

V 702

Aktivierung mit Neutronen

Timo Gräßer
timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering
jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 17.5.16

Abgabe: 24.5.16

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	3
1.1. Fehlerrechnung	3
1.2. Einleitung	3
1.3. Kernreaktionen mit Neutronen	3
1.4. Erzeugung niederenergetischer Neutronen	4
1.5. Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope	4
2. Aufbau und Durchführung	6
3. Auswertung	8
3.1. Zerfallskurve und Halbwertszeit eines Iod-Isotops	8
3.2. Zerfallskurve und Halbwertszeit eines Rhodium-Isotops	9
4. Diskussion	17
4.1. Halbwertszeiten	17
4.2. Zerfallskurven	17
Literatur	17
A. Kopie der Originaldaten	17

1. Theorie

1.1. Fehlerrechnung

Für die Fehlerfortpflanzung bei Gleichungen mit N fehlerbehafteten Größen wird jeweils die Formel zur Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}$$

mit der jeweiligen Funktion $f(x_i)$, den Messgrößen x_i und den zugehörigen Fehlern σ_i verwendet. Zur Berechnung des arithmetischen Mittels von N Messwerten wird jeweils die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

mit den Messwerten x_i benutzt. Die Standardabweichung des Mittelwerts wird jeweils mit der Gleichung

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

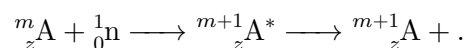
mit den N Messwerten x_i berechnet.

1.2. Einleitung

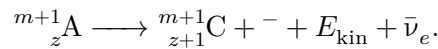
Die Kerne von Atomen sind nur in wenigen Fällen stabil, nämlich wenn das Verhältnis von Neutronen- und Protonenzahl stimmt. Instabile Kerne zerfallen mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten unter Aussendung verschiedener Teilchen in andere instabile oder stabile Kerne. Die Zeit nach der sich die Hälfte aller zu Beginn vorhandenen Kerne umgewandelt hat, heißt Halbwertszeit T . Im folgenden Versuch wird unter anderem diese bestimmt. Da in diesem Versuch beobachtbare Halbwertszeiten im Bereich Sekunden bis Stunden liegen müssen, ist es notwendig die instabilen Kerne kurz vor der Messung herzustellen. Dazu werden stabile Kerne mit Neutronen beschossen.

1.3. Kernreaktionen mit Neutronen

Neutronen werden verwendet, da sie auf Grund fehlender Ladung nicht die Coulomb-Barriere des Kerns überwinden müssen. Wenn ein Kern in einen stabilen Kern eintritt, entsteht ein sehr kurzlebiger Zwischenkern A^* . Die aufgenommene kinetische Energie und Bindungsenergie des Neutrons wird auf alle Nukleonen des Kerns verteilt und so werden sie in einen angeregten Zustand gebracht. Unter Emission eines γ -Quants geht der Kern wieder in seinen Grundzustand über:



Der neue Kern ${}^{m+1}_z\text{A}$ ist durch die höhere Anzahl an Neutronen, im Vergleich zu einem stabilen Kern gleicher Ordnungszahl, instabil. Unter β^- -Strahlung wandelt er sich in einen stabilen Kern um:



Hierbei tritt der Massendefekt auf, da der Kern auf der linken Seite der Gleichung mehr Masse besitzt als die Teilchen auf der rechten Seite. Nach Formel (1) wandelt sich also Masse in Energie um.

$$\Delta E = \Delta mc^2 \quad (1)$$

Ein wichtiges Konzept bei der Beschreibung der Wechselwirkung von Kern und einfallendem Teilchen ist der Begriff des Wirkungsquerschnitts σ . Er gibt ein Maß für die Wahrscheinlichkeit an, dass ein eintreffendes Teilchen mit dem Kern wechselwirkt. Die starke Korrelation zur Geschwindigkeit v des Neutrons wird über die De-Broglie-Wellenlänge λ beschrieben:

$$\lambda = \frac{h}{m_n v}.$$

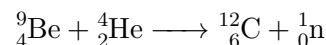
Es lässt sich zeigen, dass Formel (2) diesen Zusammenhang ungefähr erfasst.

$$\sigma \sim \frac{1}{v} \quad (2)$$

Also besitzen langsame Neutronen einen höheren Wirkungsquerschnitt. Außerdem zeigt der Wirkungsquerschnitt eine Resonanz, wenn die Energie des Neutrons der Differenz zweier Energieniveaus des Zwischenkerns entspricht.

