

V302

## Brückenschaltungen

Yanick Sebastian Kind  
yanick.kind@udo.edu

Till Willershausen  
till.willershausen@udo.edu

Durchführung: 24.11.2020

Abgabe: 08.12.2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Allgemeine Brückenschaltung . . . . .	3
2.2 Kirchoffsche Gesetze . . . . .	4
2.2.1 Knotenregel . . . . .	4
2.2.2 Maschenregel . . . . .	4
2.3 Abgleichbedingung . . . . .	5
2.4 Wheatstonesche Brücke . . . . .	5
2.5 Kapazitätsmessbrücke . . . . .	6
2.6 Induktivitätsmessbrücke . . . . .	6
2.7 Maxwell-Brücke . . . . .	7
2.8 Wien-Robinson-Brücke . . . . .	8
<b>3 Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1 Frequenzunabhängige Messung . . . . .	9
3.2 Frequenzabhängige Messung . . . . .	9
<b>4 Auswertung</b>	<b>10</b>
4.1 Wheatstonesche Brücke . . . . .	10
4.2 Kapazitätsmessbrücke . . . . .	11
4.3 Induktivitätsmessbrücke . . . . .	12
4.4 Maxwell-Brücke . . . . .	12
4.5 Wien-Robinson-Brücke . . . . .	13
4.6 Klirrfaktor-Messung . . . . .	15
<b>5 Diskussion</b>	<b>15</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Ziel

Ziel dieses Versuchs ist es, die Werte von bestimmten Bauteilen in einem Schaltkreis zu bestimmen. Die drei Bauteile sind ein Ohmscher Widerstand, ein Kondensator und eine Spule. Neben der eben genannten Bestimmung der Bauteile, bestand das Ziel darin, den Klirrfaktor einer Wien-Robinson-Brückenschaltung zu bestimmen.

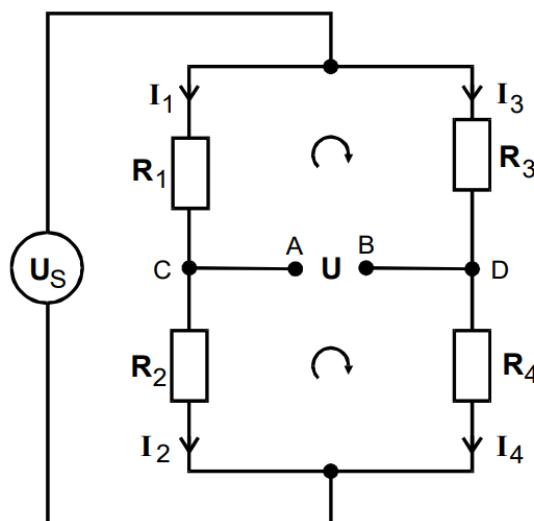
## 2 Theorie

Die Inhalte des Theorieteils sind auf Grundlage von dem Dokument [1] formuliert. Da Brückenschaltungen üblicherweise eine höhere Präzision als andere Schaltungen aufweisen, werden diese benutzt, um Komponenten in einem Schaltkreis zu bestimmen. Hierzu wird sich die sogenannte Nullmethode zu Nutze gemacht. Mit Hilfe dieser Methode werden die Schaltungen abgeglichen, so dass die zu messenden Größen mit einer hohen Genauigkeit bestimmt werden können. Außerdem lässt sich jede physikalische Größe, welche sich als elektrischer Widerstand darstellen lässt, sehr präzise messen.

### 2.1 Allgemeine Brückenschaltung

Um die Abgleichbedingung zu berechnen, betrachtet man zunächst die Spannung zwischen zwei Punkten. Die dort anliegende Potentialdifferenz  $U$  zwischen den Punkten A und B, welche auch als Brückenspannung bezeichnet wird, hängt von den Widerstandsverhältnissen ab, weswegen dieses Verhältnis zum Abgleichen ausgenutzt wird. Die allgemeine Gestalt einer Brückenschaltung wird in Abbildung 1 dargestellt. Schaltkreise können

Abbildung 1: Allgemeine Brückenschaltung



immer mit den Kirchhoffschen Gesetzen beschrieben werden.

## 2.2 Kirchhoffsche Gesetze

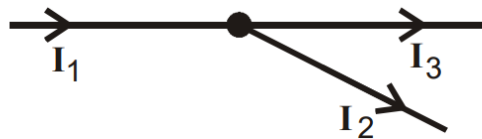
### 2.2.1 Knotenregel

Die erste Kirchhoffsche Regel ist die Knotenregel, welche besagt, dass die Summe aus den zufließenden und abfließenden Strömen Null ist. Mathematisch ausgedrückt sieht die Knotenregel wie folgt aus:

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0 . \quad (1)$$

Damit die Konfiguration in Abbildung 2 gültig ist, müssen entweder die abfließenden

Abbildung 2: Illustration zur Knotenregel



Ströme  $I_2$  und  $I_3$  oder der zufließende Strom  $I_1$  ein negatives Vorzeichen haben. Zwecks Konvention besitzen die abfließenden Ströme negative Vorzeichen.

