

V301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.12.17

Abgabe: 22.12.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	4
4	Auswertung	6
4.1	Direkte Messung der Monozelle	6
4.2	Monozelle ohne Gegenspannung	6
4.3	Monozelle mit Gegenspannung	7
4.4	Sinusspannung	9
4.5	Rechteckspannung	10
4.6	Systematischer Fehler der Leerlaufspannung und vom Punkt H	12
4.7	Leistung der Monozelle	12
5	Diskussion	14
5.1	Zusammenfassung der Messwerte	15
	Literatur	15

1 Zielsetzung

Dieser Versuch befasst sich mit der Leerlaufspannung sowie dem Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen.

2 Theorie

Unter einer Leerlaufspannung U_0 wird jene Spannung verstanden, die an einer Spannungsquelle anliegt, wenn kein Strom fließt. In einem Stromkreis, in dem ein Strom I über einen Lastwiderstand R_a fließt, ist jedoch eine sogenannte Klemmenspannung U_k messbar, welche kleiner als U_0 ist. Grund hierfür ist der Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle. Genauer kann dies mithilfe des zweiten Kirchhoffschen Gesetzes, der Maschenregel, erklärt werden. Diese besagt, dass die Summe aller Spannungen in einer Masche gleich der Leerlaufspannung ist. Mit

$$U = R \cdot I \quad (1)$$

folgen hieraus die Gleichungen für Leerlaufspannung U_0 und Klemmenspannung U_k für den in diesem Versuch gegebenen Schaltkreis (Vgl. Abbildung (1)):

$$U_0 = IR_i + IR_a, \quad (2)$$

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i. \quad (3)$$

Es fällt auf, dass für die Messung der Leerlaufspannung ein hochohmiges Voltmeter nötig ist, damit IR_i wegen des schwachen Stroms vernachlässigbar klein wird. Damit folgt dann $U_0 \approx U_k$.

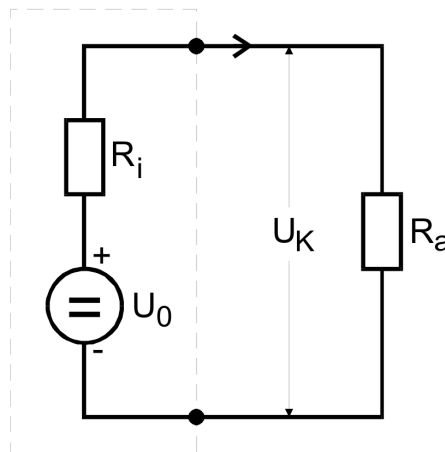


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand, [1, S. 1].

Um eine reale Spannungsquelle beschreiben zu können wird diese in einem Ersatzschaltbild durch eine ideale Spannungsquelle, die keinen Innenwiderstand besitzt, sowie einen

ohmschen Widerstand R_i dargestellt, welche in Reihe geschaltet sind. Der Widerstand bewirkt, dass es eine begrenzt entnehmbare Leistung gibt, die durch

$$N = I^2 R_a = N(R_a) \quad (4)$$

gegeben ist. Dabei wird die Leistung N maximal, wenn $R_a = R_i$. Dieser Fall wird Leistungsanpassung genannt. Bei elektrischen Generatoren ist der Innenwiderstand nicht zwingendermaßen durch einen parallelliegenden Gleichstromwiderstand gegeben, sondern durch einen Rückkopplungsmechanismus. Dabei beeinflussen Änderungen des Belastungsstroms die Spannungsquelle. Somit muss der Innenwiderstand als differentielle Größe dargestellt werden:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI}.$$

3 Durchführung

Im ersten Versuchsteil wird zunächst die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand einer Monozelle gemessen, indem diese direkt an ein Voltmeter angeschlossen wird. Die von dem Voltmeter angezeigte Spannung und Widerstand werden aufgeschrieben.