1.4. Erzeugung niederenergetischer Neutronen

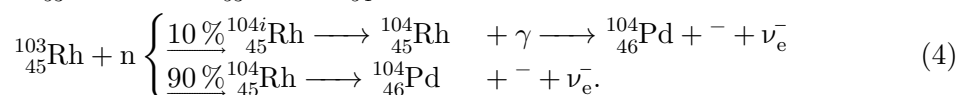
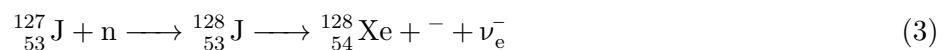
Also muss, wenn eine hohe Ausbeute an Kernreaktion gefordert wird, niederenergetische Neutronen zum Beschuss genutzt werden. In diesem Versuch wird zur Erzeugung langsamer Neutronen folgende Reaktion genutzt:



Die α -Teilchen fallen beim Zerfall von ${}^{226}\text{Ra}$ -Kernen an. Die dann entstandenen Neutronen diffundieren zur Abbremsung durch dicke Materieschichten, sodass sie am Ende eine Geschwindigkeit von 2.2 km s^{-1} inne haben. Das entspricht der mittleren kinetischen Energie der Moleküle seiner Umgebung: 0.025 eV .

1.5. Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope

Im folgenden Versuch werden Jod und Rhodium aktiviert und dann die Halbwertszeit der instabilen Isotope untersucht. Der Verlauf ist an folgenden Gleichungen gezeigt:



Während des radioaktiven Zerfalls nimmt die Anzahl instabiler Kerne nach Formel (5) ab.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (5)$$

N_0 ist die zu Beginn vorhandene Anzahl und λ ist die Zerfallskonstante. Über

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T} \quad (6)$$

folgt für die Halbwertszeit

$$T = \frac{\ln(2)}{\lambda}. \quad (7)$$

Die Halbwertszeit wird hier aber nicht aus $N(t)$ bestimmt, sondern es wird immer $N_{\Delta t}(t)$ in einem festen Zeitintervall Δt bestimmt. Beschrieben wird $N_{\Delta t}(t)$ durch Formel (8).

$$N_{\Delta t}(t) = N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t})e^{-\lambda t} \quad (8)$$

linearisiert ergibt sich so:

$$\ln(N_{\Delta t}(t)) = \ln(N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t})) - \lambda t. \quad (9)$$

Das Δt wurde in vorherigen Versuchen für jede Zerfallsreihe bestimmt und kann hier übernommen werden. Mit diesem Wissen kann die Halbwertszeit für Jod und andere Isotope bestimmt werden, die nur eine unverzweigte Zerfallsreihe aufweisen. Bei Rhodium liegt ein komplizierterer Sachverhalt vor. Nach der Aktivierung kommen, wie in Formel (4), zwei Zerfallsreihen vor, die unterschiedliche Halbwertszeiten haben. Da die γ -Emission bei der oberen Zerfallsreihe ebenfalls detektiert wird, werden zwei Zerfälle gleichzeitig aufgenommen.

Die beiden Zerfälle überlagern sich dann. Die Zerfallsreihe mit kürzerer Halbwertszeit ist ab einem Zeitpunkt t^* nicht mehr relevant und die langsame Zerfallsreihe bestimmt den restlichen Verlauf der additiven Kurve. In Abbildung 1 ist diese Kurve eingezeichnet. Dann kann der Verlauf der langsamen Kurve bestimmt werden und durch Subtraktion von der kurzlebigen Kurve für beide Zerfälle die Halbwertszeit bestimmt werden.

