

V606

Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Katharina Popp
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.04.2021

Abgabe: 20.04.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Die paramagnetische Suszeptibilität	3
2.2	Experimentelle Bestimmung der paramagnetischen Suszeptibilität	5
2.3	Unterdrückung von Störspannungen	7
3	Durchführung	9
3.1	Die Filterkurve des Selektivverstärkers	9
3.2	Messung der Proben	9
4	Auswertung	11
4.1	Untersuchung der Filterkurve	11
4.2	Theoretische Bestimmung der Suszeptibilität	13
4.3	Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität	13
5	Diskussion	16
5.1	Abweichungen	16
5.2	Mögliche Fehlerquellen	16
	Literatur	17

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mithilfe einer Brückenschaltung die Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe, in diesem Fall Ionen Seltener Erden, bestimmt werden.

2 Theorie

Im folgenden Abschnitt sollen die theoretischen Grundlagen der Bestimmung der Suszeptibilität aus atomaren Größen sowie der experimentellen Messung aufgeführt werden.

2.1 Die paramagnetische Suszeptibilität

Die Suszeptibilität χ ist ein Faktor, der temperaturabhängig ist und Einfluss auf die magnetische Flussdichte \mathbf{B} in Materie hat.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$$

Die Größe \mathbf{M} stellt die Magnetisierung dar, um die sich das Magnetfeld in Materie im Vergleich zum Vakuum unterscheidet. Es gilt

$$\mathbf{M} = \mu_0 \chi \mathbf{H}. \quad (1)$$

Im Gegensatz zum Diamagnetismus, welcher eine allgemeine Eigenschaft von Materie ist und auf Induktion magnetischer Momente gründet, ist der Paramagnetismus nur bei Atomen, Ionen oder Molekülen zu finden, die einen nicht-verschwindenden Drehimpuls besitzen, da sich die magnetischen Momente relativ zum äußeren Magnetfeld orientieren. Beim Diamagnetismus verschwindet der Drehimpuls durch die entgegengesetzte Orientierung der magnetischen Momente im äußeren und induzierten Magnetfeld. Der Paramagnetismus ist zudem temperaturabhängig, da sich die magnetischen Momente, welche eine Auswirkung auf den Drehimpuls haben, durch die thermische Bewegung der Materie umorientieren.

Der Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} eines Atoms setzt sich aus dem Bahndrehimpuls der Elektronenhülle, dem Eigendrehimpuls, also dem Spin der Elektronen und dem Kerndrehimpuls, welcher hier allerdings vernachlässigt werden kann, zusammen.

Es gilt die „LS-Kopplung“

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S},$$

mit dem Gesamtbahndrehimpuls \mathbf{L} , der durch

$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{l}_i$$

definiert ist, und dem Gesamtspin \mathbf{S} , der durch

$$\mathbf{S} = \sum \mathbf{s}_i$$

definiert ist. Die zugehörigen magnetischen Momente sind

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_L &= -\frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{L} \\ \boldsymbol{\mu}_S &= -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{S}\end{aligned}$$

mit dem Bohr'schen Magneton $\mu_B = \frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} \hbar$. Der Faktor g_S stellt das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons dar. Die zugehörigen Beträge der Impulse sind durch

$$\begin{aligned}|\mathbf{L}| &= \sqrt{L(L+1)} \cdot \hbar \\ |\mathbf{S}| &= \sqrt{S(S+1)} \cdot \hbar \\ |\mathbf{J}| &= \sqrt{J(J+1)} \cdot \hbar\end{aligned}$$

gegeben, mit der Bahndrehimpulsquantenzahl L , der Spinquantenzahl S und der Gesamtbahndrehimpulsquantenzahl J .

Die Beträge der magnetischen Momente sind durch

$$\begin{aligned}|\boldsymbol{\mu}_L| &= \mu_B \sqrt{L(L+1)} \\ |\boldsymbol{\mu}_S| &= \mu_B \sqrt{S(S+1)}\end{aligned}$$

gegeben.

