

US3

Doppler-Sonographie

Julian Hochhaus
julian.hochhaus@tu-dortmund.de

Niko Salewski
niko.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.06.2017

Abgabe: 13.06.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Versuchsaufbau	4
3.2 Versuchsbeschreibung	4
4 Auswertung	5
4.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit aus der Dopplerverschiebung .	5
4.2 Strömungsprofil	11
5 Diskussion	15
Literatur	16

1 Zielsetzung

Im vorliegenden Versuch sollen Strömungen mit dem Impuls-Echo-Verfahren auf ihre charakteristischen Eigenschaften untersucht werden. Diese sogenannte Doppler-Sonographie wird in der Medizin eingesetzt um Blutströmungen in Gefäßen oder im Herzen, zum Beispiel zur frühzeitigen Erkennung eines drohenden Herzinfarkts, sichtbar zu machen.

2 Theorie

Unter Ultraschall wird der Frequenzbereich oberhalb der Hörschwelle mit Frequenzen von 20 kHz bis 1 GHz verstanden. Die Ultraschall-Sonographie macht sich den Doppler-Effekt zur Untersuchung von Strömungen auf ihre charakteristischen Eigenschaften zunutze.

Unter dem **Doppler-Effekt** werden Änderungen der Frequenz, verursacht durch Relativbewegungen zwischen der Schallquelle und dem Empfänger, verstanden. Es treten hierbei zwei verschiedene Fälle auf, da die Schallwelle an ein Übertragungsmedium gekoppelt ist.

Bewegt sich die Schallquelle, und der Schallempfänger ruht, so staucht/streckt die Bewegung der Schallquelle zwischen zwei Wellenbergen die Wellenlänge des ausgesendeten Schalls. Die Frequenz, welche der ruhende Empfänger wahrnimmt, wird daher von der Ruhefrequenz ν_0 (keine Relativbewegung zwischen Quelle und Empfänger) zu einer höheren Frequenz ν_{kl} bzw. einer kleineren Frequenz ν_{gr} verschoben:

$$\nu_{kl/gr} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}}. \quad (1)$$

Bewegt sich stattdessen der Empfänger bei ruhender Quelle, so ändert sich die Wellenlänge nicht. Der Empfänger nimmt sie nur verkürzt/verlängert wahr, da er sich relativ zur Ausbreitung der Schallwelle bewegt. Der Empfänger nimmt die höhere Frequenz ν_h bzw. die geringere Frequenz ν_n wahr:

$$\nu_{h/n} = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right). \quad (2)$$

In der Doppler-Sonographie wird das Impuls-Echo-Verfahren verwendet, Empfänger und Sender befinden sich also am gleichen Ort.

Wie in Abbildung 1 dargestellt, dient zunächst die Ultraschallsonde als Sender und die in rot dargestellten Blutkörperchen bewegen sich als Empfänger bezüglich der Schallquelle (vgl. Formel (2)). Die Schallwelle wird an den roten Blutkörperchen reflektiert, sodass die Blutkörperchen zur Signalquelle werden und sich bezüglich des ruhenden Empfängers bewegen (vgl. Formel (1)). Für die Verschiebung der Frequenz der Ultraschallwelle

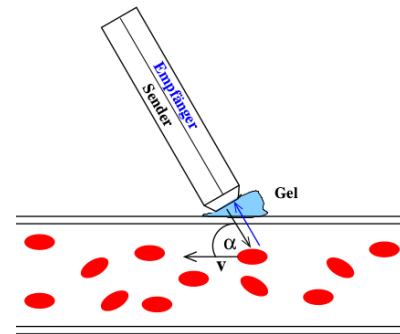


Abbildung 1: Darstellung der Messmethode unter Verwendung des Impuls-Echo-Verfahrens. [1]

bezüglich ν_0 ergibt sich:

$$\Delta\nu = 2 \cdot \nu_0 \frac{v}{c} \cos \alpha. \quad (3)$$

Hierbei ist v die Geschwindigkeit des Objekts (im Beispiel: das rote Blutkörperchen) und c die Schallgeschwindigkeit. Der sogenannte Dopplerwinkel α ist der Winkel zwischen der Geschwindigkeit \vec{v} und der Wellennormalen der ein- und auslaufenden Welle.

Ultraschallwellen können auf unterschiedliche Arten erzeugt werden. Im vorliegenden Fall wird der reziproke **piezo-elektrische Effekt** verwendet. Wird ein piezoelektrischer Kristall in ein elektrisches Wechselfeld gebracht, so entsteht aufgrund der Deformation des Kristalls eine elektrische Spannung an dessen Oberfläche. Durch das elektrische Wechselfeld, lassen sich, wenn eine polare Achse des Kristalls in Richtung des elektrischen Felds ausgerichtet ist, also Schwingungen anregen. Beim Schwingen strahlt der piezoelektrische Kristall Ultraschallwellen ab.

