

Absorption von γ - und β -Strahlung

Ann-Sophie Schubert
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 07.06.2016

Abgabe: 14.06.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	4
2	Theorie	4
2.1	γ -Strahlung	4
2.1.1	Entstehung	4
2.1.2	Wechselwirkung mit Materie	4
2.2	β -Strahlung	6
2.2.1	Entstehung	6
2.2.2	Wechselwirkung mit Materie	6
2.2.3	Absorptionskurve	8
3	Aufbau und Durchführung	8
4	Auswertung	9
4.1	γ -Absorption	9
4.2	β -Absorption	13
5	Diskussion	15
	Literatur	15

1 Ziel

Im folgenden Experiment soll das exponentielle Absorptionsgesetz für γ -Strahlung bestätigt sowie die Absorptionskoeffizienten von Kupfer und Blei bestimmt werden. Für β -Strahlung soll ebenfalls die Absorptionskurve aufgenommen werden. Hier wird Aluminium verwendet. Daraus soll die Maximalenergie des β -Strahlers berechnet werden.

2 Theorie

Sowohl bei β - als auch bei γ -Strahlung treten Wechselwirkungen mit Materie auf. Um die Häufigkeit der Wechselwirkungen darzustellen, wird der Wirkungsquerschnitt σ eingeführt. Je größer σ , desto größer ist die Anzahl der Wechselwirkungen. Für γ -Strahlung gilt:

$$N(D) = N_0 e^{-\mu D}. \quad (1)$$

Dabei ist $N(D)$ die Anzahl der Teilchen hinter dem Absorber, N_0 die Ausgangsaktivität, D die Dicke des Absorbers und μ der Absorptionskoeffizient, der sich aus

$$\mu = n \cdot \sigma \quad (2)$$

berechnet. Für die Anzahl der Teilchen innerhalb des Absorbers ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$n = \frac{z N_A}{V_{\text{mol}}} = \frac{z N_A \rho}{M} \quad (3)$$

mit z als Ordnungszahl, N_A als Avogadrokonstante, V_{mol} als Molvolumen, M als Molekulargewicht und ρ als Dichte.

2.1 γ -Strahlung

2.1.1 Entstehung

Wenn ein angeregter Atomkern seinen Energiezustand in einen niedrigeren Zustand ändert, entsteht γ -Strahlung. Da die Energiezustände, welche der Atomkern annehmen kann, diskret sind, handelt es sich bei dem Spektrum eines γ -Strahlers um ein Linienspektrum. Bei den emittierten γ -Quanten handelt es sich um Photonen. Somit breitet sich γ -Strahlung mit Lichtgeschwindigkeit aus und weist Eigenschaften, zum Beispiel Interferenz, einer elektromagnetischen Welle auf.

2.1.2 Wechselwirkung mit Materie

In Abbildung 1 sind die verschiedenen Wechselwirkungen von γ -Strahlung mit Materie dargestellt. Es treten Annihilationsprozesse, wobei das γ -Quant vernichtet wird, inelastische Streuung, welche eine Richtungsänderung und einen Energieverlust des Quants zur Folge hat und elastische Streuung, welche nur eine Richtungsänderung verursacht, auf. Im Folgenden sollen der Compton- sowie der Photo-Effekt und die Paarbildung genauer

W-W-Partner \ W-W-Prozess	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 1: Verschiedene Arten der Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie [1].

betrachtet werden. Beim Compton-Effekt, dargestellt in Abbildung 2, wechselwirkt das γ -Quant mit einem freien Elektron. Bei Metallen sind dies die Leitungselektronen. Bei anderen Materialien können die Elektronen auf den äußeren Schalen als frei genähert werden. Da es sich bei der Wechselwirkung um eine inelastische Streuung handelt, tritt sowohl eine Änderung der Energie als auch der Richtung auf. Aus dem Energie- und Impulssatz folgt, dass ein γ -Quant nie seine Gesamtenergie auf ein freies Elektron übertragen kann. Nach dem Streuprozess ist eine geringere Intensität festzustellen, welche durch die Ablenkung in unterschiedliche Richtungen erklärt werden kann. Für den Wirkungsquerschnitt gilt

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) - \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) + \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right). \quad (4)$$

Dabei entspricht $\epsilon = \frac{E_q}{m_0 c^2}$ dem Verhältnis der Quantenenergie E_q zur Ruheenergie des Elektrons und für den Elektronenradius r_e gilt

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{m}. \quad (5)$$

Der Absorptionskoeffizient μ_{com} lässt sich wie folgt berechnen:

$$\mu_{\text{com}} = \frac{z N_A \rho}{M} \sigma_{\text{com}}. \quad (6)$$

Beim Photo-Effekt tritt eine Wechselwirkung zwischen γ -Quant und einem Hüllenelektron des Absorbers auf. Die Energie wird vollständig auf das Hüllenelektron übergeben. Somit wird das γ -Quant vernichtet. Für diesen Prozess muss die Energie des γ -Quants größer sein als die Bindungsenergie, weshalb der Photo-Effekt erst ab einem bestimmten Energiewert auftritt (siehe Abbildung 3).

