## V354

# Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

Evelyn Romanjuk evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

 $Ramona-Gabriela\ Kallo$ ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.12.17 Abgabe: 15.12.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	setzung	3		
2	The	orie	3		
3	Durchführung  Auswertung		7 9		
4					
	4.1	Berechnung der Abklingdauer und des effektiven Widerstands	9		
	4.2	Bestimmung des Widerstands beim aperiodischen Grenzfall	12		
	4.3	Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung	12		
	4.4	Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung	14		
5	Disk	kussion	16		
Lit	Literatur				

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll zuerst die Zeitabhängigkeit der Amplitude und der effektive Dämpfungswiderstand bestimmt werden. Bei dem aperiodischen Grenzfall tritt ein Dämpfungswiderstand auf, der ebenfalls bestimmt werden soll. Zuletzt wird die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung und der Phasenverschiebung ermittelt.

## 2 Theorie

Ein LC-Schwingkreis besteht hauptsächlich aus einer Induktivität L und eine Kapazität C. Das System enthält zwei Energiespeichern, zwischen denen die eingespeicherte Energiemenge hin und her ausgetauscht wird. Dabei wechselt der Strom I(t) periodisch sein Vorzeichen. Bei einer ungedämpften Schwingung bleibt die Energiemenge erhalten, solange kein Element im Schaltkreis existiert, das Energie verbraucht.

Es kommt erst zu einer gedämpften Schwingung wenn ein ohmscher Widerstand R hinzugefügt wird und an diesem die elektrische Energie in Wärmeenergie umgesetzt wird. Damit ist R als Dämpfungsfaktor anzusehen. Der Schwingkreis ist in der Abbildung 1 zu sehen und die einzelnen Spannungen, die über jedem Bauteil mit der Zeit abfallen.

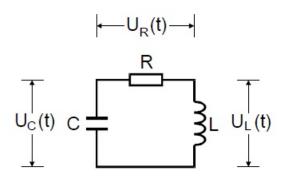


Abbildung 1: Aufbau eines RCL-Schwingkreises, [2, S. 1].

Nach der Maschenregel, dem 2. Kirchhoff'schen Gesetz, ist die Summe aller Spannungen gleich null und es gilt:

$$U_{\rm R}(t) + U_{\rm C}(t) + U_{\rm L}(t) = 0.$$

Jede Spannung wird durch den Strom I ausgedrückt und es entspricht dann:

$$\begin{split} U_{\mathrm{R}}(t) &= RI(t) \\ U_{\mathrm{C}}(t) &= \frac{Q(t)}{C} \end{split}$$

wobei 
$$I = \frac{dQ}{dt}$$
 und:

$$U_{\rm L}(t) = L\dot{I}.$$

Es wird mit Hilfe der Umformungen für die Spannungen umgeschrieben und es ergibt sich eine Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\ddot{I}(t) + \frac{R}{L}\dot{I}(t) + \frac{1}{LC}I(t) = 0.$$

Die Lösung der Differentialgleichung lautet dann:

$$I(t) = e^{-2\pi\mu t} (A_1 e^{2i\pi\nu t} + A_2 e^{-2i\pi\nu t}). \tag{1}$$

Zur Vereinfachung werden bei der Lösung für die Differentialgleichung Abkürzungen verwendet, die lauten:

$$2\pi\mu = \frac{R}{2L}$$

$$2\pi\nu = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$
(2)

Hier muss die Fallunterscheidung untersucht werden, weil die Form der Differentialgleichung von  $\nu$  abhängt, also davon ob  $\nu$  reell oder imaginär ist. Es gilt also:

$$\begin{cases} \frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}, & \text{reelle L\"osung} \\ \frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}, & \text{imagin\"are L\"osung}. \end{cases}$$

Wenn der reelle Fall für die Formel 1 erfüllt ist, dann ergibt sich unter Benutzung der Eulerschen Formel für Cosinus das folgende Ergebnis:

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t} \cos(2\pi\nu t + \eta). \tag{3}$$

