

V704

Dispersionsmessungen am Glasprisma

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.06.18

Abgabe: 19.06.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Fall: $\lambda \gg \lambda_1$	5
2.2 Fall: $\lambda \ll \lambda_1$	5
3 Aufbau und Durchführung	6
Literatur	8

1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch soll das Phänomen der Dispersion mithilfe einer Heliumlampe und eines Glasprismas untersucht werden. Genauer werden in zwei Versuchsteilen verschiedene Winkel bestimmt, aus denen auf das Dispersionsverhalten geschlossen werden kann.

2 Theorie

Tritt Licht mit der Lichtgeschwindigkeit c in ein Medium ein, so wechselwirken die Lichtwellen mit den im Medium befindlichen Elektronen, wodurch sich die Geschwindigkeit des Lichtes zu $v < c$ verringert. Beim Ein- oder Austreten des Lichts in oder aus dem Material unter einem Winkel ist ebenso zu beobachten, dass sich die Richtung des Lichtstrahls ändert, was Brechung genannt wird. Eine wichtige Größe, die dies charakterisiert, ist der Brechungsindex n , welcher sich aus dem Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in den verschiedenen Medien ergibt:

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v} \quad (1)$$

Der Brechungsindex kann außerdem auch über zwei Winkel bestimmt werden. Wichtig ist hierbei das Huygenssche Prinzip, das besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront das Zentrum einer neuen Elementarwelle ist. Fällt ein Lichtstrahl unter dem Winkel α gegen die Flächennormale auf ein Medium, so kommt es beim Eindringen zu einer Richtungsänderung. Innerhalb des Mediums breitet sich das Licht dann unter dem Winkel β aus. In Abbildung 1 ist zu sehen, dass die Wellenfront zwischen den Punkten A und B im Punkt A die Grenzfläche der beiden Medien bereits erreicht hat, während Punkt B die Grenzfläche erst nach $T = \frac{\overline{BC}}{v_1}$ erreicht. Nach diesem Zeitraum besitzt die Elementarwelle von Punkt A den Radius Tv_2 , der Radius der Elementarwelle im Punkt C ist hingegen noch null. Ab diesem Zeitpunkt entsteht eine Wellenfront zwischen A' und C, wobei folgende Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{Tv_1}{\overline{AC}}, \\ \sin(\beta) &= \frac{\overline{A'A}}{\overline{AC}} = \frac{Tv_2}{\overline{AC}} \end{aligned} \quad (2)$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{v_1}{v_2} = n. \quad (3)$$

Weiterhin ist die Geschwindigkeit von Licht in einem Medium von der Frequenz abhängig und somit ist es auch der Brechungsindex n . Dieser Zusammenhang wird Dispersion genannt, wobei vor allem die Dispersionskurve der Form

$$n = f(\lambda) \quad (4)$$

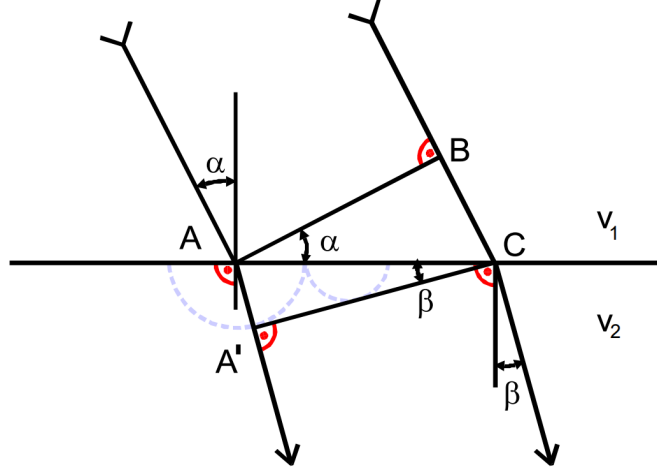


Abbildung 1: Skizze zum Huygenschen Prinzip.[1, S. 2]

wichtig ist. Diese kann mit einem Prisma gewonnen werden, indem in diesem ein Lichtstrahl zweimal gebrochen wird.

Zur Ableitung der Dispersionsgleichung werden Elektronen und Ionenrümpfe als Dipole betrachtet, die in dem elektrischen Wechselfeld der Lichtwellen zu schwingen beginnen. Dieses Modell ist nur für den sichtbaren Spektralbereich anwendbar, da die Absorption der Energie des Lichts hier zu vernachlässigen ist, wohingegen bei Wellenlängen unterhalb des sichtbaren Bereichs Resonanzstellen auftreten, bei denen Absorption stattfindet. Die einfallende Lichtwelle besitzt eine elektrische Feldstärke von

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad (5)$$

durch die eine periodische Kraft

$$\vec{F}_e = q_h \vec{E} \quad (6)$$

auf die Ladungen q_h ausgeübt wird, wodurch diese sich um \vec{x}_h aus ihrer Gleichgewichtslage verschieben. Dadurch wirkt auf die Ladungen eine rücktreibende Kraft \vec{F}_r , die proportional zur Auslenkung ist, sowie auch eine Reibungskraft \vec{F}_d , welche proportional zur Geschwindigkeit der Ladungsträger ist. Hieraus ergibt sich für die Bewegung der Ladungsteilchen eine Differentialgleichung der Form:

$$m_h \frac{d^2 \vec{x}_h}{dt^2} + f_h \frac{d\vec{x}_h}{dt} + a_h \vec{x}_h = q_h \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad (7)$$

