TU Dortmund

V702 - Aktivierung mit Neutronen

Korrektur

Markus Stabrin markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 13. November 2012

Abgabedatum: 4. Dezember 2012

1 Einleitung

Im Vorliegenden Experiment wird der Zerfall instabiler Atomkerne untersucht. Dabei ist die Zerfallswahrscheinlichkei λ die wichtige kernphysikalische Größe, welche angibt wann die Hälfte einer größeren Anzahl von instabilen Kernen zerfallen ist. Diese drückt die Zerfallswahrscheinlichkeit und damit die Geschwindigkeit des Zerfalls aus. Die Proben müssen unmittelbar vor der Messung erzeugt werden, da sich die Halbwertszeiten im Sekunden bis Stundenbereich befinden. Dazu werden diese vorher mit langsamen Neutronen beschossen und dadurch instabil gemacht. In den folgenden Kapiteln wird näher auf die theoretischen Hintergründe der Kernreaktion eingegangen und auf eine Methode zur Messung der Halbwertszeit.

2 Theorie

In der Theorie ist die Kernreaktion mit Neutronen, die Erzeugung niederenergetischer Neutronen und der Zerfall instabiler Isotope interessant.

2.1 Kernreaktion mit Neutronen

2.1.1 Wechselwirkung von Teilchen mit Kernen

Bei der Absorption eines Neutrons in den Atomkern A entsteht der Zwischenkern A^* , wobei sich die kinetische und die Bindungsenergie des Neutrons auf den Gesamten Kern verteilt. Dieser angeregte Zwischenkern besitzt damit ein höheres Energieniveau. Nach etwa 10^{-16} s geht dieser durch Abgabe eines γ -Quants in den Grundzustand über.

$${}^m_z A + {}^1_0 n \rightarrow {}^{m+1}_z A^* \rightarrow {}^{m+1}_z A + \gamma.$$
(m = Massenzahl).

Da dieser neue Kern nicht stabil ist, wandelt er sich durch β -Zerfall in einen stabilen Kern um.

$$z \xrightarrow{m+1} \rightarrow_{z+1}^{m+1} C + \beta^{-} + E_{kin} + \bar{\nu}_{e}.$$

$$(\bar{\nu}_{e} = \text{Antineutrino, s. V704}).$$

Dabei wird die Überschüssige Masse gemäß der Einsteinschen Beziehung

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

in kinetische Energie von Elektron und Antineutrino umgewandelt.

2.1.2 Der Wirkungsquerschnitt

Die Wahrscheinlichkeit für die Aufnahme eines Neutrons wird durch den Wirkungsquerschnitt σ beschrieben.

$$\sigma = \frac{u}{nKd}.$$

u = Einfänge pro Sekunde, d = Dicke der Folie, $K = Atome/cm^3$, n = Neutroneneinfall pro Sekunde

Dieser ist stark von der Geschwindigkeit der Neutronen abhängig, weshalb zwischen schnellen und langsamen Neutronen unterschieden wird. Als Maß wird die De-Broglie-Wellenlänge benutzt.

$$\lambda = \frac{h}{m_n v}.$$

 $h = Planksches Wirkungsquantum, m_n = Neutronenmasse.$

Ist λ klein gegen den Kernradius ($R \approx 10^{-12}\,\mathrm{cm}$), können einfache geometrische Überlegungen angewendet werden. Diese sind für langsame Neutronen jedoch unbrauchbar. Es wurde im Experiment gezeigt, dass der Winkrungsquerschnitt für bestimmte Geschwindigkeiten um mehrere Zehnerpotenzen größer sein kann als der geometrische Querschnitt. Breit und Wiegner gaben dazu an:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{\rm ri}}{E}} \frac{\tilde{c}}{(E - E_{\rm ri})^2 + \tilde{c}}.$$

 \tilde{c} und $\sigma_0=$ charakteristische Kosntanten der betreffenden Kernreaktion.

