

V46

## Der Faraday-Effekt

Samuel Haefs

samuel.haefs@tu-dortmund.de

David Venker

david.venker@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.01.2023

Abgabe: 19.01.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Halbleiter . . . . .	3
2.2 Faraday-Effekt . . . . .	4
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Maximale Feldstärke des externen Magnetfelds . . . . .	6
4.2 Effektive Masse der Leitungselektronen . . . . .	8
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der effektiven Masse der Kristallelektronen in n-dotiertem Galliumarsenid. Dazu wird die Faraday-Rotation ausgenutzt und die Drehung von einem linear polarisierten Lichtstrahl gemessen.

## 2 Theorie

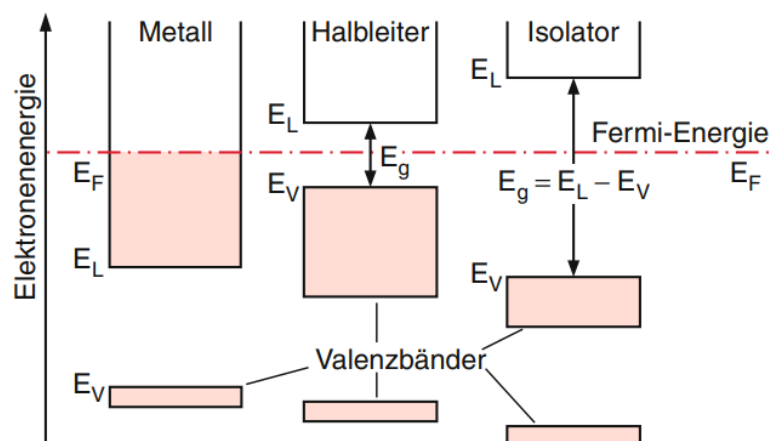
### 2.1 Halbleiter

Das Bändermodell unterteilt Festkörper je nach Bandstruktur in eine von drei Klassen ein. Sind im Leitungsband eines Festkörpers im Grundzustand bereits Zustände von Elektronen besetzt, spricht man von einem Metall. Dort gibt es keine Bandlücke zwischen Leitungs- und Valenzband und die Elektronen können immer Strom leiten. Wenn die Bandlücke des Festkörpers kleiner ist als etwa 6 bis 7 eV nennt man ihn Halbleiter. Halbleiter sind durch thermische Anregung in der Lage Zustände im Leitungsband zu füllen und somit Strom zu leiten. Wenn die Bandlücke diesen Schwellenwert überschreitet, ist es nicht mehr möglich Elektronen in das Leitungsband anzuregen und der Festkörper wird Isolator genannt.

Den Elektronen im Kristall kann eine effektive Masse zugeordnet werden. Diese beinhaltet die Einflüsse der ortsabhängigen Potentiale und erlaubt die Elektronen als frei zu behandeln. Die effektive Masse ist definiert als

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left( \frac{d^2 E}{dk_i dk_j} \right)^{-1}. \quad (1)$$

Eine Übersicht über die drei Klassen von Festkörpern ist in Abbildung 1 dargestellt. Die



**Abbildung 1:** Übersicht des Bändermodells von Halbleitern. Dargestellt sind die Unterschiede zwischen Metallen, Halbleitern und Isolatoren [1].

Halbleiter können dotiert werden, dabei werden Fremdatome in den Kristall eingebaut.

