

Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.12.2022, Abgabe: 13.12.22

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Funktionsweise	3
3 Durchführung	4
3.1 Messungen mit und ohne Störsignal	4
3.2 Messung mit LED	6
4 Auswertung	6
4.1 Schaltung ohne Noise Generator	6
4.1.1 Verifikation des Gleichrichters	6
4.1.2 Spannung in Abhängigkeit der Phase nach Integration ohne Geräusche	8
4.2 Schaltung mit Noise Generator	9
4.2.1 Ohne Tiefpass	9
4.2.2 Spannung in Abhängigkeit der Phase nach Integration mit Geräuschen	10
4.3 Photodektorschaltung	12
5 Diskussion	13
5.1 Gleichrichter	13
5.2 Tiefpass	14
5.3 Messfehler	14
5.4 Photodektorschaltung	14
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch geht es darum die Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers zu demonstrieren. Zunächst werden die Bestandteile mit einem Oszilloskop ausgemessen. Die Fähigkeit dieses Geräts ein Signal zu erkennen, auch wenn es mit Störsignalen vermischt ist wird mit einem Testsignal gezeigt.

2 Theoretische Grundlagen

Der Lock-In-Verstärker ist ein Gerät, das ein periodisches Signal von einer bestimmten Frequenz empfangen und erkennen kann. Dabei haben Störsignale einen nur geringen Einfluss auf die Messung des Signals.

2.1 Funktionsweise

Der Lock-In-Verstärker filtert das von außen kommende Signal U_{sig} in zwei Schritten. Der erste Schritt ist ein Bandpassfilter. Dieser filtert alle Frequenzen heraus, die sehr weit von der Signalfrequenz ω entfernt sind. Dazu muss der Bandpassfilter auf die Signalfrequenz eingestellt sein, damit er die richtigen Frequenzen filtern kann. Im zweiten Schritt wird die Signalspannung U_{sig} mit einer Referenzspannung U_{ref} vermischt. U_{ref} ist eine Rechteckschwingung, die die gleiche Frequenz hat wie das ursprüngliche Signal U_{sig} . Sie schwingt zwischen 1 und -1 und ist so normiert, dass sie den Betrag der Signalspannung nicht verändert. Das Mischen lässt sich mathematisch durch eine Multiplikation $U_{\text{sig}} \cdot U_{\text{ref}}$ ausdrücken. Durch einen Phasenschieber lässt sich U_{ref} um die Phase Φ verschieben.

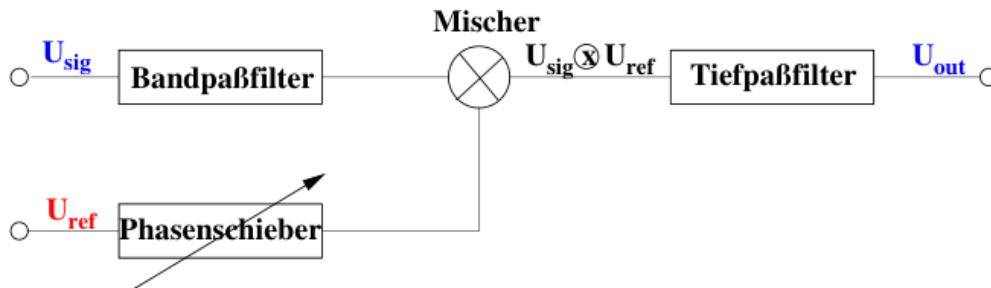


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

In [1] wird dieser Prozess mit einem Sinusförmigen Beispielsignal durchgerechnet:

$$U_{\text{sig}} = U_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

Anschließend wird die Fourierreihe der Rechteckschwingung aufgestellt:

$$U_{\text{ref}} = \frac{4}{\pi} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin((2k+1)\omega t) \right) \quad (2)$$

Die Terme für U_{ref} und U_{sig} werden multipliziert

$$U_{\text{sig}} \cdot U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos 4\omega t - \dots \right) \quad (3)$$

Die entstehende Schwingung enthält nun die geraden Oberwellen der Grundfrequenz [vgl. 1]. Bei einem Phasenunterschied von $\Phi = 0$ wirkt diese also wie ein Gleichrichter. Durch

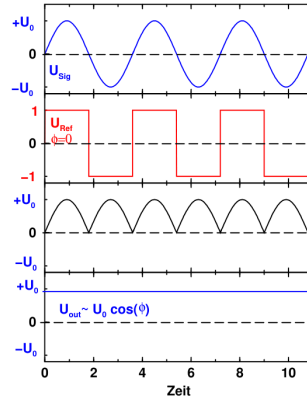


Abbildung 2: Signalverläufe bei einer sinusförmigen Signalspannung [1]

einen Tiefpassfilter, werden anschließend die schwingenden Anteile von 3 entfernt. Übrig bleibt nur die erste Ordnung von 3

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \quad (4)$$

Wird das Referenzsignal um die Phase Φ zu U_{sig} verschoben ergibt sich [vgl. 1]:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\Phi) \quad (5)$$

3 Durchführung

Ein Lock-In-Verstärker wie in Abb. 3 dargestellt wird aufgebaut. Es werden die Signale des Funktionsgenerators (Reference und Oscillator) mit einem Oszilloskop gemessen [1].

3.1 Messungen mit und ohne Störsignal

Die Verbindungen werden wie in Abb. 4 nachgebaut. Um die grundlegende Funktion ohne Störung zu demonstrieren wird der Noise-Generator überbrückt, d.h. der Pre-Amplifier wird direkt mit dem Reference Ausgang des Funktionengenerators verbunden. Dieser wird auf eine Frequenz von 1 kHz und eine Amplitude von 10 mV eingestellt. Der Bandpassfilter wird auf die gleiche Frequenz eingestellt. Die Einstellungen der Verstärker im Preamplifier und im Lock-In/Amplitude Detector (vgl. 3) werden notiert. Das Oszilloskop wird an den

