

Versuch 704 - Absorption von γ - und β -Strahlung

TU Dortmund, Fakultät Physik
Anfänger-Praktikum

Lars Klompaker

lars.klompaker@tu-dortmund.de

Fabian Lehmann

fabian.lehmann@tu-dortmund.de

16. Mai 2013

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Das Absorptionsgesetz	2
1.2	γ -Strahlung	2
1.3	β -Strahlung	3
2	Durchführung	4
2.1	Bestimmung von γ -Absorptionskurven	4
2.2	Bestimmung von β -Absorptionskurven	5
3	Auswertung und Diskussion	5
3.1	Fehlerrechnung	5
3.2	γ -Strahlung	6
3.2.1	Nulleffekt	6
3.2.2	Experimentell	6
3.2.3	Theorie und Vergleich	7
3.3	β -Strahlung	8
3.3.1	Nulleffekt	8
3.3.2	Experimentell	9
3.3.3	Literaturvergleich	11

1 Theorie

1.1 Das Absorptionsgesetz

Wechselwirkt energiereiche Strahlung mit Materie, kommt es zu Absorptionserscheinungen. Eine wichtige Größe ist dabei der Wirkungsquerschnitt σ , welcher wie eine fiktive Fläche bei dem Auftreffen eines Teilchens auf diese zu Wechselwirkung führt. Wird angenommen, dass Elektronen die Wechselwirkungszentren im Absorbermaterial darstellen, lässt sich der Wirkungsquerschnitt nähern [1]:

$$\sigma = \frac{\mu}{n} = \frac{\mu M}{z N_A \rho} \quad (1)$$

z : Ordnungszahl, N_A : Avogadro-Konstante, ρ : Dichte, M : Molekulargewicht, n : Materieteilchen pro Volumenelement

μ beschreibt hier den Absorptionskoeffizienten, welcher mit σ und n zusammenhängt[1]:

$$\mu = n\sigma \quad (2)$$

Das Absorptionsgesetz (3) [1] ist gültig bei nur einer Wechselwirkung eines einfallenden Teilchens mit dem Absorber oder wenn die mittlere Entfernung zwischen zwei Reaktionen groß gegenüber der Absorberschichtdicke D groß ist. N_0 beschreibt die Anzahl der Teilchen, welche pro Zeiteinheit auf die Querschnittsfläche des Absorbers treffen.

$$N(D) = N_0 e^{-\mu D} \text{ mit: } \mu = n\sigma \quad (3)$$

1.2 γ -Strahlung

γ -Strahlung, also Photonen-Strahlung, entsteht bei der Abregung eines Atomkerns. Des- sen diskrete Energieniveaus erzeugen dabei ein Linienspektrum. Es gibt Wechselwirkung in Form von Annihilation, elastischer- und inelastischer Streuung, wobei meist nur eine Wechselwirkung zustande kommt. Die häufigsten Wechselwirkungen sind der Compton-Effekt, der Photo-Effekt und die Paarbildung.

Der Compton-Effekt bezeichnet eine inelastische Streuung an einem freien Elektron, wel- che für eine Richtungs- und Energieänderung sorgt. Der Wirkungsquerschnitt σ_{com} für die Compton-Streuung berechnet sich wie folgt[1]:

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (4)$$

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (5)$$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \quad (6)$$

Dabei bezeichnet m_e die Ruhemasse des Elektrons, e die Elementarladung, ϵ_0 die In- fluenzkonstante, E_γ die Quantenenergie und r_e den klassischen Elektronenradius. Der Compton-Absorptionskoeffizient μ_{com} ergibt sich daher zu[1]:

$$\mu_{\text{com}} = n\sigma_{\text{com}}(\epsilon) = \frac{z N_A \rho}{M} \sigma_{\text{com}}(\epsilon) \quad (7)$$

