

TU Dortmund

V301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Korrektur

Markus Stabrin
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 7. Mai 2013

Abgabedatum: 28. Mai 2013

1 Einleitung

Eine Spannungsquelle ist ein Gerät, welches über einen endlichen Zeitraum eine konstante elektrische Leistung liefern kann. In diesem Versuch werden die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand von Spannungsquellen gemessen, um das Verhalten innerhalb einer elektrischen Schaltung beschreiben zu können.

2 Theorie

2.1 Leerlaufspannung

Die Leerlaufspannung U_0 liegt an den Ausgangsklemmen einer Spannungsquelle an, wenn kein Strom entnommen wird.

2.2 Innenwiderstand

Fließt ein endlicher Strom I durch Anschluss eines Lastwiderstandes R_a , sinkt die Klemmenspannung U_k auf einen Wert unterhalb von U_0 .

Dies ist erklärbar, wenn der Spannungsquelle ein Innenwiderstand R_i zugeordnet wird.

2.3 Ersatzschaltbild

Der gestrichelte Bereich in Abb. 1 wird als Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle verwendet. Es besteht aus einer idealen Spannungsquelle, welche eine Leerlaufspannung U_0 liefert, und einem dazu in Reihe geschaltetem ohmschen Widerstand R_i .

2.4 Direkte Messung der Leerlaufspannung

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz lautet:

$$\sum_n U_{0,n} = \sum_m R_m I_m \quad . \quad (1)$$

Für das vorliegende Problem in Abb. 1 ergibt sich aus (1):

$$\begin{aligned} U_0 &= IR_i + IR_i \quad , \\ U_k = IR_a &= U_0 - IR_i \quad . \end{aligned} \quad (2)$$

Daraus folgt, dass mit zunehmendem Strom I die Klemmenspannung U_k absinkt. Zudem

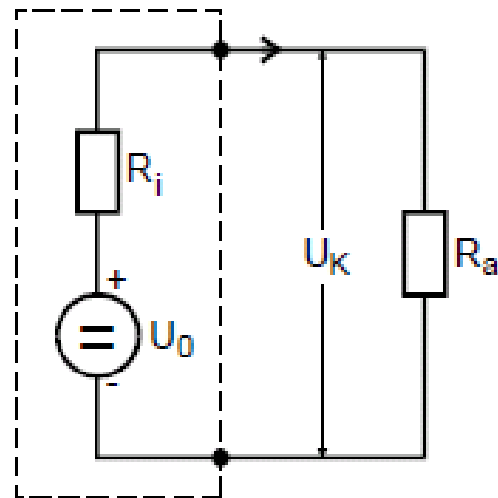


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a [1].

ergibt sich, dass zu einer direkten Messung der Leerlaufspannung U_0 ein hochohmiges Voltmeter erforderlich ist. Im Falle eines kleinen Stromes kann, wenn der Außenwiderstand R_a viel größer ist als der Innenwiderstand R_i der Term IR_i in Gleichung (2) vernachlässigt werden, sodass gilt $U_k \approx U_0$.

2.5 Leistungsanpassung

Der Innenwiderstand R_i bewirkt, dass sich keine beliebig hohe Leistung der Spannungsquelle entnehmen lässt.

Für die Leistung ergibt sich:

$$N(R_a) = I^2 R_a = \frac{U_0^2 R_a}{(R_a + R_i)^2} \quad . \quad (3)$$

Die Leistung $N(R_a)$ durchläuft ein Maximum bei $R_{a,\max} = R_i$. Ist gerade $R_a = R_{a,\max}$ gewählt, so wird von Leistungsanpassung gesprochen.

In der Nachrichten- und Messtechnik wird davon viel Gebrauch gemacht. In der Starkstromtechnik hingegen besitzt dies einige Nachteile, da der Innenwiderstand von z.B. RC-Generatoren oder elektronisch geregelten Spannungskonstanthaltern nicht unbedingt durch den Gleichstromwiderstand gegeben ist. In einem solchen Fall ist es notwendig den Innenwiderstand als differentielle Größe einzuführen:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} \quad . \quad (4)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Direkte Messung der Leerlaufspannung

Die Schaltung wird nach Abb.2 aufgebaut. Der Widerstand R_a entspricht hierbei dem Eingangswiderstand R_v des hochohmigen Spannungsmessgerätes. Es werden U_k und R_v notiert.

