

V401

Das Michelson-Interferometer

Yanick Sebastian Kind
yanick.kind@udo.edu

Till Willershausen
till.willershausen@udo.edu

Durchführung: 20.04.2021

Abgabe: 25.04.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Funktionsweise des Michelson-Interferometer	4
2	Durchführung	5
3	Auswertung	6
3.1	Bestimmung der Wellenlänge mittels Verschiebung eines Spiegels	6
3.2	Berechnung des Brechungsindex von Luft	6
4	Diskussion	7
	Literatur	8

1 Theorie

In diesem Versuch soll die Wellenlänge λ einer Laser-Diode mit Hilfe eines Michelson-Interferometers bestimmt werden. Außerdem soll der Brechungsindex n von Luft ermittelt werden.

Licht ist eine elektromagnetische Welle, welche sich im einfachsten Fall als ebene Welle der Feldstärke \vec{E}

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta)$$

darstellen lässt. Dabei ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl, ω die Kreisfrequenz und δ ein beliebiger Phasenwinkel. Für die Lichtwellen gilt das Prinzip der linearen Superposition, welches sich nicht überprüfen lässt, da nur die Intensität I gemessen werden kann. Da die Proportionalität $I \propto |\vec{E}|^2$ besteht, ergibt sich für die Addition von zwei Wellen

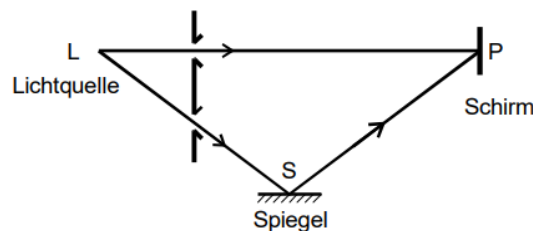
$$I_{\text{ges}} \propto 2E_0^2(1 + \cos \delta_2 - \delta_1)). \quad (1)$$

Dabei wird deutlich, dass es durch den Cosinus-Term zu Interferenzerscheinungen kommt, welche von den Phasen $\delta_{1,2}$ der einzelnen Wellen abhängt. Die Intensität verschwindet komplett, wenn die Phasendifferenz

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

beträgt. Interferenzerscheinungen treten normalerweise nicht bei der Überlagerung des Lichtes von zwei unabhängigen Quellen auf, da bei allen konventionellen Lichtquellen die Phasen δ_1 und δ_2 Funktionen der Zeit sind. Dadurch verschwindet der Interferenzterm bei der Mittelung über einen Zeitraum (Groß gegenüber $2\pi/\omega$). Die Ursache der Phasenfluktuation liegt im Entstehungsmechanismus des Lichtes. Kohärentes Licht, welches zum Beispiel durch Laser erzeugt werden kann, hat feste Werte für k , ω und δ , so dass Interferenzerscheinungen gemäß Gleichung (1) entstehen. Um Licht aus ein und derselben Quelle zu Überlagern werden deren Strahlen zerteilt. Dazu kann entweder ein Strahlteiler oder eine Doppelblende, wie in Abbildung 1 zu sehen ist, verwendet werden. Mit einem ge-

Abbildung 1: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen [4]



eignetem Spiegelsystem werden die geteilten Strahlen in einem Punkt P zusammengeführt. Im Allgemeinen entsteht ein Wegunterschied, wodurch eine Phasendifferenz folgt, welche zur Interferenz führt. Ist dieser Wegunterschied jedoch größer als die Länge der Lichtzüge,

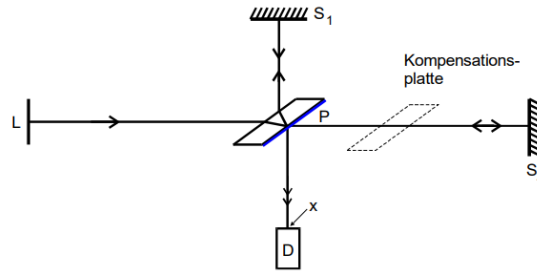
kommt es nicht mehr zu Interferenzerscheinungen, da die Lichtstrahlen zu verschiedenen Zeiten im Punkt P ankommen. Die Kohärenzlänge l ist genau die Länge, bei der die Interferenzeffekte im Punkt P verschwinden. Sie wird über die maximal beobachtbaren Intensitätsmaxima N im Punkt P und der Wellenlänge bestimmt

$$l = N\lambda .$$

1.1 Funktionsweise des Michelson-Interferometers

Der Prinzipielle Aufbau des Michelson-Interferometers ist in Abbildung 2 zu sehen. Die

Abbildung 2: Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers [4]