Zu Paarbildung kommt es nur, wenn ein γ -Quant mindestens zweimal so viel Energie wie ein ruhendes Elektron besitzt. Dabei werden ein Elektron und ein Positron gebildet, was zur Annihilation des γ -Quants führt. Dieser Prozess tritt nur innerhalb von Coulomb-Feldern auf.

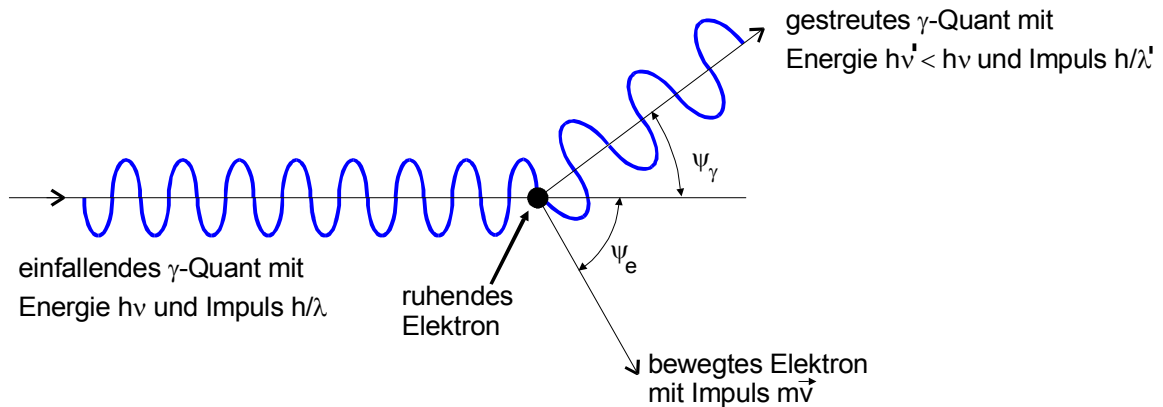


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Compton-Effektes [1].

2.2 β -Strahlung

2.2.1 Entstehung

Werden Elektronen mit großer kinetischer Energie von instabilen Atomkernen emittiert, wird dies als β -Strahlung bezeichnet. Dabei wird ein Nukleon wie folgt umgewandelt:

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e \quad p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e. \quad (7)$$

Zusätzlich zur Emission des Elektrons erfolgt die Emission eines Antineutrinos $\bar{\nu}_e$ oder eines Neutrinos ν_e . Da sich die Energie auf die beiden emittierten Teilchen aufteilt, besitzt β -Strahlung ein kontinuierliches Spektrum. Die Wechselwirkung des Neutrinos mit Materie ist vernachlässigbar klein.

2.2.2 Wechselwirkung mit Materie

Die verschiedenen Arten der Wechselwirkung von β -Strahlung mit Materie sind elastische und inelastische Streuung am Atomkern und inelastische Streuung an Elektronen, welche im Folgenden erklärt werden sollen. Die elastische Streuung an Atomkernen des Absorbermaterials wird auch als Rutherford-Streuung bezeichnet. Dabei werden die Elektronen der β -Strahlung durch die wirkenden Kräfte des Coulomb-Felds der Atomkerne abgelenkt. Im Vergleich zu anderen Effekten ist die Energiedifferenz vor und nach der Wechselwirkung klein. Bei der inelastischen Streuung an Atomkernen erfahren die β -Teilchen eine Beschleunigung im Coulomb-Feld der Atomkerne, wobei Energie als elektromagnetische Strahlung abgegeben wird. Durch diese elektromagnetische Strahlung werden die β -Teilchen abgebremst. Deshalb wird sie auch Bremsstrahlung genannt. Die inelastische Streuung an Elektronen des Absorbermaterials beschreibt den Prozess der Ionisation und Anregung der Atome des Absorbers. Die Wahrscheinlichkeit für diese Art der Wechselwirkung ist proportional zur Kernladungszahl z und der Anzahl der Atome pro Volumeneinheit.

