

V406

Beugung am Spalt

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.06.2018

Abgabe: 12.06.2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Fresnelsche und Fraunhofersche Lichtbeugung	3
2.2 Lichtbeugung am Einzel- und Doppelspalt	4
3 Durchführung	6
4 Auswertung	6
4.1 Beugung am Einzelspalt	6
4.2 Beugung am Doppelspalt	8
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

Im vorliegenden Versuch wird die Beugung des Lichtes an einem Einzel- und an zwei Doppelspalten untersucht, indem aus der Beugungsfigur die Eigenschaften des jeweiligen Spalts bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Fresnelsche und Fraunhofersche Lichtbeugung

Trifft Licht auf eine Öffnung, deren Abmessungen in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes entsprechen, so tritt Beugung auf und es kann in der Beobachtungsebene eine Beugungsfigur beobachtet werden, welche die Intensität I des Lichtes in Abhängigkeit des Beugungswinkels ϕ beschreibt. Wird das Licht als Welle aufgefasst, so kann dieser Effekt mit dem Huygensschen Prinzip erklärt werden. Dieses besagt, dass jeder Punkt der Wellenfront der Ursprung einer neuen kugelförmigen Elementarwelle ist, deren Einhüllende die neue Wellenfront ergibt.

Dabei wird im wesentlichen zwischen zwei verschiedenen Beugungsarten unterschieden, der Fresnelschen und der Fraunhoferschen Lichtbeugung (Abbildung 1). Die Fresnelsche Beugung tritt auf, wenn die Lichtquelle und der Beobachtungspunkt in Bezug auf die Öffnungsgröße nahe an der Öffnung sind, sodass divergente Strahlenbündel auftreten. An einem Punkt P in der Beobachtungsebene interferieren somit Strahlen, die unter verschiedenen Winkeln ϕ_i gebeugt werden. Bei der Fraunhoferschen Beugung sind Lichtquelle und Beobachtungspunkt im Vergleich zur Öffnungsgröße nahezu unendlich weit von der Öffnung entfernt, sodass von einem parallel einfallendem Lichtbündel ausgegangen werden kann. Alle Strahlen, die hier an einem Punkt P in der Beobachtungsebene interferieren, werden nahezu unter dem selben Winkel ϕ gebeugt. Das parallel einfallende Licht kann ebenfalls durch einen Laser und der große Abstand der Beobachtungsebene zur Öffnung durch eine Sammellinse realisiert werden. Im folgenden wird immer von der Fraunhoferschen Lichtbeugung ausgegangen.

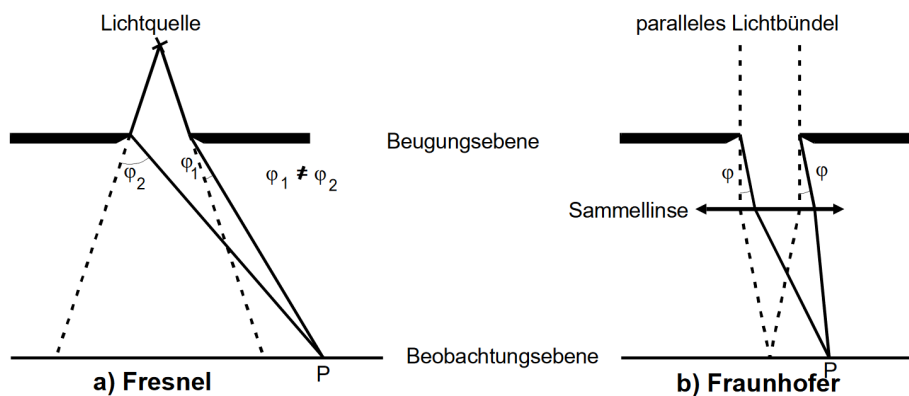


Abbildung 1: Fresnelsche und Fraunhofersche Lichtbeugung am Einzelspalt [1].

