

V501

Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld - Korrektur

Evelyn Romanjuk
evelyn.romanjuk@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.18

Abgabe: 23.04.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Aufbau einer Kathodenstrahlröhre	3
1.2	Berechnung der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld . .	4
1.3	Prinzip des Kathodenstrahl-Oszillographen	5
2	Durchführung	5
2.1	Überprüfung der Proportionalität	5
2.2	Erzeugung stehender Wellen mittels Kathodenstrahl-Oszillographen . . .	6
3	Auswertung	7
3.1	Linearer Zusammenhang zwischen der Leuchtpunktverschiebung und Ab- lenkspannung	7
3.2	Bestimmung der Apparaturkonstante	9
3.3	Wechselstromfrequenz des Sinusgenerators	12
4	Diskussion	13
	Literatur	14

1 Theorie

1.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre

Für den in den Versuchen benötigten Elektronenstrahl wird eine Kathodenstrahlröhre verwendet, welche aus drei Baugruppen zusammengesetzt ist.

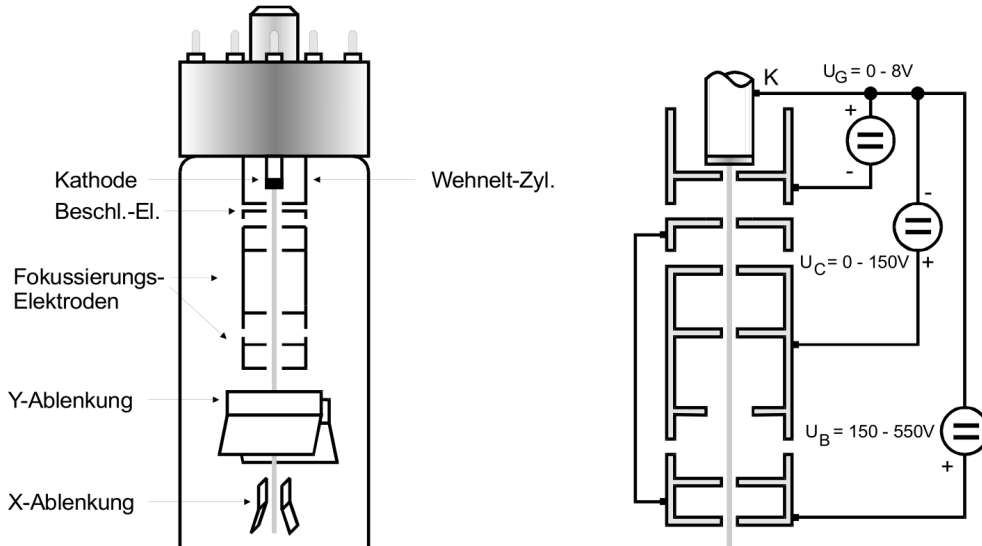


Abbildung 1: Aufbau der Kathodenstrahlröhre und Verschaltung der Elektronenkanone, [1, S. 2].

Zunächst ist eine sogenannte Elektronenkanone zu finden. Diese besteht aus einer Glühkathode, die durch einen erhitzten isolierten Draht geheizt wird und Elektronen emittiert. Ein Wehnelt-Zylinder mit negativem Potential umschließt die Kathode und sorgt dafür, dass die Intensität des austretenden Elektronenstrahls regelbar ist. Neben der umschlossenen Glühkathode ist eine Elektrode angebracht, die mit ihrem starken positiven Potential U_B die Elektronen auf eine Geschwindigkeit v_z beschleunigt. Die Berechnung erfolgt mit dem Energiesatz:

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} = e_0 U_B. \quad (1)$$

Zur Bündelung des Strahls werden weitere Elektroden als eine Art Linse eingesetzt. Inhomogene Felder zwischen den Elektroden fokussieren den Strahl, mithilfe der angelegten Spannung U_C kann die Brechkraft eingestellt werden.

Den zweiten Teil der Kathodenstrahlröhre stellt das Ablenssystem dar, das aus zwei Plattenpaaren zusammengesetzt ist. Eine angelegte Spannung U_d erzeugt ein elektrisches Feld zwischen den Platten, das eine Kraft auf die hindurchtretenden Elektronen ausübt. Auf diese Weise kann der Elektronenstrahl je nach Spannung U_d abgelenkt werden.

