

TU Dortmund

V501, V502 - Elektronen im E- und B-Feld

Markus Stabrin
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 30. Oktober 2012

Abgabedatum: 6. November 2012

1 Einleitung

In diesem Versuch wurde die Ablenkung von Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern untersucht. Die theoretischen Grundlagen sollten zunächst mit Messdaten überprüft werden. Schließlich wurden die Erkenntnisse genutzt, um ein einfaches Oszilloskop zu realisieren und die Feldstärke des Erdmagnetfeldes zu messen.

2 Funktionsweise und Theoretische Grundlagen

Im Folgenden werden aus den wirkenden Kräften die zu überprüfenden Zusammenhänge hergeleitet.

2.1 Elektrische Kraft

Im ersten Versuch betrachtet man ausschließlich die elektrische Kraft \vec{F}_{el} , die auf eine Ladung q im elektrischen Feld \vec{E} wirkt. In unserem Versuchsaufbau durchläuft ein Elektronenstrahl eine Anordnung aus Plattenkondensatoren, in denen das elektrische Feld überall näherungsweise senkrecht auf den Kondensatorplatten steht.

Die Platten haben die Länge p und seien im Abstand d angebracht. An ihnen liegt eine Spannung U_d an. Die Ladung der Elektronen beträgt e , ihre Masse m_e .

Die Geschwindigkeit \vec{v} der Teilchen lässt sich in die Komponenten v_y und v_z zerlegen, die parallel bzw. orthogonal zum elektrischen Feld \vec{E} stehen.

Es kann damit eine Aussage über den Winkel θ zwischen v_y und v_z getroffen werden:

$$\theta = \frac{e}{m_e} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z^2} \quad (1)$$

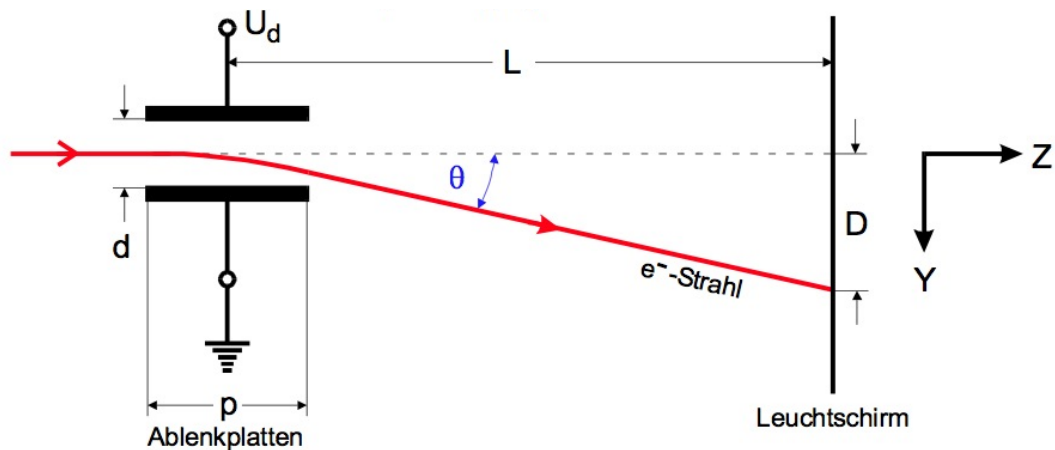


Abbildung 1: Strahlablenkung durch einen Plattenkondensator

Unter Berücksichtigung der Beschleunigungsspannung U_B (siehe ??) gilt für die Verschiebung D im Abstand L und parallel zu \vec{E} :

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B} \quad (2)$$

D ist proportional zur Beschleunigungsspannung U_B , kann also zur Spannungsmessung genutzt werden.

2.2 Die Braunsche Röhre

Dieser Aufbau ist Teil der *Braunschen Röhre*. Dieses Gerät beinhaltet neben den Ablenk-kondensatoren, die oben behandelt wurden, einen *Wehnelt-Zylinder*, der einen Elektro-nenstrahl emittiert, eine Vorrichtung, um diesen Strahl zu fokkussieren und einen fluoris-zierenden Schirm, der den Aufpunkt des Elektronenstrahles visualisiert.

Die gesamte Röhre ist evakuiert, damit die Elektronen nicht mit Luftmolekülen zusam-menstoßen und gebremst werden.

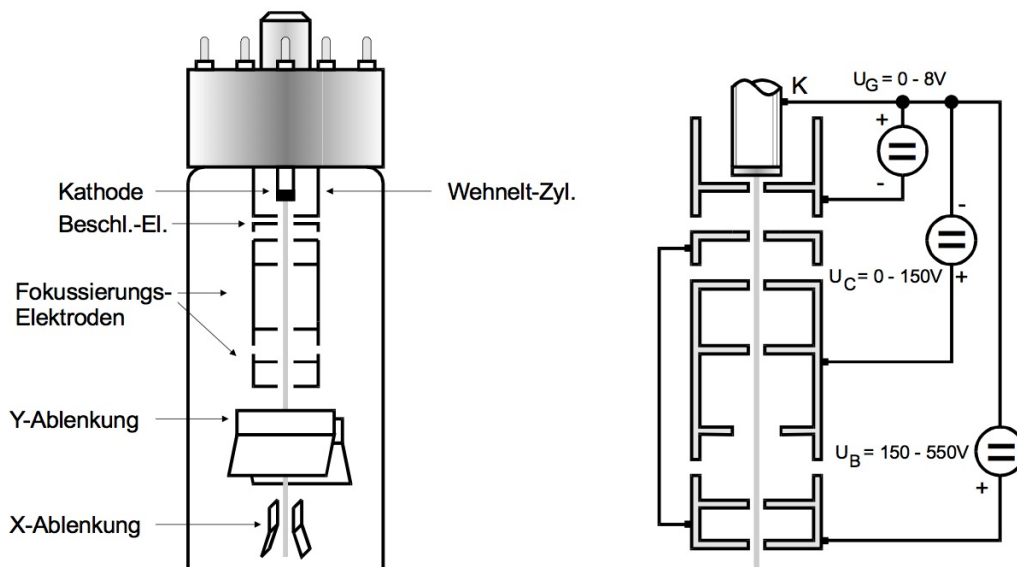


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Braunschen Röhre – der Leuchtschirm ist hier nicht sichtbar

