

Protokoll zu Versuch 602 Röntgen-Emissions- und Absorptionsspektren

Simone Hamerla	Julian Wishahi
Mat.-Nr. 110948	Mat.-Nr. 111244
simse1710@gmx.de	julian_wi@gmx.de

10. Januar 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Erzeugung der Röntgenstrahlung	3
2.2	Das Röntgenspektrum	3
2.3	Die Feinstruktur der Emissionsspektren	5
2.4	Die Absorptionsspektren	6
2.4.1	Abschätzungen für die Kupferprobe	8
2.4.2	Bestimmung der Absorptionsenergien	8
3	Durchführung	9
3.1	Messung von Intensität und Energie	9
3.2	Versuchsaufbau	9
3.3	Messprogramm	10
4	Auswertung	11
4.1	Bestimmung der $\sigma_{1,0}$ -Abschirmzahlen von Brom, Niob und Strontium . .	11
4.2	Bestimmung der $s_{2,1}$ -Abschirmungszahl	12
4.2.1	Platin	12
4.2.2	Quecksilber	13
4.3	Abschätzung der Abschirmungszahlen σ_1 und σ_2 für Kupfer	13
4.4	Bestimmung des energetischen Auflösungsvermögens der Apparatur . . .	14
5	Anhang	15

1 Ziel

Durch Bestrahlung von Materie mit sichtbarem Licht, UV-oder Infrarotstrahlung lassen sich lediglich Aussagen über den äußeren Teil der Atomhülle machen. Um den inneren Teil der Hülle untersuchen zu können, benötigt man die energiereichere Röntgen-Strahlung.

Im Rahmen dieses Versuches sollen nun mit Hilfe der Röntgen-Strahlung die *"Konstante der vollständigen Abschirmung"* σ , sowie die *"Konstante der inneren Abschirmung"* s für verschiedene Materialien bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Erzeugung der Röntgenstrahlung

Die hochenergetische Röntgenstrahlung wird in der *Röntgenröhre* erzeugt. Ihr prinzipieller Aufbau ist in Abbildung 1 dargestellt.

Sie besteht im Wesentlichen aus einer sich im Vakuum befindenden Glühkathode. Ge-

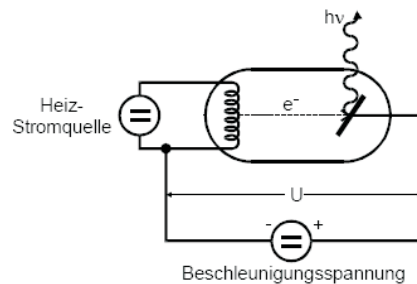


Abbildung 1: Die Röntgenröhre [1]

genüber der Kathode befindet sich die Anode, die gegenüber der Kathode eine positive Spannung von einigen kV aufweist. Die aus der Kathode austretenden Elektronen werden so zur Anode hin beschleunigt und treffen dort mit hoher Geschwindigkeit auf.

2.2 Das Röntgenspektrum

Dringt ein Elektron in ein Atom ein, so kann es auf verschiedene Arten seine Energie verlieren. Zum einen können viele hintereinander erfolgende Ionisationen im Atom dazu führen, dass die gesamte kinetische Energie des Elektrons in Wärme umgewandelt wird. Zum anderen kann es auch vorkommen, dass das Elektron so nahe an den Kern gelangt, dass es auf Grund dessen Coulombfeld abgelenkt wird. Während sich das Elektron zuvor mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig bewegt hat, wird es nun auf eine gebogene Linie gezwungen, wodurch das Elektron beschleunigt wird. Wie alle beschleunigten Ladungen sendet auch das Elektron infolgedessen Strahlung aus. Die Wahrscheinlichkeit hierfür steigt mit dem Quadrat der Kernladungszahl z .