Der letzte Teil der Röhre ist der Leuchtschirm. Dieser weist die Auftreffstelle des Elektronenstrahls als leuchtenden Fleck nach.

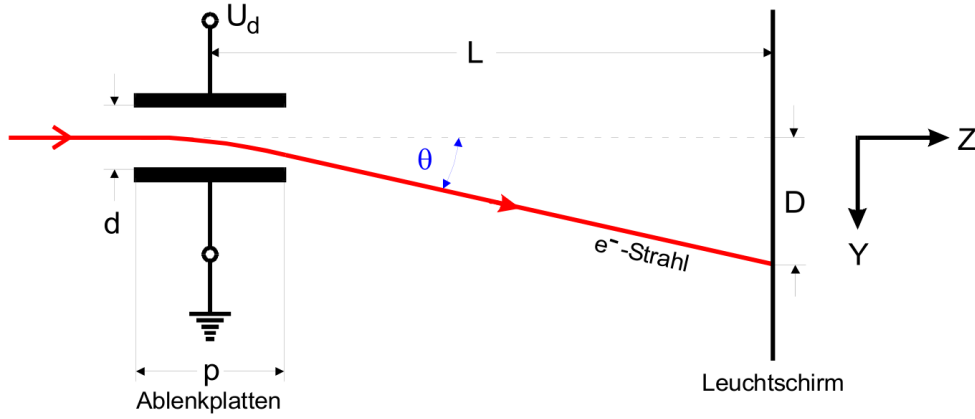


Abbildung 2: Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld, [1, S. 3].

1.2 Berechnung der Ablenkung des Elektronenstrahls im elektrischen Feld

Durch die an die Platten angelegte Spannung U_d wird bei einem kleinen Plattenabstand d bei großer Plattenlänge p (Vgl. Abbildung 2) ein annähernd homogenes elektrisches Feld erzeugt. In diesem Feld wirkt auf das eintreffende Elektron eine Kraft, die abhängig von der Stärke des Feldes ist. Also gilt:

$$E = \frac{U_d}{d} \quad (2)$$

und

$$|F| = |e_0 \vec{E}| = e_0 \frac{U_d}{d}. \quad (3)$$

Die Kraft führt zu einer gleichmäßigen Beschleunigung in Y-Richtung. Die Geschwindigkeit lässt sich mithilfe der Kraft und des E-Feldes berechnen:

$$v_y = a_y \Delta t = \frac{F}{m_0} \Delta t = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \Delta t. \quad (4)$$

Weiterhin hat das Elektron eine Geschwindigkeitskomponente v_z in Z-Richtung. Damit gilt für die Zeit Δt , für die sich das Elektron im Feld befindet:

$$\Delta t = \frac{p}{v_z}. \quad (5)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 4 ergibt sich dann für die Geschwindigkeit in Y-Richtung:

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z}. \quad (6)$$

Die Verschiebung des Leuchtflecks auf dem Schirm lässt sich ermitteln über den Abstand der Platten zum Schirm und dem Winkel θ , um den der Strahl abgelenkt wird. Der Winkel lässt sich mithilfe der beiden Geschwindigkeitskomponenten berechnen:

$$\theta \cong \frac{v_y}{v_z} \implies \theta = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z^2}. \quad (7)$$

Damit ist die Verschiebung D :

$$D = L \cdot \theta = L \cdot \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z^2}. \quad (8)$$

Wird die Energiesatzgleichung 1 nach v_z^2 umgestellt und in Gleichung 8 eingesetzt, so lässt sich die Verschiebung D auf dem Schirm auch mit:

$$D = L \cdot \frac{p}{2d} \frac{U_d}{U_B} \quad (9)$$

berechnen. Neben der Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U_B und den Maßen des Kondensator ist auch ein Proportionalitätsfaktor zwischen D und der Ablenkspannung U_d zu erkennen, welcher auch als Empfindlichkeit bezeichnet wird. Dabei ist es wichtig zu nennen, dass je kleiner die Ablenkspannung, desto größer wird die Beschleunigungsspannung. Für eine hohe Empfindlichkeit müssen einige Bedingungen gelten und zwar eine großen Strahlweg L , eine kleine Beschleunigungsspannung und einen langen Ablenkkondensator p .

