

Der Lock-In-Verstärker

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 01.12.2015

Abgabe: 08.12.2012

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlage	3
1.1	Fehlerrechnung	5
1.1.1	Mittelwert	5
1.1.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	5
1.1.3	Lineare Regression	5
2	Durchführung und Aufbau	6
2.1	Schaltung für die Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung	7
2.2	Photodektorschaltung	7
3	Auswertung	8
3.1	Funktionengenerator	8
3.2	Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung	8
3.3	Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung unter Einfluss einer Störfrequenz	10
3.4	Signal-Abstandsreaktion einer LED	11
4	Diskussion	13
	Literatur	13

1 Theoretische Grundlage

Bei dem Lock-In-Verstärker handelt es sich um einen Verstärker mit einem eingebautem phasenempfindlichem Detektor. Der Lock-In-Verstärker wird hauptsächlich zur Messung stark verrauschter Signale verwendet. Um dies zu realisieren wird das Meßsignal mit einer Referenzfrequenz ω_0 moduliert. Die folgende Abbildung zeigt den schematischen Aufbau des Lock-In-Verstärkers:

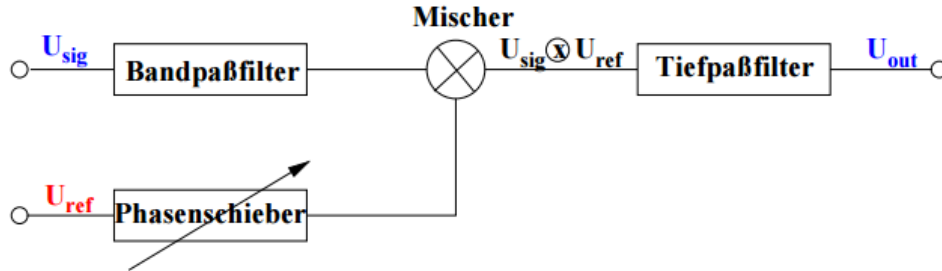


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Lock-In-Verstärkers. [1, S. 1]

Das Nutzsignal U_{sig} wird mit einem Bandpassfilter von Rauschanteilen höherer ($\omega \gg \omega_0$) und niedrigerer ($\omega \ll \omega_0$) Frequenzen gereinigt. Danach wird das Signal in dem Mischer mit einem Referenzsignal U_{ref} , welches die gleiche Frequenz wie U_{sig} besitzt, multipliziert. Das Referenzsignal kann relativ zu dem Nutzsignal, phasenverschoben, und so mit dem Signal synchronisiert werden ($\Delta\Phi = 0$). Der nachfolgende Tiefpaß ($\tau = RC \gg 1/\omega_0$) integriert das Mischsignal $U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}}$ über mehrere Perioden der Frequenz ω_0 . Dadurch wird ein großer Teil der Rauschbeiträge, welche nicht mit der Frequenz des Nutzsignals synchronisiert sind, herausgemittelt. Durch dieses Verfahren wird am Ausgang eine zur Eingangsspannung U_{sig} proportionale Gleichspannung $U_{\text{out}} \propto U_0 \cdot \cos \Phi$ gemessen. Außerdem definiert dieser Tiefpass auch die Bandbreite des Restrauschens, wenn die Zeitkonstante $\tau = RC$ sehr groß gewählt wird, wird die Bandbreite $\Delta\nu = 1/(\pi RC)$ beliebig klein. So wird mit dem Lock-In-Verstärker ein Güte von $Q = 100000$ erreicht, während ein Bandpass nur Güten von $Q = 1000$ erreichen kann.

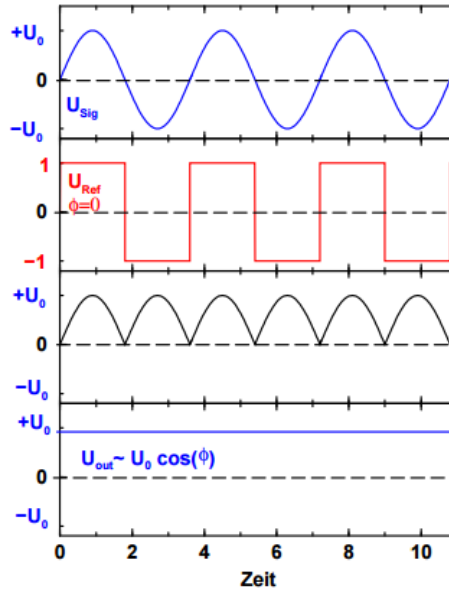


Abbildung 2: Signalverläufe. [1, S. 2]

