

V606

Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Yanick Sebastian Kind
yanick.kind@udo.edu

Till Willershausen
till.willershausen@udo.edu

Durchführung: 18.05.2021

Abgabe: 01.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Die magnetische Suszeptibilität	3
1.2	Berechnung der Suszeptibilität	3
1.3	Bestimmung paramagnetischer Suszeptibilitäten	5
2	Durchführung	6
3	Auswertung	7
3.1	Untersuchung der Filterkurve des Selektiv-Verstärkers	7
3.2	Theoretische Bestimmung der Suszeptibilität von Dy_2O_3 und Nd_2O_3 . . .	10
3.3	Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität von Dy_2O_3 und Nd_2O_3 . .	10
4	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Theorie

In diesem Versuch wird die Suszeptibilität verschiedener Seltenen-Erd-Verbindungen bestimmt. Anschließend werden die gemessenen Werte mit den theoretisch bestimmten Werten verglichen. Außerdem wird die Filterkurve des dabei verwendeten Selektiv-Verstärkers untersucht.

1.1 Die magnetische Suszeptibilität

Die magnetische Suszeptibilität χ gibt an, wie gut ein Material in einem externen Magnetfeld magnetisierbar ist. Die Magnetisierung \vec{M} des Materials lässt sich in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke \vec{H} , der Suszeptibilität χ und der Induktionskonstanten μ_0 als

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H} \quad (1)$$

darstellen. Dabei ist die Suszeptibilität nicht konstant, da sie sowohl von \vec{H} als auch von der Temperatur T abhängt. Unter Raumtemperatur und bei kleinen Magnetfeldern $|\vec{B}| < 1 \text{ T}$ kann die Suszeptibilität näherungsweise als konstant angesehen werden. Mit Hilfe der Suszeptibilität lassen sich zwei Gruppen von Materialien unterscheiden. Stoffe mit $\chi < 0$ sind diamagnetisch und werden in einem äußeren Magnetfeld entgegengesetzt zu der Feldrichtung magnetisiert. Hat ein Stoff eine Suszeptibilität $\chi > 0$ ist der Stoff paramagnetisch. Die Magnetisierung verläuft mit der Feldrichtung des äußeren Felds, sodass das innere Magnetfeld des Stoffvolumens stärker ist. Die Suszeptibilität ist antiproportional zur Temperatur, sodass die Magnetisierung bei zu hohen Temperaturen verschwindet.

1.2 Berechnung der Suszeptibilität

Zunächst muss der Zusammenhang zwischen dem atomaren Drehimpuls und dem daraus resultierenden magnetischen Moment hergestellt werden und dann über alle möglichen Orientierungen relativ zu einem äußeren Feld aufsummiert werden. Dabei setzt sich der Gesamtdrehimpuls \vec{J} aus dem Bahndrehimpuls der Elektronenhülle \vec{L} , dem Gesamtspin \vec{S} und dem für den Paramagnetismus vernachlässigbaren Kerndrehimpuls zusammen. Dem Bahndrehimpuls und dem Gesamtspin können durch Erkenntnisse aus der Quantenmechanik die magnetischen Momente

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} , \quad (2)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S} \quad (3)$$

zugeordnet werden. Bei μ_B handelt es sich um das Bohrsche Magneton und bei g_S um das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons. Mit den Quantenzahlen der Drehimpulse

\vec{J} und \vec{L} und des Spins \vec{S} ergibt sich für die Beträge

$$|\vec{\mu}_L| = -\mu_B \sqrt{L(L+1)}, \quad (4)$$

$$|\vec{\mu}_S| = -g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (5)$$

Aus Abbildung 1 lässt sich die Beziehung

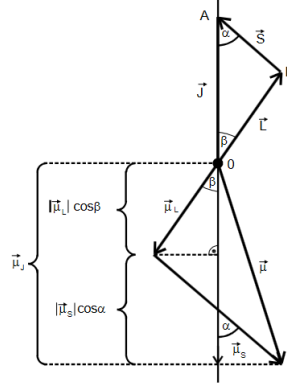


Abbildung 1: Vektordiagramm aus den Drehimpulsvektoren einer Elektronenhülle und den daraus resultierenden magnetischen Momenten. [4]

