

V502

# **Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld - Korrektur**

Evelyn Romanjuk  
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo  
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.18

Abgabe: 23.04.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld . . . . .	3
1.2	Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung . . . . .	3
1.3	Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1	Bestimmung der spezifischen Ladung der Elektronen . . . . .	5
2.2	Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung . . . . .	6
3.2	Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld

Anders als im elektrischen Feld wirkt auf ein Elektron im Magnetfeld nur eine Kraft, wenn sich das Elektron durch dieses bewegt. Diese Kraft wird Lorentzkraft genannt. Bewegt sich eine Ladung  $q$  durch ein homogenes Magnetfeld  $\vec{B}$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ , dann lässt sich die Lorentzkraft mit

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

berechnen.

Gegeben ist ein Magnetfeld, dessen Feldlinien parallel zur X-Achse eines kartesischen Koordinatensystems ausgerichtet sind. Bewegt sich nun ein Elektron mit der Ladung  $e_0$  und der Masse  $m_0$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_0$  in Z-Richtung durch das Magnetfeld, so wirkt auf ihn die Lorentzkraft in Y-Richtung:

$$F_{L_y} = e_0 v_0 B. \quad (2)$$

Da laut 1 die Kraft stets senkrecht zum Wegelement  $d\vec{s}$  steht, ist:

$$\vec{F}_L \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3)$$

und damit bleibt die potentielle Energie und daraus folgernd auch die kinetische Energie des Elektrons konstant. Zudem ist wegen:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (4)$$

$|\vec{v}|$  ebenfalls immer konstant und in allen Bahnpunkten gilt:

$$|\vec{v}| = v_0. \quad (5)$$

In einem Magnetfeld ist die auf das Elektron wirkende Kraft gleich der Zentripetalkraft:

$$e_0 v_0 B = \frac{m_0 |\vec{v}|^2}{r}. \quad (6)$$

Wird die Gleichung nach dem Radius  $r$  umgestellt, dann zeigt sich, dass sich aufgrund eines konstanten Radius das Elektron auf einer Kreisbahn bewegt:

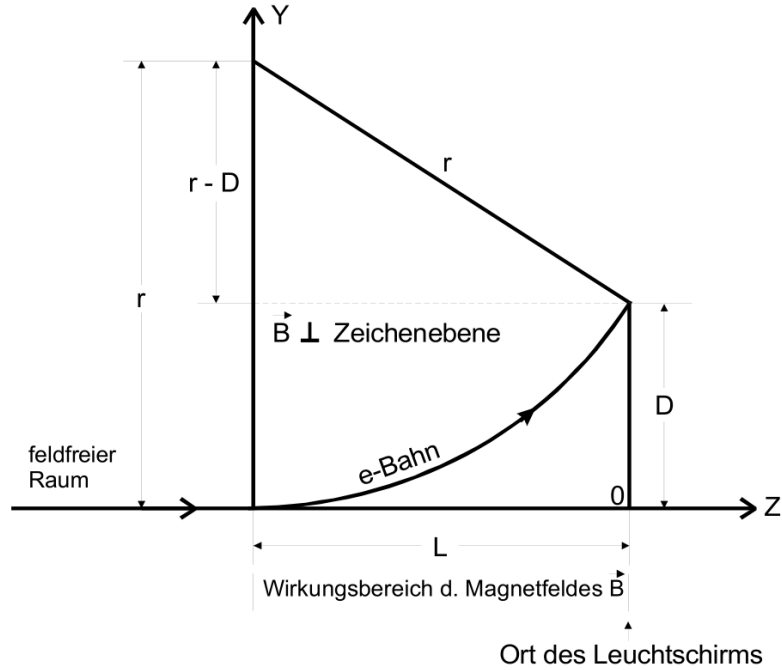
$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \quad (7)$$

## 1.2 Experimentelle Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Die spezifische Ladung  $\frac{e_0}{m_0}$  kann mit der Kathodenstrahlröhre bestimmt werden. Dazu werden die Elektronen mit der Beschleunigungsspannung  $U_B$  auf eine konstante Geschwindigkeit  $v_0$  zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode gebracht und nach dem Energiesatz folgt die Gleichung:

$$v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}}. \quad (8)$$

Im Magnetfeld bewegen sich die Elektronen aufgrund der Lorentzkraft auf einer gekrümmten Bahn und treffen dann auf den Leuchtschirm der Kathodenstrahlröhre. Die Verschiebung vom des Schirms, also dem Punkt, den der Strahl in einem feldfreien Raum träfe, wird nun als  $D$  bezeichnet. Dies ist in der Abbildung 1 erkennbar.