Der Kristall kann ebenso als Empfänger dienen, auftreffende Schallwellen regen diesen hierbei zum Schwingen an. Für die Untersuchung der Dopplerflüssigkeit steht ein Prisma mit drei festen Einstellflächen zur Verfügung, welche es ermöglichen, die Ultraschallsonde in festen Winkeln bezüglich der Strömungsrohre zu koppeln. Über das Brechungsgesetz nach Snellius für die Grenzfläche zwischen dem Prisma und der Dopplerflüssigkeit im Strömungsrohr und der Schallgeschwindigkeit c_P sowie der Schallgeschwindigkeit in der Dopplerflüssigkeit c_L lässt sich der Dopplerwinkel α berechnen zu:

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin \left(\sin \theta \cdot \frac{c_L}{c_P} \right). \quad (4)$$

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht zum Einen aus einer Strömungsrohre mit drei verschiedenen Außen- und Innendurchmessern (7 mm, 10 mm und 16 mm). Die Strömungsrohre ist mit einem Gemisch aus Wasser, Glycerin und Glaskugeln gefüllt. Den drei Teilrohren ist jeweils ein Doppler-Prisma (vgl. Abbildung 2) zugeordnet, dessen drei Flächen den festen Winkeln 15° , 30° und 60° entsprechen. Hiermit können drei feste Dopplerwinkel α bezüglich der Dopplerflüssigkeit realisiert werden, welche sich nach Formel (4) berechnen. Des Weiteren wird ein Ultraschall Doppler-Generator, eine Ultraschallsonde (Frequenz 2 MHz) und ein Rechner mit dem Programm FlowView verwendet, um die Messungen aufzunehmen. Außerdem wird eine Zentrifugalpumpe gebraucht, mit der die Strömungsgeschwindigkeit variiert wird.

3.2 Versuchsbeschreibung

Zuerst soll die Strömungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Doppler-Winkels bestimmt werden. Hierfür wird am Ultraschallgenerator das SAMPLE VOLUME auf LARGE gestellt. Für die drei Teilrohre mit verschiedenem Durchmesser wird jeweils für die drei Doppler-Winkel α die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ mit der Ultraschallsonde gemessen.

Die Frequenzverschiebung kann am Rechner abgelesen werden. Diese Messung wird für fünf verschiedene Geschwindigkeiten – also fünf verschiedene Pumpleistungen P der Zentrifugalpumpe – wiederholt.

Weiterhin wird das Strömungsprofil des Rohrs mit einem Innendurchmesser von 10 mm mit dem Prisma-Winkel von 15° bei maximaler Pumpleistung (70 %) erstellt. Dafür muss am Ultraschallgenerator das SAMPLE VOLUME auf SIMPLE gestellt werden. Die Messtiefe kann mit dem DEPTH-Regler variiert werden. Sie ist in μs angegeben. Der Umrechnungsfaktor in Acryl beträgt etwa $1 \mu\text{s} = 5/2 \text{ mm}$; in der Dopplerflüssigkeit hingegen $1 \mu\text{s} = 3/2 \text{ mm}$. Gestartet wird die Messung bei einer Eindringtiefe kurz vor der Dopplerflüssigkeit – bei $13 \mu\text{s}$ – und diese wird dann in $0,5 \mu\text{s}$ -Schritten bis zu einer Eindringtiefe von $19,5 \mu\text{s}$ hochgeregelt. Bei jedem Schritt wird die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ und der Streuintensitätswert am Rechner abgelesen. Die Messung wird für eine Pumpleistung von $P = 45,2 \%$ wiederholt.

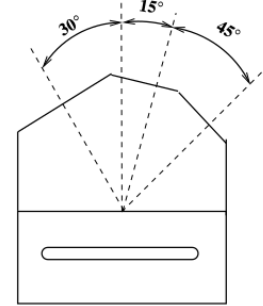


Abbildung 2: Schematische Darstellung des verwendeten Dopplerprisma. [1]

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit aus der Dopplerverschiebung

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit der Dopplerflüssigkeit aus der Dopplerverschiebung für die drei unterschiedlichen Rohre bei den drei Prismawinkeln.

		$\Delta\nu / \text{Hz}$							
		dick			mittel			dünn	
P		15°	30°	60°	15°	30°	60°	15°	30°
36	-61	98	-146	122	-195	403	220	-391	659
44	-85	134	-232	171	-317	610	330	-598	946
52	-122	220	-354	269	-470	610	525	-1000	1660
60	-171	305	-500	348	-654	1306	702	-1337	2051
68	-220	403	-580	458	-888	1428	930	-1650	2450

Die Messdaten zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit der Dopplerflüssigkeit sind in Tabelle 1 aufgetragen. Es wird das Verhältnis $\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit der Dopplerflüssigkeit bestimmt. Die Strömungsgeschwindigkeit wird mit den Durchmessern der Rohre sowie der maximalen Pumpleistung der Zentrifugalpumpe $P_{\text{max}} = 101/\text{min}$ berechnet. Weiterhin wurden die Dopplerwinkel mit

Formel (4) ermittelt. Es fällt auf, dass die Strömungsgeschwindigkeit bei geringerem Rohrdurchmesser steigt. Eine lineare Ausgleichsrechnung der Form $y = mx + b$ ergibt die in Tabelle 2 angegebenen Parameter. Diese zeigen nur geringe Abweichungen voneinander und ergeben im Mittel $m = (2,99 \pm 0,09)/\text{cm}$. Der theoretische Wert ergibt sich aus Formel (3) zu $m_{\text{theo}} = 2,22/\text{cm}$. Die zugehörigen Plots sind in den Abbildungen 3, 5 und 4 für das dünne Rohr, 6, 8 und 7 für das mittlere Rohr und 9, 11 und 10 für das dicke Rohr dargestellt.

Tabelle 2: Ergebnisse der linearen Ausgleichsrechnungen gemäß Formel (3).

Rohrdicke / Prismawinkel	m / 1/m	b / Hz
dick / 15°	3530 ± 270	-760 ± 120
dick / 30°	3530 ± 300	-830 ± 130
dick / 60°	2970 ± 160	-650 ± 70
mittel / 15°	2900 ± 200	-1610 ± 220
mittel / 30°	3040 ± 220	-1850 ± 250
mittel / 60°	2800 ± 600	-1600 ± 700
dünn / 15°	3000 ± 190	-3600 ± 400
dünn / 30°	2820 ± 140	-3370 ± 320
dünn / 60°	2340 ± 170	-2600 ± 400

Abbildung 3: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in dem dünnen Rohr.