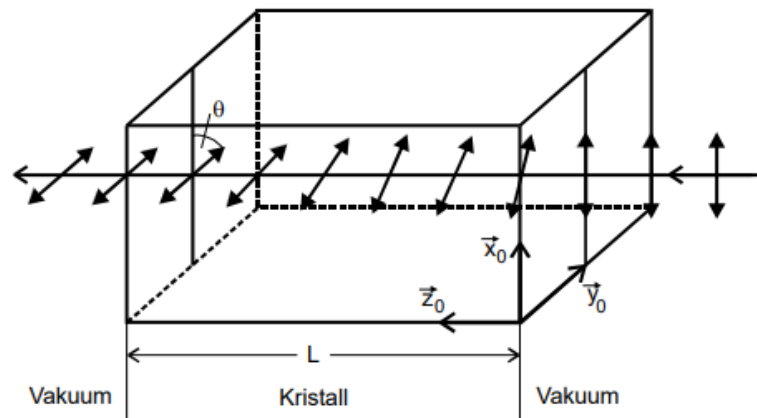
Diese Fremdatome besitzen mehr oder weniger freie Elektronen, wodurch entweder die Anzahl freier Elektronen oder die Anzahl Löcher erhöht werden kann. Im Fall der n-Dotierung wird ein Atom mit mehr freien Elektronen eingebaut, wodurch unterhalb des Leitungsbandes sogenannte Donatorniveaus entstehen. Für diese Niveaus ist die Bandlücke deutlich kleiner, wodurch weniger Energie aufgewendet werden muss.

## 2.2 Faraday-Effekt

Der Faraday-Effekt beschreibt die Drehung von linear polarisiertem Licht um einen bestimmten Winkel innerhalb eines doppelbrechenden Materials parallel zu einem B-Feld. Das linear polarisierte Licht kann in einen links- und rechts-zirkularen Teil zerlegt werden. Beide Bestandteile des Lichts besitzen im Medium verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten und die resultierende lineare Polarisation dreht sich. Der Winkel um den sich das Licht dreht ist gegeben durch

$$\theta = \frac{e^3 \lambda^2 N B L}{8 \pi^2 \epsilon_0 c^3 m^{*2} n}. \quad (2)$$

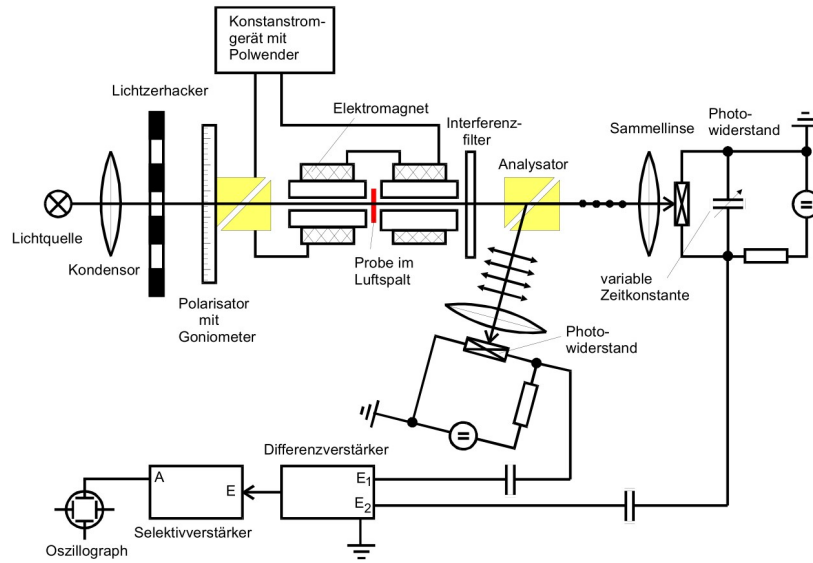
Dabei ist  $B$  die Stärke des Magnetfeldes,  $m^*$  die effektive Masse der Elektronen,  $N$  die Donatorkonzentration,  $n$  der Brechungsindex und  $L$  die Probendicke. Der Faraday-Effekt ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung der Drehung des linear polarisierten Lichts [2].

## 3 Durchführung

Der Versuchsaufbau zur experimentellen Bestimmung der effektiven Masse von Leitungselektronen mittels Faraday-Effekt ist in Abbildung 3 dargestellt. Die Galliumarsenid-Probe ist transparent für Licht im Infrarotbereich. Eine Halogen-Lampe emittiert Licht im



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zur Bestimmung der effektiven Masse von Leitungselektronen mittel Faraday-Rotation. [2]

sichtbaren bis Infrarot-Bereich. Mithilfe einer Linse (Kondensor) wird der Lichtstrahl parallelisiert und auf den Lichtzerhacker abgebildet. Als Lichtzerhacker wird eine rotierende Sektorscheibe bezeichnet. Dieser „zerstückelt“ den Lichtstrahl in Lichtimpulse, dabei kann die Frequenz eingestellt werden.