Auf der Ebene der Quantentheorie steht das Aussenden von Strahlung für das Entstehen eines Photons. Diese Photonen besitzen Energiewerte von Null bis zu einem Maximalwert E_{max} . Die Beträge richten sich danach wie die Photonen entstanden sind. Die maximale Energie weist das Photon auf, welches dadurch entsteht, dass das Elektron in nur einem einzigen Prozess abgebremst wird. Die maximale kinetische Energie ergibt sich aus der Ladung des Elektrons und der Beschleunigungsspannung U zu

$$E_{kin} = e_0 \cdot U \quad (2.1)$$

Auf diese Weise entsteht ein kontinuierliches Energiespektrum, die sogenannte *Bremssstrahlung*.

Gelangt das Elektron ins Innere der Atomhülle, so kann es dort das Herauslösen eines Elektrons aus seiner jeweiligen Schale hervorrufen. Damit dies überhaupt möglich ist, muss die kinetische Energie des einfallenden Elektrons mindestens so groß wie die Bindungsenergie des jeweiligen Hüllenelektrons sein. Ist das Hüllenelektron aus der Schale ausgelöst, so befindet sich das Atom in einem instabilen Zustand. Die entstandene Lücke wird also schnell wieder gefüllt. Dabei nimmt ein Elektron aus einer höheren Schale den Platz des ausgelösten Elektrons ein, anschließend wird die nun neu entstandene Lücke wiederum von einem Elektron einer höheren Schale gefüllt. Diese Prozesse finden erst ca. 10^{-8} s nach dem Auslösen des ersten Elektrons statt.

Geht nun ein Elektron aus Schale n in Schale m über so wird die Energie

$$E = E_n - E_m \quad (2.2)$$

in Form von Strahlung frei. Auch hier entstehen wiederum Photonen, die die Energie

$$E_{pho} = h \cdot \nu = E_n - E_m \quad (2.3)$$

aufweisen, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum darstellt. Da es bei dieser Art der Strahlung nur auf die Energien der einzelnen Schalen ankommt, besteht das Spektrum im Gegensatz zur Bremsstrahlung aus diskreten Linien. Die Lage dieser Linien ist zusätzlich von Stoff zu Stoff verschieden, weshalb dieser Teil der Strahlung auch als *charakteristische Strahlung* bezeichnet wird.

Kennt man die Energieniveaus so kann man die Lage der Linien berechnen. Um jedoch die Energieniveaus bestimmen zu können, muss man zunächst die Schrödinger-Gleichung für das jeweilige Atom lösen. Da sich dies bei einem Viel-Elektronen-Atom, wie es hier vorliegt, schwer gestaltet, fasst man das Kernfeld sowie die Coulomb-Felder der Elektronen zu einem einzigen effektiven Coulomb-Feld zusammen. Man reduziert die *Viel-Elektronen-Atom-Anregung* also auf eine *Einelektronenanregung*.

Da die Felder der Elektronen dem Kernfeld entgegengesetzt sind, besteht das effektive Potential aus der Differenz aus dem Kernfeld und den Feldern der Elektronen. Dies wird dadurch realisiert, dass die Kernladungszahl z durch $z_{eff} < z$ ersetzt wird. Somit gilt

für die potentielle Energie des Elektrons Gleichung 2.4.

$$U = \frac{-z_{eff}e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.4)$$

In dieser Gleichung stellt ϵ_0 die sogenannte Influenzkonstante dar. Nach der Schrödinger-Gleichung ergeben sich die Eigenwerte

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2.5)$$

Für die Differenz der Energie der n-ten und der m-ten Schale, die gleichzeitig die Energie des beim Übergang entstehenden Photons erhält man damit für kleine z Gleichung 2.6.

$$h\nu_{m,n} = R_\infty z_{eff}^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (2.6)$$

Setzt man in diese Gleichung nun nacheinander natürliche Zahlen ein, so erhält man hieraus die Lage der Linien. Die Abstände der Linien ist vollkommen unabhängig von z, mit steigendem z werden die Linien lediglich verschoben. Die Übergänge zwischen den einzelnen Schalen werden durch die unterste Schale bezeichnet, so heißen Übergänge auf die K-Schale *K-Linien*.

