

V308

# **Spulen und Magnetfelder**

Evelyn Romanjuk  
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona Kallo  
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 22.12.17

Korrektur: 12.01.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1 Magnetfeld einer Spule . . . . .	5
3.2 Magnetfeld eines Spulenpaares . . . . .	5
3.3 Hysteresekurve . . . . .	5
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Lange Spule . . . . .	6
4.2 Kurze Spule . . . . .	7
4.3 Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares . . . . .	8
4.3.1 Erster Abstand . . . . .	8
4.3.2 Zweiter Abstand . . . . .	9
4.3.3 Dritter Abstand . . . . .	9
4.4 Hysteresekurve . . . . .	10
<b>5 Diskussion</b>	<b>11</b>
5.1 Zusammenfassung . . . . .	12
<b>6 Anhang</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden Magnetfelder gemessen, welche durch unterschiedliche Spulen-anordnungen erzeugt werden. Der letzte Teil des Versuchs befasst sich zudem mit der durch eine Ringspule erzeugten Hysteresekurve.

## 2 Theorie

Den Raum um einen Magneten wird als Magnetfeld bezeichnet, welches eine Vektorgröße ist, der eine magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  zugeordnet wird. Darstellen lässt sich das Feld mithilfe von geschlossenen Feldlinien. Wird die Feldstärke  $\vec{H}$  mit der materialspezifischen magnetischen Permeabilität  $\mu$  verbunden, so ergibt sich die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

mit

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r,$$

wobei  $\mu_0$  die Vakuum-Permeabilität ist und  $\mu_r$  die relative Permeabilität in Materie.

Auch stromdurchflossene Leiter sind aufgrund des Ladungsstroms von Magnetfeldern umgeben. Dabei verlaufen die Feldlinien senkrecht zum Stromfluss in konzentrischen Kreisen um den Leiter. Die Magnetfeldstärke  $\vec{H}$  im Abstand  $r$  von einem Leiter, welcher vom Strom  $I$  durchflossen wird, kann mit dem Biot-Savart-Gesetz und der Vakuum-Permeabilität  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$  berechnet werden:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Das Biot-Savart-Gesetz lässt sich ebenso auf stromdurchflossene Spulen anwenden. Die magnetische Flussdichte in der Mitte des Ringes ist dann

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \hat{x}.$$

Bei einer Spule mit  $n$  Windungen erhöht sich der magnetische Fluss um Faktor  $n$ .

Bei einer langen Spule ist Magnetfeld in der Mitte der Spule homogen, das heißt konstant, da die Feldlinien dort parallel verlaufen. An den Enden der Spulen sowie im Außenbereich ist das Magnetfeld inhomogen, weil sich die Magnetfeldlinien ausbreiten und die Spule umschließen. Das homogene Feld im Inneren kann mit

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I \quad (2)$$

berechnet werden, wobei  $l$  die Spulenlänge ist,  $n$  die Windungszahl und  $I$  der Strom, der durch die Spule fließt.

Wird die lange Spule zu einem Ring gebogen, so verschwindet das Feld außen und es bleibt nur das homogene Magnetfeld innerhalb des Torus. Dann ergibt sich mit  $l = 2\pi r_T$  das Magnetfeld