$$|\vec{\mu}_J| = |\vec{\mu}_S| \cos(\alpha) + |\vec{\mu}_L| \cos(\beta) \quad (6)$$

herleiten. Mit Hilfe des Cosinussatzes kann näherungsweise der Lande-Faktor

$$|\vec{\mu}_J| \approx \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)} \quad (7)$$

abgeleitet werden. Dabei ist der Ausdruck g_J als

$$g_J := \frac{3J(J+1) + \{S(S+1) - L(L+1)\}}{2J(J+1)} \quad (8)$$

definiert. Zu beachten ist die Richtungsquantelung aus der Quantenmechanik, welche besagt, dass der Winkel zwischen äußerem Magnetfeld und $\vec{\mu}_S$ nicht beliebig ist, sondern die Beziehung

$$\mu_{J_z} = -\mu_B g_J m \quad (9)$$

für die Z-Komponente des magnetischen Moments $\vec{\mu}_J$ gilt. Die ganzzahlige Größe m wird Orientierungsquantenzahl genannt und kann die Werte $-J$ bis J annehmen. Dadurch sind $2J+1$ Einstellungen für den Winkel möglich. Über alle Einstellungen und deren Wahrscheinlichkeiten summiert, ergibt sich

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT} \quad (10)$$

für die Suszeptibilität. Dabei ist N die Momentanzahl pro Volumeneinheit, k die Boltzmannkonstante und T die Temperatur.

Es ist bekannt, dass Verbindungen, die Ionen Seltener Erden enthalten, einen starken Paramagnetismus aufweisen. Diese Ionen besitzen große Drehimpulse, aufgrund der in der 4f-Schale lokalisierten Elektronen. Die Anordnung der Elektronen in der un abgeschlossenen 4f-Schale und der daraus resultierende Gesamtdrehimpuls \vec{J} werden durch die sogenannten Hundschen Regeln festgelegt. Diese lauten.

- Die Spins \vec{s}_i kombinieren zum maximalen Gesamtspin $\vec{S} = \sum \vec{s}_i$ der nach dem Pauli-Prinzip möglich ist.
- Die Bahndrehimpulse \vec{l}_i summieren sich nach dem Pauli-Prinzip zum Maximaldrehimpuls $\vec{L} = \sum \vec{l}_i$.
- Der Gesamtdrehimpuls ist $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$, wenn die Schale weniger als halb und $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, wenn die Schale mehr als halb gefüllt ist.

1.3 Bestimmung paramagnetischer Suszeptibilitäten

Zur Bestimmung einer Suszeptibilität kann eine Brückenschaltung, wie in Abbildung 2 zu sehen ist, verwendet werden. Dabei basiert die Messung auf einer Induktivitätsdifferenz ΔL zwischen einer mit einem Paramagneten befüllten und einer un befüllten Spule. Diese Spulen sollten un befüllt eine möglichst ähnliche Induktivität besitzen. Für hohe Spannungsfrequenzen $\omega^2 L^2 \gg R^2$ gilt die Beziehung

$$\chi(\omega \rightarrow \infty) = \frac{4FU_{\text{Br}}}{QU_{\text{Sp}}} \quad (11)$$

mit dem Spulenquerschnitt F , den Probenquerschnitt Q , der Speisespannung U_{Sp} und der Brückenspannung U_{Br} . An der Brückenschaltung kann ebenso mit Hilfe der Abgleich-

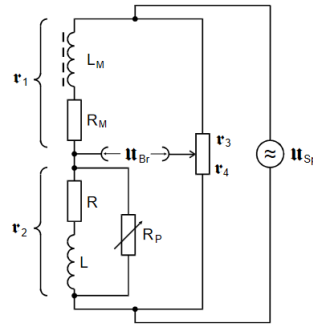


Abbildung 2: Brückenschaltung für eine Suszeptibilitätsmessung. [4]

bedingung die Beziehung

$$\chi = \frac{2\Delta RF}{R_3 Q} \quad (12)$$

für die Suszeptibilität genutzt werden. Dabei ist ΔR die Differenz der Potentiometereinstellungen.