In Abbildung 2 wird eine sinusförmige Signalspannung

$$U_{\text{sig}} = U_0 \sin(\omega t) , \quad (1)$$

betrachtet, die durch U_{ref} moduliert wird. U_{ref} hat dabei eine auf 1 normierte Amplitude, die bei einer positiven Signalspannung auf 1 steht und bei einer negativen Signalspannung auf -1 steht. Dadurch wird das Nutzsignal von einer Wechselspannung zu einer Gleichspannung geändert, um bei der Integration ein Ergebnis ungleich 0 zu erhalten. Die Rechteckspannung U_{ref} wird mit einer Fourierreihe genähert, die sich aus den ungeraden Harmonischen der Grundfrequenz ω zusammensetzt und die Form

$$U_{\text{ref}} = \frac{4}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right) \quad (2)$$

hat. Nach dem multiplizieren von der Signalspannung mit der Rechteckspannung folgt, dass

$$U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega t) - \dots \right) \quad (3)$$

ist. Das entspricht nun der geraden Oberwelle der Grundfrequenz ω_0 . Danach durchläuft die gerade Oberwelle den Tiefpassfilter und wird zu einer Gleichspannung, die proportional zur Signalspannung ist,

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 . \quad (4)$$

Wenn die Signalspannung und die Referenzspannung nicht in Phase sind folgt mit Abbildung 2 und Gleichung 4:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\Phi) . \quad (5)$$

1.1 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

1.1.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe x_1, \dots, x_n lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (6)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (7)$$

1.1.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn x_1, \dots, x_n fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (8)$$

1.1.3 Lineare Regression

Die Steigung und y-Achsenabschnitt einer Ausgleichsgeraden werden gegebenenfalls mittels Linearen Regression berechnet.

$$y = m \cdot x + b \quad (9)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (10)$$

$$b = \frac{\overline{x^2y} - \bar{x}\overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (11)$$

2 Durchführung und Aufbau

In Abbildung 3 sieht man den verwendeten modular aufgebauten Lock-In-Verstärker.

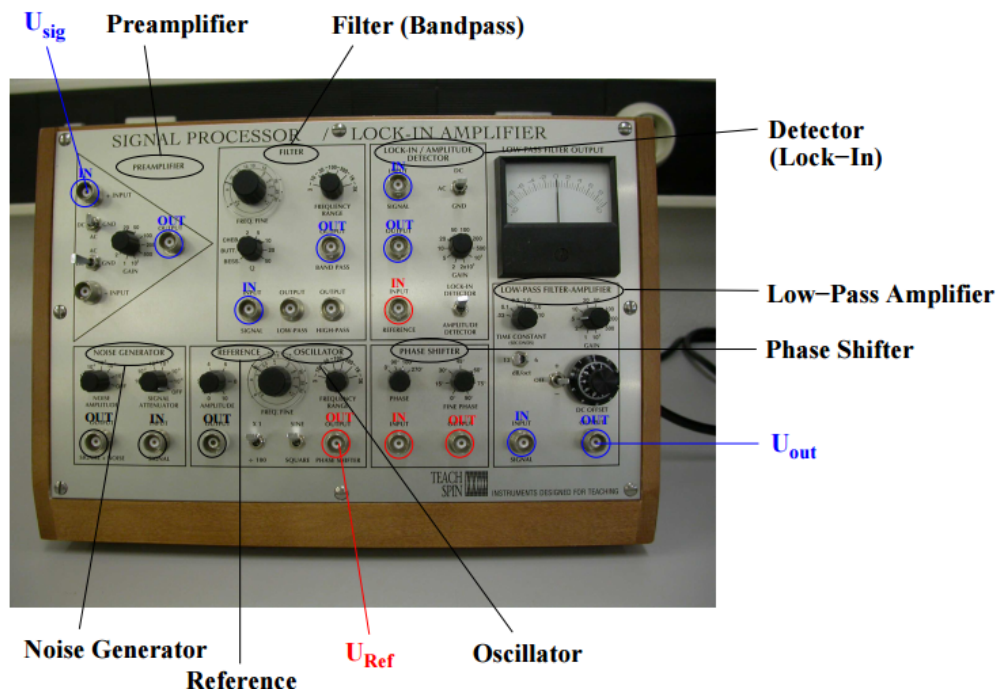


Abbildung 3: Im Versuch verwendeter Lock-In-Verstärker. [1, S. 3]