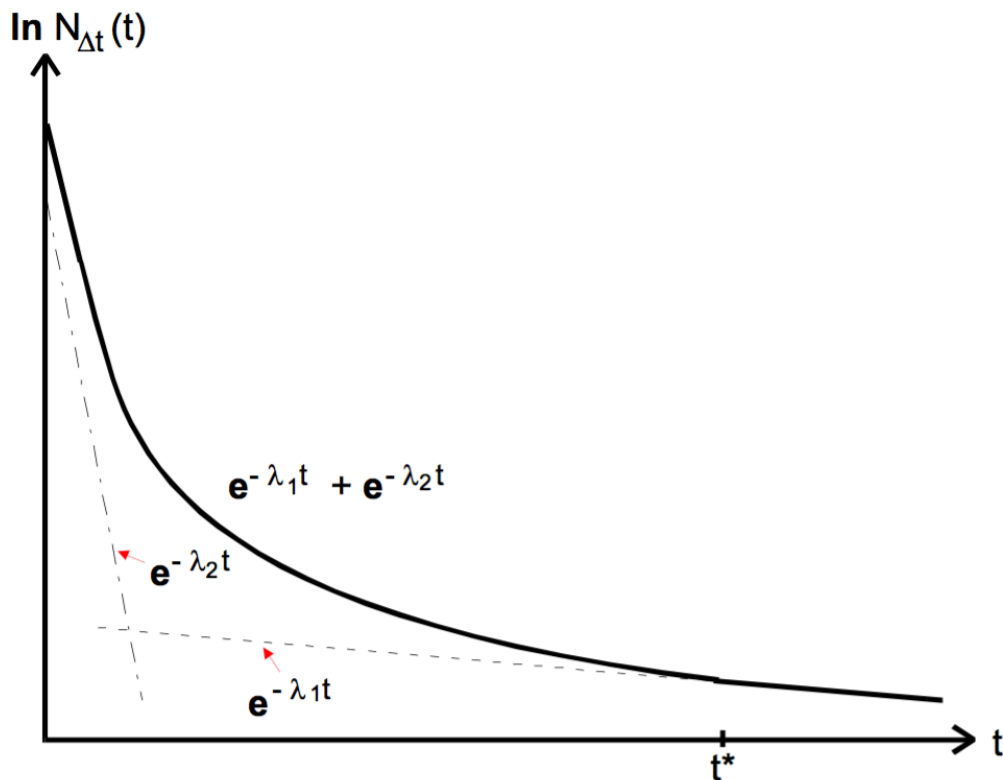


Abbildung 1: Zerfallskurve eines aus 2 Isotopen mit unterschiedlichen Zerfallskonstanten ($\lambda_2 \ll \lambda_1$) bestehenden Präparats.[1]

2. Aufbau und Durchführung

In Abbildung 2 ist der Aufbau zu sehen, in dem die Stoffe aktiviert werden.

In Abbildung 3 zeigt sich wie die radioaktiven Zerfälle der Isotope registriert werden. Das Geiger-Müller-Zählrohr nimmt in einem voreingestellten Zeitintervall Δt die abgestrahlten Impulse auf und zeigt sie an einem digitalen Zähler an. Im nächsten Zeitintervall schaltet der in der Abbildung gezeigte Schalter die andere Anzeige hinzu. So bleibt der Wert am ersten Zähler ein Zeitintervall lang stehen und es kann entspannt abgelesen werden.

- Die Aktivierung der Isotope wird im voraus durchgeführt. Die instabilen Isotope werden vom Behälter, in dem sie aktiviert werden, direkt in den Versuch eingebracht, um die Zerfallskurve in Gänze aufnehmen zu können.
- Zunächst wird eine Nullmessung durchgeführt, um zu bestimmen wie viel Umgebungsstrahlung detektiert wird. Dazu wird ein Mal 900 s ohne Probe gemessen.
- Dann wird eine 40 minütige Messung mit Jod durchgeführt. Δt beträgt hier 200 s.
- Die Messung mit Rhodium dauert zwölf Minuten mit $\Delta t = 20$ s.