2.2 Lichtbeugung am Einzel- und Doppelspalt

Es wird nun als Öffnung in der Beugungsebene ein Spalt betrachtet, dessen breite b klein gegenüber seiner Länge ist, sodass das Licht nur in einer Dimension gebeugt wird. Um die Amplitude in einem Punkt P der Beobachtungsebene zu bestimmen, muss nach dem Huygensschen Prinzip die Überlagerung sämtlicher Elementarwellen betrachtet werden, die zum selben Zeitpunkt in P ankommen. Es muss also über die gesamte Spaltbreite b integriert werden, wobei aus Abbildung 2 hervorgeht, dass die einzelnen Strahlenbündel eine Phasendifferenz von

$$\delta = \frac{2\pi x \sin \phi}{\lambda}$$

besitzen. Dabei kann ϕ , aufgrund des im Vergleich zur Spaltbreite großen Abstandes L der Beobachtungsebene zum Spalt, genähert werden durch:

$$\phi = \frac{x}{L}. \quad (1)$$

Wird von einer sich in z -Richtung ausbreiten einfallenden Welle mit Wellenlänge λ der Form

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right)$$

ausgegangen, ergibt sich für die Amplitude B des in ϕ -Richtung abgelenkten Strahls:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta \right) \right) dx.$$

Nach ausführen des Integrals und unter Vernachlässigung der für das Experiment irrelevanten Terme ergibt sich mit der Vereinfachung

$$\eta(x) := \frac{\pi x \sin \phi}{\lambda} \quad (2)$$

schließlich:

$$B_1(\phi) = A_0 b \frac{\sin \eta(b)}{\eta(b)}.$$

Da in diesem Versuch nur kleine Winkel ϕ betrachtet werden kann dieser genähert werden zu $\phi \approx \frac{\Delta x - x_0}{L}$, mit dem Abstand von Spalt zu Detektor L , der Verschiebung des Detektors Δx und der Lage bei der der Detektor das Hauptmaximum empfängt x_0 . Da $B(\phi)$ nicht direkt gemessen werden kann, wird die zeitlich gemittelte Intensität $I(\phi)$ betrachtet :

$$I_1(\phi) \propto B_1^2(\phi) \propto \frac{\sin^2 \eta(b)}{\eta^2(b)}. \quad (3)$$

Bei dem Doppelspalt berechnet sich die Intensität analog, da er als Überlagerung zweier Einzelspalte der Breite b im Abstand s aufgefasst werden kann (vergleiche Abbildung 3):

$$I_2(\phi) \propto \cos^2 \eta(s) I_1(\phi) \propto \cos^2 \eta(s) \frac{\sin^2 \eta(b)}{\eta^2(b)}. \quad (4)$$

Es ist zu erkennen, dass zur Intensitätsverteilung des Einzelspalts eine \cos^2 Verteilung hinzukommt, welche vom Spaltabstand s abhängt.

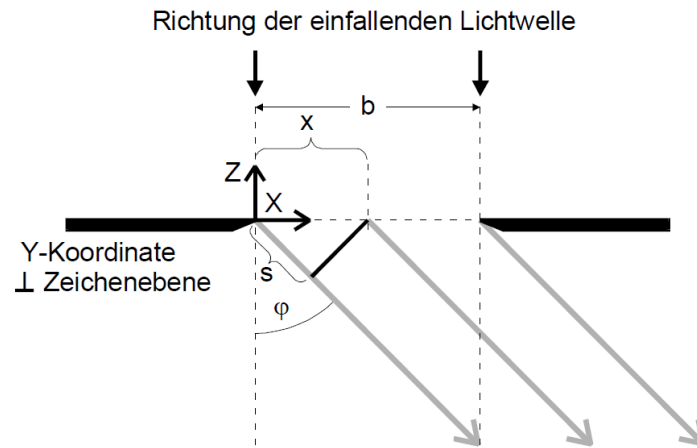


Abbildung 2: Skizze zur Bestimmung der Phasendifferenz am Einzelspalt [1].

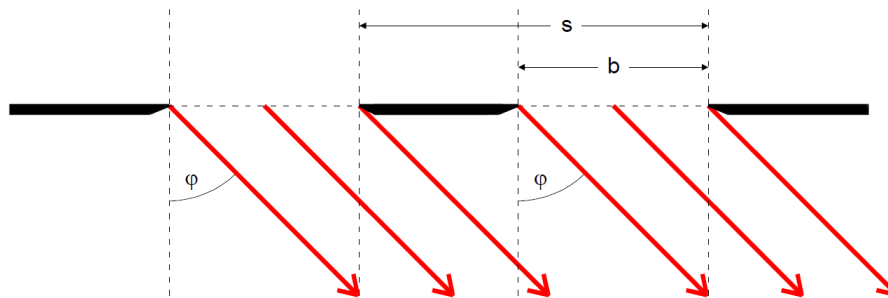


Abbildung 3: Skizze für den Doppelspalt [1].