1.3 Prinzip des Kathodenstrahl-Oszillographen

Bei einem Kathodenstrahl-Oszillographen wird eine Kathodenstrahlröhre eingesetzt und wird für die zeitliche Darstellung von Wechselspannungen verwendet. Hierzu wird an das in X-Richtung ablenkende Plattenpaar eine Sägezahnspannung angelegt und an das in Y-Richtung ablenkende eine Spannung, die untersucht werden soll. Aus diesen Spannungen lassen sich auf dem Leuchtschirm stehende Wellen erzeugen, die bei bestimmten Frequenzen entstehen, sofern für die Frequenzen die Synchronisationsbedingung:

$$n \cdot \nu_{S\ddot{a}} = m \cdot \nu_{We} \quad (10)$$

gilt, mit $n = 1, 2, 3, \dots$ und $m = 1, 2, 3, \dots$

Für die Erzeugung stehender Wellen gilt als Voraussetzung, dass sie bei gleicher Frequenz und gleicher Amplitude aus einer hin- und rücklaufende Welle entstehen. Zum anderen besitzen stehende Wellen Schwingungsknoten. Dort bleiben sie in Ruhe und findet keine Auslenkung statt. Eine maximale Auslenkung wird durch den Schwingungsbauch erzeugt, wenn sie sich in der Mitte treffen.

2 Durchführung

2.1 Überprüfung der Proportionalität

Zunächst wird mithilfe von Abbildung 3 die Kathodenstrahlröhre verschaltet. Zur Überprüfung der Proportionalität zwischen der Verschiebung D des Leuchtflecks auf dem

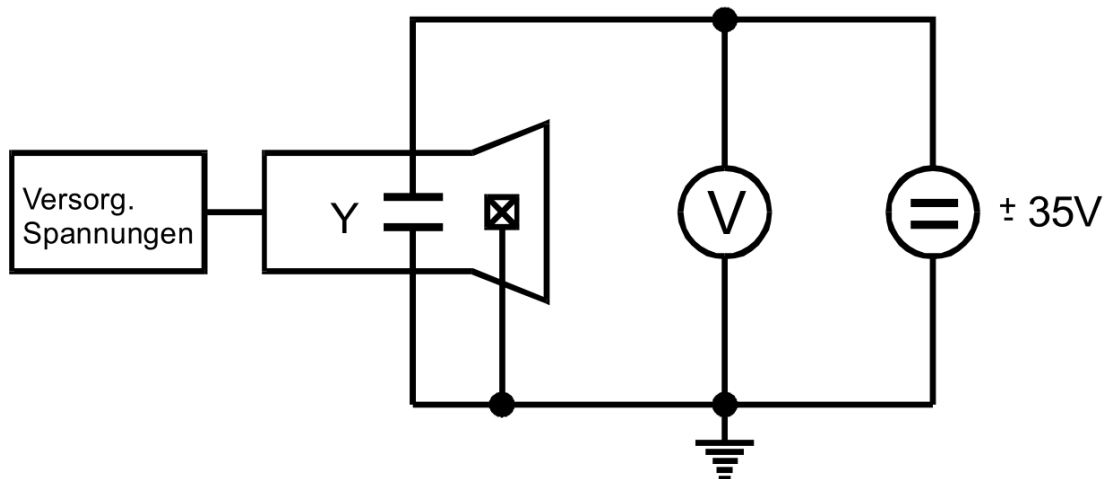


Abbildung 3: Schaltbild des Kathodenstrahlrohrs, [1, S. 5].

Schirm und der Ablenkspannung U_d werden fünf verschiedene Beschleunigungsspannungen U_B zwischen 180 und 500 V gewählt. Für jedes U_B wird dann U_d so eingestellt, dass der Leuchtfleck auf einer der äquidistanten Linien des Schirms liegt, woraufhin die eingestellte Ablenkspannung U_d abgelesen wird. Genauso wird dann für die weiteren acht Linien des Schirms vorgegangen.

