V105

Das magnetische Moment

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.11.17 Abgabe: 17.11.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist auf drei experimentelle Arten das magnetische Moment eines Permanentmagneten auszurechnen und diese anschließend zu vergleichen.

2 Theorie

In dem Magnetismus wird die einfachste Form eines magnetischen Dipols beobachtet. Es gibt keine magnetischen Monopole. Ein magnetischer Dipol besteht aus einem Permanentmagneten oder kann z.B. vom Strom durch Leiter durchflossen sein. Das magnetische Moment ist gegeben durch:

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} \tag{1}$$

wobei A die Querschnittsfläche der Schleife und I der Strom, der durch die Leiterschleife fließt, sind. Für ein homogenes Magnetfeld werden in der Regel Helmholtz-Spulen verwendet. Es sind zwei kreisförmige Spulen, vom Strom I durchflossen und so angeordnet, dass das Magnetfeld B im Zentrum der beiden entstehen kann. Das Magnetfeld errechnet sich dann aus:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \tag{2}$$

2.1 Betrachtung unter Ausnutzung der Gravitation

Wird eine Masse mit der Gravitationskraft $\vec{F}_g$ an einem Drehort befestigt, so ergibt sich ein Drehmoment $\vec{D}_{\mathrm{g}}$ mit:

$$\vec{D}_{\mathrm{g}} = m \cdot (\vec{r} \times \vec{g}) \tag{3}$$

wobei $\vec{r}$ der Abstand von der Masse m zum Angriffspunkt der Kraft ist. Es entsteht ein Gleichgewicht,zwischen dem Drehmoment $\vec{D}_{\mathrm{g}}$ und dem Drehmoment $\vec{D}_{\mathrm{B}}$ eines homogenen Magnetfeldes gegeben als:

$$\vec{D}_B = \vec{\mu}_{\mathrm{Dipol}} \times \vec{B} \tag{4}$$

Weil g und B parallel sind, ergibt sich das magnetische Moment μ_{Dipol} als:

$$\mu_{\mathrm{Dipol}} = \frac{m \cdot r \cdot g}{B}. \tag{5}$$

2.2 Betrachtung unter Ausnutzung der Schwingungsdauer

In einem homogenen Magnetfeld wird die Schwingung eines Magneten wie ein harmonischer Oszillator betrachtet. Dabei wird diese Bewegung gegeben durch eine Differentialgleichung 2. Ordnung und lautet:

$$-|\vec{\mu}_{\mathrm{Dipol}} \times \vec{B}| = J_K \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}. \tag{6}$$

Dabei hängt die Lösung der Differentialgleichung von der Magnetfeldstärke B, dem Trägheitsmoment J_K ab und wird über die Schwingungsdauer T bestimmt als:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 J_K}{B\mu_\mathrm{Dipol}}. \tag{7}$$

2.3 Betrachtung unter Ausnutzung der Präzession

Als Präzessionbewegung bezeichnet man die Bewegung der Drehachse eines starren Körpers auf eine zweite Achse, wenn eine äußere Kraft wirkt. Diese Art von Bewegung wird durch eine Differentialgleichung beschrieben als:

$$\vec{\mu} \times \vec{B} = \frac{d\vec{L}_K}{dt} \tag{8}$$

Mit der Präzessionsfrequenz Ω_p als Lösung der Differentialgleichung:

$$\Omega_\mathrm{p} = \frac{\mu B}{|L_K|} \tag{9}$$

wobei L_K der Drehimpuls des Körpers ist. Für diesen Fall ergibt sich für das magnetische Moment μ_Dipol:

$$\mu_\mathrm{Dipol} = \frac{2\pi L_K}{BT_p}. \tag{10}$$

mit T_p als Umlaufdauer.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Aufbau des Versuches ist in der Abbildung 1 zu sehen. Zuerst befindet sich ein

