

TU Dortmund

# V301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Korrektur

Markus Stabrin  
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke  
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 7. Mai 2013

Abgabedatum: 14. Mai 2013

# 1 Einleitung

Eine Spannungsquelle ist hier ein Gerät, welches über einen endlichen Zeitraum eine konstante elektrische Leistung liefern zu können. In diesem Versuch werden die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand von Spannungsquellen gemessen, um das Verhalten innerhalb einer elektrischen Schaltung beschreiben zu können.

## 2 Theorie

### 2.1 Leerlaufspannung

Die Leerlaufspannung  $U_0$  liegt an den Ausgangsklemmen einer Spannungsquelle an, wenn kein Strom entnommen wird.

### 2.2 Innenwiderstand

Fließt ein endlicher Strom  $I$  durch Anschluss eines Lastwiderstandes  $R_a$ , sinkt die Klemmenspannung  $U_k$  auf einen Wert unterhalb von  $U_0$ .

Dies ist erklärbar, wenn der Spannungsquelle ein Innenwiderstand  $R_i$  zugeordnet wird.

### 2.3 Ersatzschaltbild

Der gestrichelte Bereich in Abb. 1 wird als Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle verwendet. Es besteht aus einer idealen Spannungsquelle, welche eine Leerlaufspannung  $U_0$  liefert, und einem dazu in Reihe geschaltetem ohmschen Widerstand  $R_i$ .

### 2.4 Direkte Messung der Leerlaufspannung

Das zweite Kirchhoffschen Gesetz lautet:

$$\sum_n U_{0,n} = \sum_m R_m I_m \quad . \quad (1)$$

Für das vorliegende Problem in Abb. 1 ergibt sich aus (1):

$$\begin{aligned} U_0 &= IR_i + IR_i \quad , \\ U_k = IR_a &= U_0 - IR_i \quad . \end{aligned} \quad (2)$$

Daraus folgt, dass mit zunehmendem Strom  $I$  die Klemmenspannung  $U_k$  absinkt. Zudem

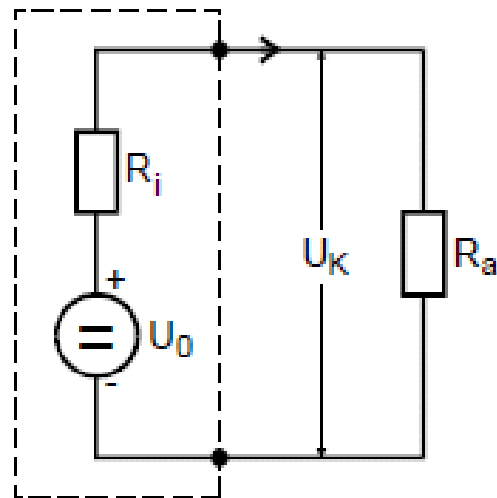


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand  $R_a$  [1].

ergibt sich, dass zu einer direkten Messung der Leerlaufspannung  $U_0$  ein hochohmiges Voltmeter erforderlich ist. Im Falle eines kleinen Stromes kann so der Term  $IR_i$  in Gleichung (2) vernachlässigt werden, sodass gilt  $U_k \approx U_0$ .

## 2.5 Leistungsanpassung

Der Innenwiderstand  $R_i$  bewirkt, dass sich keine beliebig hohe Leistung der Spannungsquelle entnehmen lässt.

Für die Leistung ergibt sich:

$$N(R_a) = I^2 R_a = \frac{U_0^2 R_a}{(R_a + R_i)^2} \quad . \quad (3)$$

Die Leistung  $N(R_a)$  durchläuft ein Maximum bei  $R_{a,\max} = R_i$ . Ist gerade  $R_a = R_{a,\max}$  gewählt, so wird von Leistungsanpassung gesprochen.

In der Nachrichten- und Messtechnik wird davon viel Gebrauch gemacht. In der Starkstromtechnik hingegen besitzt dies einige Nachteile, da der Innenwiderstand von z.B. RC-Generatoren oder elektronisch geregelten Spannungskonstanthaltern nicht unbedingt den Gleichstromwiderstand gegeben ist. In einem solchen Fall ist es notwendig den Innenwiderstand als differentielle Größe einzuführen:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} \quad . \quad (4)$$

## 3 Versuchsaufbau und Durchführung

### 3.1 Direkte Messung der Leerlaufspannung

Die Schaltung wird nach Abb.2 aufgebaut. Der Widerstand  $R_a$  entspricht hierbei dem Eingangswiderstand  $R_v$  des hochohmigen Spannungsmessgerätes. Es werden  $U_k$  und  $R_v$  notiert.

