

V704

Absorption von γ - und β -Strahlung

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 22.05.18

Abgabe: 29.05.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	γ -Strahlung und ihre Wechselwirkung mit der Materie	3
2.2	β -Strahlung und ihre Wechselwirkung mit der Materie	5
3	Durchführung	7
4	Auswertung	7
4.1	γ - Strahlung	7
4.1.1	Nulleffekt	7
4.1.2	Experimentell	8
4.1.3	Theoretisch	10
4.2	β -Strahlung	10
4.2.1	Experimentell	11
4.3	Diskussion	13
	Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden für diese beiden Strahlungsarten, die γ - und β -Strahlung, auf ihre Wechselwirkungsmechanismen mit Materie näher eingegangen. Als erstes soll das exponentielle Absorptionsgesetz bestätigt werden. Danach sollen die Absorptionskoeffiziente für verschiedene Materialien bestimmt werden. Am Ende wird die Maximalenergie eines β -Teilchens bestimmt.

2 Theorie

Wechselwirkt energiereiche Strahlung mit Materie, so kommt es zu Absorptionserscheinungen. Eine wichtige Größe ist dabei der Wirkungsquerschnitt σ , welcher wie eine fiktive Fläche bei dem Auftreffen eines Teilchens auf diese zu Wechselwirkung führt. Wird angenommen, dass die Elektronen die Wechselwirkungszentren im Absorbermaterial darstellen, lässt sich der Wirkungsquerschnitt nähern:

$$\sigma = \frac{\mu}{n} = \frac{\mu M}{z N_L \rho}$$

z : Ordnungszahl, N_L : Loschmidtsche Zahl, ρ : Dichte, M : Molekulargewicht, n : Materieteilchen pro Volumenelement

μ beschreibt hier den Absorptionskoeffizienten, welcher mit σ und n zusammenhängt:

$$\mu = n\sigma.$$

Das Absorptionsgesetz lautet:

$$N(D) = N_0 e^{-\mu D} \quad (1)$$

und ist gültig bei nur einer Wechselwirkung eines einfallenden Teilchens mit dem Absorber oder wenn die mittlere Entfernung zwischen zwei Reaktionen groß gegenüber der Absorberschichtdicke D groß ist. N_0 beschreibt die Anzahl der Teilchen, welche pro Zeiteinheit auf die Querschnittsfläche des Absorbers treffen.

2.1 γ -Strahlung und ihre Wechselwirkung mit der Materie

Die γ -Strahlung, also Photonenstrahlung, entsteht erst, wenn der Atomkern in einem angeregten Zustand, die noch vorhandene überschüssige Energie, in Form eines oder mehrerer Gammaquanten abgibt. Weil diese Energieniveaus diskrete Zustände besitzen, handelt es sich um ein Linienspektrum. Die Gammaquanten breiten sie sich nur mit der Lichtgeschwindigkeit aus. Es lassen sich viele typische Eigenschaften der elektromagnetischen Strahlung ableiten, wie z.B. Interferenz.

Es treten unterschiedliche Effekte der Gammastrahlung bei der Wechselwirkung mit der Materie. Es gibt Wechselwirkung in Form von Annihilation, elastischer- und inelastischer Streuung, wobei meist nur eine Wechselwirkung zustande kommt.

Die wichtigsten Effekte sind im Wesentlichen Compton- und Photo-Effekt und Paarbildung. Sie treten bei unterschiedlichen Wechselwirkungen auf und sind in der Abbildung 1 zu finden.

W-W-Prozess \ W-W-Partner	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 1: Die Wechselwirkungen der γ -Quanten, [3, S. 4].

Beim Photo-Effekt wird ein inneres Hüllenelektron unter Annihilation des Photons seiner Bindung gelöst. Dieser Effekt tritt auf, wenn die Energie des Photons größer als die Bindungsenergie des Elektrons ist.

