

TU Dortmund

V602 - Röntgen-Emissions- und Absorptionsspektren

Korrektur

Markus Stabrin
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 6. November 2012

Abgabedatum: 27. November 2012

1 Einleitung

Um die äußeren Hüllenelektronen zu untersuchen reicht es diese mit UV- und IR-Strahlung zu untersuchen. Zugang zu tieferliegenden Teilen der Atomhülle bekommt man jedoch nur mit der energiereichen Röntgenstrahlung, deren Energiebereich sich von etwa 10 eV bis 100 eV erstreckt. Zunächst wird die Erzeugung der Röntgenstrahlung und das resultierende Emissionsspektrum beschrieben. Anschließend wird deren Wechselwirkung mit Materie und den daraus resultierenden Absorptionsspektren betrachtet. Im letzten Teil ist das Verfahren zur Energie- und Intensitätsmessung bei Röntgenstrahlung interessant.

2 Funktionsweise und theoretische Grundlagen

2.1 Die Entstehung der Röntgenstrahlung

Wenn Elektronen in Materie eindringen, können sie in mehreren Ionisationsprozessen ihre kinetische Energie schrittweise, ohne Strahlung zu erzeugen, in Wärme umwandeln. Es kommt jedoch auch vor, dass ein Elektron in eine tiefere Hülle eines Atoms eindringt und somit in den Wirkungsbereich des Kernfeldes kommt. Coulomb-Wechselwirkungen lenken das Elektron dabei von seiner geradlinigen Bahn abgelenkt. Beschleunigte Ladungen emittieren elektromagnetische Strahlung. Die Emissionswahrscheinlichkeit ist dabei proportional zur Kernladungszahl z . Das Energiespektrum der sogenannten Bremsstrahlung ist dabei kontinuierlich und reicht von null bis zu einem Maximalwert, der der gesamten kinetischen Energie des gebremsten Elektrons entspricht.

In Konkurrenz zum Abbremsprozess steht die Ionisation des Atoms in einer seiner inneren Schalen, welche jedoch instabil ist. Dabei muss das einfallende Elektron mindestens die Bindungsenergie des Elektrons besitzen, welches aus der Schale herausgeschlagen werden soll. Die Rückkehr in den Grundzustand erfolgt dabei mit einer Relaxationszeit der Größenordnung 10^{-8} s, wobei die Lücken der Schalen von Elektronen höherer Schalen aufgefüllt werden. Das so entstandene „Loch“ wird wiederum von einem Elektron einer noch höheren Schale aufgefüllt. Dabei entsteht elektromagnetische Strahlung, deren Energiebetrag jedoch diskret ist und gegeben ist durch:

$$E_{\text{photon}} = h\nu = E_n - E_m. \quad (1)$$

h = Plancksches Wirkungsquantum, ν = Frequenz der Strahlung,
 E_n und E_m = Energieniveaus in der Elektronenhülle des Atoms.

Da diese vom Material abhängig ist, wird auch von charakteristischer Röntgenstrahlung gesprochen.

2.2 Die Erzeugung von Röntgenstrahlung

Zur Erzeugung von Röntgenstrahlung werden demnach schnelle Elektronen benötigt, welche üblicherweise in einer Röntgenröhre erzeugt werden, welche in Abb. (1) sche-

matisch dargestellt ist. In einem evakuierten Glaskolben erzeugt ein Glühdraht durch thermische Emission freie Elektronen. Diese werden von einer, sich gegenüber der Kathode befindlichen, Kupferanode über ein elektrisches Feld angezogen und dadurch in Richtung der Anode beschleunigt. An dieser entsteht die Röntgenstrahlung nach den in (2.1) beschriebenen Prozessen.

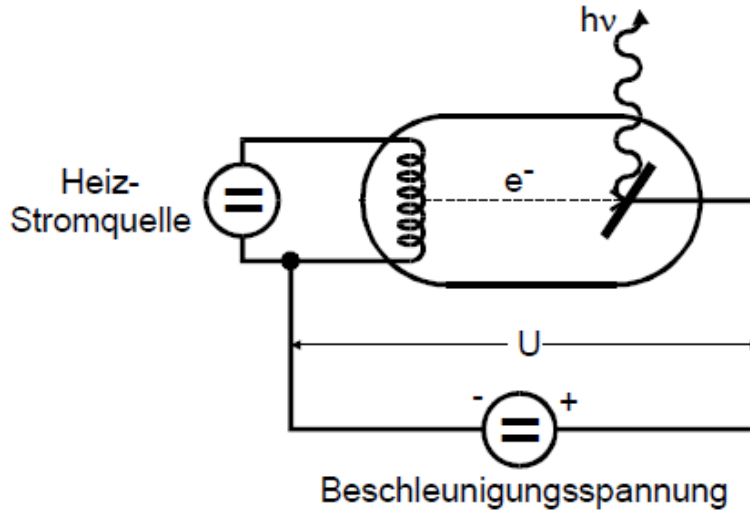


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre [1]

2.3 Das Emissionsspektrum ohne Feinstruktur

Die Intensität beschreibt die Zahl der pro Zeit- und Flächeneinheit einfallenden Quanten. Bei der Bremsstrahlung geht diese für $E \rightarrow 0$ asymptotisch gegen null. Die maximale Energie E_{\max} ergibt sich durch eine Energiebetrachtung und ist gleich der kinetischen Energie E_{kin} . Daraus folgt:

$$E_{\max} = h\nu_{\max} = e_0 U. \quad (2)$$

e_0 = Elementarladung.