Die Lichtimpulse treffen auf ein Glan-Thompson-Prisma, das hier die Funktion eines Polarisators hat. Linear polarisiertes Licht (parallel zur optischen Achse des Prismas) tritt aus dem Polarisator aus und trifft auf die Probe. Es existiert ein weiterer Lichtstrahl mit senkrecht zur optischen Achse linear polarisiertem Licht. Dieser tritt aus dem Prisma aus und erfüllt keine weitere Funktion in diesem Aufbau. Das Glan-Thompson-Prisma kann dabei um die optische Achse gedreht werden und der Rotationswinkel  $\theta$  von einem Goniometer abgelesen werden.

Die Probe befindet sich in einem Luftspalt zwischen zwei Magneten, die mit einem Konstantstromgerät gespeist werden. Das Magnetfeld verläuft entlang der Flugrichtung der Photonen. Als Probe liegt eine hochreine und zwei n-dotierte Galliumarsenid-Proben in Form einer Scheibe vor, die jederzeit ausgetauscht werden können.

Der aus dem Medium austretende Lichtstrahl trifft auf einen Interferenzfilter. Durch Verwendung verschiedener Interferenzfilter kann der Faraday-Effekt in Abhängigkeit der Wellenlänge untersucht werden.

Ein weiteres Glan-Thompson-Prisma teilt den linear polarisierten Lichtstrahl in senkrecht und parallel polarisierte Anteile (im Bezug auf die optische Achse) auf. Die Lichtstrahlen treffen jeweils auf eine Sammellinse, die das Bild scharf auf einen Photowiderstand aus dem Material PbS abbildet. Der elektrische Widerstand ist dabei proportional zur Lichtintensität. Eine Konstantspannungsquelle ist über einen Vorwiderstand an den Photowiderstand angeschlossen und es wird der Spannungsabfall gemessen. Über einen

Kondensator wird die Wechselspannung (verursacht durch den Lichtzerhacker) ausgekoppelt.

Die Signalspannungen beider Photowiderstände werden auf die Eingänge eines Differenzverstärkers gegeben. Dabei ist das Ausgangssignal proportional zu der Differenz der beiden gemessenen Spannung bzw. Lichtintensitäten. Stimmt die Ausrichtung des ersten Glan-Thompson-Prisma (Rotationswinkel  $\theta$ ) mit der Faraday-Rotation überein, so ist die Differenz minimal. Es wird mit hoher Auflösung festgestellt ob die von den Photowiderständen gemessenen Intensitäten gleich sind.

Die großen Widerstände in den Photodetektoren ( $1\text{ M}\Omega$ ) verursachen Rauschspannungen. Um Untergrundsignale zu reduzieren wird die Wechsellichtmethode verwendet. Das Ausgangssignal des Differenzverstärkers wird in ein Selektivverstärker gegeben. Dieser verstärkt ein schmales Frequenzband, wobei die Frequenz an dem Verstärker eingestellt wird. Sie sollte mit der Frequenz des Lichtzerhackers übereinstimmen.

Das Ausgangssignal des Selektivverstärkers wird auf einem Oszilloskop visualisiert.

Nach der Justierung des Strahlengangs, beginnt die Messung der Faraday-Rotation. Bei maximal eingestelltem Magnetfeld wird der Winkel  $\theta_1$  des ersten Glan-Thompson-Prismas so eingestellt, dass die Differenz der Signale beider Photowiderstände auf dem Oszilloskop minimal ist. Anschließend wird das Magnetfeld umgepolt und erneut der Winkel  $\theta_2$  variiert und gemessen.

Für neun verschiedene Wellenlängen wird die Faraday-Rotation gemessen. Dazu werden die gewünschten Interferenzfilter mit Wellenlängen im Bereich  $1,07\text{ }\mu\text{m}$  bis  $2,65\text{ }\mu\text{m}$  in die vorgesehene Stelle im Aufbau (siehe Abbildung 3) eingesetzt.