2.2 Erzeugung stehender Wellen mittels Kathodenstrahl-Oszillographen

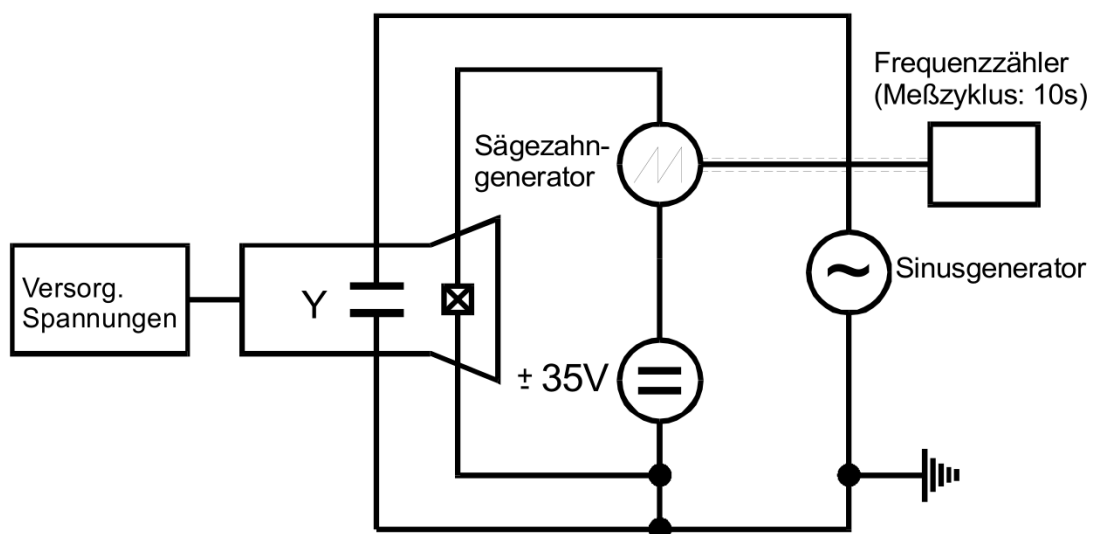


Abbildung 4: Schaltbild des Kathodenstrahl-Oszillographen, [1, S. 5].

Der Aufbau des Oszillographen erfolgt mithilfe der Abbildung 4. Nun wird die Sägezahnfrequenz $\nu_{Sä}$ so eingestellt, dass sich ein stehendes Bild der Sinusspannung, welche

vom Gerät vorgegeben eine Frequenz zwischen 80 und 90 Hz hat, auf dem Schirm ergibt. In der Y-Richtung wird die zu untersuchende Spannung angelegt. Hierbei soll:

$$n \cdot \nu_{\text{Sä}} = m \cdot \nu_{\text{Si}} \quad (11)$$

mit $n = \frac{1}{2}, 1, 2, 3$ und $m = 1$. Für jedes n wird die Sägezahnfrequenz notiert und die maximale Strahlauslenkung abgelesen.

3 Auswertung

3.1 Linearer Zusammenhang zwischen der Leuchtpunktverschiebung und Ablenkspannung

Bei der Messung für die Empfindlichkeit der Röhre ergeben sich die folgenden Werte in der Tabelle 1. Mit den Wertenpaare werden lineare Ausgleichsgeraden zur Bestimmung der Empfindlichkeit der Röhre für verschiedene Beschleunigungsspannungen bestimmt und in die Abbildungen 5, 6, 7, 8 und 9 eingetragen. Die Nummerierung der Linien erfolgte beginnend mit 1 von oben nach unten.

Tabelle 1: Messdaten für die Ablenkspannung U_D und Abstand D bei der Bestimmung der Empfindlichkeit der Röhre.