Jenach wird die in Abbildung (2) zu sehende Messschaltung aufgebaut. Mit dieser wird die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit vom Belastungsstrom I gemessen. Hierfür wird der regelbare Belastungswiderstand R_a in einem Bereich von 0 bis $50\ \Omega$ variiert und 10 Messpaare für U_k und I notiert.

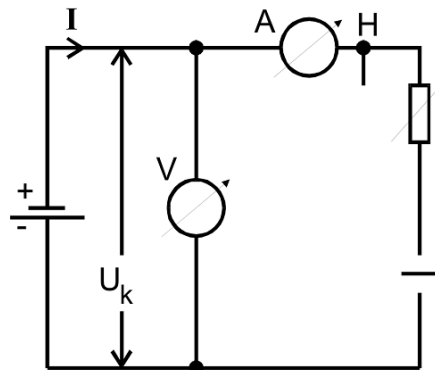


Abbildung 2: Messschaltung zur Bestimmung von Leerlaufspannung und Innenwiderstand, [1, S. 3]

Als Nächstes wird, wie in Abbildung (2) zu sehen, zusätzlich zum vorherigen Aufbau eine Gegenspannung von etwa 2 V in Reihe geschaltet. Nun fließt der Strom in entgegengesetzte Richtung und es können wieder bei verschiedenen Widerständen zwischen 0 und $50\ \Omega$ 10 Messpaare aufgenommen werden.

Zuletzt wird der zweite Versuchsteil wiederholt. Diesmal wird allerdings ein Generator statt der Monozelle und andere regelbare Widerstände verwendet. Bei der 1 V-Rechteckspannung werden Widerstände im Bereich von 20 bis $250\ \Omega$ eingestellt,

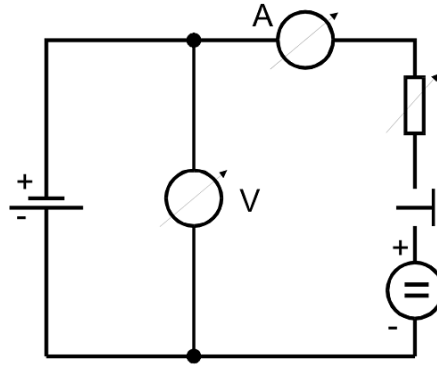


Abbildung 3: Messschaltung mit Verwendung einer Gegenspannung, [1, S. 3]

bei der 1 V-Sinusspannung ist der Variationsbereich von R_a 0,1 bis 5 k Ω . Für beide Spannungen werden jeweils 10 Wertepaare notiert.

4 Auswertung

4.1 Direkte Messung der Monozelle

Bei der direkten Messung der Leerlaufspannung U_0 ergibt sich ein Wert von:

$$U_0 = 1,335 \text{ V.}$$

Der notierte Innenwiderstand R_v des Voltmeters beträgt etwa:

$$R_v = 10 \text{ M}\Omega.$$

4.2 Monozelle ohne Gegenspannung

Bei der Messung mit der Monozelle ohne Gegenspannung stieg die Spannung mit größer werdendem Lastwiderstand an, die Stromstärke sank. Der Wert der Widerstands ließ sich nicht ablesen. In Tabelle 1 befinden sich die gemessenen Werte für die Klemmenspannung U_k und Stromstärke I . Mit den Wertepaare wird eine lineare Ausgleichsgerade zur Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0 durchgeführt und in die Abbildung 4 eingetragen.