**Abbildung 1:** Skizze zur Ableitung einer Beziehung zwischen  $L$ ,  $D$  und  $r$ , [1, S. 2].

Die Verschiebung kann mithilfe des Satzes des Pythagoras aus dem Radius  $r$  der Kreisbahn und der Länge  $L$  des Wirkungsbereiches des Magnetfeldes errechnet werden:

$$\begin{aligned} r^2 &= L^2 + (r - D)^2 \\ \Leftrightarrow r &= \frac{L^2 + D^2}{2D}. \end{aligned} \quad (9)$$

Nun kann 9 in 7 eingesetzt werden, woraus sich

$$\frac{m_0 v_0}{e_0 B} = \frac{L^2 + D^2}{2D} \quad (10)$$

ergibt. Außerdem lässt sich auch die Geschwindigkeit  $v_0$  mithilfe der Gleichung 8 ersetzen:

$$\frac{m_0}{e_0 B} \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}} = \frac{L^2 + D^2}{2D} \quad (11)$$

beziehungsweise

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B. \quad (12)$$

### 1.3 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Die Erde ist von einem magnetischen Feld umgeben und besitzt einen Inklinationwinkel. Da das Erdmagnetfeld nicht parallel zur Oberfläche laufen kann, treten die magnetischen Feldlinien mit einem bestimmten Winkel in die Oberfläche ein. Dies ist in der Abbildung 2 zu sehen.

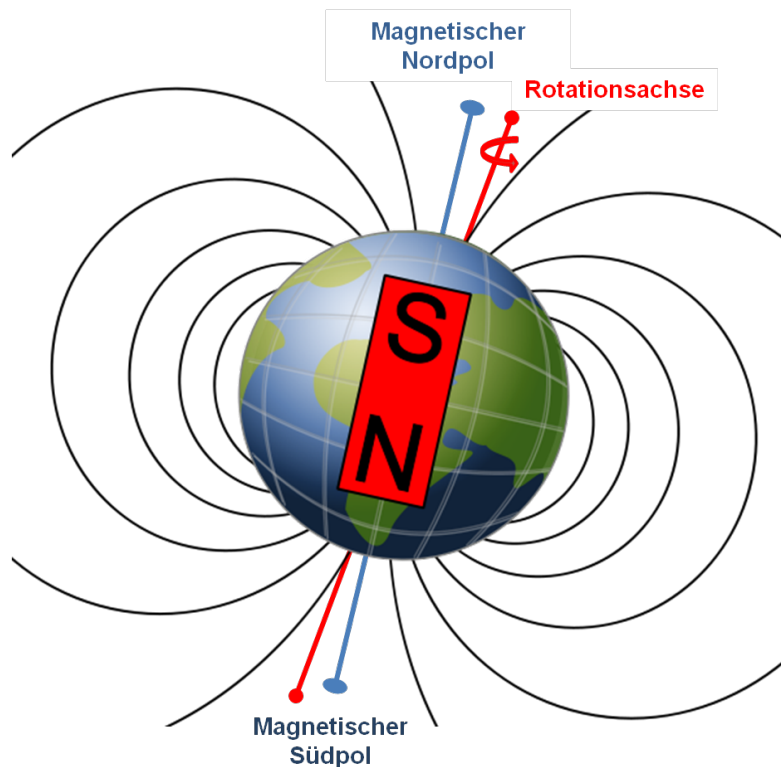


Abbildung 2: Der Inklinationwinkel der Erde, [4].

## 2 Durchführung

### 2.1 Bestimmung der spezifischen Ladung der Elektronen

Zur Bestimmung der spezifischen Ladung  $\frac{e_0}{m_0}$  wird durch ein Helmholtzspulenpaar mit der Windungszahl  $N$ , dem Spulenstrom  $I$ , dem Spulenradius  $R$  und der magnetischen

Feldkonstante  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$  ein annähernd homogenes Magnetfeld aufgebaut. Dieses Magnetfeld besitzt in seinem Mittelpunkt eine Flussdichte von:

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R}. \quad (13)$$

Die Kathodenstrahlröhre wird so gedreht, dass ihre Achse parallel zu der Horizontal-komponente des Erdmagnetfeldes liegt. Als Hilfsmittel wird dafür ein Deklinatorium-Inklinatorium verwendet. Danach wird eine Beschleunigungsspannung  $U_B$  zwischen 250 und 500 V eingestellt und dafür die Strahlverschiebung  $D$  in Abhängigkeit von  $B$  gemessen, indem der Leuchtfleck auf die unterste oder oberste Linie des Leuchtschirms gebracht wird. Dies wird für vier weitere Beschleunigungsspannungen wiederholt.