	U_B/V	220	300	350	420	450
n	D/cm	U_d/V	U_d/V	U_d/V	U_d/V	U_d/V
1	0	-22,80	-29,80	-34,00	-	-
2	0,635	-18,65	-24,60	-28,10	-	-
3	1,270	-14,47	-19,38	-21,60	-27,60	-29,2
4	1,905	-10,44	-14,35	-15,3	-20,00	-21,90
5	2,540	-6,60	-9,05	-8,79	-13,33	-13,74
6	3,175	-2,32	-3,60	-3,07	-5,63	-5,72
7	3,810	1,873	1,712	3,820	1,912	2,13
8	4,445	6,51	7,16	10,47	10,02	10,85
9	5,080	10,61	12,96	16,69	17,63	19,02

Eine lineare Ausgleichsgerade lässt sich berechnen wie:

$$y = mx + b \quad (12)$$

wobei m die Steigung und b der y-Achsenabschnitt sind. Über Formel 12 werden die Steigungen und die Fehler der Ausgleichsgeraden vom Python-Modul Scipy curve_fit

berechnet. Die Steigungen betragen dann wie folgt:

$$\begin{aligned} m_{220} &= (0,1524 \pm 0,0011) \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\ m_{300} &= (0,1193 \pm 0,0007) \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\ m_{350} &= (0,0998 \pm 0,0005) \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\ m_{400} &= (0,0842 \pm 0,0008) \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\ m_{450} &= (0,0786 \pm 0,0007) \frac{\text{cm}}{\text{V}}. \end{aligned}$$

Die y-Achsenabschnitte betragen auch die folgenden Werte:

$$\begin{aligned} b_{220} &= (3,493 \pm 0,013) \text{ V} \\ b_{300} &= (3,586 \pm 0,012) \text{ V} \\ b_{350} &= (3,426 \pm 0,010) \text{ V} \\ b_{400} &= (3,620 \pm 0,013) \text{ V} \\ b_{450} &= (3,608 \pm 0,012) \text{ V}. \end{aligned}$$

Es ist darauf zu achten, dass bei der Steigung und y-Achsenabschnitt als Index die jeweilige Beschleunigungsspannung steht.

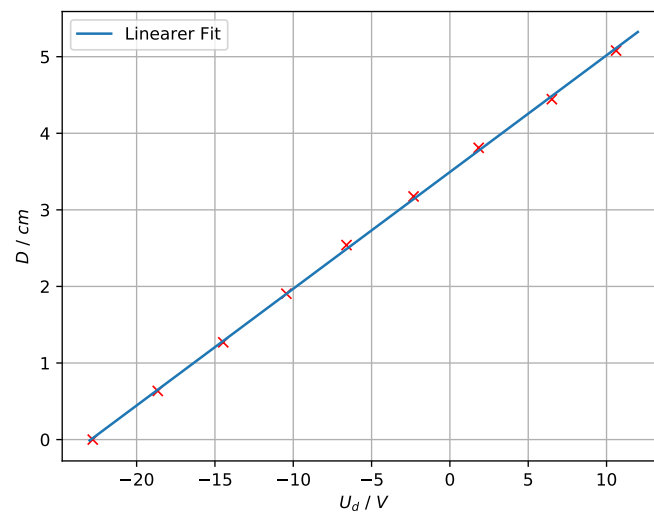


Abbildung 5: Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung $U_B = 220 \text{ V}$.

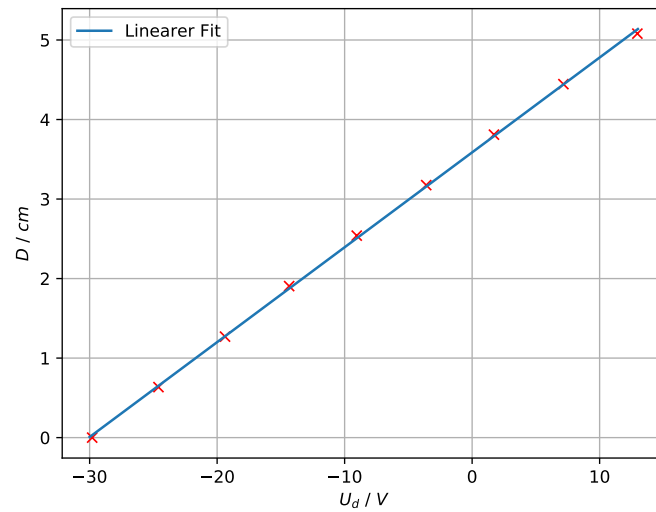


Abbildung 6: Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung $U_B = 300 \text{ V}$.

