

Versuch 47

# **Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern**

Maik Becker  
maik.becker@udo.edu

Kevin Sedlaczek  
kevin.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 18.05.2016  
Erste Abgabe: 25.07.2016  
Zweite Abgabe: 17.08.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Molwärme  $C_V$  von Kupfer, sowie die Bestimmung der materialspezifischen Größe  $\theta_D$ . Dazu wird die Molwärme bei verschiedenen Temperaturen gemessen und mit der Theorie verglichen.

## 2 Theorie

### 2.1 Die klassische Theorie der Molwärme

Betrachtet man das System des Festkörpers innerhalb der klassischen Physik, so ergibt sich für die Molwärme der Zusammenhang nach Dulong-Petit. Dazu wird angenommen, dass die Schwinger in den Gittern des Festkörpers räumlich fest sind und somit in 3 Freiheitsgraden schwingen können. Die Schwingungen dieser Atome sind dabei harmonische Schwingungen. Die mittlere kinetische Energie eines harmonischen Oszillators entspricht der mittleren potentiellen Energie. Pro Freiheitsgrad besitzt jedes Atom im Mittel die Energie  $\frac{1}{2}k_B T$ , sodass sich für alle Freiheitsgrade und die beiden Energieformen eine mittlere Energie von

$$\langle u \rangle = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} k_B T \quad (1)$$

pro Atom ergibt. Für ein Mol an Atomen im Festkörper ergibt sich über die passende thermodynamische Relation die material- und temperaturunabhängige Größe  $C_V = 3R$ .

$$C_V = \left( \frac{\partial}{\partial T} U \cdot N_L \right)_V = 3R \quad (2)$$

Dieses Ergebnis deckt sich mit den experimentellen Beobachtungen allerdings lediglich für sehr hohe Temperaturen oder für Festkörper mit sehr hohen molaren Massen. Daher ist hier ein anderes theoretisches Modell sinnvoll.

### 2.2 Die Theorie nach Einstein

Das Modell nach Einstein etwa berücksichtigt die Quantisierung der Energie. So wird hier angenommen, dass Energie zwischen den einzelnen Atomen im Festkörper nur in Vielfachen von  $\hbar\omega$  ausgetauscht werden kann.  $\omega$  ist dabei die als einheitlich angenommene bei den Schwingern im Kristall vorliegende Frequenz. Die Wahrscheinlichkeit, dass nun ein Oszillator bei gegebener Temperatur  $T$  im Gleichgewicht mit der Umgebung die Energie  $n\hbar\omega$  besitzt, ist dabei nach Boltzmann verteilt.

$$W(n) = e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}} \quad (3)$$

Die Summation über alle Energien gewichtet mit ihrer Wahrscheinlichkeit ergibt eine mittlere Energie pro Atom von

$$\langle u \rangle_{\text{Einstein}} = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}. \quad (4)$$

Diese liegt unterhalb der klassisch vorhergesagten Energie. Über die oben bereits genannte thermodynamische Relation ergibt sich eine Molwärme, die bei hohen Temperaturen das im Experiment beobachtete asymptotische Streben gegen  $3R$  zeigt und bei niedrigen Temperaturen die Abnahme der Molwärme modelliert. Allerdings liegt diese Modellation im Bereich niedriger Temperaturen noch nicht in der Nähe der experimentell bestimmten Werte.

$$C_V = 3R \frac{1}{T^2} \frac{\hbar^2 \omega^2}{k_B^2} \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}}}{(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1)^2} \quad (5)$$

### 2.3 Die Theorie nach Debye

Das Modell nach Debye berücksichtigt nun, dass die Frequenzen der Eigenschwingungen der Atome im Festkörper nicht mehr einheitlich sind, sondern nach einer sogenannten Spektralverteilung  $Z(\omega)$  verteilt sind. Dies spiegelt eine deutlich realitätsnähere Annahme wider. Das Modell berücksichtigt allerdings nicht die Frequenz- sowie die Richtungsabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit einer elastischen Welle im Kristall und die Rolle der Leitungselektronen, welche allerdings erst bei sehr niedrigen Temperaturen nennenswert wird. Ein Kristall von endlichen Ausmessungen aus  $N_L$  Atomen besitzt nur endlich viele verschiedene Schwingungsfrequenzen, nämlich  $3N_L$  verschiedene. Daher muss das Integral über die Spektralverteilung auf diesen Wert konvergieren. Dies ist nur möglich, wenn es eine endliche Grenzfrequenz  $\omega_D$  gibt. Es gilt also

$$\int_0^{\omega_D} Z(\omega) d\omega = 3N_L. \quad (6)$$

Die Grenzfrequenz liegt je nach Berücksichtigung der Phasengeschwindigkeiten bei

$$\omega_D^3 = \frac{6\pi^2 v^3 N_L}{L^3} \quad \text{oder} \quad \omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3} \frac{v_{\text{long}}^3 v_{\text{trans}}^3}{v_{\text{trans}}^3 + 2v_{\text{long}}^3}. \quad (7)$$