Das Ergebnis aus 3 entspricht einer gedämpften Schwingung, die mit zunehmender Zeit exponentiell gegen 0 geht. Die Schwingungsdauer ist gegeben als:

$$T = \frac{1}{\nu} \tag{4}$$

wobei  $\nu$  die Frequenz darstellt. Wenn für die Formel der Schwingungsdauer aus 4  $\nu$  mit der ersten Formel aus 2 ersetzt wird, dann ergibt sich die Abklingdauer, die dem Zeitraum entspricht, in dem die Amplitude auf einen bestimmten e-ten Teil abfällt:

$$T_{\rm ex} = \frac{1}{2\pi\nu} = \frac{2L}{R}.$$

Für den Fall, dass  $\nu$  imaginär ist, liegt die aperiodische Dämpfung vor, das bedeutet die Amplitude des Stroms I(t) kann einen Extremwert erreichen oder es kann gegen null gehen. Dann gilt für die Lösung der Differentialgleichung aus 1:

$$I(t) \propto e^{-\left(\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t}.$$
 (5)

Es erfolgt der Spezialfall, in dem  $\nu = 0$  ist und es ergibt sich:

$$\frac{1}{LC} = \frac{R_{\rm ap}^2}{4L^2}.\tag{6}$$

Der Exponent bleibt in 5 reell, und daraus folgt:

$$I(t) = A \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\sqrt{LC}}}.$$

Weil die Amplitude der Stroms I(t) hier am schnellsten gegen 0 geht, ohne dabei zu schwingen, wird dieser Fall als aperiodischer Grenzfall bezeichnet.

In diesem Versuch wird der RLC-Schwingkreis zusätzlich unter dem Einfluss einer äußeren periodischen Kraft(Spannung) untersucht. Also es wird zusätzlich eine sinusförmige Wechselspannungsquelle hinzugefügt, die in der Abbildung 2 zu sehen ist. In diesem Fall

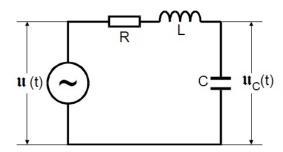


Abbildung 2: Aufbau eines RLC-Kreises bei erzwungenen Schwingungen, [2, S. 6]

liegt eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung vor, die aussieht wie:

$$LC\ddot{U_{\rm C}}(t) + RC\dot{U_{\rm C}}(t) + U_{\rm C}(t) = U_0 e^{i\omega t}. \tag{7}$$

Für die Differentialgleichung ergibt sich eine Lösung für die Spannung, die von der Zeit abhängig ist:

$$U(t) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}.$$
 (8)

Für die Erhaltung der Formel bei der Phasenverschiebung wird bei der Formel 8 der imaginäre und reelle Teil verglichen und daraus folgt:

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(U)}{\operatorname{Re}(U)}\right) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right).$$
 (9)

An dieser Stelle lässt sich die Abhängigkeit der Frequenz von der Phase zwischen Erregerund Kondensatorspannung erkennen. Für kleine Frequenzen sind die beiden Spannungen in Phase und bei hoher Frequenz bleibt  $U_{\rm C}$  hinter  $U_0$  um  $\pi$  zurück. An dieser Gleichung lässt sich außerdem erkennen, dass für Frequenzen, bei denen die Phasenverschiebung  $\frac{\pi}{4}$  oder  $\frac{3}{4}\pi$  beträgt, gilt:

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \tag{10}$$

Die Spannung des Kondensators lässt sich auch in Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$  der Erregerspannung schreiben und es ergibt sich:

$$U_{\rm C}(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}.$$
 (11)

Es lässt sich daraus schließen, dass  $U_{\rm C}$  bei kleineren Frequenzen gegen  $U_0$  strebt und bei höheren gegen 0. Bei einer Resonanz kann  $U_{\rm C}$  einen Maximalwert bei einer endlichen Frequenz erreichen, der größer als die Erregeramplitude  $U_0$  sein kann. Es gibt auch eine Resonanzfrequenz, die lautet:

$$w_{\rm res} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

Es wird vom Schwingfall(schwacher Dämpfung) gesprochen, wenn es gilt:

$$\frac{R^2}{2L^2} \ll \frac{1}{LC}. (12)$$

Damit nähert sich die Resonanzfrequenz  $w_{\rm res}$  der Kreisfrequenz  $w_0$  einer ungedämpften Schwingung an. Die Resonanzüberhöhung bzw. die Güte q eines Schwingskreises wird beschrieben durch den Faktor

