

VERSUCH D206

Die Wärmepumpe

AUTOR A

Yanick Sebastian Kind

AUTOR B

Till Willershausen

Durchführung: –

Abgabe: 3.11.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Das Prinzip der Wärmepumpe	3
2.2	Die Arbeitsweise einer Wärmepumpe	4
2.3	Die Bestimmung der Kenngrößen einer realen Wärmepumpe	5
2.3.1	Die reale Güteziffer	6
2.3.2	Der Massendurchsatz	6
2.3.3	Die mechanische Kompressorleistung	6
3	Durchführung	7
4	Auswertung	7
4.1	Messdaten	7
4.2	Temperaturverlauf mit Ausgleichskurve	9
4.3	Nicht-lineare Ausgleichsrechnung	9
4.4	Differentialquotient	10
4.5	Güteziffer	10
4.6	Massendurchsatz	11
4.7	Mechanische Kompressorleistung	12
4.8	Fehlerrechnung	12
5	Diskussion	12
	Literatur	14

1 Zielsetzung

Mit dem Versuch über die Wärmepumpe soll der Transport von Wärmeenergie untersucht werden. Ziel ist es einen Wärmetransport zu untersuchen, welcher entgegen der Richtung des Wärmeflusses zeigt. Zur präzisen Beschreibung werden Werte wie die Gütezahl und der Massendurchsatz betrachtet.

2 Theorie

Ohne äußere Einflüsse ist die Richtung des Wärmeflusses immer von dem warmen Reservoir in das kalte Reservoir. Durch aufwenden mechanischer Arbeit A lässt sich dieser Prozess auch in die andere Richtung umkehren.

2.1 Das Prinzip der Wärmepumpe

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, besteht die an das wärmere Medium abgegebene Wärmemenge Q_1 aus der Summe der vom kühleren Medium aufgenommenen Wärmeenergie Q_2 und der Arbeit A . Also gilt

$$Q_1 = Q_2 + A . \quad (1)$$

Die Gütezahl ν der Wärmepumpe beschreibt das Verhältnis der abgegebenen Wärmemenge Q_1 zur aufgewandten Arbeit A .

$$\nu = \frac{Q_1}{A} \quad (2)$$

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik führt für die reduzierten Wärmemengen zu der Beziehung, dass deren Summe $\int \frac{dQ}{T}$ null beträgt. Aus dieser folgt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 . \quad (3)$$

Jedoch gilt dies nur bei idealen reversiblen Prozessen. In der technischen Anwendung gilt

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 . \quad (4)$$

Aus 1 und 3 folgt

$$Q_1 = A + \frac{T_2}{T_1} \cdot Q_1 .$$

aus der Formel für die Gütezahl 2, für einen reversiblen Vorgang, folgt die Gütezahl einer idealen Wärmepumpe:

$$\nu_{\text{id}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (5)$$

Für die reale Wärmepumpe folgt aus 1 und 4

$$\nu_{\text{re}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} . \quad (6)$$

Aus den Gleichungen 5 und 6 folgt, dass eine Wärmepumpe effizienter arbeitet, je kleiner die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Wärmereservoirs ist. Der Vorteil einer Wärmepumpe liegt außerdem in der Möglichkeit eine Wärmemenge Q_2 , welche frei verfügbar ist, auszunutzen, um Q_1 preisgünstig zu heizen. Damit kann die verrichtete Arbeit unter günstigen Bedingungen erheblich kleiner als die gewonnene Wärmemenge Q_1 sein. Damit folgt, dass eine Wärmepumpe gegenüber einem Wärmegewinnungsverfahren, welches mechanische Energie direkt in Wärme umwandelt, effizienter ist. Hier ist die erhaltene Wärmemenge höchstens gleich der mechanischen Arbeit, also