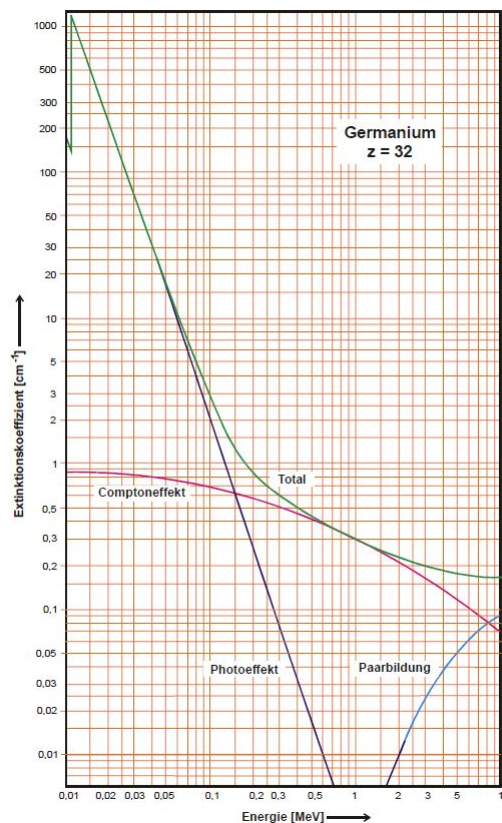


Abbildung 1: Wechselwirkungen in Abhängigkeit der Energie und des Absorptionskoeffizienten (Germanium)

Bei dem Photo-Effekt wird ein inneres Hüllenelektron unter Annihilation des Photons aus seiner Bindung gelöst. Dieser Effekt tritt auf, wenn die Energie des Photons größer als die Bindungsenergie des Elektrons ist. Für $E_\gamma > 2m_e c^2$ kommt es zu Paarbildung, bei Bildung eines Elektrons und eines Positrons wird das Photon annihiliert.

In Abbildung 1 [1] ist eine Wechselwirkungseffektüberlagerung dargestellt, wobei für unterschiedliche Energiebereiche unterschiedliche Effekte dominierend sind.

1.3 β -Strahlung

Ein Atomkern emittiert bei einer Nukleonenumwandlung ein Elektron, β^- , oder Positron, β^+ , samt passendem Neutrino, wobei die freiwerdende Energie gleichmäßig auf diese verteilt werden, sodass es zu einem kontinuierlichen Spektrum kommt. Wird β -Strahlung absorbiert, gibt es viele Wechselwirkungsprozesse, so dass sich kein einfacher Zusammenhang ergibt. Ein wesentlicher Prozess ist die Rutherfordstreuung am Atomkern. Es handelt sich dabei um eine elastische Streuung mit großer Bahnablenkung bei geringer Energieabnahme. Ein weiterer Prozess ist die inelastische Streuung am Atomkern, aufgrund des

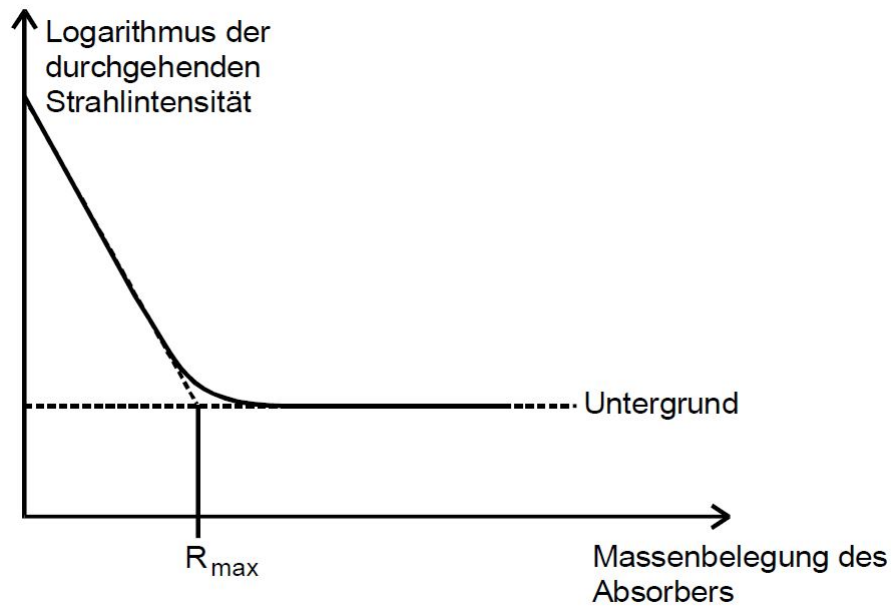


Abbildung 2: Absorptionskurve eines β -Strahlers (qualitativ)

Coulombfeldes des Kerns wird das β -Quant gestreut und es entsteht Bremsstrahlung. Bei inelastischer Streuung an Elektronen kommt es zur Ionisation und Anregung der Absorbieratome. Wegen dem dabei auftretenden geringen Energieverlust kann ein Teilchen mehrfach ionisieren.

