

V504

# Thermische Elektronenemission

Lukas Rolf

[lukas.rolf@tu-dortmund.de](mailto:lukas.rolf@tu-dortmund.de)

Yannik Brune

[yannik.brune@tu-dortmund.de](mailto:yannik.brune@tu-dortmund.de)

Durchführung: 18.04.2017

Abgabe: 25.04.2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Richardson-Gleichung . . . . .	3
2.2 Hochvakuum-Diode . . . . .	4
2.3 Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung . . . . .	5
2.4 Anlaufstrom bei einer anliegenden Gegenspannung an der Hochvakuum-Diode . . . . .	5
2.5 Kennlinie der Hochvakuum-Diode . . . . .	5
2.6 Stefan-Boltzmann Gesetz . . . . .	6
<b>3 Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>8</b>
5.1 Bestimmung des Sättigungsstroms einer Hochvakuum-Diode mithilfe von Kennlinien . . . . .	8
5.2 Bestimmung des Exponenten der Strom-Spannungs-Beziehung im Geltungsbereich des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes . . . . .	11
5.3 Bestimmung der Kathodentemperatur über das Anlaufstromgebiet . . . . .	12
5.4 Bestimmung der Kathodentemperatur mithilfe der Heizleistung . . . . .	14
5.5 Bestimmung der Austrittsarbeit des verwendeten Kathodenmaterials . . . . .	14
<b>6 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Experiment soll gezeigt werden, dass bei einer Erhitzung eines Leiters Elektronen emittiert werden. Hier wird dazu eine Hochvakuum-Diode verwendet. Es sollen sowohl die Temperatur und Austrittsenergie, vom in der Diode verbautem Wolfram als auch die zugehörigen Kennlinien und deren Sättigungsstromstärken bestimmt werden.

## 2 Theorie

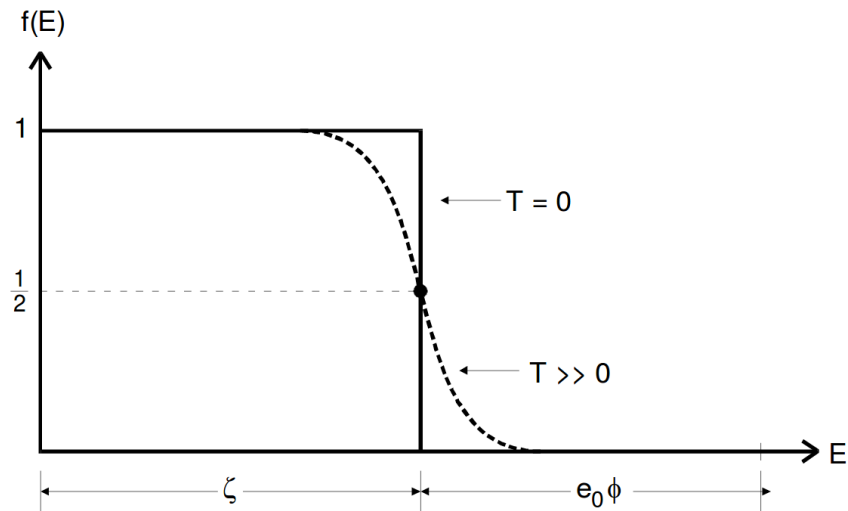
### 2.1 Richardson-Gleichung

Freie Elektronen in einem Leiter sind durch eine Potentialdifferenz  $\phi$  zwischen dem Gebiet im Leiter und der Umgebung an diesem gebunden. Um diesen Leiter verlassen zu können muss ein Elektron eine genügend hohe Energie besitzen um die Differenz in den Potentialen überwinden zu können. Die Energieverteilung ist durch die Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