Schwieriger sind die Linien des charakteristischen Spektrums zu berechnen, was mit Hilfe von Gleichung (1) möglich ist. Diese sind bekanntlich Lösungen der Schrödinger-Gleichung. Da es sich jedoch um ein System mit Viel-Elektron-Atomen handelt, lässt sich das Problem auf eine sogenannte Eielektronanregung vereinfachen. Dabei wird angenommen, dass sich das „emittierende“ Elektron in einem Coulomb Feld befindet, welches sich aus dem Kernfeld und den Feldern der restlichen Hüllenelektronen zusammensetzt. Dabei wird nicht die Kernladungszahl z benutzt, sondern die Größe z_{eff} mit $z_{\text{eff}} < z$, welche den Einfluss der Elektronen berücksichtigt. Das emittierende Elektron besitzt damit die Potentielle Energie:

$$U = -\frac{z_{\text{eff}} e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3)$$

ϵ_0 = Influenzkonstante, r = Orstkoordinate.

Es ergibt sich aus der Schrödinger-Gleichung für die Energie-Eigenwerte:

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2}. \quad (4)$$

R_∞ = Rydberg-Energie, n = Hauptquantenzahl.

Dabei handelt es sich um eine gültige Näherung für kleine z . Eine bessere Näherung wird im nächsten Abschnitt beschrieben. Somit ergibt sich beim Übergang von der m -ten auf die n -te Schale der Energiebetrag:

$$h\nu_{m,n} = R_\infty z_{\text{eff},m,n}^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (5)$$

Für $n < m$ kann nun durch Einsetzen aller natürlicher Zahlen in Gleichung (5) die Lage des charakteristischen Spektrums errechnet werden. Die Linien können nun anhand ihrer Hauptquantenzahl benannt werden, wobei $n = 1$ aus historischen Gründen als K-Schale bezeichnet wird und alle weiteren für $1 < n$ dem Alphabet folgend L,M,N,O, usw. Schale genannt werden.

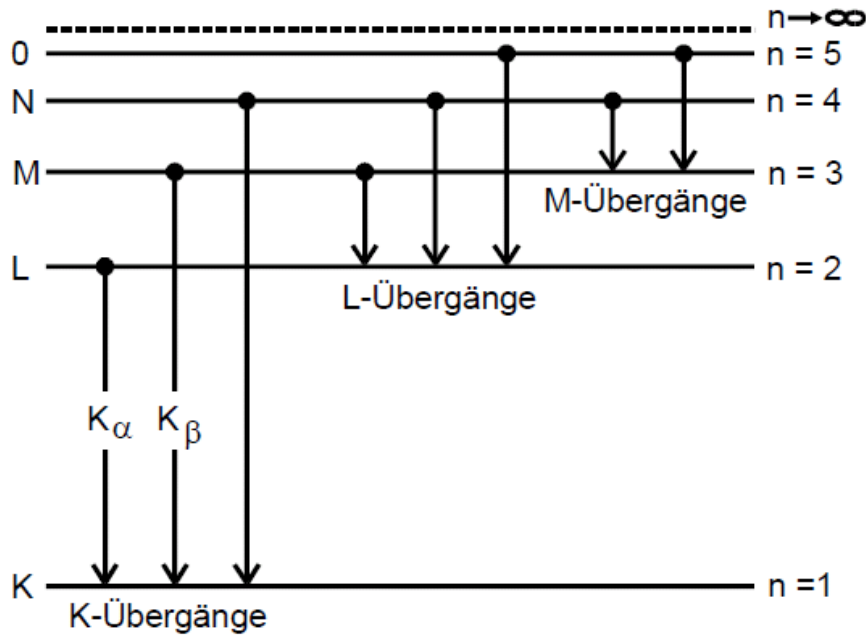


Abbildung 2: Mögliche Röntgenübergänge in einer Elektronenhülle ohne Feinstruktur.
[1]

Abbildung (2) zeigt die ersten Schalen und die möglichen Übergänge auf diese. Die Länge der Strahlung ist ein Maß für die Energie der Strahlung. Im Vergleich zu optischen Spektren, welche durch Elektronensprünge in den äußeren Hüllen verursacht werden, ergibt sich ein Röntgenspektrum nur bei Übergängen in den inneren Hüllen. Da diese meist nicht von der Bindung zu anderen Atomen betroffen sind, verschiebt sich das Spektrum monoton, wie in (5) beschrieben, zu höheren Frequenzen. Bei optischen Spektren hingegen ist eine Periodizität zu erkennen.

2.4 Emissionsspektrum mit Feinstruktur

Durch das Betrachten der Feinstruktur gelingt eine bessere Betrachtung der Zusammenhänge. Die Sommerfeldsche Feinstrukturformel, welche sich aus der Störungsrechnung ergibt, bietet gerade bei größeren z eine bessere Näherung als (4):

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left(z_{\text{eff1}}^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff2}}^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (6)$$

α = Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, und

j = Gesamtdrehimpulszahl;

Zusammensetzung aus der Bahndrehimpulszahl l und der Spinquantenzahl $s = \frac{1}{2}$ mit $j = l + \frac{1}{2}$ oder $j = l - \frac{1}{2}$.