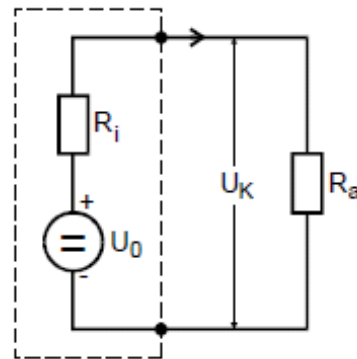


Abbildung 2: Schaltbild zur direkten Messung der Leerlaufspannung.
[1]

3.2 Messung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes mittels eines variablen Widerstandes

Die Schaltung wird nach Abb.3 aufgebaut. Der variable Belastungswiderstand liegt dabei in einem Bereich von 0Ω bis 50Ω . Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen R_k die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom I aufgenommen.

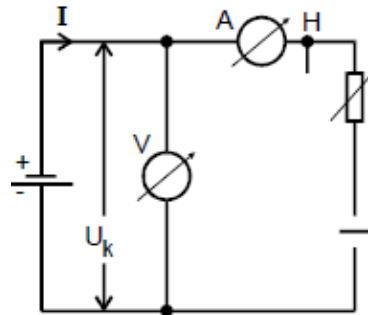


Abbildung 3: Messschaltung zur Bestimmung von U_0 und R_i [1].

3.3 Messung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes mittels eines variablen Widerstandes und einer Gegenspannung

Die Schaltung wird nach Abb.4 aufgebaut. Die Gegenspannung soll dabei etwa 2 V größer sein als die Leerlaufspannung U_0 . Somit dreht sich das Vorzeichen in Gleichung (2) um und es lässt sich eine Ausgleichsgerade mit positiver Steigung finden, um U_0 zu bestimmen. Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen R_k die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom I aufgenommen.

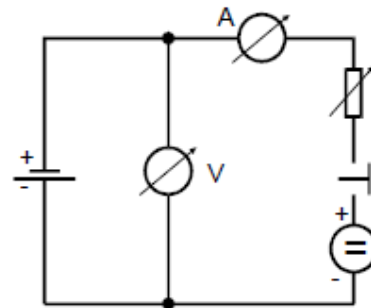


Abbildung 4: Messschaltung zur Bestimmung von U_0 und R_i mittels einer Gegenspannung [1].

3.4 Sinus- und Rechteckausgang

Die Schaltung wird nach Abb.3 aufgebaut. Nun wird jedoch ein Sinus- bzw. Rechteckspannungsgenerator angeschlossen. Für die Messung mit der Rechteckspannung wird ein variabler Widerstand von 20Ω bis 250Ω benutzt.

Bei der Messung mit der Sinusspannung hingegen einer mit einem Bereich von $0,1\text{ k}\Omega$ bis $5\text{ k}\Omega$. Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen R_k die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom I aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Klemmspannungskurven

Zunächst wird für jede Spannungsquelle eine lineare Ausgleichsrechnung mit Hilfe von *python* für die Funktion (2) durchgeführt. Der y-Achsenabschnitt entspricht dabei der Leerlaufspannung U_0 und die Steigung dem Innenwiderstand R_i der jeweiligen Spannungsquelle. Abbildungen 5 bis 7 zeigen die Graphen, Tabelle 1 beinhaltet die Messwerte. Die Ungenauigkeit der Messgeräte liegt bei

$$\Delta I = \pm 1,5 \%,$$

$$\Delta U = \pm 2 \%.$$

Zudem gilt für die Leistung P :

$$P = UI,$$

$$\Delta P = \sqrt{(I\Delta U)^2 + (U\Delta I)^2}.$$

Tabelle 1: Strom- und Spannungswerte der verschiedenen Spannungsquellen bei variierten Lastwiderständen R_a .

Monozelle			Rechteckspannung			Sinusspannung		
$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{V}]$	$P[\text{mW}]$	$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{mV}]$	$P[\mu\text{W}]$	$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{V}]$	$P[\mu\text{W}]$
84	0,083	$6,97 \pm 0,17$	7,7	40	308 ± 8	1,80	0,09	162 ± 4
76	0,240	$18,24 \pm 0,46$	6,5	50	325 ± 8	1,50	0,12	180 ± 4
66	0,280	$18,48 \pm 0,46$	5,1	65	332 ± 8	1,00	0,17	170 ± 4
58	0,570	$33,06 \pm 0,83$	4,2	70	294 ± 7	0,70	0,20	140 ± 4
54	0,640	$34,56 \pm 0,86$	3,5	75	263 ± 7	0,60	0,22	132 ± 3
47	0,750	$35,25 \pm 0,88$	3,1	80	248 ± 6	0,55	0,23	127 ± 3
43	0,770	$33,11 \pm 0,83$	2,7	85	230 ± 6	0,45	0,24	108 ± 3
41	0,780	$31,98 \pm 0,80$	2,3	85	196 ± 5	0,38	0,24	91 ± 2
38	0,810	$30,78 \pm 0,77$	2,0	90	180 ± 4	0,32	0,25	80 ± 2
36	0,820	$29,52 \pm 0,74$	1,8	90	162 ± 4	0,27	0,25	68 ± 2
34	0,820	$27,88 \pm 0,70$	1,7	90	153 ± 4	0,25	0,25	62 ± 2

Tabelle 2: Strom- und Spannungswerte bei Gegenspannung bei variierten Lastwiderständen R_a .

