 2 zeigt die Verläufe der sinusförmigen Signalspannung und der Referenzspannung, welche einen Schalter oder Chopper darstellt. Die Referenzspannung kann durch eine Fourierreihe genähert werden:

$$U_{\text{Ref}} = \frac{4}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right) .$$

Für die Mischspannung ergibt sich danach

$$U_{\text{Sig}} \times U_{\text{Ref}} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega t) + \dots \right) ,$$

sie besteht also aus den geraden Oberwellen der Frequenz ω . Der Tiefpass sorgt anschließend dafür, dass diese Oberwellen unterdrückt werden. Für $\phi = 0$ ergibt sich damit die maximale Ausgangsspannung

$$U_{\text{Out}} = \frac{2}{\pi} U_0 ,$$

welche wieder eine Gleichspannung und proportional zur Signalspannung U_{Sig} ist. Für eine feste Phasendifferenz $\phi \neq 0$ ergibt sich die Ausgangsspannung

$$U_{\text{Out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos \phi , \tag{1}$$

welche demnach abhängig von der Phasendifferenz ϕ ist.

3 Durchführung

Für die folgenden Messungen ist ein Lock-In-Verstärker, welcher in Abbildung 3 dargestellt ist, sowie ein Speicheroszilloskop gegeben.

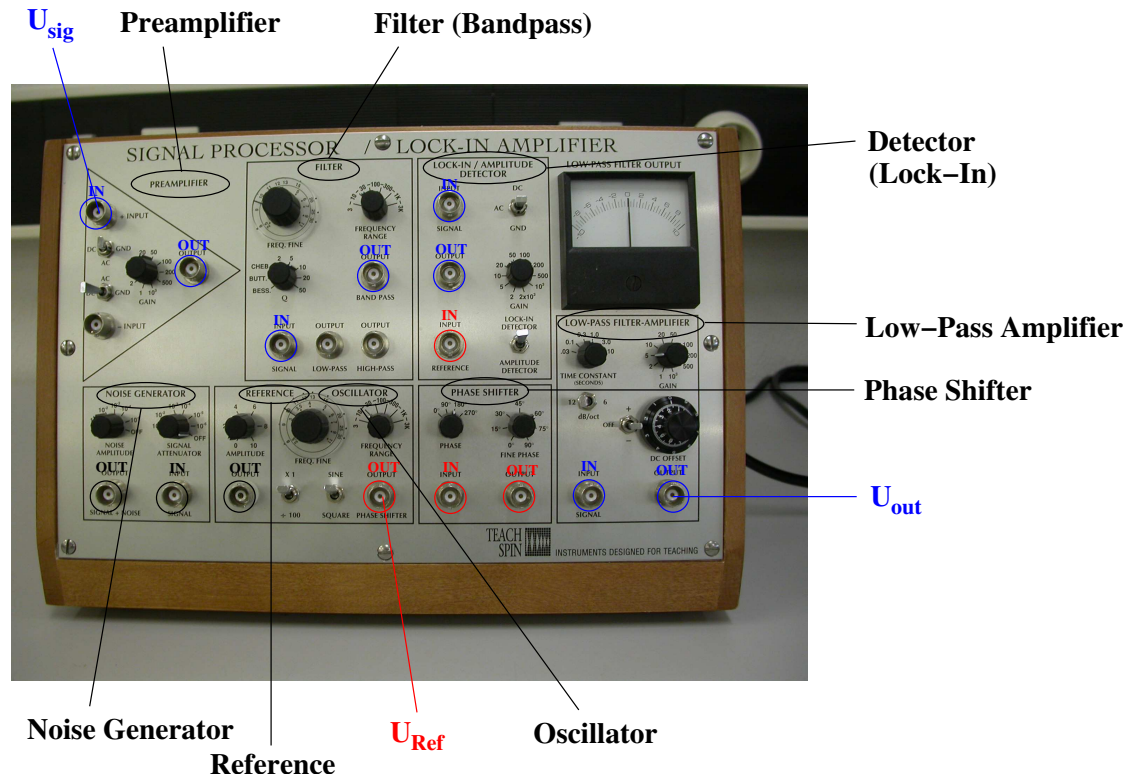


Abbildung 3: Aufbau des Lock-In-Verstärkers. [1]

Der Lock-In-Verstärker beinhaltet neben dem Bandpass, dem Phasenverschieber und dem Tiefpass ebenfalls einen Vorverstärker, einen Funktions- und Rauschgenerator und einen Tiefpass-Verstärker, sowie einen Amplituden/Lock-In-Detektor.