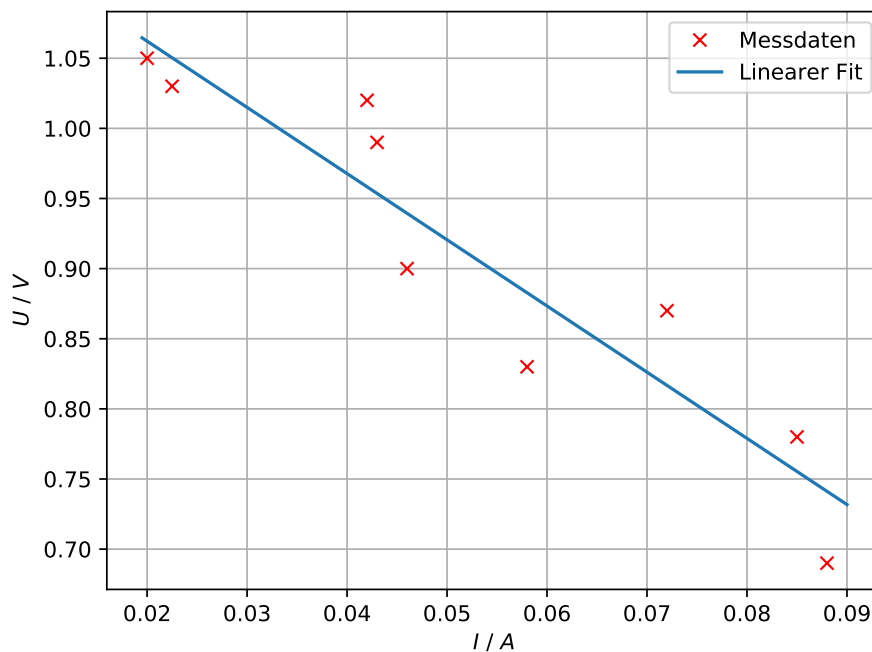


Abbildung 4: Ausgleichsgerade zur Messung der Monozelle ohne Gegenspannung.

Tabelle 1: Messdaten für die Klemmenspannung U_k und die Stromstärke I bei der Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0 .

U_k/V	I/mA
0,69	88
0,78	85
0,87	72
0,90	58
0,93	46
0,99	43
1,02	42
1,03	22,5
1,05	20

Eine lineare Ausgleichsgerade lässt sich berechnen wie:

$$y = mx + b \quad (5)$$

wobei m die Steigung und b der y-Achsenabschnitt sind. Über Formel 2 lassen sich der Innenwiderstand R_i als auch die Leerlaufspannung U_0 bestimmen. Die Steigung der Ausgleichsgeraden der Form in der Gleichung 5 wird vom Python-Modul Matplotlib berechnet und beträgt:

$$-m = R_i = (4,71 \pm 0,68) \Omega$$

und der y-Achsenabschnitt, also die Leerlaufspannung U_0 beträgt:

$$b = U_0 = (1,15 \pm 0,04) \text{ V}.$$

4.3 Monozelle mit Gegenspannung

Bei der zweiten Messung mit der Monozelle mit Gegenspannung sanken sowohl die Klemmenspannung U_k als auch die Stromstärke I mit steigendem Lastwiderstand. Der Wert der Widerstand konnte in diesem Fall auch nicht abgelesen werden. In der Tabelle 2 befinden sich die Messdaten. Mit den Wertepaare wird analog zur ersten Messreihe eine lineare Ausgleichsgerade gemäß Gleichung 5 zur Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0 durchgeführt und in die Abbildung 5 eingetragen.