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T} I.$$

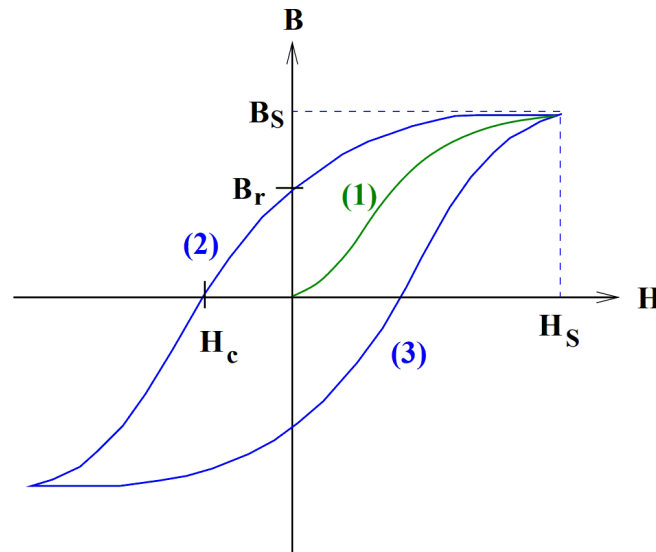
Um ein homogenes Magnetfeld zu erzeugen, kann ein Helmholtz-Spulenpaar verwendet werden, das aus zwei Kreispulen im Abstand des Spulenradius  $R$  besteht, die gleichsinnig vom Strom  $I$  durchflossen werden. Die Felder der beiden Spulen, die mit dem Biot-Savart-Gesetz berechnet werden, überlagern sich und können nach dem Superpositionsprinzip addiert werden:

$$B(0) = B_1(x) + B_1(-x) = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

wobei  $x$  der Abstand zum Mittelpunkt ist.

In der Physik sind verschiedene Arten von magnetischen Materialien bekannt. Ein Beispiel sind Ferromagneten, zu denen Eisen gehört. Diese Materialien haben ein eigenes dauerhaftes magnetisches Moment, welches sich jeweils in den sogenannten Weiß'schen Bezirken im Körper parallel zueinander ausrichten. Mittels eines äußeren Magnetfeldes können die Bezirke vergrößert werden, was die magnetische Energie des Körpers erhöht.

Ferromagnetische Materialien besitzen eine hohe relative Permeabilität, was dazu führt, dass die Gleichung (1) aufgrund der Nichtlinearität nicht anwendbar ist. Dargestellt lässt sich dies mit einer Hysteresekurve, wie in Abbildung 1 zu sehen ist. Zur Erzeugung



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Hysteresekurve, [1, S. 3].

der Hysteresekurve wird der Ferromagnet einem äußeren Magnetfeld ausgesetzt. Zunächst ist das äußere Feld Null und wird dann erhöht, sodass die Magnetisierung des Materials bis zu dem Sättigungswert  $B_r$  steigt, was in (1), der Neukurve, zu sehen ist. Wird

das äußere Feld verringert, so kehrt sich die Magnetisierung um und breitet sich mit stärkerem äußeren Feld über das ganze Material aus (2). Wenn das äußere Feld wieder Null beträgt ist allerdings zu beobachten, dass die Magnetisierung nicht wieder Null ist. Es bleibt also eine Remanenz, die mit einem Gegenfeld, der Koerzitivkraft, aufgehoben werden kann. Wird das Gegenfeld erhöht, so wird die Magnetisierung negativ, bis der Sättigungswert  $-B_r$  erreicht wird. Durch erneute Umpolung entsteht dann die restliche Hysteresekurve (3), die symmetrisch zur ersten Kurve verläuft. Die Form dieser Kurve ist materialabhängig.

Mithilfe eines ferromagnetischen Kerns kann der magnetische Fluss einer Spule erhöht werden:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}).$$

Zu sehen ist, dass diese Erhöhung von der Magnetisierung des Materials abhängt. Mit  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_R$  werden bei einer einfachen Spule die Randeffekte berücksichtigt, bei Tori fallen diese Randeffekte weg.

In diesem Versuch werden zur Messung der Magnetfelder Hallsonden verwendet, welche ein Leiterplättchen besitzen, durch das ein Strom fließt. Das zu messende Magnetfeld übt auf die bewegten Elektronen eine Lorentzkraft aus, durch die eine Ladungstrennung und dadurch eine Hallspannung entsteht. Diese Spannung wird direkt gemessen und ist ein Maß für das Magnetfeld.