Für die ersten beiden Messungen wird der Lock-In-Verstärker nach dem Schaltbild aus Abbildung 4 aufgebaut.

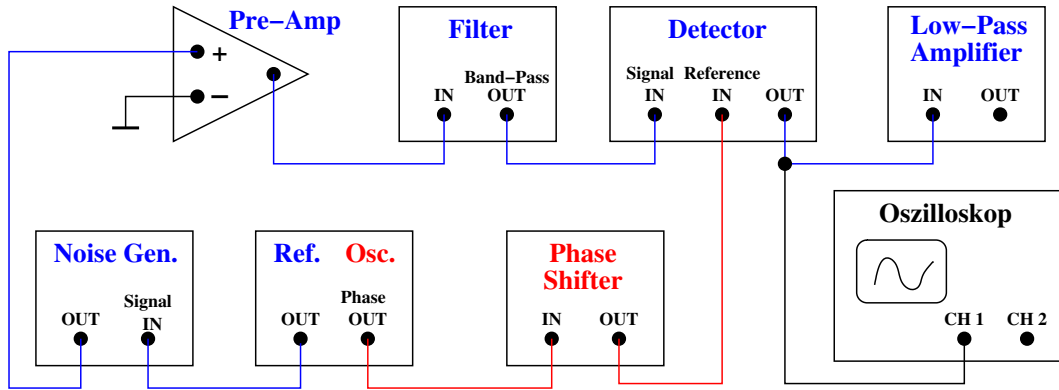


Abbildung 4: Schaltbild zur Messung des Ausgangssignals in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung. [1]

Bei der ersten Messung wird ohne ein zusätzliches Rauschen gearbeitet, sodass der Noise-Generator in der Schaltung überbrückt wird. Das sinusförmige Eingangssignal U_{Sig} wird auf eine Frequenz von 1 kHz eingestellt, wobei hier darauf geachtet werden muss, dass die gleiche Frequenz für die Referenzspannung U_{Ref} , welche ebenfalls sinusförmig ist, eingestellt ist. Es wird eine Verstärkung von 10 mV eingestellt. Nun wird die Ausgangsspannung U_{Out} in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung ϕ gemessen. Es werden etwa zehn Messwerte aufgenommen und deren Bilder mit dem Speicheroszilloskop gespeichert. Die Ausgangsspannung kann mit den berechneten Werten aus der Gleichung 1 verglichen werden.

Für die zweite Messung wird nun ein Rauschsignal auf dem Noise-Generator hinzugefügt, welches dazu wieder in die Schaltung in Abbildung 4 integriert werden muss. Das Rauschsignal wird auf die Größenordnung der Signalspannung, in diesem Fall also 10^{-2} V, eingestellt und das Verfahren der ersten Messung wird wiederholt.

Anschließend soll der Lock-In-Verstärker in Verbindung mit einem Photodetektor untersucht werden. Dazu wird die folgende Schaltung verwendet.

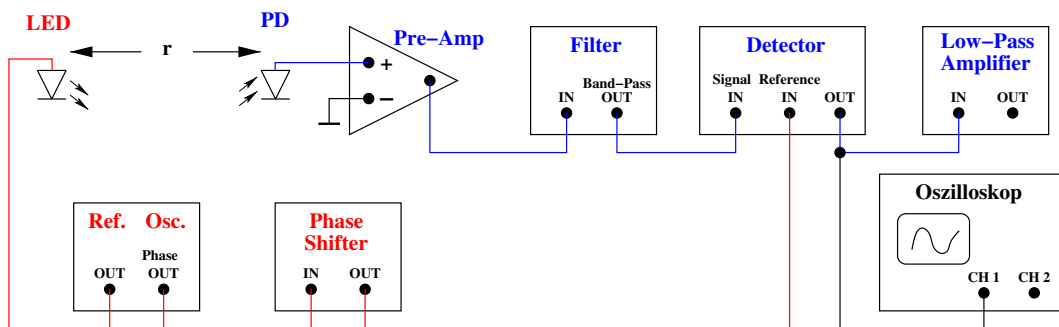


Abbildung 5: Schaltbild zur Messung der Ausgangsspannung eines Photodetektors. [1]