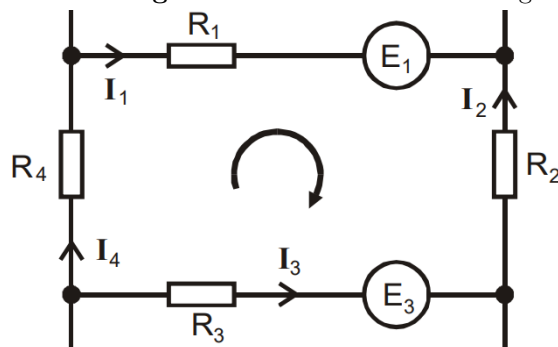
### 2.2.2 Maschenregel

Die zweite und damit letzte Kirchhoffsche Regel sagt aus, dass die Summe der Spannungen in einer sogenannten Masche ebenfalls Null ergeben muss, so dass sich die Formel

$$\sum_{k=1}^N U_k = 0 \quad (2)$$

ergibt. Damit die Gleichung (2) aufgeht, müssen manche Spannungen über die jeweiligen

Abbildung 3: Illustration zur Maschenregel



Komponenten ein negatives Vorzeichen besitzen. Die Spannungen, dessen Pfeile des Stroms gegen den Uhrzeigersinn laufen, erhalten ein negatives Vorzeichen.

### 2.3 Abgleichbedingung

Damit die Größen der gesuchten Bauteile errechnet werden können, muss die Brücke abgeglichen sein. Dies bedeutet, dass die Spannung  $U$  zwischen den Punkten A und B (s. Abbildung 1) gleich Null ist. Um zu messen wie groß die Spannung  $U$  ist, wird ein Nullindikator benötigt. Nach Anwendung der beiden Kirchhoffschen Gesetze ergibt sich für  $U$  der Ausdruck

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S . \quad (3)$$

Damit die Spannung  $U$  verschwindet, muss der Zähler aus Gleichung (3) Null ergeben, so dass sich die Abgleichbedingung mathematisch zu

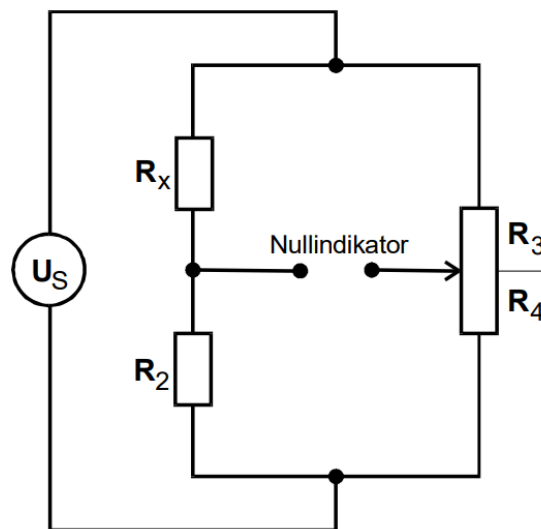
$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (4)$$

zusammenfassen lässt.

### 2.4 Wheatstonesche Brücke

Um einen unbekannten Ohmschen Widerstand  $R_x$  auszumessen, kann die Wheatstonesche Brücke benutzt werden. Die Formel für den unbekannte Widerstand  $R_x$  lässt sich mit

Abbildung 4: Schaltskizze der Wheatstonschen Brücke

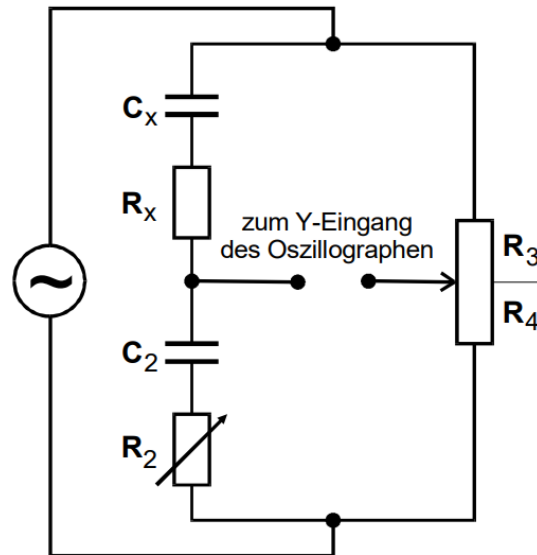


Hilfe der Abgleichbedingung (3) durch umstellen errechnen. Somit folgt

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} . \quad (5)$$

## 2.5 Kapazitätsmessbrücke

Abbildung 5: Schaltskizze einer Kapazitätsmessbrücke



Die Eigenschaft, dass bei einer Kapazität Arbeit gegen den Strom verrichtet wird und somit ein Teil der Energie in Wärmeenergie verloren geht, muss, damit ein genaues Ergebnis erzielt wird, diese Verlustenergie mit berücksichtigt werden. Um diese meist unerwünschte Eigenschaft zu realisieren, wird ein Ersatzwiderstand hinter die Kapazität geschaltet. Somit wird der Energieverlust bei der Berechnung berücksichtigt. Mit der Ersatzschaltung ergibt sich die Schaltskizze für die Kapazitätsmessbrücke 5. Die Formeln für die Berechnung der unbekannten Größen  $R_x$  und  $C_x$  sind einerseits in Gleichung (5) und ergeben sich aus