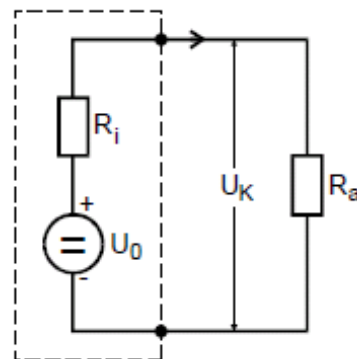


Abbildung 2: Schaltbild zur direkten Messung der Leerlaufspannung.  
[1]

### 3.2 Messung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes mittels eines variablen Widerstandes

Die Schaltung wird nach Abb.3 aufgebaut. Der variable Belastungswiderstand liegt dabei in einem Bereich von  $0\Omega$  bis  $50\Omega$ . Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen  $R_k$  die Klemmenspannung  $U_k$  in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom  $I$  aufgenommen.

### 3.3 Messung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes mittels eines variablen Widerstandes und einer Gegenspannung

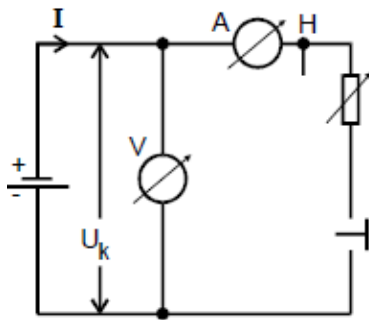


Abbildung 3: Messschaltung zur Bestimmung von  $U_0$  und  $R_i$  [1].

Die Schaltung wird nach Abb.4 aufgebaut. Die Gegenspannung soll dabei etwa 2 V größer sein als die Leerlaufspannung  $U_0$ . Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen  $R_k$  die Klemmenspannung  $U_k$  in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom  $I$  aufgenommen.

### 3.4 Sinus- und Rechteckausgang

Die Schaltung wird nach Abb.3 aufgebaut. Nun wird jedoch ein Sinus- bzw. Rechteckspannungsgenerator angeschlossen. Für die Messung mit der Rechteckspannung wird ein variabler Widerstand von  $20\Omega$  bis

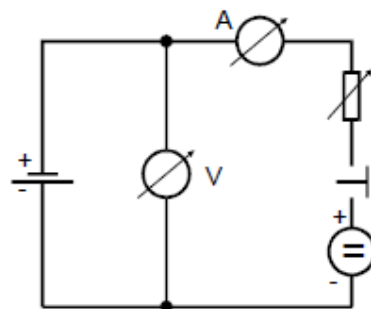


Abbildung 4: Messschaltung zur Bestimmung von  $U_0$  und  $R_i$  mittels einer Gegenspannung [1].

250  $\Omega$  benutzt.

Bei der Messung mit der Sinusspannung hingegen einer mit einem Bereich von 0,1 k $\Omega$  bis 5 k $\Omega$ .

Es werden bei 10 verschiedenen Belastungswiderständen  $R_k$  die Klemmenspannung  $U_k$  in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom  $I$  aufgenommen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Klemmspannungskurven

Zunächst wird für jede Spannungsquelle eine lineare Ausgleichsrechnung mit Hilfe von *python* für die Funktion (??) durchgeführt. Der y-Achsenabschnitt entspricht dabei der Leerlaufspannung  $U_0$  und die Steigung dem Innenwiderstand  $R_i$  der jeweiligen Spannungsquelle. Abbildungen 5 bis 7 zeigen die Graphen, Tabelle 1 beinhaltet die Messwerte. Die Ungenauigkeit der Messgeräte liegt bei

$$\begin{aligned}\Delta I &= \pm 1,5\%, \\ \Delta U &= \pm 2\%.\end{aligned}$$

Zudem gilt für die Leistung  $P$ :

$$\begin{aligned}P &= UI, \\ \Delta P &= \sqrt{(I\Delta U)^2 + (U\Delta I)^2}.\end{aligned}$$

Tabelle 1: Strom- und Spannungswerte der verschiedenen Spannungsquellen bei variierten Lastwiderständen  $R_a$ .

