

TU Dortmund

V207 - Das Stefan-Boltzmann Gesetz

Markus Stabrin
markus.stabrin@tu-dortmund.de

Kevin Heinicke
kevin.heinicke@tu-dortmund.de

Versuchsdatum: 4. Dezember 2012

Abgabedatum: 18. Dezember 2012

1 Einleitung

In diesem Versuch wird mit Hilfe des Stefan-Boltzmann Gesetzes das Absorptions- und Emissionsvermögen verschiedener Oberflächen untersucht.

2 Theorie

Jeder Körper strahlt Wärme in Form von infraroter Strahlung ab oder absorbiert sie. Wie gut die Wärme aufgenommen oder abgegeben werden kann wird durch das Emissionsvermögen ϵ , beziehungsweise das Absorptionsvermögen A beschrieben. Die Größen ϵ und A nehmen dabei Werte zwischen 0 und 1 an und hängen hauptsächlich von der Temperatur T des Körpers und der Wellenlänge λ der Strahlung ab. Ein Wert $\epsilon = A = 1$, bedeutet, dass die gesamte Energie abgestrahlt wird. Man bezeichnet den Körper dann als Weißen Körper. Bei einem Wert 0 strahlt der Körper keine Energie ab und er heißt Schwarzer Körper. Eingestrahlte Energie wird dementsprechend bei $A = 1$ völlig absorbiert und bei $A = 0$ reflektiert. Es gilt

$$\epsilon(\lambda, T) = A(\lambda, T) = 1 - R(\lambda, T).$$

Dabei bezeichnet R das Reflexionsvermögen.

Die Extremfälle $\epsilon = 0$ und $\epsilon = 1$ treten in der Realität jedoch nicht auf. Man erreicht jedoch annähernd Schwarze Körper, indem man einen Hohlraum mit nur einer kleinen Öffnung benutzt. Strahlung kann hier eintreten und wird im Inneren mehrfach reflektiert, wobei jedes Mal ein Teil der Energie absorbiert wird.

Alle Körper, die ein Emissionsvermögen < 1 besitzen nennt man Graue Körper.

2.1 Planck'sches Strahlungsgesetz

Die von einem Körper abgestrahlte Leistung P , die sich über einen bestimmten Raumwinkel Ω_0 verteilt, lässt sich durch das Planck'sche Strahlungsgesetz beschreiben:

$$P(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\Omega_0 \lambda^5} \left[\exp\left(\frac{ch}{k\lambda T} - 1\right) \right]^{-1}.$$

Hierbei ist k die Boltzmann-Konstante, c die Lichtgeschwindigkeit und h die Planck-Konstante.

Es lässt sich erkennen, dass sich das Maximum der Leistung für höhere Temperaturen T zu geringen Wellenlängen λ verschiebt und immer spitzer wird. Durch numerische Lösung der Gleichung

$$\frac{\partial P(\lambda, T)}{\partial \lambda} = 0$$

folgt für die Wellenlänge λ_{\max} der maximal abgestrahlten Leistung P_{\max} bei einer bestimmten Temperatur T :

$$\lambda_{\max} T = 2897,8 \mu\text{m K}.$$

2.2 Stefan-Boltzmann Gesetz

Integriert man $P(\lambda, T)$ über alle Wellenlängen, erhält man das Stefan-Boltzmann Gesetz. Es beschreibt die gesamte abgestrahlte Leistung in Abhängigkeit der Temperatur:

$$P(T) = \epsilon \sigma T^4.$$

Wobei die Stefan-Boltzmann Konstante $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$ nicht zu verwechseln ist mit der Boltzmann-Konstante k .

3 Aufbau und Durchführung

Um das Emissionsvermögen zu bestimmen, kann die abgestrahlte Leistung eines Körpers gemessen werden. Der gesuchte Wert ϵ ergibt sich dann aus einer linearen Regression aus den Messwerten in der Gleichung (2.2).