Es werden hier die effektiven Kernladungszahlen mit den Abschirmzahlen σ und s angegeben:

$$\begin{aligned} z_{\text{eff1}} &= z - \sigma, \\ z_{\text{eff2}} &= z - s. \end{aligned}$$

Diese Größen beschreiben die Schwächung des Kernfeldes durch die Elektronen, welche nicht an der Emission beteiligt sind. Die Abschirmzahl σ wird dabei hauptsächlich durch die Hüllenelektronen bestimmt, die ihr Ladungsverteilungsmaximum innerhalb der n -ten Schale haben. Dabei ist jedoch der Einfluss der äußeren Elektronen nicht zu vernachlässigen und es wächst bei gleichem n mit z . Es wird als „Konstante der vollständigen Abschirmung“ bezeichnet. Die „Konstante der äußeren Abschirmung“ s wird durch die Anzahl der Elektronen bestimmt, welche sich innerhalb der n -ten Schale befinden. Dabei ist kaum eine z -Abhängigkeit festzustellen. Die Abschirmzahlen s und σ hängen stark von n und l ab. Damit ergibt sich für (6):

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left((z - \sigma_{n,l})^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 (z - s_{n,l})^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (7)$$

Für die Hauptquantenzahl n ergeben sich nur mehrere l und j -Werte, wodurch es zu einer Feinstruktur-Aufspaltung kommt. Mit der Überlegung:

$$l_{\text{max}} = n - 1$$

ergibt sich für die K-Elektronen kein Bahndrehimpuls, sondern nur ihr Eigendrehimpuls (Spin). Daher folgt für die K-Elektronen $j = \frac{1}{2}$ und damit dass sie keine Feinstruktur-aufspaltung besitzen. Für die L-Schale mit $l = 0$ und $l = 1$ folgt für die Kombinationen: $[j = \frac{3}{2}, l = 1]$, $[j = \frac{1}{2}, l = 1]$, $[j = \frac{1}{2}, l = 0]$. Damit besitzt die L-Schale drei Unterniveaus. Mit analoger Rechnung kann man für die M-Schale 5 Unterniveaus bestimmen. Anschaulich wird dies in Abbildung (3) dargestellt.

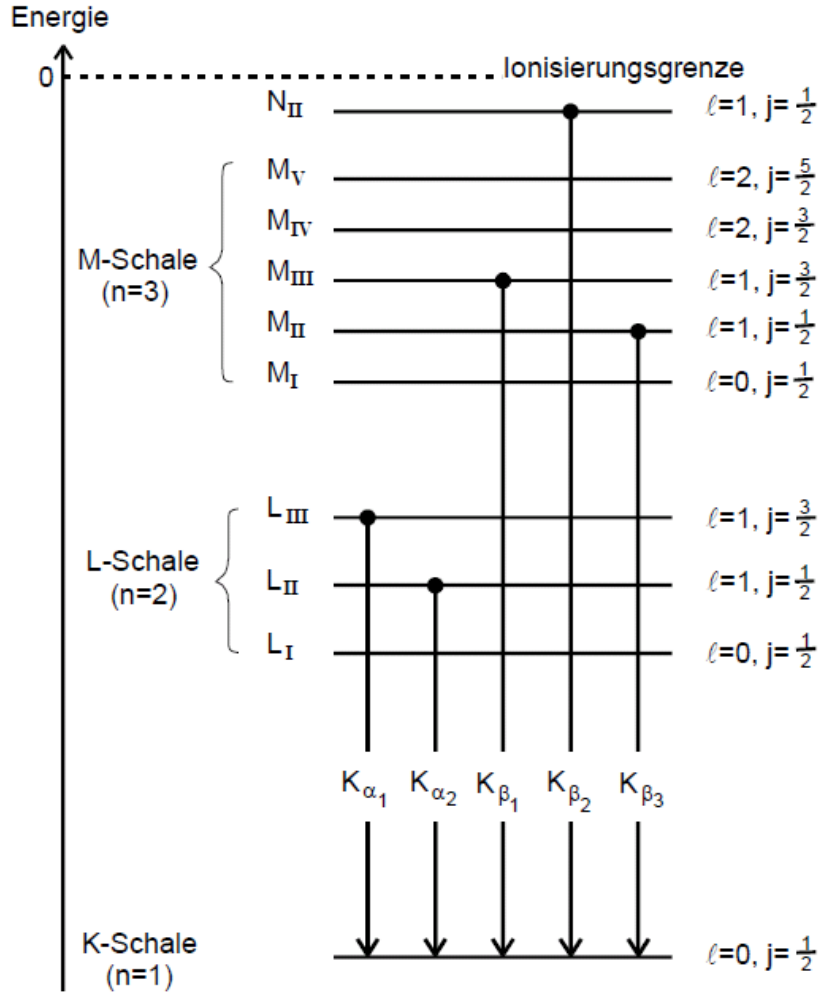


Abbildung 3: Feinstruktur-Aufspaltung in einer Elektronenhülle. [1]

Es gibt für die Existenz an Kombinationen zwei grundlegende Einschränkungen: 1. $\Delta l \leq |1|$ sein darf und 2. die Übergangswahrscheinlichkeit für $\Delta n \geq 3$ nimmt drastisch ab. Damit ergibt sich aus (8) für den Übergang zwischen zwei Niveaus mit den Quantenzahlen n, l, j und n', l', j' :

$$E = -R_\infty \left(\frac{(z - \sigma_{nl})^2}{n^2} - \frac{(z - \sigma_{n'l'})^2}{n'^2} + \alpha^2 \frac{(z - s_{nl})^4}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) - \right. \\ \left. - \alpha^2 \frac{(z - s_{n'l'})^4}{n'^3} \left(\frac{1}{j' + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n'} \right) \right). \quad (8)$$

Das Ziel dieses Experiments ist es für verschiedene Atome die Abschirmzahlen σ und s zu bestimmen. Der Weg über die Energien des Emissionsspektrums ist allerdings dafür nur bedingt geeignet. Ein besserer Weg wird im nächsten Kapitel betrachtet.