Zum Schluss wird mit einer Hall-Sonde die Magnetfeldstärke im Bereich der Probe ermittelt.

## 4 Auswertung

### 4.1 Maximale Feldstärke des externen Magnetfelds

Zur Bestimmung des Magnetfelds am Ort der Probe wird die mit einer Hallsonde gemessene Feldstärke  $B(x)$  in Abhängigkeit des Ortes  $x$  in Tabelle 1 betrachtet. Die  $x$ -Achse liegt dabei parallel zum einfallenden Lichtstrahl. Eine Ausgleichsrechnung mit der quadratischen Funktion

$$B(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (3)$$

führt zu den Parametern:

$$a = (-1,400 \pm 0,038) \text{ mT/mm}^2$$

$$b = (2,900 \pm 0,076) \cdot 10^2 \text{ mT/mm}$$

$$c = (-1,400 \pm 0,038) \cdot 10^4 \text{ mT}$$

Messungen am äußeren Bereich des Magnetfelds werden dabei nicht berücksichtigt, da der quadratische Verlauf von  $B(x)$  nur in der Nähe des Magnetfeldmaximums gegeben

**Tabelle 1:** Gemessene Magnetfeldstärke  $B$  in Abhängigkeit des Ortes  $x$ , wobei die  $x$ -Achse parallel zum Lichtstrahl verläuft. Der Nullpunkt der  $x$ -Achse ist hier willkürlich gewählt.

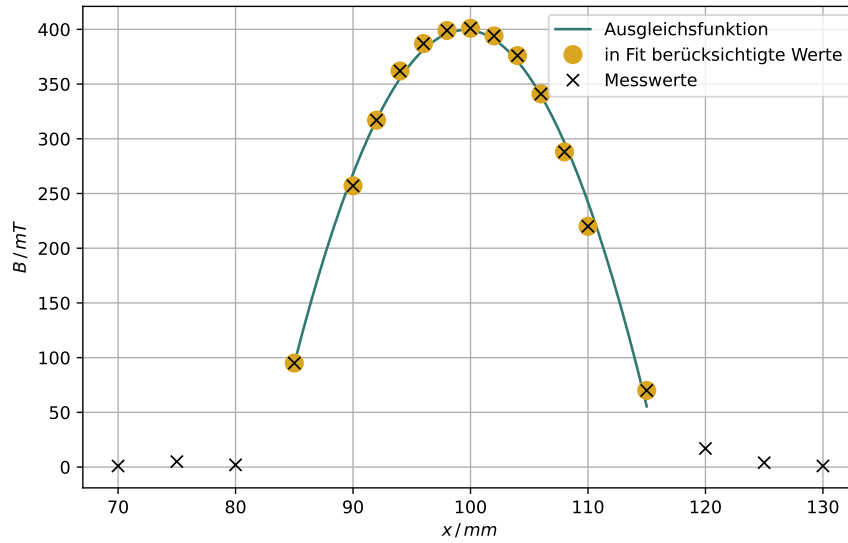
$x / \text{mm}$	$B / \text{mT}$
70	1
75	5
80	2
85	95
90	257
92	317
94	362
96	387
98	399
100	401
102	394
104	376
106	341
108	288
110	220
115	70
120	17
125	4
130	1

ist. Diese und folgende Ausgleichsrechnungen werden über die Methode der kleinsten Quadrate (*scipy.optimize.curve\_fit*[3]) durchgeführt.

In Abbildung 4 ist die quadratische Ausgleichsfunktion und die verwendeten Messwerte dargestellt. Es wird angenommen, dass sich die Probe am Ort mit maximaler Feldstärke befindet. Mithilfe der Funktion *scipy.optimize.fmin*[3] wird die maximale Magnetfeldstärke auf

$$B_{\max} = 399,49 \text{ mT} \quad (4)$$

bestimmt.



**Abbildung 4:** Magnetfeldstärke  $B$  in Abhängigkeit des Ortes  $x$ , wobei die  $x$ -Achse parallel zum Lichtstrahl verläuft und eine quadratische Ausgleichsfunktion. Die maximale Feldstärke entspricht der Feldstärke am Ort der Galliumarsenid-Probe.