In Abbildung 2[1] ist eine Absorptionskurve qualitativ dargestellt. Für geringe D gegenüber der maximalen Reichweite R_{\max} stellt Gleichung (3) eine passende Näherung dar, bei Schichtdicken oberhalb der maximalen Reichweite kommt es jedoch zu starken Abweichungen, die Intensität wird unabhängig von D , zu Beispiel die Bremsstrahlung wird entscheidend für die Intensität. Für den Energiebereich des Experiments lässt sich empirisch ein Zusammenhang zwischen R_{\max} und E_{\max} , der beim β -Zerfall freiwerdenden Gesamtenergie, aufstellen [1]:

$$E_{\max} = 1,92\sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}}[\text{MeV}] \quad (8)$$

2 Durchführung

2.1 Bestimmung von γ -Absorptionskurven

Zu Beginn wird der Nulleffekt der Messapparatur (Abb. 3, [1]), welche aus einer Strahlenquelle und einem Geiger-Müller-Zählrohr als Detektor und angemessener Strahlungsabschirmung besteht, über 900 s bestimmt. Dann werden Absorptionskurven jeweils für die Absorber Blei und Zinn gemessen. Dazu wird bei variierender Absorberdicke die Zeit gemessen, welche für 500 Impulse benötigt wird.

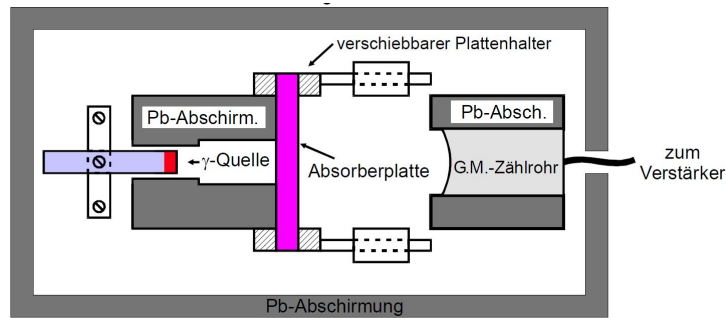


Abbildung 3: Messapparatur für γ -Absorption

2.2 Bestimmung von β -Absorptionskurven

Ähnlich wie in 2.1 wird zuerst der Nulleffekt bestimmt und dann für deutlich kleinere Schichtdicken bei variierender Absorberdicke die Zeit gemessen, welche für 500 Impulse benötigt wird.

3 Auswertung und Diskussion

Um Verwechslungen zu vermeiden: Im Folgenden wird N für die Gesamtzahl an Impulsen verwendet, Z ist die Anzahl der Impulse pro Zeiteinheit, hier Sekunden. Größen mit Index \ddot{u} beziehen sich auf den Nulleffekt, der Index 0 beschreibt die Zählrate ohne Abschirmung ($d = 0$).

3.1 Fehlerrechnung

Folgende Formeln werden im Verlauf der Auswertung benutzt:

$$\sigma_N = \sqrt{N} \quad \text{Fehler der Zählrate } N \quad (9)$$

$$Z = \frac{N}{t} \quad \text{Zählrate pro Sekunde} \quad (10)$$

$$\sigma_Z = \frac{\sqrt{N}}{t} \quad \text{Fehler der Zählrate} \quad (11)$$

$$\sigma_{Z-Z_u} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{N}}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{N_u}}{t_0}\right)^2} \quad \text{Fehler der bereinigten Zählrate/s} \quad (12)$$

3.2 γ -Strahlung

3.2.1 Nulleffekt

Bei der Zählratenmessung ohne Strahler wurden in 900 s $N = 182$ Impulse gemessen. Es ergibt sich mit Formel (10)

$$Z_u = \frac{N_u}{t} = \frac{182}{900s} = 0,20 \frac{1}{s} \pm 0,01 \frac{1}{s} \quad (13)$$

3.2.2 Experimentell

Die gemessenen Werte für Blei und Zinn sowie weiterführende Rechenergebnisse sind in Tabelle 3.1 aufgeführt. Dazu wurden die oben aufgeführten Formeln (9) bis (12) verwendet.