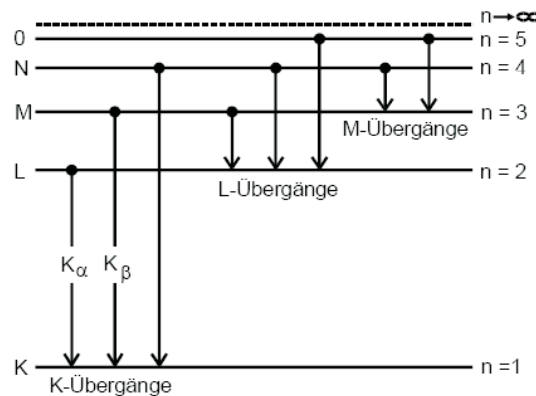


Abbildung 2: Intensität in Abhängigkeit von der Energie [1]

2.3 Die Feinstruktur der Emissionsspektren

Wie bereits erwähnt gilt obige Formel lediglich für Stoffe mit kleinen Ordnungszahlen. Betrachtet man jedoch Stoffe mit mittlerem z so muss man zusätzlich noch 2 Störeinflüsse beachten zum einen die relativistischen Änderungen der Elektronenmasse und zum anderen den Drehimpuls des Hüllenelektrons. Man erhält so die sogenannte *Sommerfeldsche*

Feinstrukturformel (Gleichung 2.7).

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left[z_{eff,1}^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2}^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + 0,5} - \frac{3}{4n} \right) \right] \quad (2.7)$$

Diese enthält die Drehimpulszahl j , die sich aus dem Drehimpuls l und dem Spin s zusammensetzt.

$$j = l + \frac{1}{2} \wedge j = l - \frac{1}{2} \quad (2.8)$$

Wie bereits erwähnt, wird hier auf das effektive Coulomb-Feld zurückgegriffen. Demnach müssen noch die Kernladungszahlen angepasst werden.

$$z_{eff,1} = z - s \quad (2.9)$$

$$z_{eff,2} = z - \sigma \quad (2.10)$$

s stellt somit die Abschirmung des Kernfeldes durch diejenigen Elektronen dar, die sich in der n -ten Schale befinden. s wird auch *Konstante der inneren Abschirmung* genannt. Im Gegensatz dazu spiegelt σ die *Konstante der vollständigen Abschirmung* zudem noch die Wirkung der äußeren Elektronen auf das Kernfeld wieder.

Die zu einem n gehörenden verschiedenen l und j Werte werden weiterhin zu Unter-niveaus zusammengefasst. So existieren für die L-Schale 3, für die K-Schale jedoch nur ein Niveau. Dies bezeichnet man als Feinstrukturaufspaltung.

Die Feinstrukturaufspaltung sowie die Übergänge in den K-Zustand sind in Abbildung 3 dargestellt. Bei den Übergängen bleibt zu beachten, dass nur diejenigen Übergänge möglich sind, bei denen sich die Bahndrehimpulse der Niveaus um den Wert 1 unterscheiden. Des Weiteren finden Übergänge, bei denen sich die n -Werte um mehr als 3 unterscheiden, kaum noch statt.

2.4 Die Absorptionsspektren

Trifft Röntgenstrahlung auf ein Material mit geringer Kernladungszahl, so gibt das einfallende Quant Energie an ein freies Elektron ab. Das Quant selber besitzt nun also weniger Energie als zuvor und wird durch den Stoß in eine neue Richtung abgelenkt. Die Zahl der pro Zeit und Flächeneinheit einfallenden Quanten, die die Intensität der Strahlung beschreibt, ist also geringer. Dieser sogenannte *Compton-Effekt* trägt jedoch nur in geringem Maße zur Schwächung der Intensität bei. Einen größeren Beitrag hierzu liefern die Verluste die durch das Auslösen von Hüllenelektronen entstehen. So kann das einfallende Quant ein Hüllenelektron des Atoms auslösen, wenn die Energie des Quantes größer als die Bindungsenergie des Elektrons ist. Das Elektron besitzt eine kinetische Energie die der Differenz der Quantenenergie und der Bindungsenergie entspricht.