Monozelle			Rechteckspannung			Sinusspannung		
$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{V}]$	$P[\text{mW}]$	$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{mV}]$	$P[\mu\text{W}]$	$I[\text{mA}]$	$U_k[\text{V}]$	$P[\mu\text{W}]$
84	0,083	$6,97 \pm 0,17$	7,7	40	$308 \pm 8$	1,80	0,09	$162 \pm 4$
76	0,240	$18,24 \pm 0,46$	6,5	50	$325 \pm 8$	1,50	0,12	$180 \pm 4$
66	0,280	$18,48 \pm 0,46$	5,1	65	$332 \pm 8$	1,00	0,17	$170 \pm 4$
58	0,570	$33,06 \pm 0,83$	4,2	70	$294 \pm 7$	0,70	0,20	$140 \pm 4$
54	0,640	$34,56 \pm 0,86$	3,5	75	$263 \pm 7$	0,60	0,22	$132 \pm 3$
47	0,750	$35,25 \pm 0,88$	3,1	80	$248 \pm 6$	0,55	0,23	$127 \pm 3$
43	0,770	$33,11 \pm 0,83$	2,7	85	$230 \pm 6$	0,45	0,24	$108 \pm 3$
41	0,780	$31,98 \pm 0,80$	2,3	85	$196 \pm 5$	0,38	0,24	$91 \pm 2$
38	0,810	$30,78 \pm 0,77$	2,0	90	$180 \pm 4$	0,32	0,25	$80 \pm 2$
36	0,820	$29,52 \pm 0,74$	1,8	90	$162 \pm 4$	0,27	0,25	$68 \pm 2$
34	0,820	$27,88 \pm 0,70$	1,7	90	$153 \pm 4$	0,25	0,25	$62 \pm 2$

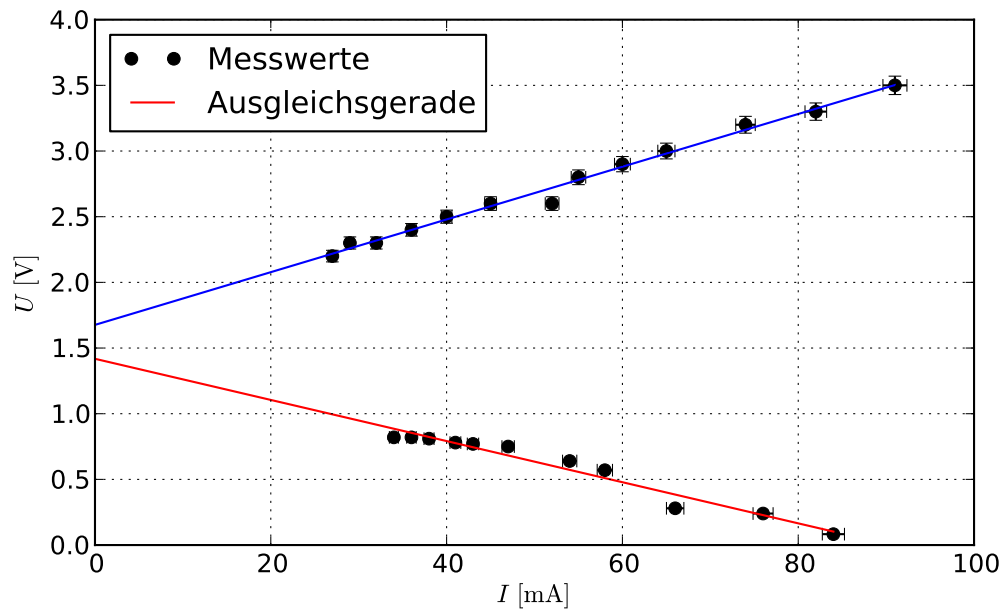


Abbildung 5: Spannungs- Stromkurve der Monozelle.