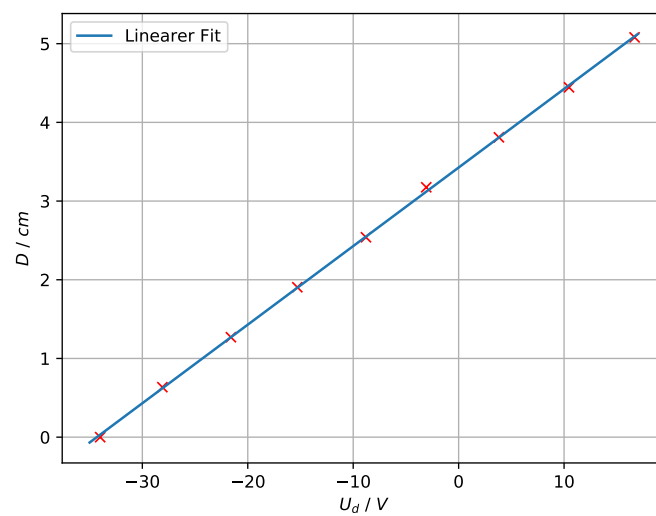


Abbildung 7: Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung $U_B = 350 \text{ V}$.

3.2 Bestimmung der Apparaturkonstante

Als nächstes werden die errechneten Steigungen sowie die jeweiligen Fehler für einen weiteren Diagramm verwendet. Diese müssen gegen $\frac{1}{U_B}$ aufgetragen werden und erneut

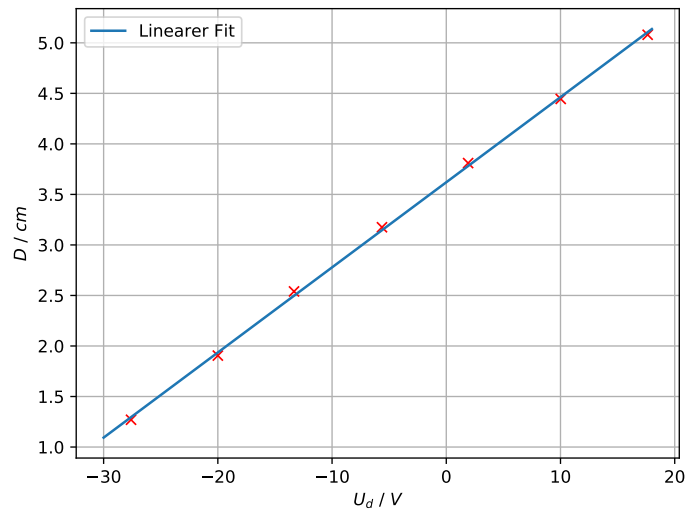


Abbildung 8: Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung $U_B = 420 \text{ V}$.

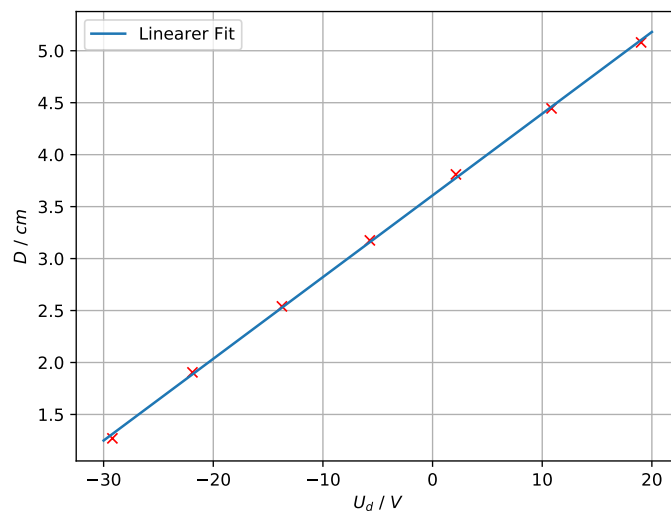


Abbildung 9: Die Messwerte und zugehörige Ausgleichsgerade für die Beschleunigungsspannung $U_B = 450 \text{ V}$.