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} . \quad (6)$$

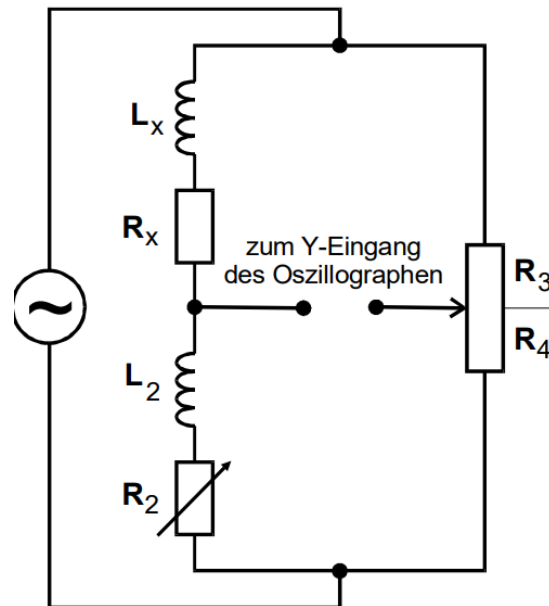
## 2.6 Induktivitätsmessbrücke

Ähnlich wie bei der Kapazitätsmessbrücke 2.5 geht aufgrund der Spule Energie verloren. Dies geschieht, da diese einen Teil ihrer magnetischen Feldenergie in Form von Wärmeenergie an die Umwelt abgibt. Somit wird erneut ein Verlustwiderstand hinter das jeweilige Bauteil (in diesem Fall eine Induktivität) geschaltet, so dass der Versuchsaufbau realistisch ist. Die zur Berechnung der unbekannten Größen  $R_x$  und  $L_x$  nötigen Formeln sind erneut einerseits durch Gleichung (5) und durch

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (7)$$

gegeben.

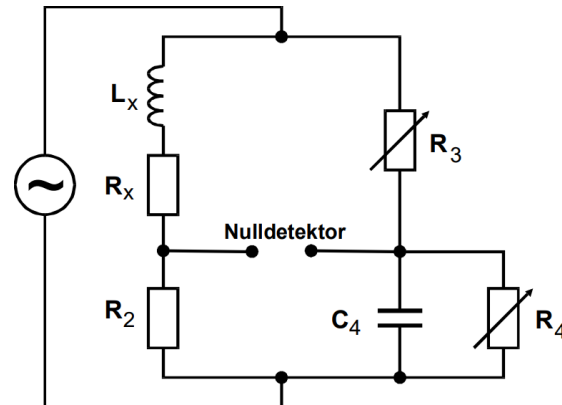
Abbildung 6: Schaltskizze einer Induktivitätsmessbrücke



## 2.7 Maxwell-Brücke

Die Maxwell-Brücke dient ebenfalls zur Induktivitätsmessung. Oftmals wird diese Brückenschaltung genutzt, da diese gegenüber der oben erwähnten Brückenschaltung 2.6 den Vorteil besitzt, dass die Induktivität  $L_2$  einen nicht so niedrigen Verlust haben muss. Dies ist ein großer Vorteil, da eine effiziente Spule schwer zu realisieren ist. Hierbei werden die

Abbildung 7: Schaltskizze der Maxwell-Brücke



Regelwiderstände  $R_3$  und  $R_4$  als Abgleichelemente genutzt. Bei diesem Versuchsaufbau ist die Kapazität  $C_4$  eine möglichst verlustfreie Kapazität. Zur Berechnung der gesuchten

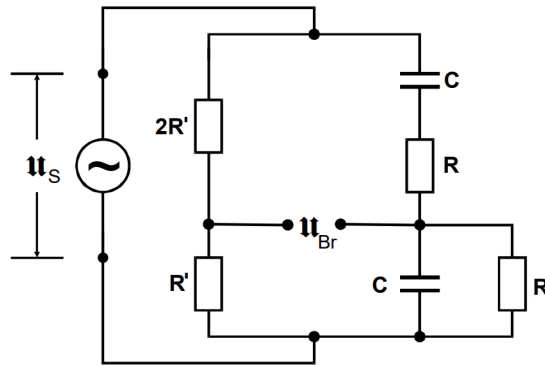
Größen  $R_x$  und  $L_x$  dient erneut die Gleichung (5) und die Formel

$$L_x = R_2 R_3 C_4 . \quad (8)$$

## 2.8 Wien-Robinson-Brücke

Die Wien-Robinson-Brücke ist im Gegensatz zu den vorigen Brücken eine frequenzabhängige Brücke, bei welcher die Durchführung nur bei einer Frequenz möglich ist. Außerdem besitzt diese Brücke keine Abgleichelemente. Für das Betragsquadrat des Verhältnisses