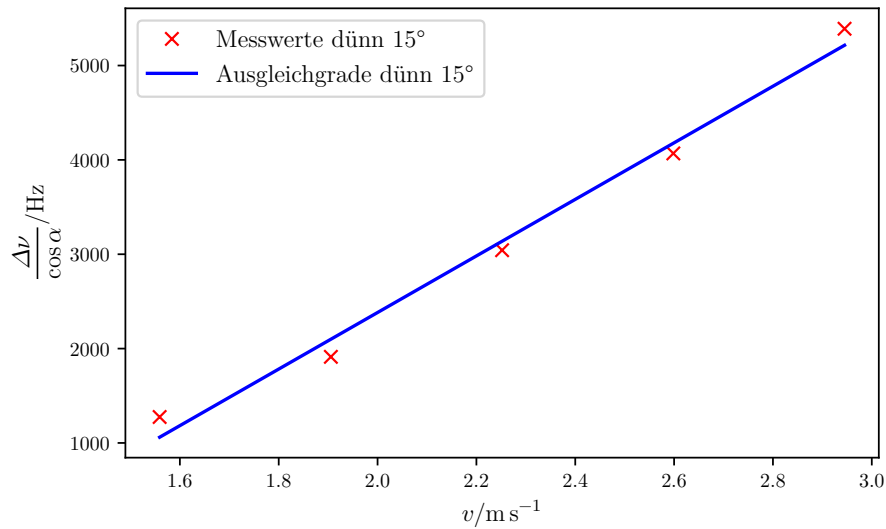


Abbildung 4: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in dem dünnen Rohr.

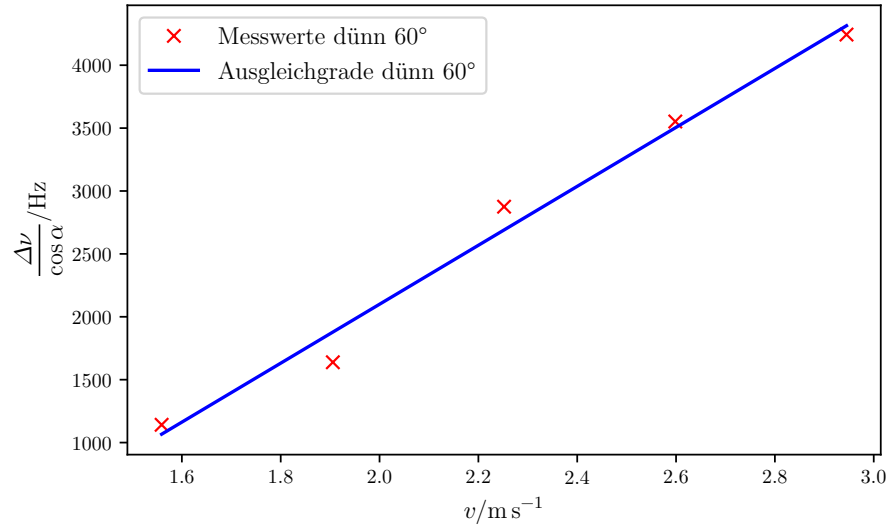


Abbildung 5: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in dem dünnen Rohr.

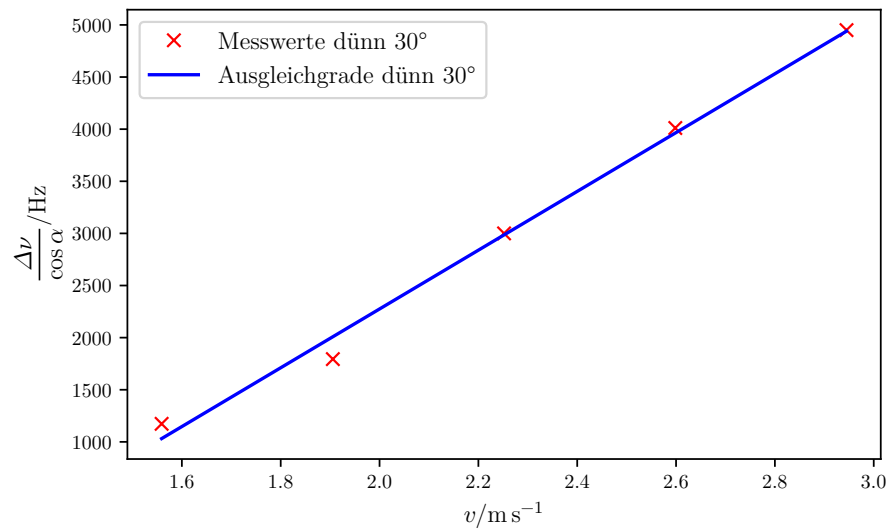


Abbildung 6: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in dem mittleren Rohr.