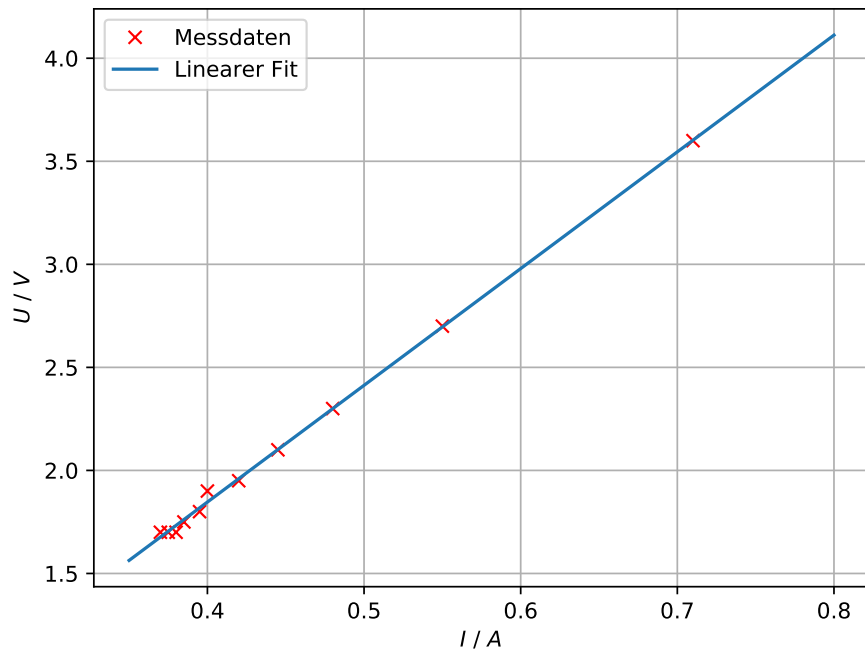


Abbildung 5: Ausgleichsgerade zur Messung der Monozelle mit Gegenspannung

Tabelle 2: Messdaten der zweiten Messreihe für die Klemmenspannung U_k und die Stromstärke I bei der Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0

U_k/V	I/A
3,60	0,710
2,70	0,550
2,30	0,480
2,10	0,445
1,95	0,420
1,90	0,400
1,80	0,395
1,75	0,385
1,70	0,380
1,70	0,375
1,70	0,370

Da sich die Stromrichtung verändert hat, ändert sich auch die Gleichung 2 zu:

$$U_k = IR_a = U_0 + IR_i. \quad (6)$$

Die Steigung der Ausgleichsgeraden und den y-Achsenabschnitt der Form in der Gleichung 5 wird vom Python-Modul Matplotlib berechnet und beträgt:

$$m = (5,66 \pm 0,07) \Omega$$

$$-b = (0,42 \pm 0,03) \text{ V}$$

wobei m der Innenwiderstand R_i und b die Leerlaufspannung U_0 sind.

4.4 Sinusspannung

Bei der Messung mit einem Sinusspannung erzeugenden Generator ergaben sich die folgenden Werte in der Tabelle 3 für Stromstärke und Spannung. Hier wird ebenfalls die Gleichung 2 gebraucht. Das Verfahren wird wiederholt und mit den Wertepaare wird analog zur den vorherigen Messreihen eine lineare Ausgleichsgerade gemäß Gleichung 5 zur Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0 durchgeführt und in die Abbildung 6 eingetragen.

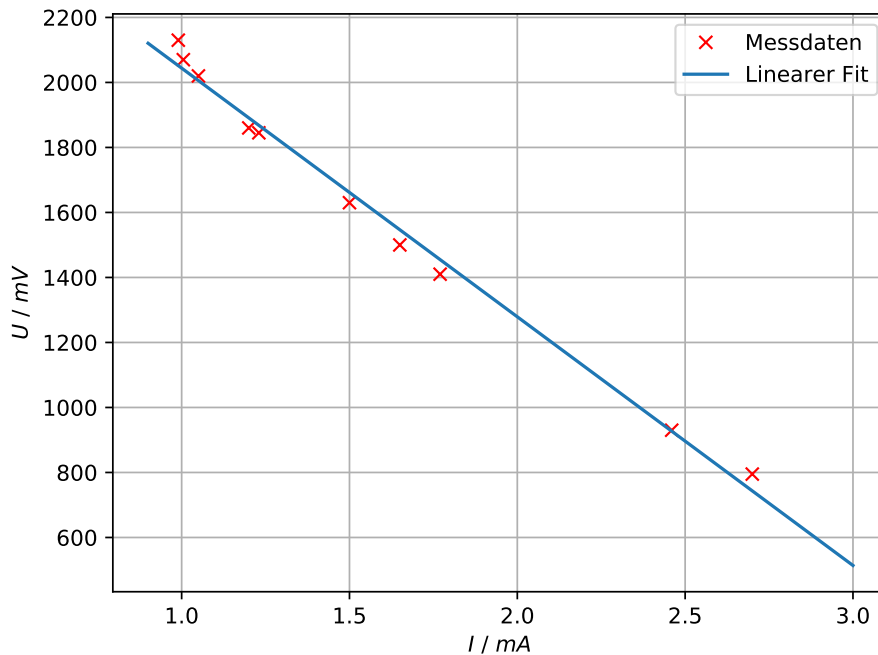


Abbildung 6: Ausgleichsgerade zur letzten Messung der Monozelle mit einer Sinusspannungsquelle.