Die Dichte der Eigenschwingungen lässt sich auf dieselbe Weise allgemein als

$$Z(\omega) d\omega = \frac{3L^3}{2\pi^2 v^3} \omega^2 d\omega \quad \text{oder} \quad Z(\omega) d\omega = \frac{l^3 \omega^2}{2\pi^2} \frac{v_{\text{trans}}^3 + 2v_{\text{long}}^3}{v_{\text{long}}^3 v_{\text{trans}}^3} d\omega \quad (8)$$

beschreiben. Aus den Gleichungen (7) und (8) folgt für die Frequenzverteilung  $Z(\omega)$

$$Z(\omega) d\omega = \frac{9N_L}{\omega_D^3} \omega^2 d\omega. \quad (9)$$

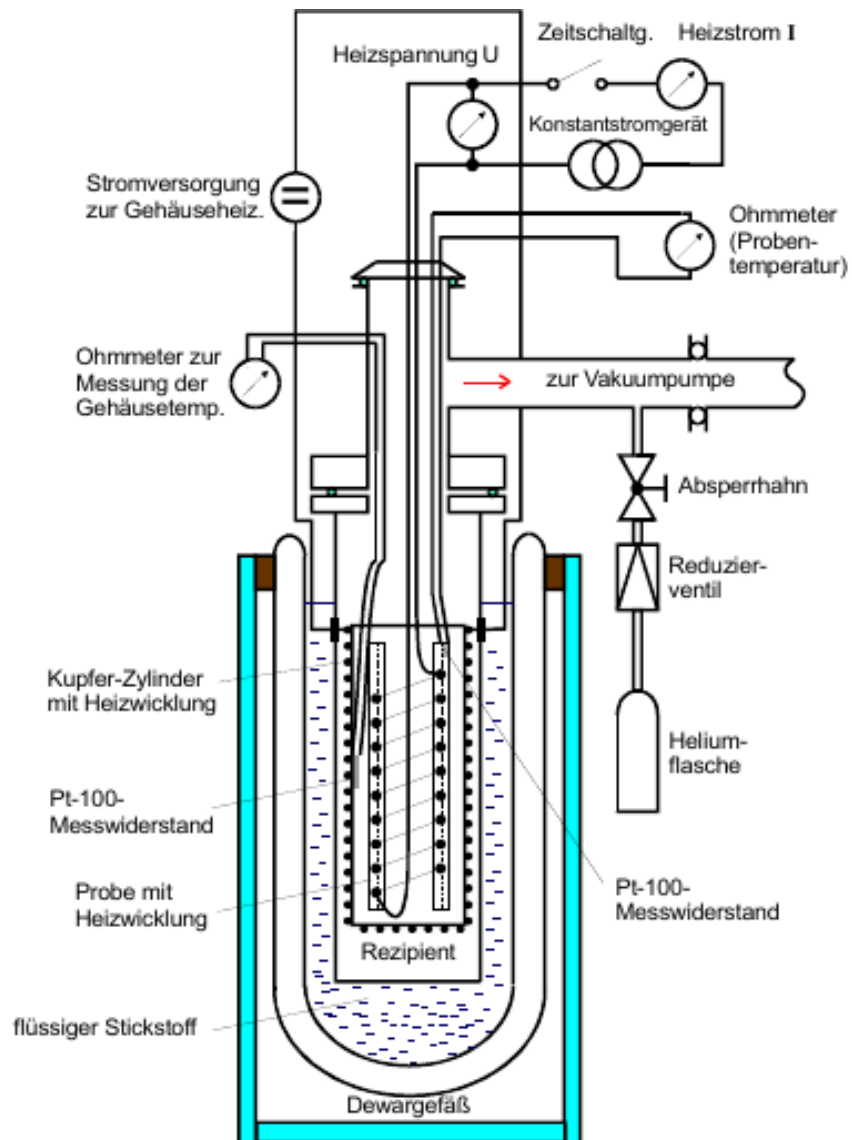
Es ergibt sich somit für die Molwärme nach Debye der Zusammenhang

$$C_V = 9R \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx. \quad (10)$$

Aus der endlichen Debye-Frequenz lässt sich sofort auch eine Debye-Temperatur herleiten, ab welcher der Festkörper einer klassischen Beschreibung schon gut entspricht. Die Debye-Temperatur ist als  $\theta_D = \hbar\omega_D/k_B$  definiert und eine materialspezifische Größe. Die oben in Gleichung (8) beschriebene Funktion allerdings stellt nun eine universell gültige Definition der Molwärme dar. Sie zeigt für große Temperaturen das beobachtete asymptotische Verhalten, beschreibt bei geringen Temperaturen allerdings das deutlich näher an den experimentellen Werten liegende „ $T^3$ -Gesetz“.