Die Leuchtdiode, welche mit einer Frequenz von 500 Hz bei einer Rechteckspannung blinkt, ist auf eine Photodiode gerichtet. Es wird die Spannung an der Photodiode in Abhängigkeit des Abstandes zwischen Leuchtdiode und Photodiode gemessen. Dazu sind beide Dioden auf einer optischen Bank befestigt, welche mit einer Skala versehen ist, wobei der minimale Abstand zwischen den Dioden etwa 5 cm beträgt. Die Leuchtdiode wird nun immer weiter von der Photodiode weg geschoben und gleichzeitig die Spannung am Oszilloskop gemessen.

4 Auswertung

Im Folgenden soll eine Auswertung der aufgenommenen Messwerte erfolgen.

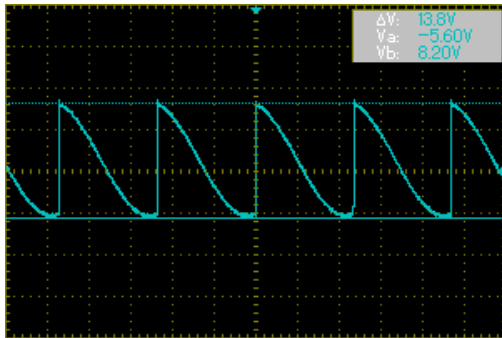
4.1 Phasenabhängigkeit des Ausgangssignals

In Tabelle 1 sind die Messwerte zur Phasenabhängigkeit des Ausgangssignals aufgelistet. Die Spannungen sind als Peak-to-Peak-Beträge zu verstehen.

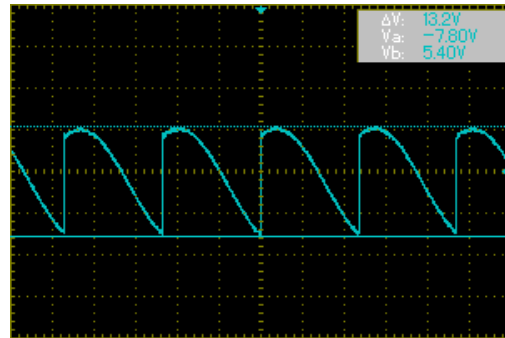
Tabelle 1: Messwerte zur Phasenabhängigkeit des Ausgangssignals.

$\phi / ^\circ$	U / V	$U_{\text{noise}} / \text{mV}$
0	13,8	880
45	13,2	880
90	12,0	688
135	14,0	656
180	14,6	904
225	18,0	928
270	12,4	744
315	13,4	584
360	18,4	872

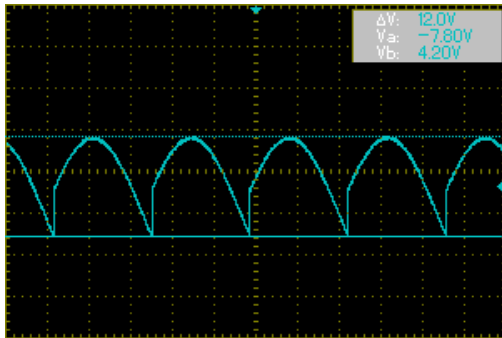
Die Abbildungen 6 und 7 zeigen einige Spannungsverläufe zu den in Tabelle 1 aufgelisteten Werten.