$$E_{kin} = h\nu - E_{Bind} \quad (2.11)$$

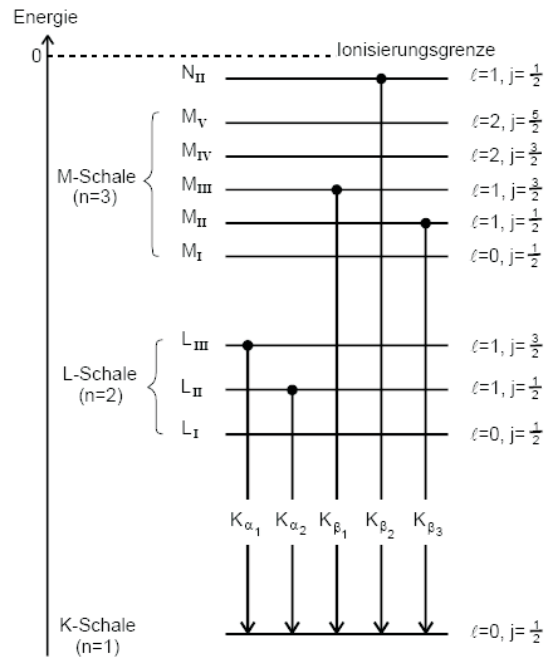


Abbildung 3: Die Feinstrukturaufspaltung [1]

Dieser Vorgang wird als *innerer Photoeffekt* bezeichnet.

Der Absorptionskoeffizient μ hängt mit der Kernladungszahl z über Gleichung 2.12 zusammen.

$$\mu \propto z^5 E^{-3,5} \quad (2.12)$$

Für die K-Schale erhält man somit

$$h\nu_{K,abs} = R_\infty \left[(z - \sigma_{1,0})^2 + \alpha^2 (z - s_{1,0})^4 \cdot \frac{1}{4} \right] \quad (2.13)$$

Aufgrund der geringen Zahl an Elektronen in der K-Schale kann der Term, welcher $s_{1,0}$ enthält vernachlässigt werden. Zur Bestimmung von σ genügt es also aus, die Energie $h\nu_{K,abs}$ zu bestimmen. Analog erhält man für die L-Schale unter Berücksichtigung der Feinstrukturaufspaltung:

$$h\nu_{L,2,abs} - h\nu_{L,3,abs} = R_\infty \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{16} \quad (2.14)$$

Mit Hilfe der Absorptionsenergien lassen sich die Konstanten also leichter bestimmen als mittels der Emissionslinien.

Für Stoffe mit einer Kernladungszahl $z > 70$ trifft diese Näherung jedoch nicht zu. Für

diese Stoffe erhält man Gleichung 2.15.

$$(z - s_{2,1})^2 = \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E}{R_\infty} \right) \left(1 + \frac{19\alpha^2 \Delta E}{32R_\infty} \right) \quad (2.15)$$

2.4.1 Abschätzungen für die Kupferprobe

Für die Kupferprobe lassen sich die Abschirmungszahlen nicht genau bestimmen, weshalb man hier auf Näherungsformeln zurückgreift.

$$E_{K,abs} = R_\infty(z - \sigma_1)^2 \quad (2.16)$$

Da man mit dieser Versuchsanordnung die Energie $E_{K,abs}$ nicht zuverlässig bestimmen kann, setzt man in Gleichung 2.16 die entsprechende Energie der zweiten Linie $E_{K,\beta}$ ein. Für eine Abschätzung der Abschirmzahl σ_2 erhält man Gleichung 2.17.

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \left[(z - \sigma_1)^2 - \frac{1}{4}(z - \sigma_2)^2 \right] \quad (2.17)$$

2.4.2 Bestimmung der Absorptionsenergien

Man nimmt hierzu die Intensität der Strahlung in Abhängigkeit von der Energie auf. Die gesuchten Absorptionsenergien ergeben sich dann als diejenigen Energiewerte, bei denen Unstetigkeitsstellen, die sogenannten *Absorptionskanten* auftreten. Wie man in Abbildung 2 erkennt erhält man aufgrund der Feinstrukturaufspaltung insgesamt 3 L- und eine K-Kante.