## 4.2 Effektive Masse der Leitungselektronen

In diesem Abschnitt wird mittels gemessener Faraday-Rotation die effektive Masse der Leitungselektronen zweier n-dotierten Galliumarsenid-Proben bestimmt. Tabelle 2 beinhaltet die Messwerte der hochreinen Galliumarsenid-Probe und Tabelle 3 der n-dotierten Galliumarsenid-Probe mit Ladungsträgerkonzentration  $N_1 = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$  bzw. Tabelle 4 mit  $N_2 = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ . Aus dem gemessenen Winkel  $\theta_1$  bei angelegtem Magnetfeld  $B_{\max}$  und  $\theta_2$  bei umgepolten Magnetfeld  $-B_{\max}$  ergibt sich der Rotationswinkel der Polarisationssebene nach

$$\theta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}.$$



Die Rotationswinkel werden auf die Dicke  $d$  der jeweiligen Probe normiert, dabei gilt für die Probendicke:

$$d_{\text{rein}} = 5,11 \text{ mm} \quad (5)$$

$$d_{N_1} = 1,36 \text{ mm} \quad (6)$$

$$d_{N_2} = 1,296 \text{ mm} \quad (7)$$

Die berechneten Rotationswinkel  $\theta$  bzw. normierten Rotationswinkel  $\theta/d$  sind in den genannten Tabellen jeweils für die drei Proben zu finden.

**Tabelle 2:** Gemessene Winkel  $\theta_1, \theta_2$  für spezifische Wellenlängen  $\lambda$  und der daraus resultierende Rotationswinkel  $\theta$  bzw. normiert auf die Probendicke  $\theta/d$  für hochreines Galliumarsenid.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / \text{rad}$	$\frac{\theta}{d} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
1.060	89.08	65.50	0.206	40.275
1.290	81.03	66.67	0.125	24.535
1.450	78.43	68.33	0.088	17.248
1.720	78.88	68.33	0.092	18.017
1.960	72.92	65.50	0.065	12.666
2.156	69.17	64.50	0.041	7.970
2.340	49.48	44.23	0.046	8.966
2.510	33.58	29.97	0.032	6.176
2.650	65.10	60.75	0.038	7.429

**Tabelle 3:** Gemessene Winkel  $\theta_1, \theta_2$  für spezifische Wellenlängen  $\lambda$  und der daraus resultierende Rotationswinkel  $\theta$  bzw. normiert auf die Probendicke  $\theta/d$  für n-dotiertes Galliumarsenid mit Ladungsträgerkonzentration  $N_1 = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ .

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / \text{rad}$	$\frac{\theta}{d} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
1.060	78.07	67.42	0.093	68.337
1.290	72.05	65.33	0.059	43.099
1.450	72.80	68.67	0.036	26.522
1.720	70.67	64.83	0.051	37.430
1.960	67.50	61.42	0.053	39.035
2.156	63.67	57.25	0.056	41.174
2.340	45.58	38.83	0.059	43.312
2.510	27.42	26.00	0.012	9.090
2.650	63.02	55.87	0.062	45.879

**Tabelle 4:** Gemessene Winkel  $\theta_1, \theta_2$  für spezifische Wellenlängen  $\lambda$  und der daraus resultierende Rotationswinkel  $\theta$  bzw. normiert auf die Probendicke  $\theta/d$  für n-dotiertes Galliumarsenid mit Ladungsträgerkonzentration  $N_2 = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ .

$\lambda / \mu\text{m}$	$\theta_1 / ^\circ$	$\theta_2 / ^\circ$	$\theta / \text{rad}$	$\frac{\theta}{d} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
1.060	78.83	65.33	0.118	90.903
1.290	72.83	61.25	0.101	77.997
1.450	75.50	68.50	0.061	47.135
1.720	76.17	66.08	0.088	67.896
1.960	69.92	61.25	0.076	58.357
2.156	69.17	60.50	0.076	58.357
2.340	52.00	39.83	0.106	81.925
2.510	27.22	12.58	0.128	98.534
2.650	67.98	54.50	0.118	90.790

In Abbildung 5 sind die normierten Rotationswinkel  $\theta/d$  gegen das Quadrat der Wellenlänge  $\lambda^2$  für die hochreine und beide n-dotierten Galliumarsenid-Proben aufgetragen. Zur Bestimmung der effektiven Masse der Leitungselektronen darf nur die von diesen Elektronen verursachte Faraday-Rotation ausgewertet werden. Dazu wird die Differenz von  $\theta/d$  der n-dotierten Proben mit der hochreinen Probe gebildet. Die resultierenden Winkel sind in Abhängigkeit von  $\lambda^2$  in Abbildung 6 dargestellt. Eine Ausgleichsrechnung der Form

$$\frac{\theta}{d} = a \cdot \lambda^2 \quad (8)$$

wird mit den Wertepaaren  $(\lambda^2, \theta/d)$  für die beiden n-dotierten Proben durchgeführt. Der Parameter  $a$  ergibt sich für die n-dotierte Probe mit Ladungsträgerkonzentration  $N_1$  bzw.  $N_2$  zu

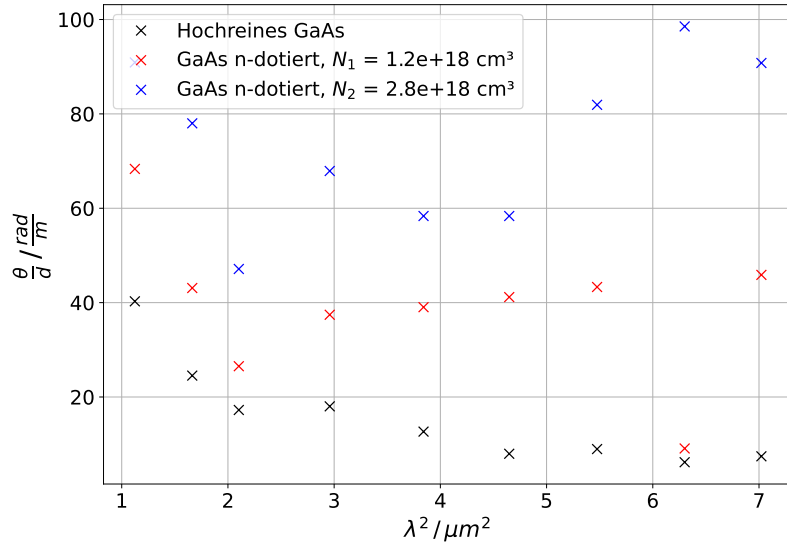
$$a_{N_1} = (5,1 \pm 1,1) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3},$$

$$a_{N_2} = (1,35 \pm 0,14) \cdot 10^{13} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3}.$$

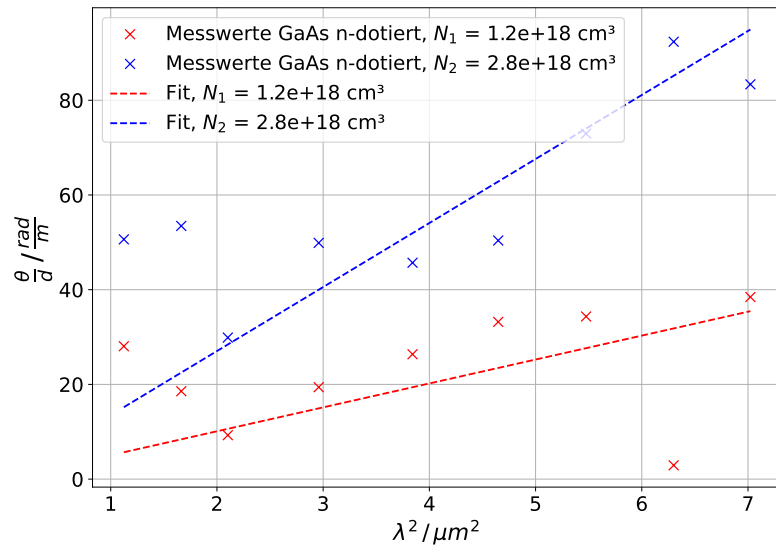
Die Ausgleichskurve ist für beide n-dotierten Proben in Abbildung 6 abgebildet. Vergleicht man die Ausgleichsfunktion Gleichung 8 mit Gleichung 2 und identifiziert den Fit-Parameter  $a$ , so folgt für die effektive Masse  $m^*$

$$a = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{m^{*2}} \frac{NB_{\max}}{n} \quad (9)$$

$$\Rightarrow m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{a} \frac{NB_{\max}}{n}}. \quad (10)$$



