

V401

Michelson-Interferometer

Katharina Popp
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.04.2021

Abgabe: 04.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 Zielsetzung | 3 |
| 2 Theorie | 3 |
| 2.1 Die Interferenz von Licht | 3 |
| 2.2 Funktionsweise des Michelson-Interferometers | 5 |
| 3 Durchführung | 8 |
| 4 Auswertung | 10 |
| 4.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers | 10 |
| 4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft | 10 |
| 5 Diskussion | 12 |
| 5.1 Abweichungen | 12 |
| 5.2 Mögliche Fehlerquellen | 12 |
| Literatur | 14 |

1 Zielsetzung

In dem folgenden Versuch werden mithilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge eines Lasers und der Brechungsindex von Luft bestimmt.

2 Theorie

In diesem Abschnitt sollen die theoretischen Grundlagen der Interferenz und die Funktionsweise des Interferometers erläutert werden.

2.1 Die Interferenz von Licht

Für den vorliegenden Versuch ist ausschließlich die Welleneigenschaft von Licht relevant. In der Annahme, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist, kann die Orts- und Zeitabhängigkeit der elektrischen Feldstärke durch eine ebene Welle ausgedrückt werden:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) . \quad (1)$$

Dabei ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl, über die sich auch die Wellenlänge λ ausdrücken lässt. Die Größe ω bezeichnet die Kreisfrequenz und δ einen beliebigen Phasenwinkel, welcher die Position der Welle in der Periode angibt.

Aufgrund des Superpositionsprinzips überlagern sich Wellen aus verschiedenen Lichtquellen. Die elektrische Feldstärke kann aufgrund ihrer hohen Frequenz nicht gemessen werden, allerdings ist die Intensität

$$I = \text{const } |\vec{E}|$$

als zeitlicher Mittelwert messbar. Für die Überlagerung der Wellen ergibt sich eine Gesamtintensität von

$$I_{\text{ges}} = 2 \text{ const } \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)).$$

Es zeigt sich, dass sich zusätzlich ein Interferenzterm $2 \text{ const } \vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$ ergibt, welcher bei $\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi$ mit $n \in \mathbb{N}_0$ verschwindet. Die Gesamtintensität kann sich abhängig von der Phase um $\pm 2 \text{ const } \vec{E}_0^2$ vom Mittelwert unterscheiden.

Interferenz zwischen Lichtwellen kann nur auftreten, wenn das Licht kohärent ist. Das bedeutet, dass alle Lichtwellen aus allen Quellen sich als eine einzelne Welle der Form in Gleichung 1 darstellen lassen, wobei k , ω und δ fest sind. Es gibt im Gegensatz zu inkohärentem Licht also keine Phasenfluktuationen aufgrund einer festen Phase δ . Die Fluktuationen entstehen dadurch, dass Elektronen in Atomen nicht gleichzeitig ihre überschüssige Energie in Form eines Wellenzuges emittieren. Es wird deshalb oft ein Laser verwendet, welcher im Gleichtakt emittiert.

Für Interferenz bei einer konventionellen Lichtquelle muss der emittierte Lichtstrahl

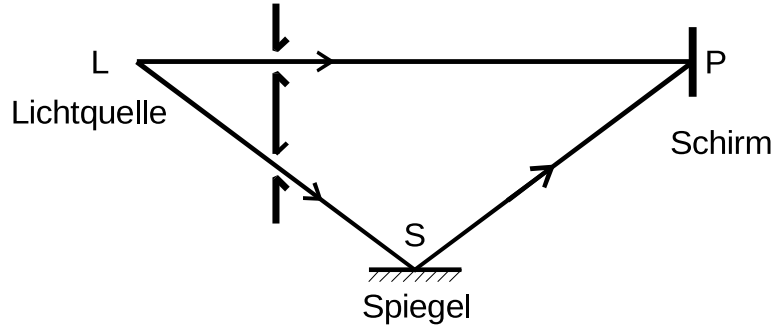


Abbildung 1: Grundlegender Aufbau zur Spaltung eines Lichtstrahls.

geteilt werden, damit über die Differenz der optischen Weglänge ein Phasenunterschied erzeugt wird. Der grundsätzliche Aufbau dafür ist in Abbildung 1 gezeigt.