$$Q_{1\text{direkt}} \leq A$$

im Gegensatz zu

$$Q_{1\text{rev}} = A \frac{T_1}{T_1 - T_2} .$$

2.2 Die Arbeitsweise einer Wärmepumpe

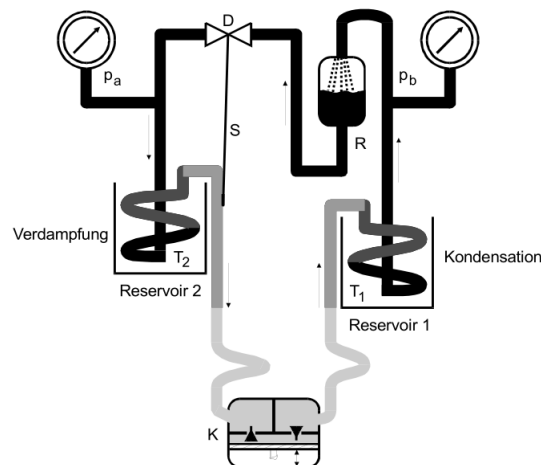


Abbildung 1: Aufbau einer Wärmepumpe [1]

In der Wärmepumpe fungiert ein reales Gas als Transportmedium, welches bei Wärmeaufnahme verdampft und die Wärme durch Kondensation wieder abgibt. Der Wärmetransport wird also in Form von Phasenumwandlungsenergie des Gases erreicht. Die Wahl des Gases hängt von der Kondensationswärme ab. Günstig ist es eine möglichst hohe Kondensationswärme zu haben.

In Abbildung 1 ist der schematische Aufbau der Wärmepumpe dargestellt. Demnach sorgt der Kompressor K für einen Mediumkreislauf, durch den das Transportgas beide

Wärmereservoirs und das Drosselventil D durchläuft. An diesem entsteht ein Druckunterschied $p_2 - p_1$ ¹. Dabei ist das Transportgas in Reservoir 1 unter dem Druck p_2 und der Temperatur T_1 flüssig; bei p_2 und T_2 gasförmig.

Dem kälteren Reservoir 2 wird durch das Verdampfen des Mediums die Verdampfungswärme L pro Gramm entzogen. Anschließend wird das Gas im Kompressor näherungsweise adiabatisch komprimiert, wobei es sich stark erwärmt und der Druck soweit ansteigt, bis es sich im Reservoir 1 wieder verflüssigt. Dabei gibt das Gas die Kondensationswärme L pro Gramm an 1 ab und heizt dieses auf.

Weitere nötige Komponenten der Wärmepumpe sind ein Reiniger R, welcher das Medium von Gasresten trennt bevor es zu dem Drosselventil gelangt, sowie ein Steuerelement S, welches mit dem Drosselventil D gekoppelt ist und das schädliche Eindringen flüssigen Mediums in den Kompressor über Kontrolle der Temperaturdifferenz an dem Ein- und Ausgang des zweiten Reservoirs verhindert.

2.3 Die Bestimmung der Kenngrößen einer realen Wärmepumpe

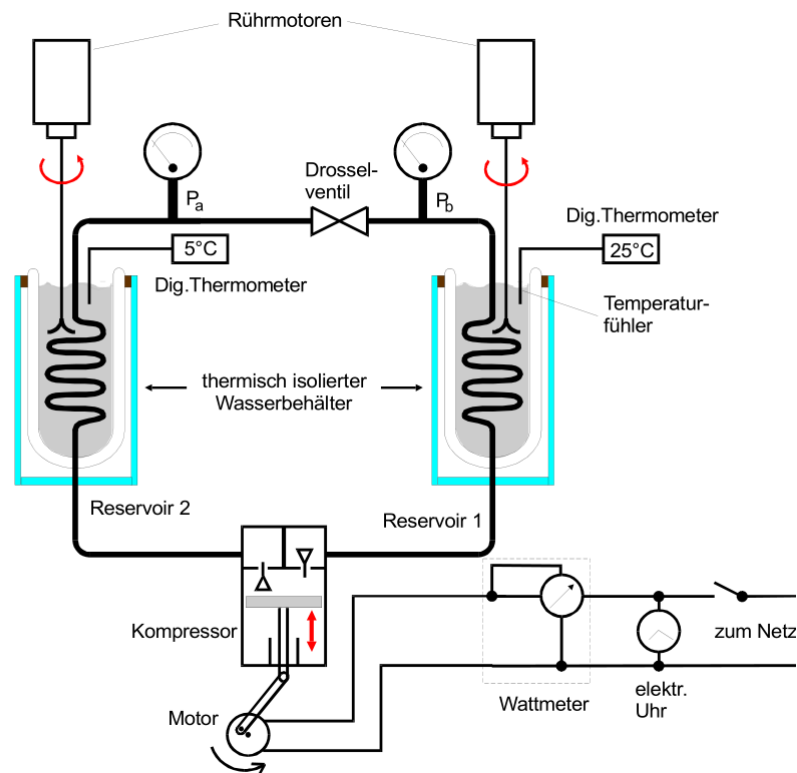


Abbildung 2: Aufbau der Messapparatur [1]