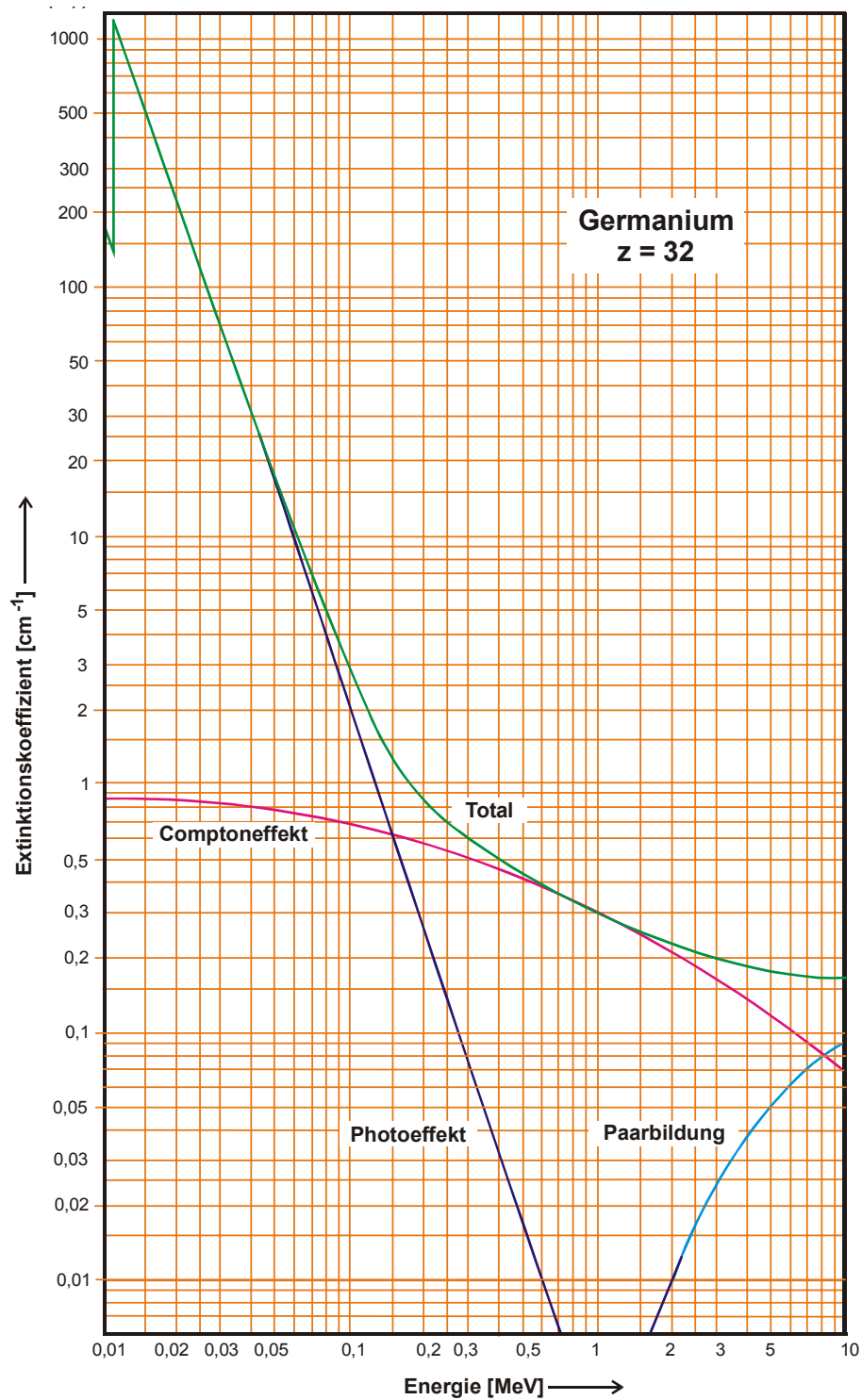


Abbildung 3: Darstellung des Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Energie; hier am Beispiel von Germanium [1].

2.2.3 Absorptionskurve

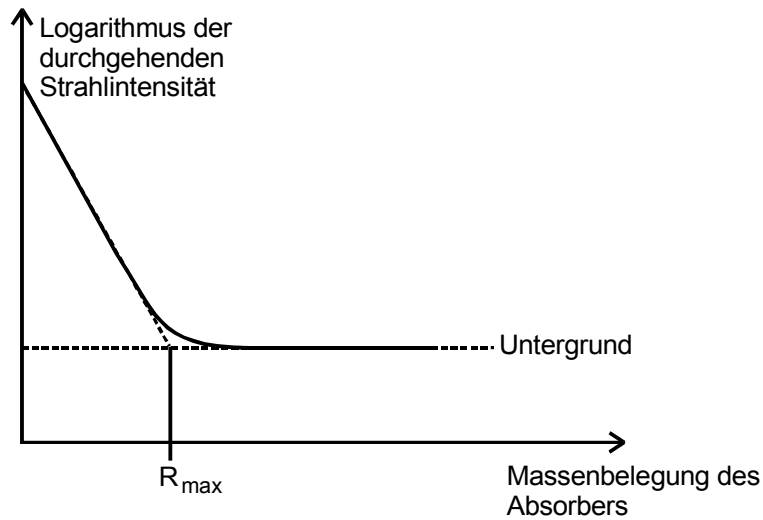


Abbildung 4: Absorptionskurve eines natürlichen β -Strahlers [1].

