

V46

Der Faraday-Effekt

Schokoladenporsche

Durchführung: 18.11.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Dotierung von Halbleitern	3
2.2	Effektive Masse von Elektronen in Halbleiterstrukturen	3
2.3	Doppelbrechende Kristalle	4
2.4	FARADAY-Effekt	4
2.5	FARADAY-Rotation	4
2.6	Betrachtung eines Elektrons	5
3	Aufbau	6
4	Durchführung	7
5	Auswertung	8
5.1	Magnetfeld der Spule	8
5.2	Faraday-Effekt	9
6	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Motivation

Das Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung der effektiven Masse von Elektronen in Halbleitern. In diesem Fall sind die Halbleiter n-dotierte GaAs Kristalle. Für diese Bestimmung wird der FARADAY-Effekt genutzt.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Dotierung von Halbleitern

In einem GaAs Halbleiter sind die je drei Valenzelektronen der Gallium und je fünf der Arsenatome in den Bindungen zwischen den Atomen.

Die Dotierung des Halbleiters kann mit zwei Methoden passieren. In der einen wird der Halbleiter erwärmt und in das Gas des Fremdatoms gesetzt, dann können diese in den Kristall diffundieren. Die zweite Methode beruht auf dem Einschuss der Fremdatome. Die Dotierung beträgt meist zwischen 10^{-4} und 10^{-8} [2].

Wenn mit einem Atom aus der fünften Hauptgruppe dotiert wird, ist ein Elektron nicht gebunden, aufgrund der geringen Anzahl an Fremdatomen kann dieses als einzelnes „freies“ Elektron gesehen werden.

Die zusätzliche positive Ladung des Atomrumpfes wird größtenteils von den Elektronen in den Bindungen kompensiert, sodass die Coulombkraft nicht mehr komplett auf das Elektron wirkt.

2.2 Effektive Masse von Elektronen in Halbleiterstrukturen

Wie in Abschnitt 2.4 zu sehen ist, wird im Kristall ein äußeres elektrisches Feld angelegt. Durch die Kristallstruktur wirkt auf das Elektron auch ein ortsabhängiges Potential. Damit trotzdem wichtige Formeln weiterhin ohne Korrekturen gelten, wie z. B. das ohmsche Gesetz

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

wird eine effektive Masse m^* für die Elektronen definiert. Die Herleitung [2] startet bei der Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

und kann mit der zeitlichen Ableitung und

$$F = m^* \cdot a = \hbar \frac{dk}{dt}$$

umgeformt werden zu

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left(\frac{d^2 E}{dk_i dk_j} \right)^{-1}.$$

Allgemein ist diese Größe richtungsabhängig, im vorliegenden Material GaAs aufgrund der Symmetrie des Kristalls nicht.

2.3 Doppelbrechende Kristalle

Fällt ein zirkular polarisierter Lichtstrahl auf einen doppelbrechenden Kristall, kommen zwei orthogonal linearpolarisierte Strahlen auf der anderen Seite heraus. Dies liegt an den unterschiedlichen Brechungsindizes für die beiden Polarisationsrichtungen.

Einige Kristalle sind immer doppelbrechend. Andere können mit einem Magnetfeld angeregt werden.

2.4 Faraday-Effekt

Die durch die Probe, den Halbleiter, gehenden Lichtstrahlen können als zirkular polarisierte elektrische Felder aufgefasst werden. Diese Felder üben die Kraft

$$\vec{F}_E = -e_0 \cdot \vec{E}$$

auf die Elektronen aus. Da bewegte elektrische Ladungen Magnetfelder induzieren, wird das außen angelegte Magnetfeld entsprechend beeinflusst. Damit das induzierte Magnetfeld mit dem angelegten Magnetfeld zusammen die Doppelbrechung hervorruft, müssen Magnetfeld und einfallender Lichtstrahl parallel liegen.

Das Magnetfeld, insgesamt, kann dafür verwendet werden, die Polarisations Ebenen zu drehen, um den Winkel

$$\alpha = V \cdot B \cdot l,$$

wobei B das Magnetfeld, l die Länge des Kristalls und V die materialspezifische „Verdet-Konstante“ ist, welche nicht konstant, sondern von unter anderem der Wellenlänge abhängig ist [4].