2 Durchführung

Die in Abbildung 2 zu sehende Schaltung wird zur Messung der Suszeptibilität genutzt. Durch die Brückenschaltung kommt es zu Störspannungen, welche die Brückenspannung mitunter völlig überdecken. Es muss ein Selektiv-Verstärker zwischen der Brückenschaltung und dem Millivoltmeter eingebaut werden. Dieser besteht aus einem filternden Teil und einem verstärkenden Teil. Dabei soll der Filter möglichst nur die für diesen Versuch benötigte monofrequente Signalspannung durchlassen und der Verstärker soll die geringe Brückenspannung verstärken.

Im Folgenden soll zunächst der Filter untersucht werden, um die Güte des Selektiv-Verstärkers zu ermitteln. Dazu wird ein Sinusspannungsgenerator an den Selektiv-Verstärker angeschlossen. An einem Millivoltmeter werden Messpaare der Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz abgelesen. Die Frequenz wird in dem Bereich 20 kHz bis 40 kHz variiert. Dabei werden die Frequenzen in der Nähe des Maximum in kleineren Schritten gemessen. Um die Suszeptibilität zu messen wird die in Abbildung 3 zu sehende Apperatur aufgebaut. Die Signalfrequenz des Sinusgenerators wird auf

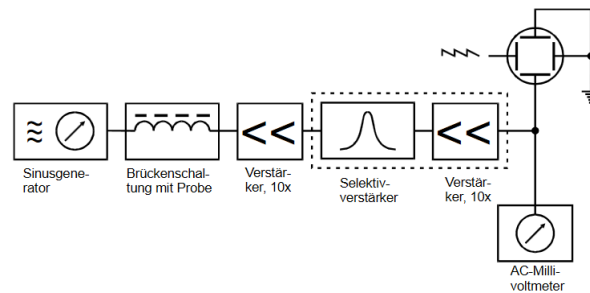


Abbildung 3: Schaltbild zur Messung der Suszeptibilität. [4]

die Durchlassfrequenz des Selektiv-Verstärkers geregelt. Die Speisespannung wird am Sinusgenerator abgelesen und notiert. Bevor die Probe eingeführt wird, wird mit Hilfe des Abgleichelements die Brückenschaltung abgeglichen. Es werden die Werte der Brückenspannung U_{Br} und des Abgleichelements R_3/R_4 notiert. Danach wird die Probe in die Spule eingesetzt. Die nach dem Abgleichen erreichte Brückenspannung und der zugehörige Wert des Abgleichelements werden notiert. Die Probe wird wieder aus der Spule genommen. Die Prozedur wird für jede Probe drei mal wiederholt. Als zu untersuchende Materialien stehen Dy_2O_3 und Gd_2O_3 zur Verfügung. Anschließend wird die Länge der Probe gemessen.

3 Auswertung

Jegliche Fehlerrechnung wurde mit der python-Bibliothek uncertainties [7] absolviert. Allgemeine Rechnungen wurden mit der python-Bibliothek numpy [10] automatisiert. Die graphischen Unterstützungen wurden mit Hilfe der python-Bibliothek matplotlib [6] erstellt.