Abbildung 4 zeigt die Absorptionskurve eines natürlichen β -Strahlers. Zu Beginn gilt für die Absorptionskurve eines β -Strahlers ebenfalls ein exponentieller Zusammenhang. Entspricht die Dicke D des Absorbers ungefähr der maximalen Reichweite R_{\max} , wird die Absorptionskurve durch einen linearen Zusammenhang beschrieben. R und D hängen wie folgt zusammen:

$$R = \rho D \quad (8)$$

Aus der maximalen Reichweite R_{\max} kann nun die maximale Energie E_{\max} berechnet werden:

$$E_{\max} = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}} \quad (9)$$

mit $[R_{\max}] = \text{g cm}^{-2}$ und $[E_{\max}] = \text{MeV}$.

3 Aufbau und Durchführung

Zur Messung der Absorption von γ - und β -Strahlung wird der in Abbildung 5 dargestellte Aufbau in Verbindung mit einem Elektronischen Zählwerk verwendet. Zu Beginn ist eine Nullmessung in einem Zeitraum von 900 s erforderlich, um auftretende Hintergrundstrahlung in den nachfolgenden Messungen berücksichtigen zu können. Anschließend wird der γ -Strahler aus ^{137}Cs in der Apparatur platziert und die Aktivitäten für jeweils 15 Platten mit verschiedener Dicke aus Eisen und Kupfer gemessen. Dieser Vorgang wird für den β -Strahler, welcher aus ^{99}Tc besteht, für 11 Platten aus Aluminium verschiedener Dicke wiederholt.

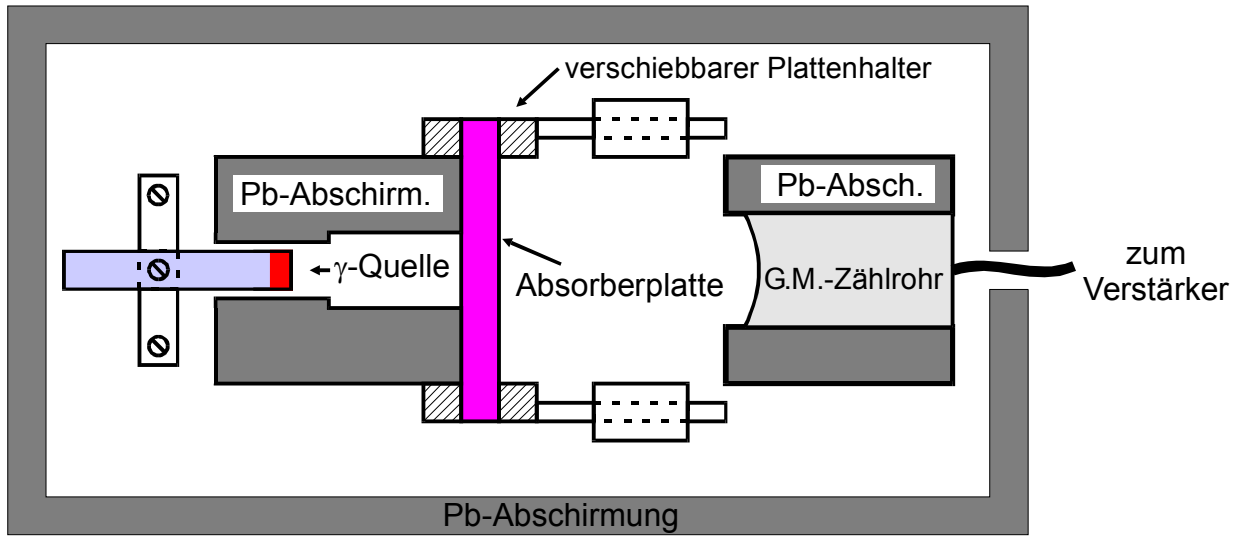


Abbildung 5: Schematischer Aufbau zur Messung von γ - und β -Strahlung [1].

4 Auswertung

4.1 γ -Absorption

Die aufgenommenen Zählraten werden über die Dicke aufgetragen und es wird eine nichtlineare Ausgleichsrechnung an

$$N(D) = N_0 e^{-\mu D} \quad (10)$$

durchgeführt. Die Plots finden sich in Abb. 6 und 8. Es wird ein Fehler von

$$\Delta N = \frac{\sqrt{n}}{\Delta t} \quad (11)$$

angenommen. Die Zählrate

$$N_U = \frac{917}{900 \text{ s}} \approx 1,02 \text{ s}^{-1}, \quad (12)$$

die ohne Strahlungsquelle ermittelt wurde, wird als Nulleffekt abgezogen. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Messwerte in Abb. 7 und 9 nochmal halblogarithmisch dargestellt. Es ergeben sich die Absorptionskoeffizienten

$$\mu_{\text{Cu}} = (49,8 \pm 0,6) \text{ m}^{-1}, \quad (13)$$

$$\mu_{\text{Pb}} = (108 \pm 2) \text{ m}^{-1}, \quad (14)$$

sowie

$$N(0)_{\text{Cu}} = (147 \pm 1) \text{ s}^{-1}, \quad (15)$$

$$N(0)_{\text{Pb}} = (154 \pm 3) \text{ s}^{-1}. \quad (16)$$

Durcheinsetzen von (4) und (5) in (6) und Ausnutzen von

$$\frac{\rho}{M} = \frac{1}{V_{\text{mol}}} \quad (17)$$

ergibt sich der Zusammenhang

$$\mu_{\text{com}} = \frac{zN_A}{V_{\text{mol}}} \cdot 2\pi \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon^2} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right). \quad (18)$$