gegeben, wobei  $\zeta$  die Fermische Grenzenergie,  $T$  die Temperatur und  $k$  die Boltzmann-Konstante ist. Diese Funktion ist in Abbildung 1 skizziert. Es können nun alle Elektronen mit einer Energie größer als  $\zeta + e_0\phi$  mit einem Geschwindigkeitsvektor in Richtung der Oberflächennormalen den Leiter verlassen. Um den gesuchten aus dem Leiter austretenden Elektronenstrom  $I_S$  zu ermitteln, wird  $f\vec{v} \cdot \vec{n}\rho_E e_0$  über alle Elektronen, welche den Leiter verlassen können, summiert. Die betrachtete Oberfläche wird hier mit  $f$  bezeichnet, die Geschwindigkeit der Elektronen mit  $\vec{v}$ , die Oberflächennormale des Leiters mit  $\vec{n}$ , die Zahl der Elektronen pro Volumen mit  $\rho_E$  und deren Ladung mit  $e_0$ . Die Addition ist besonders einfach im Impulsraum und schließlich ergibt sich für den Sättigungsstrom  $I_S$  die Richardson-Gleichung:

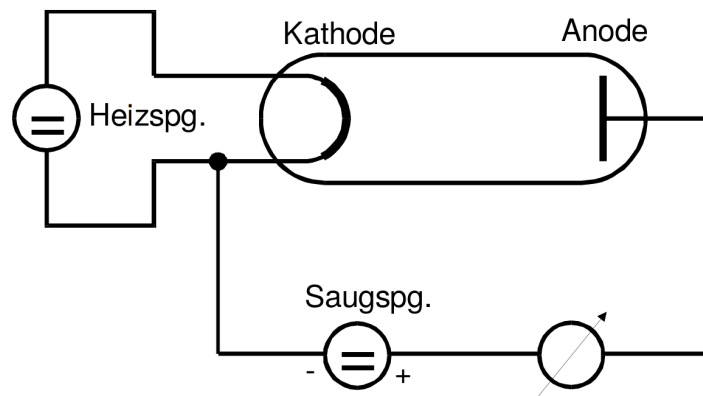
$$I_S = 4\pi f e_0 m_0 \frac{k^2}{h^3} T^2 \exp\left(-e_0 \frac{\phi}{kT}\right). \quad (2)$$



**Abbildung 1:** Darstellung der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion für  $T = 0$  und  $T \gg 0$  [1].

## 2.2 Hochvakuum-Diode

Damit annähernd der Sättigungsstrom gemessen werden kann, dürfen die Elektronen nicht mit dem äußeren Medium wechselwirken und müssen zusätzlich nach dem Austritt abgesaugt werden. Dies wird bei einer Hochvakuum-Diode dadurch erreicht, indem zwischen der Kathode (dem Glühdraht) und der Anode eine Spannung angelegt wird und auch der Bereich dazwischen evakuiert wird. Die Diode ist in [Abbildung 2](#) schematisch dargestellt.



**Abbildung 2:** Grundlegende Darstellung einer Hochvakuum-Diode [1].

### 2.3 Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Da die Elektronen jedoch eine Beschleunigung in Richtung der Anode erfahren und der Strom überall konstant ist, folgt aus  $I = -\rho v f$ , dass die Ladungsverteilung zur Anode hin geringer werden muss. Diese Ladungshäufung vor der Kathode führt dazu, dass bei geringen Saugspannungen  $V$  die Stromstärke  $I$  unter dem Sättigungsstrom  $I_S$  liegt und im Raumladungsgebiet annähernd durch die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

$$I = \frac{4}{9} f \sqrt{\frac{2e_0^3 V^3}{a^4 m_0}} \quad (3)$$

beschrieben wird. Der Abstand zwischen der Anode und der Kathode wird hier mit  $a$  bezeichnet.

### 2.4 Anlaufstrom bei einer anliegenden Gegenspannung an der Hochvakuum-Diode

Die Elektronen können auch ohne eine anliegende Spannung zwischen Kathode und Anode von der Kathode zur Anode wandern. Dies liegt daran, dass es Elektronen gibt, die eine größere Geschwindigkeit in Richtung der Oberflächennormalen besitzen, als zum Verlassen des Leiters notwendig wäre und sie somit nach dem Austreten noch eine Geschwindigkeit in Richtung Anode besitzen. Diese Geschwindigkeit entscheidet bis zu welcher Gegenspannung das Elektron noch an der Anode ankommt. Offensichtlich nimmt der Anlaufstrom mit wachsender Gegenspannung ab. Diese Anlaufstromstärke im Anlaufstromgebiet ist durch

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{e_0(-V + \phi_A)}{kT}\right) \quad (4)$$

gegeben. Hierbei ist  $V < 0$  die Gegenspannung und  $\phi_A e_0$  ist die Austrittsarbeit an der Anode.