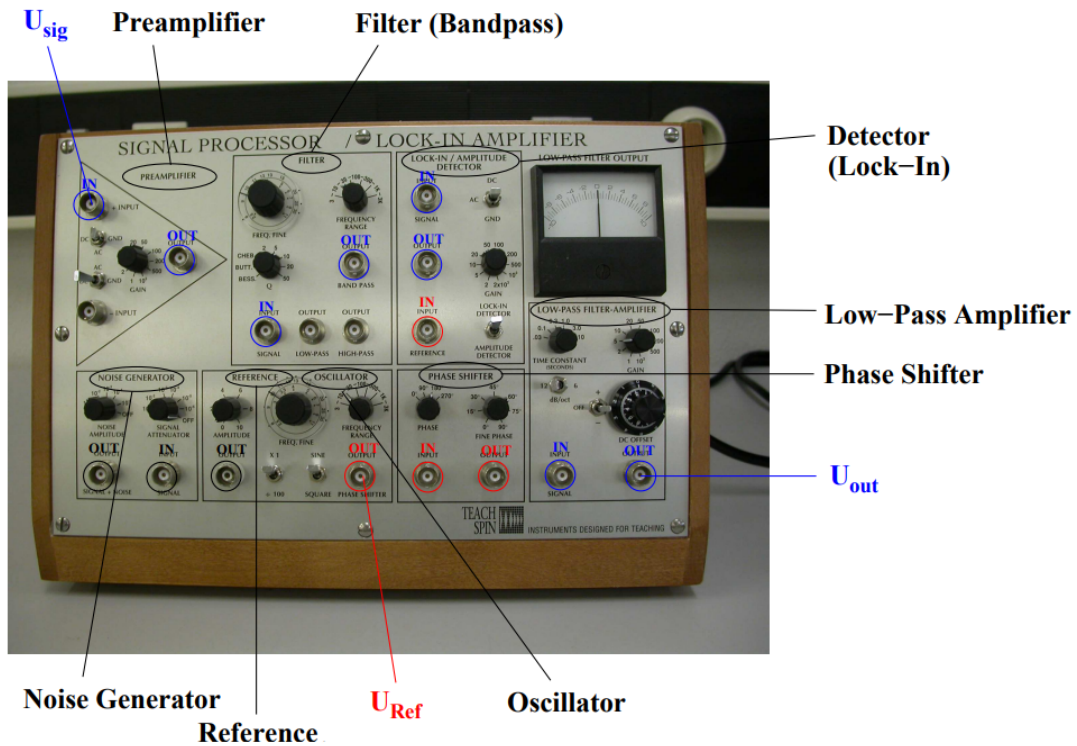


Abbildung 3: Der Schematische Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

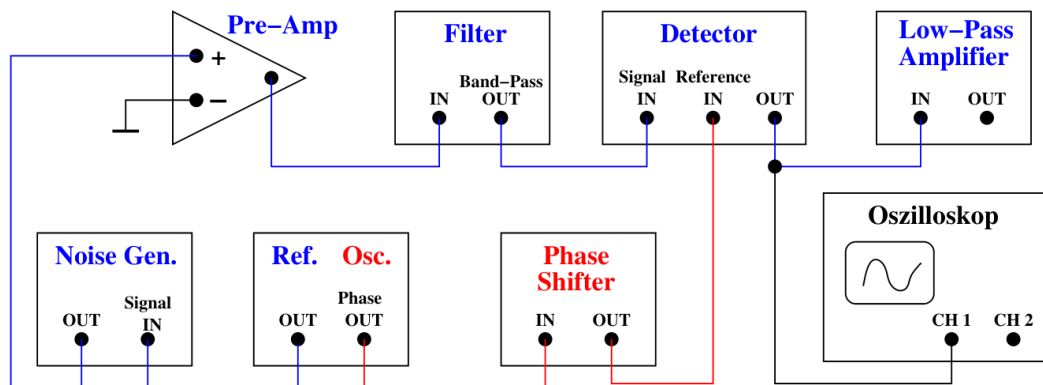


Abbildung 4: Der Schematische Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

Ausgang „Lock-in / Amplitude Detector“ angeschlossen. An diesem Ort wird die Mischung von U_{ref} und U_{sig} ausgelesen. Mithilfe der Speicher-Funktion des Oszilloskops werden Messungen für 5 verschiedene Phasenunterschiede aufgenommen. Im nächsten Schritt wird der zweite Kanal des Oszilloskops an den Ausgang des Tiefpasses angeschlossen. Die Zeit über die der Tiefpass integriert wird mit der Einstellung „Time-Constant“ ausgewählt. Sie sollte größer sein als eine Umlaufdauer von ω damit alle Oberschwingungen aus U_{out} herausgefiltert werden. In dieser Konfiguration werden 10 unterschiedliche Phasenverschiebungen mit dem Oszilloskop aufgenommen. Schließlich wird noch der Rauschgenerator zwischen die Sinusschwingung und den Lock-In-Verstärker geschaltet. Die Stärke des Rauschens wird auf die gleiche Größenordnung wie die Amplitude von U_{sig} eingestellt und die Messungen werden wiederholt.

3.2 Messung mit LED

Das Prinzip des Lock-In-Verstärkers soll als nächstes mit der Messung eines mit Licht übertragenen Signals demonstriert werden. Hierzu werden eine LED und ein Photodi-

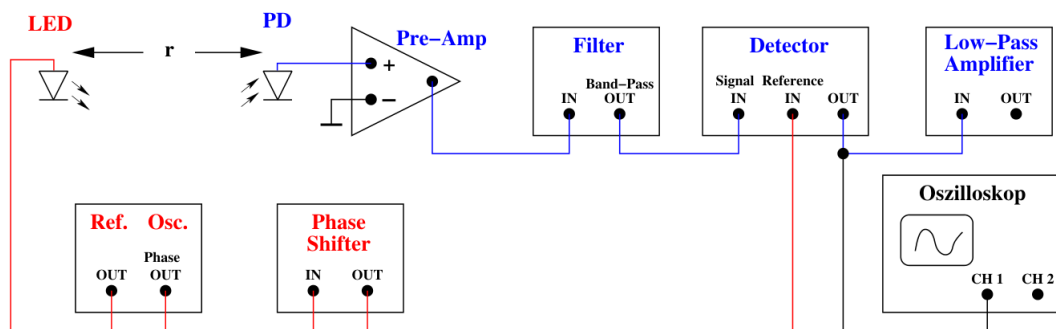


Abbildung 5: Der Lock-In-Verstärker mit einem LED Signal [1]

oder wie in Abb. 5 anstelle des Rauschgenerators eingebaut. Die LED wird mit einer Rechteckspannung des Funktionsgenerators bei etwa 200 Hz zum Blinken gebracht. Die genaue Frequenz wird vom Oszilloskop abgelesen. Der Abstand r (vgl. Abb. 5) wird schrittweise vergrößert und U_{out} wird gemessen.