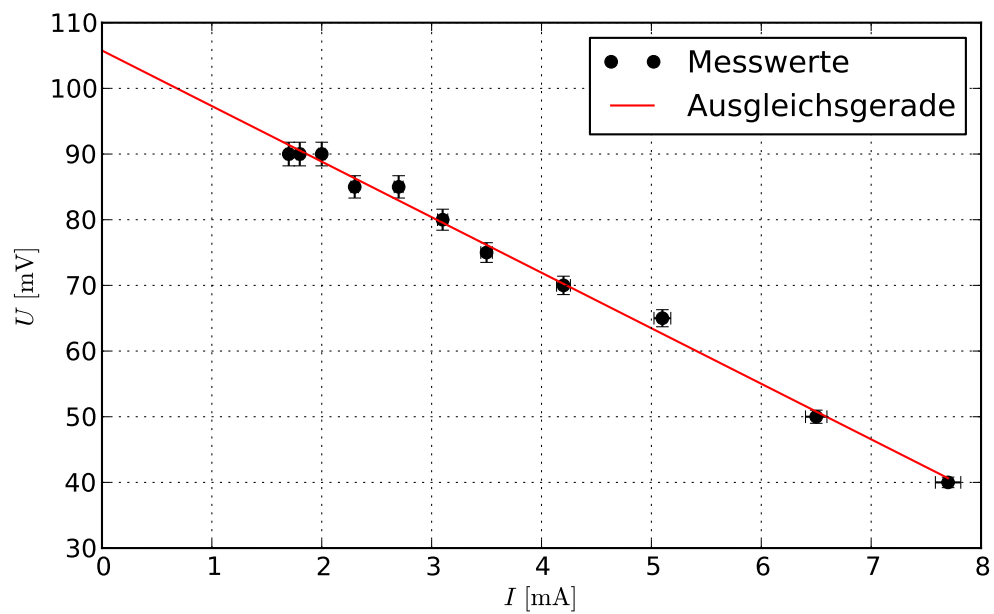


Abbildung 6: Spannungs- Stromkurve der Rechteckspannung

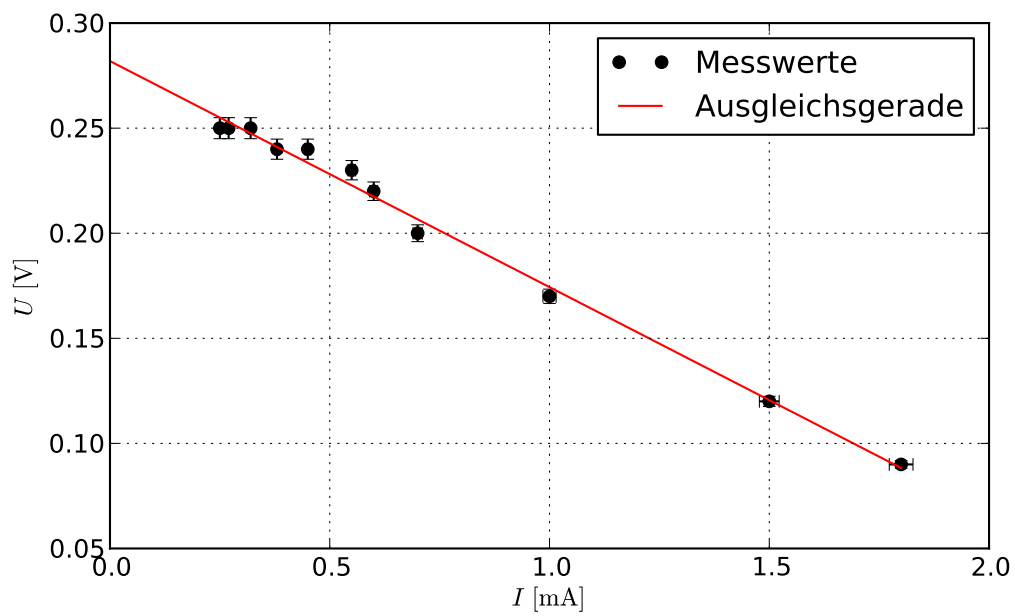


Abbildung 7: Spannungs- Stromkurve der Sinusspannung

## 4.2 Innenwiderstand $R_i$ und Leerlaufspannung $U_0$

Die Ausgleichsrechnung in Kapitel 4.1 liefert die Werte für die jeweiligen Innenwiderstände  $R_i$  und Leerlaufspannungen  $U_0$  der verschiedenen Spannungsquellen. Tabelle 2 beinhaltet die Werte.

Tabelle 2: Innenwiderstand  $R_i$  und Leerlaufspannung  $U_0$ .