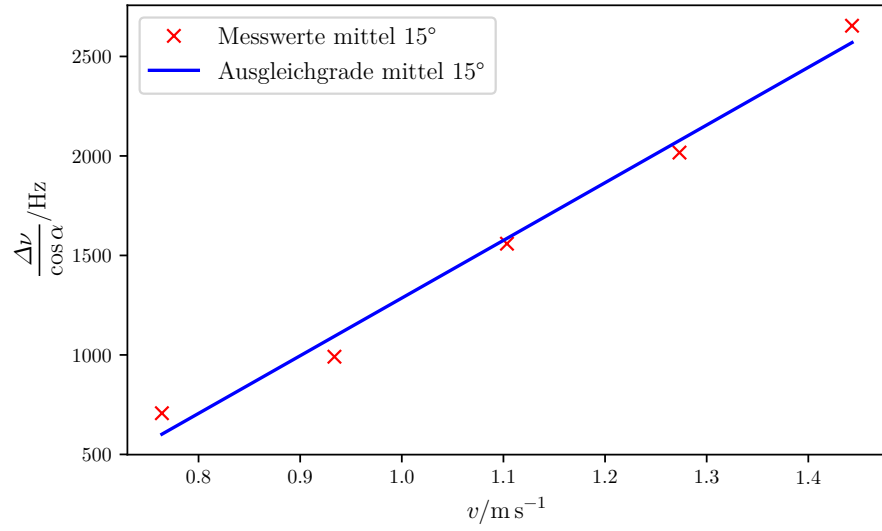


Abbildung 7: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in dem mittleren Rohr.

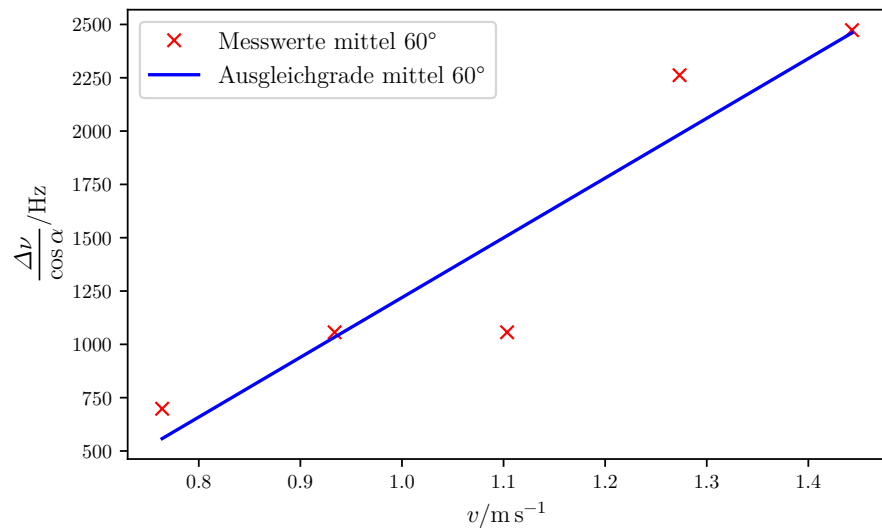


Abbildung 8: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in dem mittleren Rohr.

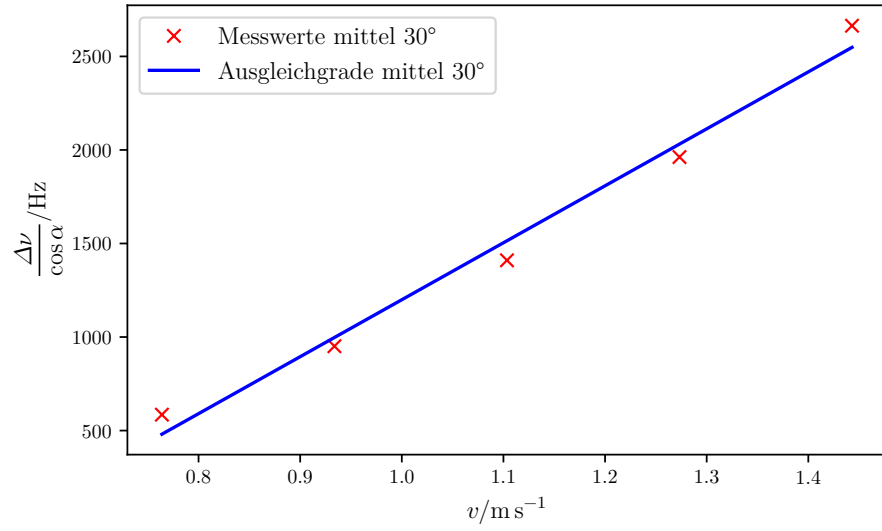


Abbildung 9: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in dem breiten Rohr.

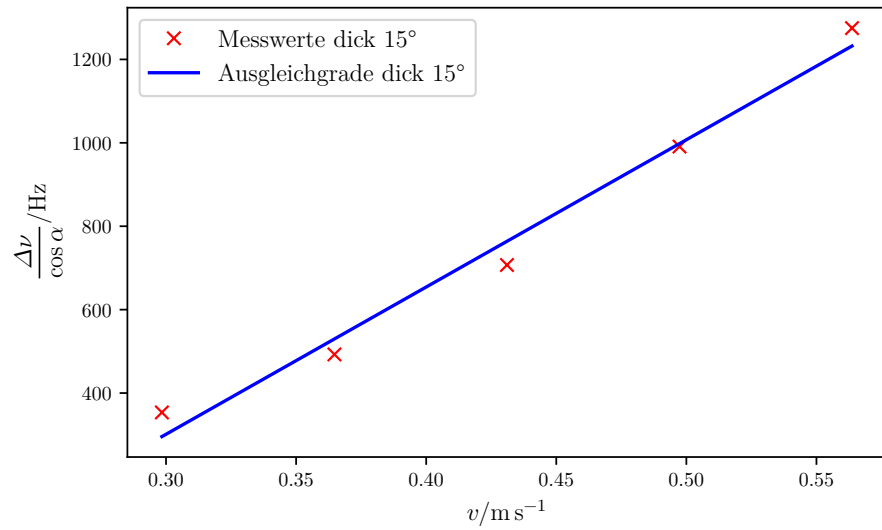


Abbildung 10: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in dem breiten Rohr.