eine lineare Ausgleichsgerade durchgeführt. Die neuen errechnete Wertepaare werden in die Abbildung 10 eingetragen. Die Steigung der Ausgleichsgeraden und der y-Achsenabschnitt der Form in der Gleichung 12 werden vom Python-Modul Scipy curve_fit berechnet und betragen:

$$m = (32,004 \pm 1,396) \text{ cm}$$

$$b = (0,008 \pm 0,004) \frac{1}{V}$$

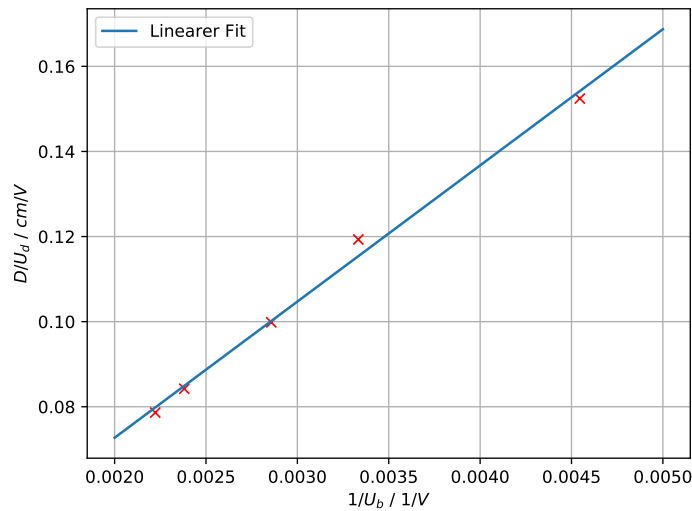


Abbildung 10: Ausgleichsgerade für die Empfindlichkeit mit einer reziproken Beschleunigungsspannung.

Der Mittelwert \bar{x} aus n Stichproben x_i ergibt sich aus:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (13)$$

Das neue Ergebnis soll zunächst nun mit der Größe $\frac{pL}{2d}$ verglichen werden, wobei p die Länge der Ablenkplatte, L die Strecke zwischen Ablenkkondensator und Leuchtschirm und d der Abstand der Kondensatorplatten sind. Diese Größe kann theoretisch durch die jeweiligen angegebenen Größen aus der Konstruktionszeichnung in der Anleitung [1, S. 7] berechnet werden. Die Größen aus der Konstruktionszeichnung betragen:

$$p = 1,9 \text{ cm}$$

$$L = 15,33 \text{ cm.}$$

Dabei wird für den Abstand d die zwei Werte am Anfang und am Ende der Kondensatorplatten aus der Konstruktionszeichnung übernommen:

$$d_1 = 0,38 \text{ cm}$$

$$d_2 = 0,95 \text{ cm}$$

und der Mittelwert mittels Gleichung 13 bestimmt:

$$d = 0,665 \text{ cm.}$$

Daraus ergibt sich dann:

$$\frac{pL}{2d} = 21,9 \text{ cm.}$$

3.3 Wechselstromfrequenz des Sinusgenerators

Die Wechselstromfrequenz ist auf einen Wert zwischen 80 Hz und 90 Hz eingegrenzt. Für diesen Versuchsteil wird eine Beschleunigungsspannung $U_B = 450 \text{ V}$ verwendet. Die Amplitude der Sinuswelle beträgt 1 Kästchen auf dem Leuchtschirm, die in der aufgenommenen Abbildung 11 zu sehen ist. In der Tabelle 2 befinden sich die aufgeführten Frequenzen der Sägezahnspannung für eine stehende Darstellung.

Tabelle 2: Messwerte für Abgleich der Sägezahnfrequenz.

n	ν/Hz	$\nu \cdot n/\text{Hz}$
0,5	160,44	80,22
1	80,2	80,2
2	40,24	80,24
3	25,03	75,09

Für die angelegte Frequenz wird mithilfe der Gleichung 13 den Mittelwert des Frequenz bestimmt und es ergibt sich:

$$\nu = (78,93 \pm 0,00) \text{ Hz.} \quad (14)$$

Zur Bestimmung des Scheitelwerts der Spannung (die maximale Amplitude) wird die Empfindlichkeit der Röhre benötigt. Diese wurde für die verwendete Spannung von $U_B = 450 \text{ V}$ bestimmt. Die Gesamthöhe der Kurve betrug 1 Kästchen und somit beträgt die Amplitude:

$$D_{\max} = 0,635 \text{ cm.} \quad (15)$$

Dann wird die Scheitelspannung mit Hilfe der Amplitude aus der Gleichung 15 und der Gesamthöhe der Kurve ermittelt und beträgt:

$$\begin{aligned} \frac{D_{\max}}{U_{\sin}} &= 0,0786 \frac{\text{V}}{\text{cm}} \\ \Leftrightarrow U_{\sin} &= \frac{D_{\max}}{0,0786 \text{ V/cm}} = 8,07 \text{ V.} \end{aligned}$$