3 Durchführung

3.1 Messung von Intensität und Energie

Die Zahl der vorhandenen Quanten wird mit Hilfe eines Geiger-Müller-Zählrohrs bestimmt, welches mit einem Zählwerk und einem Zeitgeber verbunden ist. Bei der Bestimmung der Energie greift man auf Interferenzerscheinungen zurück. Interferenzen sind nur dann zu beobachten, wenn die Strahlung an einem räumlich periodischen Gitter aus Atomen reflektiert wird. Aus diesem Grunde wird hier auf Kristalle (in unserem Fall ein LiF-Kristal) zurückgegriffen (siehe Abbildung 4).

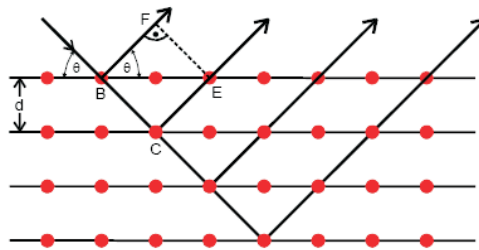


Abbildung 4: Interferenzen im Kristallgitter [1]

Konstruktive Interferenz erhält man hierbei nur für

$$n\lambda = \overline{BC} + \overline{CE} - \overline{CF} \quad (3.1)$$

$$= \frac{2d}{\sin \Theta} - 2d \cot(\Theta) \cdot \cos \Theta \quad (3.2)$$

$$= 2d \sin \Theta \quad (3.3)$$

(*Braggsche Reflexionsbedingung*). Drückt man diese Beziehung durch die Energie der Quanten aus, so kann man die Energie aus dem Winkel Θ bestimmen.

3.2 Versuchsaufbau

Die bei diesem Versuch verwendete Apparatur ist in Abbildung 5 dargestellt.

Die vom Hochspannungsgenerator erzeugte Spannung von 10 bis 24 kV wird genutzt, um die Röntgen-Röhre zu betreiben. Diese weist hier eine Kupfer-Anode auf. Die Röntgenstrahlung trifft dann auf den drehbar gelagerten Kristall und wird dort reflektiert. Mit Hilfe eines Zahnrades kann der Winkel, unter dem die Strahlung auf den Kristall trifft, verändert werden. Der Winkel Θ ist jedoch nur bis zu einem Wert von 30 drehbar, wodurch nur Interferenzen mit $n = 1$ auftreten können. Die reflektierte Strahlung tritt dann zunächst durch eine Blende und wird anschließend von einem Zählrohr registriert. Das Zählrohr liefert die entsprechenden Impulse. Die so erzeugten Impulse gelangen nachdem sie entsprechend verstärkt wurden in das Impulsratemeter, wo eine der Intensität der Strahlung entsprechende Gleichspannung erzeugt wird. Dieses Gleich-

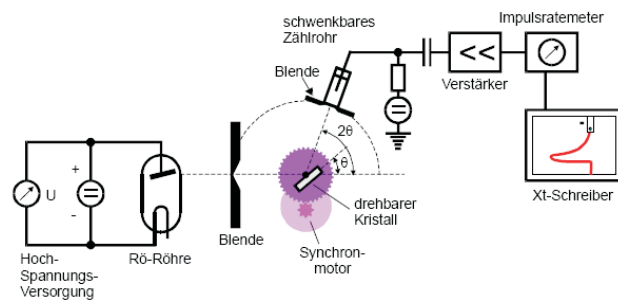


Abbildung 5: Verwendete Versuchsaapparatur [1]

spannungssignal kann dann mit Hilfe eines Xt-Schreibers aufgezeichnet werden.

Bei der von uns verwendeten Apparatur ist an den Zahnradern, mit denen man die Winkel Θ und 2Θ einstellen kann, ein Motor angebracht, sodass die Winkel proportional zur Zeit variiert werden können.