2.2.1 Wehnelt-Zylinder

Zunächst wird ein Elektronenstrahl erzeugt. Hierfür heizt ein stromdurchflossener Draht einen Zylinder aus einem Material mit geringer Elektronenaustrittsarbeit auf. Durch Glühemission treten bei genügend großer Temperatur Elektronen aus. Der Zylinder ist

von dem größeren Wehnelt-Zylinder umgeben und es liegt eine Spannung an, sodass der innere Zylinder positiv und der äußere negativ geladen ist. Durch eine kleine Öffnung in der Stirnseite des Wehnelt-Zylinders treten gerade die Elektronen aus, die genügend kinetische Energie besitzen, um die Potentialbarriere zu überwinden.

Mit einem weiteren Zylinder, der positiv mit der Spannung U_B geladen ist, werden die Elektronen anschließend beschleunigt, wobei $v \ll c$ ist und somit nicht relativistisch gerechnet werden muss. Das Durchlaufen dieser Spannung stellt näherungsweise die gesamte kinetische Energie für die Elektronen bereit.

2.2.2 Fokkusiervorrichtung

Die darauffolgende Anordnung aus positiv geladenen Zylindern dient der Fokussierung des Strahls. Das elektrische Feld in diesem Bereich wirkt ähnlich wie Linsen in der Optik. Durch Variation der Spannung U_C kann der Fokus des Strahls geändert werden, sodass dieser auf dem Leuchtschirm scharf ist.

2.2.3 Ablenkplatten

Vor dem Leuchtschirm befinden sich zwei Kondensatoren, deren Platten senkrecht zueinander stehen. Hierdurch kann der Strahl in die Richtungen x und y abgelenkt werden. Der Winkel θ , in dem der Kondensator verlassen wird, wird durch Gleichung ?? beschrieben.

Indem an eine Achse eine Sägezahnspannung mit variabler Frequenz ω_{takt} angelegt wird, kann hiermit ein einfaches Oszilloskop realisiert werden. Das Eingangssignal mit fester Frequenz ω_{sig} muss dann an die andere Achse angelegt werden. Durch Anpassen der beiden Frequenz ω_{takt} an ω_{sig} lässt sich ein stehendes Bild des Eingangssignales erzeugen.

2.2.4 Leuchtschirm

Der Elektronenstrahl trifft schließlich auf einen Schirm mit fluoreszierender Beschichtung. Die Elektronen wechselwirken mit denen des Schirms und Photonen werden emittiert. Dadurch können wir den Aufpunkt des Strahls sehen.

2.3 Magnetische Kraft (Lorentzkraft)

Die magnetische Kraft \vec{F}_L wirkt nur auf, zum Magnetfeld \vec{B} senkrecht bewegte Ladungen q :

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

Tritt ein Elektron also in ein homogenes Magnetfeld begibt es sich auf eine Kreisbahn. Die Lorentzkraft \vec{F}_L wirkt dann als Zentripetalkraft.

Ist die Stärke B des Magnetfeldes und die Geschwindigkeit v_0 des Elektrons bekannt, lässt sich der Radius r seiner Kreisbahn messen und es gilt:

$$r = \frac{m_e v_0}{e B} \quad (4)$$

Damit kann man also die spezifische Ladung e/m_e bestimmen.

Durch eine Helmholtz-Spule lässt sich ein nahezu homogenes Magnetfeld erzeugen. Setzt man nun eine Braunsche Röhre in dieses Magnetfeld lässt sich der folgende Aufbau gut realisieren.