Für die LS-Kopplung gilt, dass nur die parallele, beziehungsweise die antiparallele Komponente $\boldsymbol{\mu}_J$ zu \mathbf{J} messbar ist. Mit der Winkelbeziehung

$$|\boldsymbol{\mu}_J| = |\boldsymbol{\mu}_S| \cos(\alpha) + |\boldsymbol{\mu}_L| \cos(\beta)$$

lässt sich der Landé-Faktor des Atoms herleiten. Er wird durch

$$g_J = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (2)$$

beschrieben mit der Vereinfachung $g_S = 2$.

Der Landé-Faktor kann mithilfe der Hund'schen Regeln berechnet werden:

1. Der Gesamtspin \mathbf{S} wird aus den einzelnen Spins \mathbf{s}_i zusammengesetzt, die nach dem Pauli-Prinzip möglich sind.
2. Der Gesamtdrehimpuls \mathbf{L} wird aus den einzelnen Bahndrehimpulsen \mathbf{l}_i zusammengesetzt, die nach dem Pauli-Prinzip möglich sind.
3. Der Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} wird durch $\mathbf{J} = \mathbf{L} - \mathbf{S}$ beschrieben, wenn eine Schale weniger als zur Hälfte gefüllt ist, und durch $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, wenn eine Schale mehr als zur Hälfte gefüllt ist.

Für die hier zu untersuchenden Ionen Seltener Erden wurde beobachtet, dass sie besonders stark paramagnetisch sind, da die Atomhüllen große Drehimpulse – gerade in den inneren Schalen – besitzen. Der Grund dafür sind die Elektronen in der nicht ganz gefüllten 4f-Schale. Elemente mit dieser Eigenschaft sind im Periodensystem erst ab der dritten Hauptgruppe ($z=58$) zu finden. Die vorherigen Schalen sind vollständig gefüllt, sodass es dort zu einem verschwindenden Drehimpuls kommt.

Zusätzlich ist die Richtungsquantelung für die Berechnung der Suszeptibilität relevant. Sie bestimmt, dass nur Winkel, bei denen die Komponente μ_{J_z} ein Vielfaches von $\mu_B g_J$ ist, also

$$\mu_{J_z} = \mu_B g_J \cdot m,$$

zwischen der Richtung des äußeren Magnetfeldes und der Ausrichtung von $\boldsymbol{\mu}_J$ möglich sind. Die Zahl m ist dabei die Orientierungsquantenzahl. Sie ist ganzzahlig und bewirkt, dass es nur $2J + 1$ Einstellmöglichkeiten der Ausrichtung zwischen äußerem Magnetfeld und magnetischen Moment gibt. Die zu den $2J + 1$ Einstellmöglichkeiten gehörige potentielle Energie ist durch

$$E_m = -\boldsymbol{\mu}_J \cdot \boldsymbol{B} = \mu_{J_z} B = \mu_B g_J \cdot m B$$

gegeben und beschreibt die Energie beim Paramagnetismus.

Für die magnetische Suszeptibilität ergibt sich nach Einsetzen und Umformen der Gleichung 1

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT} \quad (3)$$

mit der Boltzmann-Konstante k und der Temperatur T . Für hinreichend hohe Temperaturen gilt nach dem Curie'schen Gesetz des Paramagnetismus

$$\chi \propto \frac{1}{T}.$$

2.2 Experimentelle Bestimmung der paramagnetischen Suszeptibilität

Aus in Unterabschnitt 2.3 erläuterten Gründen wird für die Messung der Suszeptibilität eine Brückenschaltung verwendet.