### 3 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Die zu untersuchende Kupferprobe (in der Mitte der Abbildung) befindet sich dabei in einem Zylinder innerhalb des Rezipienten und ist von einem Dewar-Gefäß zur Wärmeisolation umgeben. Damit verbunden sind die Pt-100 Widerstände zur Temperaturmessung, sowie eine Heizwicklung für die Probe und eine für den Kupferzylinder. Zur Vorbereitung der Messung wird zunächst der Rezipient über das Ventil zur Vakuumpumpe evakuiert und mit Helium gefüllt. Helium dient dabei als Medium für den Wärmeaustausch. Das gesamte Innere des Dewar-Gefäßes kann dann durch Befüllen mit flüssigem Stickstoff auf etwa 80 K abgekühlt werden. Nachdem eine Abkühlung auf diesen Temperaturbereich erfolgt ist, wird der Rezipient erneut evakuiert und mit der Messung begonnen. Während der Messung wird die Kupferprobe kontinuierlich elektrisch beheizt. Dabei werden neben dem Widerstand zur Temperaturermittlung auch Strom, Spannung sowie Dauer des Heizvorganges aufgenommen um die zugeführte Energie ermitteln zu können. Der Kupferzylinder im Inneren des Rezipienten wird währenddessen über die eigene elektrische Heizung möglichst auf derselben Temperatur gehalten. Dadurch wird ein Temperaturgefälle vermieden, sodass Wärmeverlust möglichst unterdrückt wird. Es werden so Messwerte bis zu einer Temperatur von etwa 300 K aufgenommen.



**Abbildung 1:** Schematischer Aufbau der verwendeten Messapparatur.[1]

## 4 Auswertung

Die in der Auswertung verwendeten Mittelwerte mehrfach gemessener Größen sind gemäß der Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (11)$$

bestimmt. Die Standardabweichung des Mittelwertes ergibt sich dabei zu

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (12)$$

Resultiert eine Größe über eine Gleichung aus zwei anderen fehlerbehafteten Größen, so berechnet sich der Gesamtfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} x_n\right)^2}. \quad (13)$$

Alle in der Auswertung angegebenen Größen sind stets auf die erste signifikante Stelle des Fehlers gerundet. Setzt sich eine Größe über mehrere Schritte aus anderen Größen zusammen, so wird erst am Ende gerundet, um Fehler zu vermeiden. Zur Auswertung wird die Programmiersprache `python` (Version 3.4.1) mit den Bibliothekserweiterungen `numpy` [2], `scipy` [3] und `matplotlib` [4] zur Erstellung der Grafiken und linearen Regressionen verwendet.

In der folgenden Auswertung werden die Fehler von Größen immer durch ein  $\Delta$  kenntlich gemacht. Für die benötigten Zeit-, Temperatur- und Energiedifferenzen wird ein  $\delta$  verwendet.

### 4.1 Bestimmung der Molwärme von Kupfer

Die molare Wärmekapazität  $C$  eines Stoffes berechnet sich im Experiment aus dem Differenzenquotienten

$$C = \frac{\delta E}{\delta T}, \quad (14)$$

der abgeleitet ist aus der thermodynamischen Relation in Gleichung (2). Die der Kupferprobe durch die Heizwicklung zugeführte elektrische Energie  $\delta E$  berechnet sich dabei gemäß

$$\delta E = UI\delta t \quad (15)$$

aus den Messdaten für die Spannung  $U$  und den Strom  $I$  der Heizwicklung. Das gemessene Zeitintervall beträgt stets  $\delta t = (300 \pm 1)$  s. Dabei resultiert der angegebene