## 2.2 Bestimmung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Zunächst wird eine konstante Beschleunigungsspannung zwischen 150 und 200 V gewählt. Mit Deklinatorium wird die Nord-Süd-Richtung des Erdmagnetfeldes bestimmt, nach der die Achse der Kathodenstrahlröhre ausgerichtet wird. Es muss auf den Ort des Leuchtflecks auf dem Schirm geachtet werden, bevor die Röhre in Ost-West-Richtung gedreht wird. Die durch die Drehung im Erdmagnetfeld verursachte Verschiebung des Leuchtflecks kann dann mithilfe des Magnetfeldes des Helmholtzspulenpaares korrigiert werden. Dazu wird der Spulenstrom  $I_{\text{hor}}$  verändert, bis sich der Leuchtfleck in der Ursprungsposition befindet. Der benötigte Spulenstrom wird daraufhin notiert.

Im letzten Versuchsteil wird der Inklinationswinkel  $\phi$  zur Bestimmung der Totalintensität  $B_{\text{total}}$  ermittelt. Hierzu muss die Winkelscheibe des Inklinatoriums so gedreht werden, dass ihre Flächennormale parallel zum Boden liegt. Dann kann mithilfe der Kompassnadel der Winkel auf der Scheibe abgelesen werden.

## 3 Auswertung

### 3.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Zur Erzeugung eines Magnetfeldes wurde eine Helmholtz-Spulenpaar verwendet mit den folgenden Abmessungen:

$$\begin{aligned} N &= 20 \\ R &= 0,282 \text{ m} \end{aligned}$$

wobei  $N$  die Anzahl der Windungen und  $R$  der Radius des Spulenpaares sind. In der Tabelle 1 befinden sich die aufgeführten Stromstärken für die Ablenkung von oben auf den jeweils n-ten Strich.

Eine lineare Ausgleichsgerade lässt sich berechnen wie:

$$y = mx + b \quad (14)$$

wobei  $m$  die Steigung und  $b$  der y-Achsenabschnitt sind. Mit der Gleichung 14 werden die Steigungen und die Fehler der Ausgleichsgeraden vom Python-Modul `Scipy curve_fit`

**Tabelle 1:** Messdaten für die Stromstärke  $I$  und Abstand  $D$  bei der Bestimmung der spezifischen Elektronenladung.

	$U_B/V$	250	300	350	400	440
n	D/m	$I/A$	$I/A$	$I/A$	$I/A$	$I/A$
1	0	0	0	0	0	0
2	0,006	0,3	0,3	0,4	0,35	0,39
3	0,012	0,625	0,625	0,8	0,7	0,82
4	0,019	0,95	0,99	1,15	1,14	1,24
5	0,025	1,25	1,325	1,5	1,5	1,63
6	0,031	1,55	1,65	1,9	1,9	2,04
7	0,038	1,85	1,98	2,3	2,3	2,95
8	0,044	2,5	2,36	2,69	2,73	2,95
9	0,050	-	2,725	3,95	3,15	3,26

berechnet. Zuerst wird mithilfe der Gleichung 13 die magnetische Feldstärke berechnet. Danach wird die Größe  $\frac{D}{(L^2+D^2)}$  mit den Werten für  $D$  aus der Tabelle 1 ermittelt, wobei  $L = 0,175$  m beträgt. Die errechneten Werte befinden sich nun in der Tabelle 2 und diese werden in die Abbildungen 3, 4, 5, 6 und 7 eingetragen.

**Tabelle 2:** Die neuen errechneten Ergebnisse mit Hilfe der Messwerte für die Bestimmung der spezifischen Elektronenladung.