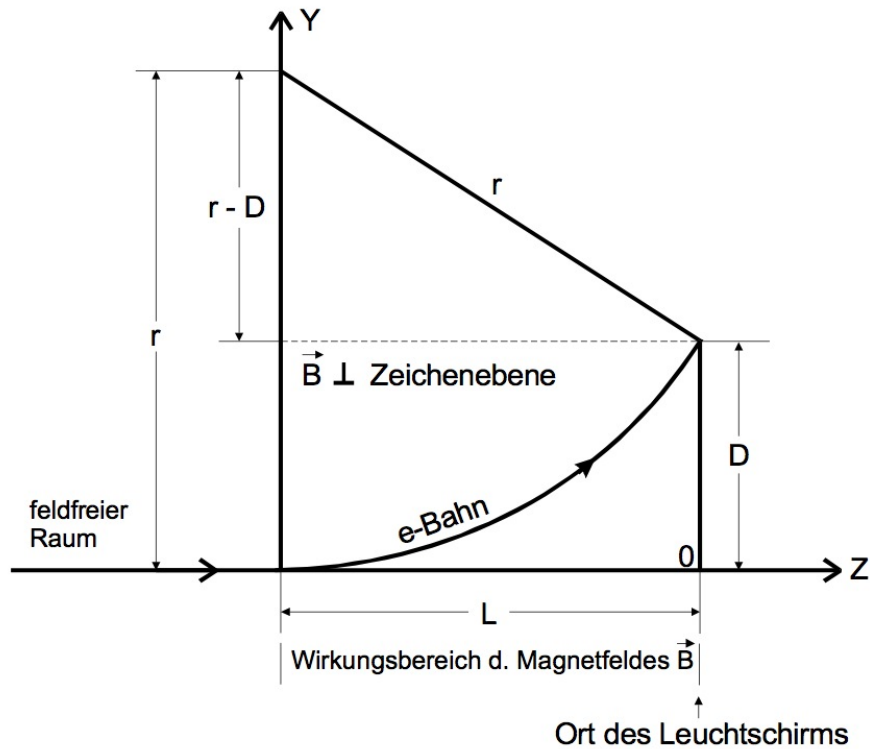


Abbildung 3: Strahlablenkung in einem Magnetfeld

Die Weglänge der Elektronen innerhalb der Ablenkkondensatoren der Braunschen Röhre kann dabei vernachlässigt werden. Die Strecke L ist somit der Weg zwischen Ablenkplatten und Leuchtschirm. Das Magnetfeld B ist proportional zum Strom I durch die Helmholtzspule. Es gilt dann:

$$\sqrt{\frac{e}{m_e}} = \frac{\sqrt{8U_B}}{B} \frac{D}{L^2 + D^2} \quad (5)$$

3 Durchführung

Bei den Versuchen war besonders darauf zu achten, dass je eine Platte der X- und Y- Ablenkung geerdet sein sollte. Anschließend musste die Stromversorgung etwa 1 min anheizen, bevor der Kippschalter von „Standby“ auf „On“ gestellt werden durfte. Nun ist die gewünschte Beschleunigungsspannung angelegt worden. Die nun auf dem Leuchtschirm erschienene Abbildung des Elektronenstrahls wurde nun mit Hilfe der Fokussierungsspannung so geregelt, dass ein möglichst kleiner Leuchtfleck zu sehen ist. Dabei war darauf zu achten, dass der Elektronenstrahl nicht allzulange auf der selben Position des Schirms bleibt, da dieser ansonsten beschädigt wird.

3.1 Versuch 501

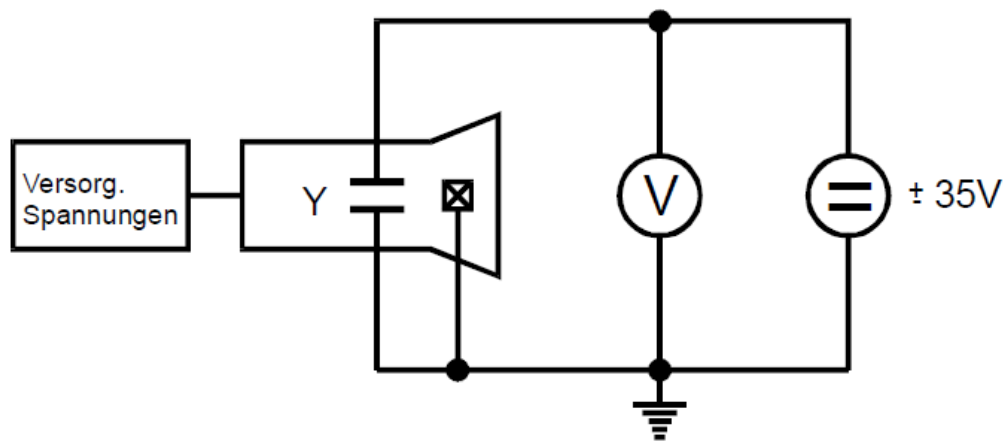


Abbildung 4: Schaltung zur Messung der Leuchtfleckbestimmung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung

Der Versuch wurde gemäß Abbildung ?? aufgebaut, um die Proportionalität zwischen der Leuchtfleckverschiebung D und der Ablenkspannung U_d für 5 verschiedenen Beschleunigungsspannungen U_B zu überprüfen. Dazu sollte U_d bei jeder Messreihe so eingestellt werden, dass der Leuchtfleck auf die 9 äquidistanten Linien des Koordinatennetzes trifft. U_d wurde bei jeder Messung auf dem Voltmeter abgelesen.

Im 2. Versuchsteil sollte ein einfacher Kathodenstrahl-Oszillograph nach Abbildung ?? gebaut werden. Nun wurde versucht durch Veränderung der Sägezahnfrequenz $\nu_{sä}$ stehende Bilder der Sinusspannung auf dem Leuchtschirm zu erzeugen. Dazu muss die Sägezahn- und die Sinusfrequenz ein rationales Verhältnis bilden. In diesem Fall sollten die Situationen für $n\nu_{sä} = \nu_{si}; n = \frac{1}{2}, 1, 2, 3$ eingestellt werden und die Sägezahnfrequenz $\nu_{sä}$ am Frequenzzähler ablesen werden. U_B wurde konstant gehalten und die Maximale Strahlauslenkung in Y-Richtung gemessen.