Es ist zu erkennen, dass für $\sigma(E)$ immer dann ein Maximum erreicht wird, wenn die Einfallende Energie gleich der Höhe eines Energieniveaus ist. Mit $E \ll E_{ri}$ ist $(E - E_{ri})^2$ näherungsweise konstant und daraus folgt:

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{1}{v}.\tag{1}$$

Daraus folgt, dass langsame Neutronen mit höherer Wahrscheinlichkeit absorbiert werden.

2.2 Erzeugung niederenergetischer Neutronen

Freie Neutronen sind instabil und sind in der Natur daher nicht vorhanden. Für den Versuch werden sie mit Hilfe des Beschusses von 9Be Kernen mit α -Teilchen erzeugt, wobei diese aus dem Zerfall von ^{226}Ra -Kernen stammen.

$${}_{4}^{9}Be + {}_{2}^{4} \alpha \rightarrow {}_{6}^{12} C + {}_{0}^{1} n.$$

Abgebremst werden diese durch elastische Stöße in einer dicken Materieschicht. Dabei wird vorzugsweise ein Material gewählt, dessen Atome aus möglichst viel Wasserstoff besteht (in unserem Falle Paraffin). Da beim elastischen Stoß gilt:

$$E_{\ddot{u}} = E_0 \frac{4Mm}{(M+m)^2}.$$

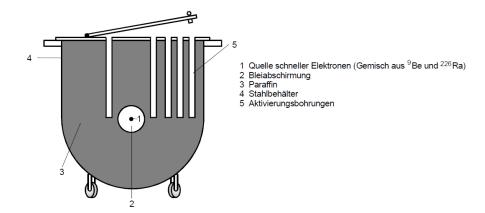


Abbildung 1: Querschnitt durch die hier verwendete Quelle für thermische Neutronen

Demnach bietet sich Wasserstoff an, da der Bremseffekt am größten ist, wenn die Massen nahezu gleich sind.

Bei diesem Vorgang werden die Neutronen auf etwa 2,2 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ abgebremst. Neutronen mit dieser Eigenschaft werden als thermische Elektronen bezeichnet.

2.3 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope

Für diesen Versuch wurden die Elemente ¹¹⁵In und ¹⁰³Rh benutzt für deren Zerfall gilt:

$$\begin{array}{lll} ^{115}_{49} \mathrm{In} & + & n \rightarrow ^{116}_{49} \mathrm{In} \rightarrow ^{116}_{50} \mathrm{Sn} + \beta^{-} + \bar{\nu}_{e}, \\ ^{103}_{45} \mathrm{Rh} & + & n \left\{ \begin{array}{ll} ^{10\%}_{45} & ^{104i}_{45} \mathrm{Rh} \rightarrow ^{104}_{45} \mathrm{Rh} + \gamma \rightarrow ^{104}_{46} \mathrm{Pd} + \beta^{-} + \bar{\nu}_{e}, \\ ^{90\%}_{45} & ^{104}_{45} \mathrm{Rh} \rightarrow ^{104}_{46} \mathrm{Pd} + \beta^{-} + \bar{\nu}_{e}. \end{array} \right. .$$

Für den Radioaktiven Zerfall gilt:

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t). \tag{2}$$

$$(\lambda = \text{Zerfallskonstante}).$$

Daraus folgt aus (2) für die Halbwertszeit aus der Zerfallskonstanten:

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 exp(-\lambda T),$$

$$\Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$
(3)

Da N(t) nicht zuverlässig ermittelt werden kann, wird stattdessen $N_{\Delta t}(t)$ gemessen. $N_{\Delta t}(t)$ steht dabei für die in der Zeit Δt zerfallenen Kerne. Dabei gilt:

$$\ln N_{\Delta t}(t) = \ln N_0 (1 - \exp(-\lambda \Delta t) - \lambda t. \tag{4}$$