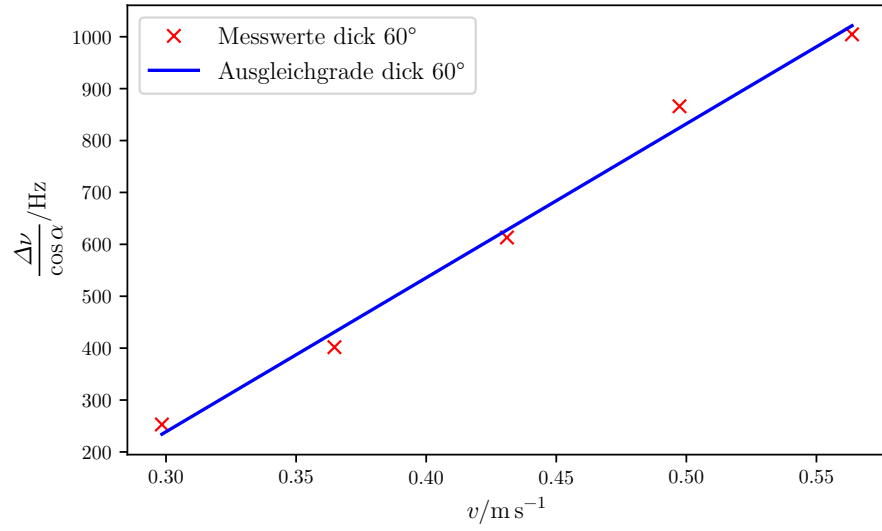
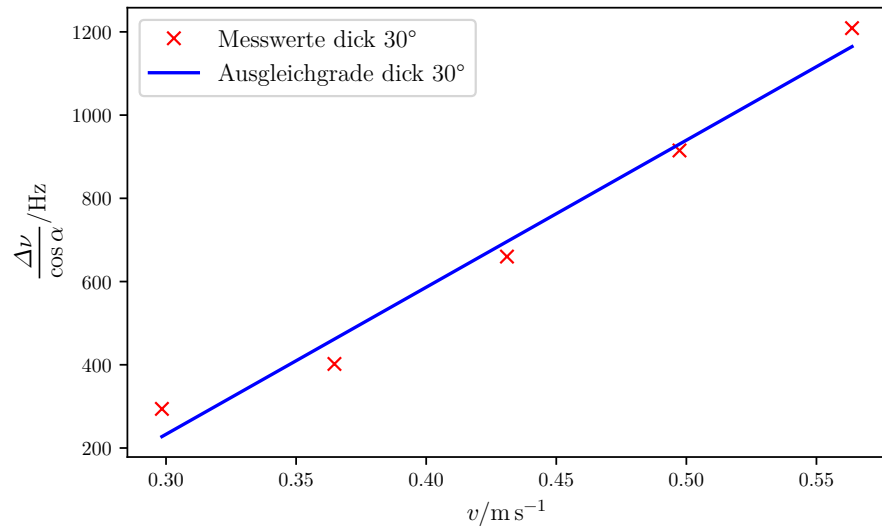


Abbildung 11: Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in dem breiten Rohr.



4.2 Strömungsprofil

Zur Untersuchung der Streuintensität und der Momentangeschwindigkeit in Abhängigkeit zur Eindringtiefe ist es zunächst notwendig, die Eindringtiefe x_{sec} welche in der Messung in Microsekunden aufgenommen wurde, in die Eindringtiefe x_{mm} in Millimetern umzurechnen. Es werden hierzu zunächst die Verhältnisse zwischen x_{sec} und x_{mm} für beide Materialien bestimmt.

Hierbei ist die Vorlaufstrecke, welche sich aus der Vorlaufstrecke im Prisma und der Wand der untersuchten Röhre ergibt, als $x_{\text{vor}} = 33,2 \text{ mm}$ ebenso bekannt, wie die Schallgeschwindigkeit im Prisma $c_P = 2700 \text{ m/s}$, in der Dopplerphantomflüssigkeit $c_L = 1800 \text{ m/s}$ sowie der Innendurchmesser der verwendeten Strömungsröhre $d_{\text{innen}} = 10 \text{ mm}$ nach Versuchsanleitung [1].

Da nicht bekannt ist, wie groß die Schallgeschwindigkeit im Röhrenmaterial ist, wurde für diese dieselbe Schallgeschwindigkeit wie im Prisma angenommen. Die Zeit, welche der Ultraschall benötigt, um die Vorlaufstrecke zu durchlaufen, ergibt sich nach

$$t = \frac{s}{v},$$

mit s als Vorlaufstrecke und $v = c_P$ zu:

$$t_{\text{vor}} \approx 12,29 \mu\text{s}.$$

Das Verhältnis zwischen Eindringtiefe in Mikrosekunden und Eindringtiefe in Millimetern ist daher $\frac{x_{\text{sec}}}{x_{\text{mm}}} = 0,37 \mu\text{s/mm}$ im Prisma. Vollkommen analog ergibt sich selbiges Verhältnis in der Dopplerphantomflüssigkeit zu $\frac{x_{\text{sec}}}{x_{\text{mm}}} = 0,556 \mu\text{s/mm}$.

Somit kann die gemessene Eindringtiefe x_{sec} in x_{mm} umgerechnet werden. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 4 für die Messung bei einer Pumpleistung von $P = 70 \%$ sowie in Tabelle 3 für $P = 45,2 \%$. Zudem sind dort die zugehörigen Streuintensitätswerte I_S sowie die Dopplerverschiebungen $\Delta\nu$ und die hieraus nach Formel (3) berechneten Momentangeschwindigkeiten v_{mom} eingetragen.