Dabei wird der einfallende Lichtstrahl mithilfe einer Doppelblende in zwei Strahlenbündel aufgeteilt. Das eine Bündel bewegt sich ungehindert weiter, während das andere Bündel auf einen Spiegel trifft und reflektiert wird. Die Bündel treffen im Punkt **P** auf einem Schirm wieder zusammen. Aufgrund der Phasenverschiebung bei der Reflexion entsteht ein Wegunterschied Δ zwischen den Strahlbündeln und somit Interferenz. Der Wegunterschied verschwindet bei

$$\Delta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

mit $n \in \mathbb{N}_0$ und gleicher Feldstärke der Bündel. Er darf für Interferenz nicht größer sein als die endliche Länge des emittierten Wellenzuges, welche auf einer endlichen Zeit τ , auch Kohärenzzeit genannt, der Emission gründet. Die Kohärenzlänge l beschreibt mit

$$l = N\lambda$$

genau den Wegunterschied, bei dem die Interferenz nicht mehr möglich ist. Die Zahl N stellt die Anzahl der Intensitätsmaxima dar, die bei **P** beobachtet werden konnten.

Ein weiteres Kriterium für Interferenz besteht also darin, dass der optische Wegunterschied zwischen den Wellenzügen nicht größer als die Kohärenzlänge sein darf.

Nach dem Fourier'schen Theorem folgt, dass ein Wellenzug endlicher Länge ein Frequenz- bzw. Wellenlängenspektrum besitzt, also nicht perfekt monochromatisch und demnach nicht interferenzfähig ist. Es muss ein geringes Frequenzspektrum $\omega - \omega_0$ gewählt werden, damit die Maxima und Minima der Interferenz nicht zu sehr verwischt werden. Für die Frequenz eines sinusförmigen Wellenzuges endlicher Dauer gilt

$$g(\omega) = 2E_0 \frac{\sin(\omega - \omega_0) \frac{\tau}{2}}{\omega - \omega_0}$$

und demnach für die Intensität

$$G(\omega) = |g(\omega)|^2 = 4E_0^2 \frac{\sin^2(\omega - \omega_0) \frac{\tau^2}{4}}{(\omega - \omega_0)^2},$$

sodass die Intensität bei ω_0 maximal wird.

2.2 Funktionsweise des Michelson-Interferometers

Der Aufbau eines einfachen Interferometers ist in Abbildung 2 gezeigt.

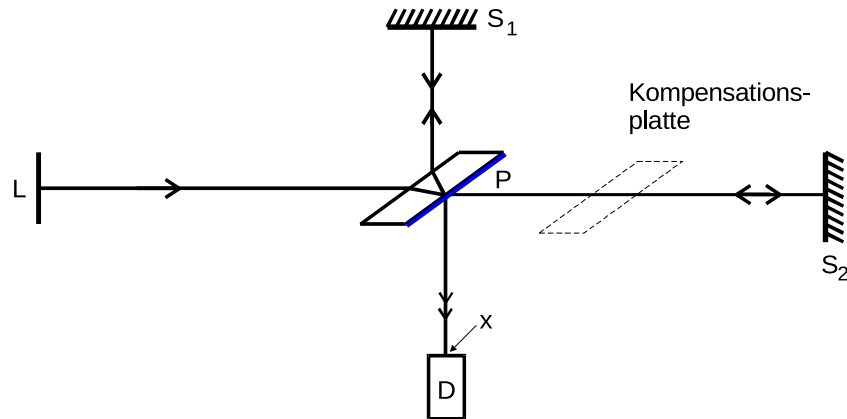


Abbildung 2: Der Aufbau eines Interferometers.