Mit den Ordnungszahlen

$$z_{\text{Cu}} = 29 \quad (19)$$

$$z_{\text{Pb}} = 82, \quad (20)$$

den molaren Volumen

$$V_{\text{mol}}^{\text{Cu}} = 7,11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} \quad (21)$$

$$V_{\text{mol}}^{\text{Pb}} = 18,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1} \quad (22)$$

aus [2] und den Naturkonstanten aus [3] ergibt sich ein Compton-Absorptionskoeffizient von

$$\mu_{\text{com}}^{\text{Cu}} = 62,93 \text{ m}^{-1} \quad (23)$$

$$\mu_{\text{com}}^{\text{Pb}} = 69,28 \text{ m}^{-1}. \quad (24)$$

Die Messdaten sind in den Tabellen 1 und 2 zu finden.

Tabelle 1: Messdaten von Cu.

D/mm	n	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$	D/mm	n	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$
0,0	9104	150,7 \pm 2	15,1	4332	71,18 \pm 1
0,5	8810	145,8 \pm 2	18,1	3519	57,63 \pm 1,0
1,0	8268	136,8 \pm 2	20,0	3269	53,46 \pm 1,0
1,5	8351	138,2 \pm 2	40,0	1280	20,31 \pm 0,6
3,0	7702	127,3 \pm 1	60,0	498	7,281 \pm 0,4
5,0	6986	115,4 \pm 1	63,0	453	6,531 \pm 0,4
8,0	5793	95,53 \pm 1	48,0	956	14,91 \pm 0,5
10,1	5345	88,06 \pm 1			\pm
$\Delta t = 60 \text{ s}$					

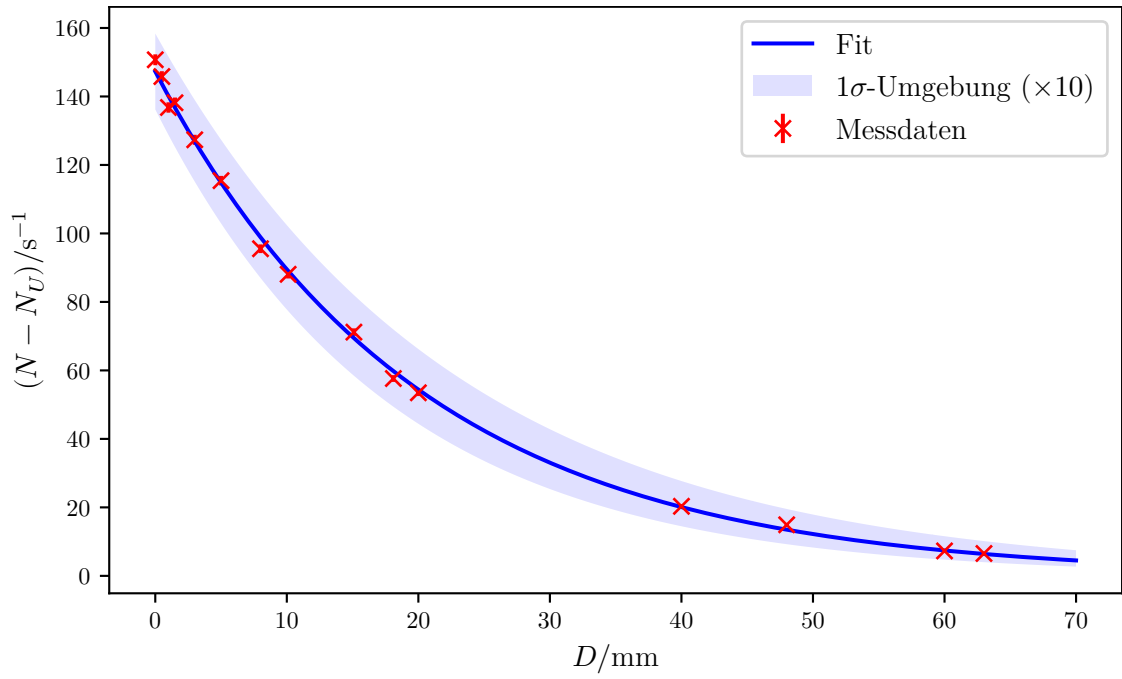


Abbildung 6: Gemessene Zählrate in Abhängigkeit von der Dicke der Kupfer-Abschirmung. Dazu nichtlinearer Fit.