3 Durchführung

Der Abstand L zwischen Blende und Photoelement, sowie die Wellenlänge des Laser werden notiert. Der Dunkelstrom des Photoelements wird notiert, indem der Strom bei nicht eingeschaltetem Laser gemessen wird. Für einen korrekten Dunkelstrom sollten sich die Lichtverhältnisse nach der Dunkelstrommessung nicht mehr ändern. Für einen Einzelspalt und zwei Doppelspalte werden die Lichtintensitäten der Beugungsfigur bestimmt, indem mit dem Photoelement an mindestens 50 Stellen die Intensität aufgenommen wird. Bei dem Einzelspalt soll dabei im Bereich vom ersten linken Maximum bis zum ersten rechten Maximum gemessen werden. Bei den Doppelspalten sollen die Intensitäten im Bereich zwischen den zweiten Maxima gemessen werden.

4 Auswertung

Die Graphen werden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [4] erstellt. Die Fehlerrechnung wird mithilfe von Uncertainties [3] durchgeführt.

Der gemessene Dunkelstrom beträgt $I_{\text{Du}} = 3,4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Die Wellenlänge des Lasers beträgt $\lambda = 635 \cdot 10^{-9} \text{ m}$, der Abstand zwischen Spalt und Detektor $L = 1 \text{ m}$.

4.1 Beugung am Einzelspalt

Die Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite b eines Einzelspalts sind in Tabelle 1 zu finden. Dabei ist I_{eff} die Intensität unter Berücksichtigung des Dunkelstroms. Mit einer Regression der Form

$$I(\Delta x) = A \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi \sin\left(\frac{\Delta x - x_0}{L}\right)} \right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi b \sin\left(\frac{\Delta x - x_0}{L}\right)}{\lambda}\right)$$

ergibt sich mit den Startwerten

$$p_0 = \begin{cases} 10^{-3} \text{ m} & \text{für } x_0 \\ 10 \text{ A/m}^2 & \text{für } A \\ 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} & \text{für } b \end{cases}$$

für die Parameter

$$\begin{aligned} x_0 &= (2,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5} \text{ m}, \\ A &= (5,71 \pm 0,02) \frac{\text{A}}{\text{m}^2}, \\ b &= (8,22 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ m}. \end{aligned}$$

Der zugehörige Graph ist in Abbildung 4 zu sehen.

Tabelle 1: Messdaten der Stromintensitäten des Interferenzmusters eines Einzelspalts bis zum 1. Nebenmaximum

$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-7}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-7}\text{A}$	$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-7}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-7}\text{A}$
-13,00	0,070	0,067	0,75	2,150	2,147
-12,50	0,090	0,087	1,50	2,150	2,147
-12,00	0,110	0,107	2,25	1,900	1,897
-11,25	0,130	0,127	2,75	1,750	1,747
-10,75	0,135	0,132	3,00	1,600	1,597
-10,25	0,135	0,132	3,25	1,500	1,497
-9,50	0,110	0,107	3,50	1,350	1,347
-9,00	0,080	0,077	3,75	1,250	1,247
-8,75	0,078	0,075	4,00	1,100	1,097
-8,50	0,065	0,062	4,25	1,000	0,997
-8,25	0,053	0,050	4,50	0,850	0,847
-8,00	0,040	0,037	4,75	0,750	0,747
-7,50	0,026	0,023	5,00	0,650	0,647
-7,00	0,028	0,025	5,25	0,550	0,547
-6,50	0,050	0,047	5,50	0,500	0,497
-6,25	0,070	0,067	5,75	0,400	0,397
-6,00	0,100	0,097	6,00	0,300	0,297
-5,75	0,140	0,137	6,25	0,250	0,247
-5,50	0,180	0,177	6,50	0,200	0,197
-5,25	0,200	0,197	7,00	0,150	0,147
-5,00	0,250	0,247	7,50	0,075	0,072
-4,75	0,300	0,297	8,00	0,035	0,032
-4,50	0,350	0,347	8,25	0,026	0,023
-4,25	0,500	0,497	8,50	0,019	0,016
-4,00	0,550	0,547	8,75	0,018	0,015
-3,75	0,650	0,647	9,00	0,019	0,016
-3,50	0,750	0,747	9,50	0,032	0,029
-3,25	0,900	0,897	10,25	0,060	0,057
-3,00	1,000	0,997	10,75	0,080	0,077
-2,75	1,100	1,097	11,25	0,094	0,091
-2,25	1,400	1,397	12,00	0,100	0,097
-1,50	1,650	1,647	12,50	0,100	0,097
-0,75	1,950	1,947	13,00	0,090	0,087
0,00	2,250	2,247			