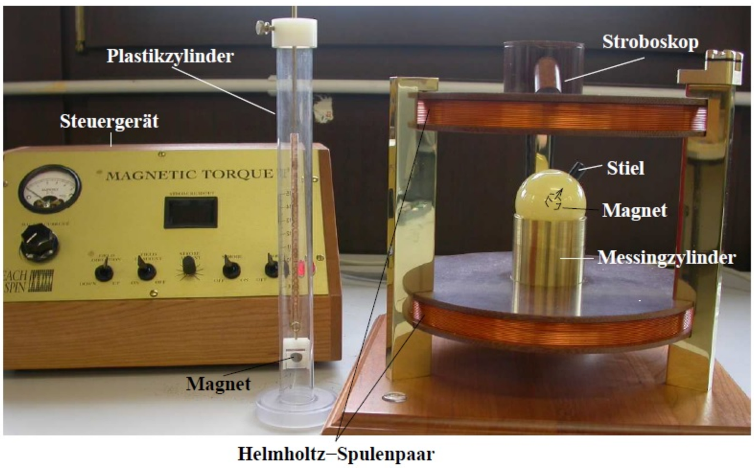

Abbildung 1: Foto des Versuchsaufbaus

Steuergerät auf der linken Seite der Abbildung, wo die entsprechenden Eigenschaften des Magnetfeldes und das Stroboskop eingestellt werden können. Das Luftkissen kann ebenfalls auch an dem Gerät angesteuert werden. Auf der rechten Seite der Abbildung sind die Helmholtz-Spulenpaar mit den Abmessungen $N = 195$, $d = 0{,}138\,\mathrm{m}$ und $R = 0{,}109\,\mathrm{m}$ und der Messingzylinder zu sehen. Auf dem Messingzylinder wird eine Billiardkugel gebracht, die sich mit Hilfe des Luftkissens reibungslos bewegen kann und in deren Mitte ein Permanentmagnet vorhanden ist.

3.1 Statische Methode unter Verwendung der Gravitation

Für den ersten Typ der experimentellen Bestimmung des magnetischen Momentes wurde zuerst eine verschiebbare Masse m an der Aluminiumstange in der Billiardkugel angefügt. Dazu wird das Luftkissen eingeschaltet sodass die Feldrichtung nach oben zeigte. Hierbei musste die Masse so oft verschoben und der Strom so festgelegt werden, bis sich das System in einem Gleichgewicht befand. Dabei wurde der Radius r der kleinen Masse m vom Zentrum der Billiardkugel für mindestens 10 Messungen festgelegt. Zudem wurde die Masse des Aluminiumstifts für die Berechnung ignoriert und die kleine verschiebbare Masse als Punktmasse angesehen.

3.2 Dynamische Methode unter Verwendung der Schwingungsdauer

Für den zweiten Typ wurde das Magnetfeld eingeschaltet und die Billiardkugel auf dem Messingzylinder gestellt. Dabei wurde die Billiardkugel so ausgelenkt, dass sie Schwingungen ausführen kann wie bei einem harmonischen Ozillator und die Stromstärke für mindestens 9 Messungen festgelegt. Die Schwingungsdauer T und die Stromstärke I wurden ebenfalls für mindestens 9 Messungen aufgeschrieben.

3.3 Dynamische Methode unter Verwendung der Präzession

Für den letzten Typ der experimentellen Betrachtung wurde die Billiardkugel auf das Luftkissen gesetzt, das Luftkissen eingeschaltet, und das Stroboskop auf eine Frequenz von mindestens $4\,\mathrm{Hz}$ gestellt. Als nächstes wurde die Kugel in Rotation versetzt und entsprechend gewartet, bis der weiße Punkt auf dem Stiel stationär war. Zu sehen war auch das Stroboskoplicht, das ständig Lichtblitze gesendet hat, für die Betrachtung des weißen Punktes auf der Kugel. Danach wurde die Kugel mit einem Stift in Auslenkung gebracht und die Spulenstromstärke bei einer geeigneten Frequenz eingeschaltet. Für eine Magnetfeldstärke wurden drei verschiedene Schwingungsdauer gemessen und die gemessenen Daten notiert. Insgesamt wurde die Messung mindestens 10 mal durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung

In der vorbereitenden Aufgabe wird zunächst die Flussdichte B_0 für einen Strom I von 1A berechnet. Hierfür wird die Gleichung 2 verwendet sowie die Werte für das Helmholtz-

Spulenpaar, welche in Kapitel 3 zu finden sind. Wird für die magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$ verwendet, ergibt sich eine Flussdichte von

$$B_0 = 4.86 \cdot 10^{-3}\mathrm{T}.$$

Die Formel für das Trägheitsmoment einer Kugel lautet:

$$J_K = \frac{2 \cdot m_K \cdot r_K^2}{5} \tag{11}$$

Weiterhin wird mit das Trägheitsmoment J_K der im Versuch verwendeten Billiardkugel mit

$$r_\mathrm{K} = 2.5\mathrm{cm},$$
$$m_\mathrm{K} = 150\mathrm{g}$$

ermittelt. Das Trägheitsmoment beträgt damit $J_\mathrm{K} = 3,75 \cdot 10^{-5}\mathrm{kgm}^2$.

4.2 Bestimmung des magnetischen Momentes unter Ausnutzung der Gravitation

Die in dieser Methode eingestellten Ströme und gemessenen Abstände r sind in Tabelle (1) zu finden. Die zu den Strömen gehörigen Flussdichten B können mithilfe der Vorbereitungsaufgabe ermittelt werden, indem B_0 jeweils mit den verschiedenen Strömen multipliziert wird.

Tabelle 1: Gravitationsmethode: Ermittelte Größen

I/A	$B/10^{-3}\mathrm{T}$	$r/10^{-2}\mathrm{m}$
2,0	9,72	2,7
2,3	11,18	3,5
2,5	12,15	4,7
2,6	12,64	4,5
2,8	13,61	5,9
3,0	14,58	4,2
3,2	15,55	7,6
3,5	17,01	7,3
3,7	17,98	8,8
4,0	19,44	9,3

Es wird nun r gegen B aufgetragen, wie in Abbildung (2) zu sehen ist. Die Steigung der eingezeichneten Ausgleichsgerade beträgt $\frac{r}{B} = (6.94 \pm 0.84)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{T}}$. Mit Gleichung 5 lässt sich so ein magnetisches Moment von $\mu_\mathrm{Dipol} = (0.0953 \pm 0.0115)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}}$ berechnen. Das Gewicht der kleinen Masse m beträgt $m = 0.0014\mathrm{kg}$, die Erdbeschleunigung ist hier $g = 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