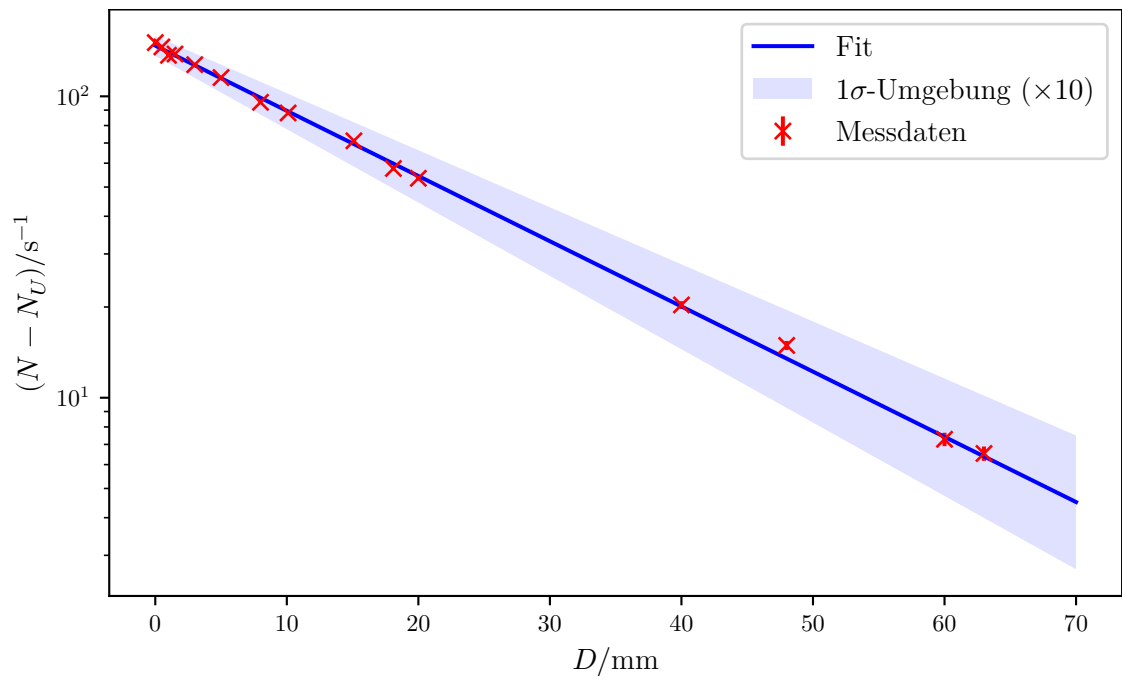


Abbildung 7: Logarithmische Darstellung von Abb. 6

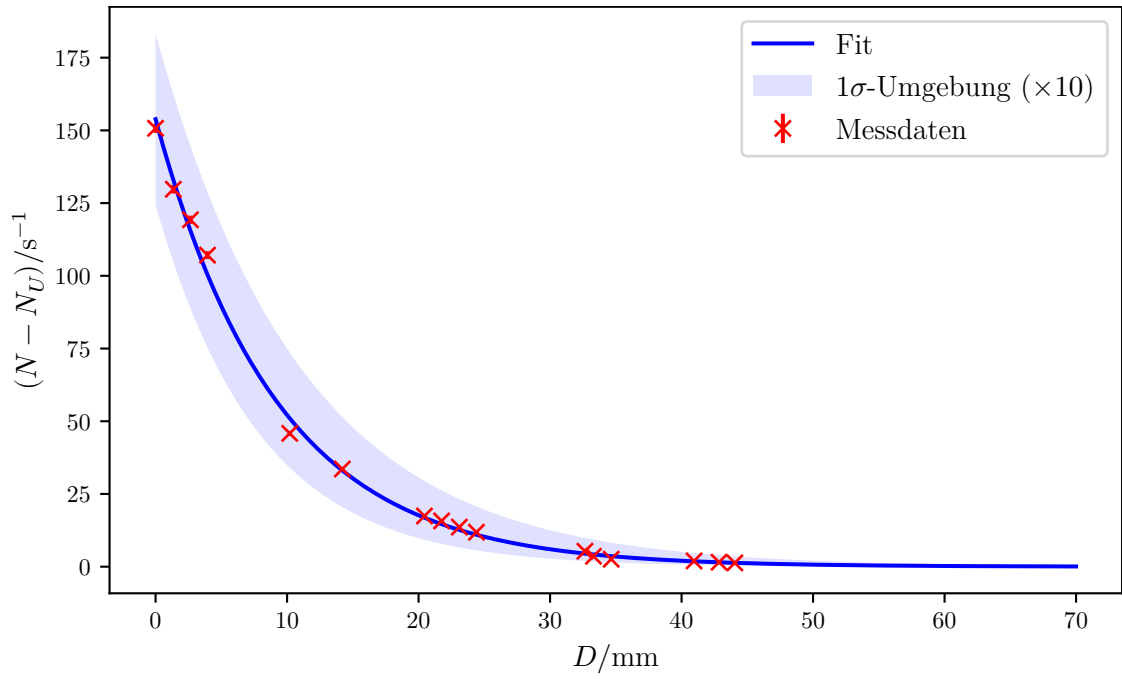


Abbildung 8: Gemessene Zählrate in Abhängigkeit von der Dicke der Blei-Abschirmung. Dazu nichtlinearer Fit.