Gegenspannung		
$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{V}]$	$P[\text{mW}]$
91	3,5	$318,5 \pm 79,6$
82	3,3	$270,6 \pm 67,6$
74	3,2	$236,8 \pm 59,2$
65	3,0	$195,0 \pm 48,8$
60	2,9	$174,0 \pm 43,5$
55	2,8	$154,0 \pm 38,5$
52	2,6	$135,2 \pm 33,8$
45	2,6	$117,0 \pm 29,2$
40	2,5	$100,0 \pm 25,0$
36	2,4	$86,4 \pm 21,6$
32	2,3	$73,6 \pm 18,4$
29	2,3	$66,7 \pm 16,7$
27	2,2	$59,4 \pm 14,9$

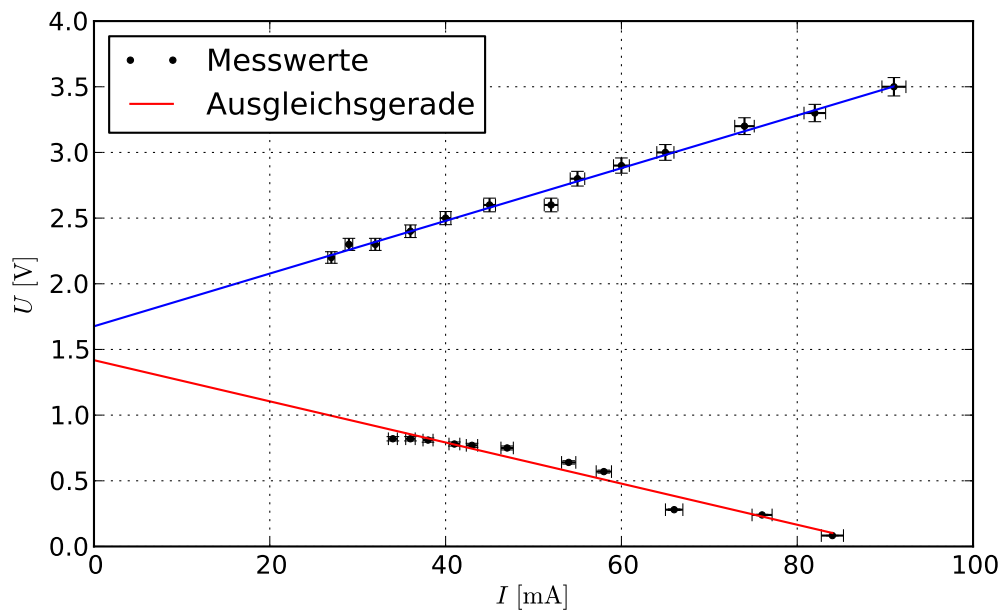


Abbildung 5: Spannungs- Stromkurve der Monozelle.