$$q = \frac{1}{\omega_0 RC},\tag{13}$$

wenn das Maximum der Kondensatorspannung größer als die Erregerspannung  $U_0$  ist:

$$U_{\rm C} = \frac{1}{\omega_0 RC} U_0.$$

Die Breite der Resonanzkurve wird durch die Gleichung 11 beschrieben. Sie wird durch die Differenz der beiden Frequenzen charakterisiert, bei denen  $U_{\rm C}$  um den Faktor  $1/\sqrt{2}$  abgesunken ist. Es folgt also für die Breite der Resonanzkurve:

$$\omega_{+} - \omega_{-} \approx \frac{R}{L} \tag{14}$$

wenn

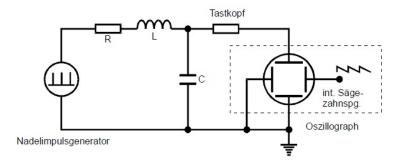
$$\frac{R^2}{L^2} \ll \omega_0^2$$

gilt.

Bei einer starken Dämpfung(Kriechfall) gilt es nämlich andersrum:

$$\frac{R^2}{2L^2} \gg \frac{1}{LC}.$$

Für hohe Frequenzen nähert sich  $U_{\rm C}$  dem Wert  $\frac{1}{\omega^2}$  an. In diesem Fall wird von einem Tiefpass gesprochen, da die Ausgangspannung mit zunehmender Frequenz gegen 0 geht.

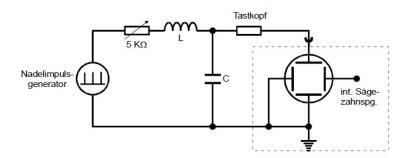


**Abbildung 3:** Aufbau der Schaltung für die Bestimmung der Zeitabhängigkeit der Amplitude sowie des effektiven Dämpfungswiderstandes, [2, S. 11].

## 3 Durchführung

Für die Bestimmung der Zeitabhängigkeit der Amplitude und des effektiven Dämpfungswiderstandes wird der folgende Aufbau der Schaltung in Abbildung 3 analysiert. Zur Messung wird zuerst der Nadelimpulsgenerator so gewählt, dass die Spannungsamplitude etwa um den Faktor 3 bis 8 abgesunken ist. Danach wird den Verlauf der Schwingungskurve gegen die Zeit abgetragen. Für jede Spannungsamplitude wird die Cursor-Funktion des Oszilloskopes benötigt. Es werden 15 Werte für die Spannungsamplituden und die Zeit t aufgeschrieben. Zuletzt wird vom angezeigten Bild ein Thermodruck angefertigt.

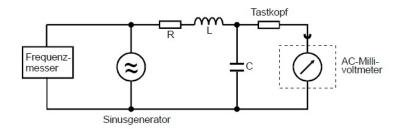
Zur Messung des Dämpfungswiderstandes  $R_{\rm ap}$ , bei dem aperiodischen Grenzfall eintritt, wird die Schaltung aus der Abbildung 4 verwendet. Der regelbare Widerstand wird auf



**Abbildung 4:** Aufbau der Schaltung zur Bestimmung des Dämpfungswiderstandes, [2, S. 12].

seinen Maximalwert eingestellt, so dass sich ein Bild für das Relaxationsverhalten eines Schwingkreises ergeben kann. Der Widerstand R wird jetzt solange verringert, bis auf dem Bildschirm ein Überschwingen zu sehen ist. Sobald an diesem Punkt das Überschwingen eingetreten ist, muss der Widerstand R wieder erhöht werden, bis das Überschwingen von gerade verschwindet. Als letztes wird der Widerstand  $R_{\rm ap}$  aufgeschrieben.

