# Versuch D206 "Die Wärmepumpe"

Henry Krämerkämper Christopher Breitfeld

29.10.2020

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung
2	Theoretische Grundlagen
	2.1 Die Güteziffer
	2.2 Der Massendurchsatz
	2.3 Die mechanische Kompressorleistung
3	Aufbau des Experiments
	3.1 Funktionsweise einer Wärmepumpe
	3.2 Durchführung
4	Ergebnisse des Experiments
	4.1 Diskussion der Ergebnisse

### 1 Einleitung

Der Versuch "Die Wärmepumpe", welcher im folgenden erklärt und durchgeführt wird, behandelt den Transport von Wärmeenergie von einem kälteren zu einem wärmeren Reservoir. Nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik sind beide Flussrichtungen möglich, nur ist für den Transport vom kälteren zum wärmeren Reservoir zusätzliche Arbeit nötig. Diese verrichtet die Wärmepumpe. Im folgenden werden Merkmale dieser behandelt, in etwa die Güteziffer der Pumpe sowie ihr Massendurchsatz und der Wirkungsgrad des Kompressors.

### 2 Theoretische Grundlagen

Im folgenden wird immer der Differentialquotient anstelle des Differenzenquotienten verwendet, da alle Berechnungen auf einer nicht-linearen Ausgleichsrechnung fußen.

#### 2.1 Die Güteziffer

Die hier verwendete Wärmepumpe wird unter anderem charakterisiert durch die Güteziffer v. Sie gibt das Verhältnis zwischen der aufgewendeten Arbeit für den Wärmetransport A und der transportierten Wärmeenergie  $Q_{\rm transp}$  an. Eine Formel für die Berechnung der Güteziffer lässt sich wie folgt herleiten:

Wir bezeichnen die den wärmeren Reservoir 1 zugeführte Wärme<br/>energie als  $Q_1$  sowie die dem kälteren Reservoir 2 ent<br/>nommene Wärme<br/>energie als  $Q_2$ . Dann gilt nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$Q_1 = Q_2 + A. (1)$$

Dann ist das Verhältnis zwischen transportierter Wärmeenergie und aufgewendeter Arbeit

$$\frac{Q_1}{A} = v. (2)$$

Um die Güteziffer einer idealen Wärmepumpe zu berechnen, betrachten wir die Zusammenhänge nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 (3)$$

Gleichung (3) gilt nur unter der Vorraussetzung, dass der Prozess reversibel abläuft. Da dies in der Realität nicht möglich ist, muss (3) im Falle eines irreversiblen Prozesses anders formuliert werden:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \tag{4}$$

Aus Gleichung (1) und Gleichung (4) sowie der Definition der Güteziffer (2) ergibt sich die Güteziffer einer idealen Wärmepumpe zu

$$v_{\text{ideal}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \tag{5}$$

Dann gilt analog zu (5) für die reale Güteziffer:

$$v_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} \tag{6}$$

Die reale Güteziffer lässt sich auch aus dem Differentialquotienten  $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$  berechnen. Die transportierte Wärmemenge  $\Delta Q_1$  für ein Zeitintervall  $\Delta t$  ist dann:

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_{\rm w} + m_{\rm k} c_{\rm k}) \frac{\Delta T_1}{\Delta t}. \tag{7}$$

Hierbei ist  $m_1c_{\rm w}$  die mittlere Wärmekapazität des Wassers in Reservoir 1 und  $m_{\rm k}c_{\rm k}$  die mittlere Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers. Für die reale Güteziffer  $v_{\rm real}$  gilt

$$v_{\text{real}} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \cdot N}.$$
 (8)

Hierbei ist N die Leistungsaufnahme des Kompressors über  $\Delta t$ . Daraus folgt dann

$$v_{\text{real}} = (m_1 c_{\text{w}} + m_{\text{k}} c_{\text{k}}) \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{N}.$$
 (9)

An (5) und (6) kann man ablesen, dass eine Wärmepumpe eine höhere Güte hat, wenn der Temperaturunterschied zwischen Reservoir 1 und Reservoir 2 möglichst gering ist. Das bedeutet, dass der Arbeitsaufwand für geringe Temperaturunterschiede am kleinsten ist.

#### 2.2 Der Massendurchsatz

Der Massendurchsatz einer Wärmepumpe beschreibt, wieviel Wärme aus dem kälteren Reservoir 2 pro Zeiteinheit entnommen wird.