Folgende Kenngrößen sind bei einer realen Wärmepumpe relevant: die Gütezahl, der Massendurchsatz dm/dt des Transportmediums und der Wirkungsgrad des Kompressors.

¹ $p_a = p_2, p_b = p_1$

Die Kenngrößen kann man mit den Ergebnissen einer Messreihe, die man mit der in 2 dargestellten Messapparatur bekommt, errechnen.

Für die zeitabhängige Messungen der Drücke p_1 , p_2 gibt es zwei, zwischen den Reservoirs und dem Drosselventil D, installierte Manometer. Die Temperaturverläufe werden mit zwei digitalen Thermometern in den Reservoirs gemessen und für die Leistungsaufnahme ist ein Wattmeter an den Motor des Kompressors geschaltet.

Die Reservoirs sind in thermisch-isolierten Gefäßen und werden während der Messung von zwei Rührmotoren umgerührt.

2.3.1 Die reale Güteziffer

Mit der Messung der Temperatur T_1 in Abhängigkeit von der Zeit t lässt sich die reale Güteziffer als

$$\nu = (m_1 c_w + m_k c_k) \cdot \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N} \quad (7)$$

berechnen.

Dabei ist m_1 die Wassermasse und c_w deren Wärmekapazität. Die Masse der Kupferschlange und des Eimers werden durch m_k beschrieben und deren Wärmekapazität durch c_k . Die am Wattmeter abgelesenen Werte N , geben über das Zeitintervall Δt gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors an.

2.3.2 Der Massendurchsatz

Mit der Messung der Temperatur T_2 lässt sich bei bekannter Verdampfungswärme L und bekannter Wassermasse m_2 des zweiten Reservoir der Massendurchsatz mit

$$\frac{dm}{dt} = (m_2 c_w + m_k c_k) \cdot \frac{dT_2}{dt} \cdot \frac{1}{L} \quad (8)$$

bestimmen.

2.3.3 Die mechanische Kompressorleistung

Bei der Komprimierung eines Gasvolumens V_a zu dem Volumen V_b verrichtet der Kompressor die Arbeit

$$A = - \int_{V_a}^{V_b} p \, dV. \quad (9)$$

Für die adiabatische komprimierung gilt die Poissonsche Gleichung

$$p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa = p V^\kappa. \quad (10)$$

Damit folgt für A

$$\begin{aligned} A &= -p_a V_a^\kappa \int_{V_a}^{V_b} V^{-\kappa} dV = \frac{1}{\kappa - 1} p_a V_a^\kappa (V_b^{-\kappa+1} - V_a^{-\kappa+1}) \\ &= \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) V_a \end{aligned} \quad (11)$$

und für die mechanische Kompressionsleistung

$$\begin{aligned} N_{\text{mech}} &= \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{dV_a}{dt} \\ &= \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} \end{aligned} \quad (12)$$

mit ρ als die Dichte des Transportmediums im gasförmigen Zustand unter dem Druck p_1 . Mit Hilfe der idealen Gasgleichung lässt sich ρ unter den Normalbedingungen $p = 1 \text{ bar}$ und $T = 0^\circ\text{C}$ bestimmen. Durch Umformen der Idealen Gasgleichung [4] bekommt man Die Beziehung

$$\rho = \frac{p_2 \cdot \rho_0 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_2} . \quad (13)$$

3 Durchführung

Die Apperatur wird wie in Abbildung 2 dargestellt verwendet.

Nun werden die Reservoirs mit Hilfe von Messkolben jeweils mit 4 L Wasser befüllt.

Dann werden an den Manometern und digitalen Thermometern die Drücke p_1 , p_2 und Temperaturen T_1 , T_2 im Minutentakt abgelesen. Außerdem wird auf dem Wattmeter die Leistungsaufnahme des Kompressors abgelesen. Die Messreihe wird, sobald T_1 eine Temperatur von 50°C erreicht, beendet.