## 3 Durchführung

### 3.1 Magnetfeld einer Spule

Eine lange Spule wird an ein Netzgerät angeschlossen. Durch Einstellen von Strom und Spannung kann so ein Magnetfeld erzeugt werden. Gemessen wird dieses mit einer longitudinalen Hallsonde, die nach und nach in die Spule geschoben wird. Dabei werden die Messwerte notiert. Im Anschluss wird dies mit einer kurzen Spule wiederholt.

### 3.2 Magnetfeld eines Spulenpaares

In diesem Teil wird das Magnetfeld eines Helmholtz-Spulenpaares untersucht. Dazu werden die Spulen mit einem Netzteil in Reihe geschaltet und Strom und Spannung werden in einem zulässigen Bereich ( $< 5\text{ A}$ ) eingestellt. Dann wird mit einer transversalen Sonde das Magnetfeld innerhalb und außerhalb des Spulenpaares gemessen und die Werte werden notiert. Wiederholt wird dies für zwei weitere unterschiedliche Spulenabstände.

### 3.3 Hysteresekurve

Eine Ringspule wird an ein Netzteil angeschlossen, sodass ein Magnetfeld aufgebaut werden kann. Das Feld innerhalb des Ringes wird mit einer transversalen Sonde gemessen. Nun wird schrittweise das Magnetfeld erhöht und dann wieder runtergeregelt. Anschließend wird der Strom umgepolt und das Verfahren wird für das Gegenfeld wiederholt. Nach nochmaligem Umpolen wird dann ein letztes Mal das Magnetfeld auf- und abgebaut.

## 4 Auswertung

### 4.1 Lange Spule

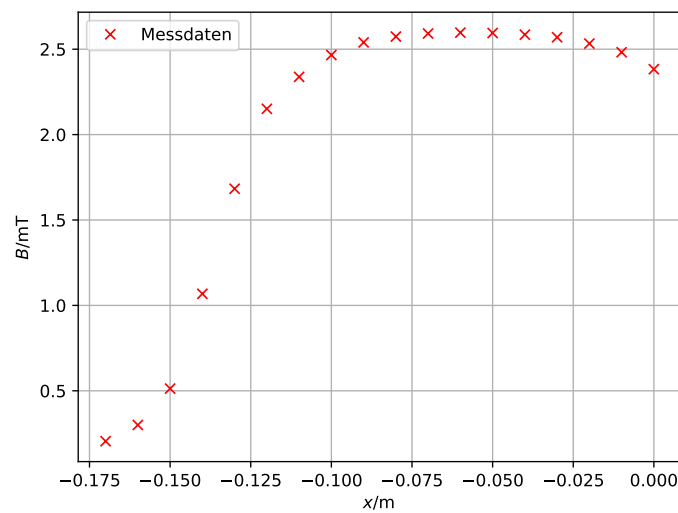
Im ersten Teil des Versuches wird das Magnetfeld einer langen Spule untersucht. Es wird zuerst die Spule mit der Länge:

$$l_S = 18,8 \text{ cm}$$

verwendet und die Messung wird mit:

$$I = 1 \text{ A}$$

durchgeführt. Die gemessenen Werte für die lange Spule befinden sich in der Tabelle 1 und werden in die Abbildung 2 eingetragen. Der Anfang der Spule ist bei  $x = 0,09 \text{ m}$  und die Mitte der Spule ist bei  $x = 0,04 \text{ m}$ .



**Abbildung 2:** Das magnetische Feld der langen Spule mit  $l_S = 18,8 \text{ cm}$ .

**Tabelle 1:** Messdaten zur langen Spule mit  $l_s = 18,8 \text{ cm}$ .

$x/\text{m}$	$B/10^{-3}\text{T}$
-0,17	0,205
-0,16	0,300
-0,15	0,513
-0,14	1,068
-0,13	1,683
-0,12	2,151
-0,11	2,338
-0,10	2,466
-0,09	2,540
-0,08	2,574
-0,07	2,592
-0,06	2,597
-0,05	2,595
-0,04	2,585
-0,03	2,570
-0,02	2,533
-0,01	2,482
0	2,383