Hier wird der Lichtstrahl aus der Quelle L mithilfe einer semipermeablen Platte P geteilt. Ein Teil des Strahls wird von der Platte in eine senkrecht zur Einlaufrichtung stehende Richtung reflektiert, trifft auf einen Spiegel S_1 und wird dort erneut reflektiert. Der andere Teil läuft ungehindert durch die Platte hindurch und wird an einem Spiegel S_2 reflektiert. Damit der Wegunterschied der beiden Teilstrahlen kleiner als die Kohärenzlänge der Quelle ist, wird zwischen P und S_2 eine Kompensationsplatte eingebaut, mit derselben Dicke und demselben Brechungsindex wie P . Beide Teilstrahlen treffen wieder auf P , wo ein Teil des Lichtes der beiden Strahlen parallel zueinander auf einen Detektor D trifft. Die Strecken zwischen P und S_1 und S_2 sollten fast gleich, dürfen allerdings nicht exakt gleich sein, da es sonst durch einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ aufgrund der Reflexion zu Auslöschung auf dem Weg zu D kommt. Bei einer Verschiebung einer der Spiegel um d ergibt sich ein Wegunterschied von $w = 2d$ zwischen den Strahlen, woraufhin sich die Intensität auf dem Detektorschirm verändert. Die Intensität kann mithilfe von

$$I(d) = 2 \text{ const } \vec{E}_0^2 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2d + \pi \right) \right)$$

berechnet werden.

Mithilfe der kontinuierlichen Verschiebung eines Spiegels kann die Wellenlänge des genutzten Lichts gemessen werden. Der Spiegel wird dazu in Strahlrichtung mit einer Mikrometerschraube um Δd verschoben. Die Wellenlänge kann nun mit

$$\lambda = \frac{2 \cdot \Delta d}{z} \quad (2)$$

berechnet werden, wobei z die Anzahl der Intensitätsmaxima bezeichnet, die während der Verschiebung gezählt werden.

Auf ähnliche Weise kann das Interferometer genutzt werden, um einen Brechungsindexunterschied Δn zu messen. Der optische Wegunterschied wird mithilfe eines Mediums der Länge b und dem Brechungsindex $n + \Delta n$ erzeugt. Der Brechungsindexunterschied kann durch

$$b \cdot \Delta n = z \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

berechnet werden. Der optische Wegunterschied beträgt $b \cdot \Delta n$ und z bezeichnet wie zuvor die Anzahl der auftretenden Intensitätsmaxima.

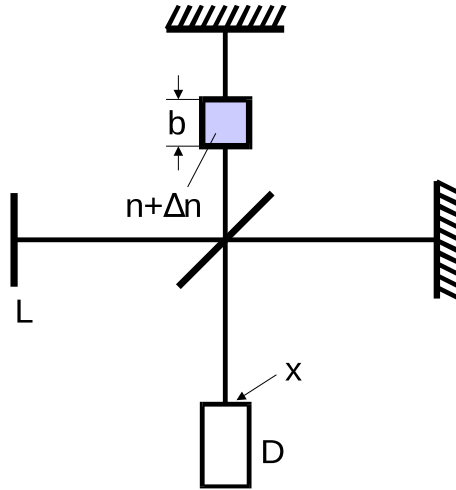


Abbildung 3: Erweiterung des Aufbaus des Interferometers zur Messung von Brechungsindexunterschieden.

Für die Messung von Gasen als Medium kann mithilfe der klassischen Dispersionstheorie der Zusammenhang

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}$$

verwendet werden, wobei N die Zahl der von der Lichtwelle angeregten Schwingungen von Dipolen pro Volumen darstellt. Zudem kann bei Gasen mit einem Druck von 0 bar bis zu 1 bar von einem idealen Gas ausgegangen werden und es gilt

$$pV = RT.$$

Da $N(p, T)$ von der Temperatur T und vom Druck p abhängig ist, gilt

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad N(p', T) = \frac{p'}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L$$

mit dem Normaldruck $p_0 = 1013,3$ bar, der Temperatur $T_0 = 273,15$ K und der Loschmidt'schen Zahl N_L . Mithilfe einer Näherung ergibt sich mit der Brechungsindexänderung $\Delta n(p, p')$ aus Gleichung 3

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (4)$$

der Brechungsindex für das Gas unter Normalbedingungen.

Aufgrund der Verschiebung der Spiegel ändert sich der Wegunterschied zwischen den Strahlen, sodass es abwechselnd zu destruktiver und konstruktiver Interferenz kommt. Auf dem Schirm ist dies durch konzentrische Kreise erkennbar, wobei sich je nach Polarisierung des Lichts veränderte Bilder ergeben können.

3 Durchführung

Zur Messung der Wellenlänge und des Brechungsindexunterschiedes wird der folgende Versuchsaufbau verwendet.