Wird die Gleichung mit $\frac{N_h q_h}{m_h}$ erweitert, kann \vec{x}_h durch die Polarisation \vec{P}_h ersetzt werden:

$$\frac{d^2 \vec{P}_h}{dt^2} + \frac{f_h}{m_h} \frac{d\vec{P}_h}{dt} + \frac{a_h}{m_h} \vec{P}_h = \frac{N_q q_h^2}{m_h} \vec{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (8)$$

Mithilfe der Polarisation \vec{P}

$$\vec{P} = \sum_h \vec{P}_h = \sum_h N_h q_h \vec{x}_h \quad (9)$$

und der Maxwell'schen Relation $n^2 = \epsilon$ kann nun ein Zusammenhang zwischen Brechungsindex und Lichtfrequenz gebildet werden:

$$\tilde{n}^2 = 1 + \sum_h \frac{1}{\omega_h^2 - \omega^2 + i \frac{f_h}{m_h} \omega} \frac{N_h q_h^2}{m_h \epsilon_0} \quad (10)$$

Dies lässt sich in einen Real- und einen Imaginärteil aufspalten, woraus sich die Dispersionsgleichungen ergeben. Da die Frequenzen des sichtbaren Lichts relevant sind, wird nur der Bereich betrachtet, der sich weit von den Resonanzstellen entfernt befindet. Hierzu kann

$$n^2 k \approx 0$$

angenommen werden. Wird nun ω durch die Wellenlänge λ im Vakuum ersetzt, so ergibt sich

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_h \frac{N_h q_h^2}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0 m_h} \frac{\lambda^2 \lambda_h^2}{\lambda^2 - \lambda_h^2}. \quad (11)$$

Nun können zwei Fallunterscheidungen vorgenommen werden.

2.1 Fall: $\lambda \gg \lambda_1$

In dem Fall, dass λ viel größer ist als die Absorptionsstelle λ_1 , kann 11 wie folgt entwickelt werden:

$$\begin{aligned} n^2(\lambda) &= 1 + \frac{N_1 q_1^2 \lambda_1^2}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0 m_1} \left(1 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^4 + \dots \right) \\ &= A_0 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_4}{\lambda^4} + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

mit $A_0, A_2, A_4 > 0$.

2.2 Fall: $\lambda \ll \lambda_1$

In dem Fall, dass λ kleiner ist als die Absorptionsstelle λ_1 , wird aus 11:

$$\begin{aligned} n^2(\lambda) &= 1 - \frac{N_1 q_1^2}{4\pi^2 c^2 \epsilon_0 m_1} \left(\lambda^2 + \frac{\lambda^4}{\lambda_1^2} + \frac{\lambda^6}{\lambda_1^4} + \dots \right) \\ &= 1 - A'_2 \lambda^2 - A'_4 \lambda^4 - \dots \end{aligned} \quad (13)$$

mit $A'_i > 0$ für $i \geq 2$.

In Abbildung 2 sind die zugehörigen Kurvenverläufe zu sehen, welche sich durch ihre Krümmung unterscheiden. Genauer gilt bei 12

$$\frac{d^2 n^2(\lambda)}{d\lambda^2} > 0 \quad (14)$$

und im Fall 13

$$\frac{d^2 n^2(\lambda)}{d\lambda^2} < 0. \quad (15)$$

Eine Gemeinsamkeit beider Fälle ist, dass es sich um normale Dispersion handelt, was bedeutet, dass der Brechungsindex bei zunehmender Wellenlänge abnimmt. Im Gegensatz dazu bedeutet die anormale Dispersion, dass der Brechungsindex bei größer werdenden Wellenlängen ebenfalls zunimmt. Die anormale Dispersion ist in diesem Experiment allerdings nicht zu beobachten.

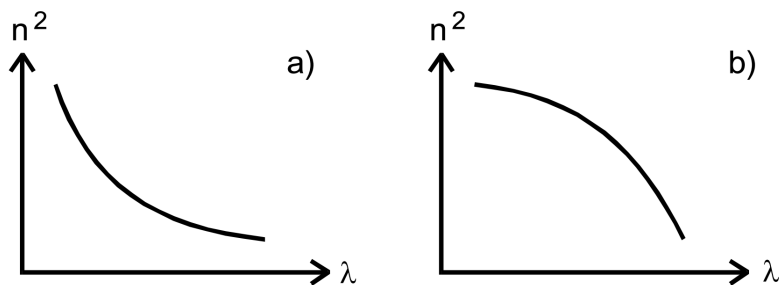


Abbildung 2: Typische Dispersionskurven, a) nach 12, b) nach 13.[1, S. 7]