4 Auswertung

4.1 Schaltung ohne Noise Generator

4.1.1 Verifikation des Gleichrichters

Mit dem linken Ausgang des Funktionsgenerators lassen sich die Spannungsamplituden variieren, während der rechte Ausgang ohne die Beschriftung „phase shift“ eine konstante Spannung erzeugt.

Im nächsten Schritt wird der Schaltplan (Abb. 4) aufgebaut, um die Funktionsweise eines phasenempfindlichen Gleichrichters zu verifizieren. Dabei wird der Noise Generator

gebrückt. Dies findet ohne Verwendung des Tiefpasses statt. Es wird ein sinusförmiges Signal U_{sig} von 1 kHz und $U_0 = 10 \text{ mV}$ am Oszillator Output eingestellt. Dieses Signal wird mit einem Sinus- / Referenzsignal U_{ref} identischer Frequenz gemischt. Der Gain Regulierer des Vorverstärkers hat einen Wert von 1 und der Gain Regulierer des Lock-in Detektors einen Wert von 20. Mit dem Phasenschieber werden insgesamt fünf verschiedene Phasenverschiebungen ϕ eingestellt, die in Abbildung 6 einzusehen sind. Somit lässt sich die Funktionsweise eines phasenempfindlichen Gleichrichters verifizieren.

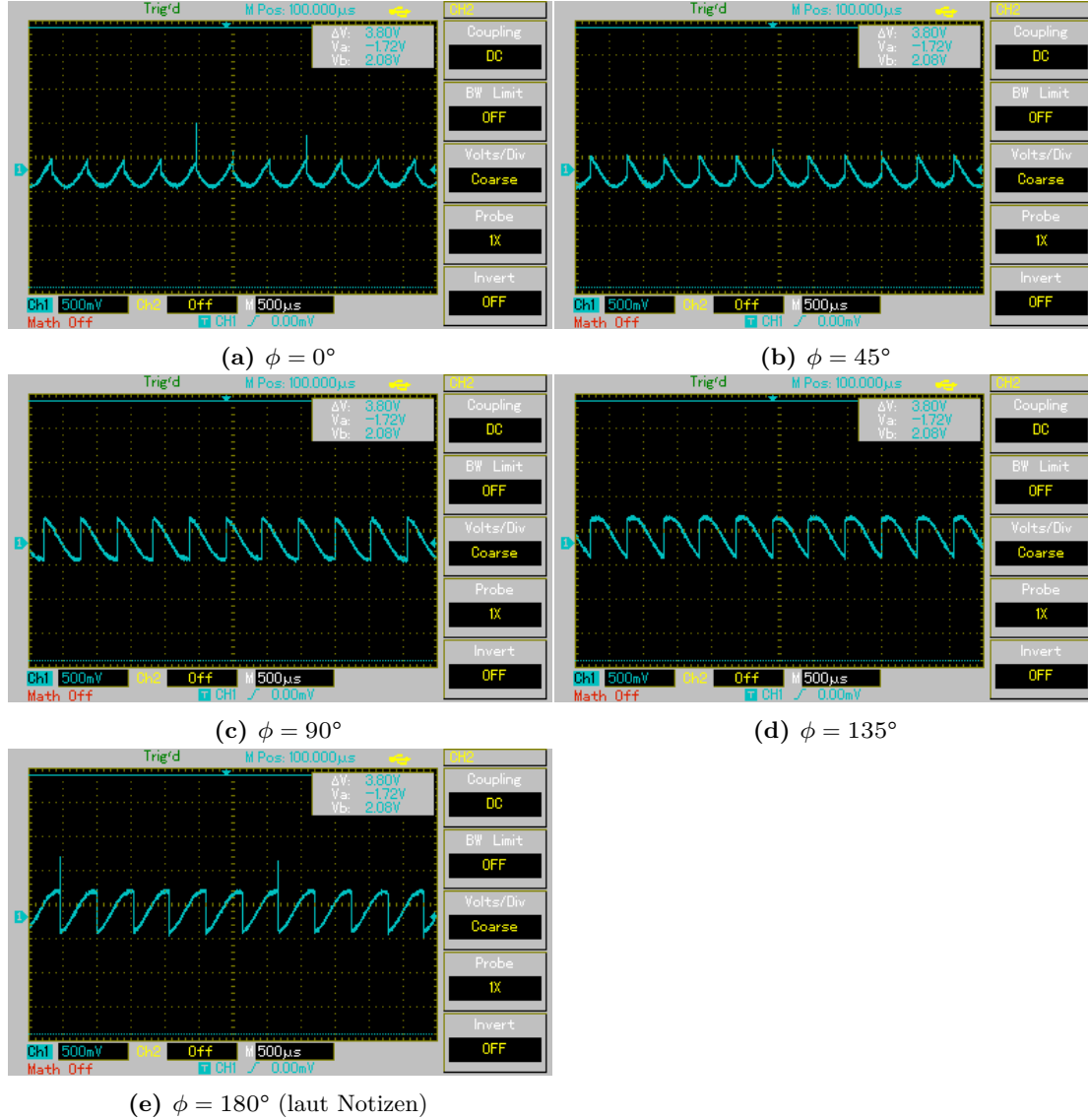


Abbildung 6: Spannungsverläufe für unterschiedliche Phasen ohne Integration und ohne Noise Generator

4.1.2 Spannung in Abhängigkeit der Phase nach Integration ohne Geräusche

Schaltet man den Tiefpass hinzu, ergeben sich je nach Phase ϕ die Spannungsamplituden U_{out} in Tabelle 1.

Tabelle 1: Ausgangsspannung nach Integration ohne Geräuschsignal

$\phi/^\circ$	ϕ/rad	U_{out}/V
0	0	-0,10
45	$\pi/4$	-0,10
90	$\pi/2$	0,04
135	$3\pi/4$	0,18
180	π	0,28
225	$5\pi/4$	0,26
270	$3\pi/2$	0,14
300	$5\pi/3$	0,06
315	$7\pi/4$	0,00
330	$11\pi/6$	-0,06

Da die Spannungswerte gemäß Gleichung (5) 2π -periodisch sein sollen, wird eine Ausgleichsrechnung mit der Funktion

$$U(\phi) = A \cos(B\phi + C) + D \quad (6)$$

durchgeführt, was mittels der Funktion `curve_fit` aus dem Python [2] Paket `scipy.optimize` [3] realisiert wird. Es ergibt sich Plot 6 mit den Parametern

$$\begin{aligned} A_{\text{out}} &= (-0,2002 \pm 0,0055) \text{ V} & B_{\text{out}} &= 0,9938 \pm 0,0208 \\ C_{\text{out}} &= -0,2768 \pm 0,0779 & D_{\text{out}} &= (0,0869 \pm 0,0054) \text{ V}, \end{aligned}$$

wobei die Fehler durch die Kovarianzmatrix berechnet werden.

