

TU Dortmund

V402 - Dispersion am Glasprisma

Markus Stabrin
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 21. Mai 2013

Abgabedatum: 26. Mai 2013

1 Einleitung

2 Theorie

3 Versuchsaufbau und Durchführung

4 Auswertung

4.1 Brechungsindizes n_i in Abhängigkeit der Wellenlänge λ

Zunächst werden aus den Messdaten, die in Tabellen 2 und 3 aufgeführt sind, die Winkel φ und μ bestimmt. Die Mittelung über die Daten aller Wellenlängen λ liefert mit Gleichung (??):

$$\varphi = (69,7 \pm 1,1)^\circ .$$

Aus dem Versuchsaufbau geht jedoch hervor, dass alle Winkel des Prismas etwa $\varphi = 60^\circ$ betragen müssen. Weil dieser Wert den tatsächlichen Aufbau des Prismas offensichtlich besser widerspiegelt, wird im Folgenden damit weitergerechnet. Die resultierenden Werte der Brechungsindizes wird mit n_{opt} gekennzeichnet. Auf die Abweichung des gemessenen Wertes zum optimalen Wert wird in der Diskussion (??) eingegangen.

Die Messwerte liefern anschließend mit Gleichung (??) die in Tabelle 1 aufgeführten Brechungsindizes n_{opt} und n :

Tabelle 1: Werte des Brechungsindex bei verschiedenen Wellenlängen λ

Farbe	$\lambda[\text{nm}]$	n_{opt}	n
gelb	578,0	1,657	1,528
grün	546,1	1,652	1,524
blaugrün	591,6	1,645	1,519
violett	404,7	1,634	1,511
ultraviolett	365,0	1,627	1,505
ultraviolett	366,3	1,625	1,504

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung von φ

Farbe	$\lambda[\text{nm}]$	$\varphi_l[^\circ]$	$\varphi_r[^\circ]$	$\varphi[^\circ]$
gelb	578,0	97,2	239,2	71,0
grün	546,1	97,8	239,0	70,6
blaugrün	591,6	98,0	238,4	70,2
violett	404,7	99,0	237,6	69,3
ultraviolett	365,0	99,4	236,4	68,5
ultraviolett	366,3	99,6	236,2	68,3

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung von μ

Farbe	$\lambda[\text{nm}]$	$\Omega_l[^\circ]$	$\Omega_r[^\circ]$	$\mu[^\circ]$
gelb	578,0	53,4	285,3	51,9
grün	546,1	53,6	285,0	51,4
blaugrün	591,6	54,0	284,7	50,7
violett	404,7	54,5	284,1	49,6
ultraviolett	365,0	54,9	283,8	48,9
ultraviolett	366,3	55,0	283,7	48,7

4.2 Bestimmung der Dispersionsgleichung und deren Parameter A_i

Es werden zwei nichtlineare Ausgleichsrechnung der λ - n^2 - Wertepaare, für Dispersionsgleichungen (??) und (??) durchgeführt. Die Ausgleichsrechnung liefert die Koeffizienten A_i und A'_i , sowie deren Fehler ΔA .

Daraus lassen sich die Abweichungsquadrate bei einer Anzahl von z Messwerten wie folgt berechnen:

$$s^2 = \frac{1}{z-2} \sum_{i=1}^z \left(n^2(\lambda_i) - A_0 - \frac{A_2}{\lambda_i^2} \right)^2 ,$$

$$s'^2 = \frac{1}{z-2} \sum_{i=1}^z \left(n^2(\lambda_i) - A'_0 + A'_2 \cdot \lambda_i^2 \right)^2 .$$

Die Ausgleichsrechnung liefert die Koeffizienten

$$\begin{aligned} A_0 &= 2,65 \pm 0,09 \quad , \\ A_2 &= (-8,25 \pm 40,96) \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 \quad A'_2 = -6,14 \cdot 10^{12} \pm \infty , \\ A_4 &= (2,60 \pm 3,95) \cdot 10^{-27} \text{ m}^4 \quad A'_4 = 1 \pm \infty . \end{aligned}$$

