

V406 Beugung am Spalt

Tobias Rücker

tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Paul Störbrock

paul.stoerbrock@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.06.2020, Abgabe: 23.06.2020

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
3 Versuchsaufbau und Durchführung	3
4 Auswertung	4
5 Diskussion	5
Literatur	6
Appendix	7

1 Ziel

Durch die Beugung von Licht an Objekten deren Größe kleiner als der Durchmesser des Strahls ist, lässt sich auf die Gestalt des beugenden Objekts zurückschließen. In der Forschung wird dies angewandt, um zum Beispiel auf die Struktur von Materialien zurückschließen zu können. Daher wird im folgenden die Breite eines Einzelspalts über die Intensitätsverteilung der gebeugten Lichtstrahlen bestimmt.

2 Theorie

Die Beugung von Licht beschreibt eine Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen, die nicht den Gesetzen der geometrischen Optik entspricht. Dabei gibt es zwei verschiedene Arten der Beugung, die fresnelsche und die fraunhofersche Beugung. Bei der fresnelschen Beugung ist die Lichtquelle im Endlichen und es erscheinen divergente Strahlenbündel. Bei der fraunhoferschen Beugung liegt die Lichtquelle im Unendlichen und es treten parallele Lichtbündel auf, welche ebene Wellenfronten bilden. Dadurch werden alle Strahlen unter dem gleichen Winkel φ interferieren. Im weiteren Verlauf wird die fraunhofersche Näherung betrachtet, wobei die folgende Abbildung die Situation am Spalt beispielhaft wiedergibt.

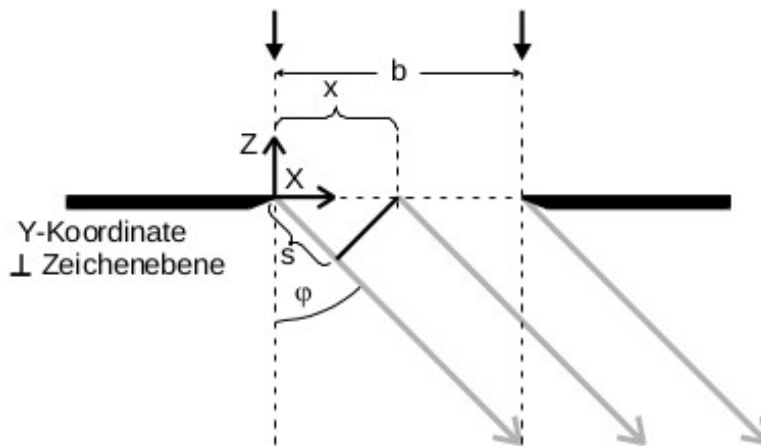


Abbildung 1: Beispielhafte Darstellung der Beugung an einem Einzelspalt [1]. Auf der Abbildung ist ein Einzelspalt der Breite b dargestellt, durch welchen Licht mit Wellenlänge λ unter einem Winkel φ gebeugt wird. Das x stellt dabei den Abstand zweier Lichtstrahlen bei einer gleichmäßigen Betrachtung des Spaltes als Beispiel dar. S stellt den Wegunterschied dar.

Um Beugungsphänomene zu beobachten wird eine Breite b des Spaltes gewählt, welche im Vergleich zu seiner Länge groß ist, sodass das ganze auf ein eindimensionales Problem reduziert werden kann. Als Lichtquelle eignet sich dafür ein Laser. Die vom Laser ausgesendeten ebenen Wellen treffen auf den Einzelspalt und nach dem Huygenschen Prinzip bildet jeder Punkt einer Welle eine Kugelwelle. Das Beugungsmuster der Welle

entsteht dann durch die Interferenz der einzelnen Kugelwellen. Die Beugungsfunktion sieht dabei folgendermaßen aus

$$B(\varphi) = A_0 b \frac{\sin(\eta)}{\eta} \quad \text{mit} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} [1]. \quad (2)$$

λ ist hierbei die Wellenlänge des einfallenden Lichts und A_0 die Amplitude der einfallenden Welle.