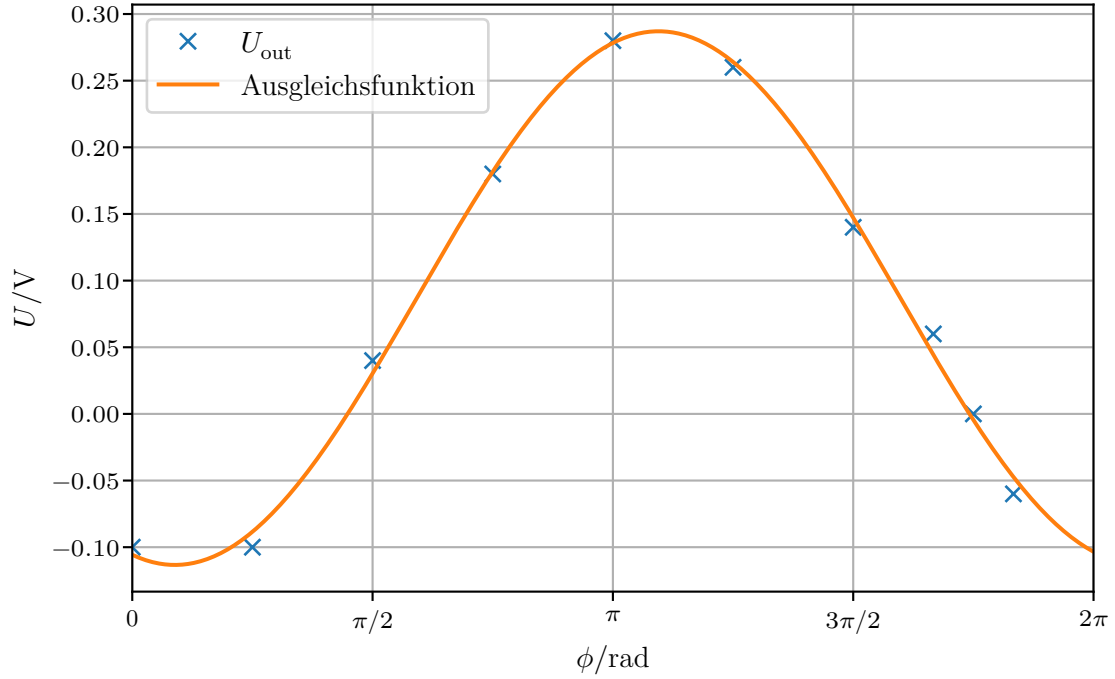


Abbildung 7: Ausgleichsfunktion (6) zu den Werten aus Tabelle 1

Im Vergleich mit Gleichung (5) ergibt sich für die Amplitude der Eingangsspannung $U_{0,\text{out}}$, wenn man noch durch die obigen Gain Faktoren 1 und 20 teilt:

$$U_{0,\text{out}} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{1 \cdot 20} A_{\text{out}} = (-15,7 \pm 0,4) \text{ mV}$$

Dies entspricht einer relativen Abweichung von $U_0 = 10 \text{ mV}$ um $\Delta U_{0,\text{out}} = (57 \pm 4) \%$.

4.2 Schaltung mit Noise Generator

Wie in Schaltplan (Abb. 4) dargestellt wird über den Noise Generator ein Rauschsignal hinzu gegeben. Das Signal ist von der gleichen Größenordnung wie die Signalspannung U_{sig} . Der Gain Regulierer am Vorverstärker ist nun auf 5 gestellt, die Noise Amplitude und der Noise Attenuator auf 10^{-3} . Der Gain Regulator des Lock-in Detektors steht weiterhin auf 20. Analog zu Abschnitt 4.1 werden alle Messungen wiederholt, erst ohne und dann mit Integrationsglied.

4.2.1 Ohne Tiefpass

Für die Messreihe ohne Integration durch den Tiefpass ergeben sich die Spannungsverläufe 8. Im Vergleich zu den Signalen in Abbildung 6 ist erkennbar, dass bei gleicher Signalspannung U_{sig} die Signale am Oszilloskop die gleiche Form (augenscheinlich gleiche Frequenz und Amplitude) haben. Die einzige Ausnahme ist hierbei das Bild von $\phi = 180^\circ$ (vgl. 6e und 8e). Verglichen mit den Abbildungen im Anhang sieht es allerdings so aus,

als wäre versehentlich bei der Durchführung ohne den Noise Generator eine Phase von 270° eingestellt worden, wodurch sich diese Diskrepanz erklären lässt.