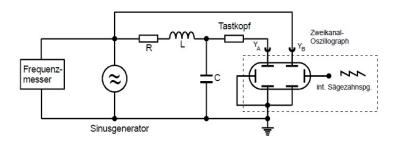
Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung wird eine andere Schaltung gebraucht, die in der Abbildung 5 zu sehen ist. Am Sinusgenerator werden



**Abbildung 5:** Aufbau der Schaltung zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung, [2, S. 12].

Frequenzen im Bereich von  $(15-60)\mathrm{kHz}$  gewählt und es werden 10 Wertepaare für Spannung und Frequenz aufgeschrieben. In diesem Bereich tritt außerdem die Resonanz auf, die genauer betrachtet werden soll. Dabei wird diese in 1 kHz-Schritten im Bereich von  $(30-40)\mathrm{kHz}$  gemessen und dabei die entsprechende Werte wieder notiert. Am Ende wird auch die Generatorspannung in Abhängigkeit von Frequenz gemessen und notiert.

Zur Messung der frequenzabhängigen Phasenverschiebung wird die Schaltung wie in Abbildung 6 aufgebaut. Am Oszilloskop ist nun die Generator- und die Kondensa-



**Abbildung 6:** Aufbau der Schaltung zur Bestimmung der Phasenverschiebung bei einem RCL-Kreis, [2, S. 13].

torspannung in Abhängigkeit von Frequenz zu sehen. Wie in der vorherigen Messung werden nacheinander die Frequenzen im Intervall von  $(15-60)\rm kHz$  eingestellt und die Phasenverschiebung der beiden Kurven bestimmt, indem mit dem Cursor der Abstand a gemessen wird. Da in diesem Fall wieder die Resonanzfrequenz eintreten kann, wird diese in 1 kHz-Schritten im Bereich von  $(30-40)\rm kHz$  gemessen und dabei die entsprechende Werte wieder notiert. Es ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 7. Der Abstand b kann aus der Frequenz bestimmt werden.

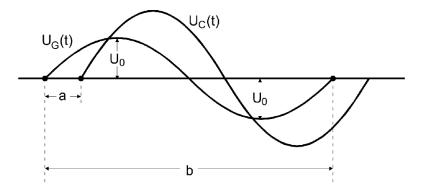


Abbildung 7: Darstellung des Ozilloskopes der beiden Kurven, [1, S. 7].

## 4 Auswertung

Die zu dem verwendeten Gerät gehörigen Daten lauten:

$$\begin{split} L &= (10,\!11 \pm 0,\!03) \cdot 10^{-3} \, \mathrm{H} \\ C &= (2,\!098 \pm 0,\!006) \cdot 10^{-9} \, \mathrm{F} \\ R_1 &= (48,\!1 \pm 0,\!1) \, \Omega \\ R_2 &= (509,\!5 \pm 0,\!5) \, \Omega \end{split}$$

## 4.1 Berechnung der Abklingdauer und des effektiven Widerstands

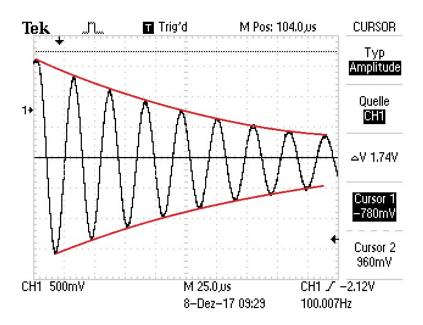


Abbildung 8: Thermodruck des Abklingvorgangs.

Abbildung (8) zeigt den Thermodruck der gedämpften Schwingung der Kondensatorspannung  $U_{\rm C}$  mit eingezeichneter Einhüllende. Diese Hülle kann durch die Funktion

$$A = A_0 \cdot e^{-2\pi\mu t} \tag{15}$$

beschrieben werden. Zur Berechnung von  $A_0$  und  $\mu$  werden die gemessenen Spannungsamplituden  $U_{\rm C}$  und Zeiten t, welche in Tabelle (1) zu finden sind, gegeneinander aufgetragen.