Mithilfe dieser Brückenschaltung sollen die Induktivitäten zweier etwa gleich langer Spulen gemessen werden, wobei eine der Spulen eine Probe von Seltener Erde enthält. Für die Induktivität der Spule in Materie gilt

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l},$$

wobei n die Windungszahl, l die Länge, F der Querschnitt der Spule und Q der Querschnitt der Probe ist. Für den Unterschied der Induktivitäten in Vakuum $L = \mu_0 \frac{n^2 F}{l}$ und in Materie ergibt sich

$$\Delta L = \mu_0 \chi Q \frac{n^2}{l}.$$

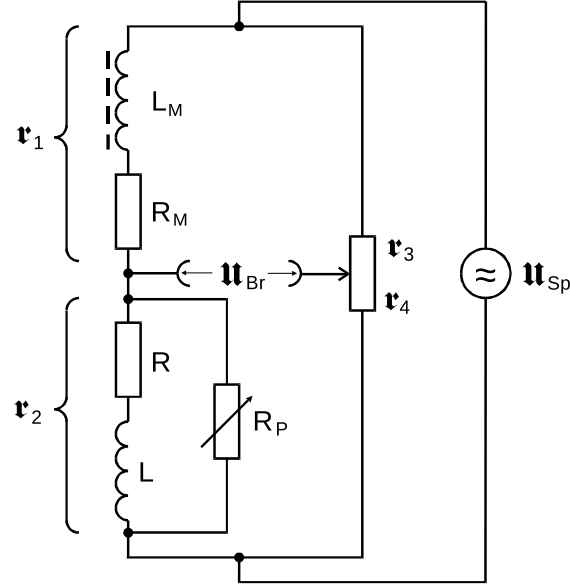


Abbildung 1: Schaltplan der verwendeten Brückenschaltung. [1]

Das Grundprinzip der Messung mit einer Brückenschaltung besteht darin, die Brücke ohne eine Probe abzugleichen und die Brückenspannung und den zu variierenden Widerstand zu messen, dann eine Probe einzufügen und die Brücke erneut abzugleichen. Die Suszeptibilität kann aus den Änderungen der Spannung oder des Widerstands berechnet werden.

Für die Widerstände, die in Abbildung 1 gezeigt sind, gilt

$$\begin{aligned} r_1 &= R_M + i\omega L_M \\ \frac{1}{r_2} &= \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R + i\omega L} \\ r_3 &= R_3 \\ r_4 &= R_4. \end{aligned}$$

Die Widerstände R und R_M sind Verlustwiderstände der Spulen. Zudem ist $R_3 \approx R_4$. Für die Brückenspannung in einer Brückenschaltung mit eingefügter Probe gilt

$$U_{\text{Br}} = \frac{r_4 r_1 - r_3 r_2}{(r_1 + r_2)(r_3 + r_4)} U_{\text{Sp}}$$

und nach Einsetzen der Widerstände und Induktivitäten aus den obigen Gleichungen ergibt sich für den Betrag der Brückenspannung

$$|U_{\text{Br}}| = \frac{\omega \mu_0 \chi n^2 Q}{4l} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 (\mu_0 \frac{n^2}{l} F)^2}} |U_{\text{Sp}}|$$

und damit wiederum die Suszeptibilität χ

$$\chi = \frac{|U_{\text{Br}}|}{|U_{\text{Sp}}|} \frac{4l}{\omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left(\mu_0 \frac{n^2}{l} F\right)^2} . \quad (4)$$

Für die Brückenschaltung ohne eingefügte Probe gilt die Abgleichbedingung

$$r_1 R_4 = r_2 R_3 .$$

Nachdem die Probe eingefügt wurde, ändert sich der Widerstand R_3 zu $R'_3 = R_3 + \Delta R$. Für die Änderung ergibt sich nach Einsetzen der Gleichungen für die Widerstände in die Abgleichbedingung

$$\Delta R = \frac{R_3(L_M - L)}{L + L_M} .$$

Nach Einsetzen von L und L_M kann die Suszeptibilität χ durch

$$\chi = 2 \frac{\Delta R}{R_3} \frac{F}{Q} \quad (5)$$

berechnet werden.

2.3 Unterdrückung von Störspannungen

Eine Schwierigkeit bei der Messung der Brückenspannung besteht darin, dass an den Ausgangsklemmen der Schaltung Störspannungen entstehen, welche einen breiten Frequenzbereich abdecken. Um die monofrequente Brückenspannung zu messen, kann daher ein Bandpassfilter verwendet werden, welcher nur für einen schmalen Frequenzbereich durchlässig ist. Mithilfe eines Selektivverstärkers, welcher eine Filterkurve in Gestalt einer Glockenfunktion besitzt, wird derselbe Effekt erzielt.