Der theoretische Wert berechnet sich mit der Formel 2 und dieser beträgt:

$$B_{\text{theo}} = 2,005 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

Dabei ist in diesem Fall die magnetische Permeabilität  $\mu_r = 1$  und  $\mu_0$  ist die magnetische Feldkonstante. Das Maximum der experimentellen Wert als Vergleich wird mit Hilfe der Messwerten aus der Tabelle 1 abgelesen und dieser beträgt:

$$B_{\text{exp}} = 2,597 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

## 4.2 Kurze Spule

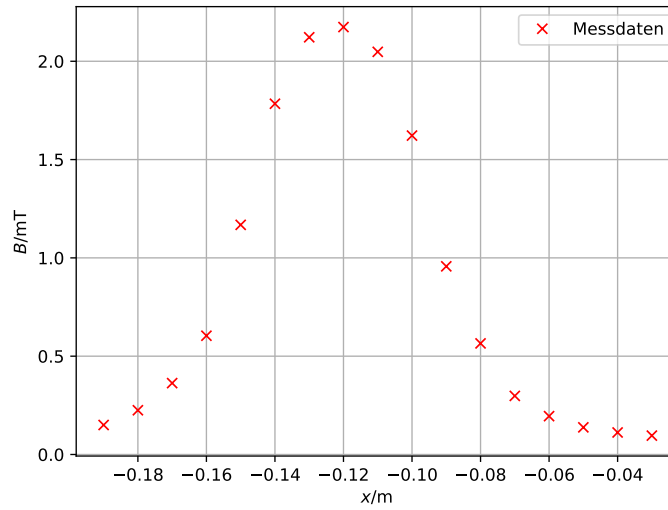
Im zweiten Teil des Versuches wird das Magnetfeld einer kurzen Spulen untersucht. Es wird eine Spule mit der Länge:

$$l_k = 8,5 \text{ cm}$$

verwendet und die Messung wird mit:

$$I = 1 \text{ A}$$

durchgeführt. Die gemessenen Werte für die lange Spule befinden sich im Anhang (siehe 6) in der Tabelle 5 und werden in die Abbildung 3 eingetragen. Der Anfang der Spule ist bei  $x = 0,15 \text{ m}$  und die Mitte der Spule ist bei  $x = 0,12 \text{ m}$ .



**Abbildung 3:** Das magnetische Feld der kurzen Spule mit  $l_k = 8,5 \text{ cm}$ .

Der theoretische Wert berechnet sich mit der Formel 2 und dieser beträgt:

$$B_{\text{theo}} = 4,435 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$

Dabei ist in diesem Fall die magnetische Permeabilität  $\mu_r = 1$  und  $\mu_0$  ist die magnetische Feldkonstante. Das Maximum der experimentellen Wert als Vergleich wird mit Hilfe der Messwerten aus der Tabelle 5 abgelesen und dieser beträgt:

$$B_{\text{exp}} = 2,174 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$

### 4.3 Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaares

An dieser Stelle werden die magnetischen Flussdichte auf der Symmetrieachse des Helmholtzspulenpaares für drei verschiedene Abstände näher untersucht. Mit der Messapparatur muss einen minimalen Abstand von 7 cm eingestellt werden, deshalb liegen die Spulenabstände bei  $d_1 = 7 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 9 \text{ cm}$  und  $d_3 = 11 \text{ cm}$ . Die Spulen haben einen Radius von  $r = 0,0625 \text{ m}$ .