4 Auswertung

4.1 Messdaten

Die Daten wurden von der TU Dortmund bereitgestellt und aus dem Dokument [1] entnommen.

Tabelle 1: Aufgenommene Messdaten

t / min	$T_1 / ^\circ\text{C}$	p_1 / bar	$T_2 / ^\circ\text{C}$	p_2 / bar	N / W
0	21,7	4,0	21,7	4,1	120
1	23,0	5,0	21,7	3,2	120
2	24,3	5,5	21,6	3,4	120
3	25,3	6,0	21,5	3,5	120
4	26,4	6,0	20,8	3,5	120
5	27,5	6,0	20,1	3,4	120
6	28,8	6,5	19,2	3,3	120
7	29,7	6,5	18,5	3,2	120
8	30,9	7,0	17,7	3,2	120
9	31,9	7,0	16,9	3,0	120
10	32,9	7,0	16,2	3,0	120
11	33,9	7,5	15,5	2,9	120
12	34,8	7,5	14,9	2,8	120
13	35,7	8,0	14,2	2,8	120
14	36,7	8,0	13,6	2,7	120
15	37,6	8,0	13,0	2,6	120
16	38,4	8,5	12,4	2,6	120
17	39,2	8,5	11,7	2,6	120
18	40,0	9,0	11,3	2,5	120
19	40,7	9,0	10,9	2,5	120
20	41,4	9,0	10,4	2,4	120
21	42,2	9,0	9,9	2,4	120
22	42,9	9,5	9,5	2,4	120
23	43,6	9,5	9,1	2,4	120
24	44,3	10,0	8,7	2,4	120
25	44,9	10,0	8,3	2,4	120
26	45,5	10,0	8,0	2,3	120
27	46,1	10,0	7,7	2,2	122
28	46,7	10,5	7,4	2,2	122
29	47,3	10,5	7,1	2,2	122
30	47,8	10,75	6,8	2,2	122
31	48,4	11,0	5,6	2,2	122
32	48,9	11,0	4,3	2,2	122
33	49,4	11,0	3,4	2,2	122
34	49,9	11,0	3,0	2,2	122
35	50,3	11,0	2,9	2,2	122