### 2.5 Kennlinie der Hochvakuum-Diode

Die Kennlinie einer Hochvakuum-Diode ist abhängig von der Temperatur an der Kathode. Bei größeren Temperaturen ist auch die Stromstärke bei der selben Saugspannung größer. Bei allen Kennlinien steigt die Stromstärke bei größer werdenden Saugspannungen. Die Kennlinie wird in drei Bereiche unterteilt. Der Bereich in welchem eine Gegenspannung ( $V < 0$ ) anliegt, wird Anlaufstromgebiet genannt und lässt sich anhand des exponentiellen Anstiegs erkennen, während sich das anschließende Raumladungsgebiet durch  $I \propto V^{\frac{3}{2}}$  auszeichnet. Das Sättigungsstromgebiet schließt sich daran an und ist nun nicht mehr durch eine Proportionalität zu  $V^{\frac{3}{2}}$  gegeben, sondern nähert sich asymptotisch der Sättigungsstromstärke  $I_S$  an. Eine solche Kennlinie ist in Abbildung 3 zu sehen.

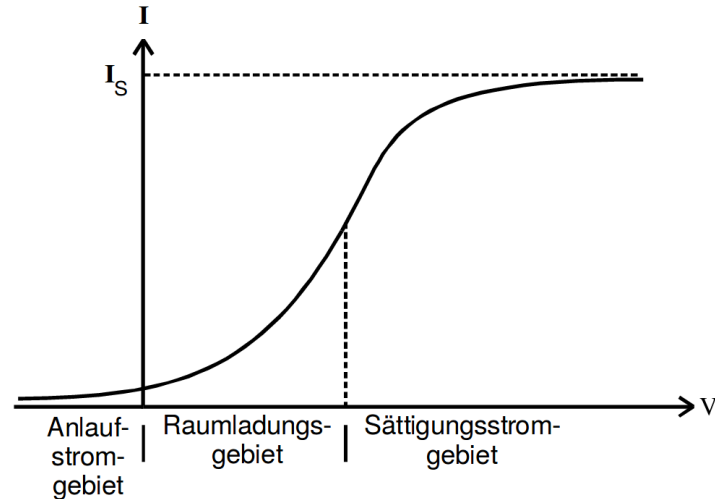


Abbildung 3: Mögliche Kennlinie einer Hochvakuum-Diode [1].

## 2.6 Stefan-Boltzmann Gesetz

Das Stefan-Boltzmann Gesetz besagt, dass sich die Strahlungsleistung  $N_{\text{Str}}$  nach folgendem Gesetz ergibt:

$$N_{\text{Str}} = f\nu\sigma T^4. \quad (5)$$

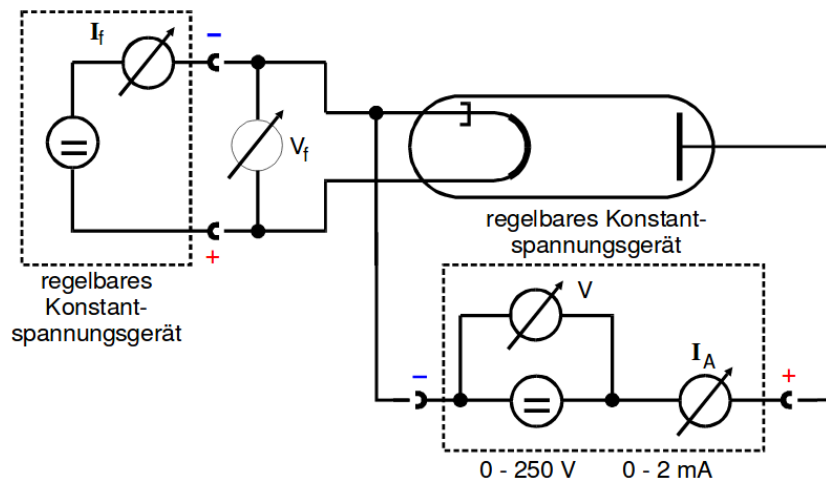
Hierin ist  $f$  die emittierende Kathodenoberfläche,  $\sigma$  mit einem Wert von  $5,7 \cdot 10^{-12} \text{ W}/(\text{cm}^2 \text{ K}^4)$  [1] die Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante und  $\nu$  mit einem Wert von 0,28 [1] der Emissionsgrad der Oberfläche. Mit dem Energiesatz folgt:

$$T = \left( \frac{I_f V_f - N_{\text{WL}}}{f\nu\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (6)$$

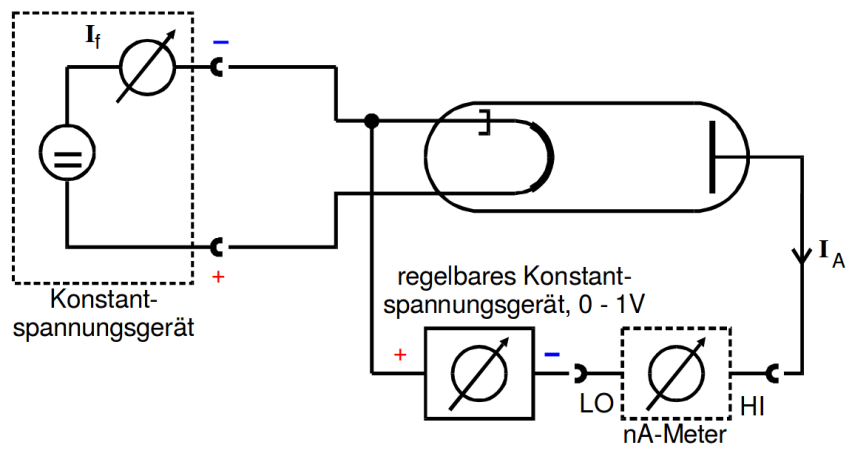
wobei  $I_f V_f$  die Heizleistung und  $N_{\text{WL}}$  die Wärmeleitung der Diode ist.

## 3 Aufbau

In Abbildung 4 ist eine mögliche Schaltung zur Aufnahme von Kennlinien im Bereich  $V \geq 0$  abgebildet. Ein regelbares Konstantspannungsgerät sorgt für eine regelbare konstante Heizleistung in der Hochvakuum-Diode und ein zweites regelbares Konstantspannungsgerät für eine einstellbare konstante Saugspannung. An beiden Geräten können sowohl Spannung als auch die Stromstärke abgelesen werden. In Abbildung 5 ist eine mögliche Schaltung zur Aufnahme von einer Kennlinie im Bereich  $V \leq 0$  abgebildet. Ein Konstantspannungsgerät sorgt für einen konstanten Heizstrom  $I_f$  vom 2,5 A und ein regelbares Konstantspannungsgerät für eine regelbare annähernd konstante Gegenfeldstärke. An dem regelbarem Konstantspannungsgerät kann die Gegenspannung und am Nanoamperemeter, mit Innenwiderstand von  $1 \text{ M}\Omega$ , die Anlaufstromstärke  $I_A$  gemessen werden. Zwischen dem Nanoamperemeter und der Anode sollte aufgrund der geringen Stromstärken ein besonders kurzes Kabel verwendet werden.