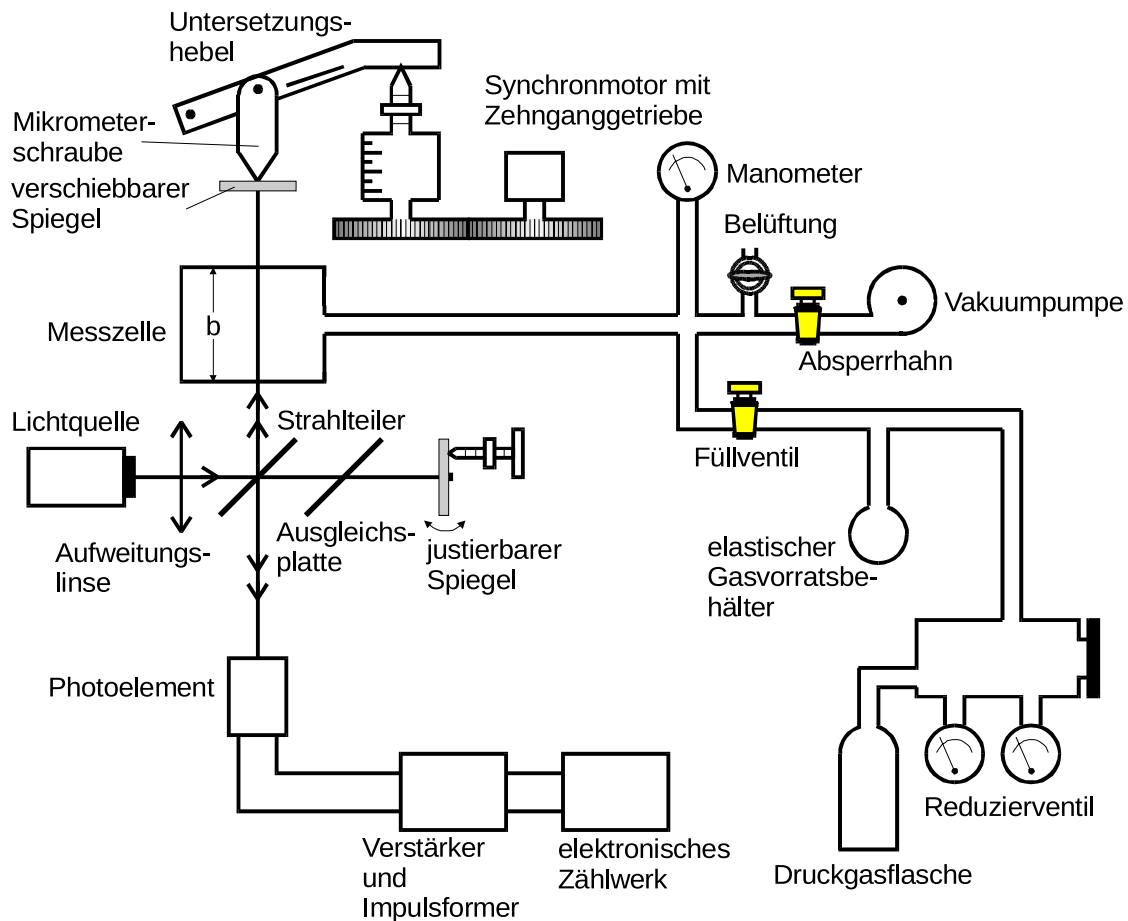


Abbildung 4: Der Versuchsaufbau des Interferometers zur Messung von Wellenlänge und Brechungsindexunterschied.

In diesem Experiment dient ein Laser mit der Wellenlänge $\lambda = 635 \text{ nm}$ als Lichtquelle. Eine Linse hinter dem Laser weitet den Stahl auf.

Zu Beginn der Messung muss der Strahlengang des Lichts ausgerichtet werden. Dazu werden mithilfe des justierbaren Spiegels die beiden hellsten Lichtpunkte, welche am Detektor auf einem Stück Papier sichtbar gemacht werden, zur Deckung gebracht. Eine Zerstreuungslinse auf der Strecke zwischen der semipermeablen Platte **P** (hier Strahlteiler genannt) und dem Photoelement vergrößert das Bild. Das Interferenzbild muss abschließend noch so ausgerichtet werden, dass das Zentrum auf den Eintrittsspalt der Photozelle trifft. Das Photoelement misst elektrische Impulse, die von den Intensitätsmaxima erzeugt werden und zeigt sie mithilfe eines Selektivverstärkers und eines Impulsformers auf einem elektrischen Zählwerk an.