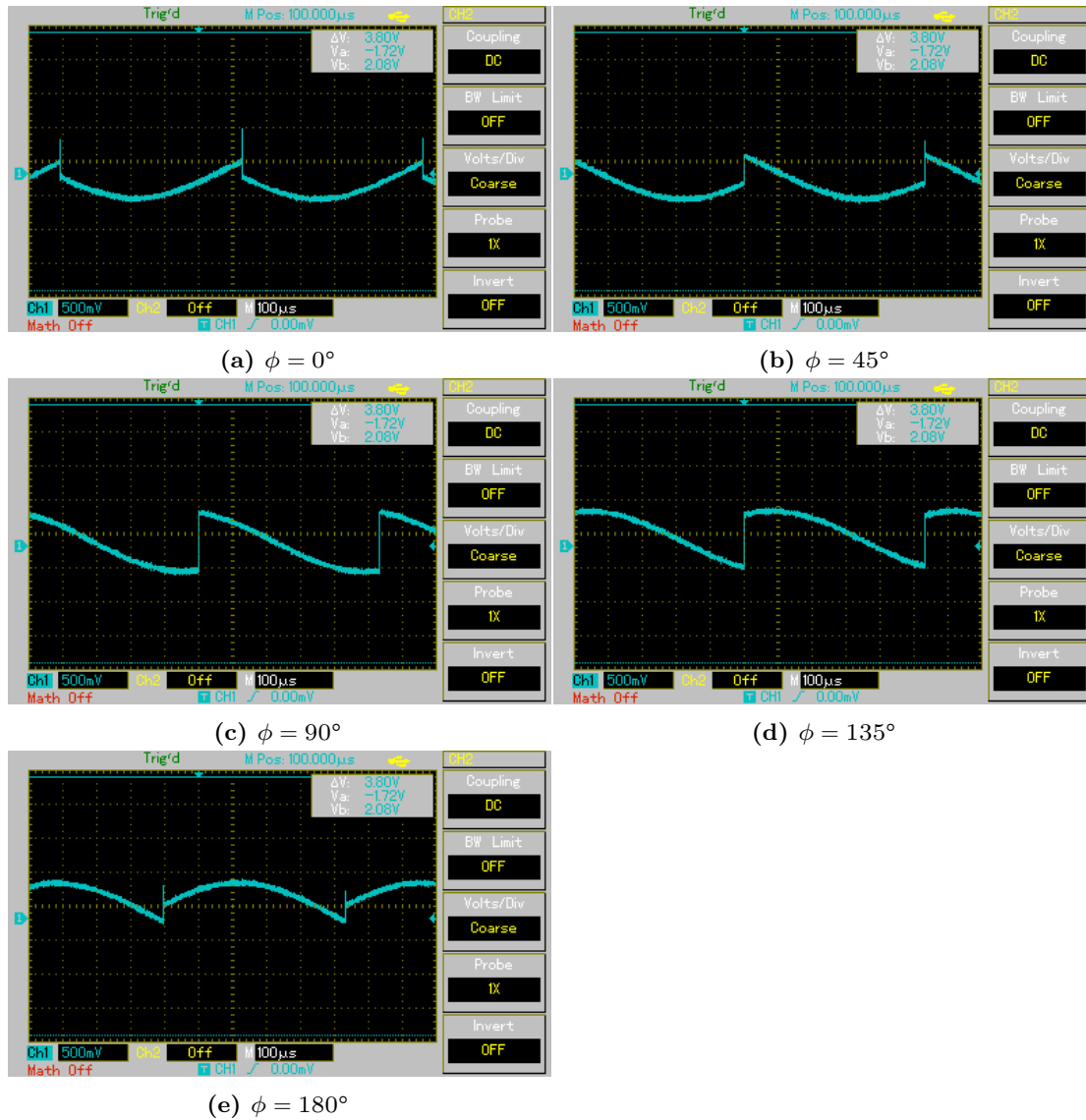


Abbildung 8: Spannungsverläufe für unterschiedliche Phasen ohne Integration mit Noise Generator

4.2.2 Spannung in Abhängigkeit der Phase nach Integration mit Geräuschen

Unter Verwendung des Tiefpasses ergeben sich abhängig von der Phasenverschiebungen ϕ die Spannungen U_{noise} in 2. Analog zu Abschnitt 4.1.2 ergeben sich mit der Ausgleichs-

Tabelle 2: Ausgangsspannung nach Integration mit Geräuschsignal

$\phi/^\circ$	ϕ/rad	$U_{\text{noise}}/\text{V}$
0	0	-0,18
45	$\pi/4$	-0,16
90	$\pi/2$	0,00
135	$3\pi/4$	0,22
180	π	0,34
225	$5\pi/4$	0,32
270	$3\pi/2$	0,16
300	$5\pi/3$	0,04
315	$7\pi/4$	-0,04
330	$11\pi/6$	-0,12

funktion (6) die Parameter

$$A_{\text{noise}} = (-0,2747 \pm 0,0055) \text{ V}$$

$$B_{\text{noise}} = 0,9933 \pm 0,0150$$

$$C_{\text{noise}} = -0,2754 \pm 0,0564$$

$$D_{\text{noise}} = (0,0810 \pm 0,0054) \text{ V}.$$

Auch hier errechnen sich die Fehler auf die Parameter durch die Kovarianzmatrix.

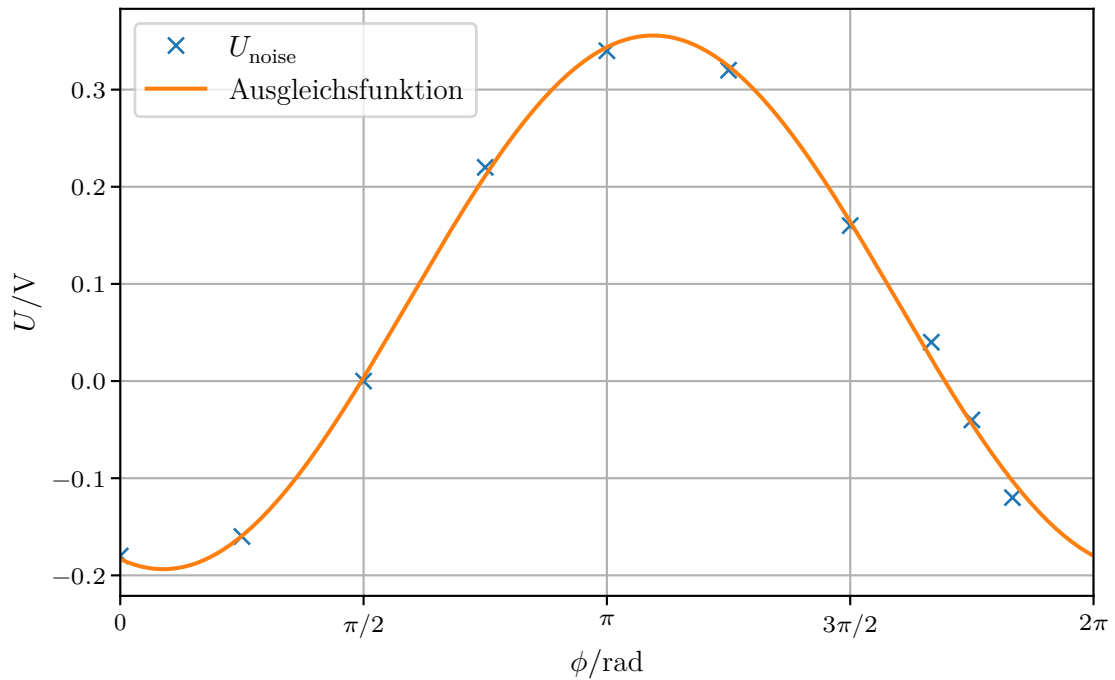


Abbildung 9: Ausgleichsfunktion (6) zu den Werten aus Tabelle 2

Es ist leicht erkennbar, dass die beiden Ausgleichsfunktionen nah beieinander liegen.