Fehler aus der Ablesegenauigkeit des verwendeten Zeitmessers. Die benötigte Temperaturdifferenz  $\delta T$  wird aus den gemessenen Widerständen  $R$  bestimmt. Die zugehörige Umrechnungsformel lautet

$$T = 0,001\,34 \frac{\text{K}}{\Omega^2} R^2 + 2,296 \frac{\text{K}}{\Omega} R - 30,13 \text{ K} \quad (16)$$

mit dem Fehler

$$\Delta T = \left( 0,002\,68 \frac{\text{K}}{\Omega} + 2,296 \text{ K} \right) \frac{1}{\Omega} \Delta R \quad (17)$$

und ist [1] entnommen. Es soll die Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $C_V$  berechnet werden. Da temperaturabhängige Messungen bei konstantem Volumen an einem Festkörper jedoch schwer durchzuführen sind, wird die Messung ersatzweise bei konstantem Druck durchgeführt. Die auf die Stoffmenge  $n = m/M$  bezogene molare Wärmekapazität bei konstantem Druck  $C_P$  ergibt sich, abgeleitet aus Gleichung (??), zu

$$C_P = \frac{UI\delta t}{\delta T} \frac{M}{m} \quad (18)$$

mit dem Fehler

$$\Delta C_P = \frac{M}{m} \sqrt{\left( \frac{I\delta t}{\delta T} \Delta U \right)^2 + \left( \frac{U\delta t}{\delta T} \Delta I \right)^2 + \left( \frac{UI}{\delta T} \Delta(\delta t) \right)^2 + \left( \frac{UI\delta t}{(\delta T)^2} \Delta(\delta T) \right)^2}. \quad (19)$$

Hierbei ist  $M = 63,546 \text{ g/mol}$  [5] die molare Masse von Kupfer und  $m = 0,342 \text{ kg}$  [1] die Masse der Probe. Die Umrechnung von  $C_P$  in  $C_V$  erfolgt mit Hilfe der Gleichung

$$C_V = C_P - 9\alpha^2 \kappa V_0 T \quad (20)$$

und hat den Fehler

$$\Delta C_V = \sqrt{(\Delta C_P)^2 + (18\alpha\kappa V_0 T \Delta\alpha)^2 + (9\alpha^2 \kappa V_0 \Delta T)^2}. \quad (21)$$

$\alpha$  ist der temperaturabhängige lineare Ausdehnungskoeffizient, für den in Tabelle 1 einige Werte bei verschiedenen Temperaturen angegeben sind. Das Kompressionsmodul  $\kappa$  von Kupfer beträgt nach [5]

$$\kappa = 140 \frac{\text{GN}}{\text{m}^2}. \quad (22)$$

Das molare Volumen  $V_0$  der verwendeten Probe berechnet sich mit Hilfe der Avogadro-Konstanten  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} / \text{mol}$  aus der Dichte  $\rho = 8,960 \text{ g/cm}^3$  [5] und der molaren Masse  $M$  zu

$$V_0 = \frac{M}{\rho} = 7,092 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}. \quad (23)$$

Der Ausdehnungskoeffizient von Festkörpern hat eine  $T^{-1}$ -Abhängigkeit. Der daraus resultierende lineare Fit der Form

$$\alpha(T) = m \frac{1}{T} + b \quad (24)$$

**Tabelle 1:** Linearer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  von Kupfer in Abhängigkeit der Temperatur  $T$  [1].

$T$ in K	$\alpha \cdot 10^{-6}$ in 1/K	$T$ in K	$\alpha \cdot 10^{-6}$ in 1/K
70	7,00	190	14,75
80	8,50	200	14,95
90	9,75	210	15,20
100	10,70	220	15,40
110	11,50	230	15,60
120	12,10	240	15,75
130	12,65	250	15,90
140	13,15	260	16,10
150	13,60	270	16,25
160	13,90	280	16,35
170	14,25	290	16,50
180	14,50	300	16,65

mit dem Fehler

$$\Delta\alpha(T, \Delta T) = \sqrt{\left(\frac{1}{T}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{T^2}\Delta T\right)^2 + (\Delta b)^2} \quad (25)$$

ist zusammen mit den gegebenen Stützstellen in Abbildung 2 aufgetragen. Der Fit liefert für die Parameter  $m$  und  $b$  die Werte

$$m = (-873 \pm 4) \cdot 10^{-6} \quad (26)$$

und

$$b = (19,41 \pm 0,03) \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}. \quad (27)$$