Tabelle 3.1: Messwerte und errechnete Werte zu den Messungen mit Blei und Zink

Blei										
d/mm	t/s	N	σ_N	$Z/\frac{1}{s}$	σ_Z	$(Z - Z_u)$	σ_Z	$\ln(Z - Z_u)$	σ_{ln}^+	σ_{ln}^-
1,3	20	516	22,72	25,80	1,14	25,60	1,14	3,24	0,04	0,05
2,6	22	500	22,36	22,73	1,02	22,53	1,02	3,11	0,04	0,05
3,9	23	500	22,36	21,74	0,97	21,54	0,97	3,07	0,04	0,05
5,2	25	500	22,36	20,00	0,89	19,80	0,89	2,99	0,04	0,05
10,4	48	500	22,36	10,42	0,47	10,21	0,47	2,32	0,04	0,05
11,7	47	500	22,36	10,64	0,48	10,44	0,48	2,35	0,04	0,05
13,0	49	500	22,36	10,20	0,46	10,00	0,46	2,30	0,04	0,05
14,3	55	500	22,36	9,09	0,41	8,89	0,41	2,18	0,04	0,05
15,6	65	500	22,36	7,69	0,34	7,49	0,34	2,01	0,04	0,05
20,7	116	500	22,36	4,31	0,19	4,11	0,19	1,41	0,05	0,05
22,0	129	500	22,36	3,88	0,17	3,67	0,17	1,30	0,05	0,05
Zinn										
d/mm	t/s	N	σ_N	$Z/\frac{1}{s}$	σ_Z	$(Z - Z_u)$	σ_Z	$\ln(Z - Z_u)$	$\sigma_{ln(Z-Z_u)}^+$	$\sigma_{ln(Z-Z_u)}^-$
2,0	15	500	22,36	33,33	1,49	33,13	1,49	3,50	0,04	0,05
4,0	17	500	22,36	29,41	1,32	29,21	1,32	3,37	0,04	0,05
6,0	18	500	22,36	27,78	1,24	27,58	1,24	3,32	0,04	0,05
8,0	20	500	22,36	25,00	1,12	24,80	1,12	3,21	0,04	0,05
10,0	22	500	22,36	22,73	1,02	22,53	1,02	3,11	0,04	0,05
12,0	25	500	22,36	20,00	0,89	19,80	0,89	2,99	0,04	0,05
14,0	26	500	22,36	19,23	0,86	19,03	0,86	2,95	0,04	0,05
16,0	33	500	22,36	15,15	0,68	14,95	0,68	2,70	0,04	0,05
18,0	32	500	22,36	15,63	0,70	15,42	0,70	2,74	0,04	0,05
20,0	36	500	22,36	13,89	0,62	13,69	0,62	2,62	0,04	0,05

Trägt man nun die logarithmierten, bereinigten Zählraten gegen die jeweilige Materialbreite d auf, ergibt sich mit durchgeführten linearen Ausgleichsrechnungen die Abbildung 4. Bei der Blei Messung wurde der Wert für eine Bleidicke von 10,4 mm nicht berücksichtigt, da er eine zu große Abweichung hat. Es ergaben sich mit *GNUPlot* die folgenden