Lichtquelle ist am Ort L und emittiert Licht in Richtung einer permeablen Platte P, an der die Strahlteilung erfolgt. Teile des Lichtes fallen senkrecht auf die Spiegelflächen S_1 und S_2 , wo sie zurückreflektiert werden. Die reflektierten Strahlen treffen bei P wieder zusammen und laufen parallel zueinander zum Detektor D weiter. Die Kohärenz der beiden Strahlenbündel ist gefordert, so dass der Wegunterschied nicht größer als die Kohärenzlänge werden darf. Beim Verschieben von einem Spiegel um die Länge Δd ist der Wegunterschied $2\Delta d$. Dabei verändert sich das Interferenzmuster am Ort D. Es folgt

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{z}, \quad (2)$$

wobei z die Anzahl der beobachteten Interferenzmaxima ist. Des weiteren kann ein Wegunterschied entstehen, indem das Licht durch ein Medium der Länge b mit einem Brechungsindex $n + \Delta n$ läuft. Wenn an allen anderen Orten der Brechungsindex den Wert n hat, beträgt der Wegunterschied $\Delta n b$. Wird nun $\Delta n b$ vom Wert null ausgehend vergrößert, indem zum Beispiel der Gasdruck erhöht wird, verändert sich das Interferenzmuster. Es gilt dann

$$\Delta n = \frac{z\lambda}{2b}, \quad (3)$$

wobei z wieder die Anzahl der Intensitätsmaxima ist. In Näherung, dass die benutzen Gase sich wie ideale Gase in den hier verwendeten Druckbereichen verhalten, kann der Brechungsindex $N(p_0, T_0)$ unter Normalbedingungen durch

$$N(p_0, T_0) = 1 + \Delta n \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}$$

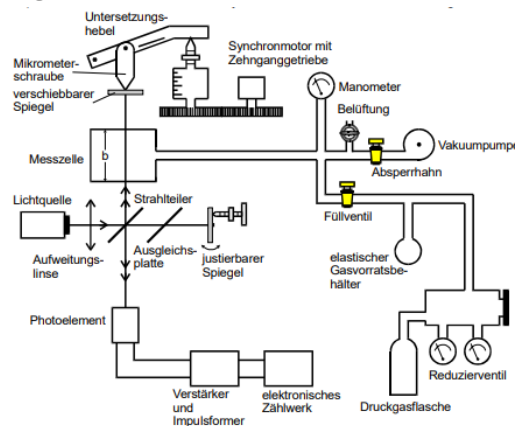
berechnet werden. Dabei ist T die Temperatur, p' der Wert vom Innendruck nach der Erniedrigung und p der Wert nach der Erhöhung. Nach einsetzen der Gleichung (3) folgt

$$N(p_0, T_0) = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} . \quad (4)$$

2 Durchführung

Der Versuch wird wie in Abbildung 3 vorbereitet. Jedoch wird an Stelle der an der Messzelle angebrachten Apparatur nur eine Handvakuumpumpe mit integriertem Manometer angeschlossen. Vor Benutzung des Interferometers muss es justiert werden. Dazu wird

Abbildung 3: Versuchsaufbau Michelson-Interferometer [4]



der Laser eingeschaltet. Mit Hilfe einer Hilfsmattscheibe, welche vor das Photoelement gehalten wird, werden die Strahlen sichtbar und können so am justierbaren Spiegel in Deckung gebracht werden. Nach der Justierung kann das Michelson-Interferometer zur Wellenlängenbestimmung genutzt werden. Dazu wird der verschiebbare Spiegel mit einem Synchronmotor und einer Mikrometerschraube verbunden. Zu beachten ist dabei, dass der Synchronmotor nicht zu schnell läuft, da sonst am Photoelement nicht alle Impulse erkannt werden. Es wird bei null Mikrometern begonnen zu messen, bis in etwa fünf Millimeter erreicht sind. Danach werden die gemessenen Interferenzmaxima z am Zählwerk abgelesen. Danach wird die Laufrichtung des Motors umgestellt, so dass bei dem Zurücklaufen eine weitere Messung durchgeführt werden kann. Die Prozedur wird weitere fünf mal wiederholt. Um den Brechungsindex von Luft zu ermitteln wird der Synchronmotor ausgeschaltet. Die Messzelle wird über die Vakuumpumpe evakuiert und währenddessen wird die Messung der Intensitätsmaxima durchgeführt. Der Druck p in der evakuierten Messzelle wird am Manometer abgelesen. Danach wird das Ventil geöffnet und es werden erneut die Intensitätsmaxima gemessen. Der Vorgang wird vier weitere male wiederholt.

3 Auswertung

Jegliche Fehlerrechnung wurde mit der Python-Bibliothek uncertainties [2] absolviert. Trotz dessen sind die Formeln für die Unsicherheiten in den jeweiligen Abschnitten angegeben. Allgemeine Rechnungen wurden mit der Python-Bibliothek numpy [3] automatisiert.

