V502

Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.18 Abgabe: 17.04.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

1.1 Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld

Anders als im elektrischen Feld wirkt auf ein Elektron im Magnetfeld nur eine Kraft, wenn sich das Elektron durch dieses bewegt. Diese Kraft wird Lorentzkraft genannt. Bewegt sich eine Ladung q durch ein homogenes Magnetfeld $\vec{B}$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, dann lässt sich die Lorentzkraft mit

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{1}$$

berechnen.

Gegeben ist ein Magnetfeld, dessen Feldlinien parallel zur X-Achse eines kartesischen Koordinatensystems ausgerichtet sind. Bewegt sich nun ein Elektron mit der Ladung e_0 und der Masse m_0 mit der Geschwindigkeit $\vec{v_0}$ in Z-Richtung durch das Magnetfeld, so wirkt auf ihn die Lorentzkraft in Y-Richtung:

$$F_{\mathrm{L_y}} = e_0 v_0 B.$$

Da laut 1 die Kraft stets senkrecht zum Wegelement $\mathrm{d}\vec{s}$ steht, ist:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

und damit bleibt die potentielle Energie und daraus folgernd auch die kinetische Energie des Elektrons konstant. Zudem ist wegen:

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

$|\vec{v}|$ ebenfalls immer konstant und in allen Bahnpunkten gilt:

$$|\vec{v}| = v_0.$$

In einem Magnetfeld ist die auf das Elektron wirkende Kraft gleich der Zentripetalkraft:

$$e_0 v_0 B = \frac{m_0 |\vec{v}|^2}{r}.$$

Wird die Gleichung nach dem Radius r umgestellt, dann zeigt sich, dass sich aufgrund eines konstanten Radius das Elektron auf einer Kreisbahn bewegt:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \tag{2}$$

1.2 Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Die spezifische Ladung $\frac{e_0}{m_0}$ kann mit der Kathodenstrahlröhre bestimmt werden. Dazu werden die Elektronen mit der Beschleunigungsspannung U_{B} auf eine Geschwindigkeit v_0 gebracht:

$$v_0 = \sqrt{2U_\mathrm{B}\frac{e_0}{m_0}}.$$

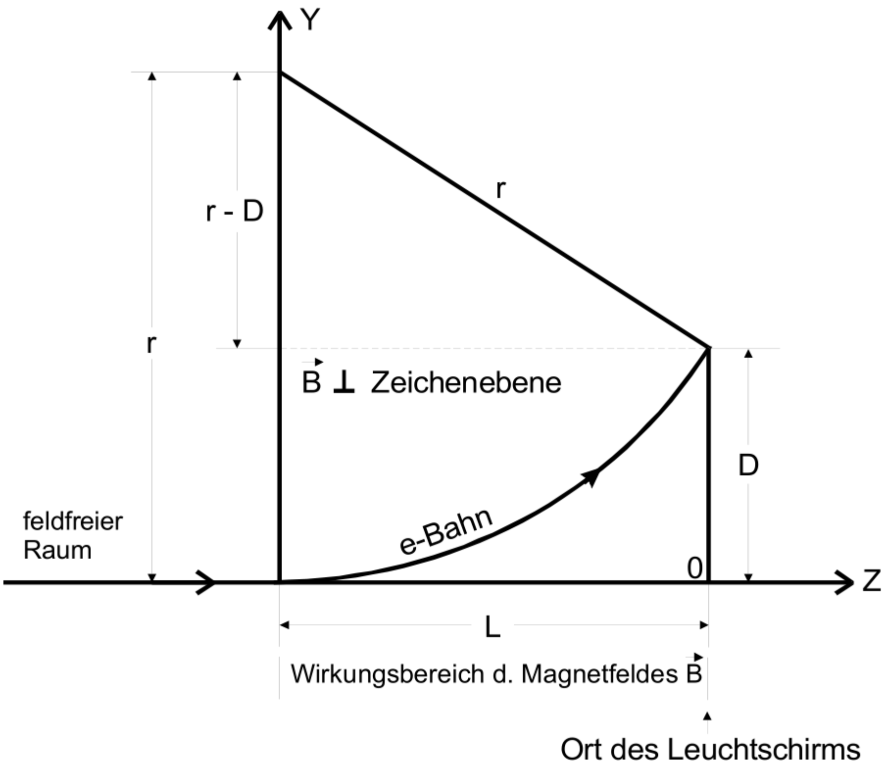

Abbildung 1: Skizze zur Ableitung einer Beziehung zwischen L, D und r, [1, S. 2].