2.5 Faraday-Rotation

Die mathematische Beschreibung des Problems startet mit einer Welle die sich in z -Richtung ausbreitet

$$E(z) = \frac{1}{2} (E_R(z) + E_L(z)) ,$$

wobei E_R und E_L rechts- und linkszirkular polarisierte Wellen sind

$$\begin{aligned} E_R(z) &= (E_0 \vec{x}_0 - i E_0 \vec{y}_0) e^{i k_R z} \\ E_L(z) &= (E_0 \vec{x}_0 + i E_0 \vec{y}_0) e^{i k_L z} . \end{aligned}$$

Nach dem Einsetzen dieser Wellenfunktionen und Betrachtung des Systems am Ende des Kristalls der Länge L können die Abkürzungen

$$\psi := \frac{L}{2}(k_R + k_L) \quad (1)$$

$$\theta := \frac{L}{2}(k_R - k_L) \quad (2)$$

eingeführt werden und es folgt

$$E(L) = E_0 e^{i\psi} (\cos(\theta \vec{x}_0) + i \sin(\theta \vec{y}_0)) .$$

Dies beschreibt eine Welle, die um θ zur Einfallsebene gedreht ist. Mit den Beziehungen

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$$

$$n = \frac{c}{v_{\text{ph}}}$$

zwischen Phasengeschwindigkeit und Brechungsindex wird Gleichung (2)

$$\theta = \frac{L\omega}{2c}(n_R - n_L) .$$

Die Abhängigkeit des Winkels von den Brechungsindizes ist klar zu sehen.

2.6 Betrachtung eines Elektrons

Startet man bei der Bewegungsgleichung

$$m \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(\vec{r}) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

kann mittels des Polarisationsvektors \vec{P} und der dielektrischen Suszeptibilität χ die Gleichung (2) erweitert werden zu

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\varepsilon_0 c} \frac{\omega^2}{(-m\omega^2 + K)^2 - (e_0 \omega B)^2} \frac{NBL}{n} .$$

Hierbei bezeichnet ω die Frequenz des Feldes, K eine Bindungskonstante im Festkörper und N die Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit [3].

Bei der weiteren Vereinfachung des Terms werden die Frequenzen betrachtet. Wenn die Frequenz mit der gemessen wird, nicht zu nah an der Zyklotron-Frequenz

$$\omega_c = \frac{Be_0}{m}$$

liegt, gilt

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 \gg \omega^2 \omega_c^2.$$

Bei $\omega \ll \omega_0 : (\omega_0^2 - \omega^2)^2 = \omega_0^4$. Mit der Wellenlänge λ kommt man zu der Gleichung

$$\theta(\lambda) = \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\varepsilon_0 m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n}.$$

Mit dem Grenzwert $\omega_0 \rightarrow 0$ kann man freie Ladungsträger betrachten. Für Kristallelektronen gilt dies, unter bestimmten Voraussetzungen [3], bei der Ersetzung von m mit der effektiven Masse m^* . Es folgt

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{\lambda^2}{(m^*)^2} \frac{NBL}{n}. \quad (3)$$

3 Aufbau

Eine Skizze der Messapparatur ist in Abbildung 1 zu sehen.

Die Lichtquelle links oben ist eine Halogen-Lampe, das Spektrum dieser ist im Infraroten. Die nachfolgende Linse sammelt möglichst viel Licht ein. Der Lichtzerhacker teilt den kontinuierlichen Lichtstrahl in Pulse auf, sodass mit dem Selektivverstärker gerade diese Frequenz verstärkt werden kann. Für die Messergebnisse bringt dies eine Verringerung im Rauschen bei den anderen Frequenzen.

Der „Polarisator mit Goniometer“ dient als Polarisator, dessen Winkel eingestellt werden kann. Im, dem Lichtstrahl, folgenden Elektromagneten mit Ferromagnetikum ist ein Luftspalt, in den die Proben eingesetzt werden können. Es gibt zu dem eine Bohrung für das Licht.