**Abbildung 8:** Schaltskizze der Wien-Robinson-Brücke



der Brücken- und Speisepannung gilt

$$\left| \frac{U_B}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{((1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2)} . \quad (9)$$

Die Brückenspannung verschwindet bei der Frequenz

$$\omega_0 = 1/RC \quad (10)$$

, wodurch die Brücke bei der Frequenz  $\omega_0$  abgeglichen ist. Mit  $\Omega := \frac{\omega}{\omega_0}$  vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$f(\Omega) = \left| \frac{U_B}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2 R^2)^2 + 9\Omega^2} . \quad (11)$$

Der Klirrfaktor  $k$  wird mittels

$$k = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + \dots}{U_1^2}} \quad (12)$$

errechnet. Als Vereinfachung wird nur die Spannung  $U_2$  der ersten Oberwelle mit einbezogen. Somit ergibt sich

$$k = \frac{U_2}{U_1} . \quad (13)$$



Die Spannung  $U_2$  wird mit Hilfe von

$$U_2 = \frac{U_B}{f(\Omega = 2)} \quad (14)$$

berechnet.

### 3 Durchführung

Um die Abgleichung durchführen zu können, wurde als Nullindikator ein Oszilloskop verwendet.

#### 3.1 Frequenzunabhängige Messung

Theoretisch müssten sich die frequenzunabhängigen Brücken bei jeder beliebigen Frequenz abgleichen lassen. Jedoch ist dies technisch nicht realisierbar, so dass die Streukapazitäten bei zu hohen Frequenzen zu stark werden und der Abgleichvorgang bei zu niedrigen Frequenzen zu lange dauert. Die Frequenz, bei welcher die statische Messung gut funktioniert, liegt bei  $\omega = 1 \text{ kHz}$ , so dass der Versuch mit dieser Frequenz durchgeführt wurde. Zunächst wird ein Ohmscher Widerstand mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung ausgemessen. Um die Brückenschaltung abzugleichen wird ein Zehngang-Präzisions-Potentiometer mit  $1 \text{ k}\Omega$  verwendet. Somit kann das Verhältnis  $R_3/R_4$  variiert werden. Nach dem Zusammenbau wird die Brückenschaltung an eine Wechselstromquelle angeschlossen. Fortlaufend wird das Verhältnis  $R_3/R_4$  so lange variiert, bis das Oszilloskop bis auf unvermeidbare Oszillationen keine Spannung mehr anzeigt. Zur Fehlerbestimmung muss der Widerstand  $R_2$  gewechselt werden. Dieser Prozess wird für zwei unbekannte Widerstände durchgeführt.

Bei der Kapazitätsmessung werden die Widerstände  $R_2$  und  $R_3/R_4$  alternierend gewählt. Mit Hilfe des Verhältnisses  $R_3/R_4$  wird die Brückenspannung minimiert. Danach wird die Brückenspannung erneut mit  $R_2$  verkleinert. Anschließend wird die Brücke mit  $R_3/R_4$  erneut abgeglichen. Dieses Wechselspiel wird bis zum absoluten Spannungsminimum von  $U_B$  durchgeführt. Zur Fehlerbestimmung muss die Kapazität  $C_2$  gewechselt werden. Auch hier werden zwei unbekannte Kapazitäten ausgemessen.

Bei der ersten Induktivitätsmessung werden einerseits eine Induktivitätsmessbrücke und eine Maxwell-Brücke eingesetzt. Hierzu gleicht man die Brücken mit der Abgleichbedingung ab und misst die selbe unbekannte Induktivität und den selben Verlustwiderstand aus.

#### 3.2 Frequenzabhängige Messung

Hierbei wird sich die Wien-Robinson-Brücke zu Nutze gemacht. Zunächst wird der Frequenzbereich zwischen  $20 \text{ Hz}$  bis  $30\,000 \text{ Hz}$  abgetastet. Dazu werden  $U_B(\omega)$  und  $U_S(\omega)$  gemessen. Wichtig hierbei ist die Frequenz  $\omega_0$ , bei welcher die Brückenspannung minimal ist.

## 4 Auswertung

Jegliche Fehlerrechnung wurde mit der Python-Bibliothek uncertainties [2] absolviert. Trotz dessen sind die Formeln für die Unsicherheiten in den jeweiligen Abschnitten angegeben. Allgemeine Rechnungen wurden mit der Python-Bibliothek numpy [3] automatisiert.