Zur Messung der Wellenlänge wird nun ein Motor eingeschaltet, welcher dazu dient, mit der Mikrometerschraube den verschiebbaren Spiegel gleichmäßig zu verschieben. Es wird eine Verschiebung von $\Delta d = 5 \text{ mm}$ gemessen, wobei mindestens 3000 elektrische Impulse registriert werden sollten. Die Messung wird zehnmal wiederholt, wobei der Spiegel zwischen den Intervallen von 5 mm noch einen halben Millimeter in die jeweilige Richtung verschoben werden sollte, damit die 5 mm bei einer begrenzt langen Mikrometerschraube bei jeder Messung sicher erreicht werden. Es wird die Zahl z der gezählten Intensitätsmaxima (also der elektrischen Impulse) auf dem Zählwerk notiert. Die Wellenlänge kann mithilfe der Gleichung 2 berechnet werden.

Um den Brechungsindexunterschied zu bestimmen, wird der verschiebbare Spiegel zunächst in die Ausgangsposition zurückbewegt. Dann wird mithilfe einer handbetriebenen Vakuumpumpe ein Druck p' in der Messzelle erzeugt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich der Druck nicht zu schnell verändert, da sonst nicht alle Intensitätsmaxima vom Zählwerk erfasst werden. Nachdem p' in der Messzelle erreicht ist, wird p' mit der Zahl z der elektrischen Impulse notiert. Dann wird der Druck wieder auf den ursprünglichen Druck p reguliert, wobei auch hier darauf geachtet werden muss, dass sich der Druck nicht zu schnell verändert und alle Intensitätsmaxima gezählt werden können. Wenn p erreicht ist, werden p und z notiert.

Die Messung wird fünfmal wiederholt und der Brechungsindex mithilfe von Gleichung 4 berechnet.

Die Länge der Messzelle in Strahlenrichtung beträgt $b = 50 \text{ mm}$.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zunächst soll berechnet werden, welche Änderung der optischen Weglänge Δ aus dem Verstellen der Mikrometerschraube um 5 mm resultiert. Dazu muss beachtet werden, dass diese über einen Untersetzungsgebel mit Übersetzung 5,017 mit dem zu verschiebenden Spiegel verbunden ist. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass das Licht die Strecke zweimal (hin und zurück) passiert. Daher ergibt sich

$$\Delta = 2 \cdot \frac{5 \text{ mm}}{5,017} = 1,993 \text{ mm} .$$

Tabelle 1: Gezählte Intensitätsmaxima für jeden Messdurchlauf.

| z |
|------|
| 3184 |
| 3028 |
| 3177 |
| 3137 |
| 3179 |
| 3154 |
| 3183 |
| 3158 |
| 3186 |
| 3150 |

Wird über die in Tabelle 1 angegebenen Zählwerte gemittelt, ergibt sich $\bar{z} = 3153,6 \pm 44,9$. Mithilfe von Gleichung 2 berechnet sich dann die Wellenlänge des benutzten Lasers zu $(632 \pm 9) \text{ nm}$.

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Die Normalbedingungen sind durch

$$\begin{aligned} p_0 &= 1,0132 \text{ bar} \\ T_0 &= 273,15 \text{ K} \end{aligned}$$

gegeben [1]; die Umgebungstemperatur wird auf $T = 293,15 \text{ K}$ festgelegt.

Tabelle 2: Gezählte Intensitätsmaxima mit Angabe der Richtung der Druckänderung.

| Druckänderung (0,6 bar) | z |
|-------------------------|-----|
| ↓ | 27 |
| ↑ | 33 |
| ↓ | 16 |
| ↑ | 34 |
| ↓ | 24 |
| ↑ | 33 |
| ↓ | 23 |
| ↑ | 34 |
| ↓ | 26 |
| ↑ | 33 |

Der Mittelwert für die in Tabelle 2 angegebenen Zählwerte beträgt $28,3 \pm 5,8$. Mithilfe von Gleichung 3 wird die Brechungsindexänderung damit zu $\Delta n = 0,000\,18 \pm 0,000\,04$ bestimmt. Für diese Berechnung wurde die angegebene Wellenlänge von 635 nm, nicht die zuvor experimentell bestimmte, verwendet. Aus Gleichung 4 kann schließlich der Brechungsindex berechnet werden. Es ergibt sich $n = 1,000\,33 \pm 0,000\,07$.