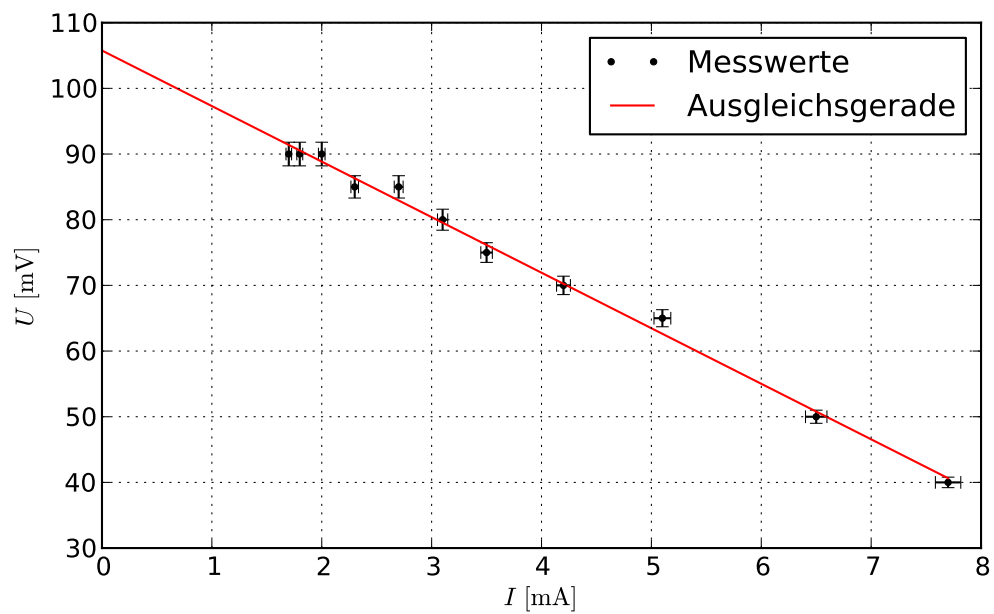


Abbildung 6: Spannungs- Stromkurve der Rechteckspannung

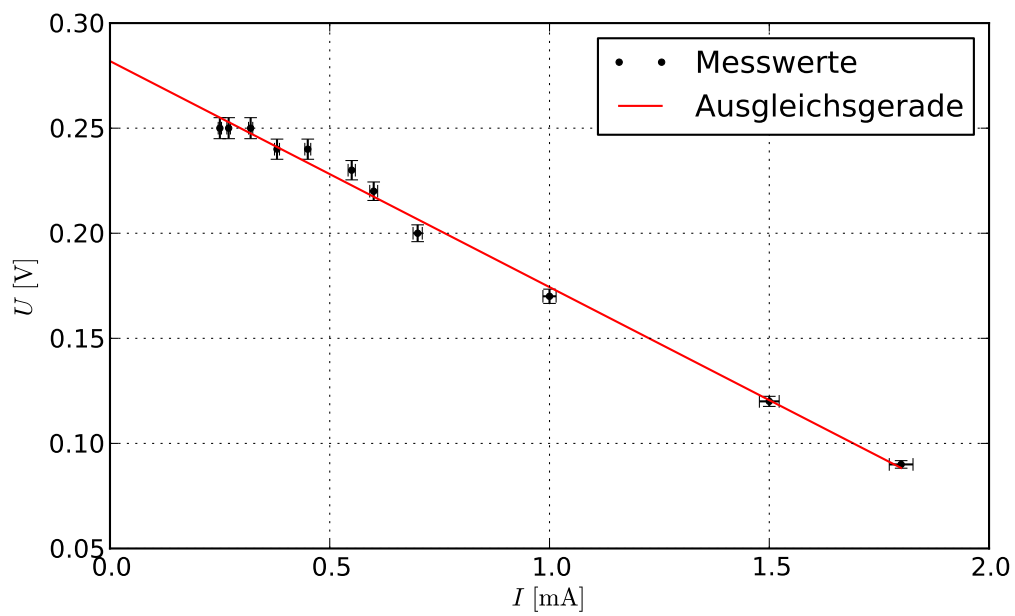


Abbildung 7: Spannungs- Stromkurve der Sinusspannung

4.2 Innenwiderstand R_i und Leerlaufspannung U_0

Die Ausgleichsrechnung in Kapitel 4.1 liefert die Werte für die jeweiligen Innenwiderstände R_i und Leerlaufspannungen U_0 der verschiedenen Spannungsquellen. Tabelle 3 beinhaltet die Werte.

Tabelle 3: Innenwiderstand R_i und Leerlaufspannung U_0 .

Spannungsquelle	$R_i[\Omega]$	$U_0[\text{V}]$
Monozelle	$15,7 \pm 1,1$	$1,418 \pm 0,060$
Monozelle, Gegenspannung	$20,1 \pm 0,6$	$1,676 \pm 0,034$
Rechteckspannung	$107,6 \pm 3,0$	$0,106 \pm 0,001$
Sinusspannung	$8,5 \pm 0,2$	$0,282 \pm 0,003$
Direkte Messung	—	$1,65 \pm 0,02$

4.3 Systematische Fehler

Der Systematische Fehler $\Delta_s U_0$ bei der direkten Messung der Leerlaufspannung beträgt nach Umstellen von Gleichung (2):

$$\Delta_s U_0 = U_k \frac{R_i}{R_a}.$$

Mit einem Außenwiderstand im Voltmeter von $R_a \approx 10 \text{ M}\Omega$ und der direkt gemessenen Spannung

$$U_0 = 1,65 \text{ V},$$

folgt der Fehler

$$\Delta_s U_0 = 2,59 \mu\text{V}.$$

Das entspricht einem relativen Fehler δ_s von $\delta_s = 1,57 \cdot 10^{-4} \%$.