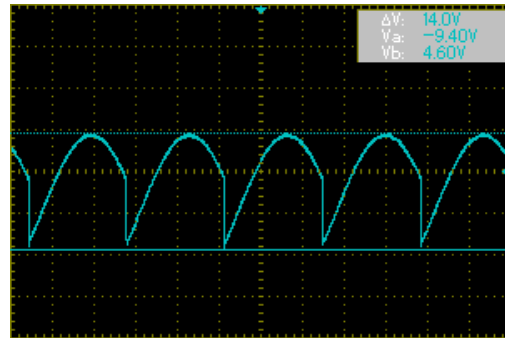
$\phi = 0^\circ$



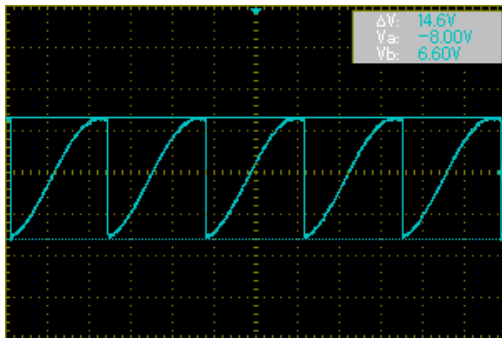
$\phi = 45^\circ$



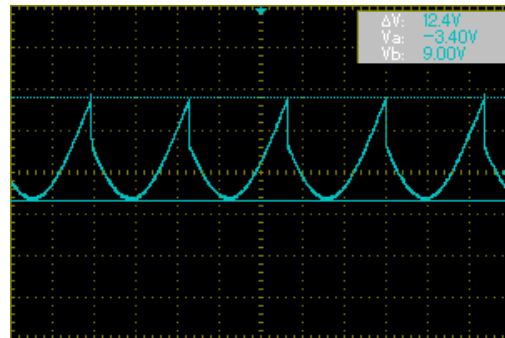
$\phi = 90^\circ$



$\phi = 135^\circ$



$\phi = 180^\circ$



$\phi = 270^\circ$

Abbildung 6: Screenshots des Spannungsverlaufs ohne Rausch-Generator.

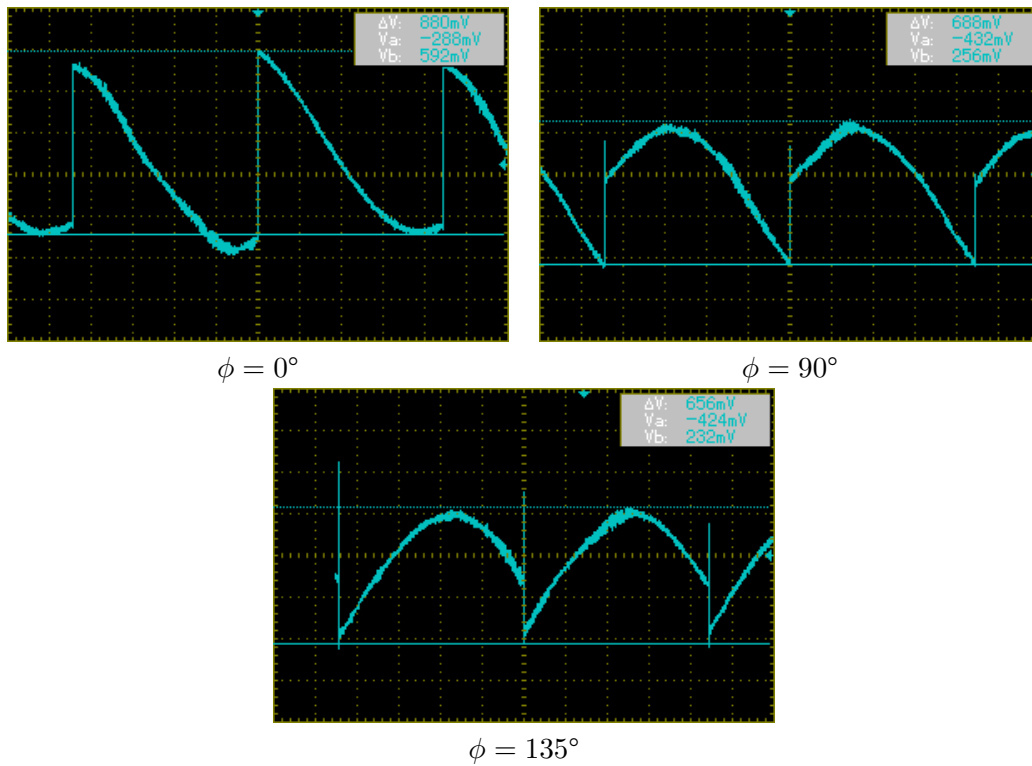


Abbildung 7: Screenshots des Spannungsverlaufs mit Rausch-Generator.