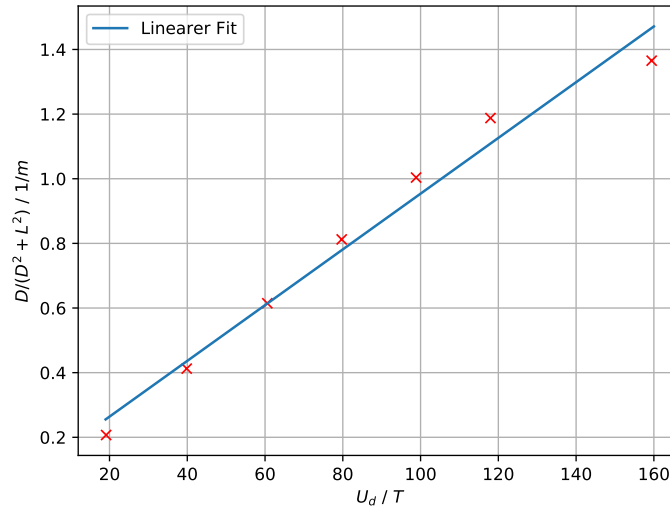
$\frac{D}{(L^2+D^2)}$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$	$B/\mu T$
0	0	0	0	0	0
0,207	19,13	19,13	25,50	22,32	24,87
0,412	39,85	39,85	51,01	44,64	52,29
0,614	60,58	63,13	73,33	72,69	79,07
0,812	79,71	84,49	95,65	95,65	103,94
1,003	98,84	105,22	121,16	121,16	130,09
1,187	117,97	126,26	146,67	146,67	188,12
1,363	159,42	150,50	171,54	174,09	188,12
1,529	-	173,77	251,89	200,87	207,89

Die Steigungen betragen dann wie folgt:

$$\begin{aligned}
 m_{250} &= (8619,32 \pm 596,00) \frac{1}{T_m} \\
 m_{300} &= (8619,11 \pm 181,48) \frac{1}{T_m} \\
 m_{350} &= (6166,17 \pm 665,03) \frac{1}{T_m} \\
 m_{400} &= (7393,47 \pm 177,70) \frac{1}{T_m} \\
 m_{440} &= (6729,39 \pm 409,05) \frac{1}{T_m}.
 \end{aligned}$$

Die y-Achsenabschnitte betragen auch die folgenden Werte:

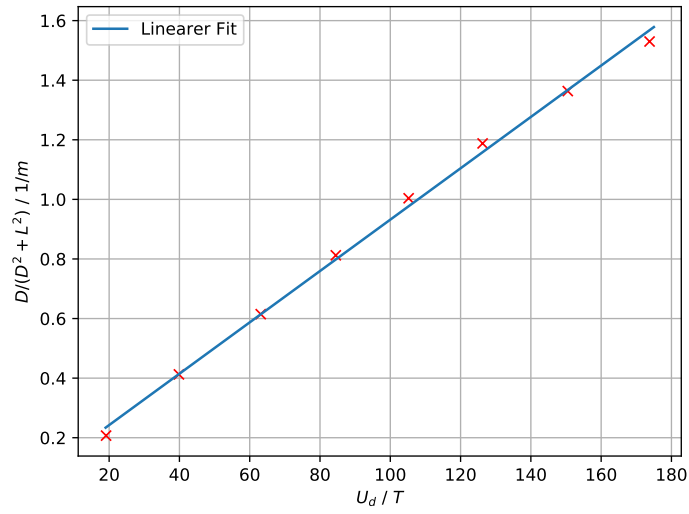
$$\begin{aligned}
 b_{250} &= (0,091 \pm 0,055) T \\
 b_{300} &= (0,070 \pm 0,019) T \\
 b_{350} &= (0,169 \pm 0,090) T \\
 b_{400} &= (0,079 \pm 0,021) T \\
 b_{440} &= (0,071 \pm 0,056) T.
 \end{aligned}$$



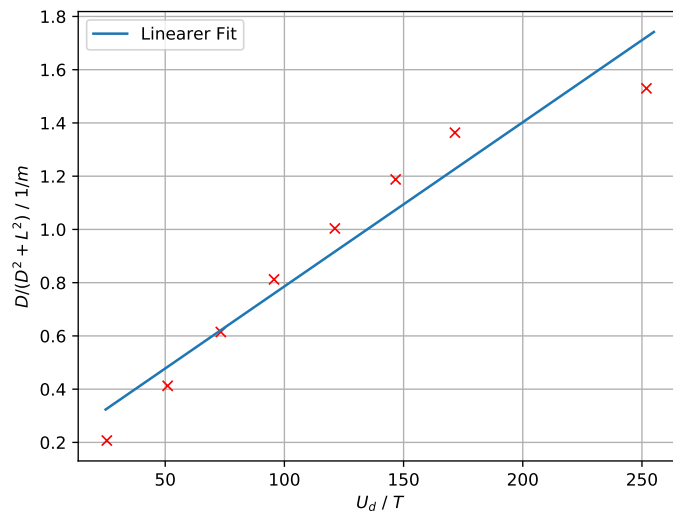
**Abbildung 3:** Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung  $U_B = 250 \text{ V}$ .