Da allerdings der Gain Regulator am Vorverstärker um den Faktor 5 größer als zuvor eingestellt ist, folgt für die Amplitude der Eingangsspannung ein Wert von

$$U_{0,\text{noise}} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{5 \cdot 20} A_{\text{noise}} = (-4,31 \pm 0,09) \text{ mV},$$

was einer relativen Abweichung von $U_0 = 10 \text{ mV}$ um $\Delta U_{0,\text{noise}} = -(56,9 \pm 0,9) \%$ entspricht.

4.3 Photodetektorschaltung

Es wird der Schaltplan 5 aufgebaut und die Leuchtdiode mit einer Rechteckspannung der Frequenz 214,26 Hz moduliert. Der Gain Regulierer am Preamplifier wird auf 10 gestellt, der Regulierer am Lock-in / Amplitude Detector auf 20. Die Leuchtdiode steht auf der Schiene bei $x_{\text{LED}} = 5 \text{ cm}$ während der Photodetektor verschoben wird, sodass für den Abstand r zwischen LED und Detektor $r = x_{\text{PD}} - x_{\text{LED}}$ gilt. Die Werte für Abstand r und Spannung U_r sind in Tabelle 3 einzusehen. Es ist anzumerken, dass im Laufe der Messreihe der Messbereich der Spannung erhöht werden muss, um für kleine Spannungen einen gewissen Exaktheitsgrad zu bewahren. Dadurch kommt es zu den verschiedenen Nachkommastellen bei den gemessenen Spannungen. Da die Schiene 1,5 m lang und somit nicht ausreichend lang für den Messwert bei x_{PD} ist, liegt hier bei der gemessenen Spannung wohlmöglich eine höhere Abweichung vor als bei den anderen Werten.

Tabelle 3: Spannung in Abhängigkeit des Abstandes

x_{PD}/cm	r/cm	U_r/V
10	5	4,49
15	10	1,34
20	15	0,48
25	20	0,24
30	25	0,225
40	35	0,125
50	45	0,082
60	55	0,070
70	65	0,056
80	75	0,045
90	85	0,035
100	95	0,030
110	105	0,025
120	115	0,021
130	125	0,020
140	135	0,019
150	145	0,017

Es kann von einer Spannungsabnahme proportional zu r^{-2} ausgegangen werden. Mit der Funktion `curve_fit` des Python [2] Pakets `scipy.optimize` [3] wird eine nicht-lineare

Ausgleichsrechnung der Funktion

$$U(r) = C \frac{1}{r^2} + D \quad (7)$$

durchgeführt. Es ergeben sich die Parameter

$$C = (0,0113 \pm 0,0001) \text{ V m}^2 \quad D = (0,0254 \pm 0,0142) \text{ V}$$

sowie Plot 10.

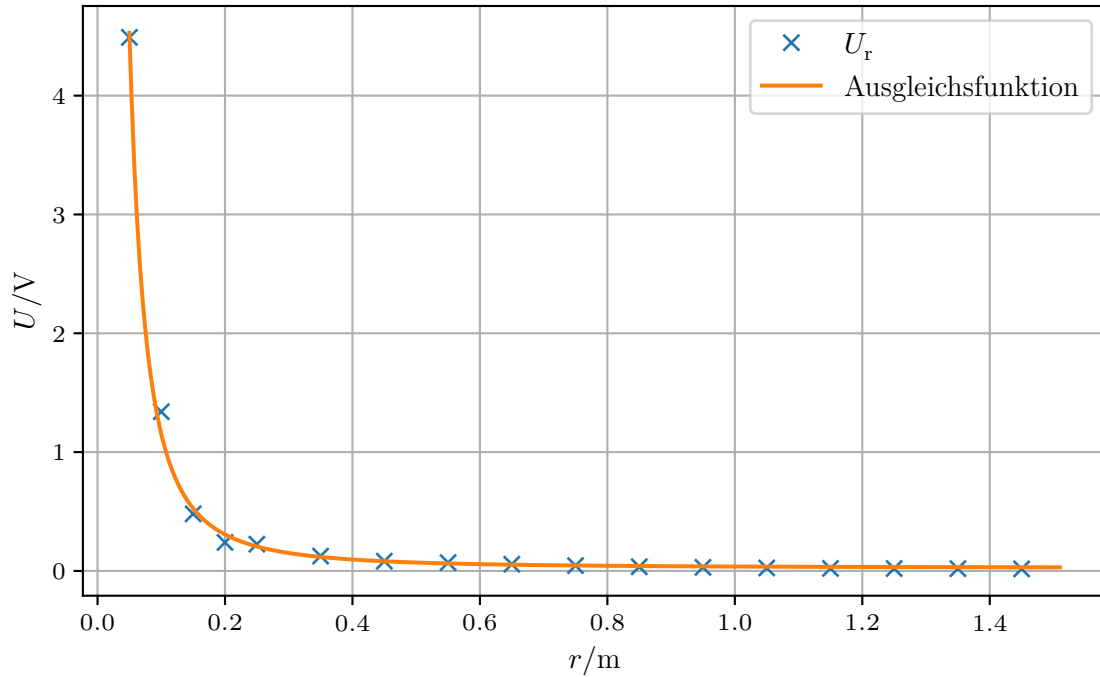


Abbildung 10: Ausgleichsfunktion (7) zu den Werten aus Tabelle 3

Sowohl in Tabelle 3 als auch in Abbildung 10 ist erkennbar, dass kein maximaler Abstand r_{\max} erreicht wird, bei dem das Licht nicht mehr nachgewiesen werden kann. Das hängt damit zusammen, dass die Schiene zu kurz ist.

5 Diskussion

5.1 Gleichrichter

Anhand der Abbildung 6 lässt sich die Funktionsweise eines Gleichrichters verifizieren. Dies ist insbesondere an dem Vergleich für $\phi = 0^\circ$ erkennbar: Der Signalverlauf in Abb. 6a hat nahezu die gleiche Form wie die gleichgerichtete Funktion in der dritten Zeile von Abb. 2. Leichte Abweichungen lassen sich möglicherweise durch kleine Verzögerungen in den Bauteilen erklären, die eine kleine Phasenverschiebung hervorrufen können.