Mitlhilfe des gemessenen Differenzenquotienten  $\frac{\Delta T_2}{\Delta t}$  sowie der Wärmekapazität von Reservoir 2  $m_2 c_{\rm w}$  und der Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers  $m_{\rm k} c_{\rm k}$  ergibt sich der Massendurchsatz zu

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_{\rm w} + m_{\rm k} c_{\rm k}) \frac{\Delta T_2}{t}. \tag{10}$$

Da der Wärmetransport über Verdampfung eines Mediums stattfindet, kann man (10) auch mithilfe der Verdampfungswärme L schreiben:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{11}$$

#### 2.3 Die mechanische Kompressorleistung

Für die verrichtete Arbeit  $A_{\rm m},$  die der Kompressor bei einer Volumenänderung von  $V_{\rm a}$  auf  $V_{\rm b}$  leistet, gilt

$$A_{\rm m} = -\int_{V_{\rm a}}^{V_{\rm b}} p \mathrm{d}V. \tag{12}$$

Dann ist die Leistung des Kompressors

$$N_{\text{mech}} = \frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}.\tag{13}$$

Mit der Annahme, das die Kompression ein annähernd adiabatisch ablaufender Vorgang ist, und unter Verwendung der Poissonschen Gleichung erhählt man für  $N_{\rm mech}$ 

$$N_{\rm mech} = \frac{1}{\kappa - 1} \left( p_{\rm b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{\rm a}}{p_{\rm b}}} - p_{\rm a} \right) \frac{\Delta V_{\rm a}}{\Delta t}. \tag{14}$$

# 3 Aufbau des Experiments

#### 3.1 Funktionsweise einer Wärmepumpe

Über ein Transportmedium, welches duch Verdampfung und Kondensation Wärme aboder aufnimmt, wird in Form von Phasenumwandlungsenergie Wärme aus Reservoir 2 in Reservoir 1 abgegeben.

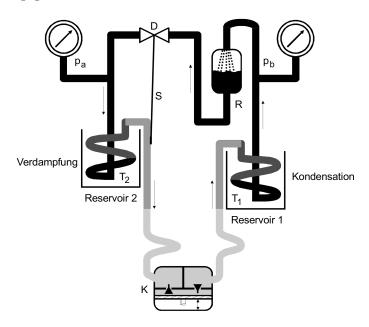


Abbildung 1: Schematische Darstellung einer Wärmepumpe.

In Abbildung 1 stellen die schwarz eingefärbten Leitungen den Abschnitt dar, in welchem das Transportmedium flüssig ist. Aus Reservoir 1 heraus fließt das Transportmedium mit Druck  $p_{\rm b}$  hinein in den Reiniger R, wo aus dem Transportmedium alle Gasreste entfernt werden. Das gereinigte Medium gelangt durch das Drosselventil D. Durch den Strömungswiderstand des Ventils ändert sich der Druck auf  $p_{\rm a}$ . Da das Medium bei Druck  $p_{\rm b}$  flüssig, bei Druck  $p_{\rm a}$  jedoch gasförmig ist, verdampft das Medium in Reservoir 2 bei Temperatur  $T_2$  und nimmt dabei Wärme auf. Die grau eingefärbten Leitungen stellen

nun den Abschnitt dar, in dem das Transportmedium gasförmig ist. Der Kompressor K komprimiert das Transportmedium adiabatisch, wodurch sowohl Temperatur als auch Druck ansteigen. In Reservoir 1 kondensiert das Medium wieder und gibt seine Wärmeenergie ab. Die Temperatur  $T_1$  wird erhöht, das Transportmedium ist wieder flüssig. Als Transportmedium wird ein reales Gas verwendet.

#### 3.2 Durchführung

Die Messapparatur ist wie folgt aufgebaut:

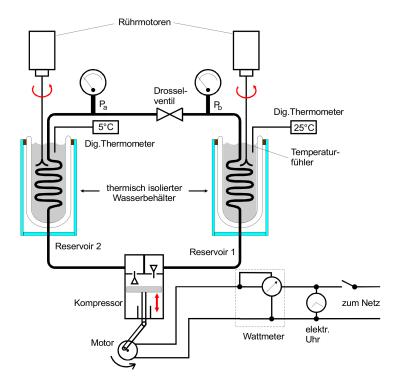


Abbildung 2: Die Messapparatur.

In die thermisch isolierten Reservoir 1 und 2 wird eine genau abgemessene Menge kaltes Wasser gefüllt. Damit eine zuverlässige Temperaturmessung mithilfe der beiden Digitalthermometer stattfinden kann, werden die Reservoire mit den Rührmotoren während des Experiments laufend durchgerührt. Die Drücke  $p_{\rm b}$  und  $p_{\rm a}$  vor und hinter dem Drosselventil und die Leistungsaufnahme des Kompressors werden ebenfalls aufgenommen. Alle Messwerte werden in Abhängigkeit der Zeit gemessen. Jede Minute wurde eine Messung gemacht, bis Reservoir 1 eine Temperatur von  $T_1 = 50\,{}^{\circ}\mathrm{C}$  erreicht hat.

# 4 Ergebnisse des Experiments

## 4.1 Diskussion der Ergebnisse

In 2.1 haben wir bereits festgestellt, das eine Wärmepumpe umso günstiger arbeitet, je geringer der Temperaturunterschied zwischen den beiden Reservoiren ist. Da dieser Temperaturunterschied im Laufe des Experiments immer weiter zunimmt, verschlechtert sich die Güteziffer der Wärmepumpe.