Auffällig ist die Abweichung zwischen den Messwerten bei Erhöhung und Verminderung des Drucks. Es liegt daher nahe, dass ein systematischer Fehler vorliegt. Darauf soll in Unterabschnitt 5.2 näher eingegangen werden. Werden die Werte mit negativer Druckänderung (↓) weggelassen, ergibt sich die Brechungsindexänderung zu $\Delta n = 0,000\,147 \pm 0,000\,025$, der Brechungsindex zu $n = 1,000\,27 \pm 0,000\,04$, und eine deutlich geringere (relative) Abweichung vom Literaturwert.

5 Diskussion

5.1 Abweichungen

Insgesamt lieferte die Auswertung gute bis sehr gute Werte mit minimalen Abweichungen.

Die in Unterabschnitt 4.1 bestimmte Wellenlänge des Lasers (632 ± 9) nm unterscheidet sich um $(2,953 \pm 8,989)$ nm von der Herstellerangabe von 635 nm, welche auf diesem angebracht ist. Das ist ein gutes Ergebnis und beweist die hohe Präzision und Genauigkeit des genutzten Versuchsaufbaus. Dies ist darauf zurückzuführen, dass es keine bedeutsamen Quellen systematischer Fehler gibt; das mehrfache Zählen vieler Intensitätsmaxima (hier rund 30 000 in 10 Durchgängen) minimiert den statistischen Fehler dabei nahezu beliebig.

Um die Fehler in Unterabschnitt 4.2 besser vergleichen und einordnen zu können, wird die Änderung des Brechungsindex Δn statt des absoluten Wertes n betrachtet. Für den Literaturwert n_{lit} [2] wird diese durch Umstellen von Gleichung 4 ermittelt:

$$\Delta n_{\text{lit}} = \frac{n_{\text{lit}} - 1}{\frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{\Delta p}} = 0,000\,150 \, .$$

Dann ergibt sich eine Abweichung von $(19,74 \pm 24,53)$ %, wenn alle Messwerte berücksichtigt werden, beziehungsweise $(1,837 \pm 16,365)$ %, wenn nur Werte zu positiver Druckänderung (\uparrow) betrachtet werden. Offenbar verringert letzteres Vorgehen den systematischen Fehler, während die schon in den Ausgangsdaten beobachtbaren statistischen Fehler weiterhin durchschlagen.

Es sei erwähnt, dass die prozentuale Abweichung von n mit $(0,0054 \pm 0,0067)$ % beziehungsweise $(0,000\,50 \pm 0,004\,45)$ % deutlich geringer ist.

5.2 Mögliche Fehlerquellen

Aufgrund der hohen Empfindlichkeit des Interferometers konnten auch kleine Erschütterungen zu einer ungewollten Auslösung des Zählers führen.

Insbesondere bei der Erzeugung des Grobvakuums mithilfe einer Handpumpe ließen sich solche Fehler beobachten, da die verwendeten Schläuche einen Teil der Bewegungen übertrugen.

Daher könnten einerseits die Werte mit negativer Druckänderung (\downarrow), während derer also die handbetriebene Vakuumpumpe zur Erzeugung eines Grobvakuums benutzt wurde, zu groß sein, da bei diesem Vorgang die Übertragung von Erschütterungen über die Schläuche nicht zu vermeiden war.

Andererseits könnten diese Werte auch zu niedrig sein, da sich mit der Handpumpe nur sprunghafte Druckänderungen erzeugen lassen, was schnelle Phasendurchgänge zur Folge hatte, welche vom Zähler möglicherweise nicht registriert wurden.

Dieses Problem bezieht sich in erster Linie auf die positiven, aber auch auf die negativen Druckänderungen, da das Belüftungsventil ebenfalls schwer zu kontrollieren war.

Literatur

- [1] *Versuchsanleitung zum Versuch 401: Das Michelson-Interferometer*. TU Dortmund.
- [2] *Brechzahl*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am 02.05.2021).