Schließt man das Voltmeter nicht wie vorgegeben an, sondern hinter dem Amperemeter, fällt in diesem eine Spannung U_A ab. Der Wert der Leerlaufspannung U_0 wird dann um den Wert U_A verfälscht.

4.4 Leistungsdiagramm

Im folgenden Diagramm 8 ist die Leistung P , die im Belastungswiderstand R_a umgesetzt wird, aufgetragen. Zusätzlich ist der Graph der theoretisch errechneten Leistungskurve $N = f(R_a)$ eingetragen. Die Leistungskurve berechnet sich mit Gleichung (3) nach Hierbei werden die Werte des Innenwiderstandes R_i und der Leerlaufspannung U_0 ohne Gegenspannung aus Kapitel 4.2 verwendet.

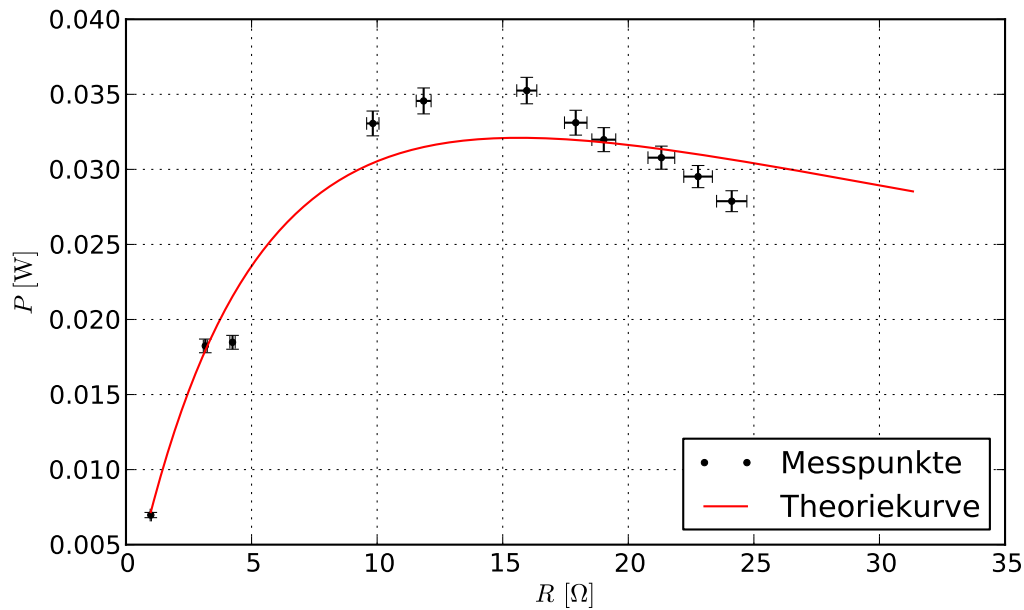


Abbildung 8: Leistungsdiagramm der Monozelle mit theoretischer Leistungskurve.

5 Diskussion

Wie in Kapitel 4.3 dargestellt, sind die bekannten Systematischen Fehler gering. Dennoch weichen die gemessenen Leistungswerte der Monozelle von der Theoriekurve ab (siehe Abb. 8). Wie im Folgenden erläutert wird, liegt das womöglich an einer fehlerhaften Messung der Spannungswerte $U_{0,-}$ mit veränderlichem Aussenwiderstand R_A .

Der Wert der direkten Spannungsmessung der Monozelle $U_{0,d} = (1,65 \pm 0,02) \text{ V}$ und der Wert durch Ausgleichsrechnung bei Gegenspannung $U_{0,+} = (1,68 \pm 0,03) \text{ V}$ stimmen mit Berücksichtigung der Fehler überein. Weil dieser Wert jedoch um etwa $\Delta U = 0,23 \text{ V}$ vom Wert $U_{0,-}$ abweicht deutet dies ebenfalls auf eine fehlerhafte Messung mit variablem Widerstand R_A hin.

Weil also zwei von drei Messungen auf das gleiche Ergebnis führen, lässt sich sagen, dass die Leerlaufspannung der Monozelle durch diesen Versuch zu

$$(U_{0,d} + U_{0,+})/2 = (1,66 \pm 0,04) \text{ V}$$

bestimmt werden kann. Dabei wird die erste, fehlerbehaftete Messung nicht berücksichtigt.

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch Nr.301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>. Stand: Mai 2013.