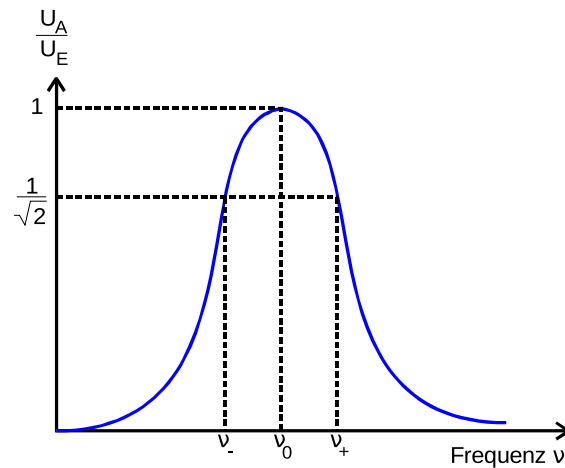


Abbildung 2: Filterkurve eines Selektivverstärkers. [1]

Abbildung 2 stellt das Verhältnis der Ausgangsspannung U_A zur Eingangsspannung U_E in Abhängigkeit der Frequenz ν dar.

Die Güte Q kann (ähnlich wie die Breite der Kurve) als ein Maß für die Wirksamkeit gesehen werden. Sie wird mithilfe der Gleichung

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (6)$$

berechnet. Die Frequenz ν_0 stellt die Durchlassfrequenz dar und ν_+ und ν_- die Frequenzen, bei denen $\frac{U_A}{U_E}$ unter einen Wert von $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fällt.

Aufgrund der endlichen Güte können Störspannungen in einem gewissen Frequenzbereich um ν_0 weiterhin durch den Filter gelangen.

3 Durchführung

In diesem Abschnitt sollen das Vorgehen zur Bestimmung der Filterkurve sowie die Durchführung der Messung der paramagnetischen Suszeptibilität von Proben Seltener Erde erläutert werden.

3.1 Die Filterkurve des Selektivverstärkers

Zur Bestimmung der Filterkurve wird die Ausgangsspannung U_A in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Dazu wird eine konstante Eingangsspannung U_E von etwa $100 \text{ mV}_{\text{eff}}$ an den Selektivverstärker angelegt, welcher mit dem Spannungsmessgerät für U_A verbunden ist. Anschließend wird ein Frequenzbereich von 20 kHz bis 40 kHz durchlaufen und das Maximum von U_A bestimmt. Die Frequenz, bei der U_A maximal wird, ist ν_0 .

3.2 Messung der Proben

Der Aufbau der Apparatur zur Messung der Suszeptibilitäten wird in Abbildung 3 dargestellt.