Es ist darauf zu achten, dass bei der Steigung und y-Achsenabschnitt als Index die jeweilige Beschleunigungsspannung steht. Für die Berechnung der spezifischen Elektronenladung wird die Gleichung 12 benutzt und entsprechend nach der gesuchten Größe





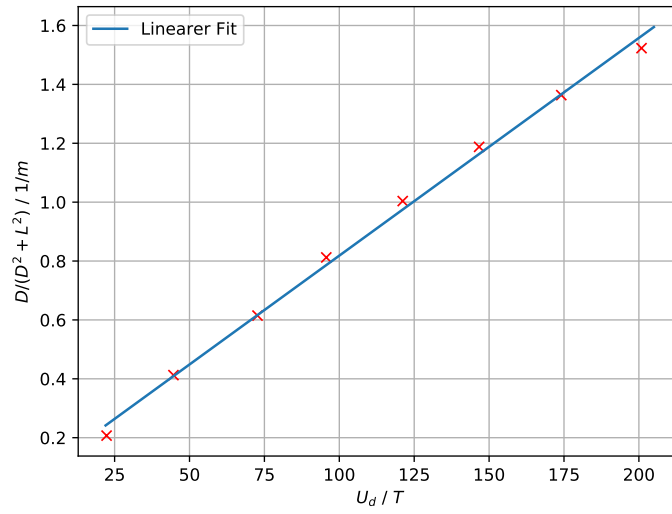
**Abbildung 4:** Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung  $U_B = 300 \text{ V}$ .



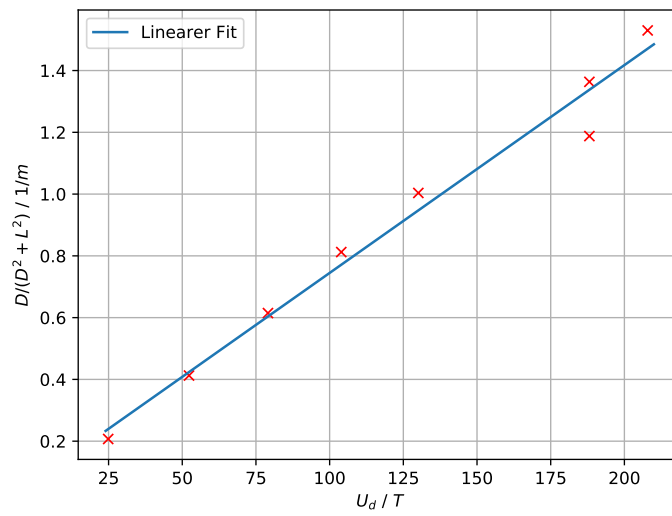
**Abbildung 5:** Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung  $U_B = 350 \text{ V}$ .

umgeschrieben:

$$\frac{e_0}{m_0} = \left[ \frac{D}{L^2 + D^2} \left( \frac{\sqrt{8U_B}}{B} \right) \right]^2. \quad (15)$$



**Abbildung 6:** Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung  $U_B = 400 \text{ V}$ .



**Abbildung 7:** Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung  $U_B = 440 \text{ V}$ .

und vereinfacht sich mit der eben berechneten Steigungen zu:

$$\frac{e_0}{m_0} = 8U_B a^2. \quad (16)$$

Danach wird in die Gleichung 16 die Steigungen sowie die benutzten Beschleunigungs-

spannungen eingesetzt und es ergeben sich die folgenden spezifischen Ladungen:

$$\begin{aligned}\frac{e_0}{m_0} &= (1,485 \pm 0,007) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ für } 250\text{V} \\ \frac{e_0}{m_0} &= (1,779 \pm 0,008) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ für } 300\text{V} \\ \frac{e_0}{m_0} &= (1,064 \pm 0,012) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ für } 350\text{V} \\ \frac{e_0}{m_0} &= (1,749 \pm 0,001) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ für } 400\text{V} \\ \frac{e_0}{m_0} &= (1,594 \pm 0,005) \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ für } 440\text{V}.\end{aligned}$$

Die Formel für den Mittelwert  $\bar{x}$  aus  $n$  Stichproben  $x_i$  ergibt sich aus:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (17)$$

Mit der Gleichung 17 wird der Mittelwert für die spezifische Elektronenladung berechnet und es ergibt sich:

$$\frac{e_0}{m_0} = (1,534 \pm 0,006) \frac{\text{C}}{\text{kg}}. \quad (18)$$

### 3.2 Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes

Der mittels eines Deklinatorium-Inklinatoriums bestimmte Inklinationswinkel ergibt sich zu  $70,1$  Grad.