### 4.1 Wheatstonesche Brücke

Mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung sollten zwei Unbekannte Widerstände ermittelt werden. In der folgenden Tabelle werden die Messwerte  $R_2$  und  $R_3/R_4$  der Messreihe aufgelistet. Zudem ist der mit Hilfe von Gleichung 5 berechnete Wert für  $R_x$  eingetragen. Der Fehler lässt sich mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta R_x = \sqrt{\left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 (\Delta R_2)^2 + R_2^2 \left(\Delta \frac{R_3}{R_4}\right)^2} \quad (15)$$

berechnen. Die Fehler sind durch  $\Delta R_2 = \pm 0,002 R_2$  und  $\Delta \frac{R_3}{R_4} = \pm 0,005 \frac{R_3}{R_4}$  gegeben. Der Mittelwert von  $R_x$  lässt sich mit

**Tabelle 1:** Messwerte und berechnete Werte für Widerstand  $R_x$  (Wert 10)

Wert 10	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$R_x / \Omega$
Messung 1	$332,00 \pm 0,66$	$0,72 \pm 0,00$	$240,41 \pm 1,30$
Messung 2	$664,00 \pm 1,33$	$0,36 \pm 0,00$	$238,17 \pm 1,28$
Messung 3	$1000 \pm 2$	$0,24 \pm 0,00$	$239,93 \pm 1,29$

$$\bar{R}_x = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} R_{x_i} \quad (16)$$

berechnen. Daraus folgt für den Mittelwert des Widerstands Wert 10  $\bar{R}_x = (239,5 \pm 0,7) \Omega$ . Äquivalent dazu wurden auch die Werte von dem anderen unbekannten Widerstand ermittelt und eingetragen. Mit der Formel für den Mittelwert (16) folgt für Wert 11

**Tabelle 2:** Messwerte und berechnete Werte für Widerstand,  $R_x$  (Wert 11)

Wert 11	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$R_x / \Omega$
Messung 1	$332,00 \pm 0,66$	$1,48 \pm 0,01$	$491,82 \pm 2,65$
Messung 2	$664,00 \pm 1,33$	$0,74 \pm 0,00$	$488,78 \pm 2,63$
Messung 3	$1000 \pm 2$	$0,49 \pm 0,00$	$492,54 \pm 2,65$

$$\bar{R}_x = (491,0 \pm 1,5) \Omega.$$

## 4.2 Kapazitätsmessbrücke

Hierbei ist der Kondensator durch einen ohmschen Widerstand und eine widerstandslose Kapazität ersetzt worden. Zur Brechnung der Werte wurde die Gleichung 6 genutzt. Alle Messwerte, berechneten Kapazitäten und Widerstände für den Wert 8 sind in der Tabelle 3 aufgeführt. Dabei wurden die Fehler des Widerstands mit der Formel (15) und die der Kapazität mit

$$\Delta C_x = \sqrt{\left(\frac{R_4}{R_3}\right)^2 \cdot (\Delta C_2)^2 + \left(-C_2 \frac{R_4}{R_3}\right)^2 \cdot \left(\Delta \frac{R_4}{R_3}\right)^2} \quad (17)$$

berechnet. Wobei  $\Delta R_2 = \pm 0,03 R_2$  der Fehler von dem variablen Widerstand ist und  $\Delta C_2 = \pm 0,002 C_2$  der Fehler der Kapazität. Die Abweichung von  $\frac{R_3}{R_4}$  ist dieselbe Abweichung wie in Abschnitt 4.1. Der Mittelwert für  $R_x$  und  $C_x$  wird ermittelt mit Gleichung

**Tabelle 3:** Messwerte und berechnete Werte für realen Kondensator,  $R_x$  und  $C_x$   
(Wert 8)

Wert 8	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$C_2 / \text{nF}$	$R_x / \Omega$	$C_x / \text{nF}$
Messung 1	$371,00 \pm 11,13$	$1,54 \pm 0,01$	$450,0 \pm 0,9$	$570,62 \pm 17,35$	$292,57 \pm 1,58$
Messung 2	$418,00 \pm 12,54$	$1,37 \pm 0,01$	$399,00 \pm 0,79$	$572,52 \pm 17,41$	$291,31 \pm 1,57$
Messung 3	$278,00 \pm 8,34$	$2,06 \pm 0,01$	$597,00 \pm 1,19$	$572,15 \pm 17,40$	$290,07 \pm 1,56$

16 und mit

$$\bar{C}_x = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} C_{x_i} \quad (18)$$

Somit ergibt sich für den Kondensator mit Wert 8 eine Kapazität von  $\bar{C}_x = (291,3 \pm 0,9) \text{ nF}$  und ein Widerstand von  $\bar{R}_x = (572 \pm 10) \Omega$ . Äquivalent dazu wurden für den zweiten unbekannten Kondensator die Werte berechnet und in Tabelle 4 eingetragen. Entsprechend

**Tabelle 4:** Messwerte und berechnete Werte für realen Kondensator,  $R_x$  und  $C_x$   
(Wert 9)

Wert 9	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$C_2 / \text{nF}$	$R_x / \Omega$	$C_x / \text{nF}$
Messung 1	$466 \pm 13,98$	$1,04 \pm 0,01$	$450,0 \pm 0,9$	$486,97 \pm 14,81$	$430,63 \pm 2,32$
Messung 2	$524 \pm 15,72$	$0,93 \pm 0,00$	$399,00 \pm 0,79$	$485,63 \pm 14,77$	$430,52 \pm 2,32$
Messung 3	$352 \pm 10,56$	$1,39 \pm 0,01$	$597,00 \pm 1,19$	$488,10 \pm 14,84$	$430,54 \pm 2,32$

der Rechnung für Wert 8, werden die Mittelwerte für Wert 9 errechnet. Es resultiert für die Kapazität  $\bar{C}_x = (430,6 \pm 1,3) \text{ nF}$  und für den Widerstand des Kondensators  $\bar{R}_x = (487 \pm 9) \Omega$ .