4.2 Temperaturverlauf mit Ausgleichskurve

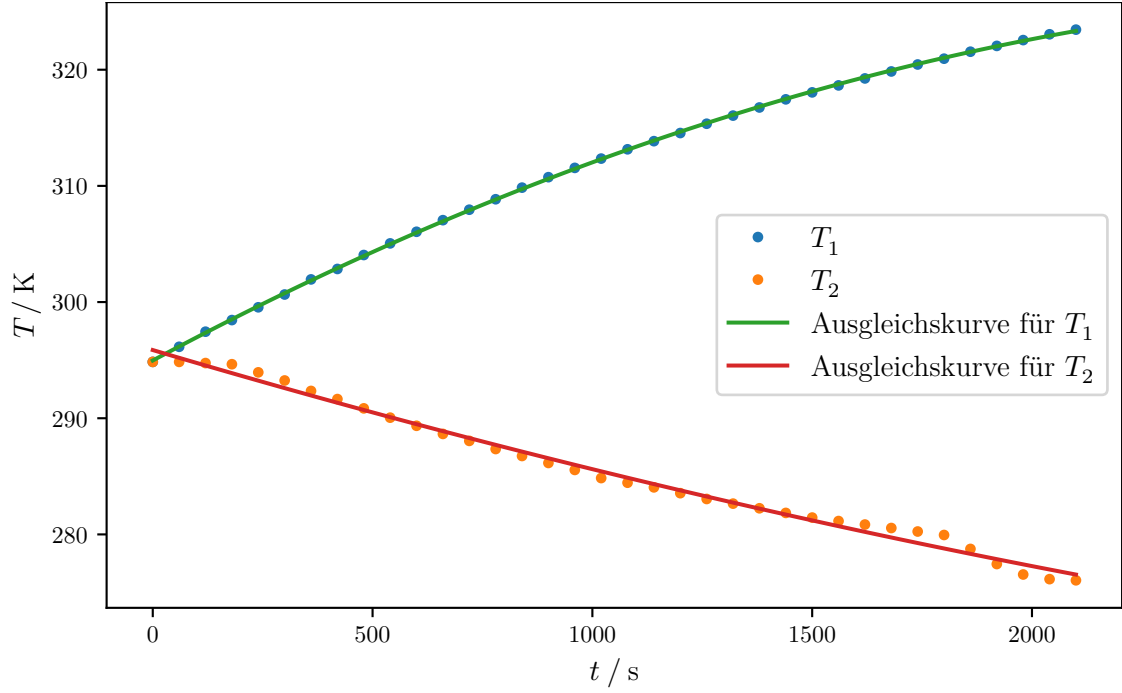


Abbildung 3: Temperaturverlauf beider Reservoirs.

4.3 Nicht-lineare Ausgleichsrechnung

Der nicht-lineare Zusammenhang zwischen der Zeit und der Temperatur lässt sich mittels einer quadratischen Ausgleichskurve, welche durch

$$T(t) = At^2 + Bt + C \quad (14)$$

beschrieben wird, approximieren. Mittels Rechnungen in numpy [3] werden die Koeffizienten berechnet.

Für T1 ergibt sich:

$$A_1 = (-3,22 \pm 0,04) \frac{\mu\text{K}}{\text{s}^2} \quad (15)$$

$$B_1 = (20,28 \pm 0,09) \frac{\text{mK}}{\text{s}} \quad (16)$$

$$C_1 = (294,97 \pm 0,04) \text{ K} \quad (17)$$

für T2:

$$A_2 = (0,95 \pm 0,07) \frac{\mu\text{K}}{\text{s}^2} \quad (18)$$

$$B_2 = (-11,21 \pm 0,10) \frac{\text{mK}}{\text{s}} \quad (19)$$

$$C_2 = (295,87 \pm 0,26) \text{ K} \quad (20)$$

4.4 Differentialquotient

Der Differentialquotient der approximierenden Funktion ist durch

$$\frac{dT(t)}{dt} = 2At + B \quad (21)$$

gegeben. Die in die Differentialquotienten eingesetzten Zeitpunkte $t = 600\text{s}$, $t = 900$, $t = 1200$ und $t = 2100$ ergeben folgende Tabelle:

Tabelle 2: Ergebnisse der Differentialquotienten

t / s	$\frac{dT_1}{dt} / \text{mK s}^{-1}$	$\frac{dT_2}{dt} / \text{mK s}^{-1}$
600	$16,42 \pm 0,10$	$-10,07 \pm 0,13$
900	$14,48 \pm 0,12$	$-9,50 \pm 0,16$
1200	$12,55 \pm 0,13$	$-8,93 \pm 0,20$
2100	$67,56 \pm 0,19$	$-7,22 \pm 0,31$

4.5 Güteziffer

Um die reale Güteziffer zu bestimmen dient die Gleichung (7). Für die Wärmekapazität des Wassers (Masse: $m_w = 4 \text{ kg}$ [1], Spezifische Wärmekapazität: $c_w = 4,186 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ [5]) gilt $m_w c_w = 16744 \text{ J/K}$, für die der Kupferschlangen $m_k c_k = 750 \text{ J/K}$ [1]. Für die Berechnung der idealen Güteziffer ν_{id} ist die Beziehung (5) von Nutzen. Mittels Rechnungen ergeben sich die Werte der Güteziffern zu:

Tabelle 3: Vergleich ν_{re} zu ν_{id}

t / s	ν_{re}	ν_{id}	$\frac{\nu_{\text{re}}}{\nu_{\text{id}}} \%$
600	$2,39 \pm 0,01$	$18,32 \pm 0,30$	$13,04 \pm 0,22$
900	$2,11 \pm 0,02$	$12,63 \pm 0,14$	$16,69 \pm 0,23$
1200	$1,83 \pm 0,02$	$10,15 \pm 0,09$	$18,00 \pm 0,25$
2100	$0,97 \pm 0,03$	$6,82 \pm 0,04$	$14,17 \pm 0,41$