Bei den gestrichenen Koeffizienten ist zu bemerken, dass der Fehler die Größenbegrenzung des Rechnerspeichers für Fließkommazahlen erreicht hat und daher einen unendlichen Wert liefert. Dieser Wert hat keine physikalische Bedeutung, deutet aber schon darauf hin, dass die entsprechende Dispersionsgleichung nicht in der Lage ist, den vorliegenden Aufbau zu beschreiben. Das wird deutlicher, wenn man die Abweichungsquadrate berechnet:

$$\begin{aligned} s^2 &= 0,0136 , \\ s'^2 &= 5,66 \cdot 10^{25} . \end{aligned}$$

Weil die Abweichung s'^2 für Gleichung (??) größer, als s^2 ist, wird die hier auftretende Dispersion durch Gleichung (??) beschrieben. Die folgenden Abbildungen zeigen die Messwerte, sowie den Verlauf der Dispersionsgleichung.

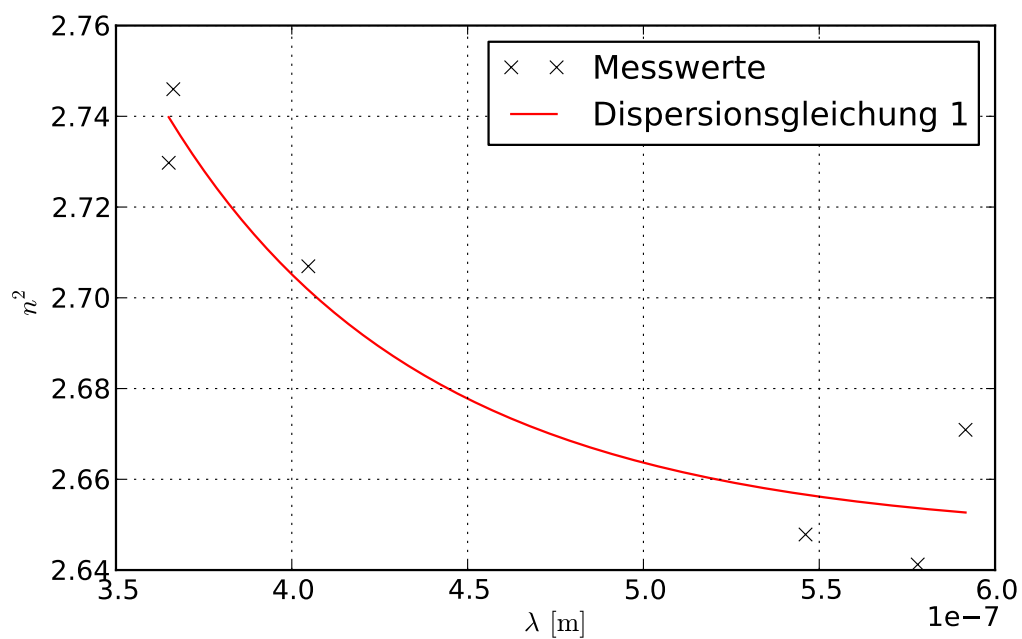


Abbildung 1: Ausgleichskurve mit Hilfe von Gleichung (??)