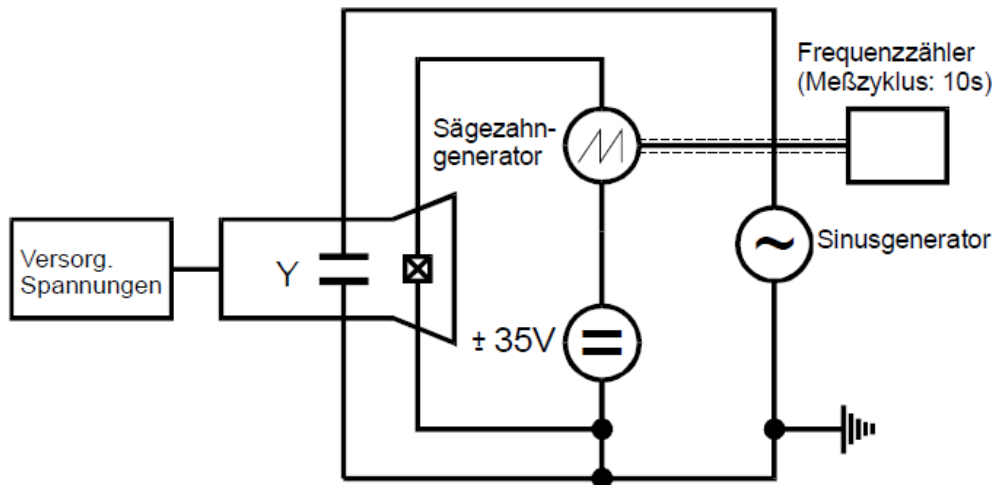


Abbildung 5: Prinzipschaltung eines Kathodenstrahl Oszilloskopes

3.2 Versuch 502

Bei diesem Versuch wurde zusätzlich ein homogenes Magnetfeld erzeugt, dessen Richtung senkrecht zum Elektronenstrahl der Elektronenstrahlröhre steht. Dies war mit Hilfe einer Helmholtz-Spule möglich, dessen Helmholtz-Feld B_{HF} im Mittelpunkt gegeben ist durch

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R}$$

(N = Windungszahl, I = Spulenstrom, R = Spulenradius, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$)

Im ersten Versuchsteil musste die Elektronenstrahlröhre vor Beginn in Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ausgerichtet werden, welche mithilfe des Deklinatorium-Inklinatoriums auffindbar war. Nun wurde bei zwei konstanten Beschleunigungsspannungen Messungen der Strahlverschiebung D in Abhängigkeit von B_{HF} durchgeführt. Dazu wurde der Leuchtfleck bei $B_{HF} = 0$ auf die oberste oder unterste Linie des Koordinatennetzes mit einem elektrischen Feld verschoben.

Im nächsten Versuchsteil wurde der Versuchsaufbau in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet und der Leuchtfleck bei möglichst niedriger Beschleunigungsspannung in den Nullpunkt des XY-Koordinatennetzes gelegt. Nun wurde der Versuchsaufbau in Ost-West Richtung ausgerichtet und die Auslenkung durch das Erdmagnetfeld mit Hilfe des Helmholtz-Feldes kompensiert. Wenn der Leuchtfleck nach dem Einstellen eines geeigneten Spulenstroms I_{hor} wieder im Ursprung liegt gilt $B_{HF} = -B_{hor}$ des Erdmagnetfeldes.

Abschließend wurde der Inklinationswinkel φ zur Bestimmung der Totalintensität B_{total} gemessen. Dazu wurde das Inklinatorium um die vertikale Achse gedreht, sodass die

Magnetnadel parallel zur horizontalen Drehachse des Gerätes liegt. Anschließend schwenkt man den Teilkreis um 90° . Nun zeigt die Magnetnadel genau in Feldrichtung und φ kann abgelesen werden.

4 Auswertung

4.1 Versuch 501

Für Aufgabe 501a ergaben sich die Messwerte aus den Tabellen ?? und ?. Die dazugehörigen Graphen sind die Graphen ?? bis ?. Es ist zu erkennen, dass sich der Elektronenstrahl bei hohen Beschleunigungsspannungen U_B weniger stark ablenken lässt. Daraus folgt, dass auch die Empfindlichkeit D/U_d mit größerem U_B abnimmt. Dies ist in Tabelle ?? und dem dazugehörigen Graphen ??, wo die Empfindlichkeit gegen $1/U_B$ aufgetragen ist. Als Steigung a Ausgleichsgeraden ergibt sich $a = (35,848 \pm 0,947) \text{ cm}$. Bei der Berechnung des Proportionalitätsfaktors $\frac{pL}{2d}$ muss darauf geachtet werden, dass die Ablenkplatten nicht überall parallel zueinander liegen. Daraus folgt als Mittelwert für d :

$$\begin{aligned} d_1 &= 0,38 \text{ cm} \\ \delta p_1 &= \frac{1,03 \text{ cm}}{1,9 \text{ cm}} \\ d_2 &= \frac{0,38 \text{ cm} + 0,95 \text{ cm}}{2} \\ \delta P_2 &= \frac{1,9 \text{ cm} - 1,03 \text{ cm}}{1,9 \text{ cm}} \\ \Rightarrow d &= d_1 * \delta p_1 + d_2 * \delta p_2 = 26,61 \text{ cm} \end{aligned}$$

Somit ergibt sich für $\frac{pL}{2d}$:

$$\begin{aligned} p &= 1,9 \text{ cm} \\ L &= 14,3 \text{ cm} \\ d &= 0,29 \text{ cm} \\ \Rightarrow \frac{pL}{2d} &= 46,84 \text{ cm} \end{aligned}$$

Für Aufgabe 501b ergaben sich die Werte in der Tabelle ?. Eine nicht lineare Regression des Graphen ?? ergab für die Sinusfrequenz $\nu_{si} = (79,467 \pm 0,098) \text{ Hz}$.