3.1 Untersuchung der Filterkurve des Selektiv-Verstärkers

Die Messwerte zur Untersuchung der Filterkurve sind in der Tabelle 1 aufgetragen. Diese enthält die gemessene Frequenz und Ausgangsspannung U_A und den daraus berechneten Quotienten U_A/U_E , welcher sich aus der eben genannten Ausgangsspannung und der konstanten Eingangsspannung $U_E = 0,01 \text{ V}$ zusammensetzt. Mit Hilfe der Messwerte lassen sich die Abbildungen 4 und 5 erstellen, welche den gegen die Frequenz aufgetragenen Spannungsquotienten darstellen. In der Abbildung 4 ist das gesamte gemessene Frequenzspektrum von 20 kHz bis 40 kHz aufgetragen. Jedoch lässt sich dort nicht viel über das Verhalten der Spannung in der Nähe der Resonanzfrequenz erkennen, da nicht nur ein paar Messwerte abweichen, sondern eine systematische Abweichung vorliegt. Die möglichen Ursachen werden in der Diskussion(4) näher erläutert. Dazu wurde die Abbildung 5 erstellt, welche den Bereich um die Resonanzfrequenz besser darstellt und auch eine bessere Rekursionskurve ermöglicht. Die für die Regression nötige Abbildungsvorschrift ist

$$U(\nu) = \frac{c}{(\nu^2 - \nu_0^2)^2 + d^2\nu_0^2} . \quad (13)$$

Mittels Regressionsrechnung ergeben sich die Regressionsparameter zu

$$\begin{aligned} \nu_0 &= 34,755 \pm 0,002 \\ c &= 3741,23 \pm 960,67 \\ d &= 0,602 \pm 0,009 . \end{aligned}$$

Um nun die Güte berechnen zu können, müssen die Frequenzen ν_- und ν_+ , bei denen die Spannung U den Wert $U_{\max}/\sqrt{2}$ annimmt, bestimmt werden. Mittels python lassen sich diese zu

$$\begin{aligned} \nu_- &= 34,56 \text{ kHz} \\ \nu_+ &= 34,949 \text{ kHz} \end{aligned}$$

bestimmen, woraus mit Hilfe der Beziehung $Q = \nu_0/\nu_+ - \nu_-$ eine experimentell bestimmte Güte von

$$Q_{\text{Exp}} = 89,508 \pm 0,005$$

errechnet werden kann.

Tabelle 1: Gemessene Ausgangsspannung und der daraus berechnete Quotient $U = U_A/U_E$ in Abhängigkeit von der Frequenz.

ν / kHz	U_A / V	U	ν / kHz	U_A / V	U
20,00	0,0085	0,85	34,60	0,0670	6,70
21,00	0,0095	0,95	34,61	0,0690	6,90
22,00	0,0003	0,03	34,62	0,0710	7,10
23,00	0,0004	0,04	34,63	0,0720	7,20
24,00	0,0006	0,06	34,64	0,0740	7,40
25,00	0,0007	0,07	34,65	0,0760	7,60
26,00	0,0010	0,10	34,66	0,0780	7,80
27,00	0,0030	0,30	34,67	0,0800	8,00
28,00	0,0160	1,60	34,70	0,0840	8,40
29,00	0,0210	2,10	34,75	0,0870	8,70
30,00	0,0280	2,80	34,77	0,0870	8,70
31,00	0,0390	3,90	34,80	0,0850	8,50
32,00	0,0565	5,65	34,81	0,0825	8,25
33,00	0,0940	9,40	34,82	0,0820	8,20
34,00	0,0220	2,20	34,83	0,0810	8,10
34,10	0,0190	1,90	34,84	0,0800	8,00
34,20	0,0230	2,30	34,85	0,0770	7,70
34,30	0,0290	2,90	34,86	0,0750	7,50
34,40	0,0380	3,80	34,87	0,0740	7,40
34,50	0,0500	5,00	34,88	0,0720	7,20
34,51	0,0510	5,10	34,89	0,0700	7,00
34,52	0,0530	5,30	34,90	0,0680	6,80
34,53	0,0540	5,40	35,00	0,0510	5,10
34,54	0,0560	5,60	36,00	0,0650	6,50
34,55	0,0580	5,80	37,00	0,0070	0,70
34,56	0,0590	5,90	38,00	0,0052	0,52
34,57	0,0610	6,10	39,00	0,0038	0,38
34,58	0,0630	6,30	40,00	0,0030	0,30
34,59	0,0650	6,50			