**Abbildung 4:** Darstellung einer möglichen Schaltung zur Aufnahme von Kennlinien mit  $V \geq 0$  [1].



**Abbildung 5:** Darstellung einer möglichen Schaltung zur Aufnahme von Kennlinien mit  $V \leq 0$  [1].

## 4 Durchführung

Zum Erstellen einer Kennlinienschar der Hochvakuum-Diode 1 wird die Schaltung in Abbildung 4 aufgebaut. Der Heizstrom wird von 2,0 A bis 2,5 A in 0,1 A-Schritten variiert und zusammen mit der zugehörigen Spannung notiert. Für jede Heizstromstärke wird nun die Saugspannung von 0 V bis 250 V variiert und zusammen mit der zugehörigen Stromstärke notiert. Zum Erstellen einer Kennlinie im Anlaufstromgebiet wird die Schaltung aus Abbildung 5 aufgebaut. Die Gegenspannung wird von 0 V bis  $-1$  V variiert und zusammen mit der zugehörigen Anlaufstromstärke notiert.

## 5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [5] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [3] durchgeführt. Die Werte für die Elektronenmasse  $e_0$ , Elektronenladung  $m_0$ , die Boltzmann-Konstante  $k$  und dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$  wurden von der NumPy-Konstantenbibliothek entnommen [4].

### 5.1 Bestimmung des Sättigungsstroms einer Hochvakuum-Diode mithilfe von Kennlinien

Zunächst werden die Sättigungsströme als Grenzwerte der Kennlinien bestimmt. Den Graphen nach werden die Sättigungsströme zu den drei untersten Graphen durch ihre letzten Messwerte hinreichend gut beschrieben. Die Sättigungsströme zu den Heizströmen  $I_f = 2,3$  A und  $I_f = 2,4$  A sind Schätzungen, basierend auf den bekannten Graphenverläufen. Aus der Kennlinie zu  $I_f = 2,5$  A lässt sich kein Sättigungsstrom folgern.



**Tabelle 1:** Die gemessenen Stromstärken in Abhängigkeit der Saugspannung unter Heizströmen zwischen 2,0 A und 2,4 A .

$U/\text{V}$	$I_{2,0}/\mu\text{A}$	$I_{2,1}/\mu\text{A}$	$I_{2,2}/\mu\text{A}$	$I_{2,3}/\mu\text{A}$	$I_{2,4}/\mu\text{A}$
0	0	0	0	0	0
10	19	29	34	35	37
20	44	65	80	82	83
30	70	106	132	134	141
40	93	152	188	205	218
50	109	191	250	270	299
60	122	224	307	364	388
70	130	251	368	438	489
80	134	271	431	535	594
90	138	291	488	620	704
100	140	302	540	704	816
110	142	309	586	793	929
120	143	315	624	872	1049
130	144	318	653	942	1156
140	145	322	675	1015	1266
150	146	325	695	1083	1380
160	147	327	708	1144	1489
170	148	329	718	1197	1586
180	149	331	726	1244	1686
190	150	333	733	1284	1787
200	151	335	740	1322	1882
210	152	337	744	1352	1989
220	152	338	749	1376	2070
230	153	340	753	1395	2160
240	153	341	756	1411	2240
250	154	343	760	1429	2320

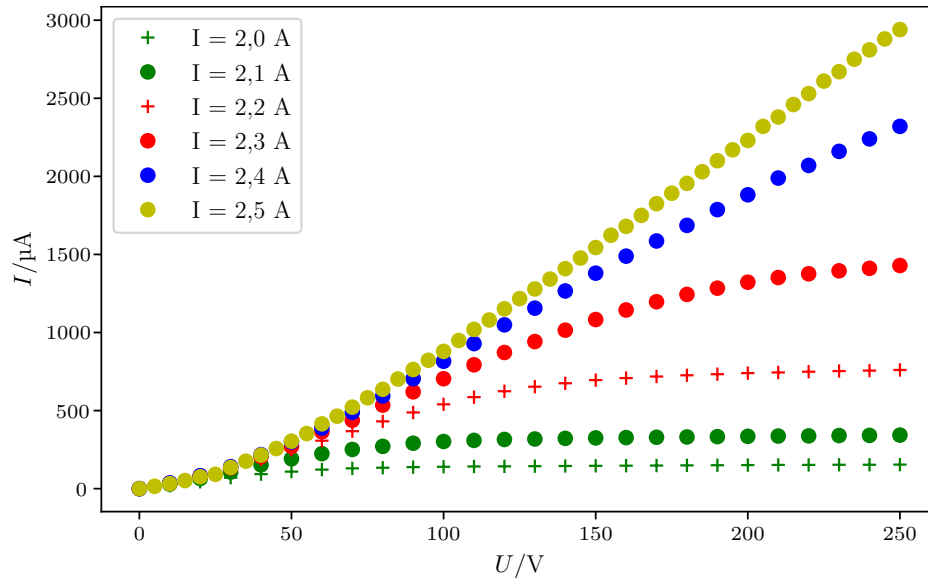
**Tabelle 2:** Die gemessenen Stromstärken in Abhängigkeit der Saugspannung bei einem Heizstrom von 2,5 A.