Im folgenden werden die einzelnen Module kurz erklärt:

- Der Vorverstärker verstärkt das eingehende Signal.
- Der Filter (Bandpass) filtert höhere und niedrigere Frequenzen aus dem Nutzsignal.
- Mit dem Lock-In / Detektor werden die Signal- und die Referenzspannung multipliziert und verstärkt.
- Mit dem Phasenverschieber wird die Phasenverschiebung zwischen Signal- und Referenzspannung eingestellt.
- Der Rauschgenerator kann ein Rauschen zu dem Nutzsignal hinzufügen.
- Der Funktionengenerator erzeugt das Nutz- und das Referenzsignal mit der Frequenz ω_0 .
- Der Tiefpassfilter / Verstärker gibt U_{out} aus und kann dieses noch verstärken.

2.1 Schaltung für die Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung

Als Erstes wird an dem rechten Ausgang des Funktionengenerators der Phasenverschieber angeschlossen, welcher mit dem unteren Eingang des Lock-In verbunden wird. Danach wird der linke Ausgang des Funktionengenerators mit dem Eingang des Rauschgenerators verbunden. Von dem Rauschgenerator wird nun eine Verbindung zum Vorverstärker hergestellt, der Vorverstärker wird nun mit dem Filter verbunden. Von dem Filter (Bandpass) soll eine Verbindung zum Lock-In-Verstärker hergestellt werden. Zuletzt wird von dem Ausgang des Lock-In-Verstärkers zu dem Eingang des Tiefpassfilters und dem Channel 1 des Oszilloskops eine Verbindung hergestellt. Der Aufbau wird schematisch in Abbildung 4 dargestellt.

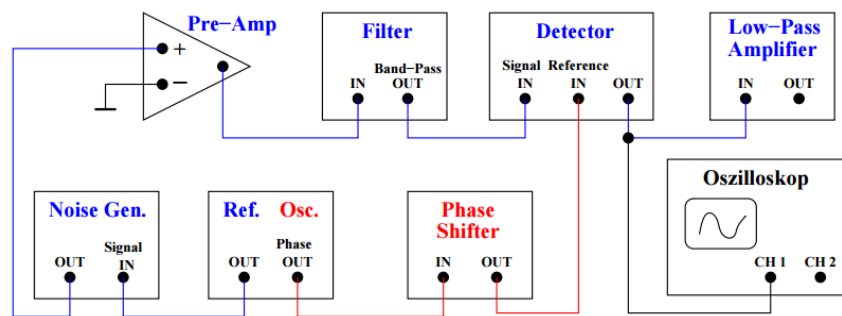


Abbildung 4: Schaltung für den ersten Versuch. [1, S. 4]

2.2 Photodetektorschaltung

Für die Photodetektorschaltung wird der Rauschgenerator aus der Schaltung entfernt und durch eine LED mit Photodetektor ersetzt. Die LED wird an den linken Ausgang des Funktionengenerators angeschlossen und der Photodetektor wird mit dem Vorverstärker verbunden. Die LED und der Photodetektor stehen sich auf einem Stab gegenüber. Der Abstand zwischen den beiden Bauteilen kann variiert werden und wird mit einer auf dem Stab angebrachten Millimeterskala gemessen. Der Aufbau wird schematisch in Abbildung 5 dargestellt.

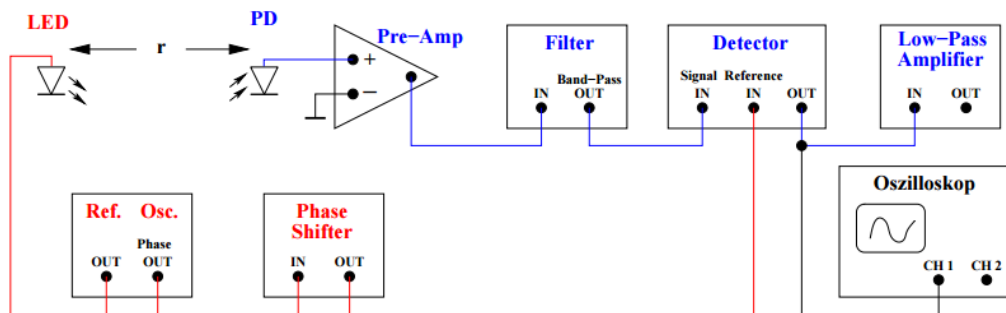


Abbildung 5: Die Photodetektorschaltung. [1, S. 5]