Als Graph sieht die Funktion dabei wie folgt aus:

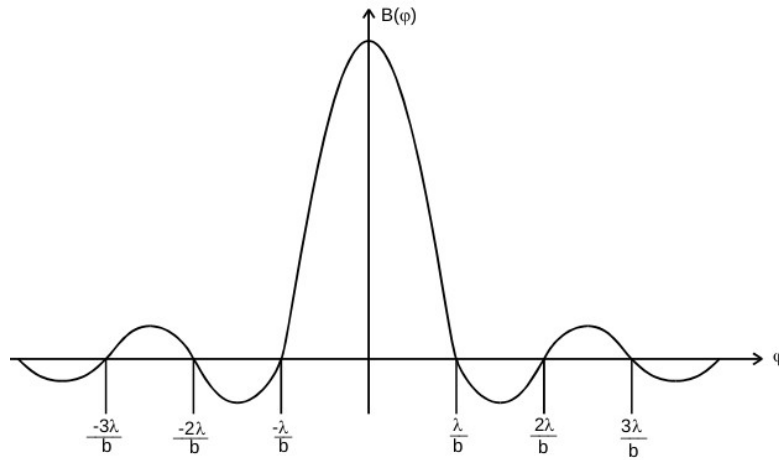


Abbildung 2: Darstellung der Beugungsfunktion[1]. In der Abbildung wird der theoretische Verlauf der Gleichung (1) gezeigt. Dabei ist $B(\varphi)$ auf der y-Achse und φ auf der x-Achse eingetragen. Die auf der x-Achse angegebenen Punkte stellen die Nullstellen der Beugungsfunktion dar.

Die Nullstellen sind dabei an den Stellen

$$\sin \varphi_n = \pm n \frac{\lambda}{b} [1], \quad (3)$$

wobei n eine natürliche Zahl ist. Da die Beugung $B(\varphi)$ aufgrund der hohen Lichtfrequenzen nur schwer messbar ist, wird stattdessen die Intensität $I(\varphi)$

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \left\{ \frac{\lambda}{\pi b \sin \varphi} \right\}^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right) [1] \quad (4)$$

gemessen.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Bei dem Einzelspalt-Experiment wird ein Laser auf einem Stativ befestigt und dieses auf eine Messschiene befestigt. Dann wird eine Blendenhalterung mit einem Stativ mit etwas Abstand zum Laser auf der Schiene befestigt. Zuletzt wird in einer Entfernung L auf der Messschiene ein Photoelement auf einem Verschiebereiter befestigt. Dieser wird an ein Amperemeter angeschlossen. Dies sieht beispielsweise so aus:

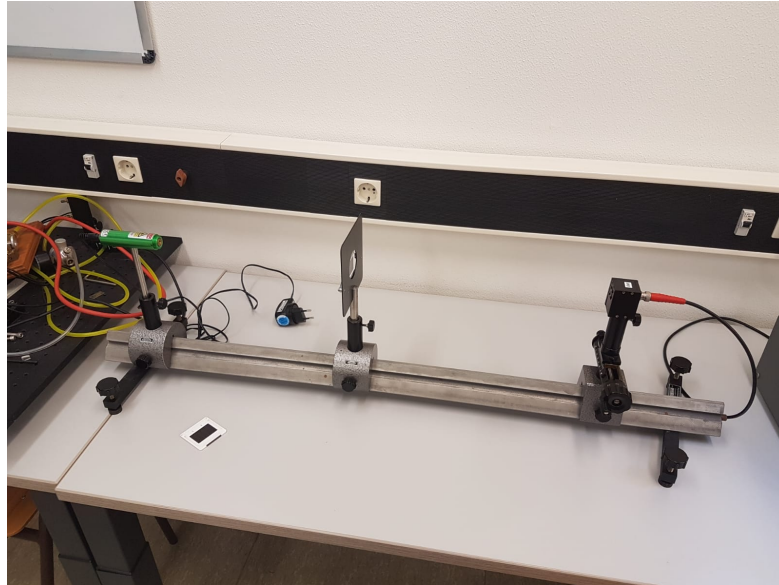


Abbildung 3: Beispielhafter Aufbau eines Einzelspalt-Experiments.