Die Zeitkonstante des Impulsratemeter ergibt sich daraus, dass der statistische Charakter der Emission von Röntgenquanten bei einer zu geringen Zeitkonstante die Genauigkeit der Messung beeinflusst. Auch eine zu große Zeitkonstante wirkt sich auf die Messgenauigkeit aus. So können schnelle Schwankungen bei einer zu großen Konstante nicht mehr aufgelöst werden.

3.3 Messprogramm

Zunächst wird ein reines Emissionsspektrum aufgenommen.

Anschließend nimmt man die Absorptionsspektren verschiedener Stoffe auf. Wir haben hierbei Brom, Niob und Strontium gewählt. Bei diesen Stoffen haben wir die $\sigma_{1,0}$ Abschirmzahlen bestimmt. Aus weiteren Messungen mit Platin und Quecksilber wurden deren $s_{2,1}$ Abschirmzahlen bestimmt. Für die Kupferprobe wurden dann die σ_1 und die σ_2 Abschirmungszahlen ermittelt.

Für alle Messungen wird eine Zählrohrspannung von ca. 330 V angelegt und eine Zeitkonstante von 3 eingestellt. Die Geschwindigkeit der Papierrolle am Xt-Schreiber wird auf 50 mm/min gestellt. Der Messbereich des Zählrohres und der Span-Bereich des Xt-Schreibers werden so eingestellt, dass die Peaks der Messkurven möglichst genau dargestellt werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der $\sigma_{1,0}$ -Abschirmzahlen von Brom, Niob und Strontium

Über die Messung der energetischen Lage der K-Kanten erhält man die $\sigma_{1,0}$ -Abschirmzahlen. Um aus den gemessenen Winkeln die Energie zu erhalten, benutzen wir die Relationen der Bragg-Reflexion nach Gleichung 3.3 und erhalten damit Gleichung 4.1.

$$E = \frac{hcn}{2d \sin \Theta} \quad (4.1)$$

Für den Netzebenenabstand des LiF-Kristalls gilt $d = 2,01 \text{ \AA} = 2,01 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, während für das Plancksche Wirkungsquantum $h = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{ eV}$ und für die Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458 \text{ m/s}$ verwendet wird.

Da die theoretisch erwartete Unstetigkeitsstelle an der K-Kante in der Praxis eine endliche Steigung besitzt, ermitteln wir den Wert für den gesuchten Winkel, indem wir jeweils den Maximalwert und den Minimalwert der K-Kante aus dem Graphen bestimmen und somit den Intensitätswert der Absorptionskante durch $I_K = \frac{1}{2}(I_{max} - I_{min})$ erhalten. Aus diesem erhalten wir den gesuchten Winkel Θ_k durch Bestimmung seines x-Achsen-Wertes.

Da wir in dem Graphen die Winkel nicht direkt ablesen, sondern nur die Koordinaten auf einer willkürlich gelegten, auf Zentimeter genormten x-Achse direkt ermitteln können, berechnen wir mit Hilfe einer während der Messung im Graphen aufgenommenen Eichpunkten ermittelten Ausgleichsgeraden den zugehörigen Winkel zu dem durch Extrapolation erhaltenen x-Wert.

Die ermittelten Winkel sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Element	z	Ausgleichsgerade	x [cm]	θ_K [°]
Brom	35	$y = (0,37 \pm 0,03)x + (11,93 \pm 0,20)$	4,8	13,71
Strontium	38	$y = (0,35 \pm 0,01)x + (9,97 \pm 0,06)$	4,3	11,48
Niob	41	$y = (0,35 \pm 0,01)x + (9,03 \pm 0,06)$	2,4	9,87

Tabelle 1: Ermittelte Winkel für die energetische Lage der K-Kanten von Br, Nb, Sr

Mit Gleichung 4.1 erhält man aus den ermittelten Winkeln die entsprechenden Energien. Um die Abschirmungszahl $\sigma_{1,0}$ zu bestimmen, stellen wir Gleichung 2.13 nach $\sigma_{1,0}$ um und erhalten mit $s_{1,0} = 0$, der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante $\alpha \approx \frac{1}{137}$ und der Rydberg-Konstante $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$ somit Gleichung 4.2.

$$\sigma_{1,0} = z - \sqrt{\frac{E}{R} - \frac{\alpha^2 z^4}{4}} \quad (4.2)$$

Damit ergeben sich für Brom (Graph 1), Strontium (Graph 2) und Niob (Graph 3) die Energien und Abschirmungszahlen, die in Tabelle 2 aufgeführten Werte.