Hinter dem Elektromagneten ist ein Halter für die Interferenzfilter. Es gibt neun Stück im Bereich von 1,06 μm bis 2,65 μm .

Der „Analysator“ ist feststehend und spaltet den ankommenden Lichtstrahl in zwei mit orthogonaler Polarisation auf. Diese werden mit zwei Photodioden detektiert.

Interessant sind die Winkel, bei denen die Differenz zwischen diesen beiden Intensitäten verschwindet, weswegen ein Differenzverstärker verwendet wird. Danach ist der oben erwähnte Selektivverstärker eingebaut. Das Ausgangssignal wird auf einem Oszilloskop dargestellt.

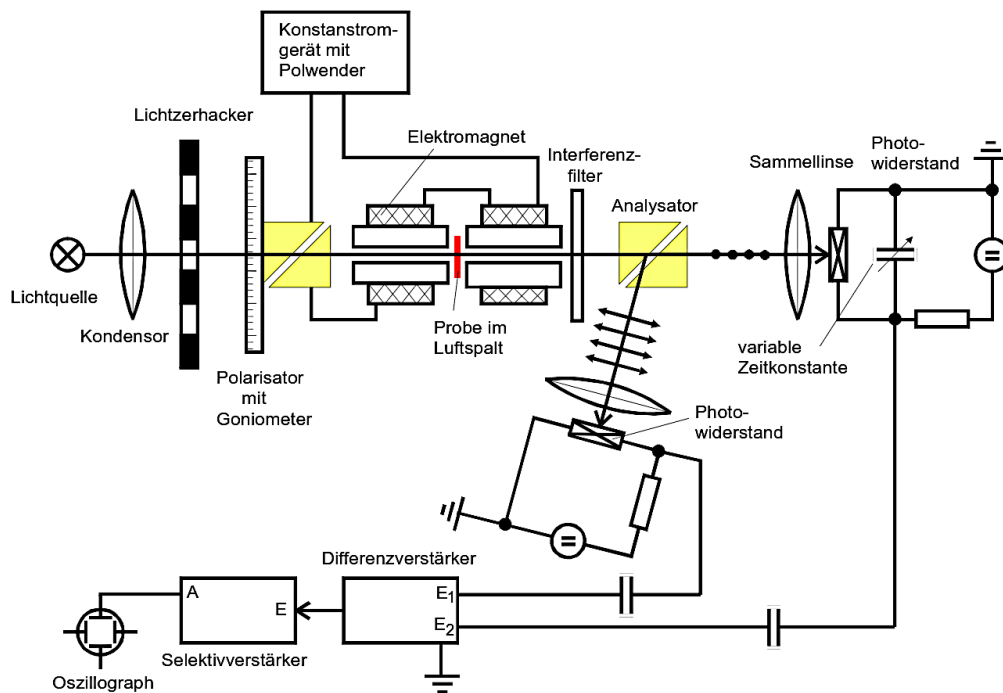


Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus [3].

4 Durchführung

In der ersten Messung wird mit einer Hall-Sonde das Magnetfeld in der Spule am Ort der Probe vermessen.

Anschließend werden die Photodioden so ausgerichtet, dass die Lichtstrahlen in die Mitte des Sensors fallen. Dann wird die Probe 1 eingesetzt und einer der Interferenzfilter. An einer der Dioden ist eine Schaltung angebracht, die das Signal verzögert um Laufzeiten auszugleichen. Hierfür ist auch der Lichtzerhacker anzustellen.

Es wird von nun an immer die Position des Polarisators gesucht, an dem das Signal am Oszilloskop minimal ist, wobei beachtet werden muss, dass dies alle 90° geschieht.

Anschließend wird das Magnetfeld umgepolt, dafür muss erst der Strom runtergeregelt werden, um dann die Kabel tauschen zu können. Dieses Vorgehen verhindert Influenzerscheinungen. Die Grundmessung wird für alle Interferenzfilter und dann für Probe 2 und die Rein-Probe (Probe 0) wiederholt.