Tabelle 3: Messdaten für die Klemmenspannung U_k und die Stromstärke I bei der Sinusspannung.

U_k/V	I/mA
0,795	2,70
0,930	2,46
1,410	1,77
1,500	1,65
1,630	1,50
1,845	1,23
1,860	1,20
2,020	1,05
2,070	1,005
2,130	0,99

Die Steigung der Ausgleichsgeraden und den y-Achsenabschnitt der Form in der Gleichung 5 wird vom Python-Modul Matplotlib berechnet und beträgt:

$$-m = (765 \pm 25) \Omega$$

$$b = (2,81 \pm 0,04) \text{ V}$$

wobei m der Innenwiderstand R_i und b die Leerlaufspannung U_0 sind.

4.5 Rechteckspannung

Bei der Messung mit einem Rechteckspannung erzeugenden Generator ergaben sich die folgenden Werte in der Tabelle 4 für Stromstärke und Spannung. Hier wird ebenfalls die Gleichung 2 gebraucht. Das Verfahren wird wiederholt und mit den Wertepaare wird analog zur den vorherigen Messreihen eine lineare Ausgleichsgerade gemäß Gleichung 5 zur Bestimmung des Innenwiderstands R_i und Leerlaufspannung der Monozelle U_0 durchgeführt und in die Abbildung 7 eingetragen.

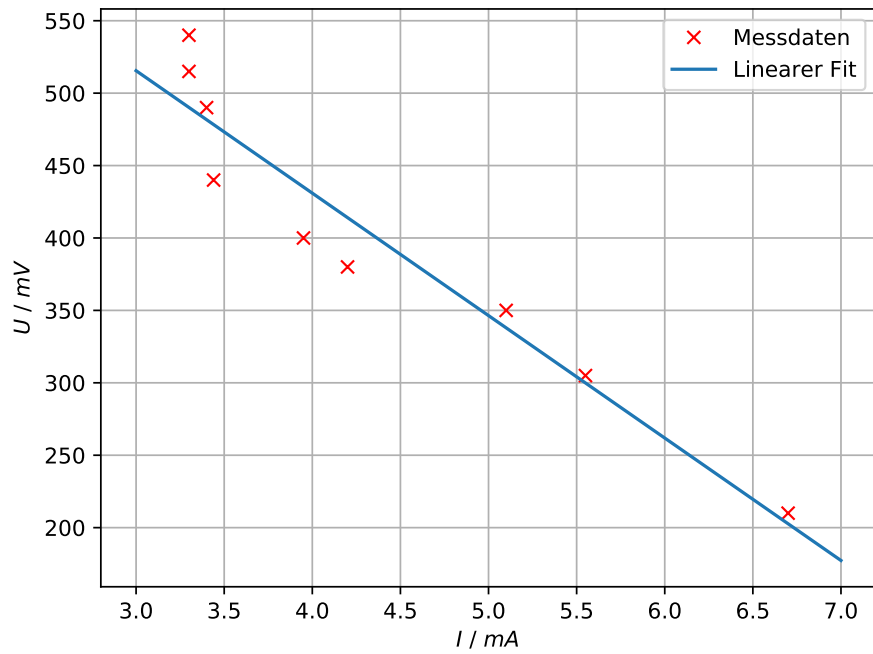


Abbildung 7: Ausgleichsgerade zur letzten Messung der Monozelle mit einer Rechteckspannungsquelle.