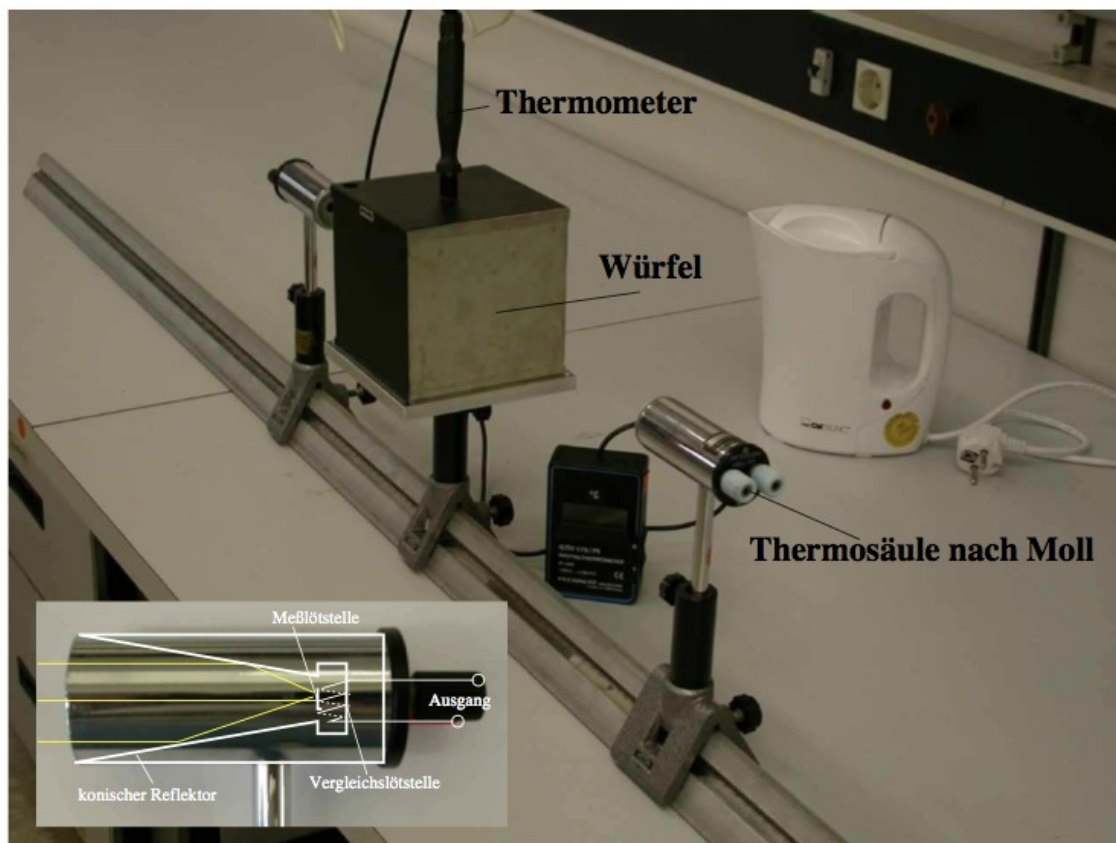


Abbildung 1: Versuchsaufbau

In diesem Versuch wird ein Würfel mit kochendem Wasser befüllt. Vier Seiten des Würfels bestehen aus verschiedenen Materialien, wodurch jeweils ein Körper mit unterschiedlichen

Emissionsvermögen simuliert wird. Einen solchen Würfel nennt man auch Leslie-Würfel. Ein Teil der abgestrahlten Leistung P wird mit Hilfe einer Thermosäule nach Moll gemessen.

Dieses Gerät liefert durch ein Thermoelement eine Spannung, die proportional zur abgestrahlten Wärme der gegenüberliegenden Oberfläche ist. Das Thermoelement ist durch einen Zylinder mit kegelförmiger Öffnung umgeben. Es ist darauf zu achten, dass das Gehäuse nicht berührt wird, da die Referenztemperatur des Thermoelements in diesem gemessen wird und schon kleine Schwankungen die Messwerte verfälschen.

Abbildung 1 zeigt den Versuchsaufbau.

Schließlich wird die Leistung P in wachsendem Abstand r gemessen und die Messwerte visualisiert. Weil es sich bei der Strahlung um Kugelwellen handelt, ist eine $1/r^2$ Abhängigkeit zu erwarten.