**Tabelle 1:** Messdaten von Spannung und Zeit zur Bestimmung der Abklingdauer und des effektiven Dämpfungswiderstandes.

$U_{ m C}/{ m V}$	$t/10^{-6}  \mathrm{s}$
1,60	-21
$1,\!54$	-3
1,30	11
1,30	26
1,10	41
1,10	56
0,94	70
0,92	85
0,82	100
0,82	115
0,68	130
0,68	144
$0,\!56$	159
$0,\!58$	174
$0,\!46$	189

Mit dem Python-Modul Matplotlib wird eine exponentielle Ausgleichskurve der Form von Gleichung (15) erstellt. Daraus ergibt sich:

$$A_0 = (1,4481 \pm 0,0004) \text{ V}$$
$$\mu = (886,8 \pm 1071,5) \frac{1}{\text{s}}.$$

Nach Umstellen von Gleichung (2) nach  $R=R_{\rm eff}$  kann der Effektivwiderstand berechnet werden. Da hierbei L und  $\mu$  fehlerbehaftete Größen sind, wird der Fehler  $\Delta R_{\rm eff}$  mithife der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\begin{split} \Delta R_{\text{eff}} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \mu}\right)^2 \cdot (\Delta \mu)^2} \\ \iff \Delta R_{\text{eff}} &= \sqrt{(4\pi\mu)^2 \cdot (\Delta L)^2 + (4\pi L)^2 \cdot (\Delta \mu)^2}. \end{split}$$

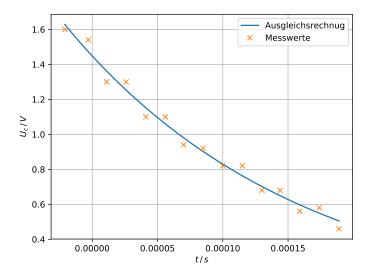


Abbildung 9: Exponentielle Regression der Spannungsamplituden.

Der Effektivwiderstand ist somit:

$$R_{\mathrm{eff}} = (112,66 \pm 136,13) \,\Omega.$$

Nun wird die Abklingdauer  $T_{\rm ex}$  berechnet. Die Berechnung des experimentellen Werts erfolgt durch Nutzung des ersten Teils der Gleichung (2) und dem bereits ermitteltem  $\mu$ . Der Fehler wird wiederum mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\begin{split} \Delta T_{\rm ex,exp} &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_{\rm ex}}{\partial \mu}\right)^2 \cdot (\Delta \mu)^2} \\ \iff \Delta T_{\rm ex,exp} &= \sqrt{\left(-\frac{1}{2\pi \mu^2}\right)^2 \cdot (\Delta \mu)^2}. \end{split}$$

Es ergibt sich:

$$T_{\rm ex,exp} = (1.79 \pm 2.17) \cdot 10^{-4} \,\mathrm{s}.$$

Der theoretische Wert wird mit dem zweiten Teil von Gleichung (2), sowie  $R_1$  und L ausgerechnet. Der Fehler ergibt sich mit

$$\begin{split} \Delta T_{\rm ex,theo} &= \sqrt{\left(\frac{\partial T_{\rm ex}}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(\frac{\partial T_{\rm ex}}{\partial R_1}\right)^2 \cdot (\Delta R_1)^2} \\ \iff \Delta T_{\rm ex,theo} &= \sqrt{\left(\frac{2}{R_1}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(-\frac{2L}{R_1^2}\right)^2 \cdot (\Delta R_1)^2}. \end{split}$$

 $T_{\rm ex,theo}$  beträgt damit

$$T_{\text{ex,theo}} = (4,204 \pm 0,015) \cdot 10^{-4} \text{ s.}$$

Die Abweichung beträgt -57.4%.

#### 4.2 Bestimmung des Widerstands beim aperiodischen Grenzfall

Der experimentell bestimmte Wert des Widerstands  $R_{\rm ap}$ , bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, beträgt:

$$R_{\rm ap.exp} = 3.5 \cdot 10^3 \,\Omega.$$

Dies wird mit dem theoretischen Wert verglichen, welcher mit Gleichung (6) berechnet wird. Der Fehler wird mit

$$\begin{split} \Delta R_{\rm ap} &= \sqrt{\left(\frac{\partial R_{\rm ap}}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(\frac{\partial R_{\rm ap}}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2} \\ \iff \Delta R_{\rm ap} &= \sqrt{\left(\frac{1}{C\sqrt{\frac{L}{C}}}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(-\frac{L}{\sqrt{\frac{L}{C}}C^2}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2} \end{split}$$

berechnet. Nach Einsetzen der Werte beläuft sich  $R_{\rm ap,theo}$  auf:

$$R_{\rm ap,theo} = (4.39 \pm 0.009) \cdot 10^3 \,\Omega.$$

Es lässt sich eine Abweichung von -20.3% feststellen.