Tabelle 4: Messdaten für die Klemmenspannung U_k und die Stromstärke I bei der Rechteckspannung.

U_k/V	I/mA
0,210	6,70
0,305	5,55
0,350	5,10
0,380	4,20
0,400	3,95
0,440	3,45
0,490	3,40
0,515	3,30
0,540	3,30

Die Steigung der Ausgleichsgeraden und den y-Achsenabschnitt der Form in der Gleichung 5 wird vom Python-Modul Matplotlib berechnet und beträgt:

$$\begin{aligned} -m &= (84,45 \pm 9,44) \Omega \\ b &= (0,77 \pm 0,04) \text{ V} \end{aligned}$$

wobei m der Innenwiderstand R_i und b die Leerlaufspannung U_0 sind.

4.6 Systematischer Fehler der Leerlaufspannung und vom Punkt H

Es ergibt sich ein systematischer Fehler bei der direkten Messung von U_0 , da der Innenwiderstand des Voltmeters nicht unendlich ist, sondern einen endlichen Wert hat. Das Gerät besitzt einen endlichen Wert, welcher sich in der Sektion 4.1 befindet. Es ergibt sich aus der Gleichung 2 also:

$$\begin{aligned} U_k &= U_0 - IR_i \\ &= U_0 - \frac{U_k R_i}{R_v} \end{aligned}$$

wobei

$$I = \frac{U_k}{R_v} \quad (7)$$

entspricht, da in diesem Fall für geringe Ströme der Term " $-IR_i$ " auch berücksichtigt werden muss. Und daraus folgt:

$$U_0 = U_k \left(\frac{R_i}{R_v} + 1 \right) \quad (8)$$

wobei U_k der Leerlaufspannung U_0 aus der direkten Messung der Monozelle, R_a ebenfalls der Wert am Anfang der direkten Messung und R_i der errechnete Wert aus der Kapitel 4.2 entsprechen. Mit den bekannten Werten wird in die obere Gleichung 8 eingesetzt und es ergibt sich:

$$U_0 = 6,3 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

Es fällt auf, dass der systematische Fehler so gering ist, dass dieser vernachlässigt werden darf.

Wird das Voltmeter hinter das Amperemeter am Punkt H in Abbildung 2 geschaltet, so kommt es zu einer weiteren systematischen Fehler, da dessen Widerstand mitgemessen werden würde. Diese systematische Fehler wird in dieser Auswertung jedoch vermieden.

4.7 Leistung der Monozelle

Der Wert für den Belastungswiderstand berechnet sich nach:

$$R_a = \frac{U_k}{I} \quad (9)$$

wobei die Klemmenspannung U_k und die Stromstärke I sind und diese sich in der Tabelle 1 für die erste Messreihe befinden. Die Leistung am Widerstand kann nach der Gleichung 4 umgeschrieben werden und ist dann:

$$P_{\text{exp}} = U_k I = I^2 R_a = \frac{U^2}{R_a} \quad (10)$$

und die theoretische Kurve:

$$P_{\text{theo}} = \frac{U_0^2}{(R_a + R_i)^2} R_a. \quad (11)$$

Dabei befinden sich in der Tabelle 5 die berechneten Werte und mit diesen wird in die Abbildung 8 veranschaulicht.

Tabelle 5: Die berechneten Werte für die Theoriekurve mit den Messdaten aus der Tabelle 1

$U_k \cdot I / \text{mW}$	$\frac{U_k}{I} / \Omega$
60,72	7,84
66,30	9,17
62,64	12,08
52,20	15,51
42,78	20,21
42,57	23,02
42,84	24,28
23,17	45,77
21,00	52,50