4.6 Massendurchsatz

Der Massendurchsatz lässt sich mittels Gleichung (8) ermitteln, jedoch fehlt zunächst der Wert der Verdampfungswärme L , welcher mit Hilfe einer Dampfdruck-Kurve gewonnen werden kann. Diese Kurve wird durch

$$\ln(p) = -\frac{L}{RT} + \text{const} \quad (22)$$

[7] beschrieben, wobei R die allgemeine Gaskonstante ist. Zwecks der Definition $a := -\frac{L}{R}$ erhält man die Vereinfachung

$$\ln(p) = \frac{a}{T} + \text{const} \quad (23)$$

Hierbei ist zu beachten, dass das Argument des natürlichen Logarithmus nicht einheitslos

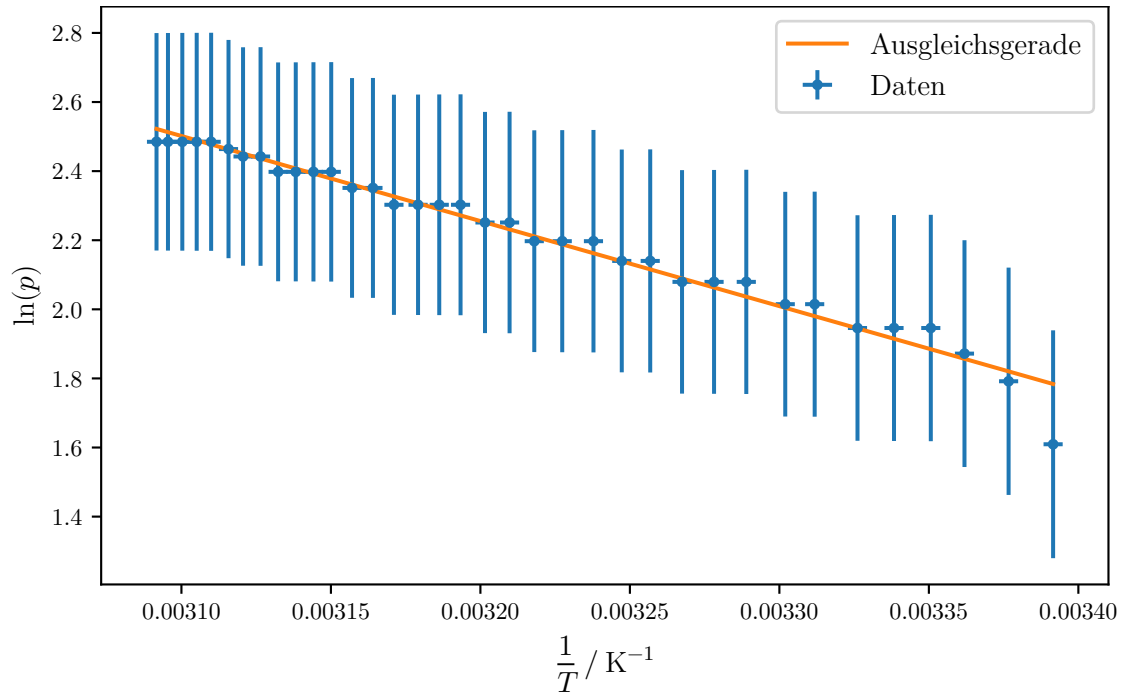


Abbildung 4: Dampfdruck-Kurve

ist (was normalerweise der Fall sein müsste), da die Gleichung (22) durch Vereinfachungen angenähert wurde. Nach der Durchführung der linearen Regression, erhält man, dass $a = (-2462,4863 \pm 70,5436) \text{ K}$ gilt und der Wert der Konstante $10,1354 \pm 0,2268$ ist. Rücksubstituieren von $a = -\frac{L}{R}$ und umstellen nach L führt zu $L = -Ra$. Einsetzen von a und der allgemeinen Gaskonstante $R = 8,314\,462 \text{ J}/(\text{mol K})$ [6] liefert

$$L = (20\,500 \pm 600) \frac{\text{J}}{\text{mol}}. \quad (24)$$

Um die Einheit von J/mol auf Energie pro Masse, also J/g umzurechnen, dividiert man durch die Molare Masse von Dichlordifluormethan ($M = 120,91 \text{ g}/\text{mol}$), sodass man

letzendlich

$$L = (169 \pm 5) \frac{\text{J}}{\text{g}} \quad (25)$$

erhält. Nach der Bestimmung der Verdampfungswärme kennt man alle Größen, so dass die Berechnung des Massendurchsatzes folgt.