3 Auswertung

3.1 Funktionengenerator

Zunächst wird das Signal des Funktionengenerators auf dem Oszilloskop ausgegeben. Dort wird die Frequenz der gewählten Sinusfunktion auf 1 kHz justiert und eine Spannung von 52 mV gewählt. Anschließend wird der Aufbau wie in der Beschreibung aufgebaut. Dabei werden die Filter der Frequenz entsprechend auf 1 kHz angepasst und die Verstärkung am Low-Pass Amplifier auf 200 eingestellt. Der Noise Generator wird zunächst einmal überbrückt indem er auf off gestellt wird.

3.2 Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung

Ziel des Teilversuchs ist es, die Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_{out} von der Phasendifferenz ϕ der Eingangsspannung U_{sig} und der Referenzspannung U_{ref} genauer zu untersuchen. Zunächst wird eine offset Messung der Phasenverschiebung der beiden Spannungen durchgeführt. Dafür wird der Phasenwinkel solange justiert bis ein Oszilloskopausschlag wie in Bild 6 erscheint, was einem Phasenwinkel von $\phi = 0^\circ$ entspricht. Daran wird die Phasenskala für den weiteren Versuchsverlauf ausgerichtet. Mittels eines

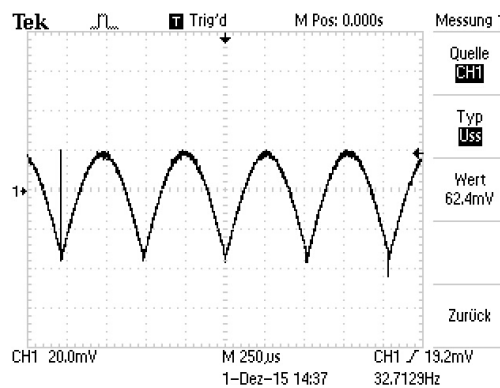


Abbildung 6: $\phi = 0^\circ$, offset Messung.

Tiefpasses wird die Spannung, durch den Innenwiderstand integriert und die Zeitlich gemittelte Spannung auf einem Messgerät ausgegeben. Nach Berücksichtigung der Verstärkung ergibt sich nach Formel 12 für eine Phasenverschiebung von $\phi = 0^\circ$ eine Spannung von

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{52 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{200} = 1.66 \cdot 10^{-4} \text{ V} \quad (12)$$

Nach Formel ?? werden die theoretischen und praktischen Spannungswerte ausgerechnet und in Tabelle 1 mit dem dazugehörigen Phasenwinkel aufgelistet. Abbildung 8 kann man entnehmen das die Gemessene Spannung den Theoretischen Erwartungswert qualitativ erfüllt.

ϕ	$U_{\text{theoretisch}} / 10^{-3} \cdot \text{V}$	$U_{\text{praktisch}} / 10^{-3} \cdot \text{V}$
0	33.1	32.5
30	28.6	27.5
60	16.5	12.5
90	0.0	2.5
120	-16.5	-17.5
150	-28.6	-30.0
180	-33.1	-35.0
210	-28.6	-27.5
240	-16.5	-12.5
270	0.0	2.5
300	16.5	17.5
330	28.6	30.0

Tabelle 1: U_{out} bei verschiedenen Phasen.

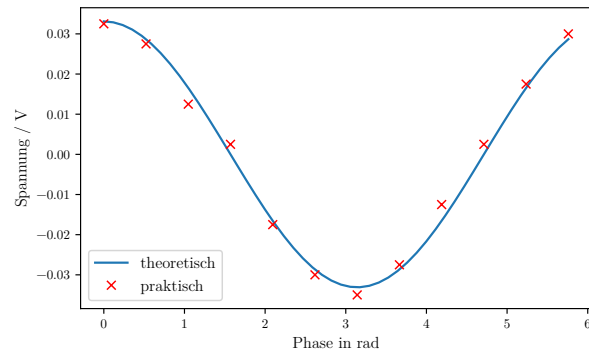


Abbildung 7: Spannungsverlauf

3.3 Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung unter Einfluss einer Störfrequenz