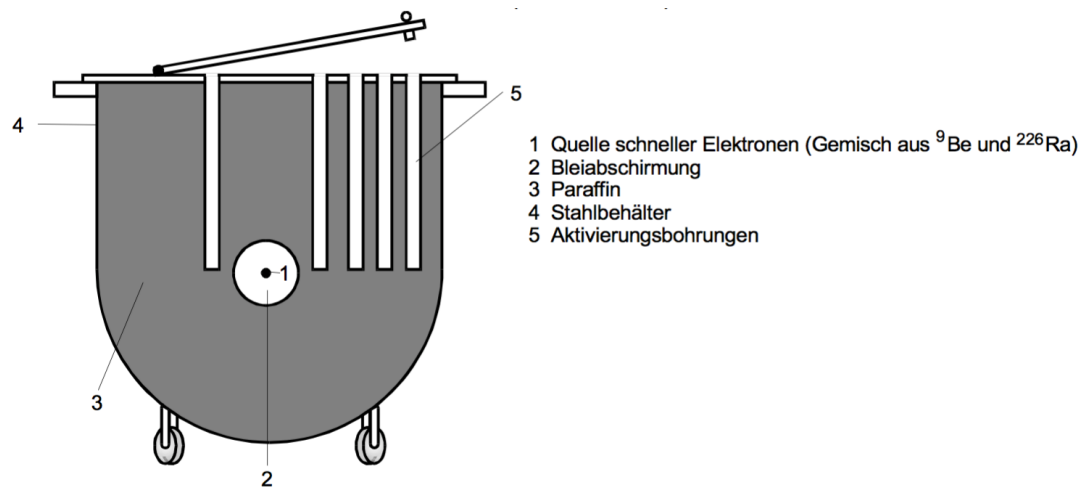


Abbildung 2: Behälter zur Aktivierung mit Neutronen.[1]

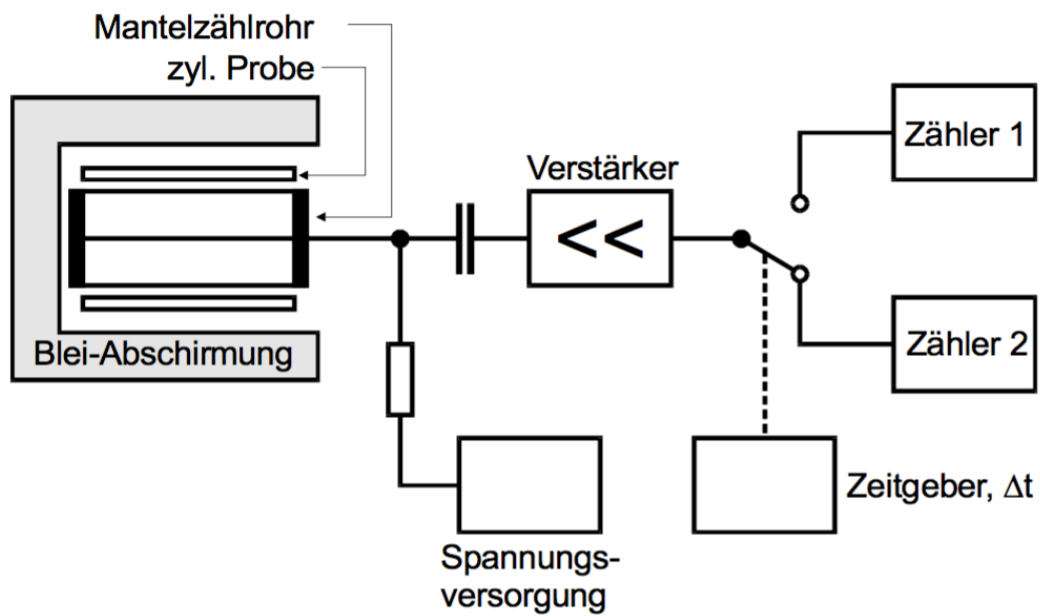


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.[1]

3. Auswertung

In einer Zeitspanne von 900 Sekunden wird folgender Offset vom Zählrohr detektiert:

$$P_{\text{offset}} = 195.$$

Daraus ergibt sich der Nulleffekt

$$E_{\text{offset}} = 0.217 \text{ s}^{-1}.$$

Bei den aufgenommenen Messwerten wird auf Grundlage der Poissonverteilung ein Fehler $\Delta n = \sqrt{n}$ angenommen.