In Abbildung 12 und Abbildung 13 sind die gemessenen Streuintensitäten I_S gegen die berechnete Momentangeschwindigkeit v_{mom} aufgetragen. Für beide Pumpleistungen zeigt sich etwa das erwartete Bild. Der relativ gleichmäßige Anstieg der Streuintensität für eine Eindringtiefe bis etwa $x_{\text{mm}} = 43 \text{ mm}$ ist hierbei verursacht durch die Reflektion an der Dopplerflüssigkeit innerhalb der Röhre. Mit steigender Eindringtiefe steigt daher auch die Intensität der reflektierten Streuintensität I_S aufgrund der steigenden Zahl an stattfindenden Reflektionen und Streuungen an den Molekülen der Dopplerflüssigkeit mit größer werdender Eindringtiefe. Der große Anstieg der Streuintensität bei etwas über $x_{\text{mm}} = 43 \text{ mm}$ entsteht durch die große Reflektion der einlaufenden Ultraschallwelle an der Wand der Strömungsröhre. Diese wird verursacht durch den größeren Brechungskoeffizienten der Wand der Strömungsröhre gegenüber dem der Dopplerflüssigkeit.

In Abbildung 15 und Abbildung 14 sind die gemessenen Momentangeschwindigkeiten gegen die Eindringtiefe aufgetragen. Es zeigt sich ebenso für beide Pumpleistungen etwa das erwartete Bild. In der Mitte des Strömungsrohrs bei etwas über $x_{\text{mm}} = 38 \text{ mm}$ zeigt sich ein Maximum in der Strömungsgeschwindigkeit.

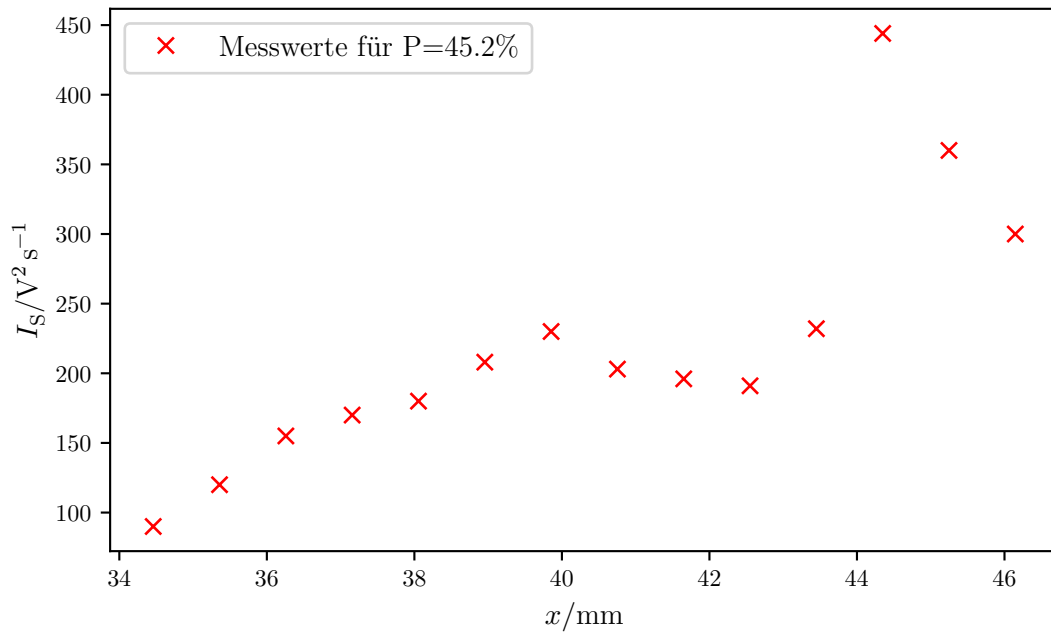


Abbildung 12: Streuintensität I_S aufgetragen gegen die Eindringtiefe x_{mm} bei einer Pumpleistung von 45,2 %.