Das Photon wird allerdings beim Compton-Effekt nicht vernichtet. Dieser bezeichnet eine inelastische Streuung an einem freien Elektron, welche für eine Richtungs- und Energieänderung sorgt. Das Photon gibt beim Stoß mit einem Elektron nur einen Teil seiner Energie ab. Der Wirkungsquerschnitt σ_{com} berechnet sich für diese Art von Wechselwirkung wie folgt:

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (2)$$

mit

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2}$$

wobei ϵ das Verhältnis der Quantenenergie E_γ zur Ruheenergie des Elektrons ist und r_e der klassische Elektronenradius beschreibt. Außerdem sind e die Elementarladung, m_0 die Ruhemasse des Elektrons und ϵ_0 die Influenzkonstante. Durch den Comptoneffekt ergibt sich den Compton-Absorptionskoeffizient μ_{com} zu:

$$\mu_{\text{com}} = n\sigma_{\text{com}}(\epsilon) = \frac{zN_L\rho}{M}\sigma_{\text{com}}(\epsilon). \quad (3)$$

Die Paarbildung tritt auf, wenn folgendes gilt:

$$E_\gamma > 2m_0 c^2$$

also wenn die Energie des γ -Quants doppelt so hoch ist wie die Ruhemasse eines Elektrons m_0 . Bei Bildung eines Elektrons und eines Positrons wird das Photon annihilert.

In der Abbildung 2 ist eine Wechselwirkungseffektüberlagerung dargestellt, wobei für unterschiedliche Energiebereiche unterschiedliche Effekte dominierend sind.

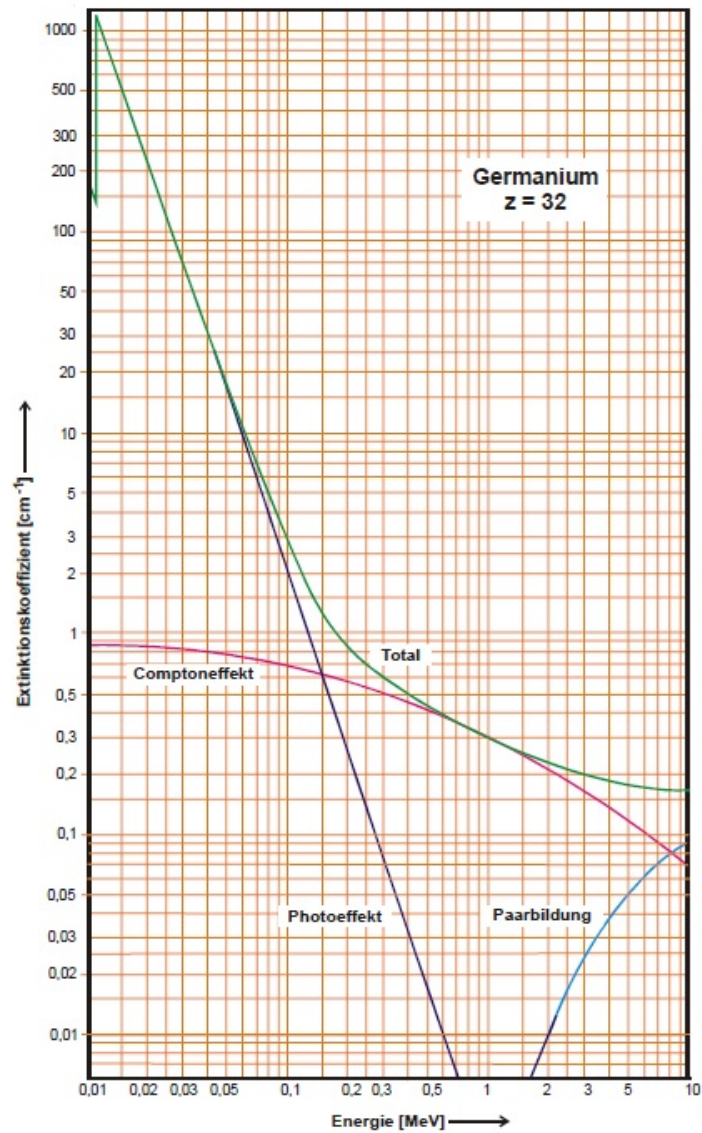


Abbildung 2: Wechselwirkungen in Abhängigkeit der Energie und des Absorptionskoeffizienten (Germanium), [3, S. 7].