Tabelle 4: Ergebnisse des Massendurchsatzes

t / s	$\frac{dT_2}{dt} / \text{mK s}^{-1}$	$\frac{dm_2}{dt} / \text{g s}^{-1}$
600	$-10,07 \pm 0,13$	$-1,04 \pm 0,03$
900	$-9,50 \pm 0,16$	$-0,98 \pm 0,03$
1200	$-8,93 \pm 0,20$	$-0,92 \pm 0,03$
2100	$-7,22 \pm 0,31$	$-0,75 \pm 0,04$

4.7 Mechanische Kompressorleistung

Um die mechanische Kompressorleistung zu bestimmen, wird die Gleichung (12) benötigt. Bevor man mit der Berechnung fortfahren kann, benötigt man noch die Dichte des Transportmediums ρ . Diese lässt sich mittels der idealen Gasgleichung (13) errechnen. Für die gemessenen Werte p_1 , p_2 und T_2 , die gegebenen Werte $\rho_0 = 5,51 \text{ g/L}$, $p_0 = 1 \text{ bar}$ und $T_0 = 273,15 \text{ K}$ [1] ergaben sich für Dichte des Mediums die in der Tabelle (5) stehenden, Werte. Anschließend erhält man die mechanische Kompressorleistung als:

Tabelle 5: Errechnete mechanische Kompressorleistung

t / s	p_1 / bar	p_2 / bar	$\rho / \text{g L}^{-1}$	$N_{\text{mech}} / \text{W}$
600	8,0	4,0	$20,81 \pm 0,01$	$12,70 \pm 0,41$
900	9,0	3,6	$18,93 \pm 0,01$	$15,88 \pm 0,54$
1200	10,0	3,4	$18,05 \pm 0,01$	$17,59 \pm 0,65$
2100	12,0	3,2	$17,45 \pm 0,01$	$17,22 \pm 0,90$

4.8 Fehlerrechnung

Jegliche Fehlerrechnung wurde mit Hilfe der Python-Bibliothek Uncertainties [2] automatisiert und effizient absolviert.

5 Diskussion

Während des Vergleichens beider Güteziffern (3) wird auffällig, dass das Verhältnis sehr niedrig (im Bereich von 10 bis 20 %), ist. In der Gleichung (3) wird gefordert, dass der Prozess der Wärmeübertragung ein reversibler Prozess ist, und somit jede Energie, welche

kurzfristig verloren geht, zurückgewonnen werden kann. Doch in der Realität ist diese nicht mehr zu 100 % zurück zu gewinnen. Beispielsweise kann die Energie in Form von Wärmeenergie an die Umwelt abgegeben werden. Außerdem wird bei Betrachtung der berechneten Werte zur Zeit $t = 2100\text{ s}$ auffällig, dass diese sehr stark von den anderen Zeiten abweicht. Dies liegt der Ursache zu Grunde, dass der Zeitabstand größer als der der vorigen Zeitpunkte ist. Abschließend weicht der letzte Punkt (bei $t = 0\text{ s}$) in der Abbildung (4) stark von der Regressionskurve ab. Wenn man nun in Daten der Tabelle schaut, erkennt man, dass die Differenz zu dem Druck des nächsten Zeitpunktes, im Vergleich zu den anderen Zeitintervallen, sehr groß ist. Somit kann man feststellen, dass die starke Abweichung entweder einer unsauberen Messung oder einem plötzlichen Druckanstieg zu Grunde liegt.

Literatur

- [1] *Daten und Hinweise*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2020.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] FH-Prof. Dr. Werner Stadlmayr. *Die Ideale Gasgleichung*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2018.
- [5] *Tabellensammlung Chemie / spezifische Wärmekapazitäten*. 2020. URL: https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4ten (besucht am 31.10.2020).
- [6] *Universelle Gaskonstante*. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Universelle_Gaskonstante.html (besucht am 31.10.2020).
- [7] *V203 Verdampfungswärme und Dampfdruckkurve*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2020.