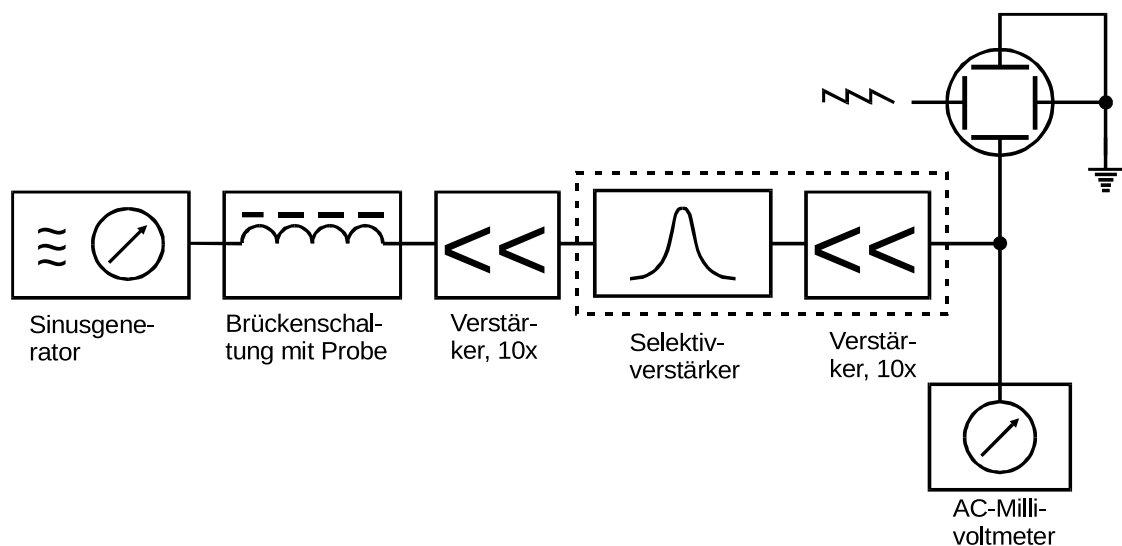


Abbildung 3: Blockschaltbild der verwendeten Messapparatur (mit im Text beschriebenen Änderungen). [1]

Die Eingangsspannung U_E wird von einem Sinusgenerator mit einer Frequenz von 35 kHz erzeugt, welche entsprechend als Durchlassfrequenz des Selektivverstärkers eingestellt wird. Der Sinusgenerator wird an die in Abbildung 1 gezeigte Brückenschaltung angeschlossen, welche mit dem Selektivverstärker verbunden ist. Die in Abbildung 3 zu sehenden Verstärker vor und hinter dem Selektivverstärker werden hier nicht verwendet.

Die Brückenspannung wird allerdings am Selektivverstärker 10-fach verstärkt. Der Selektivverstärker ist wiederum mit einem Spannungsmessgerät verbunden, welches über diesen die Brückenspannung U_{Br} misst.

Zu Beginn wird die Gesamtverstärkung gemessen, indem die maximale Brückenspannung mit und ohne Verstärkung gemessen wird.

Bei der Ausmessung der Proben wird nun so vorgegangen, dass zu Anfang die Brücke ohne eingefügte Probe abgeglichen wird. Dazu wird der variable Widerstand R_3/R_4 so eingestellt, dass U_{Br} minimal wird. Es werden U_{Br} und R_3/R_4 notiert. Anschließend wird die erste Probe, in diesem Fall ^{203}Dy , vorsichtig in eine der zylinderförmigen Spulen in der Brückenschaltung eingefügt. Die Brücke wird erneut abgeglichen und es werden U_{Br} und R_3/R_4 notiert. Mithilfe der Differenzen zwischen den Spannungen und Widerständen mit und ohne Probe kann aus den Gleichungen (4) und (5) nun die paramagnetische Suszeptibilität der ^{203}Dy -Probe berechnet werden. Die gesamte Messung für ^{203}Dy wird dreimal ausgeführt.

Für die zweite Probe ^{203}Nd wird analog verfahren; auch diese Messung wird dreimal wiederholt.

Anschließend wird die Länge l der beiden Proben jeweils dreimal ausgemessen, um später Q_{real} berechnen zu können.

4 Auswertung

4.1 Untersuchung der Filterkurve

Vor der eigentlichen Untersuchung der Filterkurve wird die Verstärkung berechnet. Eingestellt war eine 10-fache Verstärkung. Ohne den Selektivverstärker betrug die Spannung des Synthesizers 0,6 mV, mit diesem 4,5 mV. Das entspricht einer tatsächlichen Verstärkung von 7,5.

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Filterkurve.

ν [kHz]	U_A [mV]
20	92,5
21	87,5
22	102,0
23	118,0
24	138,0
25	162,0
26	194,0
27	234,0
28	291,0
29	320,0
30	440,0
31	625,0
31,5	750,0
32	870,0
32,25	918,0
32,5	948,0
33	937,0
33,25	900,5
33,5	850,0
34	735,0
34,5	625,0
35	532,0
36	398,0
37	310,0
38	247,0
39	200,0
40	165,0

Um die Filterkurve charakterisieren zu können, wurde aus den aufgenommenen Daten, die in Tabelle 1 dargestellt sind, mithilfe von *scipy* ein Fit an die Lorentzkurve

$$f(\nu) = \frac{a}{(\nu^2 - \nu_0^2)^2 + \gamma^2 \nu_0^2}$$

berechnet.