2.2 β -Strahlung und ihre Wechselwirkung mit der Materie

β -Strahlung ist eine Teilchenstrahlung bestehend aus Elektronen bei der häufigeren β^- -Strahlung oder Positronen bei der β^+ -Strahlung. Im Prinzip sind Elektronen, die eine hohe kinetische Energie besitzen. Die Formeln für diesen Zerfall lauten:

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e,$$

$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e.$$

Dabei wandelt es sich ein Neutron in ein Proton, Antineutrino und Elektron um. Ein Atomkern emittiert bei einer Nukleonenumwandlung ein Elektron oder Positron, samt passendem Neutrino, wobei die freiwerdende Energie gleichmäßig auf diese verteilt werden, sodass es zu einem kontinuierlichen Spektrum kommt. Die Maximalenergie E_{\max} ist die gesamte bei dem Zerfall frei werdende Energie. Wird β^- -Strahlung absorbiert, gibt es viele Wechselwirkungsprozesse, so dass sich kein einfacher Zusammenhang ergibt.

Eine erste mögliche Art von Streuung ist die elastische Streuung am Atomkern, also die Rutherfordstreuung. Es handelt sich dabei um eine elastische Streuung mit großer Bahnablenkung bei geringer Energieabnahme.

Die zweite Art von Streuung ist die inelastische Streuung am Atomkern, aufgrund des Coulombfeldes des Kerns wird das β^- -Quant gestreut und es entsteht Bremsstrahlung, da die Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben wird und diese wiederum abbremst.

Bei der letzten Art handelt es sich um eine inelastische Streuung an Elektronen im Absorbermaterial. Dies führt zur Ionisation- sowie Anregungsprozesse. Wegen dem dabei auftretenden geringen Energieverlust kann ein Teilchen mehrfach ionisieren.

In der Abbildung 3 ist eine Absorptionskurve qualitativ dargestellt. Für geringe D über der maximalen Reichweite R_{\max} stellt das Absorptionsgesetz nach 1 eine passende Näherung dar. Bei Schichtdicken oberhalb der maximalen Reichweite kommt es jedoch zu starken Abweichungen, die Intensität wird unabhängig von D , zum Beispiel die Bremsstrahlung wird entscheidend für die Intensität. Die Massenbelegung des Absorbers

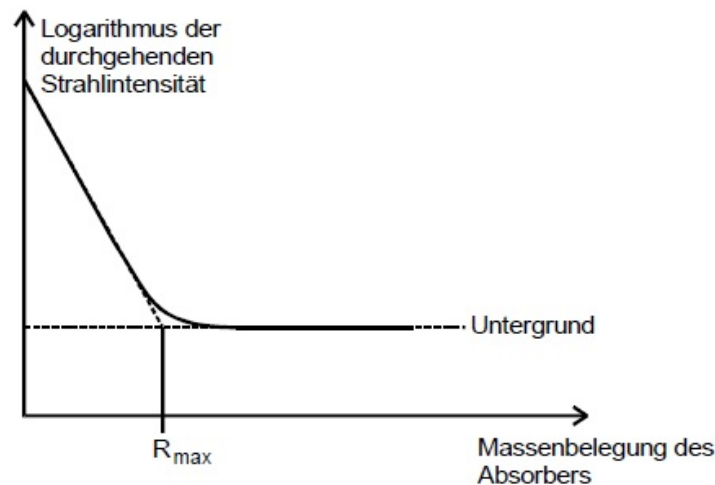


Abbildung 3: Absorptionskurve eines β^- -Strahlers, [3, S. 12].

aus der Abbildung 3 und die Schichtdicke D errechnen sich durch die Beziehung:

$$R = \rho D.$$

Weil R_{\max} durch die Elektronen mit der größten Energie bestimmt wird, kann auch die freiwerdende Gesamtenergie E_{\max} ermittelt werden. Es lässt sich empirisch ein

Zusammenhang zwischen R_{\max} und E_{\max} aufstellen:

$$E_{\max} = 1,92\sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}} [\text{MeV}]. \quad (4)$$

3 Durchführung

Es wird die in der Abbildung 4 zu sehende Messapparatur für diesen Versuch verwendet. Als erstes wird eine Nullmessung mit 1000 s durchgeführt und jeweils für die auszusuchenden Proben (Fe, Pb, Al) werden die Dicke D und die Länge L gemessen.