Im Magnetfeld bewegen sich die Elektronen aufgrund der Lorentzkraft auf einer gekrümmten Bahn und treffen dann auf den Leuchtschirm der Kathodenstrahlröhre. Die Verschiebung vom Mittelpunkt des Schirms, also dem Punkt, den der Strahl in einem feldfreien Raum träfe, wird nun als D bezeichnet. Die Verschiebung kann mithilfe des Satzes des Pythagoras aus dem Radius r der Kreisbahn und der Länge L des Wirkungsbereichs des Magnetfeldes errechnet werden:

$$\begin{aligned} r^2 &= L^2 + (r-D)^2 \\ \iff \quad r &= \frac{L^2 + D^2}{2D}. \end{aligned} \tag{3}$$

Nun kann 3 in 2 eingesetzt werden, woraus sich

$$\frac{m_0 v_0}{e_0 B} = \frac{L^2 + D^2}{2D}$$

ergibt. Außerdem lässt sich auch die Geschwindigkeit v_0 mithilfe von 1.2 ersetzen:

$$\frac{m_0}{e_0 B}\sqrt{2U_\mathrm{B}\frac{e_0}{m_0}} = \frac{L^2 + D^2}{2D}$$

beziehungsweise

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_\mathrm{B}}}\sqrt{\frac{e_0}{m_0}}B. \tag{4}$$

2 Durchführung

2.1 Bestimmung der spezifischen Ladung der Elektronen

Zur Bestimmung der spezifischen Ladung $\frac{e_0}{m_0}$ wird durch ein Helmholtzspulenpaar mit der Windungszahl N, dem Spulenstrom I, dem Spulenradius R und der magnetischen Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ ein annähernd homogenes Magnetfeld aufgebaut. Dieses Magnetfeld besitzt in seinem Mittelpunkt eine Flussdichte von

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}}\frac{NI}{R}. \tag{5}$$

Die Kathodenstrahlröhre wird so gedreht, dass ihre Achse parallel zu der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes liegt. Als Hilfsmittel wird dafür ein Deklinatorium-Inklinatorium verwendet. Danach wird eine Beschleunigungsspannung U_B zwischen 250 und 500 V eingestellt und dafür die Strahlverschiebung D in Abhängigkeit von B gemessen, indem der Leuchtfleck auf die unterste oder oberste Linie des Leuchtschirms gebracht wird. Dies wird für vier weitere Beschleunigungsspannungen wiederholt.

2.2 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Zunächst wird eine konstante Beschleunigungsspannung zwischen 150 und 200 V gewählt. Mit Deklinatorium wird die Nord-Süd-Richtung des Erdmagnetfeldes bestimmt, nach der die Achse der Kathodenstrahlröhre ausgerichtet wird. Es muss auf den Ort des Leuchtflecks auf dem Schirm geachtet werden, bevor die Röhre in Ost-West-Richtung gedreht wird. Die durch die Drehung im Erdmagnetfeld verursachte Verschiebung des Leuchtflecks kann dann mithilfe des Magnetfeldes des Helmholtzspulenpaares korrigiert werden. Dazu wird der Spulenstrom I_hor verändert, bis sich der Leuchtfleck in der Ursprungsposition befindet. Der benötigte Spulenstrom wird daraufhin notiert.

Im letzten Versuchsteil wird der Inklinationswinkel ϕ zur Bestimmung der Totalintensität B_total ermittelt. Hierzu muss die Winkelscheibe des Inklinatoriums so gedreht werden, dass ihre Flächennormale parallel zum Boden liegt. Dann kann mithilfe der Kompassnadel der Winkel auf der Scheibe abgelesen werden.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Zur Erzeugung eines Magnetfeldes wurde eine Helmholtz-Spulenpaar verwendet mit den folgenden Abmessungen:

$$N = 20$$
$$R = 0{,}282\,\mathrm{m}$$

wobei N die Anzahl der Windungszahl und R der Radius der Spulenpaar sind. In der Tabelle 1 befinden sich die aufgeführten Stromstärken für die Ablenkung von oben auf den jeweils n-ten Strich.

Tabelle 1: Messdaten für die Stromstärke I und Abstand D bei der Bestimmung der spezifischen Elektronenladung.