Ub[V]	Ud[V]	D[1/4 in]	Ub[V]	Ud[V]	D[1/4 in]	Ub[V]	Ud[V]	D[1/4 in]
200	-7,1	4	250	-9,3	4	300	-11,9	4
200	-3,9	3	250	-5,2	3	300	-7,1	3
200	-0,1	2	250	-0,4	2	300	-1,2	2
200	3,4	1	250	4	1	300	4,3	1
200	6,9	0	250	8,4	0	300	9,5	0
200	10,5	-1	250	12,6	-1	300	14,8	-1
200	13,7	-2	250	17,3	-2	300	20,4	-2
200	17,4	-3	250	21,4	-3	300	25,3	-3
200	20,7	-4	250	25,4	-4	300	30,0	-4

Tabelle 1: Messwerte zu Aufgabe a bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen

Ub[V]	Ud[V]	D[1/4 in]	Ub[V]	Ud[V]	D[1/4 in]
350	-12,2	4	400	-15,1	4
350	-5,9	3	400	-8,2	3
350	0	2	400	-0,8	2
350	6,4	1	400	5,8	1
350	12,2	0	400	13,2	0
350	18,1	-1	400	20,2	-1
350	23,8	-2	400	26,6	-2
350	29,7	-3	400	33,7	-3
350	35,6	-4	400	36	-3,3

Tabelle 2: Messwerte zu Aufgabe a bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen

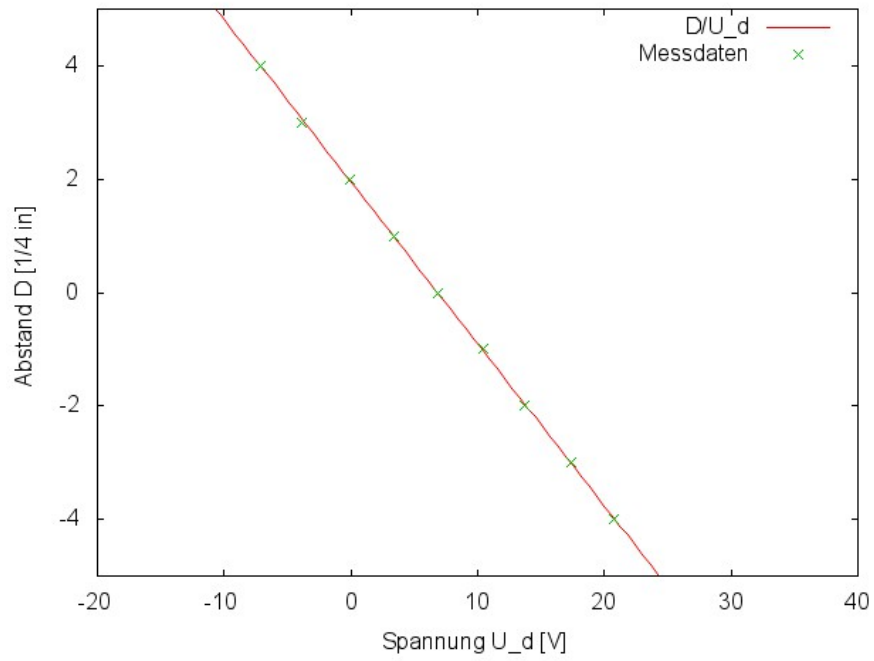


Abbildung 6: Messergebniss zu a bei $U_B = 200$

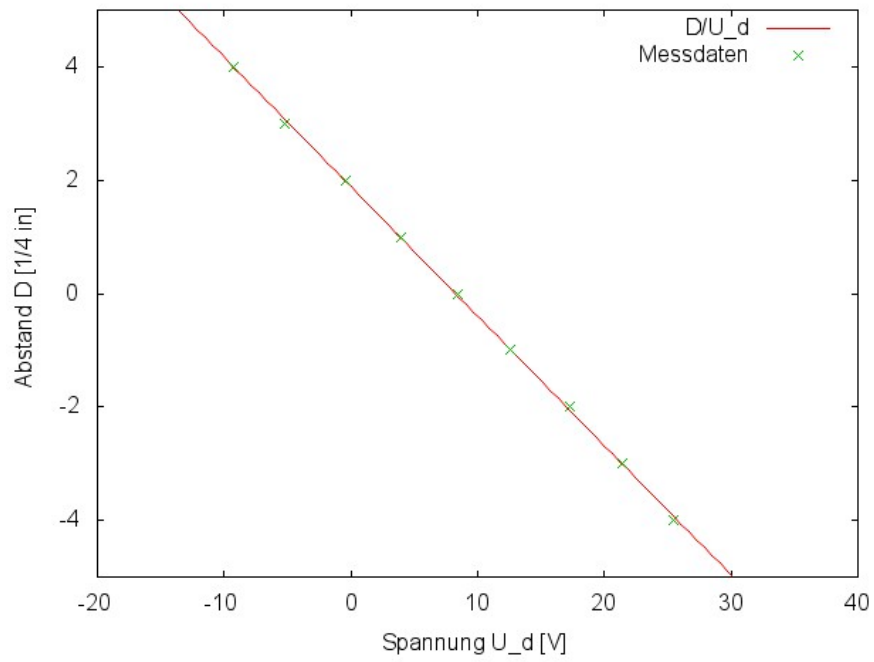


Abbildung 7: Messergebniss zu a bei $U_B = 250$

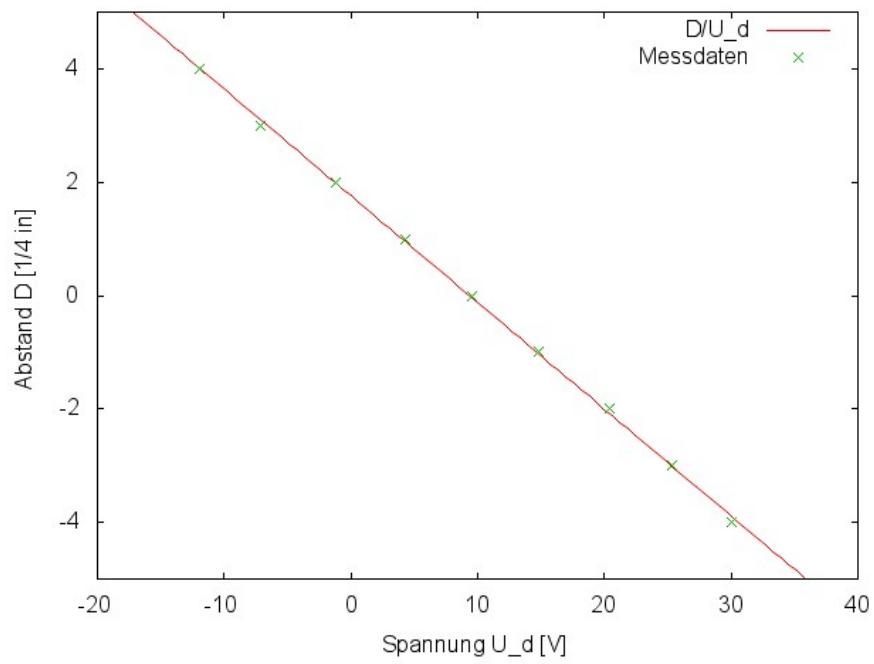


Abbildung 8: Messergebniss zu a bei $U_B = 300$

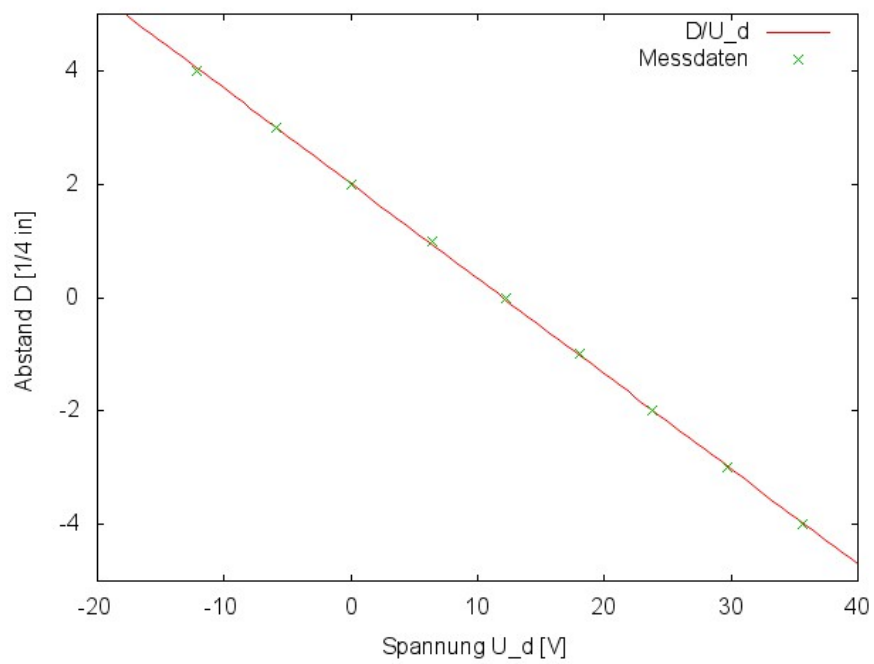


Abbildung 9: Messergebniss zu a bei $U_B = 350$

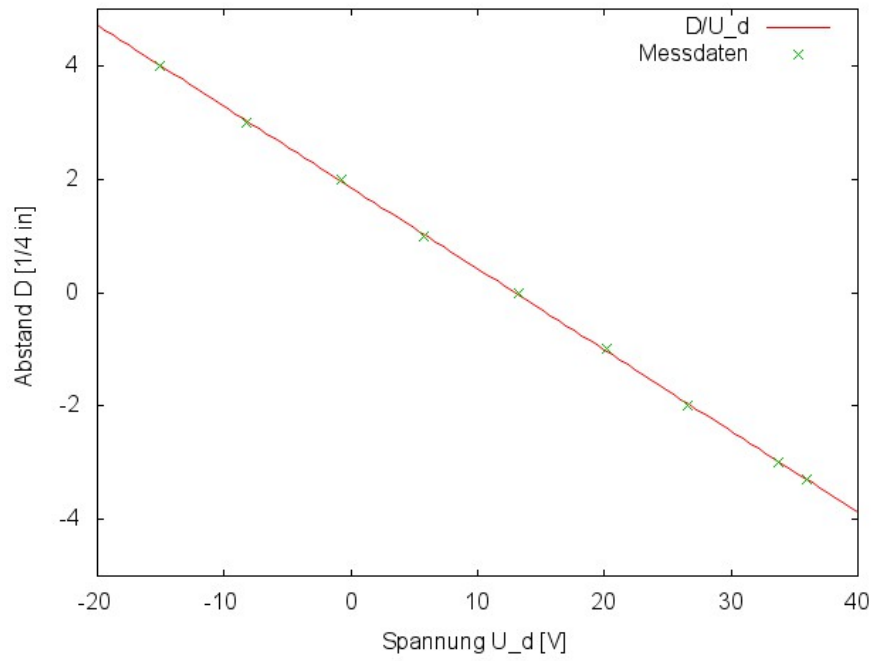


Abbildung 10: Messergebniss zu a bei $U_B = 400$

$a[\text{cm/V}]$	$1/U_b[1/\text{V}]$
-0.286	1/200
-0.228	1/250
-0.188	1/300
-0.168	1/350
-0.143	1/400