2.5 Das Absorptionsspektrum

Beim Durchgang durch Materie tritt eine Schwächung der Strahlungsintensität auf. Diese ist hauptsächlich material- und energieabhängig und tritt meist durch Absorption aber auch in geringerem Maße durch Streuung der Röntgenstrahlung auf. Die Absorption entfernt ein Hüllenelektron eines Atoms aus seiner Bindung und wird auch als „innerer Photoeffekt“ bezeichnet:

$$h\nu = E_B + E_{\text{kin}}. \quad (9)$$

Aus (9) ergibt sich, dass die Energie des Röntgenquants ($h\nu$) mindestens gleich der Bindungsenergie des Hüllennatoms (E_B) sein muss, damit der Prozess möglich ist. Überschüssige Energie wird in Form von kinetischer Energie an das Elektron weitergegeben. Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption ist proportional zur Kernladungszahl z des Absorbermaterials und der Quantenenergie $h\nu$. Im Energiebereich unter 100 keV gilt die grobe Näherung für den Absorptionskoeffizienten μ :

$$\mu \propto z^5 E^{-3.5}. \quad (10)$$

Wenn es einem Quant gelingt ein Elektron aus der Hülle zu schlagen ergibt sich für die energetische Betrachtung der K-Schale nach (6):

$$h\nu_{K_{\text{Abs}}} = E_{1,\frac{1}{2}} - E_\infty = R_\infty \left((z - \sigma_{0,1})^2 + \alpha^2 (z - s_{1,0})^4 \frac{1}{4} \right). \quad (11)$$

Innerhalb der K-Schale befinden sich jedoch nur wenig Elektronen, wodurch $s_{0,1}$ in (9) verschwindet und sich $\sigma_{0,1}$ aus einer Messung von $h\nu_{K_{\text{Abs}}}$ berechnen lässt. An dem Beispiel der 3 L-Absorptionslinien soll eine Weitere Möglichkeit zur Berechnung der Abschirmzahlen verdeutlicht werden. Nach (6) ergibt sich:

$$\begin{aligned}
h\nu_{L,\text{abs,I}} = E_{2,0,\frac{1}{2}} - E_{\infty} &= R_{\infty} \left(\frac{(z - \sigma_{2,0})^2}{8} + \alpha^2 \frac{z - s_{2,0}}{8} \frac{5}{8} \right), \\
h\nu_{L,\text{abs,II}} = E_{2,1,\frac{1}{2}} - E_{\infty} &= R_{\infty} \left(\frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{z - s_{2,1}}{8} \frac{5}{8} \right), \\
h\nu_{L,\text{abs,III}} = E_{2,1,\frac{3}{2}} - E_{\infty} &= R_{\infty} \left(\frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{z - s_{2,1}}{8} \frac{1}{8} \right), \\
\Rightarrow \quad h\nu_{L,\text{abs,II}} - h\nu_{L,\text{abs,III}} &= R_{\infty} \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{16}.
\end{aligned}$$

Daraus lässt sich nun die Abschirmzahl $s_{2,1}$ berechnen. Experimentell bestrahlt man das zu untersuchende Material mit monoenergetischen Röntgen-Quanten und misst die Intensität der durchgehenden Strahlung in Abhängigkeit von der Energie. Hiernach erhält man eine Kurve, wie sie in Abbildung (4) idealisiert dargestellt ist.

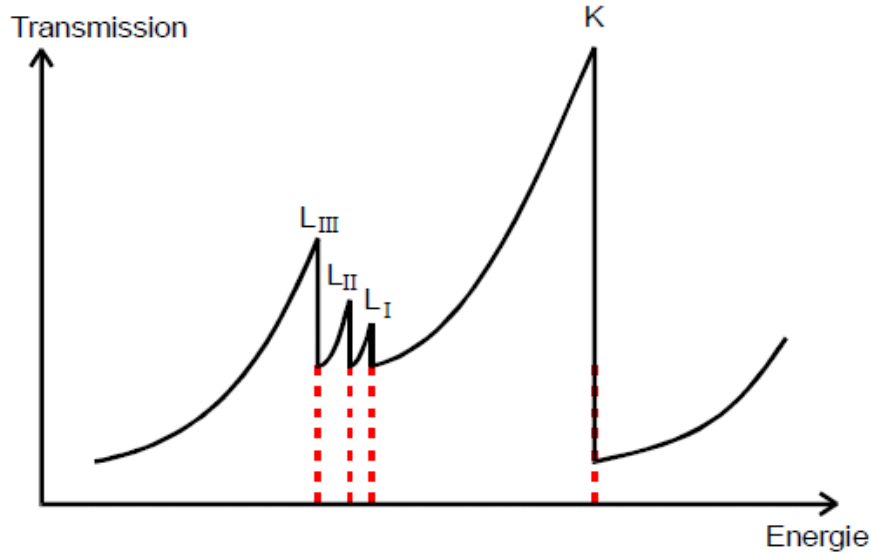


Abbildung 4: Ein typisches Röntgen-Absorptionsspektrum mit K- und L- Kanten. [1]