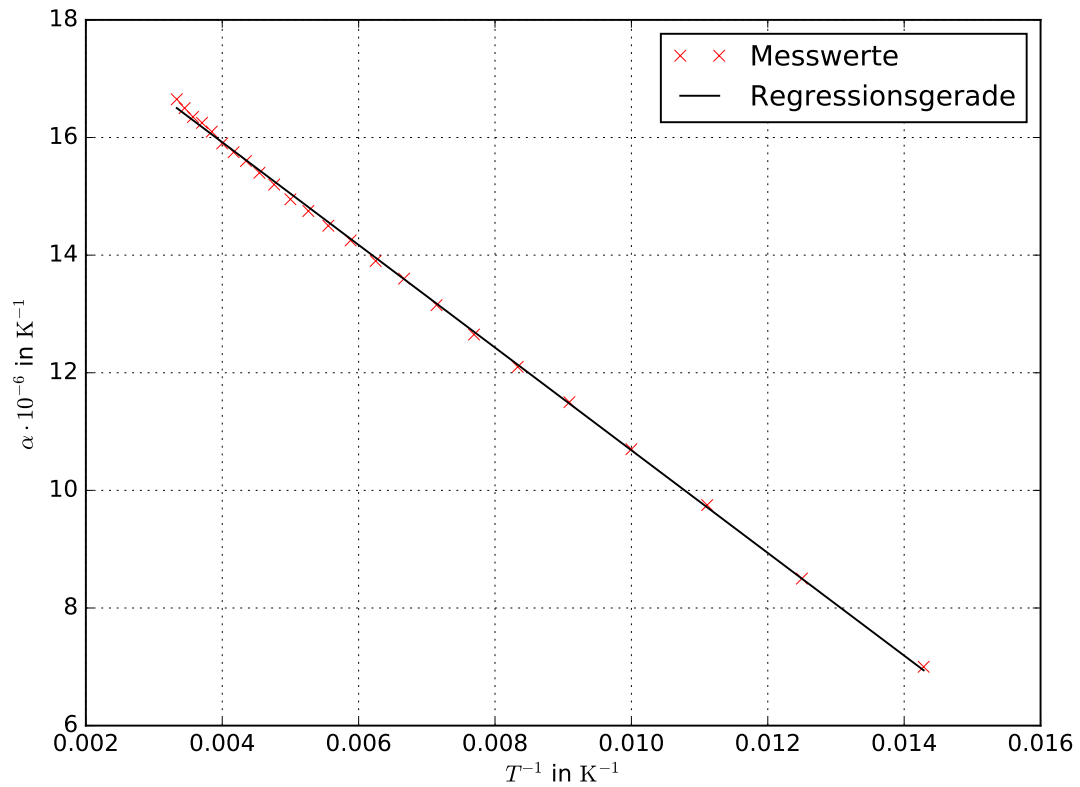
Die weiteren für Gleichung (20) benötigten Parameter werden der Literatur entnommen. Tabelle 3 zeigt zusammenfassend alle Messdaten sowie die zugehörigen berechneten Größen. In Abbildung 3 sind die berechneten Werte für  $C_P$  und  $C_V$  samt Fehlerbalken gegen die Temperatur aufgetragen dargestellt.

## 4.2 Bestimmung der Debye-Temperatur

Ziel ist es nun die Debye-Temperatur  $\theta_D$  der Kupferprobe zu bestimmen. Aus Tabelle 1 in [1] werden dazu die Quotienten aus der Debye-Temperatur und der gemessenen Temperatur  $T$  abgelesen und durch Multiplikation mit  $T$  die Debye-Temperatur bestimmt. Es werden nur die Werte  $C_V$  betrachtet, die zu einer Temperatur  $T < 170$  K bestimmt wurden. Die errechneten Werte für  $\theta_D$  sind in Tabelle 2 zusammengefasst. Als Mittelwert ergibt sich mit Formel (11) und Formel (13)