	U_B/V	250	300	350	400	440
n	D/m	I/A	I/A	I/A	I/A	I/A
1	0	0	0	0	0	0
2	0,006	0,3	0,3	0,4	0,35	0,39
3	0,012	0,625	0,625	0,8	0,7	0,82
4	0,019	0,95	0,99	1,15	1,14	1,24
5	0,025	1,25	1,325	1,5	1,5	1,63
6	0,031	1,55	1,65	1,9	1,9	2,04
7	0,038	1,85	1,98	2,3	2,3	2,95
8	0,044	2,5	2,36	2,69	2,73	2,95
9	0,050	-	2,725	3,95	3,15	3,26

Eine lineare Ausgleichsgerade lässt sich berechnen wie:

$$y = mx + b \tag{6}$$

wobei m die Steigung und b der y-Achsenabschnitt sind. Über Formel 6 werden die Steigungen und die Fehler der Ausgleichsgeraden vom Python-Modul Matploblib berechnet. Mit Hilfe der gemessenen Werte wird für die Bestimmung der spezifischen Elektronenladung die Gleichung 5 benötigt um die magnetische Feldstärke zu berechnen und die Größe $\frac{D}{(L^2+D^2)}$ ermittelt. Die errechneten Werte befinden sich nun in der Tabelle 2 und mit diesen ergibt sich die Abbildung 2.

Tabelle 2: Die neuen errechneten Ergebnisse mit Hilfe der Messwerte für die Bestimmung der spezifischen Elektronenladung.

$\frac{D}{(L^2+D^2)}$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$
0	0	0	0	0	0
0,207	19,13	19,13	25,50	22,32	24,87
0,412	39,85	39,85	51,01	44,64	52,29
0,614	60,58	63,13	73,33	72,69	79,07
0,812	79,71	84,49	95,65	95,65	103,94
1,003	98,84	105,22	121,16	121,16	130,09
1,187	117,97	126,26	146,67	146,67	188,12
1,363	159,42	150,50	171,54	174,09	188,12
1,529	-	173,77	251,89	200,87	207,89

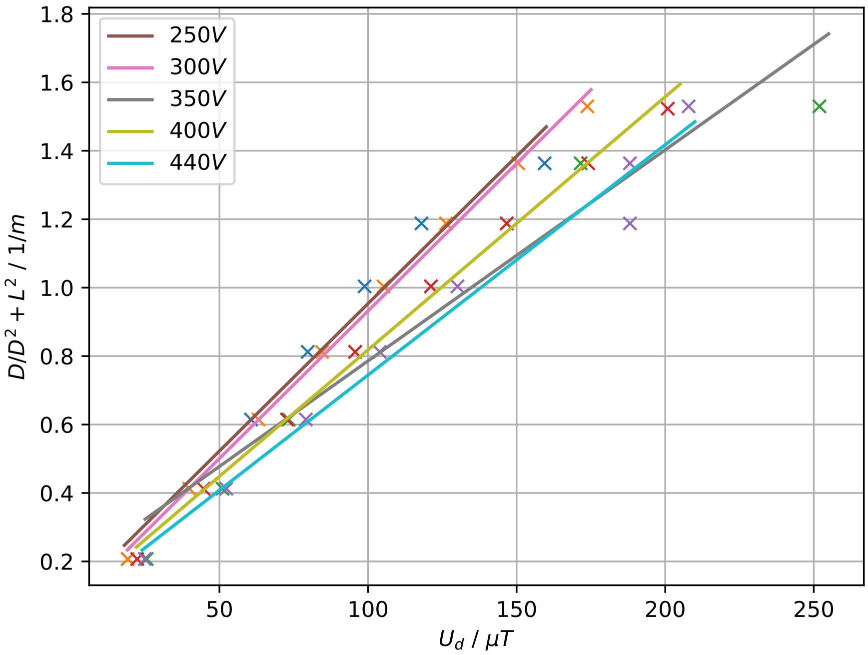

Abbildung 2: Die Ablenkung in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei einer Spule mit $N = 20$ Windungen.

Die Steigungen betragen dann wie folgt:

$$m_{250} = (8619{,}32 \pm 596{,}00)\,\frac{1}{\mathrm{Tm}}$$
$$m_{300} = (8619{,}11 \pm 181{,}48)\,\frac{1}{\mathrm{Tm}}$$
$$m_{350} = (6166{,}17 \pm 665{,}03)\,\frac{1}{\mathrm{Tm}}$$
$$m_{400} = (7393{,}47 \pm 177{,}70)\,\frac{1}{\mathrm{Tm}}$$
$$m_{440} = (6729{,}39 \pm 409{,}05)\,\frac{1}{\mathrm{Tm}}.$$