Nach (10) nimmt der Absorptionskoeffizient μ monoton mit der Quantenenergie ab und damit die Transmission zu. Sobald die Quantenenergie ausreicht, um ein Elektron herauszuschlagen entsteht im Idealfall eine Unstetigkeit der Kurve, was als Absorptionskante bezeichnet wird. Diese ist identisch mit der Absorptionsenergie $h\nu_{\text{abs}}$. Für die K-Schale existiert aufgrund fehlender Feinstruktur nur eine K-Kante. Die L-Schale hingegen liefert 3 Absorptionskanten deren Energien berechnet werden können und so $s_{2,1}$ berechnet werden kann.

Auf die Streuung der Röntgenstrahlung in Form des Compton-Effekts und die Entstehung von neuen Quanten durch Fluoreszenz-Strahlung wird hier nicht weiter eingegangen.

Es ist jedoch zu erwähnen, dass diese nur bei Atomen mit $z < 13$ eine Rolle spielt. Im Experiment haben wir jedoch keine so leichten Atome.

2.6 Messung von Intensität und Energie der Röntgenstrahlung

Die Intensität der Röntgenstrahlung ist proportional zur Messgröße der Quanten pro Flächen- und Zeit-Einheit. Aus diesem Grund wird das einfach zu handhabende Geiger-Müller-Zählrohr zur Messung der Intensität verwendet. Dabei wird die ionisierende Wirkung der Röntgenstrahlung ausgenutzt. Die Energie kann aus den Welleneigenschaften der Röntgenstrahlung berechnet werden. Wenn Röntgenstrahlung in Kristalle eindringt, treten Interferenzerscheinungen auf. Dies ist der Fall, da Kristalle eine räumlich periodische Anordnung von Atomen besitzen und die Strahlung an ihnen elastisch gestreut wird. Dies wird in Abbildung (5) verdeutlicht. Konstruktive Interferenz tritt nur bei Gangunterschieden von ganzzahligen Vielfachen von λ auf.

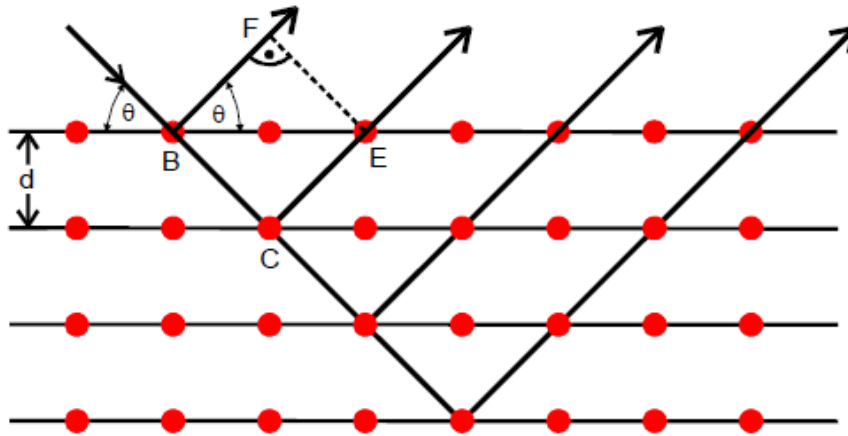


Abbildung 5: Zweidimensionales Kristallgitter zur Veranschaulichung der Interferenzbedingung. [1]

Die Winkel θ , bei welchen stark erhöhte Intensitäten gemessen werden können, lassen sich mit Hilfe der Bragg'schen Reflexionsbedingung berechnen:

$$n\lambda = 2d \sin(\theta); n = 1, 2, 3, \dots \text{ (Interferenzordnung)}. \quad (12)$$

Mit der Beziehung

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (13)$$

lässt sich die Röntgen-Quantenenergie in (12) einsetzen:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hcn}{2d \sin(\theta)}. \quad (14)$$

Man hat nun einen Zusammenhang zwischen der Röntgen-Energie E und dem Beugungswinkel θ bei gegebenem Netzaabstand d und Interferenzordnung n . Es ist nun also möglich über die Messung der Beugungswinkel direkt die Energie der Röntgen-Quanten zu ermittelt. Außerdem kann mit Hilfe der Bragg-Reflexion an einem Kristall aus einer polyenergetischen Strahlung eine nahezu monoenergetische Strahlung erzeugt werden.

3 Aufbau und Durchführung

Für diesen Versuch durchläuft das Röntgenlicht eine Blende, wodurch ein Strahl erzeugt wird. Dieser trifft auf einen Drehbaren Kristall mit Gitternetzabstand $d = 201 \text{ pm}$. Hier wird der Strahl unter Braggbedingungen reflektiert, wobei lediglich die Interferenzordnung $n = 1$ auftritt. Der reflektierte und gebeugte Strahl wird schließlich von einem Impulsratemeter detektiert. An diesem lassen sich zusätzlich die zu untersuchenden Materialien befestigen.