### 4.3 Induktivitätsmessbrücke

Bei der Induktivitätsmessbrücke wurde die reale Induktivität durch einen ohmschen Widerstand und eine widerstandslose Induktivität ersetzt. Zur Berechnung der Werte wurde Gleichung (7) benutzt. Die Messwerte so wie alle errechneten Widerstände und Induktivitäten sind in der Tabelle 5 eingetragen. Die Fehlerrechnung erfolgte mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Die Standardabweichung von  $R_x$  lässt sich mit Gleichung (15) berechnen. Die Standardabweichung der Induktivität wird mit

$$\Delta L_x = \sqrt{\left(\frac{R_3}{R_4}\right)^2 \cdot (\Delta L_2)^2 + L_2^2 \cdot \left(\Delta \frac{R_3}{R_4}\right)^2}$$

berechnet. Für die Fehlerrechnung wurden die Fehler für die Größen  $R_2$  und  $L_2$  als  $\Delta R_2 = \pm 0,03 R_2$  und  $\Delta L_2 = \pm 0,002 L_2$  angenommen. Der Fehler  $\Delta \frac{R_3}{R_4}$  wird aus 4.1 übernommen. Aus den Werten von  $R_x$  und  $L_x$  lassen sich die Mittelwerte berechnen. Es

**Tabelle 5:** Messwerte und berechnete Werte für reale Induktivität,  $R_x$  und  $L_x$  (Wert 10)

Wert 10	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$L_2 / \text{mH}$	$R_x / \Omega$	$L_x / \text{mH}$
Messung 1	$45,00 \pm 1,35$	$9,75 \pm 0,05$	$14,60 \pm 0,03$	$438,87 \pm 13,35$	$142,39 \pm 0,77$
Messung 2	$57,00 \pm 1,71$	$7,00 \pm 0,04$	$20,10 \pm 0,04$	$399,00 \pm 12,14$	$140,70 \pm 0,76$
Messung 3	$85,00 \pm 2,55$	$5,13 \pm 0,03$	$27,50 \pm 0,06$	$436,47 \pm 13,27$	$141,21 \pm 0,76$

ergibt sich für die Mittelwerte von Wert 10,  $\bar{R}_x = (425 \pm 7) \Omega$  und  $\bar{L}_x = (141,4 \pm 0,4) \text{mH}$ . Für die zweite Induktivität ist die Berechnung äquivalent. Es folgen die Mittelwerte für

**Tabelle 6:** Messwerte und berechnete Werte für reale Induktivität,  $R_x$  und  $L_x$  (Wert 18)

Wert 18	$R_2 / \Omega$	$\frac{R_3}{R_4}$	$L_2 / \text{mH}$	$R_x / \Omega$	$L_x / \text{mH}$
Messung 1	$108,00 \pm 3,24$	$3,44 \pm 0,02$	$14,60 \pm 0,03$	$372,00 \pm 11,31$	$50,29 \pm 0,27$
Messung 2	$143,00 \pm 4,29$	$2,51 \pm 0,01$	$20,10 \pm 0,04$	$358,75 \pm 10,91$	$50,43 \pm 0,27$
Messung 3	$197,00 \pm 5,91$	$1,84 \pm 0,01$	$27,50 \pm 0,06$	$362,66 \pm 11,03$	$50,63 \pm 0,27$

Wert 18:  $\bar{R}_x = (364 \pm 6) \Omega$  und  $\bar{L}_x = (50,40 \pm 0,16) \text{mH}$ .

### 4.4 Maxwell-Brücke

Für die Maxwell-Brücke wurde ein konstanter Widerstand  $C_4 = 399 \text{nF}$  verwendet. Zur Berechnung des Widerstands und der Induktivität wurden die Gleichungen (5) und (8) genutzt. Die Werte wurden in die Tabelle 7 übertragen.