Tabelle 1: Daten der Proben.

Nummer	$N / 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	L / mm
0	0	5,11
1	1,2	1,36
2	2,8	1,296

5 Auswertung

5.1 Magnetfeld der Spule

Die Messwerte dieser Messung befinden sich im Anhang. Das Maximum befindet sich bei

$$B_{\text{max}} = 422 \text{ mT}$$

$$x_{\text{max}} = 109 \text{ mm}.$$

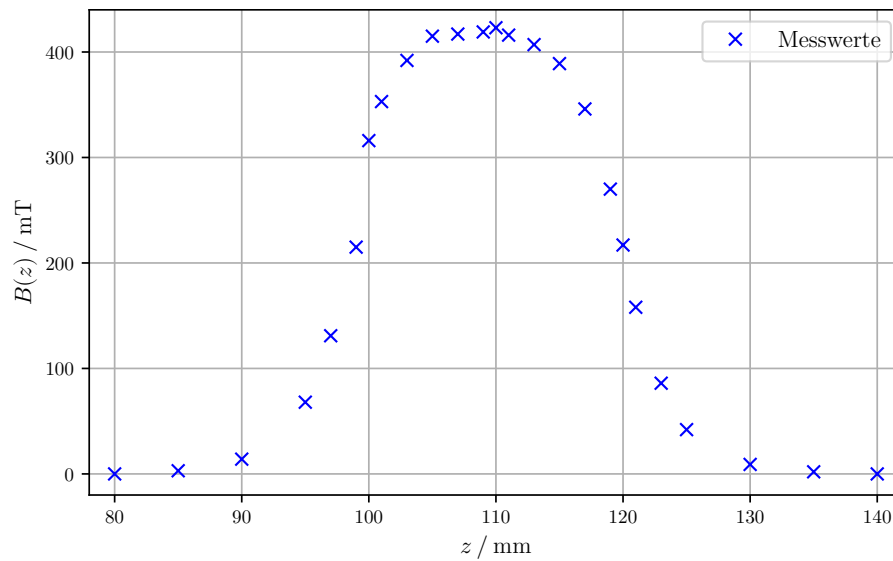


Abbildung 2: Graphische Darstellung des Magnetfeldes innerhalb der Spule am Ort der Proben.

5.2 Faraday-Effekt

Aus den genommen Winkeln werden die Differenzen zwischen den beiden Polrichtungen des Magnetfeldes bestimmt

$$\theta_{\text{kr}} = \frac{|\theta_1 - \theta_2|}{2}$$

die Winkel θ_{kr} werden dann durch die jeweilige Dicke der Probe geteilt. Das Ergebnis ist in Abbildung 3 zu sehen.

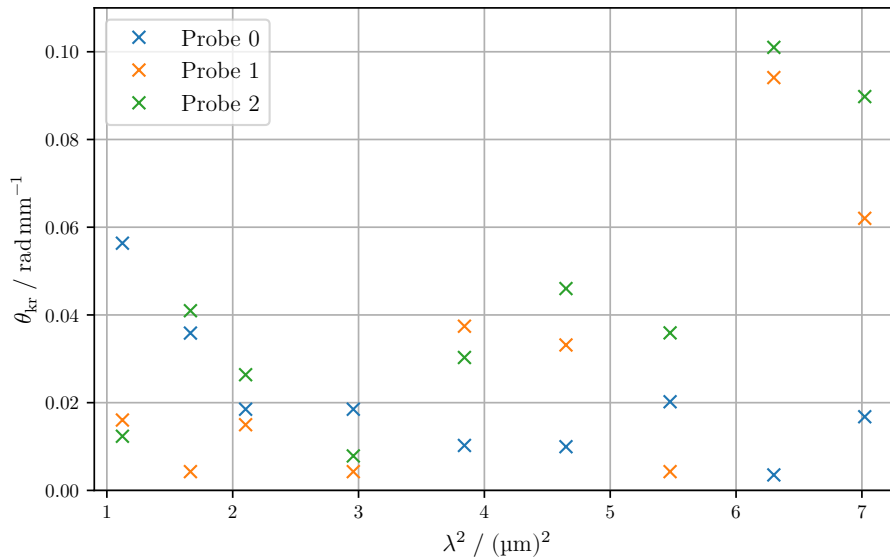


Abbildung 3: Graphische Darstellung der Faraday Winkel.