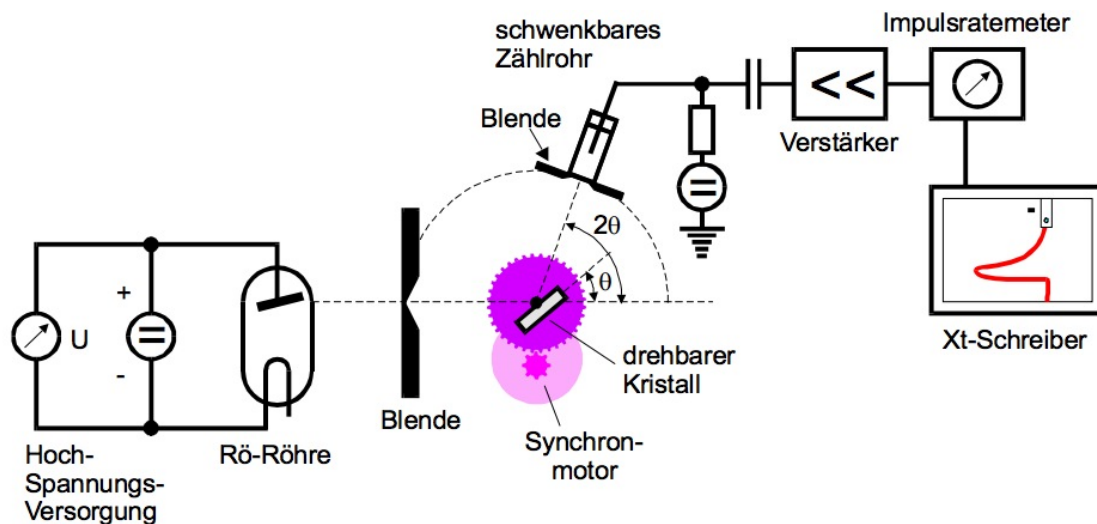


Abbildung 6: Versuchsaufbau [1]

Das so gewonnene Signal kann nun am PC als Intensität I gegen den Winkel θ aufgetragen werden. Es ist zu beachten, dass dieses Signal lediglich eine Mittelung über etliche Röntgenquanten ist. Plötzliche Impulsänderungen, die z.B. an den Absorptionskanten auftreten werden somit nicht scharf aufgelöst.

Alle Messungen wurden vollautomatisch durchgeführt. Nachdem die zu untersuchende Probe vor dem Zählrohr eingespannt wurde, konnte die Winkelauflösung und der Winkelbereich eingestellt werden. Die Messapparatur lieferte dann ein Signal, welches direkt am PC visualisiert und gespeichert wurde. Hierfür wurde die Software „measure 4.6.10“ vom Apparaturhersteller PHYWE genutzt.

3.1 Messaufgaben

1. Abschirmzahl $\sigma_{1,0}$ von $_{32}\text{Ge}$ und $_{41}\text{Nb}$ aus den K Absorptionskanten.
2. Abschirmzahl $s_{2,1}$ von $_{79}\text{Au}$ und $_{80}\text{Hg}$ aus den L_{II} und L_{III} Absorptionskanten.
3. Schätzung der Abschirmzahlen σ_1 und σ_2 für $_{28}\text{Cu}$ ohne Berücksichtigung des Drehimpulsbeitrages aus den Emissionsenergien L_{K_α} und L_{K_β} .
4. Das energetischen Auflösungsvermögen der Apparatur.

4 Auswertung

Begonnen wurde mit Messaufgabe 4, da hierdurch schnell überprüft werden konnte, ob die Apparatur richtig justiert ist. Anschließend konnten alle anderen Messungen durchgeführt werden.

Die Schwierigkeit lag dabei in der Bestimmung der Winkel θ , an denen die Intensität theoretisch sprunghaft, in der Realität jedoch stetig abnimmt. Hier wurde zunächst die Intensität gegen die Energie aufgetragen, die sich nach

$$E = \frac{\hbar c n}{2d \sin \theta} \quad (15)$$

berechnen ließ (mit Lichtgeschwindigkeit c , Planck-Konstante \hbar , Gitterabstand d , Ordnung $n = 1$).

Anschließend konnten wir dort die entsprechende Kante suchen. Wegen der Unschärfe der Messung wurde gemäß

$$E = \frac{1}{n} \sum_i^n E_i$$

ein Mittelwert über alle Energien E_i , die im Bereich der Kanten in Frage kommen gebildet. Abbildung 7 zeigt exemplarisch eine Messreihe für $_{32}\text{Ge}$. Die einzelnen Messpunkte werden miteinander verbunden, damit starke Änderungen, die auf eine Kante hinweisen, besser zu erkennen sind.

Durch die Messungenauigkeit $\Delta\theta = 0,1^\circ$ im Winkel erhält man mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung den Fehler

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E}{\partial \theta} \right| \Delta\theta = \frac{\hbar c \cos \theta}{2d \sin^2 \theta} \Delta\theta.$$

4.1 Energetisches Auflösungsvermögen

Zunächst wurde der LiF-Kristall auf einen Winkel $\theta = 14^\circ$ eingestellt. Das Zählrohr wurde vom Kristall entkoppelt und durchlief einen Winkelbereich von 26° bis 30° . Das Intensitätsmaximum lag bei $2\theta = 28^\circ$, was auf eine richtig justierte Vorrichtung hindeutete.