3.1. Zerfallskurve und Halbwertszeit eines Iod-Isotops

Die Messwerte zur Bestimmung der Zerfallskurve und Halbwertszeit von $^{128}_{53}\text{I}$ sind in Tabelle 1 dargestellt. In Abbildung 4 sind die Impulsmesswerte gegen die Zeit und die zugehörige Exponentialfunktion in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen. Dabei wird der Nullwert für ein 200-Sekunden-Intervall

$$E_{\text{offset},200} = 43.4 \text{ s}^{-1} \quad (10)$$

bereits von den Impulsmesswerten abgezogen. Bei der linearen Regression der logarithmierten Messdaten werden folgende Werte für Steigung m_{I} und Verschiebung b_{I} berechnet:

$$\begin{aligned} m_{\text{I}} &= -(4.8 \pm 0.4) \cdot 10^{-4} \\ b_{\text{I}} &= 6.28 \pm 0.06 \end{aligned}$$

Aus der Steigung m_{I} und der Verschiebung b_{I} ergibt sich der Faktor

$$N_{\text{I}}(0)(1 - e^{-\Delta t \lambda_{\text{I}}}) = e^{b_{\text{I}}}(1 - e^{200 m_{\text{I}}}) = 49 \pm 3 \quad (11)$$

und mit (7) die Halbwertszeit des Iod-Isotops

$$T_{\frac{1}{2},\text{Iod}} = (1.45 \pm 0.11) \cdot 10^3 \text{ s}.$$

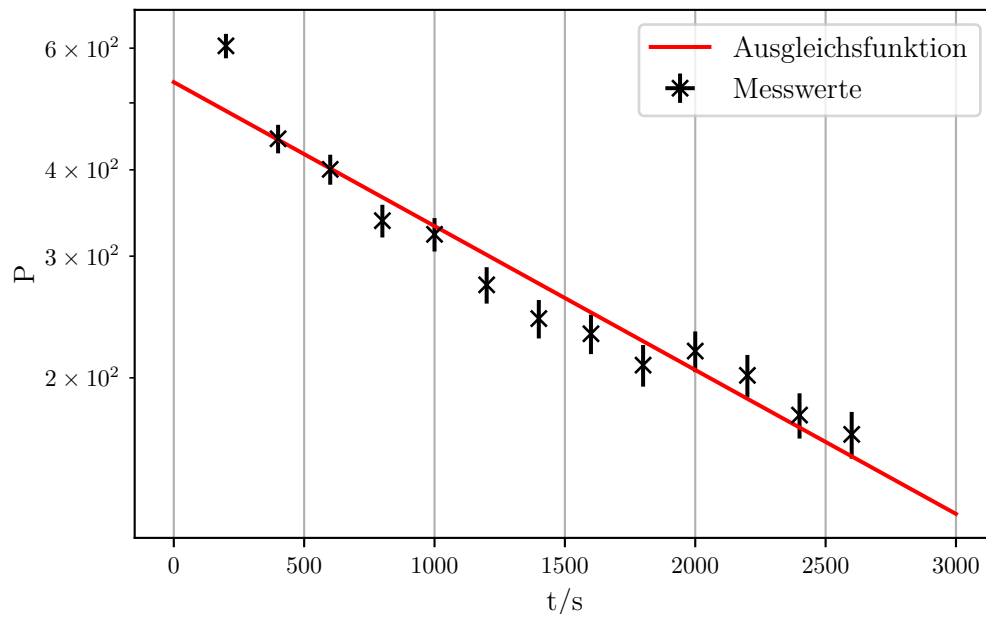


Abbildung 4: Messwerte der Iodmessung und Ausgleichsfunktion. Es sind die Impulse halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen.

3.2. Zerfallskurve und Halbwertszeit eines Rhodium-Isotops

In den Tabellen 2 und 3 sind die Messwerte zur Bestimmung der Halbwertszeit von Rhodium abgebildet. Diese sind in Abbildung 5 als halblogarithmischer Graph aufgetragen, wobei der Nullwert für ein 20-Sekunden-Intervall

$$E_{\text{offset},20} = 4.34 \text{ s}^{-1} \quad (12)$$

bereits abgezogen wird. Bei

$$t^* = 400 \text{ s} \quad (13)$$

wird das erste Isotop $^{104}_{45}\text{Rh}$ als vollständig zerfallen angenommen, da die Messwerte etwa ab dieser Stelle eine flachere Gerade bilden.