3 Aufbau und Durchführung

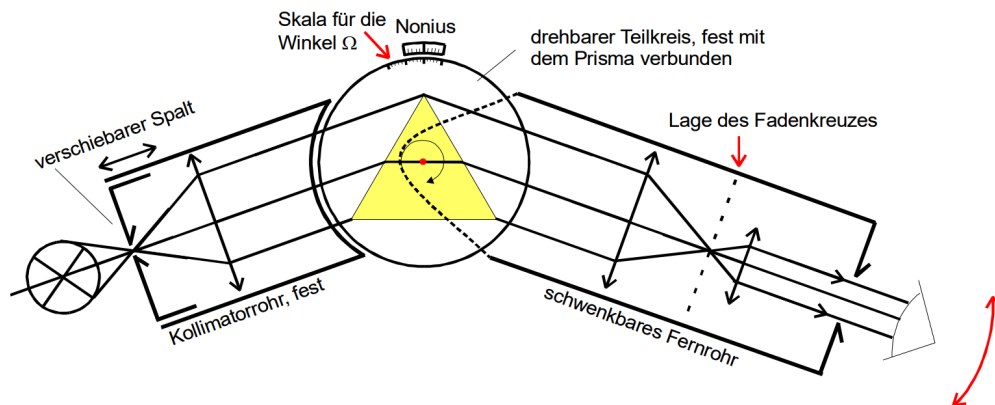


Abbildung 3: Aufbau des Prismen-Spektralapparates.[1, S. 9]

Zur Apparatur gehört eine Heliumlampe, dessen Licht auf ein Glasprisma fällt, in dem es, sofern das Licht unter einem Winkel auftrifft, zweimal gebrochen wird. Mithilfe eines

schwenkbaren Fernrohres können dann unter bestimmten Winkeln Spaltbilder beobachtet werden, die eingestellten Winkel werden dann an der angebrachten Scheibe abgelesen.

Im ersten Versuchsteil soll der Winkel φ zwischen den brechenden Prismenoberflächen bestimmt werden. Hierzu wird das Prisma so ausgerichtet, dass eine Spitze zur He-Lampe zeigt. Das Fernrohr wird dann auf die reflektierten Strahlen des Lichts ausgerichtet und die Winkel φ_l und φ_r , wie in Abbildung 4 zu sehen, auf der rechten und linken Seite des Prismas abgelesen. Der Winkel φ berechnet sich nun zu

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_r - \varphi_l). \quad (16)$$

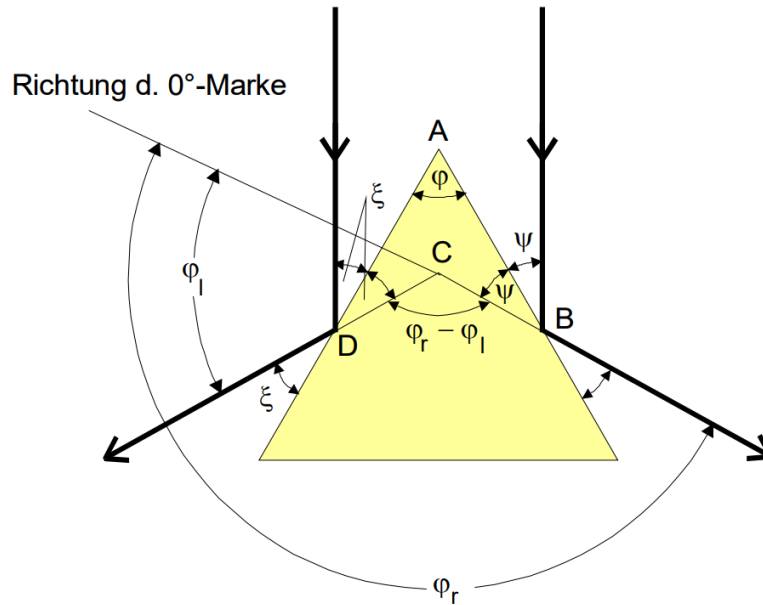


Abbildung 4: Skizze zur Bestimmung des Winkels φ . [1, S. 11]

Im zweiten Teil des Versuchs werden die Brechungswinkel η_i für sichtbaren Linien des Helium-Spektrums bestimmt, wofür ein symmetrischer Strahlengang notwendig ist. Das Prisma wird so gedreht, bis das Spaltbild mit dem reflektierten Strahl der He-Lampe zusammenfällt. Wenn die Linie des reflektierten Strahlenbündels auf einer der Spektrallinien liegt, kann der entsprechende Winkel Ω auf der Scheibe abgelesen werden. Dies wird für eine Spektrallinie, sowie auch für die spiegelsymmetrische Stellung des Prismas wiederholt. Der Brechungswinkel ergibt sich dann aus den Winkeln Ω_l und Ω_r der entsprechenden Seiten:

$$\eta = 180(\Omega_r - \Omega_l). \quad (17)$$

Hieraus kann der Brechungsindex berechnet werden:

$$n = \frac{\sin \frac{\eta + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}. \quad (18)$$

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Dispersionsmessungen am Glasprisma*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V402.pdf> (besucht am 16.06.2018).