Die resultierenden Fit-Parameter sind :

$$\begin{aligned}\nu_0 &= (32,793 \pm 0,061) \text{ kHz} \\ a &= (33\,153\,365 \pm 1\,869\,152) \text{ kHz}^4 \text{ mV} \\ \gamma &= (-5,806 \pm 0,188) \text{ kHz} .\end{aligned}$$

Durch Umstellen und Einsetzen ergibt sich weiterhin

$$\begin{aligned}\nu_- &= 30,868 \text{ kHz} \\ \nu_+ &= 34,611 \text{ kHz} .\end{aligned}$$

Der Fit-Parameter ν_0 liefert direkt die Durchlassfrequenz $\nu_0 = (32,793 \pm 0,061) \text{ kHz}$.

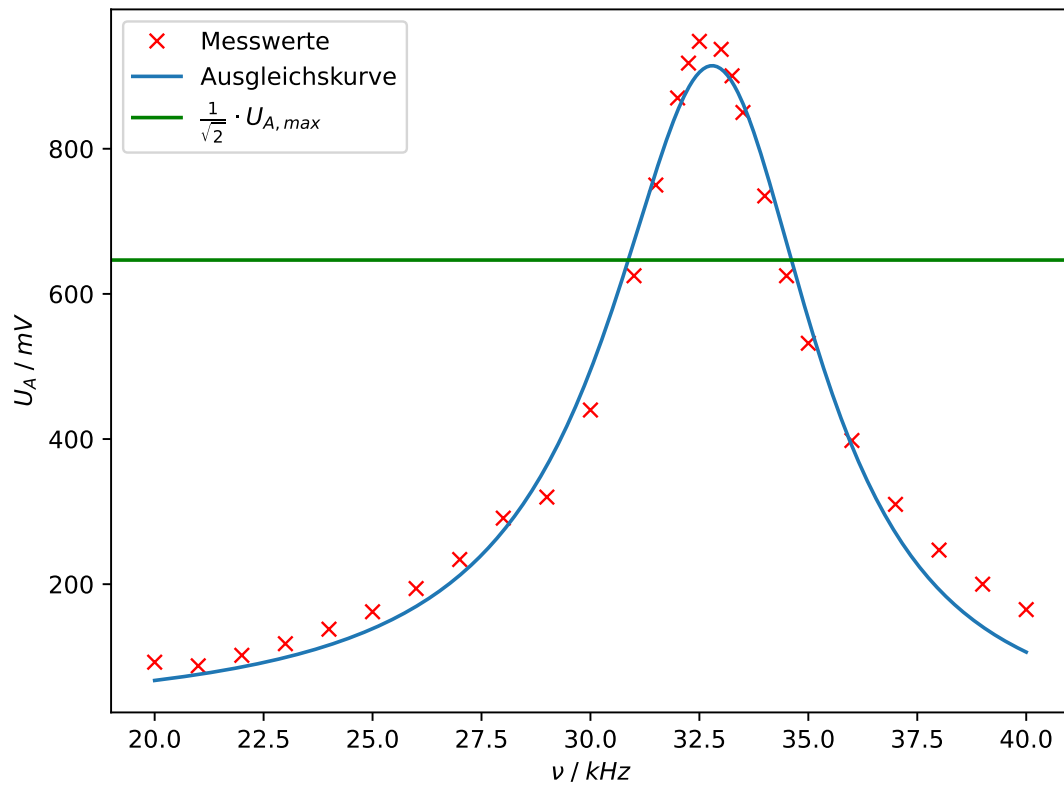


Abbildung 4: Filterkurve.

Die Güte berechnet sich nach Gleichung 6 zu 8.7611 ± 0.0164 .