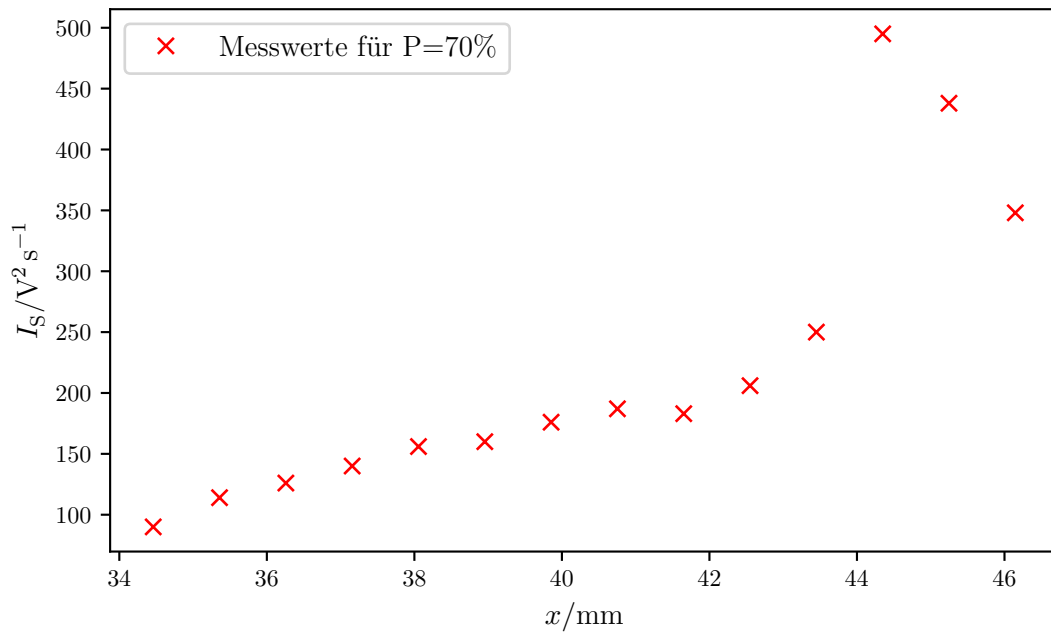


Abbildung 13: Streuintensität I_S aufgetragen gegen die Eindringtiefe x_{mm} bei einer Pumpleistung von 70 %.

Tabelle 3: Messdaten zur Berechnung des Strömungsprofil bei einer Pumpleistung von 45,2 %.

$x_{\text{sec}}/\mu\text{s}$	x_{mm}/mm	$I_{\text{S}}/\text{V}^2/\text{s}$	$\Delta\nu/\text{Hz}$	$v_{\text{mom}}/\text{m/s}$
13,0	34,5	90,0	220,0	0,574
13,5	35,4	120,0	232,0	0,605
14,0	36,3	155,0	269,0	0,702
14,5	37,2	170,0	305,0	0,795
15,0	38,1	180,0	317,0	0,827
15,5	39,0	208,0	305,0	0,795
16,0	39,9	230,0	281,0	0,733
16,5	40,8	203,0	269,0	0,702
17,0	41,7	196,0	232,0	0,605
17,5	42,6	191,0	226,0	0,589
18,0	43,4	232,0	244,0	0,636
18,5	44,3	444,0	256,0	0,668
19,0	45,2	360,0	244,0	0,636
19,5	46,1	300,0	256,0	0,668

Tabelle 4: Messdaten zur Berechnung des Strömungsprofil bei einer Pumpleistung von 70 %.

$x_{\text{sec}}/\mu\text{s}$	x_{mm}/mm	$I_{\text{S}}/\text{V}^2/\text{s}$	$\Delta\nu/\text{Hz}$	$v_{\text{mom}}/\text{m/s}$
13,0	34,5	90,0	439,0	1,145
13,5	35,4	114,0	490,0	1,278
14,0	36,3	126,0	562,0	1,466
14,5	37,2	140,0	623,0	1,625
15,0	38,1	156,0	647,0	1,687
15,5	39,0	160,0	623,0	1,625
16,0	39,9	176,0	574,0	1,497
16,5	40,8	187,0	500,0	1,304
17,0	41,7	183,0	439,0	1,145
17,5	42,6	206,0	421,0	1,098
18,0	43,4	250,0	500,0	1,304
18,5	44,3	495,0	500,0	1,304
19,0	45,2	438,0	500,0	1,304
19,5	46,1	348,0	500,0	1,304

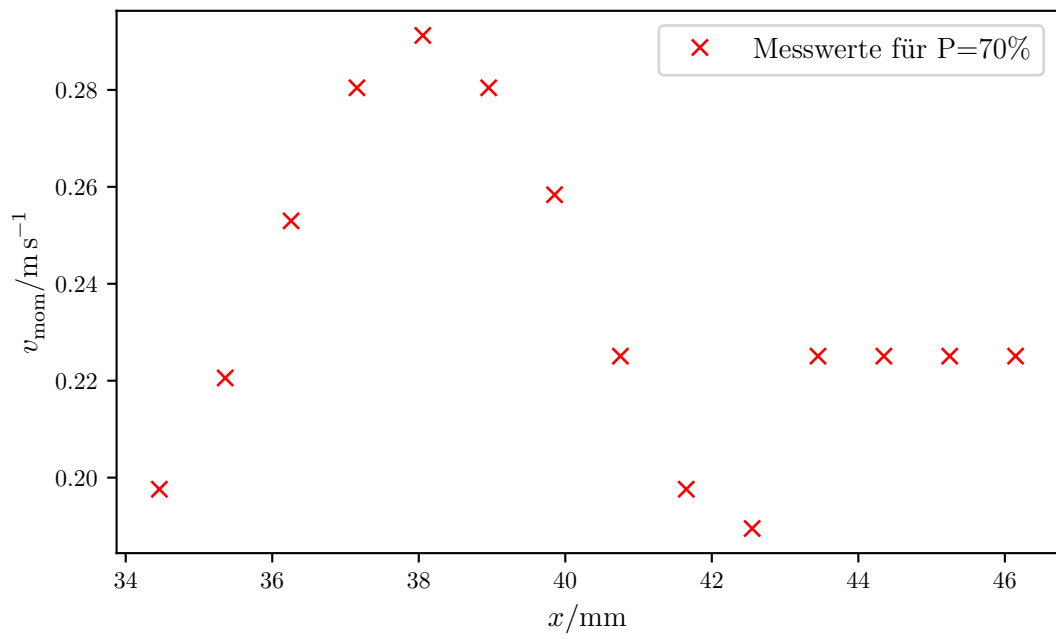


Abbildung 14: Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit bei einer Pumpleistung von 70%.