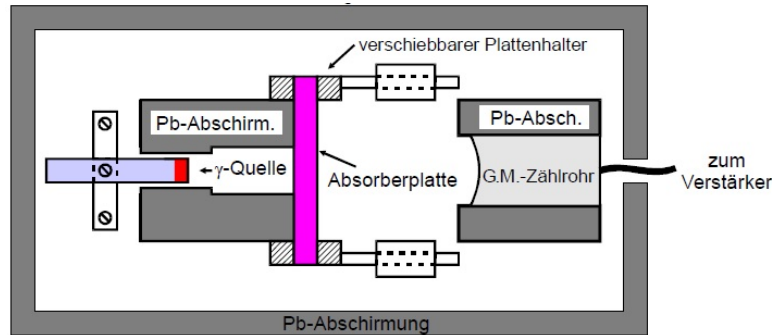


Abbildung 4: Schematischer Aufbau, [3, S. 14].

Für die erste Messung wird ein γ -Strahler (^{137}Cs) verwendet, in die Apparatur eingesetzt und für 2 verschiedene Proben (Pb, Fe) werden 8 verschiedene Messungen durchgeführt. Bei allen Platten werden die Aktivitäten mindestens 50 s gemessen. Bei den größeren Platten wird eine längere Zeit betrachtet, damit die statistischen Schwankungen so gut wie möglich konstant bleiben.

Für einen β -Strahler (^{99}Tc), welcher ebenfalls auch in die Apparatur eingesetzt wird, werden 11 verschiedenen Platten angewendet und zu jedem eine Messung durchgeführt. Bei allen Platten werden die Aktivitäten mindestens 60 s gemessen.

4 Auswertung

4.1 γ - Strahlung

4.1.1 Nulleffekt

Ohne Strahler werden durch Hintergrundstrahlung bedingt $N = 1229$ Impulse in $t_0 = 1000$ s aufgenommen. Dadurch ergibt sich eine Zählrate von

$$Z_u = \frac{N_u}{t} = \frac{1229}{1000 \text{ s}} = 1,23 \frac{1}{\text{s}}. \quad (5)$$

Der Fehler der Zählrate lässt sich über

$$\sigma_Z = \frac{\sqrt{N}}{t} \quad (6)$$

berechnen. Damit ergibt sich der fehlerbehaftete Wert der Zählrate von

$$Z_u = (1,23 \pm 0,04) \frac{1}{s}.$$

4.1.2 Experimentell

In den Tabellen 1 und 2 sind die aufgenommenen Werte der Untersuchungen von Blei- und Eisenabsorber, sowie auch weitere, daraus errechneten Werte zu finden. Hierbei ist d die Dicke des Absorbers, t die Messzeit, N die Anzahl der Impulse und σ_N der dazugehörige Fehler, welcher der Wurzel von N entspricht. Z ist die Zählrate mit dem Fehler σ_Z , welche mit 7 und 6 berechnet werden, $(Z - Z_u)$ ist die Differenz der Zählrate und dem Nulleffekt, die mit $\ln(Z - Z_u)$ zudem logarithmiert wird. Der Fehler des letzten Wertes wird mit

$$\sigma_{Z - Z_u} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{N}}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{N_u}}{t_0}\right)^2}$$

berechnet.

Tabelle 1: Messwerte Blei.

$d/10^{-2} \text{ m}$	t/s	N	σ_N	$Z/\frac{1}{s}$	σ_Z	$(Z - Z_u)$	$\ln(Z - Z_u)$	$\sigma_{Z - Z_u}$
0,12	50	6975	83,5	139,5	1,7	138,3	4,9	1,7
1	100	4976	70,5	49,8	0,7	48,6	3,9	0,7
1,12	150	6776	82,3	45,2	0,5	43,9	3,8	0,6
2	200	3693	60,7	18,5	0,3	17,3	2,9	0,3
2,12	250	4402	66,3	17,6	0,3	16,4	2,8	0,3
3	300	2107	45,9	7,0	0,2	5,8	1,8	0,2
3,12	350	2410	49,1	6,9	0,1	5,7	1,7	0,1
6	400	1220	34,9	3,1	0,1	1,9	0,6	0,1

Werden nun die Werte von $\ln(Z - Z_u)$ gegen die Dicke d aufgetragen und mithilfe von Scipy curve-fit eine lineare Ausgleichsrechnung vorgenommen, so ergeben sich die in Abbildung 5 zu sehenden Geraden.