Abbildung 4: Verhältnis der Ausgangs- und Eingangsspannung

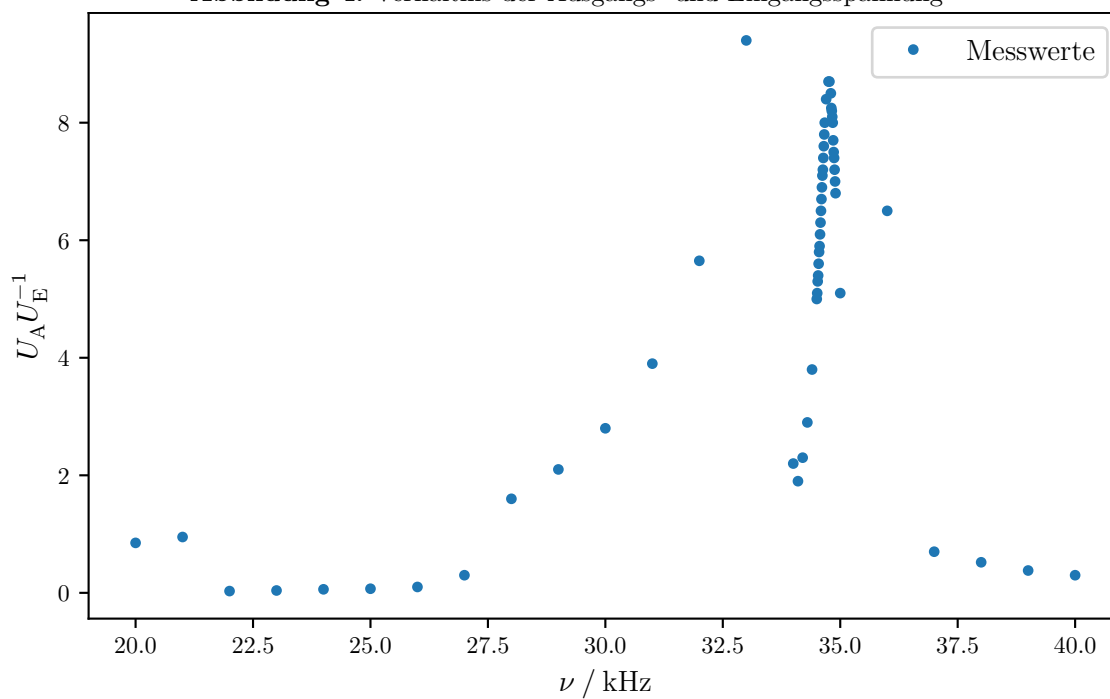
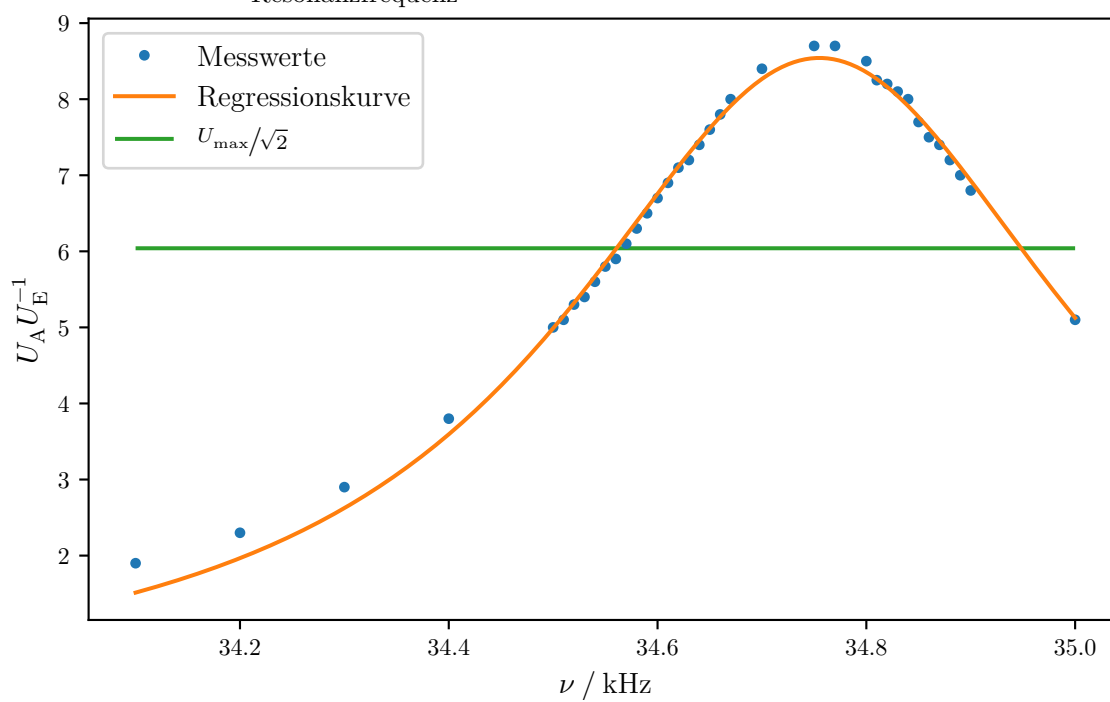