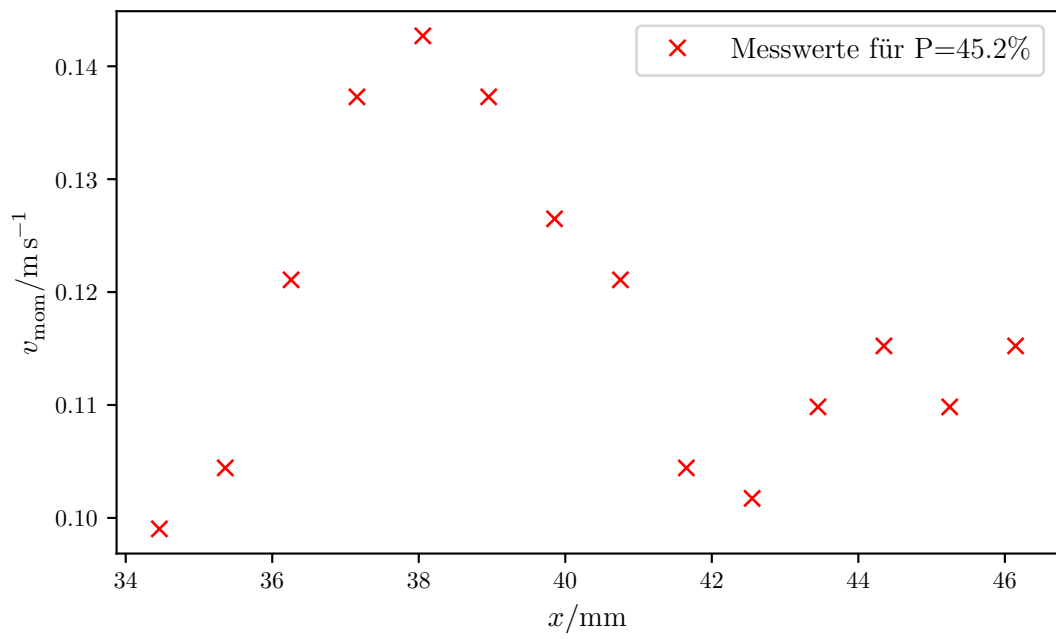


Abbildung 15: Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit bei einer Pumpleistung von 45,2%.

Allgemein zeigt sich ein parabelförmiger Verlauf der Momentangeschwindigkeit mit einem Maximum in der Mitte der Strömungsröhre. Dieser Verlauf ist typisch für laminare Strömungen.

Die Strömungsgeschwindigkeit ist hierbei am Rand des Strömungsrohres deutlich geringer als in der Mitte, da zwischen der Wand des Rohres und der Dopplerflüssigkeit stärkere Reibungseffekte auftreten als innerhalb der Dopplerflüssigkeit. Auf ein Molekül der Dopplerflüssigkeit in der Mitte des Strömungsrohres wirkt eine geringere Bremskraft aufgrund von Reibung als auf ein Molekül am Rand, somit prägt sich mittig des Strömungsrohres eine größere Strömungsgeschwindigkeit als am Rand aus.

5 Diskussion

Aus der Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit lässt sich erkennen, dass die Geschwindigkeit bei kleineren Rohrdurchmessern größer ist, was auch zu erwarten ist. Für die Konstante $2\frac{v_0}{c}$ gemäß Formel (3) ergibt sich eine Abweichung von 34,68 %. Bei der Betrachtung der Eindringtiefe wurden nicht die in der Anleitung angegebenen Verhältnisse zwischen der Eindringtiefe x_{sec} in Microsekunden und der Eindringtiefe x_m in Millimetern verwendet, da sich bei Verwendung dieser Verhältnisse für den Innendurchmesser des Rohres, welcher aus der Darstellung der Abhängigkeit der Streuintensität I_S von der Eindringtiefe bestimmt wurde, eine deutliche Abweichung vom erwarteten Wert zeigte. Abgelesen aus dem Plot wurde der Innendurchmesser so zunächst bestimmt zu $d = 8,5 \text{ mm}$, dies entspricht einer Abweichung von 15% zu den Kenndaten der Messapparatur. Die Verhältnisse wurden daher exakter berechnet. Mit den so berechneten Verhältnissen ergibt sich der Innendurchmesser im Rahmen von Ableseungenauigkeiten genau zum erwarteten Wert des Versuchsaufbau. Bei der Betrachtung des Strömungsprofil zeigt sich nahezu exakt der erwartete parabelförmige Verlauf. Es zeigt sich zudem, dass die in der Versuchsbeschreibung angegebene Näherung zwischen der Eindringtiefe x_{mm} und der Eindringtiefe x_{sec} nur in grober Näherung richtig ist. Bei der im vorliegenden Versuch verwendeten besseren Näherung zeigt sich, dass theoretisch noch mindestens ein Messpunkt bei geringerer Eindringtiefe hätte aufgenommen werden müssen, um das gesamte Strömungsprofil innerhalb des Strömungsrohr analysieren zu können. Bei der Betrachtung des Strömungsprofil zeigt sich zudem deutlich, wie ungenau die Messdaten aufgenommen werden konnten. Für den Bereich außerhalb der Dopplerflüssigkeit wird eine konstante Strömungsgeschwindigkeit angenommen. In der Messung mit Pumpleistung $P = 45,2 \%$ zeigen sich allerdings Schwankungen, welche auf Ablesefehler zurückzuführen sind. Für die Streuintensität I_S zeigt sich ebenfalls bei einer Pumpleistung $P = 45,2 \%$ einige kleinere Abweichungen vom erwarteten Verlauf. Auch hier werden Ablesefehler als Grund vermutet, da sich in der Messung für eine Pumpleistung von $P = 70 \%$ ziemlich genau der erwartete Verlauf zeigt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 602, Röntgenemission-und -absorption*. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/RoentgenAbs.pdf> (besucht am 28.05.2017).