4.2 Theoretische Bestimmung der Suszeptibilität

Aus den Hund'schen Regeln gehen die Quantenzahlen, also Spin S , Bahndrehimpuls L und Gesamtdrehimpuls J , hervor. Aus diesen kann dann der jeweilige Landé-Faktor g_J und schließlich die Suszeptibilität χ_T berechnet werden.

Beispielhaft wird das Molekül Dy_2O_3 betrachtet. Dieses hat 9 4f-Elektronen [1]. Die Hund'schen Regeln liefern dann:

$$\begin{aligned} L &= |-3 - 2 - 1 + 0 + 1| = 5 \\ S &= \frac{1}{2} \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2,5 \\ J &= L - S = \frac{9}{2} = 4,5 . \end{aligned}$$

Die Zahl der Momente pro Volumeneinheit beschreibt

$$N = 2 \cdot \frac{\rho}{M} \cdot N_A$$

mit Avogadrokonstante N_A , Dichte ρ und der molaren Masse M .

In Tabelle 2 sind alle zuvor genannten Werte aufgelistet.

Tabelle 2: Quantenzahlen, Landé-Faktor und stoffliche Eigenschaften der untersuchten Seltenen Erden.

Stoff	S	L	J	g_J	$\rho_w [\text{g}/\text{cm}^3]$	$M [\text{g}/\text{mol}]$	$N [10^{-28}/\text{m}^3]$
Dy_2O_3	2,5	5	7,5	1,333	7,8 [1]	373 [2]	2,519
Nd_2O_3	1,5	6	4,5	0,727	7,24 [1]	336 [3]	2,595

Schließlich wird die Suszeptibilität gemäß Gleichung 3 bestimmt. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 3.

Tabelle 3: Theoretisch berechnete Suszeptibilitäten der untersuchten Seltenen Erden.

Stoff	χ_T
Dy_2O_3	0,0254
Nd_2O_3	0,0030

4.3 Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität

Da die verwendete Probe ein (nicht beliebig stopfbares) Pulver ist, ist ihre Dichte ρ_p geringer als die eines Einkristalls ρ_w . Daher wird statt des gemessenen Querschnitts

derjenige Querschnitt Q_{real} verwendet, den die Probe hätte, wenn sie aus einem Einkristall bestünde. Dieser kann mithilfe der Gleichung

$$Q_{\text{real}} = \frac{M_p}{l \cdot \rho_w} \quad (7)$$

berechnet werden. Dabei ist M_p die Masse und l die Länge der jeweiligen Probe.

l wurde durch dreimaliges Messen bestimmt, wie in Tabelle 4 zu sehen ist. Die daraus bestimmten Q_{real} finden sich in Tabelle 5.

Tabelle 4: Gemessene Längen der Proben.

Stoff	$l_1[\text{cm}]$	$l_2[\text{cm}]$	$l_3[\text{cm}]$	$\bar{l} [\text{cm}]$
Dy ₂ O ₃	17,75	17,8	17,78	$17,777 \pm 0,021$
Nd ₂ O ₃	17,9	17,9	17,85	$17,883 \pm 0,024$

Tabelle 5: Q_{real} der untersuchten Seltenen Erden.

Stoff	$Q_{\text{real}}[\text{cm}^2]$
Dy ₂ O ₃	$0,1037 \pm 0,0001$
Nd ₂ O ₃	$0,1111 \pm 0,0002$

Tabelle 6: Widerstände und Spannungen mit und ohne Probe.

Stoff	Messung No.	$R_o[\Omega]$	$R_m[\Omega]$	$\Delta R[\Omega]$	$U_o[\text{mV}]$	$U_m[\text{mV}]$	$\Delta U[\text{mV}]$
Dy ₂ O ₃	1	2,43	4,21	1,79	2,41	8,62	6,21
	2	2,52	4,16	1,64	2,30	7,80	5,50
	3	2,52	4,21	1,69	2,35	7,81	5,46
Nd ₂ O ₃	1	2,56	2,68	0,12	2,25	2,31	0,06
	2	2,58	2,68	0,10	2,39	2,39	0,00
	3	2,52	2,67	0,14	2,39	2,41	0,02

Wie in Gleichung 5 beschrieben, kann mithilfe ΔR , der Widerstandsdifferenz des Potentiometers mit und ohne Probe, die Suszeptibilität χ_R berechnet werden. Gemäß Gleichung 4 kann die Suszeptibilität χ_U aber auch aus der Differenz der Spannung gewonnen werden.