**Abbildung 5:** Normierte Faraday-Rotation  $\frac{\theta}{d}$  in Abhängigkeit der Wellenlänge zum Quadrat  $\lambda^2$  für die hochreine und n-dotierten Galliumarsenid-Proben.



**Abbildung 6:** Differenz der normierten Faraday-Rotation der n-dotierten Proben mit der reinen Probe  $\frac{\theta}{d}$  in Abhängigkeit der Wellenlänge zum Quadrat  $\lambda^2$ . Die Ausgleichsrechnung folgt der Funktion  $\frac{\theta}{d} = a \cdot \lambda^2$ .

Der Brechungsindex für Galliumarsenid  $n = 3.346$  wird der Literatur [5] entnommen. Die effektive Masse der Leitungselektronen wird somit auf

$$\begin{aligned} m_{N_1}^* &= (7,9 \pm 0,9) \cdot 10^{-32} \text{ kg} &= (0,086 \pm 0,009) m_e \\ m_{N_2}^* &= (7,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-32} \text{ kg} &= (0,081 \pm 0,004) m_e \end{aligned}$$

bestimmt.

## 5 Diskussion

Zur Bestimmung des externen Magnetfelds das auf die Galliumarsenid-Probe wirkt, wurde angenommen dass die Probe am Ort mit maximaler Feldstärke positioniert ist. Diese Annahme konnte bei der Messung bestätigt werden. Am Ort der Probe wurde das maximale Magnetfeld gemessen.

Die effektive Masse der ersten n-dotierten Probe mit Ladungsträgerkonzentration  $N_1 = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  bzw. der zweiten Probe mit  $N_2 = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  wird auf

$$\begin{aligned} m_{N_1}^* &= (0,086 \pm 0,009) m_e, \\ m_{N_2}^* &= (0,081 \pm 0,004) m_e \end{aligned}$$

bestimmt. Im Vergleich zum Literaturwert  $m_{\text{lit}}^* = 0,067 m_e$  [4] weicht die experimentell bestimmte effektive Masse der ersten Probe um  $\Delta m_{N_1}^* = 29\%$  und der zweiten Probe um  $\Delta m_{N_2}^* = 20\%$  ab. Die Abweichungen können auf Messunsicherheiten zurückgeführt werden. Bei der Messung des Rotationswinkels  $\theta$  wird der Winkel des Polarisationsfilter so eingestellt, dass am Oszilloskop die minimale Amplitude erscheint. Diese Methode weist eine große Unsicherheit im gemessenen Winkel auf, da das Minimum häufig nicht eindeutig zu bestimmen ist.

Dies ist auch in den Messwerten, insbesondere für die n-dotierte Probe mit Ladungsträgerkonzentration  $N_2$  zu erkennen. Exemplarisch stellt der gemessenen Winkel  $\theta$  bei der Wellenlänge  $2,51 \mu\text{m}$  einen Ausreißer dar (siehe Abbildung 6) und passt nicht zu dem erwarteten Verlauf. Eine verbesserte Justierung des Strahlengangs und die Optimierung der Parameter am Selektivverstärker könnte das Signal verbessern und somit zu eindeutigen Minima führen.

## Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer-Verlag, 2016.
- [2] TU Dortmund. *V46 - Faraday-Effekt*. 2019.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] PJPRB Lawaetz. „Valence-band parameters in cubic semiconductors“. In: *Physical Review B* (1971).

- [5] DTF Marple. „Refractive index of GaAs“. In: *Journal of Applied Physics* (1964).