5.2 Tiefpass

Die Messungen für U_{out} am Ausgang des Tiefpasses werden in beiden Messreihen durch den generierten Fit ausreichend gut angenähert. Das Vermischen des Signals mit künstlichem Rauschen kann in der hier gewählten Konfiguration das Ergebnis nicht verfälschen.

5.3 Messfehler

In Abschnitt 4.1.2 weicht die gemessene Größe von U_0 um etwa 57 % nach oben von der eingestellten Größe ab. In Abschnitt 4.2.2 gibt es eine Abweichung um 57 % in die entgegengesetzte Richtung. Zwischen den Messungen wurde ein Verstärker und der Rauschgenerator dazugeschaltet. Diese technischen Elemente können eine Erklärung für die Abweichungen in den Messungen sein. Für die gleiche Größe der Abweichungen in beide Richtungen kann keine richtige Erklärung gefunden werden. Es wären weitere Experimente nötig, um diese konsistenten Messfehler zu erklären. Die Messungen innerhalb einer Messreihe stimmen allerdings untereinander mit den Erwartungen überein, weshalb die Messergebnisse als in sich konsistent betrachtet werden können.

5.4 Photodetektorschaltung

Bei der Messung mit der Leuchtdiode gibt es einige technische Herausforderungen, die kleinen Signalspannungen auf dem Oszilloskop zu messen. Dafür muss in mehreren Schritten der Messbereich für die präziseren Messungen herunterskaliert werden. Mit diesen empfindlichen Messungen konnte keine Entfernung gefunden werden, bei der kein Signal mehr gemessen werden konnte. Der Fit der Funktion in der Form $1/x^2$ ist typisch für ein Signal im dreidimensionalen Raum, das sich in r Richtung ausbreitet und in zwei Dimensionen verteilt. Die generierte Funktion kann die gemessenen Werte hinreichend gut abbilden. Es gibt allerdings hier systematische Messfehler in der Messung des Abstandes, weil die Zahlen auf der Messleiste nicht direkt mit den Positionen der Leuchtdiode des Photodetektors übereinstimmen. Es konnte allerdings gezeigt werden, dass trotz starker Störsignale durch Sonnenlicht und Raumbeleuchtung, das gewünschte Signal isoliert und gemessen werden konnte.

Literatur

- [1] *Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] *Python*. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

06.12.22 V3B5 (Lock-in-Verstärker)

5.1: $\overset{mit}{\text{Verändern}} \text{ Input} \overset{von}{\text{Amplitude}}$
verändert werden

Param. Gain = 1 Amp.Det. Gain = 80

5.2 Eine Stellung für die Phase

1.: 0°	Phasenunterschied
2.: 45°	Phasenunterschied
3.: 90°	Phasenunterschied
4.: 135°	"
5.: 180°	"

mit Tiefpass

$T_1: 0^\circ$	"
$T_2: 45^\circ$	"
$T_3: 90^\circ$	"

J. Müller

$T_4: 135^\circ$ Phasenschiebung
 $T_5: 180^\circ$ II (wechseln)
 $T_6: 225^\circ$ II (II)
 $T_7: 270^\circ$ II
 $T_8: 315^\circ$ II
 $T_9: 360^\circ$ II
 $T_{10}: 330^\circ$ II

Signale mit Noise-Generator
 Peak-Gain = 5
 Noise
 Amplitude 10^{-3}
 Attenuator 10^{-3}

$NT_1: 0^\circ$
 $NT_2: 45^\circ$
 $NT_3: 90^\circ$
 $NT_4: 135^\circ$
 $NT_5: 180^\circ$ (wechseln)

Haller

$NT_0 = 225^\circ$ (Wechseln)
 $NT_2 = 270^\circ$
 $NT_8 = 315^\circ$
 $NT_3 = 300^\circ$
 $NT_{10} = 330^\circ$
 Signale mit Morse - kein Tiefpass
 $N1: 0^\circ$
 $N_2: 45^\circ$
 $N3: 90^\circ$
 $N4: 135^\circ$
 $N5: 180^\circ$
 J. Müller

5.4

Preamp. Gain = 10 Filter $\Theta = 2$

Frequency: 274,26 Hz, Lock-in Gain = 20

LED be. 5cm, Low-Pass-Filter Time 1.0

~~Q1~~ LPF Gain 1, LPF ~~Do~~ 12

	Pos. PD/cm	V _{out}
1.	10	4.49V 4.49V <u>4.49V</u>
2.	15	4.49V 1.34V
3.	20	480mV
4.	25	240mV
5.	30	178mV
6.	40	160mV
7.	50	<div>Marshburn 200mV</div>
5.	30	225mV

J. Matter

6	40	125mV	
7	50	82mV	
8	60	70mV	M.B. 100mV
9	70	56mV	
10	80	45mV	
11	90	35mV	
12	100	30mV	M.B. 20mV
13	110	25mV	
14	120	21mV	
15	130	20mV	M.B. 10mV
16	140	19mV	
(17)	150	17mV	
7. Kette		(Ende d. Schiene)	

