V204: Das Trägheitsmoment - Korrektur

Ramona Kallo Evelyn Romanjuk

9. November 2017

1 Auswertung

1.1 Statische Methode

Tabelle 1: Temperaturdifferenzen des breiten Messingstabes (T_2-T_1), des Aluminium- (T_6-T_5) und des Edelstahlstabes (T_7-T_8)

t/s	T_2-T_1/K	T_6-T_5/K	T_7-T_8/K
100	2,24	2,80	0,59
200	3,88	3,34	3,48
400	4,48	2,97	7,35
600	4,37	2,59	9,05
700	4,29	2,47	9,56

$$\begin{aligned} \Delta x_{\text{Messing}} &= (0{,}03 \pm 0{,}00)\text{m} \\ \Delta x_{\text{Aluminium}} &= (0{,}03 \pm 0{,}00)\text{m} \\ \Delta x_{\text{Edelstahl}} &= (0{,}03 \pm 0{,}00)\text{m} \end{aligned}$$

Zur Bestimmung des Wärmestroms $\frac{dQ}{dt}$ werden die folgenden Literaturwerte für die Wärmeleitkoeffizienten der verschiedenen Metalle verwendet:

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{Messing}} &= 120\,{}^{\text{W}}/_{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{Aluminium}} &= 237\,{}^{\text{W}}/_{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{Edelstahl}} &= 15\,{}^{\text{W}}/_{\text{mK}} \end{aligned}$$

Die Wärmeströme der Metalle für unterschiedliche Zeiten werden nun mit der Gleichung

$$\frac{dQ}{dt} = -\kappa \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{1}$$

berechnet. Dabei werden die Werte für die Querschnittsfläche A aus der Versuchsanleitung[1, S. 3] entnommen. Es ergeben sich die folgenden Werte:

Tabelle 2: Wärmeströme von $\text{Messing}_{\text{breit}}$, Aluminium und Edelstahl

t/s	$\frac{dQ}{dt}$/W		
	Messing	Aluminium	Edelstahl
100	$-7{,}23 \cdot 10^{-7}$	$-1{,}061$	$-0{,}014$
200	$-1{,}25 \cdot 10^{-6}$	$-1{,}266$	$-0{,}083$
400	$-1{,}44 \cdot 10^{-6}$	$-1{,}126$	$-0{,}176$
600	$-1{,}41 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}98$	$-0{,}217$
700	$-1{,}38 \cdot 10^{-6}$	$-0{,}936$	$-0{,}229$

1.2 Dynamische Methode

Für die Berechnung des Wärmeleitungskoeffizienten wird die Gleichung

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right)} \tag{2}$$

genutzt, die dafür benötigten Amplituden sowie die Phasendifferenzen können aus der Wertetabelle des Datenloggers entnommen werden. Die Dichte und die Wärmekapazität für Edelstahl werden aus der Versuchsanleitung [1, S. 3] übernommen.

Tabelle 3: Gemessene Daten - Edelstahlstab

A_{nah}/K	A_{fern}/K	$\ln\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}$	$\Delta t/s$
19,50	4,05	1,57	76
19,00	4,66	1,41	78
18,79	4,67	1,39	74
18,66	4,47	1,43	72
18,41	4,16	1,49	68

Es berechnen sich die folgenden Wärmeleitkoeffizienten:

$$\kappa_1 = 12.07 \,\mathrm{W/mK}$$
$$\kappa_2 = 13.09 \,\mathrm{W/mK}$$
$$\kappa_3 = 14.00 \,\mathrm{W/mK}$$
$$\kappa_4 = 13.99 \,\mathrm{W/mK}$$
$$\kappa_5 = 14.21 \,\mathrm{W/mK}$$

Der Mittelwert wird mit der Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_{\text{i}} \tag{3}$$

und der zugehörige Fehler mit

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_{\mathrm{i}}-\bar{x})^2} \tag{4}$$

berechnet.

Der experimentell gefundene Wärmeleitkoeffizient von Edelstahl

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = (13.472 \pm 0.4)\,{}^{\mathrm{W}}/_{\mathrm{mK}}$$

weicht mit -10.19% vom Literaturwert von $K = 15\,{}^{\mathrm{W}}/_{\mathrm{mK}}$ ab.

Weiterhin berechnen sich die Wellenlängen mit

$$\lambda = \sqrt{\frac{4\pi\kappa T}{\rho c}}. \tag{5}$$

Hierbei wurden die Materialkonstanten aus der Versuchsanleitung genommen, die Periodendauer T beträgt 200s. Damit erhält man die folgenden Wellenlängen:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.097\mathrm{m} \\ \lambda_2 &= 0.1014\mathrm{m} \\ \lambda_3 &= 0.1049\mathrm{m} \\ \lambda_4 &= 0.1048\mathrm{m} \\ \lambda_5 &= 0.1056\mathrm{m} \\ \lambda &= (0.1027 \pm 0.0016)\mathrm{m} \end{aligned}$$

Die Frequenz beträgt zudem $f = \frac{1}{T} = 5 \cdot 10^{-3}\mathrm{Hz}$

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch W2: Wärmeleitung von Metallen.* 2017.