Beide Rechnungen wurden auf Basis der Daten aus Tabelle 6 durchgeführt und die Ergebnisse in Tabelle 7 aufgetragen.

Tabelle 7: Experimentell bestimmte Suszeptibilitäten im Vergleich mit den Theorie-
werten aus Unterabschnitt 4.2.

Stoff	$\chi_R \cdot 10^3$	$\chi_U \cdot 10^3$	$\chi_T \cdot 10^3$
Dy ₂ O ₃	$28,4 \pm 1,0$	$42,5 \pm 2,6$	25,4
Nd ₂ O ₃	$3,1 \pm 0,5$	$0,30 \pm 0,28$	3,0

5 Diskussion

5.1 Abweichungen

Die relative Abweichung der Messwerte wird als

$$\Delta\chi = \frac{\chi_{R/U} - \chi_T}{\chi_T}$$

angegeben. Daraus ergeben sich die Abweichungen, die in Tabelle 8 aufgelistet sind.

Tabelle 8: Abweichung der experimentell bestimmten Suszeptibilitäten von den Theoriewerten.

Stoff	$\Delta\chi_R$ [%]	$\Delta\chi_U$ [%]
Dy ₂ O ₃	-11,94	-67,25
Nd ₂ O ₃	-2,38	90,16

Die Abweichungen entsprechen in etwa dem, was mit Blick auf die Messwerte zu erwarten war. Die Spannungsdifferenzen ΔU fielen beispielsweise in allen drei Messungen mit Nd₂O₃ sehr unterschiedlich aus und waren sehr klein gegenüber ihrem Fehler. Entsprechend groß ist die Abweichung mit 90,16%.

5.2 Mögliche Fehlerquellen

Beim Einstellen des Abgleichwiderstands zeigte sich, dass das verwendete Spannungsmessgerät nicht hinreichend genau abgelesen werden konnte: Für einen gewissen Einstellbereich war auf dem Messgerät keine Änderung zu erkennen. Es ist daher mit einer Abweichung des Widerstands von circa $\pm 50 \text{ m}\Omega$ zu rechnen. Das entspricht rund 50% der in Tabelle 6 gelisteten ΔR und kann zu entsprechend großen Fehlern führen.

Der bestimmte reale Querschnitt Q_{real} unterliegt einem systematischen Fehler, da die Röhrchen nicht vollständig gefüllt waren, aber die Länge des gesamten Teströhrchens gemessen wurde. Daraus resultieren zu niedrige Werte.

Die Filterkurve fiel mit einer Güte von 8.7611 ± 0.0164 breit aus. Dadurch konnten Störfrequenzen die gemessene Spannung stärker verfälschen.

Die Suszeptibilität der Proben ist bekanntlich auch von deren Temperatur abhängig. Zwar wurde versucht, die Proben nicht durch längeren Hautkontakt zu erwärmen, allerdings variierte möglicherweise auch die Umgebungstemperatur nicht unerheblich, da ein nahegelegenes Fenster geöffnet war.

Literatur

- [1] *Versuchsanleitung zum Versuch 606: Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen.* TU Dortmund.
- [2] *Dysprosium(III)-oxid (Dy_2O_3) Molmasse.* URL: <https://de.intl.chemicalaid.com/tools/molarmass.php?formula=Dy2O3> (besucht am 18.04.2020).
- [3] *Neodym(III)-oxid (Nd_2O_3) Molmasse.* URL: <https://de.intl.chemicalaid.com/tools/molarmass.php?formula=Nd2O3> (besucht am 18.04.2020).