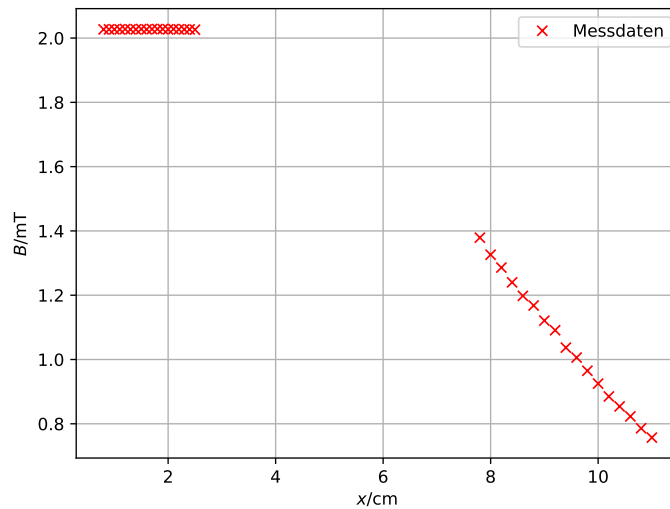
#### 4.3.1 Erster Abstand

Die Messwerte innerhalb und außerhalb der Helmholtzspulenpaare zur ersten Abstand befinden sich im Anhang (siehe 6) in der Tabelle 4 und diese werden in die Abbildung 4 eingetragen.

Der theoretische Wert berechnet sich mit der Formel 3 und beträgt:

$$B_{\text{theo1}} = 1,201 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$





**Abbildung 4:** Graphik des Magnetfeldes für eine Helmholtzspule bei einem Abstand von  $d_1 = 7$  cm.

Für den experimentellen Wert ergibt sich:

$$B_{\text{exp1}} = 2,028 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$

#### 4.3.2 Zweiter Abstand

Die Messwerte innerhalb und außerhalb der Helmholtzspulenpaare zur zweiten Abstand befinden sich im Anhang (siehe 6) und diese werden in die Abbildung 5 eingetragen.

Der theoretische Wert berechnet sich mit der Formel 3 und beträgt:

$$B_{\text{theo2}} = 1,074 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$

Für den experimentellen Wert ergibt sich:

$$B_{\text{exp2}} = 1,681 \cdot 10^{-3} \text{ T.}$$

#### 4.3.3 Dritter Abstand

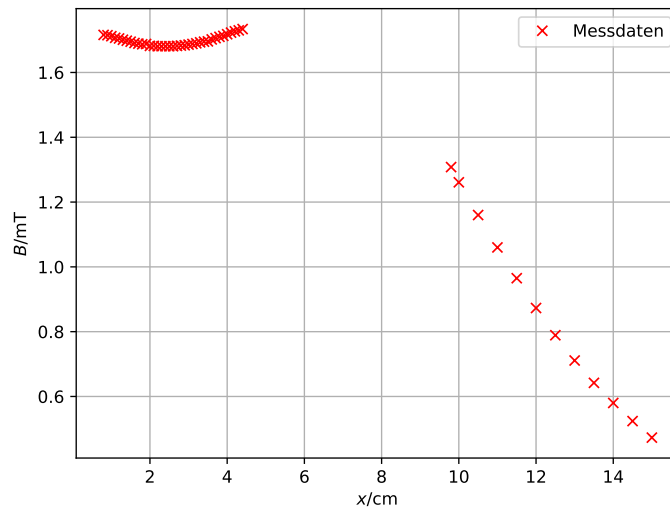
Die Messwerte innerhalb und außerhalb der Helmholtzspulenpaare zur dritten Abstand befinden sich im Anhang (siehe 6) und diese werden in die Abbildung 6 eingetragen.

Der theoretische Wert berechnet sich mit der Formel 3 und beträgt:

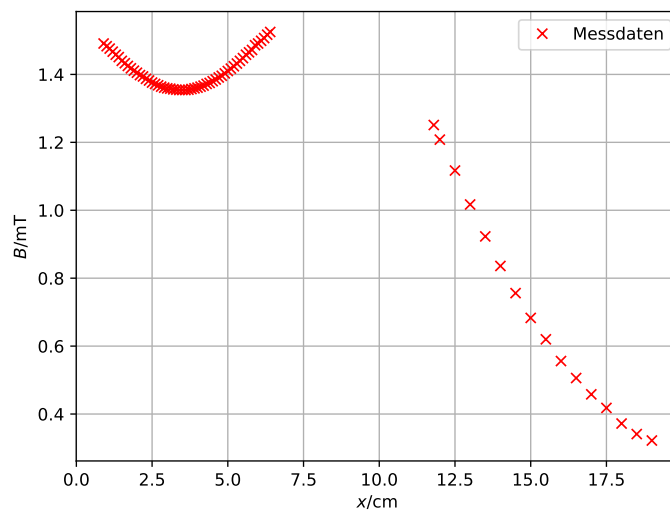
$$B_{\text{theo3}} = 8,506 \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

Für den experimentellen Wert ergibt sich:

$$B_{\text{exp3}} = 1,354 \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$



**Abbildung 5:** Graphik des Magnetfeldes für eine Helmholtzspule bei einem Abstand von  $d_2 = 9$  cm.

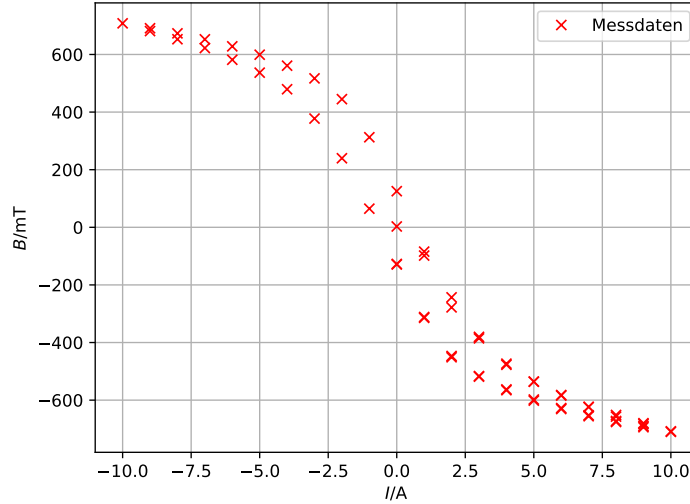


**Abbildung 6:** Graphik des Magnetfeldes für eine Helmholtzspule bei einem Abstand von  $d_3 = 11$  cm.

#### 4.4 Hysteresekurve

Im letzten Versuchsteil wird eine Toroidspule mit Eisenkern betrachtet. Die magnetische Flussdichte wird für einen ansteigenden und abfallenden Strom aufgenommen und in der

Tabelle aus der Kapitel 6 notiert. Die Messwerten werden anschließen in die Abbildung 7 eingetragen.



**Abbildung 7:** Hysteresekurve zur letzten Messung.

Aus der Abbildung 7 lassen sich die Werte für die Remanenz  $B_r$ , den Sättigungswert  $B_s$  sowie die Koerzitivkraft  $H_c$  ablesen. Für die Remanenz muss  $B_r(H = 0) \neq 0$  gelten und somit folgt:

$$B_r = -127,1 \text{ mT}.$$

Die Hysteresekurve strebt mit abnehmender magnetischen Feldstärke einen Sättigungswert an und aus der Abbildung 7 folgt:

$$B_s = -710,2 \text{ mT}.$$

Für die Koerzitivkraft wird folgendes abgelesen:

$$H_c = -0,5 \text{ A}.$$

## 5 Diskussion

In allen Versuchsanteilen wurden die Magnetfelder verschiedener Spulen untersucht. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse sowie die Abweichungen von den Theoriewerten befinden sich in der Tabelle 2.

In der Abbildung 2 ist die konstante magnetische Flussdichte gut erkennbar. Wegen der Messapparatur konnten nicht bis zum Ende der Spule alle Messdaten notiert werden, deswegen ist das Abfallen der magnetischen Flussdichte nicht ersichtlich. Das Magnetfeld einer langen Spule ist innerhalb konstant, weil die Feldlinien parallel zur Spulenachse

laufen. Außerhalb der Spule (zum Beispiel am Ende und am Anfang) ist jedoch das Magnetfeld inhomogen.

