1 Theorie

1.1 Ableitung einer allgemeinen Relaxationsgleichung und ihre Anwendung auf den RC-Kreis

Wenn ein System aus seinem Ausgangszustand entfernt wird und es wieder nicht-oszillatorisch in denselben zurckkehrt, treten Relaxationserscheinungen auf. Die Änderungsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt t der physikalischen Größe A ist dabei in den meisten Fällen proportional zur Abweichung der Größe A vom Endzustand $A(\infty)$. Dieser ist nur asymptotisch errechenbar.

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = c\,[A(t) - A(\infty)] \tag{1}$$

durch Integration vom Zeitpunkt 0 bis t liefert:

$$\int_{A(0)}^{A(t)} \frac{\mathrm{d}A'}{A' - A(\infty)} = \int_0^t c\,\mathrm{d}t' \tag{2}$$

oder

$$\ln \frac{A(t) - A(\infty)}{A(0) - A(\infty)} = ct \tag{3}$$

und daraus folgt:

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)]\; e^{ct} \tag{4}$$

wobei in **??** $c > 0$ sein muss, damit A beschränkt bleibt.

1.1.1 Relaxationsvorgänge am Beispiel eines Kondensators

Der Auf- und Entladevorgang eines Kondensators über einen Widerstand stellt einen Relaxationsvorgang da.
Entladevorgang:
Wenn auf den Platten eines Kondensators mit der Kapazitt C die Ladung Q liegt, so liegt zwischen ihnen die Spannung U_C:

$$U_\mathrm{C} = \frac{Q}{C} \tag{5}$$

Nach dem ohmschen Gesetz führt bedingt diese einen Strom durch den Widerstand R:

$$I = \frac{U_\mathrm{C}}{R} \tag{6}$$

Da auf dem Zeitintervall $\mathrm{d}t$ die Ladung $-\mathrm{d}I$ fließt, ändert sich die Ladung auf dem Kondensator um:

$$\mathrm{d}Q = -\mathrm{d}I \tag{7}$$

Mit Hilfe der GLeichungen **??**, **??** und **??** kann U_C und I eliminiert werden und eine Differentialgleichung entsteht.

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{RC}Q(t) \tag{8}$$

mit der Anfangsbedingung

$$U(\infty) = 0 \tag{9}$$

Daraus liefert die Integration aus **??**

$$Q(t) = Q(0)\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{10}$$

Aufladevorgang:
Wie beim Entladevorgang lässt sich der Aufladevorgang berechnen, doch werden hier die Anfangsbedingungen

$$Q(0) = 0 \text{ und } Q(\infty) = CU_0 \tag{11}$$

genutzt, wodurch sich für den Aufladevorgang ergibt

$$Q(t) = CU_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right) \tag{12}$$

wobei RC als Zeitkonstante bezeichnet wird und ist ein Maß für die Geschwindigkeit des jeweiligen Vorgangs. Während des Zeitraums $\Delta T = RC$ ändert sich die Ladung des Kondensators um

$$\frac{Q(t = RC)}{Q(0)} = \frac{1}{e}(ungefähr)0,368 \tag{13}$$

=> Nach $\Delta T = 2,3\,RC$ sind noch 10% des Ausgangswerts vorhanden und nach $\Delta T = 4,6\,RC$ noch etwa 1%.

1.2 Relaxationsphänomene, die unter dem Einfluss einer periodischen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten

Im Folgenden wird das wiederum das Verhalten des RC-Kreises, an welchem eine Sinusspannung anliegt, betrachtet, da dies eine enge Analogie zu einem mechanischen System besitzt, welches unter dem Einfluss einer Kraft mit sinusförmiger Zeitabhängigkeit steht.
Wenn für die Kreisfrequenz ω der äußeren Wechselspannung $U(t)$ mit

$$U(t) = U_0\cos\omega t \tag{14}$$

2 Auswertung

2.1 Messaufgaben

1. Man bestimme die Zeitkonstante eines RC-Gliedes durch Beobachtung des Auf oder Entladevorganges des Kondensators.

2. Man messe die Amplitude der Kondensatorspannung an einem RC-Glied, welches an einem Sinusspannungsgenerator angeschlossen ist, in Abhngigkeit von der Frequenz.

3. Man messe die Phasenverschiebung zwischen Generator- und Kondensatorspannung an einem RC-Glied in Abhngigkeit von der Frequenz.

4. Man zeige, dass ein RC-Kreis unter bestimmten Voraussetzungen als Integrator arbeiten kann.