Für diesen Versuchsteil wird der Noisegenerator eingeschaltet. Dieser mischt Störfrequenzen der gleichen Amplitude bei und erzeugt somit ein stark verrauschtes Signal. Der Bandpass filtert schon ein Großteil der Störfrequenzen raus. Nach dem Mischen mit der Referenzspannung und der anschließenden Integration durch den Tiefpass, ergibt sich wieder eine zeitlich konstante Spannung, falls der Integrationszeitraum hinreichend groß gewählt wurde. Die dem Aufbau entnommene Messwerte werden analog zum vorherigen Aufgabenteil ausgewertet. Die Spannungen werden in Tabelle 2 ausgegeben und in Grafik 8 gegen die Phasenverschiebung aufgetragen.

ϕ	$U_{\text{theoretisch}} / 10^{-3} \cdot \text{V}$	$U_{\text{praktisch}} / 10^{-3} \cdot \text{V}$
0	33.1	32.5
30	28.6	27.5
60	16.5	10.0
90	0.0	0.0
120	-16.5	-17.5
150	-28.6	-30.0
180	-33.1	-35.0
210	-28.6	-30.0
240	-16.5	-15.0
270	0.0	2.5
300	16.5	17.5
330	28.6	30.0

Tabelle 2: U_{out} bei verschiedenen Phasen.

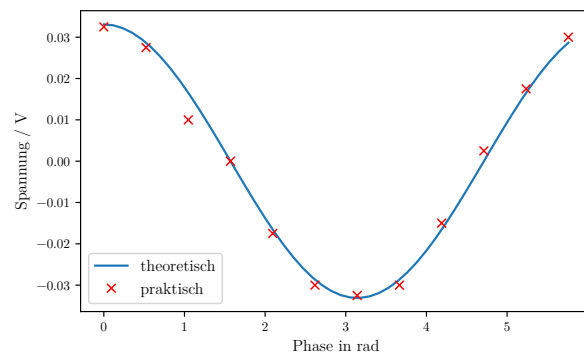


Abbildung 8: Spannungsverlauf

Für die verschiedenen Phasen ergeben sich durch die Multiplikation der Rechteckspannung mit der Sinusspannung verschiedene Graphen welche sich nach Formel 3 mittels einer

Fourierentwicklung berechnen lassen. Die zu den verschiedenen Phasen entsprechenden Graphen sind in Abbildung 9 und 10 zu sehen.