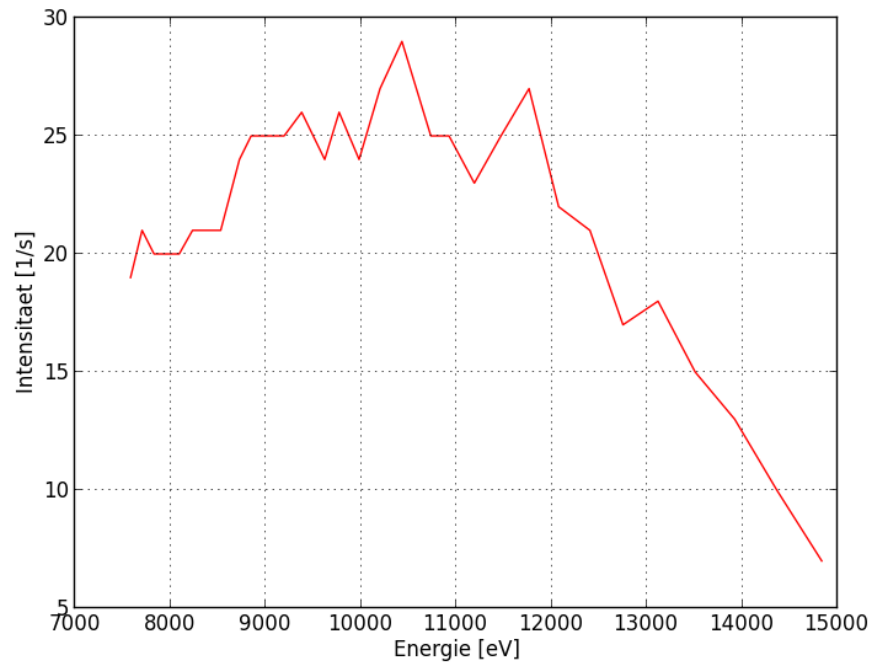


Abbildung 7: Intensitätsspektrum von Germanium

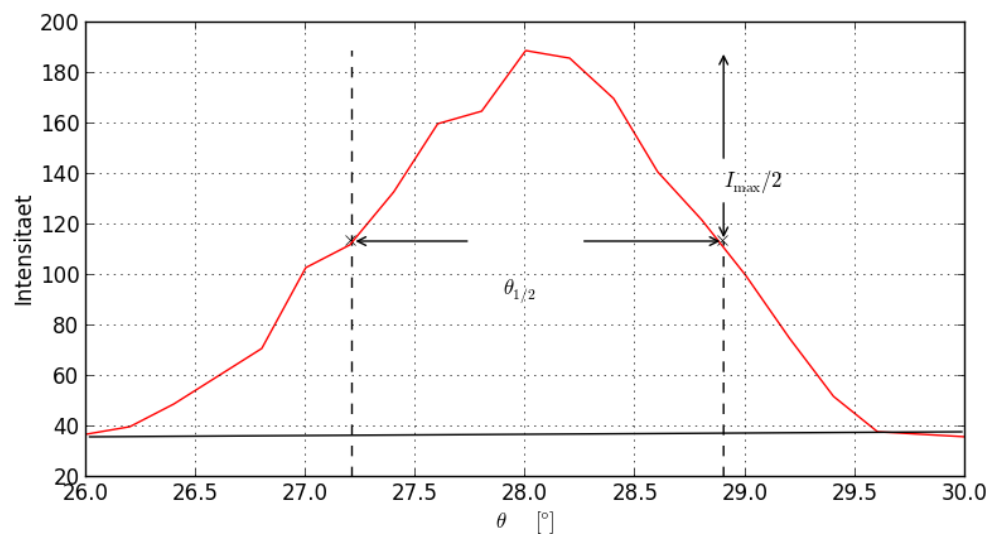


Abbildung 8: Messung zum Auflösungsvermögen

In der Abbildung 8 wurde die Winkelbreite $\theta_{1/2}$ der CuK-Emissionslinie markiert. Damit errechnen sich die Winkel zu $\theta_1 = 27,2^\circ$ und $\theta_2 = 28,9^\circ$ woraus sich mit (15) die Energien $E_1 = 6747,3 \text{ eV}$ und $E_2 = 6381,7 \text{ eV}$ ergeben.

Die Apparatur hat dann eine Auflösung von

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 365,6 \text{ eV}$$

Eine Lineare Ausgleichsrechnung führt dann zu einem Winkel $\theta = 5^\circ$ bei dem die Intensität verschwindet. Das entspricht einer Energie von $35,387 \text{ keV}$. Der Wert weicht um $1,1 \%$ vom erwarteten Wert ab. Die Kathodenspannung betrug 35 kV .

4.2 Abschirmzahlen $\sigma_{1,0}$ von $_{32}\text{Ge}$ und $_{41}\text{Nb}$

Wie oben beschrieben wird die gemittelte Energie E_K bestimmt, an dem die K-Kanten von Germanium und Niob liegen. Dadurch konnte mit

$$\sigma_{1,0} = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \alpha^2 \frac{z^4}{4}}$$

die Abschirmungszahl $\sigma_{1,0}$ für Elemente mit Kernladungszahl z zwischen ungefähr 30 und 40 berechnet werden. Der Wert R_∞ bezeichnet dabei die Rydberg-Energie, α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.

Zudem ergibt sich mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung ein weiterer Fehler

$$\Delta\sigma_{1,0} = \left| \frac{\partial\sigma_{1,0}}{\partial E_K} \right| \Delta E_K = \frac{1}{2R_\infty} \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{1}{4}z^4\alpha^2}^{-1} \cdot \Delta E_K.$$

Tabelle 1: Abschirmungszahlen für Germanium und Niob. Die Energien wurden dabei direkt aus den entsprechenden Diagrammen entnommen.