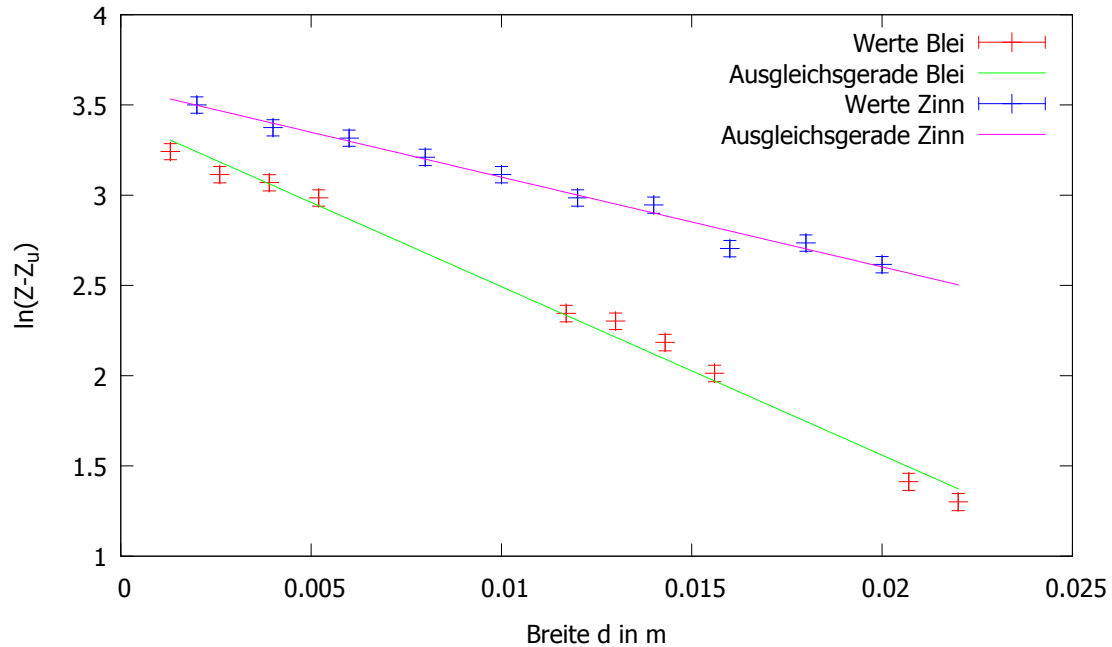


Abbildung 4: Werte und Ausgleichsgeraden für Blei- und Zinnabschirmung, inkl. asymmetrischer Fehlerbalken, *GNUPlot*

Ausgleichsgeraden:

$$\begin{aligned} \text{Blei: } \ln(Z - Z_u) &= (-93,36 \pm 3,21) \frac{1}{m} \cdot d + (3,43 \pm 0,04) \\ \text{Zinn: } \ln(Z - Z_u) &= (-49,73 \pm 2,32) \frac{1}{m} \cdot d + (3,60 \pm 0,03) \end{aligned}$$

Diese Geraden ergeben sich aus dem Absorptionsgesetz 3 zu

$$\ln(Z_D) = \ln(Z_0) + \mu D, \quad (14)$$

womit die errechnete Steigung der gesuchte Absorptionskoeffizient ist.

3.2.3 Theorie und Vergleich

Nach Formel (4) ergibt sich der theoretische Wirkungsquerschnitt σ_{com} . ϵ beträgt hier $\epsilon = 1,295$ [1], da Cäsium-137 verwendet wurde. Der theoretische Absorptionskoeffizient μ_{com} ergibt sich dann nach Gleichung (7) und den Werten aus Tabelle 3.2:

Tabelle 3.2: Literaturwerte Blei und Zink: Ordnungszahl, Dichte in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ und Molmasse in $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ [2]

	Blei	Zink
Z	82	30
M	207,20	65,39
ρ	11,34	7,14

$$\sigma_{com} = 2,57 \cdot 10^{-29} \frac{1}{\text{m}^2}$$

$$\mu_{com,pb} = 69,34 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\mu_{com,zn} = 50,61 \frac{1}{\text{m}}$$

Tabelle 3.3: Errechne und exp. bestimme Absorptionskoeffizienten

	Experimentell	Theorie
Blei	93,36	69,34
Zink	49,73	50,61

Aufgrund der vergleichsweise großen Abweichung zwischen experimentell bestimmten und dem aus der Theorie errechneten Wert für Blei ist davon auszugehen, dass der Photoeffekt neben dem Comptoneffekt eine zu beachtende Rolle spielt. Die Energie für eine Paarbildung ist zu gering. Der Absorptionskoeffizient für den Photoeffekt ergibt sich folglich aus der Differenz des Theorie- und des experimentell bestimmten Compton-Absorptionskoeffizienten und beträgt:

$$\mu_{photo} = 93,36 - 69,34 = 24,02 \frac{1}{\text{m}}$$

Bei Zink liegen beide Werte jedoch sehr nah beieinander. Der Photoeffekt sowie Paarbildung finden somit nicht bzw. kaum statt.