3.1 Bestimmung der Wellenlänge mittels Verschiebung eines Spiegels

Die Wellenlänge der Quelle lässt sich mittels der Gleichung (2) ermitteln. Um die tatsächliche Weglänge $\Delta d_{\text{Ü}}$ zu berechnen, muss die an der Mikrometerschraube gemessene Weglänge Δd zunächst durch den Übersetzungsfaktor $\ddot{U} = 5,046$ geteilt werden. In der Tabelle 1 sind die gemessenen Weglängen Δd bzw. $\Delta d_{\text{Ü}}$ und Impulse z mit den daraus errechneten Wellenlängen λ sowie dessen Unsicherheit $\Delta\lambda$ aufgetragen. Aus den

Tabelle 1: Gemessene Weglängen und Impulse mit den berechneten Wellenlängen

Δd / mm	$\Delta d_{\text{Ü}}$ / mm	z	λ / nm	$\Delta\lambda$ / nm
6,39	1,27	3779	670,20	70,22
6,39	1,27	3927	644,95	70,22
5,13	1,02	4721	430,69	70,22
5	0,99	3019	656,43	70,22
5,45	1,08	3723	580,21	70,22
5,45	1,08	3267	661,20	70,22
5	0,99	2943	673,38	70,22
5	0,99	3023	655,56	70,22
5	0,99	2997	661,25	70,22
5	0,99	3086	642,18	70,22

errechneten Wellenlängen ergibt sich ein Mittelwert von

$$\bar{\lambda} = (658,14 \pm 3,86) \text{ nm} .$$

In der Berechnung des Mittelwerts wurden der dritte und fünfte Wert ausgelassen, da diese eine zu starke Abweichung mit sich bringen.

3.2 Berechnung des Brechungsindex von Luft

Für jeden Messdurchgang wurde eine Druckdifferenz von $\Delta p = 0,7999$ bar verwendet. Für die Berechnung wurden die Normalbedingungen $T_0 = 273,15$ K und $p_0 = 1,0132$ bar angenommen. Die Messungen wurden bei Raumtemperatur $T = 293,15$ K durchgeführt. In der Tabelle 2 sind die gemessenen Impulse z für jeden Messdurchgang und die daraus nach Gleichung (4) errechneten Brechungsindizes n aufgetragen. Daraus lässt sich der Mittelwert des Brechungsindex von Luft zu

$$\bar{n} = 1,000\,367 \pm 0,000\,069$$

Tabelle 2: Gemessene Impulse je Druckänderungsvorgang

z	n	Δn
42	1,000 362	0,000 186
67	1,000 578	0,000 186
18	1,000 155	0,000 186
52	1,000 448	0,000 186
17	1,000 146	0,000 186
66	1,000 569	0,000 186
16	1,000 138	0,000 186
62	1,000 535	0,000 186

errechnen.

Die Standardabweichung eines Messwertes x wird bei N Messwerten gemäß

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (5)$$

berechnet. Zur Berechnung der Standardabweichung des Mittelwerts \bar{x} wird die Gleichung

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

benötigt.

4 Diskussion

In der Tabelle 1 wird auffällig, dass die Impulse des dritten und fünften Messvorgangs eine starke Abweichung aufweisen. Die Abweichung des dritten Messwerts könnte an der Tatsache liegen, dass die Mikrometerschraube vor dem Messvorgang nicht auf 0,0 mm zurückgesetzt wurde. Diese Vermutung wird durch die Tatsache gestärkt, dass alle anderen Messvorgänge bei 0,0 mm gestartet wurden. Die Abweichung des fünften Werts könnte durch eine andere Motoreinstellung entstanden sein, da in diesem Messdurchgang die Motorgeschwindigkeit von Stufe eins auf Stufe zwei gestellt wurde. Das Verhältnisses des angegeben Wertes der Wellenlänge der Lichtquelle λ_{An} und des errechneten Wertes beträgt

$$\frac{\lambda}{\lambda_{\text{An}}} = \frac{658,14 \text{ nm}}{635 \text{ nm}} = 103,64 \% ,$$

was einer Abweichung von 3,64 % entspricht. Somit lässt sich sagen, dass die Auslassung zweier Messwerte die Qualität der Messung nicht stark beeinträchtigt. Nach Betrachtung der Tabelle 2 ist zu erkennen, dass jeder zweite gemessene Impulse sehr klein ist. Diese wenigen Impulse wurden während des Auffüllens mit Luft gemessen. Bei der Evakuierung

wurden die vielen Impulse gemessen, so dass sich dort ein Zusammenhang erkennen lässt. Das Verhältnis des Literaturwertes[1] und des berechneten Wertes liegt bei

$$\frac{n}{n_{\text{Lit}}} = \frac{1,000\,367}{1,000\,292} = 100,0075\,\% .$$

Somit ergibt sich eine Abweichung von 0,0075 %. Dadurch lässt sich sagen, dass die Messung trotz der Schwankungen in den Messungen ziemlich genau ist.

Literatur

- [1] LUMITOS AG. *Brechzahl*. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html> (besucht am 23.03.2021).
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] *V401, Das Michelson-Interferometer*.