Element	z	E [eV]	$\sigma_{1,0}$
Brom	35	13013,02	4,39
Strontium	38	15496,41	4,66
Niob	41	17992,69	5,15

Tabelle 2: Energien und Abschirmungszahlen K-Kanten

4.2 Bestimmung der $s_{2,1}$ -Abschirmungszahl

4.2.1 Platin

Für Platin ($z = 78$) wurde aus Graph 4 die Position der L_{II} - und der L_{III} -Kante nach dem gleichen Prinzip wie bei der Ermittlung des Winkels für die K-Linie im Abschnitt 4.1 durchgeführt. Es wurden allerdings je 5 Messpunkte (Tabelle 3) für die Lage des Maximums und des Minimums ausgesucht, da bei den L-Kanten Maximum und Minimum verglichen mit der Ermittlung für die K-Kanten weniger klar zu erkennen sind.

i	L_{II} -Kante		L_{III} -Kante	
	Min [cm]	Max [cm]	Min [cm]	Max [cm]
1	5,7	8,4	5,1	19,2
2	6,3	8,2	4,4	21,5
3	5,8	8,5	4,3	23,1
4	6,2	8,1	4,6	22,8
5	5,8	8,0	5,0	21,0
Mittelwert	6,0	8,2	4,7	21,5
I_L [cm]	7,1		13,1	
x_L [cm]	11,6		17,3	
Θ_L [°]	13,98		16,14	
E_L [eV]	12768,35		11092,10	

Tabelle 3: Messwerte für Maxima und Minima der L-Kanten von Pt

Die Ausgleichsgerade für die Umrechnung des x-Wertes $x_L(I_L)$ in Θ_L ist über Gleichung 4.3 definiert.

$$\Theta_L = (0,38 \pm 0,02)^\circ \cdot \frac{1}{\text{cm}} \cdot x_L(I_L) + (9,57 \pm 0,34)^\circ \quad (4.3)$$

Zur Berechnung der Abschirmungszahl $s_{2,1}$ wird Gleichung 4.4 verwendet, wobei $\Delta E = |E_{LIII} - E_{LII}|$ ist.

$$s_{2,1} = z - \sqrt{\left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E}{R_\infty}\right) \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E}{R_\infty}\right)} \quad (4.4)$$

Somit ergibt sich die Abschirmungszahl von Platin zu $s_{2,1}(\text{Pt}) = 3,91$.

4.2.2 Quecksilber

Für Quecksilber ($z = 80$) ergeben sich aus Graph 5 analog zu Abschnitt 4.2.1 die ermittelten Werte in Tabelle 4.

	L _{II} -Kante		L _{III} -Kante	
i	Min [cm]	Max [cm]	Min [cm]	Max [cm]
1	12,4	17,9	9,2	24,4
2	13,0	17,7	8,8	24,2
3	13,2	17,5	8,6	23,2
4	12,5	17,0	11,0	24,3
5	12,9	17,6	8,7	23,3
Mittelwert	12,8	17,5	9,3	23,9
I_L [cm]	15,2		16,6	
x_L [cm]	5,9		11,9	
Θ_L [°]	12,90		15,00	
E_L [eV]	13820,20		11920,26	

Tabelle 4: Messwerte für Maxima und Minima der L-Kanten von Hg

Hier verwendet man als Umrechnungsfunktion die Ausgleichsgerade der Eichpunkte in Gleichung 4.5.

$$\Theta_L = (0,35 \pm 0,01)^\circ \cdot \frac{1}{\text{cm}} \cdot x_L(I_L) + (10,83 \pm 0,10)^\circ \quad (4.5)$$

Nach Gleichung 4.4 ergibt sich für die Abschirmungszahl $s_{2,1}(\text{Hg}) = 3,82$.