3.3 β -Strahlung

3.3.1 Nulleffekt

Bei der Zählratenmessung ohne Strahler wurden in 900 s $N = 1570$ Impulse gemessen. Es ergibt sich mit Formel (10)

$$Z_u = \frac{N_u}{t} = \frac{1570}{900\text{s}} = 1,74 \frac{1}{\text{s}} \pm 0,04 \frac{1}{\text{s}} \quad (15)$$

3.3.2 Experimentell

Analog zur γ -Strahlung wird wieder der natürliche Logarithmus der vom Nulleffekt bereinigten Zählrate dieses Mal gegen die Massenbelegung $R = \rho \cdot d$ des Materials, hier Aluminium, ausgetragen ($\rho = 2,707 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [2]). Bei der Rechnung ergaben sich große Probleme mit den Messwerten für große Breiten des Aluminiums, da Z und Z_0 ähnlich groß waren. Daher wurde der \ln auf absolute Werte angewandt. Die Fehler für die letzten Werte wurden aufgrund des Logarithmus in der Fehlerformel entweder nicht definiert (Argument des \ln war kleiner Null) oder bei Benutzung des Argumentbetrags teilweise unrealistisch groß und werden daher nicht berücksichtigt.

Tabelle 3.4: Messwerte und daraus errechnete Werte zur Messung mit Aluminium

$d/\mu\text{m}$	$R/\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	t/s	N	Fehler	$\ln(Z - Z_u)$	Fehler+	Fehler-
102	0,0276	7	742	27,24	4,647	0,037	0,038
126	0,0341	15	778	27,89	3,914	0,036	0,038
153	0,0414	25	545	23,35	2,999	0,046	0,048
160	0,0433	35	519	22,78	2,571	0,049	0,051
200	0,0541	95	520	22,80	1,316	0,063	0,068
253	0,0685	250	518	22,76	-1,116	0,269	0,369
302	0,0818	290	550	23,45	-1,883	0,000	0,000
338	0,0915	320	529	23,00	-2,393	0,000	0,000
400	0,1083	360	514	22,67	-1,150	0,000	0,000
444	0,1202	320	539	23,22	-2,812	0,000	0,000
482	0,1305	320	562	23,71	-4,439	0,000	0,000

Nun werden die zwei Bereiche für die beiden Geraden ausgewählt: Die erste Gerade wird durch die Punkte auf dem Intervall $R = [0; 0,07]$ gelegt, die zweite durch $R = [0,08; 0,14]$, wobei der Wert $R = -4,44 \text{ g cm}^3$ nicht berücksichtigt wurde, da er abfallende Tendenzen aufweist und die Steigung der Geraden stark negativ beeinflussen würde. Ein Krümmungsbereich zu ignorierender Werte ist direkt nicht auszumachen. Die Ausgleichsgeraden und aus Tabelle 3.4 entnommenen Werte sind in Abbildung 5 ersichtlich. Für die beiden Ausgleichsgeraden der Form $y_i = A_i x + b_i$ ergibt sich mit *GNUPlot*:

$$A_1 = (-128,23 \pm 4,56) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$B_1 = 8,23 \pm 0,173$$

$$A_2 = (-9,13 \pm 28,82) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$B_2 = -1,14 \pm 2,93$$

Wie erwartet ist die zweite Ausgleichsgerade sehr stark fehlerbehaftet, da die Werte große Unterschiede aufweisen.