4 Auswertung

Die Messung der Offsetspannung U_0 ergab:

$$U_0 = 0,02 \text{ mV}.$$

Während des Versuchs kam es nicht zu Temperaturdrifts. Bei der Messung der Ansprechzeit ergab sich bereits nach 10 s eine Sättigung, weshalb wir auch für die Ansprechzeit 10 s benutzt haben.

Die Messung der Thermospannung der verschiedenen Oberflächen bei verschiedenen Temperaturen ergab die in den Tabellen (1) bis (4) gemessenen Werte. Eine lineare Regression der Werte ist in den Graphen (2) bis (5) zu erkennen.

Dabei ergibt sich für den fit mit $m \cdot x + b$ folgende Werte mit $b = -0.1$:

$$m = (2,63 \pm 0,03) \cdot 10^{-10} \quad (1)$$

$$m = (2,60 \pm 0,03) \cdot 10^{-10} \quad (2)$$

$$m = (5,10 \pm 0,35) \cdot 10^{-11} \quad (3)$$

$$m = (2,64 \pm 0,37) \cdot 10^{-11} \quad (4)$$

1: schwarz, 2: weiß, 3: matt, 4: spiegelnd

Aus dem Zusammenhang:

T[° C]	U[V]
84.8	2.25
79.8	2.05
74.9	1.82
69.7	1.61
64.8	1.38
59.9	1.20
54.8	1.00
50.0	0.82

Tabelle 1: Messung der Thermospannung einer schwarzen Oberfläche

$$\begin{aligned}
U &\propto \epsilon \sigma T^4 \\
\Rightarrow \text{const} &= \frac{\epsilon \sigma T^4}{U}, \\
\Rightarrow \frac{\epsilon \sigma T^4}{U} &= \frac{\epsilon_{\text{schwarz}} \sigma T_{\text{schwarz}}^4}{U_{\text{schwarz}}}, \\
\epsilon_{\text{schwarz}} &= 1, \\
\Rightarrow \epsilon &= \frac{T_{\text{schwarz}}^4}{U_{\text{schwarz}}} \frac{U}{T^4}, \\
m &= \frac{U}{T^4}, \\
\Rightarrow \epsilon &= \frac{m}{m_{\text{schwarz}}},
\end{aligned}$$

ergibt sich für das Emissionsvermögen der einzelnen Oberflächen:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{\text{schwarz}} &= 1 \\
\epsilon_{\text{weiß}} &= 0,99 \pm 0,04 \\
\epsilon_{\text{matt}} &= (0,19 \pm 0,05) \text{ EINHEIT} \\
\epsilon_{\text{spiegelnd}} &= (0,10 \pm 0,05) \text{ EINHEIT}
\end{aligned}$$

Der Fehler ergibt sich durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung der Fehler bei m . Die Literaturwerte [2] weichen von diesen ab. So wird beispielsweise für weiß ein Koeffizient von 0.90 bis 0.95 angegeben. Dies liegt wohl daran, dass wir die schwarze Fläche als schwarzen Strahler angenommen haben, was in wirklichkeit nicht völlig richtig ist. Eine nicht lineare Regression der Messpunkte aus Tabelle (5) mit $m/(x+b)^2$ ergibt:

$$\begin{aligned}
m &= 494,96 \pm 62,92 \\
b &= 11,38 \pm 1,97
\end{aligned}$$

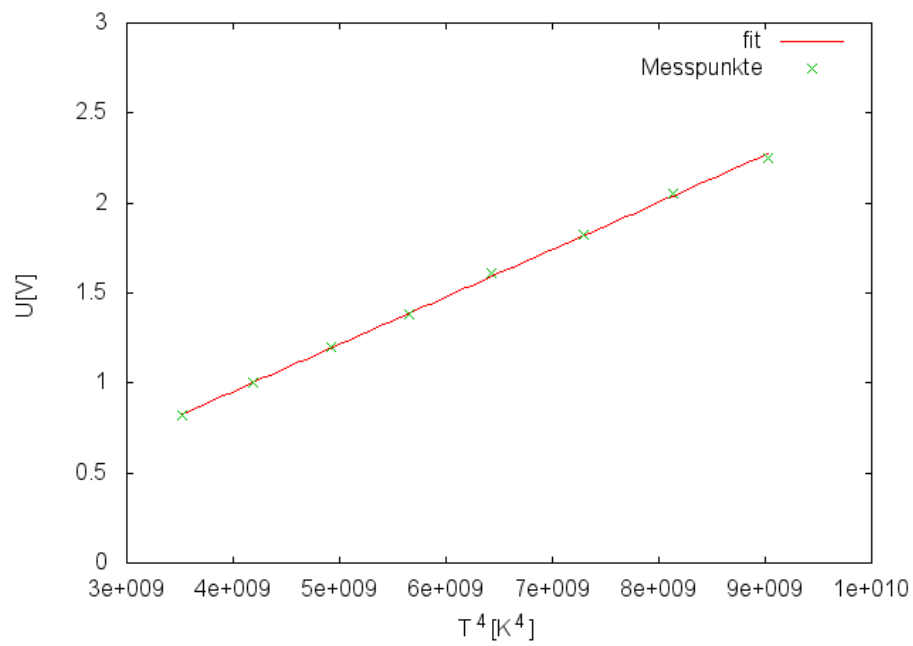


Abbildung 2: Thermospannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei der schwarzen Oberfläche

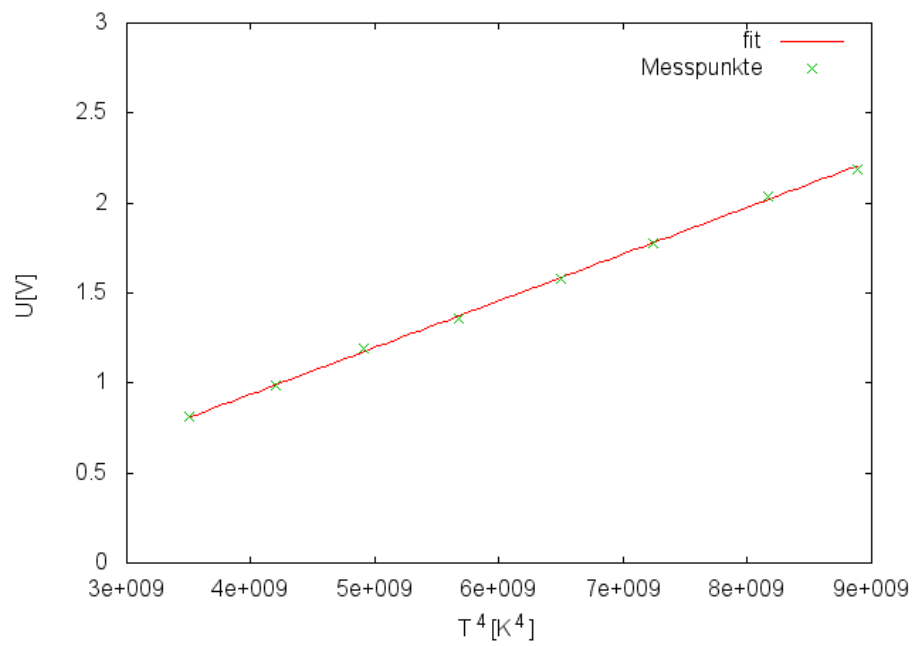


Abbildung 3: Thermospannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei der weißen Oberfläche