#### 4.3 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Die gemessene Generatorspannung beträgt:

$$U_0 = 764 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{V}.$$

Zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung werden die Quotienten  $\frac{U_C}{U_0}$  und die jeweils eingestellten Frequenzen aus Tabelle (2) einmal halblogarithmisch und einmal linear gegeneinander aufgetragen, zu sehen in den Abbildungen (10) und (11).

Aus Abbildung (10) lässt sich eine Güte  $q_{\text{exp}}$  von

$$q_{\rm exp} = 1,327$$

ablesen. Der theoretische Wert der Güte wird mit Gleichung (13) berechnet. Der Fehler  $\Delta q$  ergibt sich aus:

$$\begin{split} \Delta q &= \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial C}\right)^2 \cdot (\Delta C)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial R}\right)^2 \cdot (\Delta R)^2} \\ \Delta q &= \sqrt{\left(\frac{1}{2R\sqrt{LC}}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2 + \left(-\frac{L}{2RC\sqrt{LC}}\right)^2 \cdot (\Delta C)^2 + \left(-\frac{\sqrt{LC}}{CR^2}\right)^2 \cdot (\Delta R)^2}. \end{split}$$

**Tabelle 2:** Messdaten zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung.

$\nu/10^3\mathrm{Hz}$	$U_{\mathrm{C}}/\mathrm{V}$	$rac{U_{ m C}}{U_0}$
15	0,93	1,217
20	$1,\!13$	1,479
25	1,51	1,976
30	$2,\!36$	3,089
31	2,60	3,403
32	2,78	3,639
33	2,88	3,769
34	$2,\!84$	3,717
35	$2,\!66$	3,482
36	$2,\!46$	3,219
37	$2,\!16$	$2,\!827$
38	1,94	$2,\!539$
39	1,70	$2,\!225$
40	1,48	1,937
45	$0,\!89$	$1,\!165$
50	0,60	0,785
55	$0,\!44$	$0,\!576$
60	0,34	0,445

Der theoretische Wert der Güte beträgt hiermit:

$$q = 4,309 \pm 0,009.$$

Es besteht eine Abweichung von -69,2%.

Die Breite  $(\nu_+ - \nu_-)_{\rm exp}$  der Resonanzkurve kann aus der linearen Darstellung (11) abgelesen werden. Sie beträgt:

$$(\nu_+ - \nu_-)_{\rm exp} = 9.5 \cdot 10^3 \, {\rm Hz}.$$

Der theoretische Wert kann über Gleichung (14) erhalten werden. Die Fehlerrechnung erfolgt mit:

$$\begin{split} &\Delta(\nu_+ - \nu_-)_{\rm theo} = \sqrt{\left(\frac{\partial(\nu_+ - \nu_-)}{\partial R_2}\right)^2 \cdot (\Delta R_2)^2 + \left(\frac{\partial(\nu_+ - \nu_-)}{\partial L}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2} \\ \iff &\Delta(\nu_+ - \nu_-)_{\rm theo} = \sqrt{\left(\frac{1}{L}\right)^2 \cdot (\Delta R_2)^2 + \left(-\frac{R_2}{L^2}\right)^2 \cdot (\Delta L)^2} \end{split}$$

Es ergibt sich:

$$(\nu_+ - \nu_-)_{\text{theo}} = (50.39 \pm 0.16) \cdot 10^3 \text{ Hz}.$$

Die Abweichung beträgt damit -81,1%.

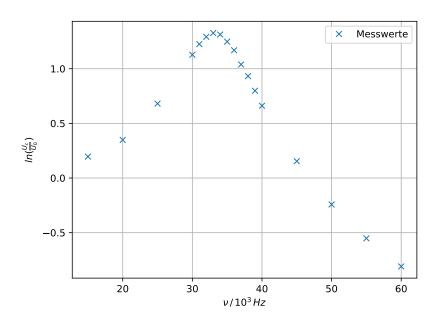


Abbildung 10: Halblogarithmische Darstellung der Resonanzkurve.