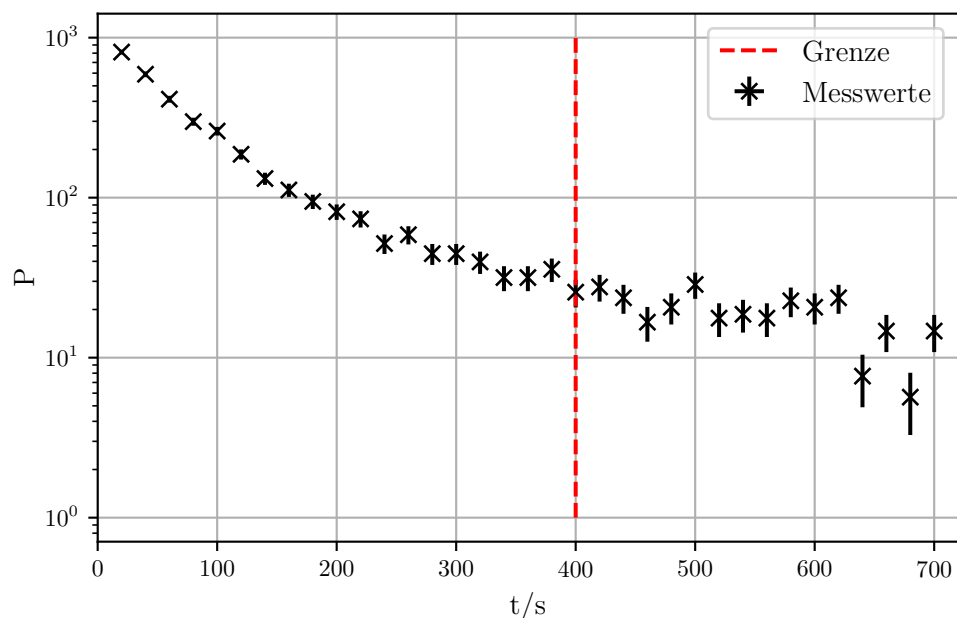


Abbildung 5: Messwerte der Rhodiummessung und Grenze t^* zur Unterteilung in zwei Zerfallskurven. Es sind die Impulse halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen.

Mit den logarithmierten Messpunkten für $t_i \geq t^*$ wird eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Der Graph dafür ist in einem halblogarithmischen Diagramm in Abbildung 6 dargestellt und die Regressionsparameter lauten

$$m_{\text{R,L}} = -(3.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-3} \quad (14)$$

$$b_{\text{R,L}} = 4.5 \pm 0.5. \quad (15)$$

Daraus ergeben sich die Einträge für die Funktionsgleichung des angeregten Rhodiumisotops

$$N_{\Delta t, \text{R,L}}(t) = N_{0, \text{R,L}}(1 - e^{-\lambda_{\text{R,L}} \Delta t})e^{-\lambda_{\text{R,L}} t} \quad (16)$$

mit

$$N_{0, \text{R,L}}(1 - e^{-\lambda_{\text{R,L}} \Delta t}) = e^{b_{\text{R,L}}} = 94 \pm 49 \quad (17)$$

und

$$\lambda_{\text{R,L}} = -m_{\text{R,L}} = (3.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-3}. \quad (18)$$

Mit (7) folgt die Halbwertszeit von $^{104}_{45}\text{Rh}$

$$T_{\frac{1}{2}, \text{Rh,L}} = (2.3 \pm 0.7) \cdot 10^2 \text{ s}. \quad (19)$$