Die gewonnenen Werte werden nun mittels eines Fits mit Gleichung 1 verglichen. Dazu wird `scipy.curve_fit` verwendet. Da U nur betragsweise gemessen wurde, wird auch für die Theoriekurve der Betrag verwendet. Das Vorzeichen hätte auch gemäß $\text{sgn}(\cos(\phi))$ gewählt werden können, worauf aufgrund der schlechten Datenlage (s.u.) aber verzichtet wurde.

Für das nicht verrauschte Signal (Abbildung 8) ergibt sich eine Spannung von $U_0 = (29 \pm 5) \text{ V}$.

Für das verrauschte Signal (Abbildung 9) ergibt sich eine Spannung von $U_0 = (1,61 \pm 0,28) \text{ V}$.

Es zeigt sich, dass die gemessenen Werte eher schlecht zur Theorie passen. Dies wird in der Diskussion weiter erörtert.

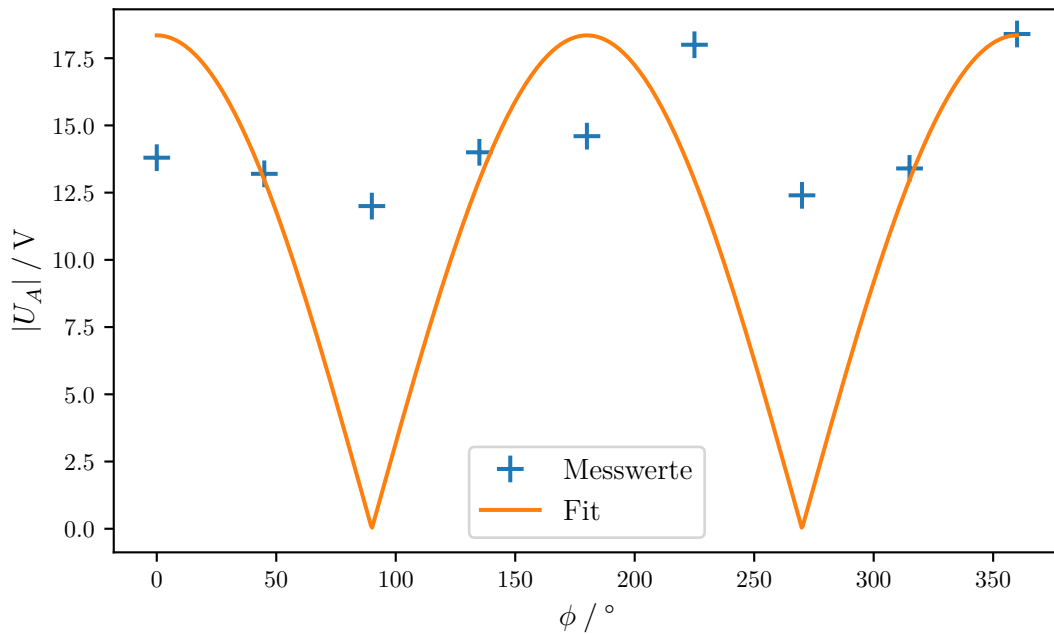


Abbildung 8: Betrag der Peak-to-Peak-Spannung in Abhängigkeit von der eingestellten Phasendifferenz (klar).