Daraus lässt sich mit einer linearen Ausgleichsrechnung λ bestimmen, da $\ln N_0(1-\exp{(-\lambda\Delta t)})$ konstant ist. So ist die Halbwertszeit von Indium zu berechnen. Beim Rhodium müssen die beiden Isotope $^{104}_{45}$ Rh und $^{104i}_{45}$ Rh berücksichtigt werden. Beide besitzen unterschiedliche Halbwertszeiten und $^{104i}_{45}$ Rh gibt einen zusätzliches γ -Quant ab, bevor es zu $^{104}_{45}$ Rh wird. s wird auch detektiert. $\ln N_0(1-\exp{(-\lambda_l\Delta)})$ lässt sich mithilfe einer Ausgleichsrechnung bestimmen. Die Formel für λ_k ergibt sich dann durch eine Ausgleichsrechnung von der logarithmierten Gleichung (5) und t_i

$$N_{\Delta tl}(t) := N_{0l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t) \exp(-\lambda_l t),$$

$$\Rightarrow N_{\Delta tk}(t_i) = N_{\Delta t}(t_i) - N_{\Delta tl}(t_i).$$
(5)

Dabei ist t_i klein zu wählen.

3 Aufbau und Durchführung

Wir wollen die Halbwertszeiten T für $^{116}_{49}$ In (Indium) und $^{104}_{45}$ Rh, bzw. $^{104i}_{45}$ Rh (Rhodium) bestimmen.

3.1 Aufbau

Für diesen Versuch stand ein Geiger-Müller-Zählrohr (GMZ), sowie eine Zähluhr zur Verfügung. Die Proben wurden in das GMZ gegeben und die Uhr auf ein bestimmtes Zeitintervall Δt eingestellt. Alle Zerfälle, die das GMZ registrierte, wurden durch das Zählwerk gezählt. Die Anzeige wurde nach dem eingestellten Zeitintervall automatisch gelöscht und die nächste Zählung begonnen. Um die Werte bequem ablesen zu können, besaß die Zähluhr zwei Anzeigen, die abwechselnd eingeschaltet wurden. Folgende Abbildung zeigt den Aufbau:

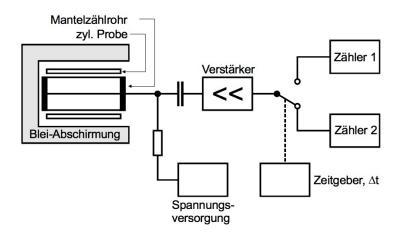


Abbildung 2: Versuchsaufbau [1]

3.2 Messaufgaben

- 1. Bestimmung der Halbwertszeit $T_{\rm In}$ von Indium-116
- 2. Bestimmung der Halbwertszeiten $T_{\rm Rh,1}$ von Rhodium-104 und $T_{\rm Rh,2}$ von Rhodium-104i

4 Auswertung

Vor allen Messungen musste der Nulleffekt ermittelt werden, um unsere Messwerte später von diesem zu bereinigen. Hierfür wurden die Zerfälle $N_{\rm u}$, die ohne Probe ermittelt werden, über lange Zeit gezählt. Anschließend konnten die eigentlichen Messungen durchgeführt werden.

Um auf die Halbwertszeiten zu schließen konnte die Beziehung (3) aus Kapitel 2 verwendet werden. Weil die Messwerte Poisson-verteilt sind, betrug der Fehler auf die Messwerte

$$\begin{array}{lcl} \Delta N_{\Delta t, \mathrm{gem}} & = & \sqrt{N_{\Delta t, \mathrm{gem}}}, \\ \Delta N_{\Delta t, \mathrm{u}} & = & \sqrt{N_{\Delta t, \mathrm{u}}}, \\ \Rightarrow \Delta N_{\Delta t} & = & \sqrt{N_{\Delta t, \mathrm{gem}} + N_{\Delta t, \mathrm{u}}}. \end{array}$$

 $N_{\Delta t,\mathrm{u}}$ bezeichnet dabei den Nulleffekt pro Messung. Dieser betrug für das Messintervall Δt

$$\Delta N_{\Delta t, \mathbf{u}} = \frac{256}{900} \frac{1}{\mathbf{s}} \cdot \Delta t.$$

Um eine Ausgleichsrechnung durchzuführen wurden die Werte linearisiert. Danach konnte eine lineare Regression mit scipy durchgeführt werden, welche λ und somit die Halbwertszeiten T lieferte.