Es wurden die Fehler  $\Delta R_3 = \pm 0,03 R_3$  und  $\Delta R_4 = \pm 0,03 R_4$  verwendet. Außerdem beträgt der Fehler von  $C_4$  und  $R_2$  0,2%. Die Fehlerrechnung für  $R_x$  erfolgt über Gleichung (15), während der Fehler von  $L_x$  mit

$$\Delta L_x = \sqrt{(R_3 C_4)^2 \cdot (\Delta R_2)^2 + (R_2 C_4)^2 \cdot (\Delta R_3)^2 + (R_2 R_3)^2 \cdot (\Delta C_4)^2} \quad (19)$$

berechnet wird. Für die Mittelwerte von Wert 10 ergibt sich  $\bar{R}_x = (417 \pm 10) \Omega$  und

**Tabelle 7:** Messwerte und berechnete Werte für reale Induktivität mit Hilfe der Maxwell-Brücke,  $R_x$  und  $L_x$  (Wert 10)

Wert 10	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$R_x / \Omega$	$L_x / \text{mH}$
Messung 1	1000 $\pm 2$	347,00 $\pm 10,41$	829,00 $\pm 24,87$	418,58 $\pm 17,78$	138,45 $\pm 4,17$
Messung 2	664,00 $\pm 1,33$	523,00 $\pm 15,69$	829,00 $\pm 24,87$	418,90 $\pm 17,79$	138,56 $\pm 4,18$
Messung 3	332,00 $\pm 0,66$	1036,00 $\pm 31,08$	829,00 $\pm 24,87$	414,90 $\pm 17,62$	137,24 $\pm 4,14$

$\bar{L}_x = (138,1 \pm 2,4) \text{ mF}$ . Die Berechnung für Wert 18 ist äquivalent. Es ergeben sich die

**Tabelle 8:** Messwerte und berechnete Werte für reale Induktivität mit Hilfe der Maxwell-Brücke,  $R_x$  und  $L_x$  (Wert 18)

Wert 18	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$R_x / \Omega$	$L_x / \text{mH}$
Messung 1	1000 $\pm 2$	128,00 $\pm 3,84$	347,00 $\pm 10,41$	368,88 $\pm 15,67$	51,07 $\pm 1,54$
Messung 2	664,00 $\pm 1,33$	193,00 $\pm 5,79$	349,00 $\pm 10,47$	367,2 $\pm 15,6$	51,13 $\pm 1,54$
Messung 3	332,00 $\pm 0,66$	382,00 $\pm 11,46$	348,00 $\pm 10,44$	364,44 $\pm 15,48$	50,60 $\pm 1,52$

Mittelwerte von Wert 18:  $\bar{R}_x = (367 \pm 9) \Omega$  und  $\bar{L}_x = (50,9 \pm 0,9) \text{ mF}$ .