Tabelle 3: Empfindlichkeit von D/U_d gegen $1/U_b$

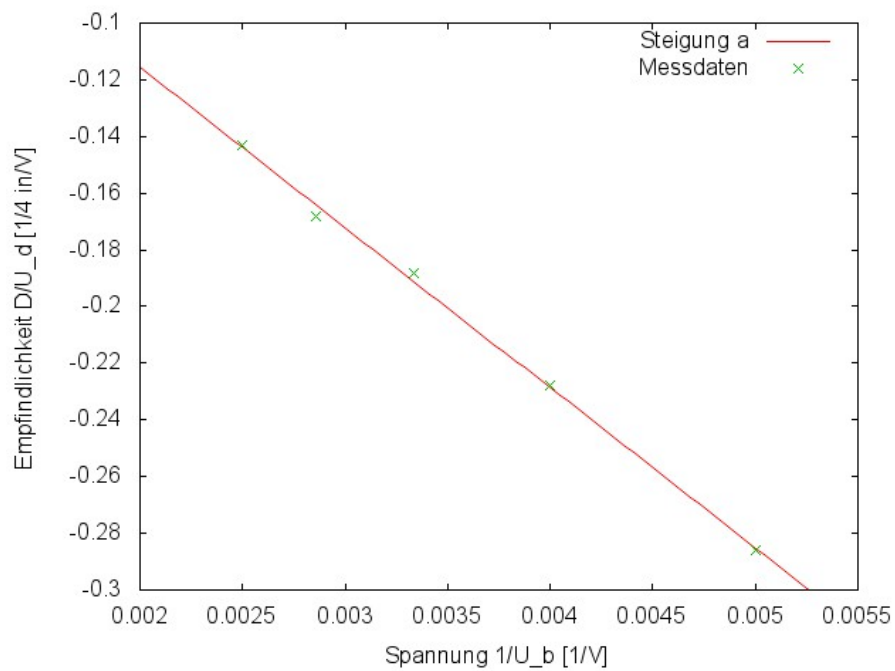


Abbildung 11: Empfindlichkeit von D/U_d gegen $1/U_b$

n	$\nu_{sä}$ [Hz]	A[1/4 in]
0,5	158,95	2
1	79,45	2
2	39,72	2
3	26,46	2

Tabelle 4: Messwerte zu Aufgabe b

4.2 Versuch 502

In Aufgabenteil 502a ergab sich für die Ausgleichsrechnung der Daten aus Tabelle ??, mithilfe der Graphen ?? und ??, ergab:

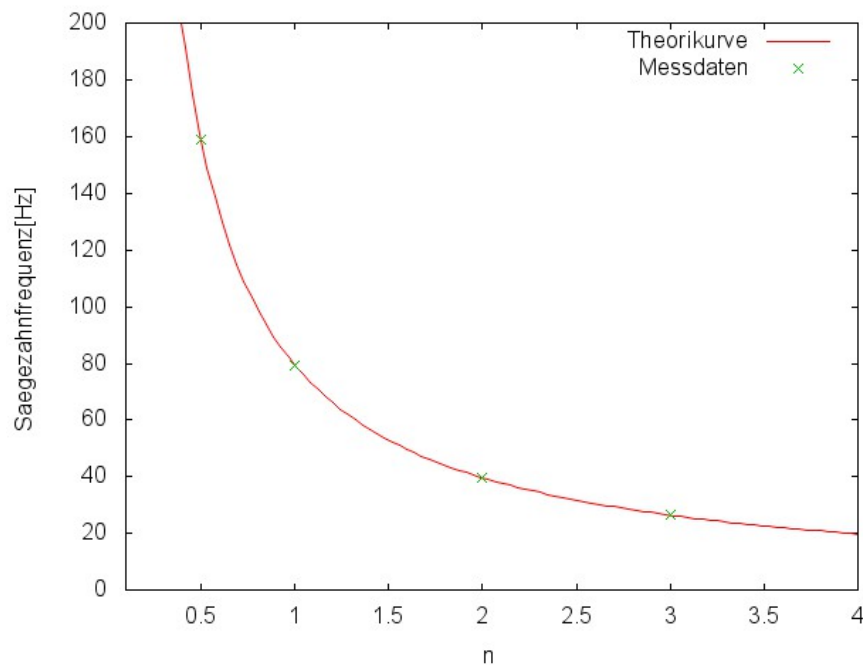


Abbildung 12: n-Fache der Sägezahnspannung

$$\begin{aligned}
 L &= 17,3 \text{ cm} \\
 N &= 20 \\
 R &= 0,282 \text{ m} \\
 B &= \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} = 6.377 * 10^{-5} * I \text{ T} \\
 \Rightarrow \\
 a &= (9756,13 \pm 148,10) \text{ 1/mT} \\
 b &= (7281,19 \pm 77,29) \text{ 1/mT}
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Proportionalitätsfaktoren a, b und der Gleichung $a, b = \sqrt{\frac{e_0}{8U_B m_0}}$ ergibt sich für die spezifische Ladung der Elektronen:

$$\begin{aligned}
 \frac{e_0}{m_0} &= 8 * 250 \text{ V} * ((9756,13 \pm 148,10) \text{ 1/mT})^2 = 1,936 \frac{\text{C}}{\text{kg}} * 10^{11} \\
 \frac{e_0}{m_0} &= 8 * 450 \text{ V} * ((7281,19 \pm 77,29) \text{ 1/mT})^2 = 1,909 \frac{\text{C}}{\text{kg}} * 10^{11}
 \end{aligned}$$