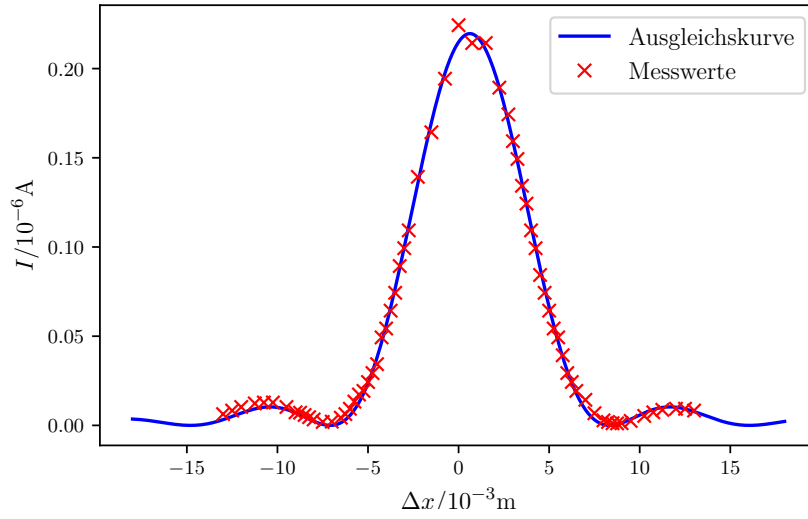


Abbildung 4: Interferenzmuster der Stromintensitäten eines Einzelspalts in Abhängigkeit von der Verschiebung des Detektors

4.2 Beugung am Doppelspalt

Die Messwerte zur Bestimmung der Spaltbreite b und des Spaltabstands s zweier Doppelspalte sind in den Tabellen 2 und 3 zu finden. Mit einer Regression der Form

$$I(\Delta x) = 4 \cdot A_{D1/2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi \cdot b_{D1/2} \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_{0,D1/2}}{L}\right)} \right)^2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi \cdot s_{D1/2} \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_{0,D1/2}}{L}\right)}{\lambda} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot b_{D1/2} \cdot \sin\left(\frac{\Delta x - x_{0,D1/2}}{L}\right)}{\lambda} \right)$$

ergibt sich für den 1. Doppelspalt mit den Startwerten

$$p_0 = \begin{cases} 10^{-4} \text{ m} & \text{für } x_{0,D1} \\ 10^{-7} \text{ A} & \text{für } A_{D1} \\ 10^{-4} \text{ m} & \text{für } b_{D1} \\ 10^{-4} \text{ m} & \text{für } s_{D1} \end{cases}$$

für die Parameter

$$\begin{aligned}x_{0,D1} &= (2,69 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \text{ m} \\A_{D1} &= (8,12 \pm 0,08) \cdot 10^{-7} \text{ A} \\b_{D1} &= (1,57 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m} \\s_{D1} &= (2,48 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

und für den 2. Doppelspalt

$$\begin{aligned}x_{0,D2} &= (3,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ m}, \\A_{D2} &= (7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-7} \text{ A}, \\b_{D2} &= (1,63 \pm 0,06) \cdot 10^{-4} \text{ m}, \\s_{D2} &= (5,00 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \text{ m}\end{aligned}$$

mit den Startwerten

$$p_0 = \begin{cases} 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} & \text{für } x_{0,D2} \\ 10^{-6} \text{ A} & \text{für } A_{D2} \\ 10^{-4} \text{ m} & \text{für } b_{D2} \\ 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} & \text{für } s_{D2} \end{cases}$$

Die zugehörigen Graphen sind in Abbildung 5 und 6 zu sehen.