Abbildung 5: 2. Verhältnis der Ausgangs- und Eingangsspannung im Bereich um die Resonanzfrequenz



3.2 Theoretische Bestimmung der Suszeptibilität von Dy_2O_3 und Nd_2O_3

Um die Suszeptibilitäten theoretisch bestimmen zu können, müssen zunächst der Spin, der Bahndrehimpuls und der Gesamtdrehimpuls mit Hilfe der Hundschen Regeln bestimmt werden. Mit Hilfe der magnetischen Quantenzahl m_l lässt sich der Gesamtbahndrehimpuls bestimmen, welche von $-l$ bis l geht, wobei l die Nebenquantenzahl ist, welche bei der 4f-Schale den Betrag 3 besitzt. Damit der Gesamtbahndrehimpuls maximal ist, werden die magnetischen Quantenzahlen m_l addiert. Um alle Elektronen zu beschreiben, müssen die größten magnetischen Quantenzahlen wieder abgezogen werden. Zur Berechnung des Gesamtbahndrehimpulses der 4f-Elektronen von Dy_2O_3 wird

$$|L| = |-3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 - 3 - 2| = 5$$

gerechnet. Analog dazu wird der Spin mittels

$$S = 7 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2}$$

berechnet. Daraus kann der Gesamtdrehimpuls mittels $J = L \pm s$ errechnet werden. Nach der Berechnung von g_J lässt sich die Suszeptibilität mit Hilfe der Gleichung (10) errechnen. Die Momentanzahl pro Volumeneinheit N wird durch

$$N = 2 \cdot \frac{\rho}{M} \cdot N_A \quad (14)$$

bestimmt, wobei N_A die Avogadro-Konstante mit $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23}/\text{mol}$ [1], ρ die Dichte M die molare Masse¹ der Probe ist. Das Borsche Magneton hat den Wert $\mu_B = 9,274\,010\,078\,3 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ [3] und die magnetische Feldkonstante den Wert $\mu_0 = 1,256\,637\,062\,12 \cdot 10^{-6} \text{ N/A}^2$ [8]. Die Boltzmann-Konstante beträgt $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ [2]. Als Temperatur wird eine Raumtemperatur von $T = 293,15 \text{ K}$ angenommen. Daraus lässt sich die Tabelle 2 erstellen, welche die für die Berechnung der Suszeptibilität nötigen Daten hat.