Für Aufgabenteil 502b ergab sich bei einer Beschleunigungsspannung $U_B = (200 \pm 5) \text{ V}$ für den Ausgleichsstrom ein Wert von 0,26 A. Die Messung des Inklinationswinkels ergab $\varphi = 70 \text{ Grad}$. Daraus folgt für das Erdmagnetfeld:

$$\begin{aligned}
B_{\text{hor}} &= 6.377 * 10^{-5} * I \text{ T} = 16,58 \mu\text{T} \\
\Rightarrow B_{\text{total}} &= \frac{B_{\text{hor}}}{\cos(\varphi)} = 48,48 \mu\text{T}
\end{aligned}$$

Ub[V]	I[A]	D[1/4 in]	Ub[V]	I[A]	D[1/4 in]
250	0	4	450	0	-4
250	0,28	3	450	0,5	-3
250	0,7	2	450	0,95	-2
250	0,9	1	450	1,4	-1
250	1,3	0	450	1,8	0
250	1,6	-1	450	2,25	1
250	1,95	-2	450	2,7	2
250	2,3	-3	450	3,15	3
250	2,6	-4	450	3,3	3,5

Tabelle 5: Messwerte zu 502b, vor dem Aufnehmen der rechten Daten hat eine Umpolung stattgefunden

5 Diskussion

Allgemein lässt sich sagen, dass die Werte teilweise sehr Nahe an die Literaturwerte herankommen. Daher hat der Versuch sein Ziel erreicht und einem klar gemacht, wie sich E- und B-Felder auf Elektronen auswirken.

Einen Einfluss auf alle Daten dürften die vielen elektrischen Geräte und Leitungen im Gebäude gehabt haben.

Bei Versuch 501a ergab sich aus den Messwerten $a = (35,848 \pm 0,947)$ cm. Für die Formel des Proportionalitätsfaktors ergab sich jedoch 46,84 cm. Mögliche Fehlerquelle könnte die anteilige Mittelung des nicht konstanten Plattenabstandes d sein, aber auch die Messungenauigkeit bei der Ablenkung D . Diese war nicht immer ganz eindeutig, da sie je nach Ablenkspannung andere Formen annahm. Weiterhin könnte die Röhre nicht mehr den angegebenen Restdruck haben und so das Ergebnis verfälschen.

Bei Versuch 501b ergab sich der Wert $(79,467 \pm 0,098)$ Hz. Laut Anzeige auf dem Sinusspannungsgenerators sollte dieser eine Frequenz von 80 – 90 Hz haben. Da es wirklich nur einen sehr kleinen Bereich gab, indem die Sinusspannung auf der Anzeige wirklich stehend war, könnten sich hier leichte Ablesefehler ergeben haben, wodurch sehr nah an die 80 Hz herangekommen wird.

Für die spezifische Ladung der Elektronen ergab sich der gemittelte Wert von $1,9225 \frac{\text{C}}{\text{kg}} * 10^{11}$ welcher nicht weit von dem Literaturwert $1,758 \frac{\text{C}}{\text{kg}} * 10^{11}$ abweicht. Mögliche Messungenauigkeiten sind an dem Amperemeter aber auch am Voltmeter der Beschleunigungsspannung nicht auszuschließen. Auch könnte die relativ kleine Helmholtzspule ein nicht vollkommen homogenes Feld erzeugt haben, wodurch das Ergebnis verfälscht worden wäre.

In Aufgabenteil 502b ergab sich für die Horizontalkomponente $B_{\text{hor}} = 16,58 \mu\text{T}$ und den Inklinationwinkel $\varphi = 70$ Grad. Daraus folgte für die Totalintensität $B_{\text{total}} = 48,48 \mu\text{T}$. Die Literaturwerte für Mitteleuropa liegen bei $B_{\text{hor}} = 20 \mu\text{T}$, $\varphi = 63 - 70$ Grad und $B_{\text{total}} = 48 \mu\text{T}$. Dabei nimmt die Intensität zu, je weiter man sich auf die

magnetischen Pole zubewegt. Somit liegen unsere Werte sehr nah an den Literaturwerten. Es sind äußere magnetische Einflüsse durch die elektrischen Leitungen im Haus jedoch keinesfalls auszuschließen, da wir schon beim herumprobieren mit dem Deklinatorium-Inklinatorium an verschiedenen Stellen des Raumes auch verschiedene Richtungen für Norden fanden. Zudem ist dieses nicht mehr das neueste Gerät und musste noch extra fixiert werden, damit die Nadel nicht komplett eingeklemmt wird.

6 Literatur

Alle Grafiken wurden eigenständig mit Gnuplot oder pyplot erstellt oder aus der Versuchsanleitung „Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld“ und „Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld“ der TU Dortmund (Stand 29.10.12) entnommen.

img/502a250.jpg

Abbildung 13: Graph zur Berechnung des Proportionalitätsfaktors a

img/502a450.jpg