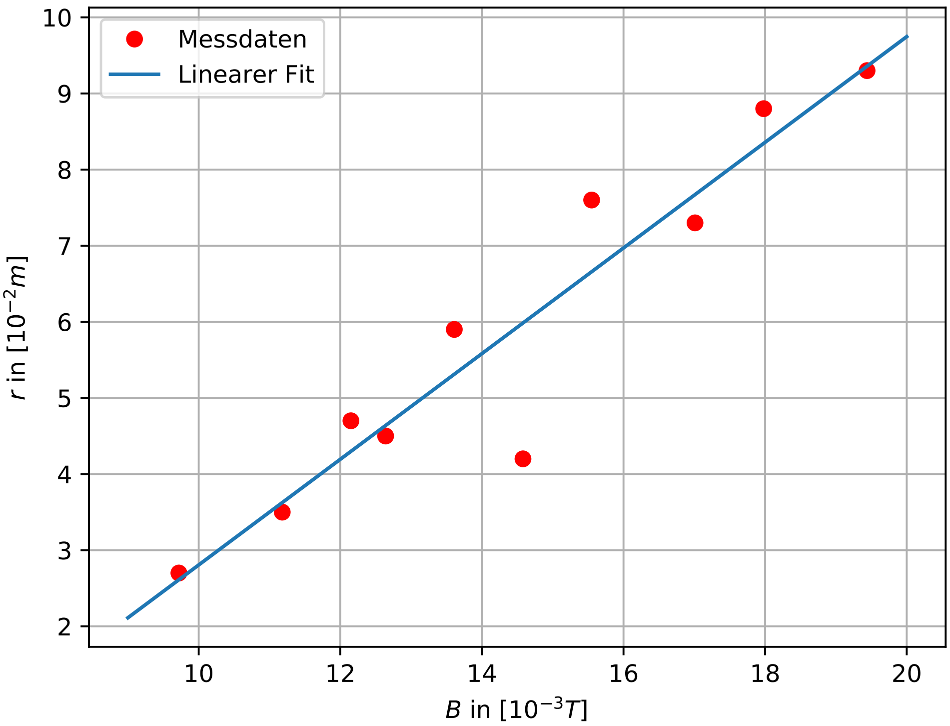

Abbildung 2: Gravitation

4.3 Bestimmung des magnetischen Momentes über die Schwingungsdauer

In diese Messmethode wird das magnetische Moment μ_{Dipol} über Gleichung 7 ermittelt. In der Vorbereitung wurde das benötigte Trägheitsmoment der Billiardkugel bereits zu $J_{\mathrm{K}} = 3.75 \cdot 10^{-5}\mathrm{kgm}^2$ bestimmt. In Tabelle (2) sind die eingestellten Ströme sowie die gemessenen Periodendauern zu finden.

Die Steigung der Ausgleichgeraden beträgt $T^2 \cdot B = (0.0144 \pm 0.0007)\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{T}$. Dies kann in Gleichung 7 eingesetzt werden und erhält ein magnetisches Moment von $\mu_{\mathrm{Dipol}} = (0.1027892525 \pm 2.4674)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}}$.

Tabelle 2: Schwingungsmethode: Ermittelte Größen

I/A	$B/10^{-3}\mathrm{T}$	$\frac{1}{B}/T$	T/s	T^2/s^2
2,0	9,72	102,88	1,172	1,374
2,3	11,18	89,45	1,106	1,223
2,5	12,15	82,30	1,053	1,109
2,6	12,64	79,11	1,038	1,077
2,8	13,61	73,47	0,991	0,982
3,0	14,58	68,59	0,963	0,927
3,2	15,55	64,31	0,931	0,867
3,5	17,01	58,79	0,897	0,805
3,7	17,98	55,62	0,860	0,739
4,0	19,44	51,44	0,768	0,589