4.3 Abschätzung der Abschirmungszahlen σ_1 und σ_2 für Kupfer

Es wird eine Emissionskennlinie (Graph 6) für Kupfer aufgenommen. Dazu wird der zu den auftretenden K-Linien K_α und K_β zugehörige Winkel berechnet. Die Ausgleichsgerade in Gleichung 4.6 wird zur Umrechnung von den x-Werten [cm] in die Winkel [°] verwendet.

$$\Theta_K = (-0,83 \pm 0,01)^\circ \cdot \frac{x}{\text{cm}} + (24,97 \pm 0,06)^\circ \quad (4.6)$$

Mit der Berechnung der Energien über die Formel für die Bragg-Reflexion (Gleichung 4.1 ergibt sich dann Tabelle 5.

Linie	x-Wert [cm]	Θ_K [°]	E [eV]
K_α	2,7	22,77	7968,63
K_β	5,3	20,61	8760,75

Tabelle 5: Energien und Abschirmungszahlen K-Kanten für Cu

Die Abschirmungszahlen σ_1 und σ_2 ergeben sich zu:

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} = 3,62 \quad (4.7)$$

$$\sigma_2 = z - \sqrt{-4 \cdot \frac{E_\alpha - R_\infty(z - \sigma_1)^2}{R_\infty}} = 13,74 \quad (4.8)$$

4.4 Bestimmung des energetischen Auflösungsvermögens der Apparatur

Zur Bestimmung des Auflösungsvermögens ermittelt man die Breite bei halber Intensität der K_α -Linie, und rechnet die x-Werte für die Breitenbegrenzung in entsprechende Winkel um, die sich zu $\Theta_{K1}(2,3 \text{ cm}) = 23,06^\circ$ und $\Theta_{K2}(3,0 \text{ cm}) = 22,48^\circ$ ergeben. Danach ermittelt man die beiden zugehörigen Energien nach Gleichung 4.1. Es ergibt sich $E_{K1} = 7873,63 \text{ eV}$ und $E_{K2} = 8066,16 \text{ eV}$. Damit ergibt sich das Auflösungsvermögen zu:

$$\delta E = |E_{K2} - E_{K1}| = 192,53 \text{ eV} \quad (4.9)$$

Die Ablesegenauigkeit der Peakbreite liegt im Bereich von 1 mm, was einem Fehler der errechneten Winkel von $\pm 0,08^\circ$ entspricht.

Die maximale Energie ergibt sich aus Extrapolation der Kurve auf die Intensität 0. Als x-Wert ergibt sich 18,7 cm, was nach Gleichung 4.6 somit einen Winkel von

$$\Theta_{Gr} = 9,45^\circ \quad (4.10)$$

und somit eine Maximalenergie (nach Bragg-Reflexion Gleichung 4.1) von

$$E_{Gr} = 18784,61 \text{ eV} \quad (4.11)$$

ergibt. Die Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre liegt bei etwa 20 kV. Dies entspricht der Größenordnung unseres ermittelten Wertes.

Bei allen Messungen haben wir auf eine Angabe der Fehler verzichtet, da die zu erwartenden statistischen Fehler um ein Vielfaches kleiner als die systematischen Fehler sind. So spielt neben dem eben errechneten Auflösungsvermögen auch die Schwierigkeit einer genauen Auswertung der durch den Xt-Schreiber erzeugten Graphen eine erhebliche Rolle. Oft ist nicht klar, wo eine K- oder L-Linie endet bzw. wo sie beginnt, da die Kurve viele Artefakte aufweist. Dies kann zu erheblichen Messfehlern führen. Eine weitere Fehlerquelle ist die Aufnahme zu weniger Eichpunkte während der Messungen und die ungenaue Winkelskala der Apparatur. Die errechneten Werte können also höchstens Aussagen über Größenordnungen machen.

5 Anhang

Literatur

- [1] Physikalisches Anfänger-Praktikum, Universität Dortmund, Skript zu Versuch Nr.602, (2005)