Links ist ein Laser auf einem Stativ, welches sich auf einer Messschiene befindet, angebracht. In der Mitte befindet sich die Blendenhalterung und rechts das Photoelement auf einem Verschiebereiter. Das Licht des Lasers erzeugt dann durch die Blende in der Halterung ein Interferenzbild, welches vom Photoelement an den verschiedenen Winkeln gemessen wird

Zuerst wird der Dunkelstrom des Photoelement gemessen, indem die Stromstärke bei verdeckter Öffnung bestimmt wird.

Dann wird der Laser in Richtung der Blende und parallel zur Messschiene ausgerichtet. Dann wird der Punkt, auf dem der Laser auf dem Verschiebereiter zeigt, mit dem Photoelement bestimmt. Dann wird ein Einzelspalt in die Halterung eingebracht, so dass das Licht durch den Spalt geht. Danach werden ausgehend vom Hauptmaximum rechts und links ca. 50 Messwerte aufgenommen.

4 Auswertung

Alle Plots in der Auswertung werden mit matplotlib [2] erstellt und alle Fehler mit uncertainties [4] und numpy [5] berechnet.

Bei der Durchführung des Experiments wird ein Laser der Wellenlänge $\lambda = 532 \text{ nm}$ verwendet. Der Einzelspalt hat eine Breite von $d = 0,1 \text{ mm}$ und der Abstand von der Blende zum Verschiebereiter beträgt $L = (39,3 \pm 0,1) \text{ cm}$.

Die Tabelle 1 mit den Messwerten für die folgende Graphik befindet sich im Anhang.

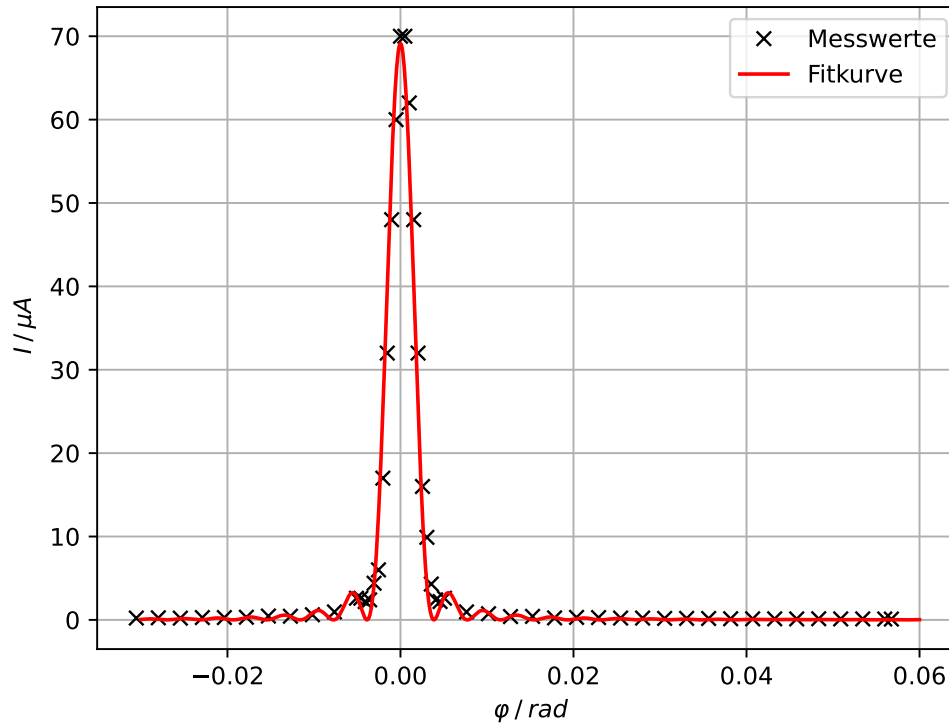


Abbildung 4: Plot der Intensität des Beugungsbildes eines Einzelspalts der Breite $0,1 \text{ mm}$. [2]

Aufgetragen ist hier die Intensität in Form der gemessenen Stromstärke gegen den Beugungswinkel in rad. Der Beugungswinkel wird hierbei mithilfe von Formel (5) berechnet. Die Fitkurve wird mithilfe von curvefit aus Scipy [3] und der Gleichung (6a) erstellt.