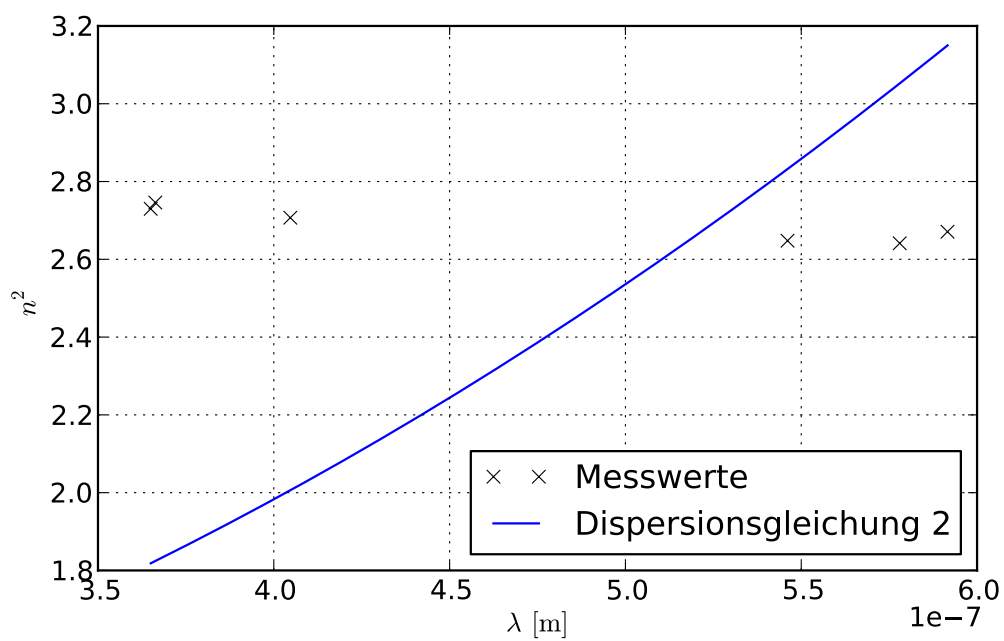


Abbildung 2: Ausgleichskurve mit Hilfe von Gleichung (??)

4.3 Berechnung der Abbeschen Zahl ν

Mit Gleichung (??) und Kenntnis der Koeffizienten A_0 bis A_4 aus Kapitel 4.2 lässt sich die Abbesche Zahl bestimmen. Die Dispersionsgleichung liefert zunächst

$$\begin{aligned}n_{\text{C}} &= 1,6278, \\n_{\text{D}} &= 1,6288, \\n_{\text{F}} &= 1,6330.\end{aligned}$$

Daraus folgt

$$\nu = 121,5.$$

4.4 Das Auflösungsvermögen A des Prismas

Wie in Kapitel ?? gezeigt, gilt mit einer Basisbreite b des Prismas für das Auflösungsvermögen:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = b \frac{\partial n}{\partial \lambda}.$$

Mit der hier genutzten Dispersionsgleichung (??) folgt

$$A = b \left(\frac{2A_2}{\lambda^3} + \frac{4A_4}{\lambda^5} \right).$$

Bei einer Basislänge $b = 3 \text{ cm}$ folgt für das Auflösungsvermögen des hier vorliegenden Prismas bei den Fraunhoferwellenlängen $\lambda_{\text{C}} = 656 \text{ nm}$ und $\lambda_{\text{F}} = 486 \text{ nm}$:

$$\begin{aligned}A_{\text{C}} &= 820, \\A_{\text{F}} &= 7216.\end{aligned}$$

4.5 Berechnung des nächsten Absorptionspunktes λ_1

Durch Koeffizientenvergleich in Formeln (??) und (??) erhält man

$$\begin{aligned}
A_0 &= 1 + \frac{N_1 q_1^2 \lambda_1^2}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0 m_1}, \\
A_2 &= \lambda_1^2 (A_0 - 1), \\
A_4 &= \lambda_1^4 (A_0 - 1), \\
\Rightarrow \lambda_1 &= \sqrt{\frac{A_2}{A_0 - 1}}, \\
\lambda_1 &= \left(\frac{A_4}{A_0 - 1} \right)^{\frac{1}{4}}.
\end{aligned}$$

Mit den Koeffizienten A_0 , A_2 und A_4 aus Kapitel 4.2 lassen sich also zwei Werte λ_1 finden. Daher wird ein Mittelwert gebildet:

$$\overline{\lambda_1} = (134,9 \pm 2,5) \text{ nm}.$$

5 Diskussion

Zunächst muss festgehalten werden, dass die Durchführung dieses Versuchs einige Schwierigkeiten beinhaltet. Bei Drehung des Fernrohrs, wurde das Prisma oft unbeabsichtigt mitgedreht, was teilweise große Messfehler zur Folge hatte und weshalb eine Messung wiederholt werden musste.

Der Wert des Prismainnenwinkels $\varphi = 71^\circ$ stimmt offensichtlich nicht mit dem tatsächlichen Aufbau des Prismas überein und weist damit auf einen Systematischen Fehler des Aufbaus hin.

Die daraus basierenden Werte für den Brechungsindex weichen dennoch nur etwa um 10 % von den mit Hilfe des tatsächlichen Prismenwinkels berechneten Werten ab. Die Werte des Brechungsindex selbst stimmen relativ gut mit dem erwarteten Wert von etwa $n = 2$ überein.

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch V402 - Dispersion am Glasprisma. <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V402.pdf>. Stand: Mai 2013.