$$\theta_{D,1} = (303,5 \pm 0,6) \text{ K}. \quad (28)$$

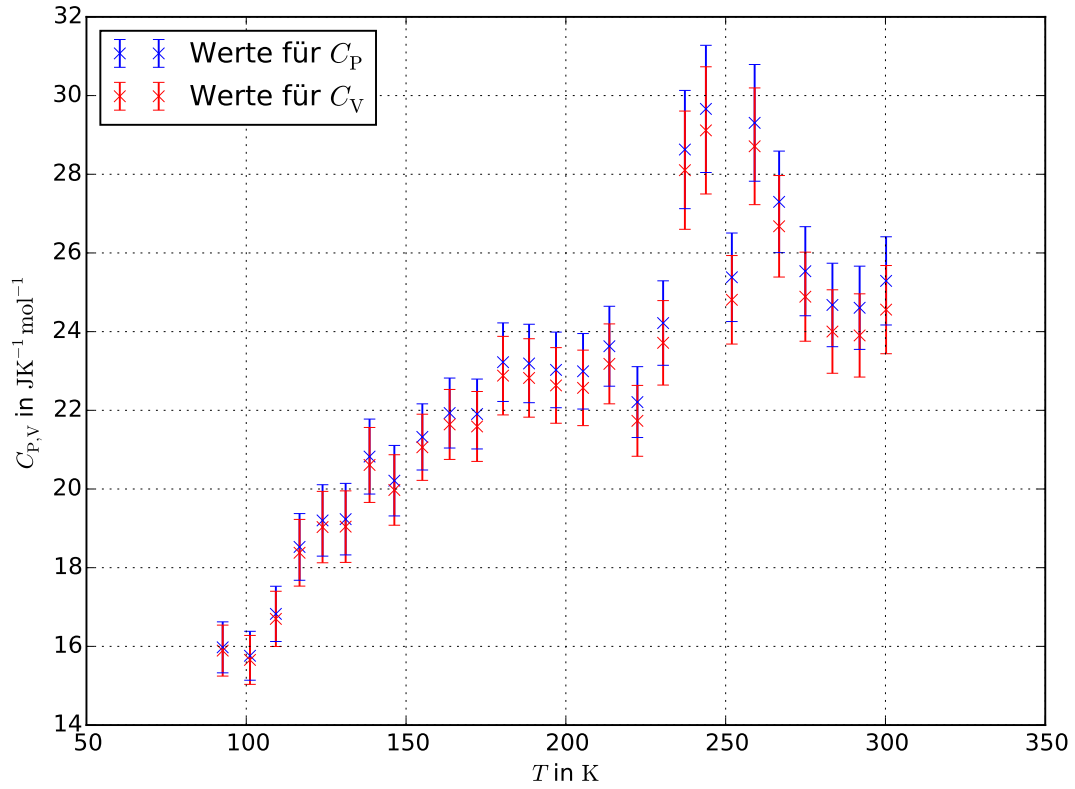




**Abbildung 2:** Linearer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  von Kupfer aufgetragen gegen die inverse Temperatur.

**Tabelle 2:** Gemessene und berechnete physikalische Größen zur Bestimmung der Debye-Temperatur  $\theta_D$  einer Kupferprobe.

$T$ in K	$C_V$ in J/(mol K)	$\frac{\theta_D}{T}$	$\theta_D$ in 1/K
$92,6 \pm 0,2$	$15,9 \pm 0,6$	3,2	$296,4 \pm 0,8$
$101,2 \pm 0,2$	$15,7 \pm 0,6$	3,2	$323,7 \pm 0,8$
$109,3 \pm 0,2$	$16,7 \pm 0,7$	3,0	$327,8 \pm 0,7$
$116,7 \pm 0,2$	$18,3 \pm 0,8$	2,6	$303,4 \pm 0,6$
$123,9 \pm 0,2$	$19,0 \pm 0,9$	2,4	$297,3 \pm 0,6$
$131,1 \pm 0,2$	$19,0 \pm 0,9$	2,4	$314,6 \pm 0,6$
$138,6 \pm 0,2$	$21 \pm 1$	2,0	$277,1 \pm 0,5$
$146,3 \pm 0,2$	$20,0 \pm 0,9$	2,2	$321,9 \pm 0,5$
$155,1 \pm 0,2$	$21,0 \pm 0,8$	1,9	$294,7 \pm 0,5$
$163,6 \pm 0,2$	$21,6 \pm 0,9$	1,7	$278,2 \pm 0,4$



**Abbildung 3:** Berechnete Werte für  $C_p$  und  $C_v$  aufgetragen gegen die Temperatur. Im Bereich zwischen 100 K und 170 K ist der Verlauf annähernd linear.

Ein alternativer Ansatz ermöglicht die Berechnung der Debye-Temperatur aus Forderung (6). Es ergibt sich

$$\theta_{D,2} = \frac{\hbar}{k_B} \sqrt[3]{\frac{18\pi^2 N_A \rho}{M} (v_{\text{long}}^{-3} + 2v_{\text{trans}}^{-3})^{-1}} = 332,5 \text{ K}, \quad (29)$$

wobei  $v_{\text{long}} = 4,7 \text{ km/s}$  und  $v_{\text{trans}} = 2,26 \text{ km/s}$  verwendet wurde. Für die Debye-Frequenzen ergeben sich die Werte

$$\omega_{D,1} = \frac{k_B}{\hbar} \theta_{D,1} = (39,7 \pm 0,7) \text{ THz} \quad (30)$$

und

$$\omega_{D,2} = \frac{k_B}{\hbar} \theta_{D,2} = 43,53 \text{ THz}. \quad (31)$$

**Tabelle 3:** Gemessene und berechnete physikalische Größen zur Bestimmung der molaren Wärmekapazität einer Kupferprobe.