Es ist darauf zu beachten, dass bei der Steigung als Index die jeweilige Beschleunigungsspannung steht. Für die Berechnung der spezifischen Elektronenladung wird die Formel aus 4 benutzt und entsprechend nach der gesuchten Größe umgeschrieben:

$$\frac{e_0}{m_0} = \left[\frac{D}{L^2 + D^2}\left(\frac{\sqrt{8U_\mathrm{B}}}{B}\right)\right]^2 . \tag{7}$$

Als nächstes vereinfacht sich die Gleichung 7 mit der eben berechneten Steigungen zu:

$$\frac{e_0}{m_0} = 8U_\mathrm{B}a^2 . \tag{8}$$

Danach wird in die Gleichung 8 die Steigungen sowie die benutzten Beschleunigungsspannungen eingesetzt und es ergeben sich die folgenden spezifischen Ladungen:

$$\frac{e_0}{m_0} = 1,48 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 6{,}91\,\%\text{für } 250\mathrm{V}$$
$$\frac{e_0}{m_0} = 1,78 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 2{,}10\,\%\text{für } 300\mathrm{V}$$
$$\frac{e_0}{m_0} = 1,06 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 10{,}78\,\%\text{für } 350\mathrm{V}$$
$$\frac{e_0}{m_0} = 1,74 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 2{,}40\,\%\text{für } 400\mathrm{V}$$
$$\frac{e_0}{m_0} = 1,63 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \pm 6{,}07\,\%\text{für } 440\mathrm{V}.$$

3.2 Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes

Der mittels eines Deklinatorium-Inklinatoriums bestimmte Inklinationswinkel ergibt sich zu $70,1$ Grad. Auf die Angabe eines Fehlers wird verzichtet, da die Messung insgesamt zufallsabhängig war und ein Fehler somit nicht hilfreich für die Betrachtung ist.

Aus dem Spulenstrom lässt sich das durch die Spule erzeugte Magnetfeld B_tot bestimmen. Um daraus B_hor zu bestimmen, also das Feld, dass das Erdmagnetfeld kompensiert, wird B_tot durch den Cosinus des zuvor bestimmten Winkels geteilt.

Durch die Gleichung 5 mit einem Spulenstrom von $I = 0{,}26\,\mathrm{A}$ ergibt sich $B_\mathrm{tot} = 16{,}5\,\mu\mathrm{T}$ und folglich:

$$B_\mathrm{hor} = \frac{B_\mathrm{tot}}{\cos(70,1)} = 48{,}4\,\mu\mathrm{T}$$

Das Ergebnis fällt in die richtige Größenordnung von einigen zehn μT.

4 Diskussion

In der Tabelle 3 lässt sich eine Abweichung bei den Ergebnissen für die Berechnung der spezifischen Ladung vom Literaturwert erkennen. Der Literaturwert beträgt $1{,}759 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$

[2]. Die größte Abweichung liegt bei einer Beschleunigungsspannung von 350 V und die geringste liegt bei eine Beschleunigungsspannung von 300 V. Die anderen liegen in einem guten Bereich für die verwendete Apparatur. Die kleinen Abweichungen lassen sich nicht mit genauen Messungen erklären sondern sie haben eine geringe Empfindlichkeit. Messungenauigkeiten ergaben sich durch einen relativen dicken Leuchtpunkt.

Zu den Versuchsteil bei der Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes ist es zu bemerken, dass der Inklinationswinkel schwierig zu bestimmen ist, da die Präsenz beziehungsweise der Einfluss von störenden Magnetfeldern in der Umgebung des Versuchsaufbaus die Funktion des Deklinatorium-Inklinatoriums beeinträchtigen. Deshalb war es wichtig auf einen bestimmten Abstand von den anderen magnetischen und elektrischen Messgeräten zu achten. Dadurch ergaben sich auch starke Abhängigkeiten des Ausschlages, wenn dieser sich in der Nähe von den Apparaturen befand.

4.1 Zusammenfassung der Messwerte

Tabelle 3: Die errechneten Steigungen sowie die Abweichungen in Prozent vom Literaturwert.

U_B/V	$\frac{e_0}{m_0}/10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$	Abweichung a
250	1,48	15,86
300	1,78	1,19
350	1,06	39,73
400	1,47	16,43
440	1,63	7,33

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch 502: Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld*. 2018. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf` (besucht am 12. 04. 2018).

[2] Physik Uni München. *Die spezifische Elektronenladung*. URL: `https://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/elektronenbahnen/b-feld/e-m-bestimmung/auswertungem.php` (besucht am 14. 04. 2018).