$U/\text{V}$	$I_{2,5}/\mu\text{A}$	$U/\text{V}$	$I_{2,5}/\mu\text{A}$
0	0	130	1279
5	15	135	1342
10	32	140	1409
15	52	145	1477
20	76	150	1544
25	92	155	1623
30	136	160	1680
35	176	165	1750
40	215	170	1825
45	257	175	1892
50	304	180	1955
55	353	185	2030
60	415	190	2100
65	464	195	2170
70	522	200	2230
75	582	205	2320
80	636	210	2380
85	702	215	2460
90	763	220	2530
95	822	225	2610
100	879	230	2670
105	949	235	2750
110	1020	240	2810
115	1080	245	2880
120	1152	250	2940

**Tabelle 3:** Die geschätzten Sättigungsströme unter Variation der Heizleistung.

$I_f/\text{A}$	$W_f/\text{W}$	$I_s/\mu\text{A}$
2,0	7,0	154
2,1	8,1	343
2,2	9,3	760
2,3	10,6	1500
2,4	12,0	3000

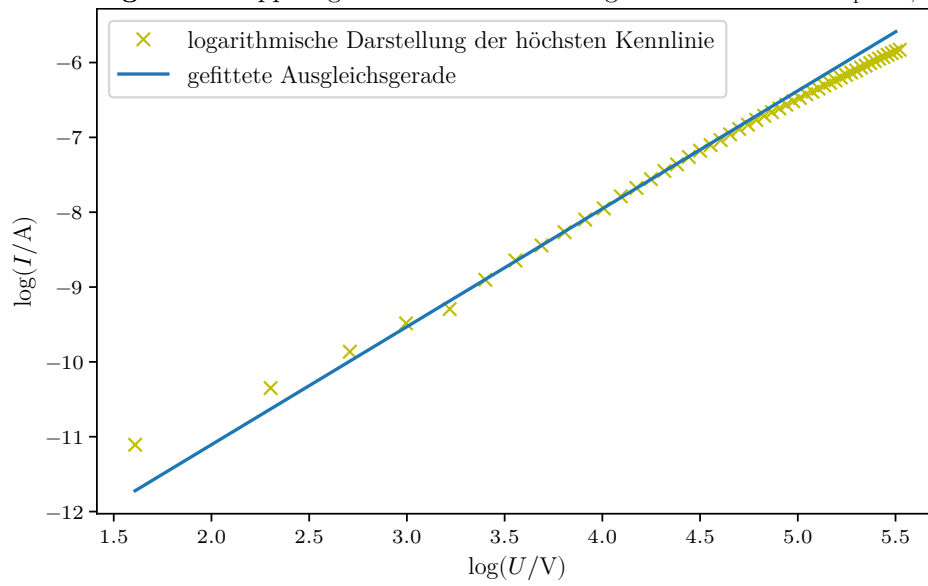
**Abbildung 6:** Die Kennlinien der Hochvakuumdiode unter verschiedenen Heizleistungen.