Aus dem Spulenstrom lässt sich das durch die Spule erzeugte Magnetfeld  $B_{\text{tot}}$  bestimmen. Um daraus  $B_{\text{hor}}$  zu bestimmen, also das Feld, dass das Erdmagnetfeld kompensiert, wird  $B_{\text{tot}}$  durch den Cosinus des zuvor bestimmten Winkels geteilt.

Durch die Gleichung 13 mit einem Spulenstrom von  $I = 0,26 \text{ A}$  ergibt sich  $B_{\text{tot}} = 16,5 \mu\text{T}$  und folglich:

$$B_{\text{hor}} = \frac{B_{\text{tot}}}{\cos(70,1)} = 48,4 \mu\text{T}.$$

## 4 Diskussion

In der Tabelle 3 sind die relativen Fehler bei den Ergebnissen für die Berechnung der spezifischen Ladung zu sehen. Die relativen Fehler sind sehr klein und weisen darauf hin, dass die Ergebnisse ziemlich exakt sind. Der exakteste Wert liegt bei einer Beschleunigungsspannung von  $U_B = 400 \text{ V}$  und beträgt somit der kleinste relative Fehler. Diese können nicht mit genauen Messungen erklärt werden, sondern durch eine geringe Empfindlichkeit. Der Literaturwert beträgt  $1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$  [2]. Die Abweichung vom Literaturwert zu den berechneten Mittelwert der spezifischen Ladung aus der Gleichung

18 ist mit 12,79 % behaftet. Auch hier ist die Abweichung relativ klein aber erreicht nicht den Literaturwert innerhalb der errechneten Ungenauigkeit. Messungenauigkeiten ergaben sich durch einen relativen dicken Leuchtpunkt.

Bei der Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes fällt das Ergebnis in die richtige Größenordnung von einigen zehn  $\mu\text{T}$ . Beim Ablesen des Winkels mithilfe des Inklinatorium-Deklinatoriums und durch den Einfluss von störenden Magnetfelder, die vermutlich durch anderen Messgeräten in den vorherigen Versuchsteilen entstanden sind, in der Umgebung der Apparatur haben sich einige Messfehler ergeben, da zum Beispiel das Messgerät zur Bestimmung des Erdmagnetfeldes ziemlich ungenau ist. Für den Standort Dortmund ergibt sich für das Erdmagnetfeld  $B_{\text{theo}} = 49,4 \mu\text{T}$  und für den Inklinationswinkel  $\phi = 66^\circ$  [3]. Durch einen Vergleich mit dem experimentellen und theoretischen Wert liegt die Abweichung bei 2,02 % für das Erdmagnetfeld und 6,21 % für den Inklinationswinkel. Somit ist das Ergebnis fast genau, liegt sehr nah an der Realität und entspricht den Erwartungen.

Zu den jeweiligen Abbildungen der Ausgleichsgeraden ist zu sagen, dass sie zu den Messwerten übereinstimmen und entsprechen den Erwartungen.

**Tabelle 3:** Die errechneten Steigungen sowie der relative Fehler in Prozent.

$U_B/\text{V}$	$\frac{e_0}{m_0} / \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$	Relative Fehler /%
250	$1,485 \pm 0,007$	0,471
300	$1,779 \pm 0,008$	0,449
350	$1,064 \pm 0,012$	1,127
400	$1,749 \pm 0,001$	0,057
440	$1,594 \pm 0,005$	0,313

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 502: Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf> (besucht am 12. 04. 2018).
- [2] Physik Uni München. *Die spezifische Elektronenladung*. URL: <https://www.didaktik.physik.uni-muenchen.de/elektronenbahnen/b-feld/e-m-bestimmung/auswertungem.php> (besucht am 14. 04. 2018).
- [3] Helmholtz-Zentrum Potsdam. *IGFR Deklinationsrechner*. URL: <http://www-app3.gfz-potsdam.de/Declinationcalc/declinationcalc.html> (besucht am 22. 04. 2018).
- [4] Gottfried Schatz. *Geheimnisvolle Sinne — Wie Lebewesen auf ihren Reisen das Magnetfeld der Erde messen*. URL: <http://scienceblog.at/book/export/html/499> (besucht am 22. 04. 2018).