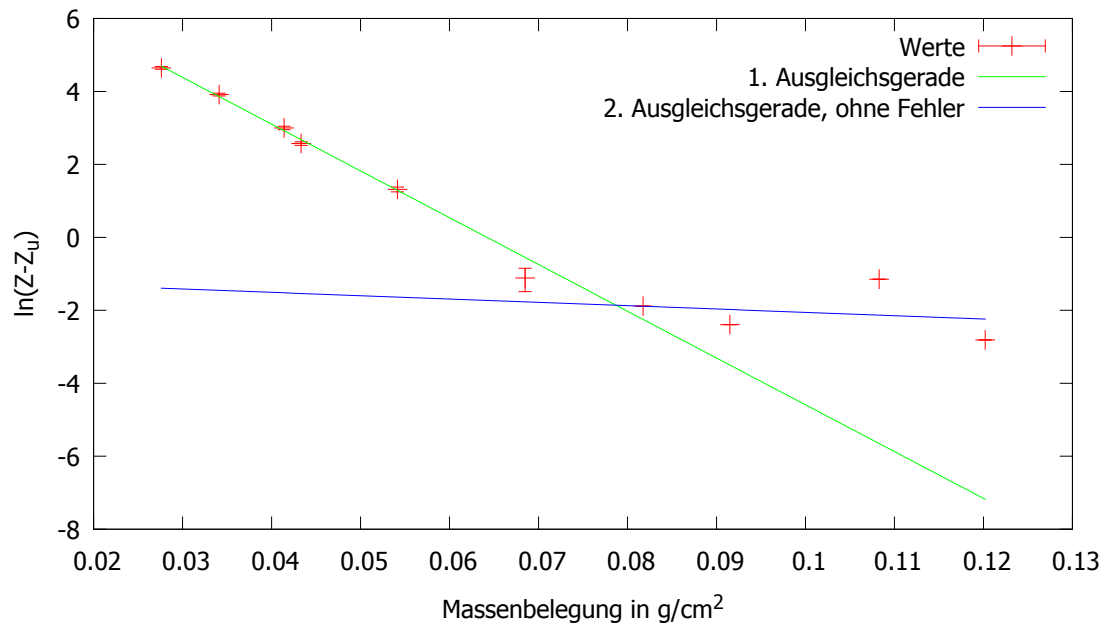


Abbildung 5: Werte und Ausgleichsgeraden für Aluminium, *GNUPlot*

Um die maximale Reichweite R_{\max} der Teilchen zu erhalten, wird der Schnittpunkt der beiden Geraden durch gleichsetzen und umstellen der beiden Ausgleichsgeraden errechnet:

$$R_{\max} = \frac{B_2 - B_1}{A_1 - A_2} = 0,787 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \quad (16)$$

Nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler zu:

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{\max}} &= \sqrt{\sigma_{B_2}^2 \left(\frac{1}{A_1 - A_2} \right)^2 + \sigma_{B_1}^2 \left(\frac{1}{A_1 - A_2} \right)^2 + \sigma_{A_1}^2 \left(\frac{\sigma_{B_1} - \sigma_{B_2}}{(A_1 - A_2)^2} \right)^2 + \sigma_{A_2}^2 \left(\frac{\sigma_{B_2} - \sigma_{B_1}}{(A_1 - A_2)^2} \right)^2} \\ &= 0,025 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \end{aligned}$$

Die Gesamtenergie E_{\max} ist dann:

$$\begin{aligned} E_{\max} &= 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 \cdot R_{\max}} \\ &= 0,2944 \text{ MeV} \end{aligned}$$

mit dem Fehler:

$$\begin{aligned} \sigma_{E_{\max}} &= \frac{1,92(2R_{\max} + 0,22)}{2\sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}}} \cdot \sigma_{R_{\max}} \\ &= 0,0597 \text{ MeV} \end{aligned}$$

3.3.3 Literaturvergleich

Der Literaturwert für Technetium beträgt $E_{lit} = 0,294 \text{ MeV}$ ¹, was überraschend genau mit unserem errechneten Wert $E_{max} = (0,2944 \pm 0,0597) \text{ MeV}$ übereinstimmt. Es ist aufgrund des vergleichsweise großen Fehlers, der Probleme beim logarithmieren sowie der Abstriche bei den Ausgleichsgeraden, insb. der zweiten, anzunehmen, dass diese Übereinstimmung zufällig genau ist.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 704 - Absorption von γ - und β -Strahlung.
http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html (13.04.2013).
- [2] Dr. Rolf Winter. *Das große Tafelwerk*. Cornelsen, 2009.

¹<http://www.webelements.com/technetium/> Zugriff: 21.05.2013