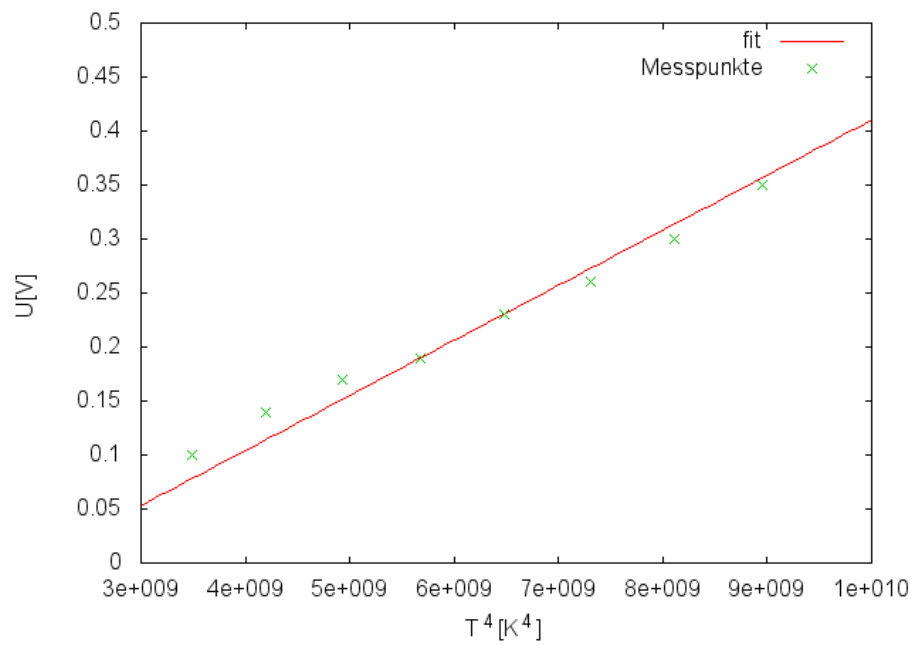


Abbildung 4: Thermospannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei der matten Oberfläche

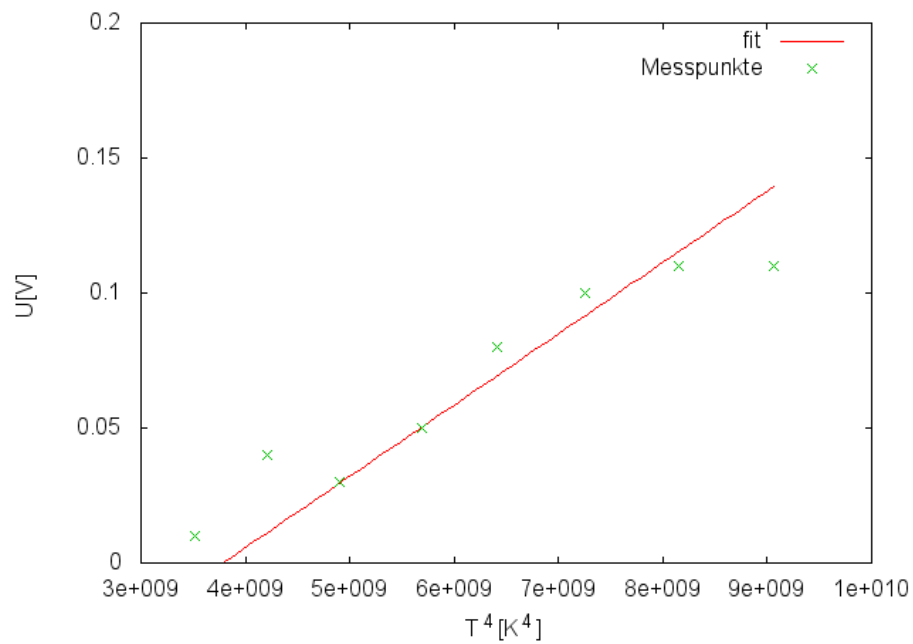


Abbildung 5: Thermospannung in Abhängigkeit von der Temperatur bei der spiegelnden Oberfläche

T[° C]	U[V]
84.0	2.19
80.0	2.04
74.6	1.78
70.1	1.58
64.9	1.36
59.8	1.19
54.9	0.99
49.9	0.81

Tabelle 2: Messung der Thermospannung einer weißen Oberfläche

T[° C]	U[V]
84.4	0.35
79.7	0.30
75.0	0.26
70.0	0.23
64.9	0.19
60.0	0.17
54.9	0.14
49.8	0.10

Tabelle 3: Messung der Thermospannung einer matten Oberfläche

T[° C]	U[V]
85.0	0.11
79.9	0.11
74.7	0.10
69.6	0.08
65.0	0.05
59.8	0.03
55.0	0.04
50.0	0.01

Tabelle 4: Messung der Thermospannung einer spiegelnden Oberfläche

Der $1/r^2$ Zusammenhang wird in Graphik (6) damit graphisch sichtbar. Dafür haben wir den ersten Messwert rausgelassen, da dieser nicht richtig lag.