4.1 Halbwertszeit von Indium

Es wurden 15 Messungen über jeweils $\Delta t = 240\,\mathrm{s}$ durchgeführt. Anschließend konnte, wie oben beschrieben, durch lineare Regression T_{In} ermittelt werden. Es musste dabei wiederum ein Gauß'scher Fehler berücksichtigt werden:

$$\Delta T = \left| \frac{\partial T}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda \right| = \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \ln 2,$$

wobei $\Delta\lambda$ den Fehler der linearen Regression bezeichnet. Es ergaben sich die Werte

$$\lambda = (188.9 \pm 1.0) \cdot 10^{-6} \frac{1}{s},$$

 $T_{\text{In}} = (3668 \pm 186) \text{ s}.$

Tabelle 1: Messwerte für Indium-116

Messung	$N_{\Delta t, \mathrm{gem}}$	$N_{\Delta t}$	Messung	$N_{\Delta t, \mathrm{gem}}$	$N_{\Delta t}$
1	2265	2197	9	1696	1628
2	2236	2168	10	1613	1545
3	2243	2175	11	1519	1451
4	2038	1970	12	1421	1353
5	1926	1858	13	1412	1344
6	1875	1807	14	1352	1284
7	1639	1571	15	1203	1135
8	1756	1688			

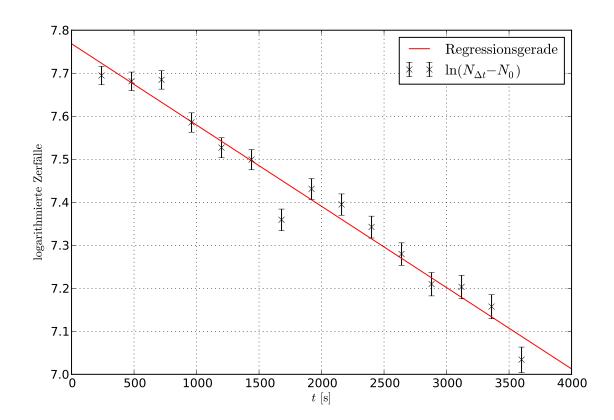


Abbildung 3: Bereinigte Messwerte und Graph für Indium-116

4.2 Halbwertszeit von Rhodium

Bei dieser Messung war zu beachten, dass die Probe zwei verschiedene Isotope $^{104}_{45}$ Rh und das angeregte $^{104i}_{45}$ Rh enthielt. Weil beide Isotope aber unterschiedliche Halbwertszeiten $T_{\rm Rh}$ haben, konnte zunächst, wie in Kapitel 2 beschrieben, die größere Halbwertszeit $T_{\rm Rh,2}$ bestimmt werden.

Anschließend wurden die hierdurch verursachten Zerfälle von den ersten 18 Messwerten abgezogen und wie in Kapitel 4.1 fortgefahren.

Hierbei wurde über jeweils $\Delta t=12\,\mathrm{s}$ gemessen. Die Zeit t^* wurde zu 312 s gewählt. $T_{\mathrm{Rh},1}$ bezeichnet im Folgenden die Halbwertszeit für die ersten 18 Messwerte, also $^{104}_{45}\mathrm{Rh}$ und $T_{\mathrm{Rh},2}$ für die letzten 14 Messwerte, also $^{104i}_{45}\mathrm{Rh}$.

Für $^{104}_{45}$ Rh ergab sich dann

$$\lambda = (16.04 \pm 0.86) \cdot 10^{-3} \frac{1}{s},$$
 $T_{\text{In}} = (43.2 \pm 23.3) \,\text{s}.$

Für $^{104i}_{45}$ Rh lieferten die Messwerte

$$\lambda = (2.74 \pm 0.18) \cdot 10^{-3} \frac{1}{s},$$
 $T_{\text{In}} = (253.2 \pm 168.3) \text{ s}.$

Tabelle 2: Messwerte für Rhodium

Messung	$N_{\Delta t, \mathrm{gem}}$	$N_{\Delta t}$	Messung	$N_{\Delta t, \mathrm{gem}}$	$N_{\Delta t}$	Messung	$N_{\Delta t, \mathrm{gem}}$	$N_{\Delta t}$
1	449	446	15	69	66	29	23	20
2	405	402	16	72	69	30	37	34
3	402	399	17	48	45	31	25	22
4	356	353	18	55	52	32	24	21
5	278	275	19	51	48	33	17	14
6	247	244	20	50	47	34	19	16
7	165	162	21	40	37	35	19	16
8	155	152	22	30	27	36	23	20
9	162	159	23	41	38	37	30	27
10	142	139	24	31	28	38	23	20
11	112	109	25	46	43	39	21	18
12	116	113	26	23	20	40	25	22
13	97	94	27	27	24			
14	83	80	28	43	40			