Tabelle 2: Probenspezifische Daten und die theoretische Suszeptibilität

Probe	$\rho / \text{g cm}^{-3}$	$M / \text{g mol}^{-1}$	$N / 10^{28} \text{ m}^{-3}$	S	L	J	$\chi \cdot 10^{-2}$
Dy_2O_3	7,8	372,998	2,52	5/2	5	7,5	2,54
Nd_2O_3	7,24	336,48	2,59	3/2	6	4,5	0,25

3.3 Experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität von Dy_2O_3 und Nd_2O_3

Um die Suszeptibilität von den beiden Proben bestimmen zu können, muss der reale Querschnitt berechnet werden, da sich die Proben nicht beliebig stopfen lassen. Dieser wird gemäß der Gleichung

$$Q_{\text{real}} = \frac{M}{L\rho} \quad (15)$$

¹Die molare Masse von Dy_2O_3 und Nd_2O_3 wurden den Quellen [5] und [9] entnommen.

berechnet, wobei M die Masse, L die Länge der Probe, welche in der Spule ist und ρ die Dichte des Materials. In der Tabelle sind die Eigenschaften und der reale Querschnitt für die beiden Proben aufgezeigt. In der Tabelle 4 und 5 sind die gemessenen Spann-

Tabelle 3: Relevante Daten zur Bestimmung des realen Querschnitts von Dy_2O_3 und Nd_2O_3

Probe	M / g	$\rho / \text{g cm}^{-3}$	L / cm	$Q_{\text{real}} / \text{mm}$
Dy_2O_3	14,38	7,8	15,5	11,89
Nd_2O_3	9,2	7,24	15,7	8,09

gen und Widerstände nach dem Abgleichen ohne bzw. mit eingeführter Probe und die daraus resultierende Widerstandsdifferenz aufgeführt. Die mit der Widerstandsdifferenz

Tabelle 4: Gemessene Widerstände und Spannung und die daraus berechnete Widerstands- und Spannungsdifferenz von Dy_2O_3

$U_{\text{ohne}} / \text{mV}$	$R_{\text{ohne}} / \text{m}\Omega$	$U_{\text{mit}} / \text{mV}$	$R_{\text{mit}} / \text{m}\Omega$	$\Delta R / \Omega$	$\Delta U / \text{mV}$
0,35	2200	0,75	565	1,635	0,40
0,34	2200	0,75	600	1,600	0,41
0,35	2200	0,80	450	1,750	0,45

Tabelle 5: Gemessene Widerstände und Spannung und die daraus berechnete Widerstands- und Spannungsdifferenz von Nd_2O_3

$U_{\text{ohne}} / \text{mV}$	$R_{\text{ohne}} / \text{m}\Omega$	$U_{\text{mit}} / \text{mV}$	$R_{\text{mit}} / \text{m}\Omega$	$\Delta R / \Omega$	$\Delta U / \text{mV}$
0,34	2200	0,36	1900	0,30	0,02
0,34	2150	0,35	1900	0,25	0,01
0,34	2200	0,36	1900	0,30	0,02

ermittelten Suszeptibilität lässt sich mit der Gleichung (12) bestimmen. Mit Hilfe der Gleichung (11) kann die Suszeptibilität mit der Spannungsdifferenz berechnet werden, wobei die Speisespannung $U_{\text{Sp}} = 1 \text{ V}$ betrug. Für die beiden Proben ergibt sich die Tabelle 6 mit den Mittelwerten der Widerstands- und Spannungsdifferenz, die Suszeptibilitäten χ_R und χ_U . Nach der Berechnung des realen Querschnitts können die Suszeptibilitäten nach der Gleichung (12) berechnet werden. Der Widerstand R_3 beträgt $1 \text{ k}\Omega$. Der Spulenquerschnitt hat den Wert $F = 86,6 \text{ mm}^2$

Tabelle 6: Mittelwerte der Widerstands- und Spannungsdifferenzen und die Suszeptibilitäten von Dy_2O_3 und Nd_2O_3

Probe	$\bar{\Delta R} / \Omega$	$\bar{\Delta U} / \text{mV}$	$\chi_R \cdot 10^{-2}$	$\chi_U \cdot 10^{-3}$
Dy_2O_3	$1,66 \pm 0,05$	$0,42 \pm 0,02$	$2,42 \pm 0,07$	$12,2 \pm 4$
Nd_2O_3	$0,283 \pm 0,017$	$0,017 \pm 0,003$	$0,61 \pm 0,04$	$0,71 \pm 0,14$