## 5.2 Bestimmung des Exponenten der Strom-Spannungs-Beziehung im Geltungsbereich des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes

Mithilfe einer doppellogarithmischen Darstellung der Kennlinie bei einem Heizstrom von 2,5 A wird die Strom-Spannungsbeziehung im Geltungsbereich des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes untersucht. Es wird nach Formel 3 ein linearer Zusammenhang vermutet. Daher werden die Messwerte mit einer Saugspannung zwischen 70 V und 180 V verwendet. Ein linearer Fit der Form  $y = ax + b$  liefert eine Steigung von  $a = 1,576 \pm 0,008$ .

**Abbildung 7:** Die doppellogarithmische Darstellung Kennlinie des mit  $I_f = 2,5 \text{ A}$ .



### 5.3 Bestimmung der Kathodentemperatur über das Anlaufstromgebiet

Es folgt eine Untersuchung des Anlaufstromgebietes mithilfe der Messwerte aus 4. Da die Temperatur nach Formel 4 logarithmisch bezüglich der Stromstärke skaliert, wird eine halblogarithmische Darstellung in 8 verwendet. Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung der Form  $y = ax + b$  und der Formel

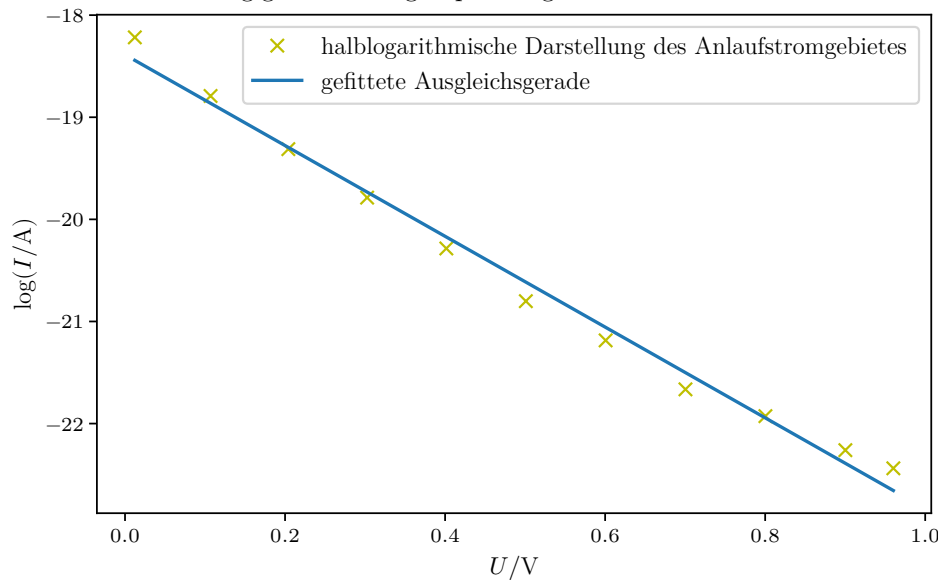
$$T = \frac{-e_0 V}{ka} \quad (7)$$

folgt eine Temperatur von  $(2,61 \pm 0,09) \cdot 10^3 \text{ K}$ .

**Tabelle 4:** Die gemessenen Stromstärken in Abhängigkeit der Saugspannung bei einem Heizstrom von 2,5 A.

$U/\text{V}$	$I/\text{nA}$
0,00	12,25
0,10	6,90
0,20	4,10
0,30	2,55
0,40	1,55
0,50	0,93
0,60	0,63
0,70	0,39
0,80	0,30
0,90	0,21
0,96	0,18

**Abbildung 8:** Die halblogarithmische Darstellung der maximalen Kennlinie in Abhängigkeit der Gegenspannung.



## 5.4 Bestimmung der Kathodentemperatur mithilfe der Heizleistung

Zum Vergleich werden die Kathodentemperaturen zu den anderen Heizströmen über die Heizleistung bestimmt. Mithilfe von 6 folgen die Temperaturen in 5. Es wird ein Leistungsverlust durch Wärmeleitung  $N_{\text{WL}}$  von 1 W angenommen. Die Fläche  $f$  beträgt  $0,32 \text{ cm}^2$ . Auffällig ist, dass die hier bestimmten Temperaturen signifikant kleiner sind, als die über die Anlaufstrommethode. Nach 6 ist ein solcher Anstieg auch nicht zu erwarten.