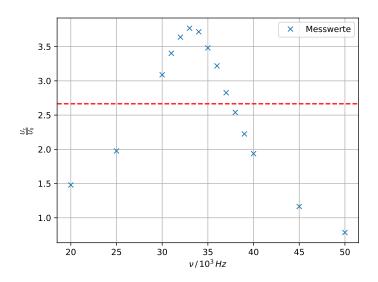


Abbildung 11: Lineare Darstellung der Resonanzkurve.

## 4.4 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung

Die Messwerte aus Tabelle (3) sind in den Abbildungen (12) und (13) halblogarithmisch bzw. linear gegeneinander aufgetragen.

**Tabelle 3:** Messdaten zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung.

$\nu/10^3\mathrm{Hz}$	$a/10^{-6} { m s}$	$\varphi/\operatorname{rad}$
15	3,20	0,302
20	1,80	$0,\!226$
25	$2,\!20$	0,346
30	4,11	0,773
31	5,00	0,974
32	5,80	1,166
33	6,60	1,368
34	$7,\!60$	1,624
35	8,40	1,847
36	8,00	1,809
37	$9,\!40$	$2,\!185$
38	9,80	2,339
39	10,00	$2,\!450$
40	10,00	2,513
45	9,60	2,714
50	$9,\!20$	2,890
55	8,60	2,972
60	7,60	2,865

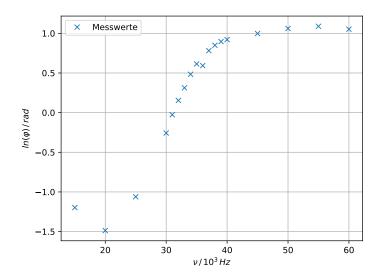


Abbildung 12: Halblogarithmische Darstellung der Phasenverschiebung.

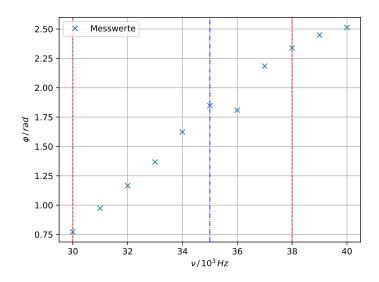


Abbildung 13: Lineare Darstellung der Phasenverschiebung.

Aus der linearen Darstellung lassen sich die Frequenzen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  sowie die Resonanzfrequenz  $\nu_{\rm res}$  ablesen. Diese Werte werden mit den theoretischen Werten, die mit Gleichung (10) und (12) berechnet werden können, verglichen.

$$\begin{split} \nu_{\rm res, exp} &= 35\,{\rm kHz} \\ \nu_{\rm res, theo} &= 34.1\,{\rm kHz} \\ {\rm Abweichung} : 2,3\% \\ \nu_{\rm 1, exp} &= 30\,{\rm kHz} \\ \nu_{\rm 1, theo} &= (33,88 \pm 5,02)\,{\rm kHz} \\ {\rm Abweichung} : &- 11,5\% \\ \nu_{\rm 2, exp} &= 38\,{\rm kHz} \\ \nu_{\rm 2, theo} &= (34,4 \pm 5,3)\,{\rm kHz} \\ {\rm Abweichung} : 10,5\% \end{split}$$

#### 5 Diskussion

Abgesehen von der Resonanzfrequenz  $\nu_{\rm res}$  bestehen bei allen gemessenen Größen auffällig große Abweichungen zu den erreichneten Theoriewerten. Es muss berücksichtigt werden, dass die Innenwiderstände der Bauteile in diesem Versuch vernachlässigt worden sind, was im Allgemeinen zur Abweichungen führt. Allerdings kann auch dies allein nicht die großen Fehler aus Aufgabenteil 1 und die markanten Abweichungen erklären. Daher müssen diese auf ungenaue Messungen zurückgeführt werden. Zudem werden ungenau bestimmte Werte

zum Teil weiterverwendet, wie in Aufgabenteil 1, was zu sich aufbauenden Folgefehlern führt.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuch 353: Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises. 2017. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V353.pdf (besucht am 09.12.2017).
- [2] TU Dortmund. Versuch 354: Gedämpfte und erzwungene Schwingungen. 2017. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V354.pdf (besucht am 09.12.2017).