In Abbildung 4 sind die Differenzen zwischen den Faraday-Winkeln der Proben 1, 2 und der reinen Probe 0 dargestellt. Die Ausgleichskurven der Form

$$\theta(\lambda) = a \cdot \lambda^2$$

haben mit `scipy` die Faktoren

$$a_1 = (5 \pm 3) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3}$$

$$a_2 = (8 \pm 2) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3}.$$

Nach Gleichung (3) ist

$$a_i = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{N_i B}{n} \frac{1}{(m^*)^2}$$

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3 B}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3 n} \frac{N_i}{a_i}}$$

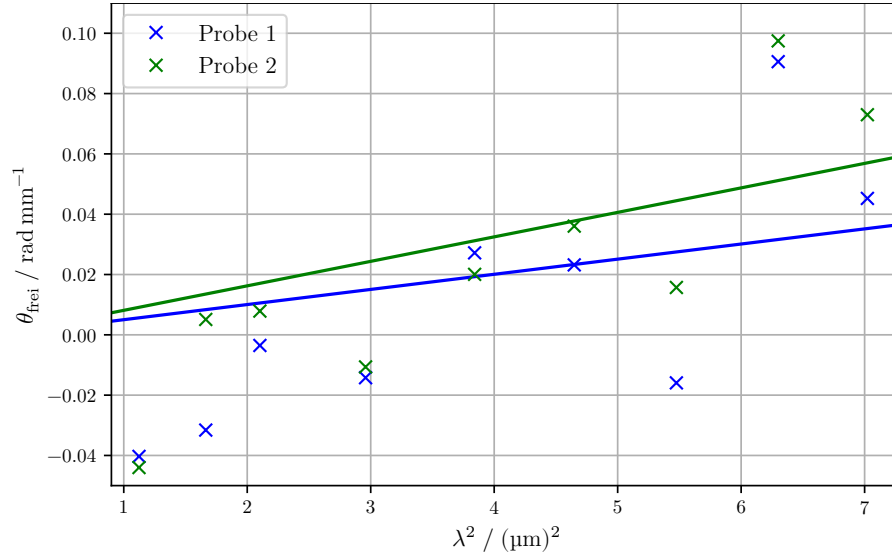


Abbildung 4: Graphische Darstellung der Faraday Winkel minus der Winkel der reinen Probe.

mit den Konstanten [5]

$$e_0 = 1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = 423 \text{ mT}$$

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,817\,620\,389 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$$

$$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

[1]

$$n = 3.57.$$

Die Massen folgen zu

$$m_1^* = (0,79 \pm 0,21) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_2^* = (0,94 \pm 0,14) \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

Der Literaturwert ist

$$m^* = 0,063 m_e = 0,104\,141\,48 \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

Werden nur die positiven Werte in den Fits verwendet, folgen die effektiven Massen zu

$$m_1^* = (0,59 \pm 0,08) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_2^* = (0,89 \pm 0,09) \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

6 Diskussion

Die Messung des Magnetfeldes der Spule liefert ein Ergebnis, welches für eine Spule mit Ferromagnetikum nicht ungewöhnlich ist.

In den Messungen der jeweiligen Winkel war eine ganz genaue Einstellung der Winkel nicht möglich. Auf dem Oszilloskop-Schirm war in einem breiten Winkelbereich, meist 2° , keine Veränderung zu erkennen. Die Minima wiederholten sich jedoch in vielfachen von 90° . Dass die Minima ausgeschmiert sind, kann daran liegen, dass die Öffnung in der Spule nicht komplett in der optischen Achse liegt, und somit nicht die komplette Intensität genutzt werden kann.