Für die x-Werte werden die kleinen Winkel φ durch

$$\varphi \approx \tan(\varphi) = \frac{b - b_0}{L} \quad (5)$$

genähert. Hierbei sind b die Werte auf dem Verschiebereiter und b_0 der Punkt des Maximums. Hier wird das Maximum bei $b_0 = 27,7 \text{ mm}$ gewählt.

Die Fitkurve wird hier mit der Funktion `curvefit` aus Scipy [3] erstellt.
Die Fitfunktion und die Fitparameter lauten hierbei:

$$I(\varphi) = A^2 \cdot b^2 \operatorname{sinc}\left(\frac{b \sin \varphi}{532 \text{ nm}}\right) \quad (6a)$$

$$A = 60,4 \pm 1,3 \quad (6b)$$

$$b = (0,138 \pm 0,003) \text{ mm} \quad (6c)$$

Hierbei ist die Funktion Sinus cardinalis definiert als

$$\operatorname{sinc} x = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}. \quad (7)$$

Dabei entsteht aus der Fitfunktion die Formel (4), wenn für

$$A = b^2 A_0^2 \quad (8)$$

$$x = \frac{b \sin \varphi}{532 \text{ nm}} \quad (9)$$

gewählt wird. Der Punkt, bei dem im Fit durch 0 geteilt wird, wird dabei automatisch ignoriert.

5 Diskussion

Der angegebene Wert für die Breite des Einzelspalts beträgt

$$b_{\text{lit}} = 0,1 \text{ mm}. \quad (10)$$

Daraus lässt sich der relative Fehler mit dem berechneten b aus Gleichung (6c) berechnen

$$b_{\text{rel. Fehler}} = \frac{b - b_{\text{lit}}}{b_{\text{lit}}} \quad (11)$$

$$b_{\text{rel. Fehler}} = 37,64 \% . \quad (12)$$

Eine Erklärung für den Fehler könnte unter anderem die Näherung in Gleichung (5) darstellen, da es eben nur eine Näherung ist und nicht die genauen Verhältnisse widerspiegelt. Zudem sind alle Messungen unter Lichteinfall durchgeführt worden, welche auch von dem Photoelement als Untergrund gemessen worden ist. Zudem könnte der Laser nicht perfekt auf den Spalt ausgerichtet worden sein, wodurch das Beugungsbild verändert werden würde.

Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.406 Beugung am Spalt. 2020.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.

Appendix

Tabelle 1: In der Tabelle sind die Messwerte aus dem Versuch mit dem Einzelspalt notiert. Gemessen wird die Verschiebung auf dem Verschiebereiter b gegen die vom Photoelement gemessene Stromstärke I .

b / mm	$I / \mu A$	b / mm	$I / \mu A$
50,0	0,10	28,7	16,00
49,7	0,11	28,5	32,00
48,7	0,12	28,3	48,00
47,7	0,12	28,1	62,00
46,7	0,14	27,9	70,00
45,7	0,12	27,7	70,00
44,7	0,13	27,5	60,00
43,7	0,13	27,3	48,00
42,7	0,14	27,1	32,00
41,7	0,17	26,9	17,00
40,7	0,18	26,7	6,00
39,7	0,18	26,5	4,40
38,7	0,22	26,3	2,40
37,7	0,22	26,1	2,20
36,7	0,28	25,9	2,60
35,7	0,30	25,7	2,60
34,7	0,24	24,7	0,96
33,7	0,42	23,7	0,62
32,7	0,40	22,7	0,44
31,7	0,74	21,7	0,46
30,7	0,96	20,7	0,32
29,7	2,60	19,7	0,28
29,5	2,20	18,7	0,28
29,3	2,40	17,7	0,21
29,1	4,30	16,7	0,25
28,9	9,90	15,7	0,22