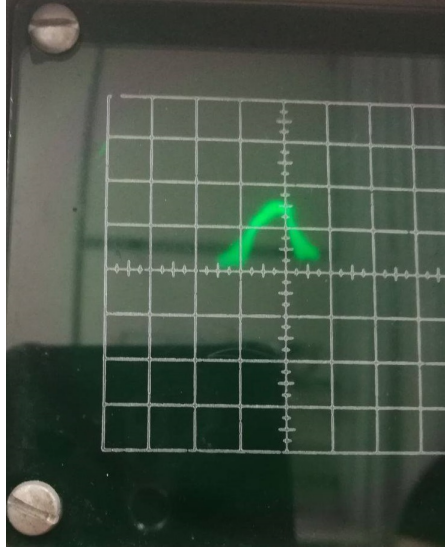


Abbildung 11: Die Amplitude der Sinuswelle auf dem Leuchtschirm.

4 Diskussion

Zum ersten Teil des Versuches ergaben sich Probleme bei hohen Beschleunigungsspannungen, da nicht genug Ablenkspannung angelegt werden konnte, um den Strahl über den kompletten Schirm zu bewegen. Bei den Ergebnissen für die Steigung in der Tabelle 3 ist zu sehen, dass die Empfindlichkeit mit zunehmender Beschleunigungsspannung deutlich abnimmt, also die Ablenkung wird kleiner. Der genaueste Wert ist bei einer Beschleunigungsspannung $U_B = 350 \text{ V}$, hat die kleinste relative Fehler und hat auch die geringste Empfindlichkeit. Die Abbildungen zu den Ausgleichsgeraden entsprechen auch den Erwartungen und sind ziemlich exakt.

Tabelle 3: Die errechneten Steigungen sowie der relative Fehler in Prozent.

U_B/V	$\frac{e_0}{m_0} / \frac{\text{cm}}{\text{V}}$	Relative Fehler /%
220	$0,1524 \pm 0,0011$	0,721
300	$0,1193 \pm 0,0007$	0,586
350	$0,0998 \pm 0,0005$	0,501
400	$0,0842 \pm 0,0008$	0,950
450	$0,0786 \pm 0,0007$	0,890

Bei der Bestimmung der Apparaturkonstante sollte nun die Größe $\frac{pL}{2D}$ mit der errechneten Steigung verglichen werden. Es ergibt sich nun eine Ungenauigkeit von 46,13 % zum theoretischen Wert und eine relative Fehler von 4,36 %. Somit stellt sich heraus, dass es sich eine große Abweichung ergeben hat, die möglicherweise dadurch erklärt werden kann, dass die Ablenkplatten aus der Konstruktionszeichnung in der Anleitung nicht mit den

verwendeten Kathodenstrahlröhre aus dem Versuch übereinstimmen. Die Ablenkplatten der Kathodenstrahlröhre sind nur zum Teil parallel und verlaufen linear auseinander.

Zur Wechselstromfrequenz des Sinusgenerators zeigten sich große Schwankungen bei dem Frequenzzähler, somit ergaben sich Fehler beim Ablesen der Frequenz. Der Mittelwert der Frequenz $\nu = (78,93 \pm 0,00)$ Hz liegt sehr nah an der Realität beziehungsweise an dem vom Hersteller eingegrenzte Frequenz. Da für den Wert der errechneten Scheitelspannung keine genaue Fehler angegeben werden kann, muss zumindest eine Fehler bei der Empfindlichkeitsmessung vorliegen. Die Abbildung 11 entspricht den Erwartungen und Voraussetzungen für die Entstehung einer stehenden Welle.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 501: Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/MEDPHYS/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf> (besucht am 12.04.2018).