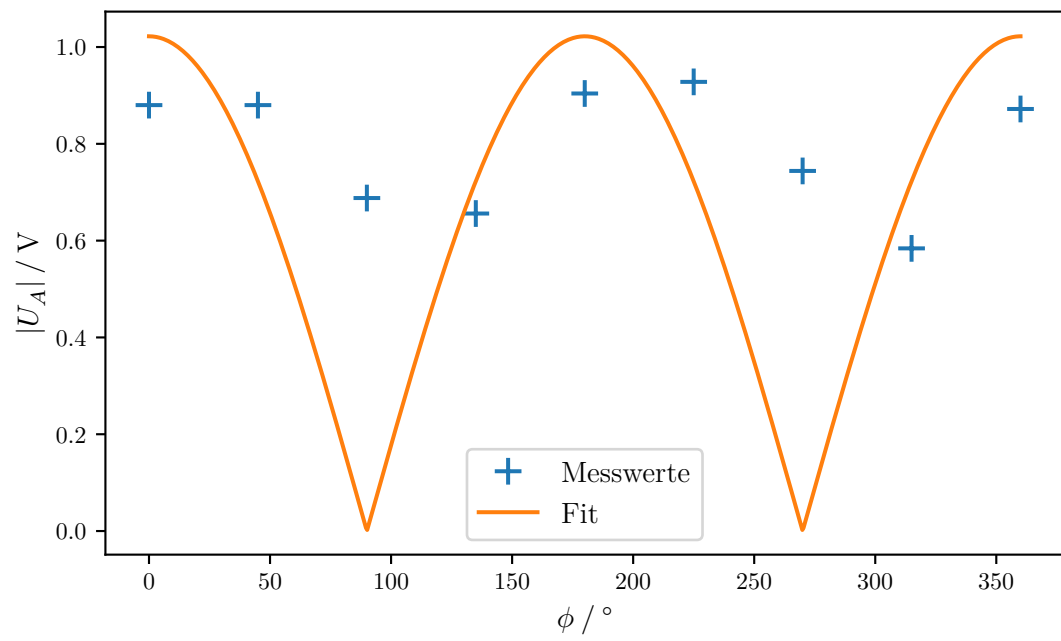


Abbildung 9: Betrag der Peak-to-Peak-Spannung in Abhängigkeit von der eingestellten Phasendifferenz (verrauscht).

4.2 Rauschunterdrückung des Lock-In-Verstärkers bei einer Photodetektorschaltung

In Tabelle 2 sind die Messwerte für diesen Teil der Auswertung aufgeführt. Es ist zu beachten, dass keine präzisen absoluten Distanzen, sondern lediglich Distanz-**Unterschiede** betrachtet werden. Die Photodiode befindet sich auf der optischen Bank bei konstant 5 cm, während konstruktionsbedingt die kleinste Position der Leuchtdiode bei 9,6 cm liegt. Damit ergibt sich eine ungefähre Minimaldistanz von 4,6 cm, welche bereits in der Durchführung erwähnt wurde. In der Tabelle sind die abgelesenen Werte aufgeführt, während für die nachfolgende Analyse die Werte so verschoben wurden, dass sie bei 0 beginnen.

Tabelle 2: Messwerte zur Spannungsamplitude an der Photodiode in Abhängigkeit der (relativen) Distanz zur Leuchtdiode.

d / cm	U / V
9,6	32,00
10,0	29,60
11,0	28,40
11,5	22,00
12,0	20,80
13,0	18,40
14,0	16,40
15,0	14,40
16,0	12,80
17,0	10,80
18,0	9,20
19,0	8,40
20,0	7,44
21,0	6,80
22,0	6,00
23,0	5,44
24,0	5,04
25,0	4,64
26,0	4,16
27,0	3,88
28,0	3,56
29,0	3,32
30,0	3,04
31,0	2,80
32,0	2,56
33,0	2,08
34,0	2,02
35,0	2,00
36,0	1,90
37,0	1,76
38,0	1,64
45,0	1,16
40,0	1,44
50,0	0,90
55,0	0,75

Es kann vermutet werden, dass die einfallende Intensität und damit die gemessene Spannung invers proportional zum Abstand oder dem Quadrat desselben ist. Um diese Vermutung zu überprüfen, wurden entsprechende Fits berechnet. In Abbildung 10 sind

diese dargestellt.

Tatsächlich fällt die Intensität offenbar quadratisch mit der Distanz ab. Für den zugehörigen Fit

$$U = \frac{U_0}{(d + d_0)^2}$$

ergeben sich die Parameter

$$U_0 = (3,07 \pm 0,16) \cdot 10^3 \text{ cm}^2 \text{ V}$$

$$d_0 = (9,61 \pm 0,29) \text{ cm}$$

Der Parameter d_0 ist dabei notwendig, weil es die Apparatur – wie zuvor erwähnt – nicht erlaubt, Leuchtdiode und Photodiode direkt voreinander zu platzieren.