Element	$E_K [\text{keV}]$	$\sigma_{1,0}$
$_{32}\text{Ge}$	$10,581 \pm 0,060$	$4,11 \pm 0,08$
$_{41}\text{Nb}$	$18,461 \pm 0,188$	$4,16 \pm 0,18$

4.3 Abschirmzahlen $s_{2,1}$ von $_{79}\text{Au}$ und $_{80}\text{Hg}$

Für Elemente mit Kernladungszahl z zwischen 73 und 83 ließ sich die Abschirmungszahl $s_{2,1}$ wurden die L_{III} - und L_{II} -Kanten ermittelt. Grund hierfür ist die geringe Auflösung des Apparates, die es nicht ermöglicht, eine L_{I} -Kante zu identifizieren. E_L bezeichnet im Folgenden die Differenz $E_{L_{\text{III}}} - E_{L_{\text{II}}}$.

Näherungsweise gilt dann

$$s_{2,1} = z - \left[\left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{E_L}{R_\infty}} - \frac{5E_L}{R_\infty} \right) \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{E_L}{R_\infty} \right) \right]^{1/2}.$$

Auch diese Größe ist fehlerbehaftet. Gauß'sche Fehlerfortpflanzung liefert

$$\begin{aligned}\Delta s_{2,1} &= \left| \frac{\partial s_{2,1}}{\partial E_L} \right| \cdot \Delta E_L = \\ &= \frac{-95\alpha^3 E_L^{3/2} + 57\alpha^2 E_L \sqrt{R_\infty} - 80\alpha R_\infty \sqrt{E_L} + 32R_\infty^{3/2}}{4\alpha R_\infty^2 \sqrt{2E_L \left(\frac{4E_L^{1/2}}{\alpha R_\infty^{1/2}} - \frac{5E_L}{R_\infty} \right) \left(\frac{19\alpha^2 E_L}{R_\infty} + 32 \right)}} \cdot \Delta E_L.\end{aligned}$$

Wir erhalten:

Element	$E_{L_{III}}$ [keV]	$E_{L_{II}}$ [keV]	E_L [keV]	$s_{2,1}$
$_{79}\text{Au}$	$8,812 \pm 0,041$	$7,964 \pm 0,033$	$0,848 \pm 0,074$	$15,64 \pm 0,14$
$_{80}\text{Hg}$	$8,773 \pm 0,040$	$7,964 \pm 0,033$	$0,808 \pm 0,073$	$17,34 \pm 0,15$

4.4 Abschirmzahlen σ_1 und σ_2 für $_{29}\text{Cu}$

Wir suchen nun die Energien für die K_α - und K_β -Kanten im Emissionsspektrum von Kupfer, weil wir daraus σ_1 und σ_2 bestimmen können. Nach der Ermittlung dieser Werte liefert die Anleitung folgende Näherungen:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= z - \sqrt{\frac{E_{K_\beta}}{R_\infty}}, \\ \sigma_2 &= z - \sqrt{4 \left((z - \sigma_1)^2 - \frac{E_{K_\alpha}}{R_\infty} \right)}.\end{aligned}$$

Die Messung liefert uns folgende Ergebnisse:

$$\begin{aligned}E_{K_\alpha} &= (7,964 \pm 0,033) \text{ keV} \\ E_{K_\beta} &= (8,773 \pm 0,041) \text{ keV} \\ \Rightarrow \sigma_1 &= 3,61 \pm 0,04 \\ \Rightarrow \sigma_2 &= 13,63 \pm 0,50.\end{aligned}$$

Auch hier wurde die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung beachtet.

5 Diskussion

Dieser Versuch sollte eine Anwendungsmöglichkeit von Röntgenspektren beleuchten. Bei der Auswertung der Daten stellt sich heraus, dass die Messwerte stark von Literaturwerten abweichen. Besonders die Messung der L-Kanten liefert große Unterschiede, die nur durch eine fehlerhafte Messung zu erklären sind.

Tabelle 2: Errechnete Werte im Vergleich mit Literaturwerten [2]

Element	Messwert	Literaturwert	Abweichung [%]
^{32}Ge	$\sigma_{1,0} = 4,11 \pm 0,08$	$\sigma_{1,0} = 3,43$	19,8
^{41}Nb	$\sigma_{1,0} = 4,16 \pm 0,18$	$\sigma_{1,0} = 3,64$	14,3
^{79}Au	$s_{2,1} = 15,64 \pm 0,08$	$s_{2,1} = 3,75$	317,0
^{80}Hg	$s_{2,1} = 17,34 \pm 0,11$	$s_{2,1} = 3,77$	359,9

Das erste große Problem bestand in der Identifizierung der Absorptionskanten. Wie in Abbildung 7 unschwer zu erkennen ist, konnte man einen plötzlichen Abfall der Intensität nicht ohne weiteres erkennen. Ohne die vorherige Kenntnis über die Lage der Kanten lassen sich lediglich willkürliche Ergebnisse erzielen.

Zudem konnten systematische Fehler nicht ausgeschlossen werden.

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch Nr. 602 - Röntgen-Emissions- und Absorptionsspektren. Stand: Oktober 2012.
- [2] Biomolecular Structure Center der Universität von Washington, Seattle.
<http://www.bmsc.washington.edu/scatter/periodic-table.html>