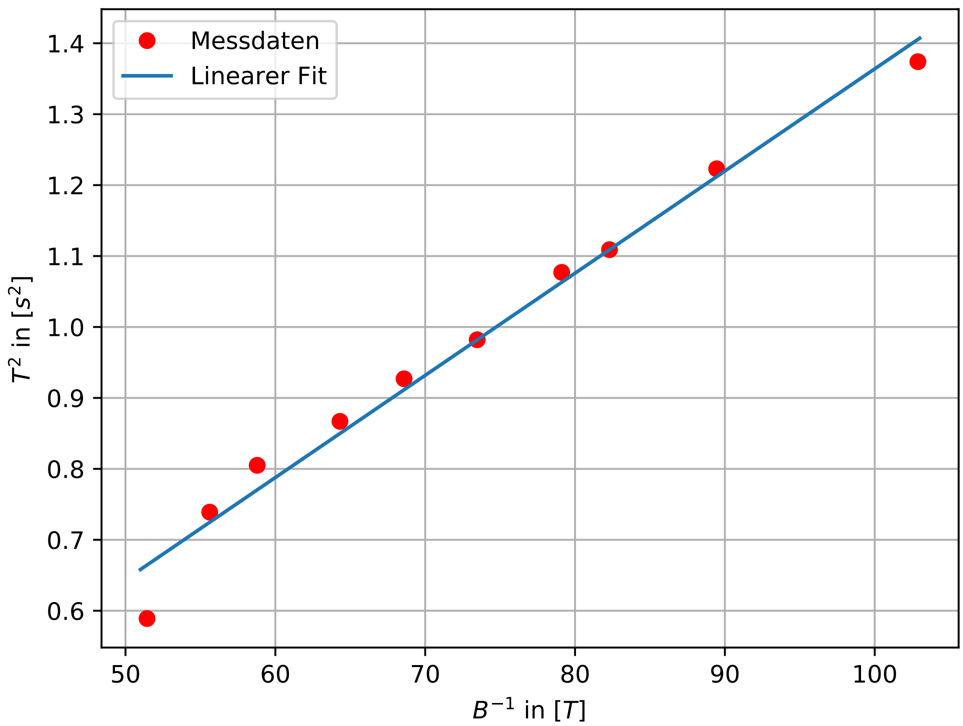

Abbildung 3: Schwingung

4.4 Bestimmung des magnetischen Moments über die Präzession

Mit Gleichung 10 kann μ_{Dipol} über die Präzessionsmethode berechnet werden. Der Drehimpuls L_{K} ist

$$L_{\text{K}} = J_{\text{K}} \cdot 2\pi\nu \tag{12}$$

J_{K} kann aus der Vorbereitung entnommen werden, die Frequenz ν beträgt 5.8Hz. L_{K} beträgt damit $1.367 \cdot 10^{-3} \frac{kg \cdot m^2}{s}$.

Aus Tabelle (3) können die Ströme, die daraus resultierenden magnetischen Flussdichten und die reziproken Periodendauern entnommen werden. In Abbildung (4) wurden

Tabelle 3: Präzessionsmethode: Ermittelte Größen

I/A	$B/10^{-3}$T	T_1/s	T_2/s	T_3/s
0,5	2,43	25,28	25,06	20,88
1,0	4,86	12,88	15,15	15,75
1,5	7,29	10,06	8,13	8,60
2,0	9,72	8,31	8,04	7,50
2,5	12,15	6,69	5,91	5,90
2,7	13,12	6,59	6,69	7,29
3,0	14,58	4,62	5,78	6,06
3,5	17,01	4,66	5,09	4,59
3,7	17,98	4,69	4,37	5,09
4,0	19,44	5,00	4,81	4,50

die gemittelten, reziproken Periodendauern T_{p} gegen die magnetischen Flussdichten aufgetragen. Die Steigung beträgt $\frac{1}{T_{\text{p}} \cdot B} = (10.3261 \pm 0.6448) \frac{1}{s \cdot T}$. Das magnetische Moment ist somit $\mu_{\text{Dipol}} = (0.0887 \pm 0.0054) \frac{J}{T}$.