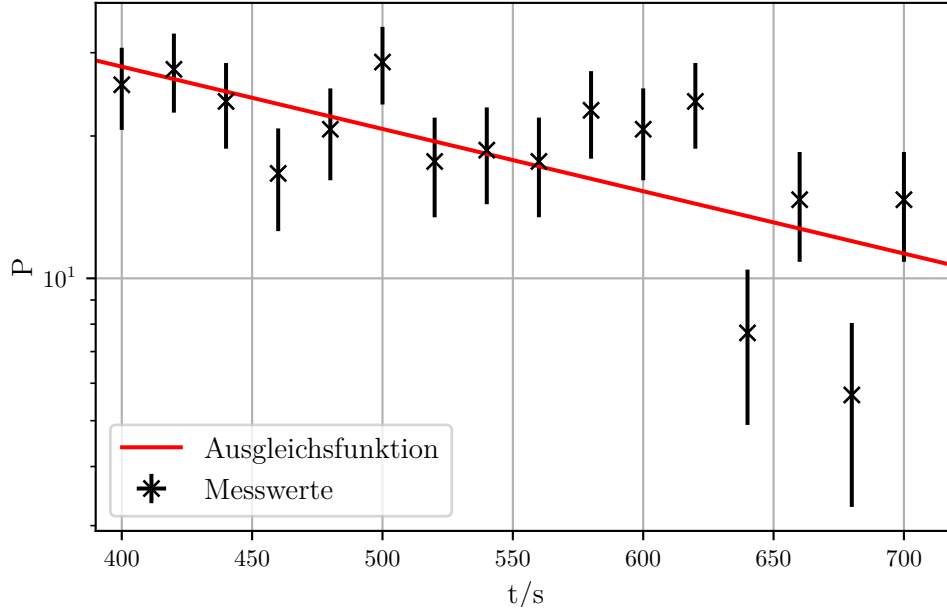


Abbildung 6: Messwerte und Ausgleichsfunktion des angeregten Rhodiumisotops. Es sind die Impulse halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen.

Zur Bestimmung der Zerfallskurve des nicht-angeregten Rhodiumisotops $^{104}_{45}\text{Rh}$ werden zunächst die Funktionswerte der für das angeregte Isotop berechneten Funktion (16) an der jeweiligen Stelle $t_i \leq t^*$ abgezogen. Es wird ein

$$t_{\max} = 320 \text{ s} \quad (20)$$

gewählt, ab welchem die Messpunkte abgeschnitten werden, da die Werte an den darauffolgenden Stellen durch die statistischen Schwankungen nach Abzug der Funktionsgleichung negativ sind. Mit den logarithmierten übrigen Messdaten wird eine lineare Regression durchgeführt, bei der folgende Werte ausgegeben werden:

$$m_{\text{R,K}} = -0.0177 \pm 0.0008 \quad (21)$$

$$b_{\text{R,K}} = 6.9 \pm 0.2. \quad (22)$$

Es folgen die Parameter der Funktionsgleichung des nicht-angeregten Rhodiumisotops

$$N_{0,\text{R,K}}(1 - e^{-\lambda_{\text{R,K}}\Delta t}) = e^{b_{\text{R,K}}} = (10 \pm 2) \cdot 10^2 \quad (23)$$

und

$$\lambda_{\text{R,K}} = -m_{\text{R,K}} = 0.0177 \pm 0.0008. \quad (24)$$

Daraus ergibt sich die Halbwertszeit des Rhodiumisotops $^{104}_{45}\text{Rh}$ mit (7)