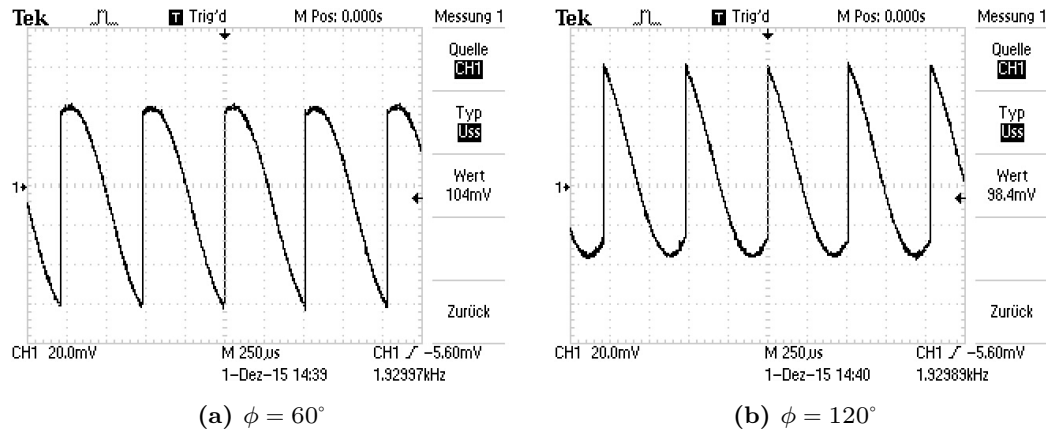


Abbildung 9: Fourierreihe für 60° und 120° Phasendifferenz

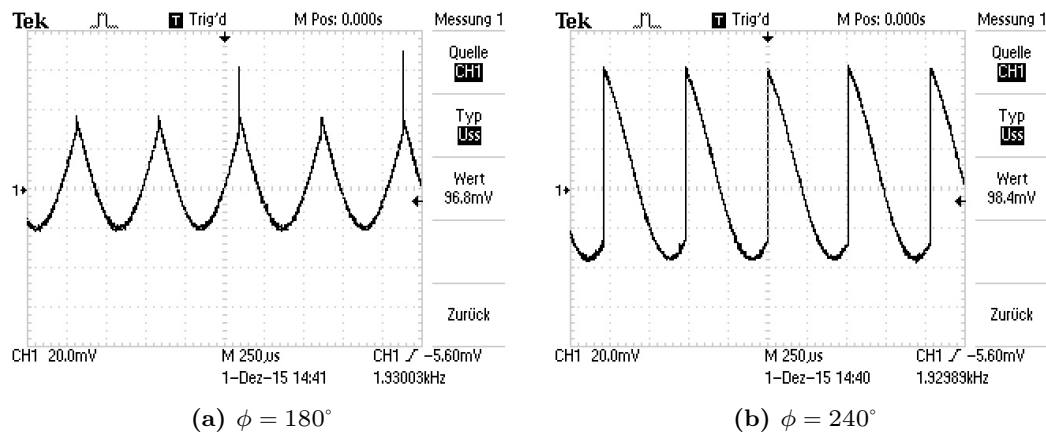


Abbildung 10: Fourierreihe für 180° und 240° Phasendifferenz

3.4 Signal-Abstandsreaktion einer LED

Aufgabe dieses Versuches ist die Signalstärke in Abhängigkeit des Abstandes zu messen. Der Lock-In-Verstärker dient dazu das durch die Umgebung verrauschte Signal zu filtern. Die LED wird mittels einer Rechteckspannung von 300 Hz betrieben. Durch justieren der Phasendifferenz soll die Spannung maximiert werden. Durch eine offset Messung, soll die Spannung der Photodiode vernachlässigt werden. Sie beträgt

$$U_{\text{offset}} = -0.001 \text{ V} \quad (13)$$

Die gemessenen Spannungen, deren Verstärkung und der Abstand r sind in Tabelle 3 aufgelistet. Dabei werden die gemessene Werte mit ihrer Verstärkung multipliziert und

die Offsetspannung von den Werten abgezogen.

$$U_{\text{ber}} = \frac{U_{\text{out}}}{\text{Gain}} - \frac{U_0}{1000} \quad (14)$$

r / m	$U_{\text{ber}} / 10^{-3} \text{ V}$
0.2	9.00
0.25	6.50
0.3	5.00
0.35	3.00
0.4	3.00
0.5	2.00
0.6	1.50
0.7	1.65
0.8	1.50
0.9	1.40
1.0	1.30
1.1	1.25
1.2	1.20
1.3	1.15
1.4	1.13
1.5	1.10
1.6	1.11
1.7	1.10
1.8	1.09

Tabelle 3: Signalabstandsrelation

Mit Hilfe einer Fitfunktion wird eine Ausgleichsrechnung der Einzelnen Messpunkten durchgeführt. Die Koeffizienten der Ausgleichsgraden

$$y = \alpha x + \beta \quad (15)$$

sind,

$$\alpha = -0.90 \pm 0.07 \quad (16)$$

$$\beta = -6.55 \pm 0.05 \quad (17)$$

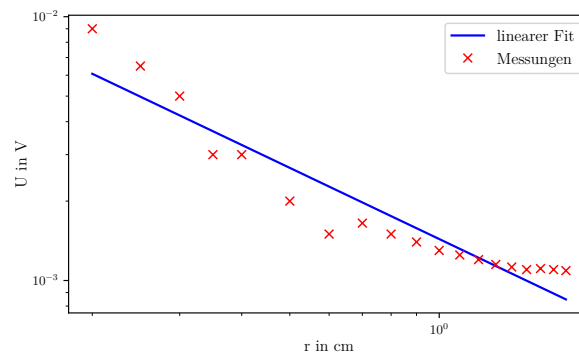


Abbildung 11: Signalabstandsrelation

4 Diskussion

Offensichtlich kann mit Hilfe des Gewählten Versuchsaufbaus kein r_{\max} gemessen werden. Auffällig ist auch, dass die Messpunkte nicht wirklich auf dem Fit liegen. Möglicherweise wurde die Photodiode bei entnahme der Messwerte von Schatten des Probanden bedeckt und mal nicht.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker*. 2014.