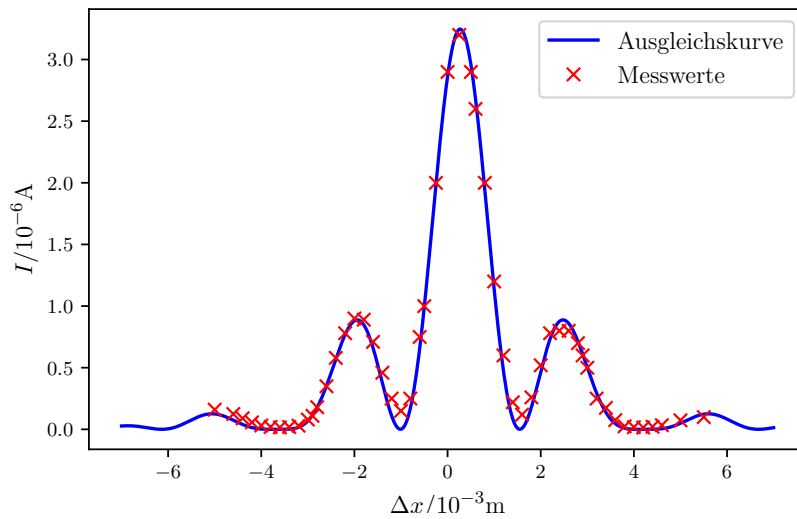


Abbildung 5: Interferenzmuster der Stromintensitäten des 1. Doppelspalts in Abhängigkeit von der Verschiebung des Detektors

Tabelle 2: Messdaten der Stromintensitäten des Interferenzmusters des 1. Doppelspalts bis zum 2. Nebenmaximum

$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-6}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-6}\text{A}$	$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-6}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-6}\text{A}$
-5,00	0,1600	0,1597	0,25	3,2000	3,1997
-4,60	0,1250	0,1247	0,50	2,9000	2,8997
-4,40	0,0900	0,0897	0,60	2,6000	2,5997
-4,20	0,0570	0,0567	0,80	2,0000	1,9997
-4,00	0,0320	0,0317	1,00	1,2000	1,1997
-3,80	0,0200	0,0197	1,20	0,6000	0,5997
-3,60	0,0160	0,0157	1,40	0,2200	0,2197
-3,40	0,0195	0,0192	1,60	0,1200	0,1197
-3,20	0,0300	0,0297	1,80	0,2600	0,2597
-3,00	0,0800	0,0797	2,00	0,5200	0,5197
-2,90	0,1100	0,1097	2,20	0,7800	0,7797
-2,80	0,1800	0,1797	2,40	0,8000	0,7997
-2,60	0,3500	0,3497	2,60	0,8000	0,7997
-2,40	0,5800	0,5797	2,80	0,7000	0,6997
-2,20	0,7800	0,7797	2,90	0,6000	0,5997
-2,00	0,9000	0,8997	3,00	0,5000	0,4997
-1,80	0,8900	0,8897	3,20	0,2500	0,2497
-1,60	0,7100	0,7097	3,40	0,1750	0,1747
-1,40	0,4600	0,4597	3,60	0,0750	0,0747
-1,20	0,2500	0,2497	3,80	0,0250	0,0247
-1,00	0,1500	0,1497	4,00	0,0180	0,0177
-0,80	0,2500	0,2497	4,20	0,0150	0,0147
-0,60	0,7500	0,7497	4,40	0,0220	0,0217
-0,50	1,0000	0,9997	4,60	0,0340	0,0337
-0,25	2,0000	1,9997	5,00	0,0740	0,0737
0,00	2,9000	2,8997	5,50	0,1000	0,0997

Tabelle 3: Messdaten der Stromintensitäten des Interferenzmusters des 2. Doppelspalts bis zum 2. Nebenmaximum

$\Delta x/10^{-3}\text{m}$	$I_{\text{mess}}/10^{-6}\text{A}$	$I_{\text{eff}}/10^{-6}\text{A}$
−2,80	0,0500	0,0497
−2,60	0,1000	0,0997
−2,40	0,3000	0,2997
−2,20	0,5500	0,5497
−2,00	0,6000	0,5997
−1,80	0,4000	0,3997
−1,60	0,2000	0,1997
−1,40	0,4500	0,4497
−1,20	1,2000	1,1997
−1,00	1,8000	1,7997
−0,80	2,0000	1,9997
−0,60	1,3500	1,3497
−0,50	0,8000	0,7997
−0,30	0,4000	0,3997
−0,20	0,5000	0,4997
0,00	1,4000	1,3997
0,20	2,5000	2,4997
0,40	2,8000	2,7997
0,60	2,0000	1,9997
0,70	1,6000	1,5997
0,90	0,5000	0,4997
1,00	0,3500	0,3497
1,20	0,9000	0,8997
1,30	1,4000	1,3997
1,50	2,0000	1,9997
1,70	1,6000	1,5997
1,90	1,1000	1,0997
2,00	0,6000	0,5997
2,20	0,2000	0,1997
2,40	0,2500	0,2497
2,60	0,5000	0,4997
2,80	0,6000	0,5997
3,00	0,4500	0,4497