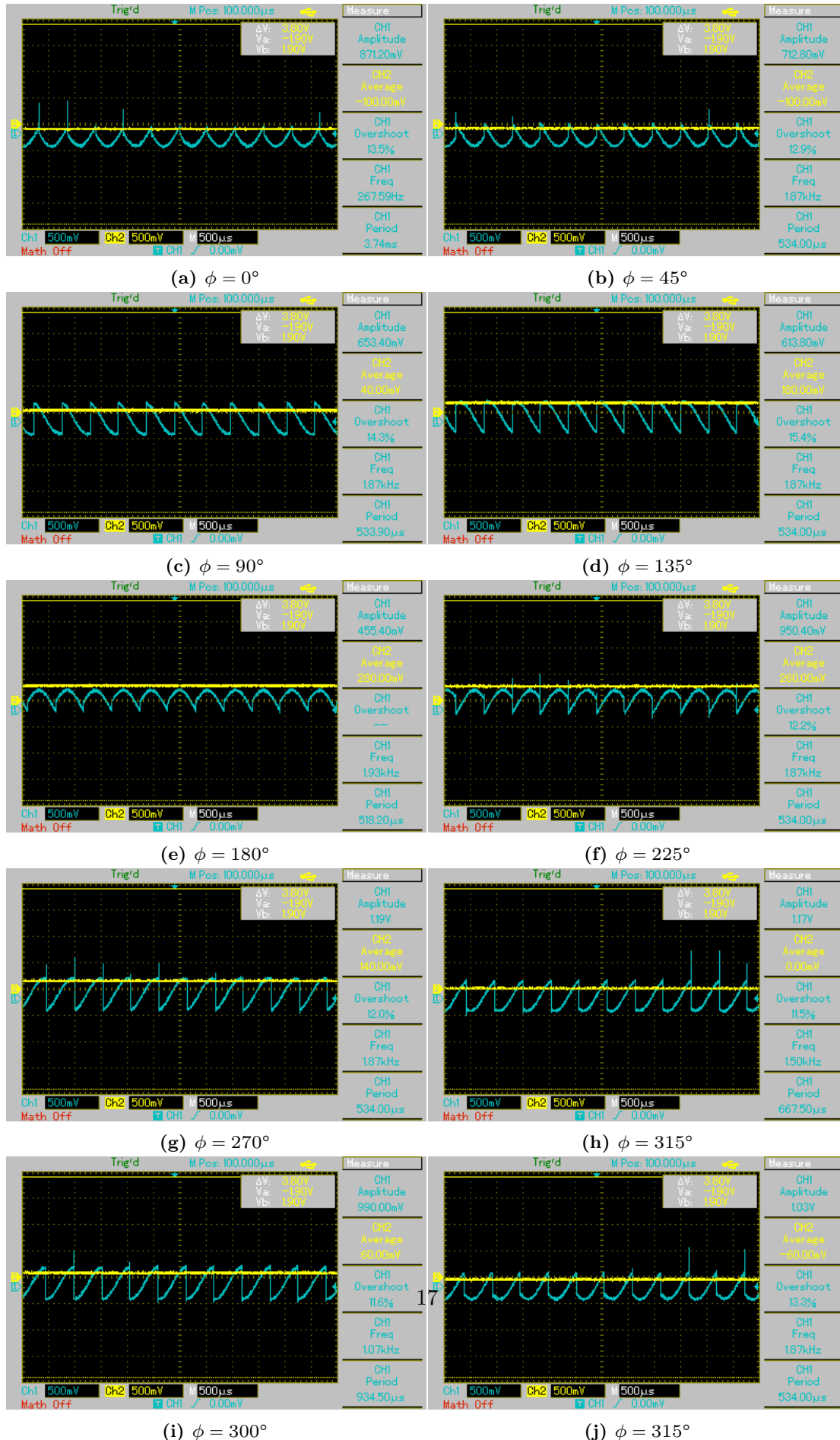


Abbildung 11: Spannungsverläufe mit Tiefpass und ohne Noise Generator

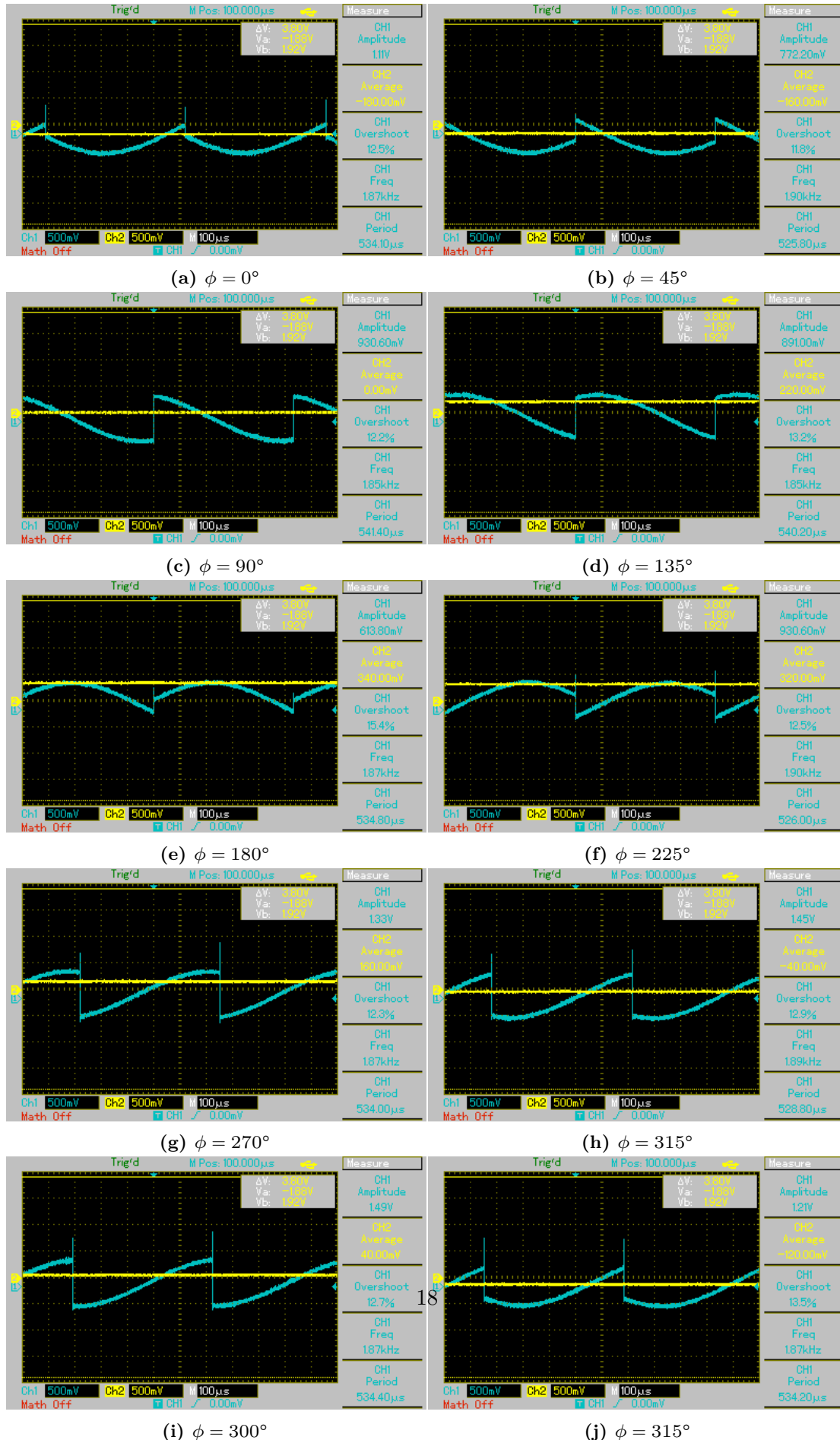


Abbildung 12: Spannungsverläufe mit Tiefpass und mit Noise Generator