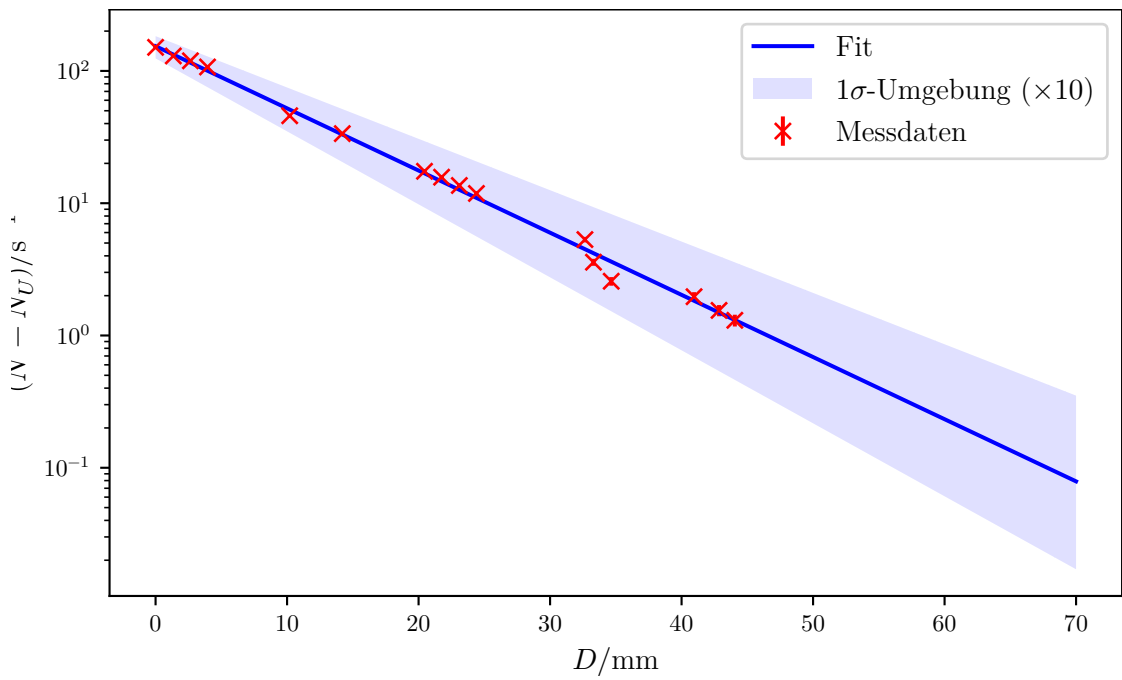


Abbildung 9: Logarithmische Darstellung von Abb. 8

Tabelle 2: Messdaten von Pb.

D/mm	n	$\Delta t/\text{s}$	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$	D/mm	n	$\Delta t/\text{s}$	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$
0	9104	60	150,7 \pm 2	23,10	878	60	13,61 \pm 0,5
1,35	7847	60	129,8 \pm 1	24,40	772	60	11,85 \pm 0,5
2,65	7217	60	119,3 \pm 1	14,20	2076	60	33,58 \pm 0,8
3,95	6488	60	107,1 \pm 1	34,65	359	100	2,571 \pm 0,2
10,2	2811	60	45,83 \pm 0,9	33,30	460	100	3,581 \pm 0,2
20,45	1107	60	17,43 \pm 0,6	32,65	633	100	5,311 \pm 0,3
40,95	358	120	1,964 \pm 0,2	42,85	308	120	1,548 \pm 0,2
21,75	1005	60	15,73 \pm 0,5	44,05	325	140	1,303 \pm 0,1

4.2 β -Absorption

Da die Mechanismen bei der β -Strahlung ungleich komplexer sind, kann aus der Absorptionskurve lediglich die maximale Eindringtiefe und damit die maximale Energie der Strahlung bestimmt werden. Dazu legt man an die zwei Bereiche der logarithmierten Absorptionskurve jeweils mittels linearer Regression eine Gerade an und bestimmt den Schnittpunkt der beiden Geraden, siehe Abb. 10. Der Messwert ohne Absorber wird nicht berücksichtigt. Die Zählrate

$$N_U = \frac{324}{900\text{s}} \approx 0,36\text{ s}^{-1}, \quad (25)$$

die ohne Strahlungsquelle ermittelt wurde, wird als Nulleffekt abgezogen. Es ergibt sich der Zusammenhang

$$D_{\max} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} \quad (26)$$

mit den Geradenparametern a_i und b_i . Daraus folgt

$$D_{\max} = (241 \pm 24)\text{ }\mu\text{m} \quad (27)$$

und

$$R_{\max} = \rho \cdot D_{\max} = (0,065 \pm 0,006)\text{ g cm}^{-2}, \quad (28)$$

wobei die Dichte $\rho = 2700\text{ kg m}^{-3}$ aus [2] stammt. Nach (9) folgt daraus eine maximale Energie von

$$E_{\max} = (0,26 \pm 0,02)\text{ MeV}. \quad (29)$$

Die Messdaten aus diesem Aufgabenteil finden sich in Tabelle 3.