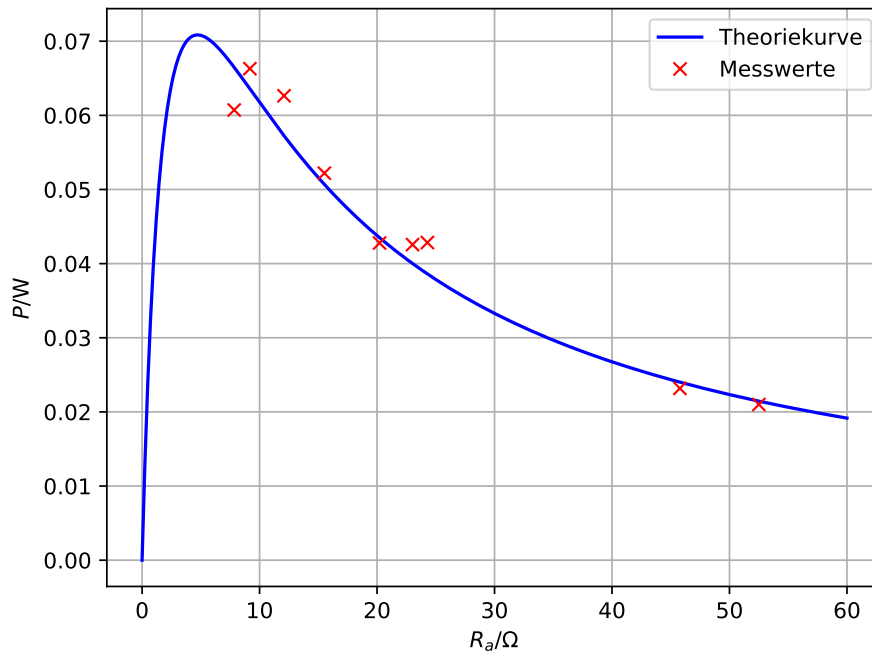


Abbildung 8: Theoriekurve vergleichbar mit den Messwerten.

5 Diskussion

Durch das Variieren des Multimeters für verschiedene Bereiche kam es zu großen Fehler bei allen Messreihen und dadurch konnten nicht genügend Messwerte notiert um bessere Ergebnisse zu bekommen. Es liegt an einer ungenügend Eichung auf allen Messbereichen. Generell kam es zu sehr großen Schwankungen beim Voltmeter als auch beim Amperemeter. Es war kaum möglich die Werte abzulesen und als Konsequenz wurde versucht so gut wie möglich eine Ruhelage zu finden und diese abzuschätzen.

In der Tabelle 6 lässt sich eine Abweichung bei den Ergebnissen für die Berechnung der Monozelle ohne und mit Gegenspannung erkennen. Bei der zweiten Messreihe (Monozelle mit Gegenspannung) wurden für alle Messwerte ein anderer Messbereich am Amperemeter verwendet als bei der ersten Messreihe. Somit haben sich die Werte für den inneren Widerstand als auch für die Leerlaufspannung verändert.

Der systematische Fehler von U_0 ist verschwindend gering, was am hohen Innenwiderstand des benutzten Voltmeters liegt.

Die dargestellten Messwerte in der Abbildung 8 stimmen nicht ganz mit dem theoretischen Verlauf der Kurve bei $U_k = 1,335 \text{ V}$ überein. Der Verlauf der Messwerte liegt bei einigen ab etwa 9Ω oberhalb der Theoriekurve und andere befinden sich unterhalb der Theoriekurve. Es liegt daran, dass der reale Widerstand des Schaltkreises höher ist, als der idealisierte theoretische.

5.1 Zusammenfassung der Messwerte

Tabelle 6: Die errechneten Innenwiderstände und Leerlaufspannungen

Spannungsquelle	R_i/Ω	U_0/V
Monozelle ohne Gegenspannung	$4,71 \pm 0,68$	$1,15 \pm 0,04$
Monozelle mit Gegenspannung	$5,66 \pm 0,07$	$0,42 \pm 0,03$
Sinusspannung	$765,00 \pm 25,00$	$2,81 \pm 0,04$
Rechteckspannung	$84,45 \pm 9,44$	$0,77 \pm 0,04$

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 301: Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf> (besucht am 16.12.2017).