Die Geraden haben nach dem Absorptionsgesetz 1 die Form

$$\ln(Z_D) = \ln(Z_0) + \mu d.$$

Somit ist $\ln(Z_0)$ der Y-Achsenabschnitt und μ die Absorptionskonstante. Die Ausgleichsrechnung liefert die folgenden Werte der beiden Geraden:

Tabelle 2: Messwerte Eisen.

$d/10^{-2} \text{ m}$	t/s	N	σ_N	$Z/\frac{1}{\text{s}}$	σ_Z	$(Z - Z_u)$	$\ln(Z - Z_u)$	$\sigma_{Z - Z_u}$
0,50	50	5760	75,9	115,2	1,5	113,9	4,7	1,5
1	60	5396	73,5	89,9	1,2	88,7	4,5	1,2
1,50	94	6712	81,9	71,4	0,9	70,2	4,3	0,9
2	75	4460	66,8	59,5	0,9	58,3	4,1	0,9
2,50	125	5512	74,2	44,1	0,6	42,9	3,8	0,6
3	135	4605	67,9	34,1	0,5	32,9	3,5	0,5
3,50	145	3956	62,9	27,3	0,4	26,1	3,3	0,4
6	155	3578	59,8	23,1	0,4	21,9	3,1	0,4

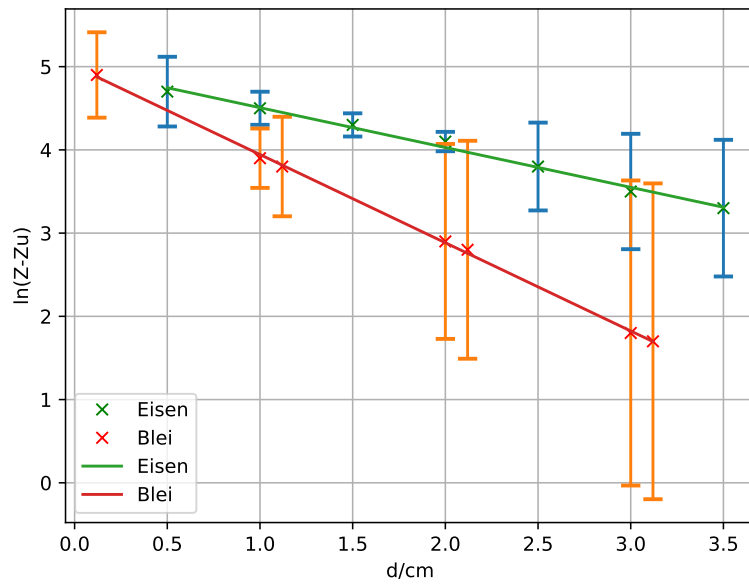


Abbildung 5: Ausgleichsrechnung für Blei- und Eisenabschirmung.

$$\begin{aligned}
\text{Blei: } \mu_{\text{Blei}} &= (105,998 \pm 0,015) \frac{1}{\text{m}} \\
\ln(Z_0)_{\text{Blei}} &= (5,0041 \pm 0,0006) \\
\text{Eisen: } \mu_{\text{Eisen}} &= (47,86 \pm 0,03) \frac{1}{\text{m}} \\
\ln(Z_0)_{\text{Eisen}} &= (4,9857 \pm 0,0015)
\end{aligned}$$

4.1.3 Theoretisch

Die theoretischen Werte der Absorptionskoeffizienten μ_{com} werden über Gleichung 3 berechnet. Der dafür benötigte Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus Gleichung 2, wobei für den Elektronenradius $r_e = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ eingesetzt wird. Der Wert für ϵ für Cäsium-137 wird aus der Versuchsanleitung entnommen und beträgt $\epsilon = 1,295$ [3, S. 14]. Die Ordnungszahlen Z , Dichten ρ und molaren Massen M sind in Tabelle 5 zu finden.