$R$ in $\Omega$	$U$ in V	$I$ in mA	$T$ in K	$\alpha \cdot 10^{-5}$ in $1/K$	$\delta T$ in K	$C_P$ in $J/(mol K)$	$C_V$ in $J/(mol K)$
23,3 $\pm$ 0,1	0,00	0,0	84,4 $\pm$ 0,2	0,906 $\pm$ 0,006	-	-	-
26,8 $\pm$ 0,1	15,75 $\pm$ 0,01	150,5 $\pm$ 0,1	92,6 $\pm$ 0,2	0,999 $\pm$ 0,006	8,3 $\pm$ 0,3	16,0 $\pm$ 0,6	15,9 $\pm$ 0,6
30,4 $\pm$ 0,1	15,91 $\pm$ 0,01	151,8 $\pm$ 0,1	101,2 $\pm$ 0,2	1,078 $\pm$ 0,005	8,5 $\pm$ 0,3	15,8 $\pm$ 0,6	15,7 $\pm$ 0,6
33,8 $\pm$ 0,1	16,02 $\pm$ 0,01	152,6 $\pm$ 0,1	109,3 $\pm$ 0,2	1,142 $\pm$ 0,005	8,1 $\pm$ 0,3	16,8 $\pm$ 0,7	16,7 $\pm$ 0,7
36,9 $\pm$ 0,1	16,09 $\pm$ 0,01	153,1 $\pm$ 0,1	116,7 $\pm$ 0,2	1,193 $\pm$ 0,005	7,4 $\pm$ 0,3	18,5 $\pm$ 0,8	18,3 $\pm$ 0,8
39,9 $\pm$ 0,1	16,15 $\pm$ 0,01	153,5 $\pm$ 0,1	123,9 $\pm$ 0,2	1,236 $\pm$ 0,005	7,2 $\pm$ 0,3	19,2 $\pm$ 0,9	19,0 $\pm$ 0,9
42,9 $\pm$ 0,1	16,20 $\pm$ 0,01	153,8 $\pm$ 0,1	131,1 $\pm$ 0,2	1,275 $\pm$ 0,004	7,2 $\pm$ 0,3	19,2 $\pm$ 0,9	19,0 $\pm$ 0,9
46,0 $\pm$ 0,1	17,17 $\pm$ 0,01	162,9 $\pm$ 0,1	138,6 $\pm$ 0,2	1,311 $\pm$ 0,004	7,5 $\pm$ 0,3	21 $\pm$ 1	21 $\pm$ 1
49,2 $\pm$ 0,1	17,22 $\pm$ 0,01	163,3 $\pm$ 0,1	146,3 $\pm$ 0,2	1,345 $\pm$ 0,004	7,8 $\pm$ 0,3	20,2 $\pm$ 0,9	20,0 $\pm$ 0,9
52,8 $\pm$ 0,1	18,80 $\pm$ 0,01	178,2 $\pm$ 0,1	155,1 $\pm$ 0,2	1,378 $\pm$ 0,004	8,8 $\pm$ 0,3	21,3 $\pm$ 0,8	21,0 $\pm$ 0,8
56,3 $\pm$ 0,1	18,84 $\pm$ 0,01	178,5 $\pm$ 0,1	163,6 $\pm$ 0,2	1,408 $\pm$ 0,004	8,5 $\pm$ 0,3	21,9 $\pm$ 0,9	21,6 $\pm$ 0,9
59,8 $\pm$ 0,1	18,87 $\pm$ 0,01	178,7 $\pm$ 0,1	172,2 $\pm$ 0,2	1,434 $\pm$ 0,004	8,6 $\pm$ 0,3	21,9 $\pm$ 0,9	21,6 $\pm$ 0,9
63,1 $\pm$ 0,1	18,90 $\pm$ 0,01	179,0 $\pm$ 0,1	180,3 $\pm$ 0,2	1,457 $\pm$ 0,004	8,1 $\pm$ 0,3	23 $\pm$ 1	23 $\pm$ 1
66,4 $\pm$ 0,1	18,92 $\pm$ 0,01	179,2 $\pm$ 0,1	188,5 $\pm$ 0,2	1,478 $\pm$ 0,004	8,1 $\pm$ 0,3	23 $\pm$ 1	23 $\pm$ 1
69,8 $\pm$ 0,1	19,18 $\pm$ 0,01	181,5 $\pm$ 0,1	196,9 $\pm$ 0,2	1,498 $\pm$ 0,004	8,4 $\pm$ 0,4	23 $\pm$ 1	23 $\pm$ 1
73,2 $\pm$ 0,1	19,20 $\pm$ 0,01	181,7 $\pm$ 0,1	205,4 $\pm$ 0,2	1,516 $\pm$ 0,004	8,5 $\pm$ 0,4	23 $\pm$ 1	23 $\pm$ 1
76,5 $\pm$ 0,1	19,21 $\pm$ 0,01	181,8 $\pm$ 0,1	213,6 $\pm$ 0,3	1,532 $\pm$ 0,004	8,2 $\pm$ 0,4	24 $\pm$ 1	23 $\pm$ 1
80,0 $\pm$ 0,1	19,22 $\pm$ 0,01	181,8 $\pm$ 0,1	222,4 $\pm$ 0,3	1,549 $\pm$ 0,003	8,8 $\pm$ 0,4	22,2 $\pm$ 0,9	21,7 $\pm$ 0,9
83,2 $\pm$ 0,1	19,22 $\pm$ 0,01	181,9 $\pm$ 0,1	230,4 $\pm$ 0,3	1,562 $\pm$ 0,003	8,0 $\pm$ 0,4	24 $\pm$ 1	24 $\pm$ 1
85,9 $\pm$ 0,1	19,22 $\pm$ 0,01	182,0 $\pm$ 0,1	237,2 $\pm$ 0,3	1,573 $\pm$ 0,003	6,8 $\pm$ 0,4	28 $\pm$ 2	28 $\pm$ 2
88,5 $\pm$ 0,1	19,23 $\pm$ 0,01	182,0 $\pm$ 0,1	243,8 $\pm$ 0,3	1,583 $\pm$ 0,003	6,6 $\pm$ 0,4	30 $\pm$ 2	29 $\pm$ 2
91,7 $\pm$ 0,1	19,74 $\pm$ 0,01	187,3 $\pm$ 0,1	251,9 $\pm$ 0,3	1,595 $\pm$ 0,003	8,1 $\pm$ 0,4	25 $\pm$ 1	25 $\pm$ 1
94,5 $\pm$ 0,1	19,89 $\pm$ 0,01	188,4 $\pm$ 0,1	259,1 $\pm$ 0,3	1,604 $\pm$ 0,003	7,1 $\pm$ 0,4	29 $\pm$ 1	28 $\pm$ 1
97,5 $\pm$ 0,1	19,89 $\pm$ 0,01	188,6 $\pm$ 0,1	266,7 $\pm$ 0,3	1,613 $\pm$ 0,003	7,7 $\pm$ 0,4	27 $\pm$ 1	27 $\pm$ 1
100,7 $\pm$ 0,1	19,90 $\pm$ 0,01	188,7 $\pm$ 0,1	274,9 $\pm$ 0,3	1,624 $\pm$ 0,003	8,2 $\pm$ 0,4	26 $\pm$ 1	25 $\pm$ 1
104,0 $\pm$ 0,1	19,90 $\pm$ 0,01	188,7 $\pm$ 0,1	283,4 $\pm$ 0,3	1,633 $\pm$ 0,003	8,5 $\pm$ 0,4	25 $\pm$ 1	24 $\pm$ 1
107,3 $\pm$ 0,1	19,90 $\pm$ 0,01	188,8 $\pm$ 0,1	291,9 $\pm$ 0,3	1,642 $\pm$ 0,003	8,5 $\pm$ 0,4	25 $\pm$ 1	24 $\pm$ 1
110,5 $\pm$ 0,1	19,90 $\pm$ 0,01	188,8 $\pm$ 0,1	300,2 $\pm$ 0,3	1,650 $\pm$ 0,003	8,3 $\pm$ 0,4	25 $\pm$ 1	25 $\pm$ 1