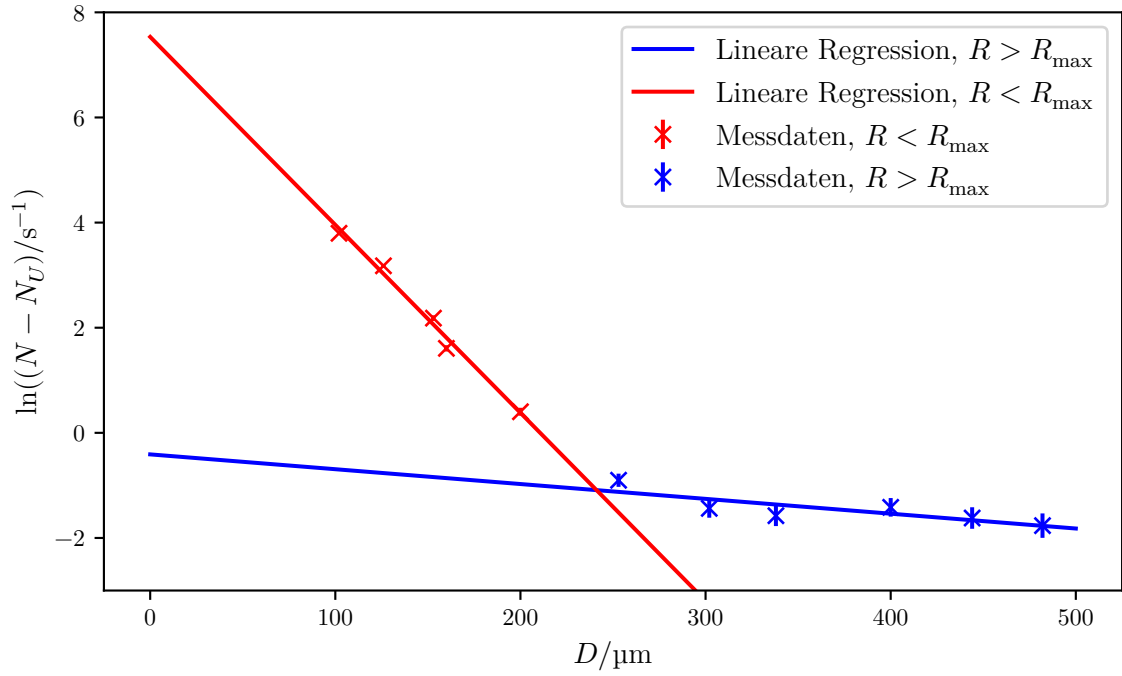


Abbildung 10: Beta-Absorptionskurve mit zwei linearen Ausgleichsgeraden.

Tabelle 3: Messdaten von Aluminium.

$D/\mu\text{m}$	n	$\Delta t/\text{s}$	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$	$D/\mu\text{m}$	n	$\Delta t/\text{s}$	$(N - N_U)/\text{s}^{-1}$
102	40	1796	$44,5 \pm 1$	302	430	257	$0,238 \pm 0,04$
126	40	974	$24,0 \pm 0,8$	338	450	255	$0,207 \pm 0,04$
153	40	369	$8,87 \pm 0,5$	400	420	253	$0,242 \pm 0,04$
160	60	321	$4,99 \pm 0,3$	444	450	251	$0,198 \pm 0,04$
200	150	278	$1,49 \pm 0,1$	482	450	239	$0,171 \pm 0,04$
253	350	268	$0,406 \pm 0,05$				\pm

5 Diskussion

Die nichtlinearen Fits der γ -Absorptionskurven passen gut zu den Messwerten und in den logarithmierten Graphen ist ein linearer Zusammenhang erkennbar. μ und $N(0)$ können mit geringem Fehler bestimmt werden. Der Abschirmungskoeffizient von Kupfer liegt nur knapp unter dem theoretisch berechneten Compton-Koeffizienten, daher scheint der Compton-Effekt die entscheidende Rolle zu spielen. Für Blei ist der berechnete Wert deutlich geringer, also scheint der Photoeffekt einen signifikanten Anteil an der Absorption zu haben.

Auch bei der β -Strahlung passen die linearen Regressionen gut zu den Messdaten. Der Fehler ist akzeptabel und die berechnete Maximalenergie liegt in einem plausiblen Bereich.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 704: Absorption von α - und β -Strahlung*.
- [2] CHEMIE.DE. URL: <http://www.chemie.de>.
- [3] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor und David B. Newell. „CODATA recommended values of the fundamental physical constants“. In: (2014). URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.