Tabelle 3: Literaturwerte für Blei und Eisen.[1] [2]

	Z	$M/10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$	$\rho/\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Blei	82	207,200	11 340
Eisen	26	55,845	7874

Werden die entsprechenden Werte in 3 eingesetzt, so ergeben sich für die theoretischen Absorptionskoeffizienten von Blei und Eisen:

$$\begin{aligned}
\mu_{\text{com,Blei}} &= 69,19 \frac{1}{\text{m}} \\
\mu_{\text{com,Eisen}} &= 56,5 \frac{1}{\text{m}}
\end{aligned}$$

4.2 β -Strahlung

Ohne den β -Strahler werden $N = 614$ Impulse in $t_0 = 1000 \text{ s}$ aufgenommen. Damit ist die Zählrate:

$$Z_u = \frac{N_u}{t} = \frac{614}{1000 \text{ s}} = 0,61 \frac{1}{\text{s}}. \quad (7)$$

Der Fehler der Zählrate wird über 6 berechnet. Es ergibt sich der fehlerbehaftete Wert der Zählrate von

$$Z_u = (0,61 \pm 0,02) \frac{1}{\text{s}}.$$

4.2.1 Experimentell

Die Berechnung der einzelnen Werte erfolgt analog zu denen für Blei und Eisen. Zusätzlich ist in Tabelle 4 die Massenbelegung R aufgeführt, die mit

$$R = \rho \cdot d$$

bestimmt wird. Dabei ist die Dichte für Aluminium $\rho = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Tabelle 4: Messwerte Aluminium.

$d/10^{-6} \text{ m}$	$R/\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$	t/s	N	σ_N	$Z/\frac{1}{\text{s}}$	σ_Z	$(Z - Z_u)$	$\ln(Z - Z_u)$	$\sigma_{Z - Z_u}$
0	0	60	34 112	184,7	568,5	3,1	567,9	6,3	3,08
100	0,3	60	2412	49,1	40,2	0,8	39,6	3,7	0,82
125	0,3	60	608	24,7	10,1	0,4	9,5	2,3	0,41
153	0,4	60	543	23,3	9,1	0,4	8,5	2,1	0,39
160	0,4	80	422	20,5	5,3	0,3	4,7	1,5	0,26
200	0,5	150	317	17,8	2,1	0,1	1,5	0,4	0,12
253	0,7	350	287	16,9	0,8	0,1	0,2	-1,6	0,05
302	0,8	600	442	21,0	0,7	0,0	0,1	-2,3	0,04
338	0,9	600	411	20,3	0,7	0,0	0,1	-2,3	0,04
400	1,1	600	416	20,4	0,7	0,0	0,1	-2,3	0,04
444	1,2	600	424	20,6	0,7	0,0	0,1	-2,3	0,04
482	1,3	700	489	22,1	0,7	0,0	0,1	-2,3	0,04

Nun wird $\ln(Z - Z_u)$ gegen die Massenbelegung R aufgetragen. Es gibt sich die in Abbildung 6 zu sehende Kurve.

Durch diese wird mit Scipy curve-fit eine Ausgleichsgerade für die Absorptionskurve und eine für die Hintergrundsstrahlung gelegt. Für die Ausgleichsgerade der Absorptionkurve der Form $y = ax + b$ werden die Werte

$$a = (-11,5 \pm 0,3) \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$b = 6,47 \pm 0,06$$

ausgegeben, die Parameter für die lineare Regression der Hintergrundsstrahlung mit $y = ex + f$ sind

$$e = (1,80 \cdot 10^{-8} \pm 1,02 \cdot 10^{-17}) \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$f = -2,3 \pm 1,7 \cdot 10^{-17}$$

Zur Bestimmung der maximalen Reichweite R_{max} werden die Geradengleichungen gleichgesetzt und umgestellt:

$$x = R_{\text{max}} = \frac{f - b}{a - e} \quad (8)$$

Da alle Parameter fehlerbehaftet sind, muss der Fehler $\sigma_{R, \text{max}}$ mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet werden:

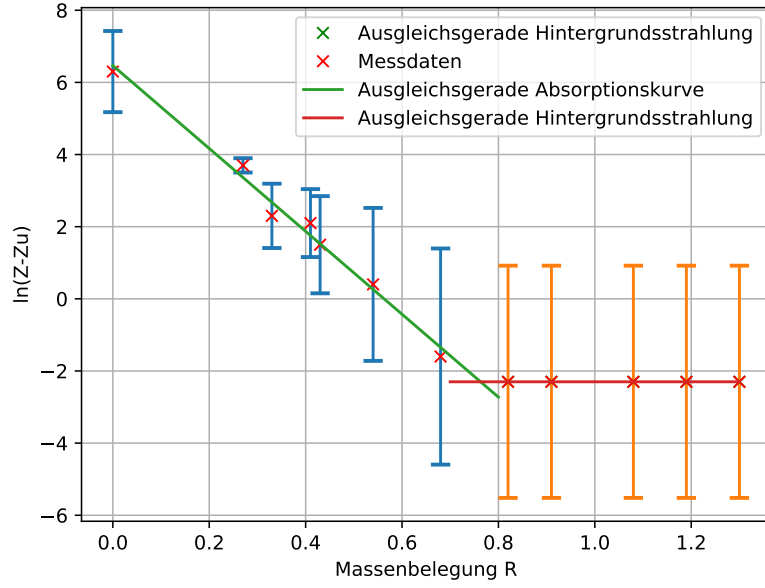


Abbildung 6: Ausgleichsrechnung für Aluminiumabschirmung.

$$\begin{aligned}
 \Delta_{R,\max} &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial e}\right)^2 \Delta e^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial f}\right)^2 \Delta f^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{b-f}{(a-e)^2}\right)^2 \Delta a^2 + \left(-\frac{1}{a-e}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{f-b}{(a-e)^2}\right)^2 \Delta e^2 + \left(\frac{1}{a-e}\right)^2 \Delta f^2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Werden alle Parameter in 8 und 9 eingesetzt, so ergibt sich eine maximale Reichweite von

$$R_{\max} = (0,76 \pm 0,02) \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}.$$

Zur Bestimmung der Gesamtenergie E_{\max} wird Formel 4 verwendet. Auch hier muss der Fehler berücksichtigt werden:

$$\Delta E_{\max} = \sqrt{\left(\frac{1,92(2R_{\max}^2 + 0,22)}{2\sqrt{R_{\max}^2 + 0,22R_{\max}}}\right)^2 \Delta R_{\max}^2}$$

Die maximale Gesamtenergie ist damit

$$E_{\max} = (1,66 \pm 0,03) \text{ MeV}.$$

4.3 Diskussion

Im ersten Versuchsteil wurden die Absorptionskoeffizienten des Blei- und des Eisenabsorbers unter Verwendung eines γ -Strahlers auf experimentelle Weise sowie auch theoretisch berechnet. Die Rechnungen liefern folgende Ergebnisse:

Tabelle 5: Vergleich der Absorptionskoeffizienten.

	<i>Experimentell</i>	<i>Theoretisch</i>
Blei	$105,998 \frac{1}{\text{m}}$	$69,19 \frac{1}{\text{m}}$
Eisen	$47,860 \frac{1}{\text{m}}$	$56,50 \frac{1}{\text{m}}$

Vor allem bei dem Bleiabsorber ist eine große Abweichung zwischen dem experimentellen und dem theoretischen Absorptionskoeffizienten zu erkennen. Aus diesem Grund ist davon auszugehen, dass neben dem Comptoneffekt auch der Photoeffekt stattfindet und im Versuch nachzuweisen ist. Die geringen Fehler der experimentell bestimmten Koeffizienten sprechen zudem für eine genaue Messung. Beim Eisenabsorber ist die Differenz der beiden Koeffizienten kleiner, weshalb der Photoeffekt wohl nur eine geringere Rolle spielt. Da die Paarbildung erst bei hohen Energien stattfindet, kann eine Auswirkung dieses Effekts auf die experimentellen Werte ausgeschlossen werden.

Bei der Untersuchung der Absorption von β -Strahlung wurde eine Gesamtenergie von

$$E_{\max} = (1,66 \pm 0,03) \text{ MeV.}$$

berechnet. Der Literaturwert des verwendeten Strahlers Technetium-99 liegt bei $E_{\max, \text{lit}} = 0,29 \text{ MeV}$ [4]. Die Abweichung liegt somit bei 458,2%. Auch die großen Fehlerbalken deuten darauf hin, dass die Messung zu ungenau war. Es ist anzunehmen, dass bei einer genaueren Versuchsdurchführung ein Ergebnis zustande käme, das mit dem Literaturwert vergleichbar wäre.

Literatur

- [1] Chemie.de. *Blei*. 2018. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Blei.html> (besucht am 27.05.2018).
- [2] Chemie.de. *Eisen*. 2018. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Eisen.html> (besucht am 27.05.2018).
- [3] TU Dortmund. *Versuch 704: Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V704.pdf> (besucht am 24.05.2018).
- [4] Wikipedia. *Technetium*. 2018. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Technetium> (besucht am 27.05.2018).