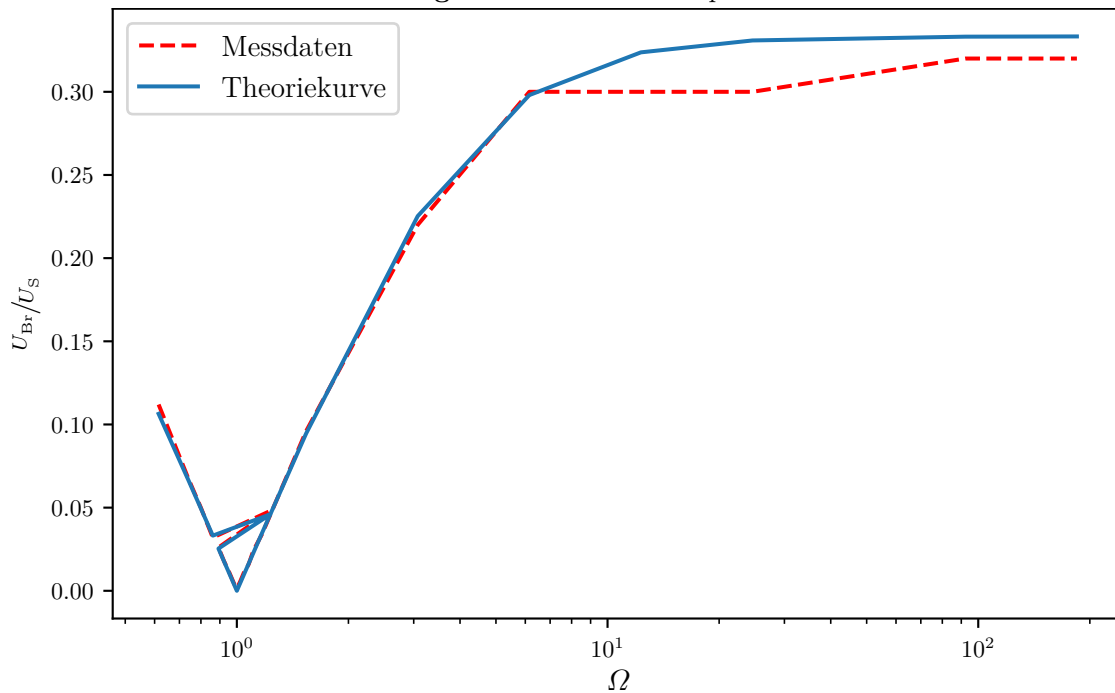
## 4.5 Wien-Robinson-Brücke

Um den Graphen zu plotten benötigt es zuerst die Frequenz  $\nu_0$ , welche in dem Versuch  $\nu_0 = 162,56 \text{ Hz}$  beträgt. Beim Vergleichen mit dem berechneten Wert  $\omega_0 = 2272 \text{ Hz}$ , welcher mit Hilfe der Formel (10) ermittelt wurde, fällt es auf, dass dieser sehr stark von dem beobachteten Wert abweicht. Der Graph  $U_{Br}/U_s$  ist durch die Messwerte gegeben, während der Graph  $f(\Omega)$  durch die Gleichung (11) bestimmt wurde. Bei Betrachtung der Graphen fällt auf, dass die Graphen um den Punkt  $\Omega = 1$  sehr gut übereinstimmen. Ab Werten mit  $\Omega > 10$  stimmen die Graphen nicht mehr überein. Der Graph  $f(\Omega)$  stoppt früher sein Wachstum und endet etwas tiefer als der Graph der Messwerte.

**Tabelle 9:** Gemessene Brückenspannung in Abhängigkeit von der Frequenz

$v$ / Hz	$U_{\text{Br}}$ / mV
100	340
120	560
130	250
140	160
200	240
145	130
150	90
155	56
160	20
162	11
162,56	9
164	16
166	28
170	56
175	80
180	120
190	170
250	480
500	1100
1000	1500
2000	1500
4000	1500
15 000	1600
30 000	1600

Abbildung 9: Plot zu einem Frequenzfilter



#### 4.6 Klirrfaktor-Messung

Zur Bestimmung des Klirrfaktors wird die Summe der Oberwellen (größer als 1) auf die zweite Oberwelle beschränkt. Mit  $f(2) \approx 0.149$  und  $U_{Br}(2v_0) = 0,8 \text{ V}$  folgt für die Spannung der zweiten Oberwelle  $U_2 = 5,37 \text{ V}$ . Hinzu kommt der Wert  $U_1 = 0,009 \text{ V}$ , welcher für die Grundwelle gemessen wurde. Dann lässt sich der Klirrfaktor mit Formel (13) zu  $k = 596.57$  berechnen.

### 5 Diskussion

Zuerst muss angemerkt werden, dass die Messwerte für die Versuche 4.2, 4.3 und 4.4 nicht selbst gemessen wurden. Die Versuche funktionierten auch nach mehrfachen Anläufen nicht. Dabei wurden sowohl die Induktivitäten, Widerstände und Kapazitäten gewechselt. Eine Ursache für das Problem ließ sich also nicht feststellen. Fehler entstehen durch Defekte der einzelnen Komponenten, so wie durch das Rauschen des Sinusgenerators. Es folgen Diskussionen für die einzelnen Auswertungen.

Bei der Auswertung der Wheatstoneschen-Brückenschaltung fällt auf, dass bei der ersten Messung 1 im Vergleich zur zweiten Messung 2 kleinere Fehler auftreten. Eine Ursache könnte der höhere Wert bei dem zweiten unbekannten Widerstand sein. Dadurch wird nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung der Fehler auch etwas größer. Allgemein lässt sich sagen, dass die Wheatstonesche-Brückenschaltung sehr Präzise die Widerstände ermittelt.

Bei der Auswertung der Kapazitätsmessbrücke werden die unbekannten Kapazitäten sehr präzise bestimmt, während die Widerstände der Kondensatoren einen relativ hohen Fehler aufweisen. Bei qualitativ hochwertigen Kondensatoren würde dies nicht von hoher Relevanz sein, da diese Widerstände gegen Null laufen würden. Zur Ermittlung der Kapazitäten ist diese Brückenschaltung geeignet.

Die Fehler der Induktivitätsmessbrücke sind sehr ähnlich zu den Fehlern der Kapazitätsmessbrücke. Die Bestimmung der Induktivitäten ist sehr präzise, während die Widerstände etwas ungenauer bestimmt werden. Auch hier würde sich eine hochwertige Spule anbieten. Die Maxwell-Brücke ist im Vergleich mit der Induktivitätsmessbrücke etwas unpräziser. Dies liegt an den größeren Fehlern der Komponenten  $R_3$  und  $R_4$ . Die Fehler der Widerstände sind äquivalent zu denen der Induktivitätsmessbrücke, wobei die Fehler der Induktivitäten dem fünffachen der Induktivitätsmessbrücke entsprechen. Würden die Widerstände genauer sein, könnte diese Messbrücke die Induktivitäten ebenfalls präzise bestimmen, da nur ein Widerstand variiert werden muss.

Bei der frequenzabhängigen Messung mit der Wien-Robinson-Messbrücke ist die Differenz der gemessenen Frequenz  $\nu_0$  und der berechneten Frequenz  $\omega_0$  sehr groß. Dies könnte durch den sehr großen Klirrfaktor begründet werden, wobei dieser durch Approximation der Oberwellen auch unpräzise ist. Für weitere Annahmen müssten der Versuch mit veränderten Widerständen und Kapazitäten wiederholt werden.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V302: Brückenschaltungen*.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.