Spannungsquelle	$R_i[\Omega]$	$U_0[\text{V}]$
Monozelle	$15,7 \pm 1,1$	$1,418 \pm 0,060$
Monozelle, Gegenspannung	$20,1 \pm 0,6$	$1,676 \pm 0,034$
Rechteckspannung	$107,6 \pm 3,0$	$0,106 \pm 0,001$
Sinusspannung	$8,5 \pm 0,2$	$0,282 \pm 0,003$

## 4.3 Systematische Fehler

Der Systematische Fehler  $\Delta_s U_0$  bei der direkten Messung der Leerlaufspannung beträgt nach Umstellen von Gleichung (??):

$$\Delta_s U_0 = U_k \frac{R_i}{R_a}.$$

Mit einem Außenwiderstand im Voltmeter von  $R_a \approx 10 \text{ M}\Omega$  und der direkt gemessenen Spannung

$$U_0 = 1,65 \text{ V},$$

folgt der Fehler

$$\Delta_s U_0 = 2,59 \mu\Omega.$$

Das entspricht einem relativen Fehler  $\delta_s$  von  $\delta_s = 1,57 \cdot 10^{-4} \%$ .

Schließt man das Voltmeter nicht wie vorgegeben an, sondern hinter dem Amperemeter, fällt in diesem – zusätzlich zur Leerlaufspannung  $U_0$  – eine Spannung  $U_A$  ab.

## 4.4 Leistungsdiagramm

Im folgenden Diagramm 8 ist die Leistung  $P$ , die im Belastungswiderstand  $R_a$  umgesetzt wird, aufgetragen. Zusätzlich ist der Graph der theoretisch errechneten Leistungskurve  $N = f(R_a)$  eingetragen. Die Leistungskurve berechnet sich mit Gleichung (??) nach

$$N = I^2 R_a = \frac{U_0^2 R_a}{(R_i + R_a)^2}.$$

Hierbei werden die Werte des Innenwiderstandes  $R_i$  und der Leerlaufspannung  $U_0$  ohne Gegenspannung aus Kapitel 4.2 verwendet.



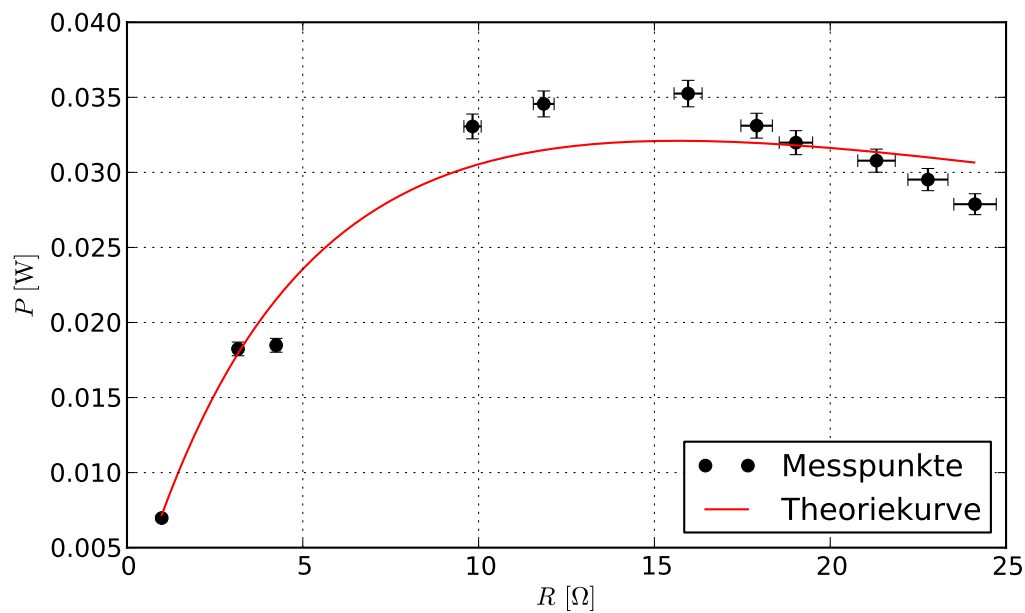


Abbildung 8: Leistungsdigramm der Monozelle mit theoretischer Leistungskurve.

## 5 Diskussion

Wie in Kapitel 4.3 dargestellt, sind die bekannten Systematischen Fehler gering. Dennoch weichen die gemessenen Leistungswerte der Monozelle von der Theoriekurve ab. Die lässt möglicherweise sich durch Messfehler und nicht berücksichtigte Kabelwiderstände erklären. Ein weiterer Indiz für fehlerhafte Messung ist das Ergebnis der Leerlaufspannung der Monozelle mit und ohne Gegenspannung. Während ohne Gegenspannung ein Wert von

## Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch Nr.301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen. <http://129.217.224.2/HOME/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>. Stand: Mai 2013.