In der Abbildung 3 ist keine konstante magnetische Flussdichte erkennbar, da es um eine kurze Spule handelt. Weil die Länge der Spulen viel kleiner als der Spulendurchmesser ist, wird in der Abbildung eine Parabel visualisiert, genauer ein Maximum am Punkt  $x = -0,12\text{ m}$ .

Für den nächsten Versuchsanteil ist bei den ersten Abstand aus der Abbildung 4 innerhalb der Spule eine konstante magnetische Flussdichte und außerhalb einen linearen Abfall zu sehen. Bei den zweiten Abstand(s. Abbildung 5) ist jedoch einen leichten exponentiellen Abfall außerhalb der Spule und innerhalb noch homogen zu beobachten. Bei dem letzten(s. Abbildung 6) wird ein parabolisches Profil innerhalb der Spule und außerhalb einen deutlichen exponentiellen Abfall beobachtet.

Bei der Hysteresenkurve ist das H-Feld abhängig vom Strom, deshalb wird die magnetische Feldstärke  $H$  gegen das Magnetfeld  $B$  aufgetragen. Hier können keine Theoriewerten berechnet werden, wodurch die experimentellen Werte mit der Theorie nicht vergleichbar sind.

## 5.1 Zusammenfassung

**Tabelle 2:** Zusammenfassung der Ergebnisse.

Spulentyp	$B_{\text{theo}}/10^{-3}\text{ T}$	$B_{\text{exp}}/10^{-3}\text{ T}$	Abweichung /%
Lange Spule	2,005	2,597	28,63
Kurze Spule	4,435	2,174	50,98
Helmholtzspulenpaar			
Erster Abstand	1,201	2,028	72,18
Zweiter Abstand	1,074	1,681	56,51
Dritter Abstand	8,506	1,354	84,08

## 6 Anhang

**Tabelle 3:** Messdaten zur langen Spule mit  $l = 8,5$  cm.

$x/\text{m}$	$B/10^{-3}\text{T}$
-0,19	0,150
-0,18	0,225
-0,17	0,363
-0,16	0,604
-0,15	1,168
-0,14	1,784
-0,13	2,122
-0,12	2,174
-0,11	2,048
-0,10	1,622
-0,09	0,957
-0,08	0,565
-0,07	0,298
-0,06	0,195
-0,05	0,138
-0,04	0,112
-0,03	0,096

**Tabelle 4:** Messdaten zur ersten Abstand mit  $d_1 = 7$  cm.

$x/\text{cm}$	$B/\text{mT}$
0,8	2,027
0,9	2,027
1,0	2,027
1,1	2,027
1,2	2,028
1,3	2,027
1,4	2,027
1,5	2,028
1,6	2,027
1,7	2,028
1,8	2,028
1,9	2,028
2,0	2,027
2,1	2,028
2,2	2,027
2,3	2,027
2,4	2,027
2,5	2,026
7,8	1,379
8,0	1,326
8,2	1,286
8,4	1,240
8,6	1,198
8,8	1,168
9,0	1,121
9,2	1,091
9,4	1,037
9,6	1,006
9,8	0,965
10,0	0,925
10,2	0,885
10,4	0,854
10,6	0,823
10,8	0,786
11,0	0,757

**Tabelle 5:** Messdaten zur langen Spule mit  $l = 8,5$  cm.

$x/\text{m}$	$B/10^{-3}\text{T}$
-0,19	0,150
-0,18	0,225
-0,17	0,363
-0,16	0,604
-0,15	1,168
-0,14	1,784
-0,13	2,122
-0,12	2,174
-0,11	2,048
-0,10	1,622
-0,09	0,957
-0,08	0,565
-0,07	0,298
-0,06	0,195
-0,05	0,138
-0,04	0,112
-0,03	0,096

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 308: Spulen und Magnetfelder*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V308.pdf> (besucht am 27.12.2017).