**Tabelle 5:** Die Kathodentemperatur  $T_{\text{S}}$  und Austrittsarbeit  $\phi$  in Abhängigkeit der Heizleistung.

$I_{\text{f}}/\text{A}$	$W_{\text{f}}/\text{W}$	$T_{\text{S}}/\text{K}$	$\phi/\text{eV}$
2,0	7,00	1924	4,57
2,1	8,13	1998	4,62
2,2	9,34	2068	4,65
2,3	10,61	2135	4,69
2,4	11,96	2200	4,71

## 5.5 Bestimmung der Austrittsarbeit des verwendeten Kathodenmaterials

Durch Umstellung der Richardson-Gleichung in 2 nach  $\phi$  folgt:

$$\phi = -\ln \left( \frac{I_{\text{S}} h^3}{4\pi e_0 m_0 f k^2 T^2} \right) \frac{kT}{e_0}. \quad (8)$$

Diese Beziehung liefert die Austrittsarbeit  $\phi$  in Tabelle 5. Aus den verschiedenen Werten für die Austrittsarbeit  $\phi$  ergibt sich ein Mittelwert von  $(4,64 \pm 0,03) \text{ eV}$ .

## 6 Diskussion

**Tabelle 6:** Ergebnisse.

$a_{2,5 \text{ A}}$	$T_{2,5 \text{ A}} / \text{K}$	$E/\text{eV}$
$1,576 \pm 0,008$	$2611 \pm 89$	$4,65 \pm 0,03$

Die erstellten Kennlinien folgen dem in der Theorie 3 dargestellten Verlauf. Auch die Kennlinie unter einem Heizstrom von  $I_{\text{f}} = 2,5 \text{ A}$  besitzt einen Sättigungsstrom. Dieser konnte jedoch nicht ermittelt werden. Die logarithmische Darstellung dieser Kennlinie zeigt leichte Schwankungen im unteren und oberen Bereich der X-Achse. Dies folgt, da die Ausgleichsgerade auf den Daten in der Mitte basiert, da dort das Raumladungsgebiet vermutet wird. Die Strommessung im Anlaufstromgebiet zeigt, in der halblogarithmischen Darstellung 8, Schwankungen. Möglichen Fehlerquellen sind

im Versuchsaufbau zu finden. Da sich die gemessenen Ströme im nA Bereich befinden, wird ein sehr empfindliches Messgerät mit Verstärker benötigt. Dieses ist störanfällig und benötigt eine sehr kurze Leitung zwischen Anode und Eingang. Zudem kommt es beim Amperemeter zu Schwankungen, wenn sich Objekte in der Nähe der Leitung befinden. Zudem verfälscht der Übergangswiderstand zwischen Stecker und Buchse das Ergebnis aufgrund seiner exponentiellen Spannungsabhängigkeit das Ergebnis. Er kann auch nicht komplett behoben werden. Eine zusätzliche Fehlerquelle sind Folgen der direkten Heizung. Abweichungen aufgrund des internen Widerstandes sind irrelevant klein. Aufgrund dessen liegt der hiermit bestimmte Temperaturwert deutlich über den per Heizleistung bestimmten Temperaturen. Die ermittelte Austrittsarbeit liegt 3 % über dem Literaturwert von 4,5 eV [6]. Dies entspricht fünf Standardabweichungen und kann durch einen der zuvor genannten Gründe zustande kommen. Auch nicht berücksichtigte Effekte und die Missachtung der Ablesefehler können dazu beitragen. Aufgrund der vorher genannten Gründe kann davon ausgegangen werden, dass es sich bei dem Kathodenmaterial um Wolfram handelt.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V504 Thermische Elektronenemission*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V504.pdf>.
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] NIST. *Numpy Konstanten*. URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (besucht am 25.04.2017).
- [5] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [6] Spektrum. *Literaturwert der Austrittsarbeit von Wolfram*. URL: <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/austrittsarbeit/1067> (besucht am 24.04.2017).