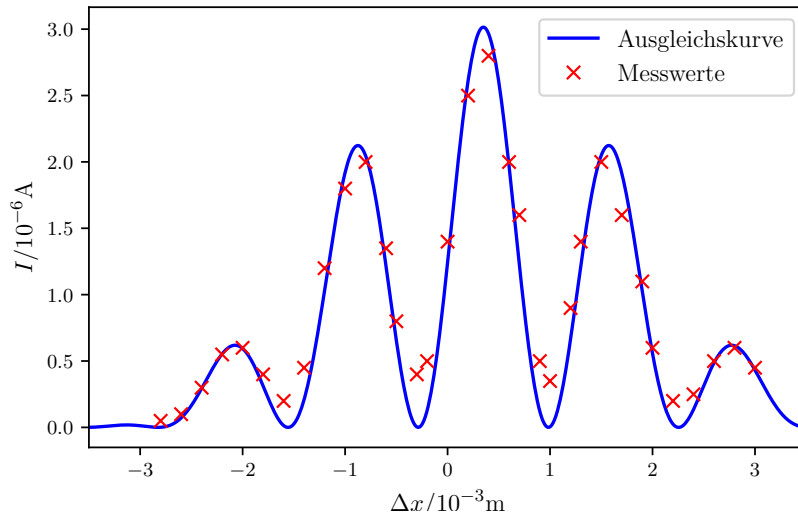


Abbildung 6: Interferenzmuster der Stromintensitäten des 1. Doppelspalts in Abhängigkeit von der Verschiebung des Detektors

5 Diskussion

Die bestimmten Messwerte und ihre Abweichungen von den bekannten Referenzwerten sind in Tabelle 4 zu finden. Die Interferenzmuster wurden so ausgerichtet, dass das Hauptmaximum jeweils bei $\Delta x = 0 \text{ m}$ liegt. Dass es dennoch zu Abweichungen der x_0 vom Nullpunkt kommt, lässt sich damit erklären, dass das Hauptmaximum nur per Augenmaß ausgerichtet wurde. Die größeren Abweichungen der Spaltbreiten b sind darauf zurückzuführen, dass bei der Messung der Ströme mehrere Skalenwechsel erfolgten, die die Ergebnisse veränderten. Da die Standardabweichung jedoch sehr klein sind, ist es außerdem möglich, dass der berechnete Wert durch die Startwerte, die der Ausgleichsrechnung mitgegeben wurden, beeinflusst wurde. Der Spaltabstand s der beiden Doppelspalte konnte hingegen mit äußerst genau bzw. exakt bestimmt werden. Beim Vergleich der Interferenzmuster 4 bis 6 fällt zunächst auf, dass die Intensitäten der Doppelspalte um einen Faktor 10 größer sind als die des Einzelspalts. Dies ist auch sinnvoll, da deren Spaltbreite $b_D = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ doppelt so groß sind wie die des Einzelspalts $b_E = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Außerdem lässt sich erkennen, dass das Muster der Doppelspalte durch den Intensitätsverlauf eines Einzelspalts eingehüllt werden kann. Die Maxima des 2. Doppelspalts liegen wesentlich näher zusammen, als die des 1., was sich auf den größeren Spaltabstand s zurückführen lässt.

Tabelle 4: Die in der Auswertung bestimmten Messwerte mit den zugehörigen Referenzwerten und Abweichungen

Wert	gemessen	Referenzwert	Abweichung
x_0	$(6,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	-	-
A	$(32,4 \pm 0,2) \text{ A/m}^2$	-	-
b	$(8,23 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	9,7 %
$x_{0,D1}$	$(2,69 \pm 0,05) \text{ m}$	-	-
A_{D1}	$(8,12 \pm 0,07) \text{ A}$	-	-
b_{D1}	$(1,57 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	4,7 %
s_{D1}	$(2,48 \pm 0,01) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	-0,08 %
$x_{0,D2}$	$(3,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	-	-
A_{D2}	$(7,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-7} \text{ A}$	-	-
b_{D2}	$(1,63 \pm 0,06) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	8,7 %
s_{D2}	$(5,00 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$	0 %

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V406 Beugung am Spalt*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf> (besucht am 10.06.2018).
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 13.11.2017).
- [4] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 13.11.2017).