4 Diskussion

In dem Abschnitt 3.1 wurden die beiden Abbildungen 4 und 5 erstellt, da in der ersten Abbildungen keine Struktur der Filterkurve des Selektiv-Verstärkers ersichtlich wurde. Somit würden auch die interessanten Größen wie z.B. die Güte sehr ungenau bestimmt werden können. Folglich wurde die zweite Abbildung erstellt, um die Filterkurve in dem interessanten Bereich erkennen zu können, wodurch auch die Bestimmung der Güte deutlich präziser wurde. Mögliche starke systematische Fehler in der Messung könnten an dem digitalen Messgerät liegen, da dieses bei Umstellung von einer auf eine andere Skala Sprünge in der Spannung vorwies. Somit sind die Sprünge in der Tabelle 1 und in der Abbildung 4 aller Messwerte erkenntlich. Da in der Abbildung, welche den Bereich um die Resonanzfrequenz darstellt, keine Sprünge vorhanden ist, stärkt dies die These, dass die Fehler an dem Wechsel der Skalierung an dem Messgerät liegen könnten, da dort nur mit einer Skala gemessen wurde. Die experimentell bestimmte Güte weicht von der theoretischen Güte um

$$\frac{Q_{\text{theo}} - Q_{\text{exp}}}{Q_{\text{theo}}} = 10,492 \%$$

ab, woraus sich schließen lässt, dass die Güte relativ genau gemessen werden konnte. In der Tabelle 7 sind die Suszeptibilitäten zusammengefasst mit den Abweichungen aufgelistet. Bei der Betrachtung der Tabelle 7 fällt auf, dass die mit der Spannungsdifferenz

Tabelle 7: Experimentell bestimmte und theoretische Werte mit der dazugehörigen Abweichung

Probe	$\chi_R \cdot 10^{-2}$	$\chi_U \cdot 10^{-3}$	$\chi_{\text{theo}} \cdot 10^{-2}$	$\eta_R / \%$	$\eta_U / \%$
Dy_2O_3	2,42	12,2	2,54	4,72	51,97
Nd_2O_3	0,61	0,71	0,25	144	71,6

bestimmten Suszeptibilitäten im Mittel stärker von dem theoretischen Wert abweichen, so dass die Vermutung nahe liegt, dass diese Methode ungenauer ist. In der Gleichung (11) wird erkenntlich, dass dies eine Annäherung für sehr große Frequenzen ist, so dass diese Annäherung zu Ungenauigkeiten führen kann. Ebenfalls sticht die experimentell bestimmte Suszeptibilität für Nd_2O_3 heraus, da diese größere Abweichungen als die von Dy_2O_3 besitzt. Dies könnte der Tatsache geschuldet sein, dass die Spannungs- und Widerstandsdifferenzen deutlich geringer sind und das Auflösungsvermögen der Messgeräte nicht ausreicht, um solche Größenordnungen mit einer hohen Genauigkeit aufzunehmen.

Literatur

- [1] *Avogadro-Konstante*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Avogadro-Konstante> (besucht am 23.05.2021).
- [2] *Boltzmann-Konstante*. 2021. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Boltzmann-Konstante> (besucht am 23.05.2021).
- [3] *Borsches-Magneton*. 2021. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Bohrsches_Magneton (besucht am 23.05.2021).
- [4] TU Dortmund. *V606, Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen*.
- [5] *Dysprosium(III)-oxid*. 2021. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Dysprosium\(III\)-oxid](https://de.wikipedia.org/wiki/Dysprosium(III)-oxid) (besucht am 23.05.2021).
- [6] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [7] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [8] *Magnetische Feldkonstante*. 2021. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Magnetische_Feldkonstante (besucht am 23.05.2021).
- [9] *Neodym(III)-oxid*. 2021. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Neodym\(III\)-oxid](https://de.wikipedia.org/wiki/Neodym(III)-oxid) (besucht am 23.05.2021).
- [10] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.