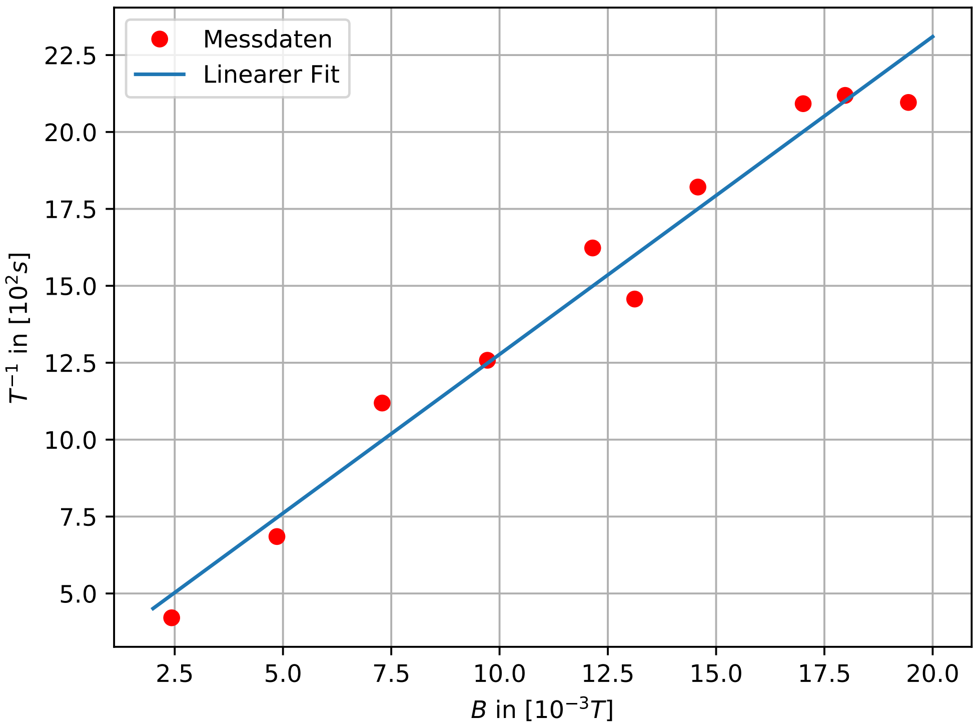

Abbildung 4: Präzession

5 Diskussion

Ziel dieses Versuches war es, das magnetische Moment eines Permanentmagneten auf drei verschiedene Weisen zu berechnen. In jeder der Messmethoden gab es Fehlerquellen, die berücksichtigt werden müssen. Zunächst die Gravitationsmethode. Hier könnten Fehler beim Vermessen der Billiardkugel mitsamt des Stiels auftreten sein. Zudem ist es möglich,dass die Abstände r von der Masse bis zur Kugel nur ungenau bestimmmt wurden und es ein Intervall gab, in der die Masse bei einem bestimmten Magnetfeld noch stabil war. Diese ungenauen Abstände würden sich damit direkt auf die Berechnung von μ_{Dipol} auswirken.

Bei der Methode über die Schwingungsdauer könnte es sein, dass die Auslenkungen nicht bei jeder Messung gleich groß waren und die Durchführungen somit nicht einheitlich, da Periodendauern dadurch vergrößert oder verkleinert wurden. Bei kleinen Periodendauern könnten sich außerdem Fehler beim Stoppen der Zeit ergeben haben.

Zuletzt gab es auch bei der Präzessionsmethode einige Fehlerquellen. Zunächst musste die Kugel in Rotation und in einen stabilen Zustand versetzt werden. Wenn dies gelungen war, präzidierte die Kugel häufig schon, bevor der Strom richtig eingestellt wurde. Außerdem kam es auch hier, wie in der Schwingungsmethode, vor, dass die Kugel nicht immer gleich stark ausgelenkt wurde. Weiterhin ergaben sich sicherlich auch Fehler beim Messen der Periodendauer, da es nicht immer genau ersichtlich war, wann eine Periode erreicht wurde.

Ferner spielte bei allen Messmethoden eine Rolle wie lange der Strom eingeschaltet war, weil beim Erwärmen des Spulendrahtes dessen Widerstand ansteigt. Daraus würde folgen, dass das Magnetfeld schwächer wird, was sich auf die gesamte Berechnung der magnetischen Momente der verschiedenen Messmethoden auswirkt.

Die Ergebnisse dieses Versuchs sind die folgenden magnetischen Momente:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Dipol, Grav}} &= (0.0953 \pm 0.0115)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}} \\ \mu_{\text{Dipol, Schwing}} &= (0.1028 \pm 2.4674)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}} \\ \mu_{\text{Dipol, Präz}} &= (0.0887 \pm 0.0054)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

Diese Werte weichen mindestens mit 6.93% und maximal mit 15.9% voneinander ab. Es ist zu erkennen, dass das magnetische Moment, das über die Schwingungsmethode bestimmt wurde, den größten Fehlerwert aufweist. Dagegen hat die Präzessionsmethode den kleinsten. Auffällig ist hierbei, dass die Präzessionsmethode eigentlich die meisten Fehlerquellen hat, aber dennoch die Methode ist, bei der das magnetische Moment den kleinsten Fehlerwert hat.