Die errechneten effektiven Massen freier Elektronen weichen von den Literaturwerten ab. Die Unterschiede sind auf den oben genannten Winkelbereich zurückzuführen.

Literatur

- [1] ChemicalBook. Galliumarsenid. 21. Nov. 2019. URL: https://www.chemicalbook.com/ChemicalProductProperty_DE_CB7249244.htm.
- [2] W. Demtröder. Experimentalphysik 3. 14. Halbleiter. Springer-Verlag Berlin, 2010.
- [3] TU Dortmund. Versuchsanleitung V46. 2019. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/>.
- [4] J. Heintze und P. Bock. Lehrbuch zur Experimentalphysik Band 4: Wellen und Optik. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017.
- [5] SciPy. Constants (scipy.constants) - SciPy v1.3.2 Reference Guide. 21. Nov. 2019. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/constants.html>.

V46 Der Faraday-Effekt

Messung a)		Nachmessung
z [mm]	$B(z)$ [mT]	z $B(z)$
0	0	92 737
1	0	99 225
2	0	101 353
3,7	1	103 392
3	0	107 477
80	0	109 479
85	3	111 476
90	14	113 402
95	68	117 346
100	376	119 270
105	415	121 758
110	423	123 86
115	389	
120	277	
125	42	
130	9	
135	2	
140	0	

$$n = 2,2 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$$

λ nm	rot oben B	rot unten B
$\lambda = 2,65$	$179^\circ 40'$	170°
$\lambda = 2,51$	$213^\circ 30'$	$198^\circ 50'$
$\lambda = 2,34$	$187^\circ 30'$	$188^\circ 10'$
$\lambda = 2,156$	$172^\circ 40'$	$177^\circ 50'$
$\lambda = 1,96$	$176^\circ 10'$	$170^\circ 20'$
$\lambda = 1,72$	$170^\circ 20'$	171°
$\lambda = 1,45$	$167^\circ 30'$	$165^\circ 10'$
$\lambda = 1,29$	$171^\circ 30'$	$172^\circ 10'$
$\lambda = 1,06$	$175^\circ 30'$	173°

$$2,8 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$$

rot oben	Probe 2 unten
$243^\circ 20'$	$230^\circ 0'$
$209^\circ 10'$	$194^\circ 10'$
$197^\circ 20'$	$186^\circ 0'$
$167^\circ 40'$	$174^\circ 30'$
$175^\circ 20'$	$170^\circ 50'$
$169^\circ 0'$	$170^\circ 10'$
$170^\circ 5'$	$166^\circ 10'$
$172^\circ 10'$	$166^\circ 5'$
$175^\circ 0'$	$173^\circ 10'$

λ	rot oben	rot unten (reines GeAs)
$\lambda = 2,65$	$307^\circ 60'$	$292^\circ 10'$
2,57	$246^\circ 16' 0'$	$278^\circ 4'$
2,34	$145^\circ 20'$	$133^\circ 30'$
2,156	$200^\circ 29' 10'$	$242^\circ 20'$
1,96	$297^\circ 0'$	$297^\circ 0'$
1,72	$303^\circ 10'$	$292^\circ 20'$
1,65	$302^\circ 0'$	$291^\circ 10'$
1,29	$300^\circ 5'$	$289^\circ 5'$
1,06	$370^\circ 0'$	$277^\circ 0'$

Probe 1	$d = 1,36 \text{ mm}$
Probe 2	$d = 1,296 \text{ mm}$
Probe 3	$d = 5,17 \text{ mm}$

C. Lüder

Tabelle 2: Umgerechnete Messwerte der FARADAY-Winkel.

Filter / μm	Rein / rad/m	$\Delta\text{Probe 1}$ / rad/m	$\Delta\text{Probe 2}$ / rad/m
1,060	56,36	−40,31	−44,01
1,290	35,86	−31,59	5,10
1,450	18,50	−3,53	7,87
1,720	18,50	−14,22	−10,64
1,960	10,25	27,18	20,05
2,156	9,96	23,19	36,05
2,340	20,21	−15,93	15,70
2,510	3,53	90,58	97,47
2,650	16,79	45,23	72,99