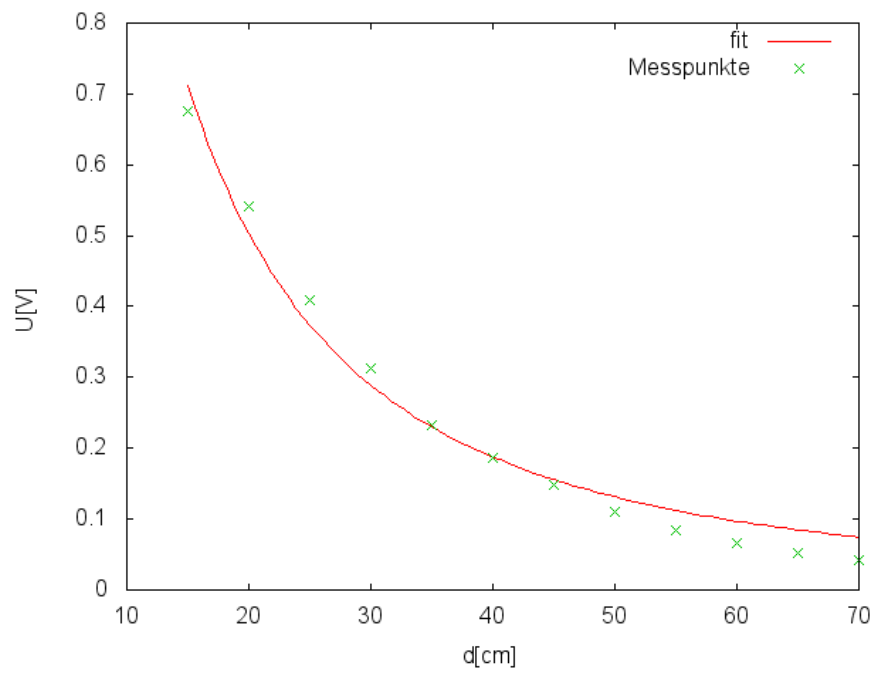


Abbildung 6: Thermospannung in Abhängigkeit vom Abstand

d[cm]	U[mV]
10	0.78
15	0.68
20	0.54
25	0.41
30	0.31
35	0.23
40	0.19
45	0.15
50	0.11
55	0.08
60	0.07
65	0.05
70	0.04

Tabelle 5: Thermospannung einer weißen Oberfläche in Abhängigkeit vom Abstand

5 Diskussion

Der Versuch hat die gewünschten Ergebnisse geliefert. Wie erwartet wurde von der schwarzen und der weißen Oberfläche am meisten absorbiert. Diese bestehen aus Materialien, welche besonders viel Strahlung absorbieren. Die matte und die spiegelnde Oberfläche hingegen kann mehr Strahlung reflektieren, wodurch das Emissionsvermögen sehr viel höher ist.

Da wir das Emissionsvermögen der schwarzen Oberfläche mit $\epsilon = 1$ gesetzt wurde, obwohl es diesen Wert nicht in der Natur gibt, sind die Emissionsvermögen der anderen Oberflächen nicht ganz exakt. Daher ist es auch schwierig die Werte mit Literaturwerten zu vergleichen, doch liegen diese im Allgemeinen nach [2] unter den gemessenen Werten. Bei der Messung der Thermospannung bei verschiedenen Abständen ergab den vermuteten Leistungsabnahmezusammenhang mit $1/r^2$.

Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum der TU Dortmund: Versuch Nr. 207 - Das Stefan-Boltzmann Gesetz. Stand: November 2012.
- [2] <http://www.omega.com/literature/transactions/volume1/emissivityb.html>