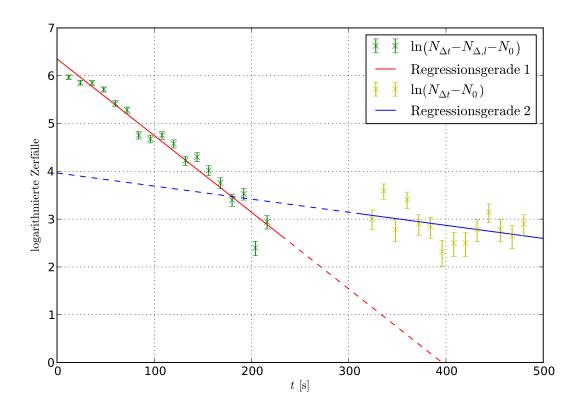


Abbildung 4: Bereinigte Messwerte und Graph für Rhodium-104 und Rhodium 104i

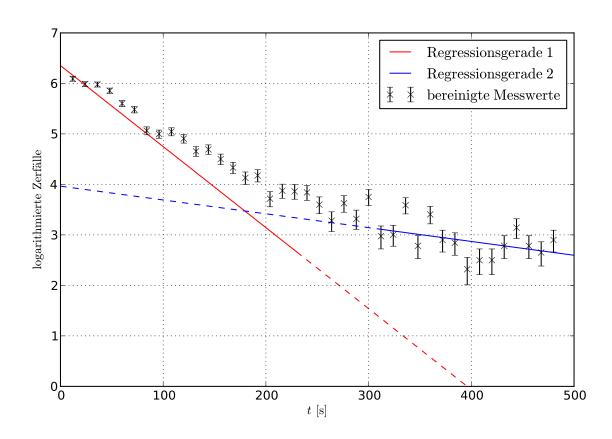


Abbildung 5: Bereinigte Messwerte für Rhodium und Ausgleichsgeraden

5 Diskussion

Die Durchführung dieses Versuches war vergleichsweise einfach, da die Proben vom Versuchsleiter getauscht wurden. Lediglich die Zeitmessung musste eigenständig durchgeführt werden. Fehlerquellen durch den Versuchsaufbau konnten somit gering gehalten werden.

Die Messwerte waren dementsprechend gut. Die Abweichungen von Literaturwerten [2] betrugen für Indium 13%. Unter Berücksichtigung der Fehler erhielt man 7%. Für Rhodium-104 betrug sie 2% und für Rhodium-104 i3%.

Bei der Messreihe für Indium ist ein Fehler durch die relativ wenigen Messwerte zu erklären. Trägt man die Werte nicht-logarithmisch auf, erkennt man nur einen kleinen Teil der Zerfallskurve.

Die Werte für Rhodium sind relativ gut.

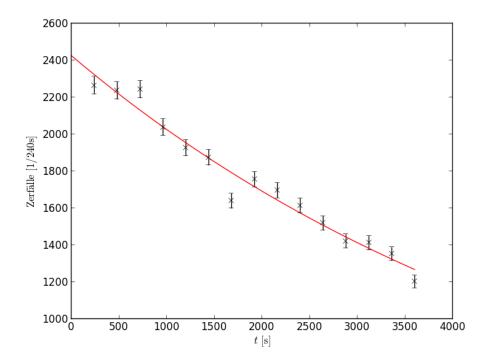


Abbildung 6: Zerfallskurve von Indium: Nur ein kleiner Teil des Verlaufs wurde durch die Messwerte sichtbar

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch Nr. 702 Aktivierung mit Neutronen. Stand: November 2012.
- [2] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory. http://www.nndc.bnl.gov/chart/. Stand: 28.11.12