## 5 Diskussion

Der Literaturwert für die Debye-Temperatur beträgt  $\theta_{D,\text{lit}} = 343 \text{ K}$  [6]. Es zeigt sich, dass dieser nur um ungefähr 3 % von  $\theta_{D,2}$  abweicht, welcher mit Hilfe theoretischer Überlegungen aus Forderung (6) bestimmt wurde. Viel größer ist hingegen die Abweichung des im Versuch gemessenen Wertes  $\theta_{D,1}$  vom Literaturwert. Diese beträgt rund 11,5 % und könnte dadurch erklärt werden, dass der Temperaturgradient zwischen Rezipient und Probe zwischenzeitlich so groß war, dass die Messung gestört wurde. So kann zum Beispiel Wärmestrahlung zwischen Rezipient und Probe ungewollt Wärme zu- oder abgeführt haben. Ganz allgemein kann die Messgenauigkeit durch Verbesserung der Methodik erhöht werden, zum Beispiel durch eine automatisierte Auslese des Strom- bzw. Spannungsmessgerätes.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 47: Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V47.pdf> (besucht am 18.05.2016).
- [2] Travis E. Oliphant. „Python for Scientific Computing“. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/10/1>. Version 1.8.1.
- [3] Eric Jones, Travis Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. 2001. URL: <http://www.scipy.org/>. Version 0.14.0.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://link.aip.org/link/?CSX/9/90/1>. Version 1.3.1.
- [5] Inc. Wolfram Research. *Mathematica*. 2015. Version 10.3.
- [6] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. Wiley, 2004.