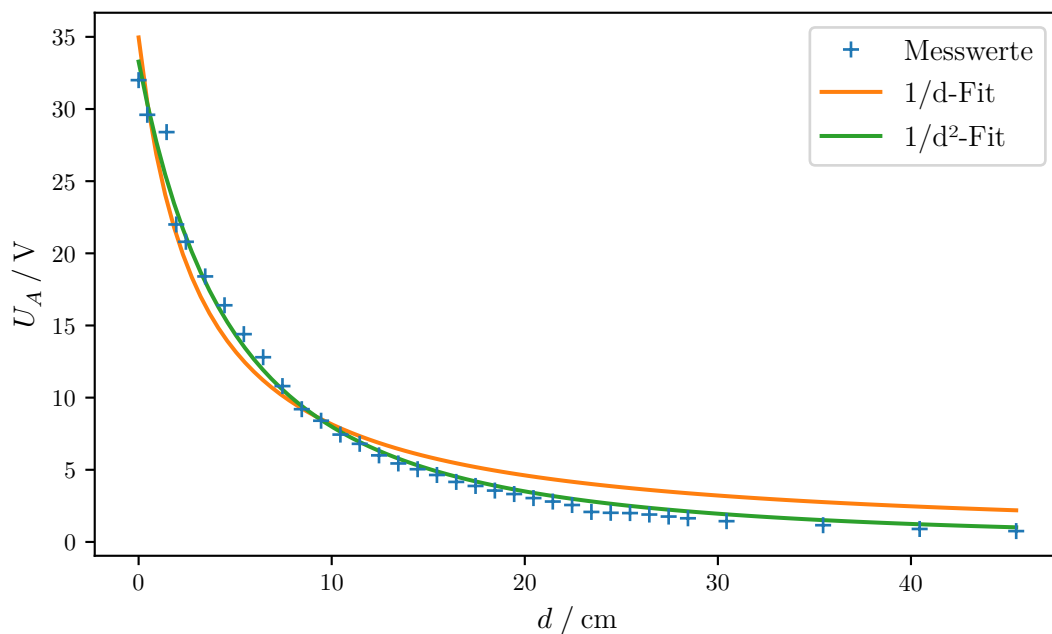


Abbildung 10: Spannungsamplitude an der Photodiode in Abhängigkeit der (relativen) Distanz zur Leuchtdiode.

5 Diskussion

5.1 Abweichungen

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit des Ausgangssignals von einer Phasenverschiebung zeigten sich große Abweichungen. Es konnte zwar ein Fit bestimmt werden, jedoch zeugen die großen Unsicherheiten der Fit-Parameter sowie die Plots von Problemen. Ob es sich bei einzelnen Werten um Ausreißer handelt, kann wegen der relativ geringen Anzahl an Messungen nicht sicher beurteilt werden.

Kleinere Abweichungen sind auch dadurch zustande gekommen, dass das Ablesen der Peak-to-Peak-Spannung durch manuelles Einstellen zweier Cursors erfolgte, welche aufgrund der niedrigen Auflösung des Displays aber nicht perfekt eingestellt werden konnten.

5.2 Mögliche Fehlerquellen

An verschiedenen Stellen traten zumindest zwischenzeitlich grobe systematische Fehler auf. Beispielsweise verschwand das Signal, ohne dass eine einzelne Fehlerquelle ausgemacht und eliminiert werden konnte. Das hatte zur Folge, dass Messparameter zwischen Messdurchläufen geändert wurden, sodass Zweifel bestehen, ob die Werte vergleichbar sind.

Eine weitere Fehlerquelle bestand darin, dass der Raum, in dem das Experiment durchgeführt wurde, nicht abgedunkelt werden konnte. Die dadurch entstehenden Helligkeitsschwankungen könnten sich auf die Messwerte niedergeschlagen haben.

Literatur

- [1] *Versuchsanleitung zum Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker.* TU Dortmund.