$$T_{\frac{1}{2},\text{Rh,K}} = (39 \pm 2) \text{ s}. \quad (25)$$

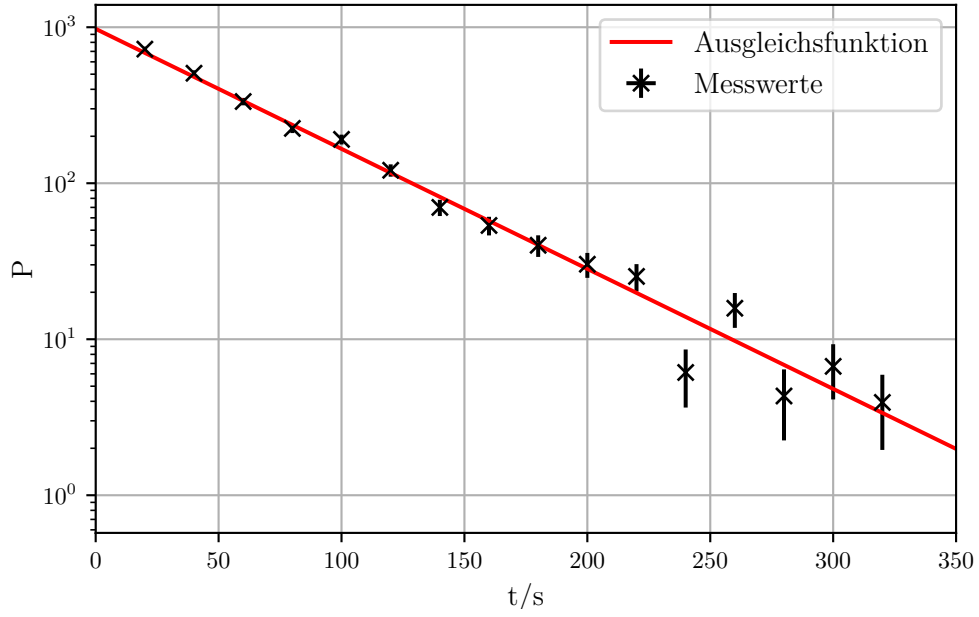


Abbildung 7: Messwerte und Ausgleichsfunktion des nicht-angeregten Rhodiumisotops.
Es sind die Impulse halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen.

In Abbildung 8 sind die berechneten Zerfallskurven und die summierte Zerfallskurve dargestellt. An der Stelle t^* lauten die Funktionswerte

$$N_{\Delta t, R, K}(t^*) = 0.8 \pm 0.3 \quad (26)$$

und

$$N_{\Delta t, R, L}(t^*) = 28 \pm 18. \quad (27)$$

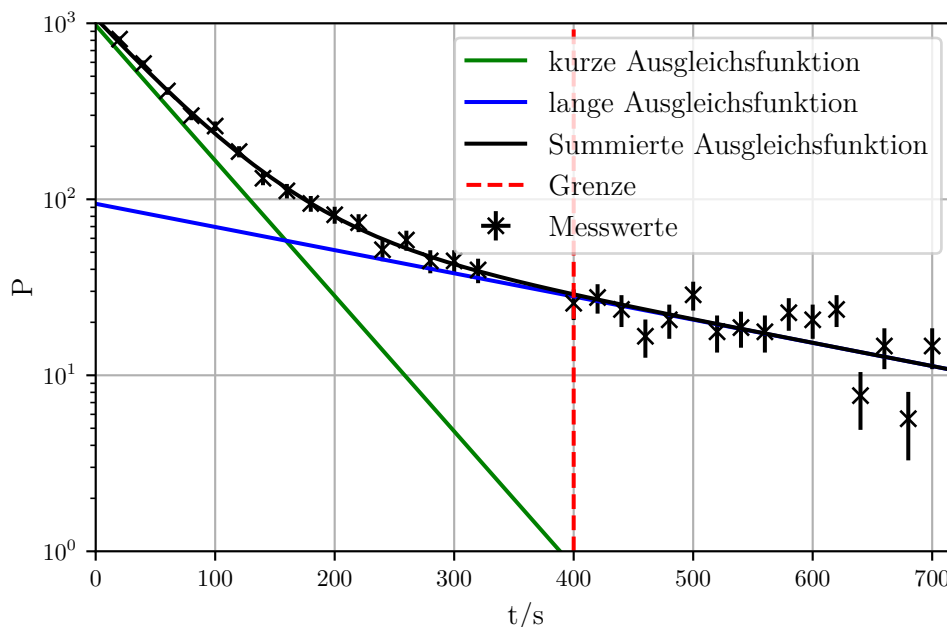


Abbildung 8: Messwerte und Ausgleichsfunktionen des Rhodiumisotops. Es sind die Impulse halblogarithmisch gegen die Zeit aufgetragen.

t/s	P	$P - N_0$
200	648	605 ± 25
400	487	444 ± 21
600	444	401 ± 20
800	381	338 ± 18
1000	366	323 ± 18
1200	316	273 ± 17
1400	287	244 ± 16
1600	275	232 ± 15
1800	252	209 ± 14
2000	262	219 ± 15
2200	245	202 ± 14
2400	220	177 ± 13
2600	209	166 ± 13

Tabelle 1: Messwerte zur Untersuchung der Halbwertszeit und Zerfallskurve von $^{128}_{53}\text{I}$ und mit einberechnetem Offset und Poisson-Fehler.

t/s	P	$P - N_0$
20	817	813 ± 29
40	595	591 ± 24
60	417	413 ± 20
80	303	299 ± 17
100	265	261 ± 16
120	191	187 ± 14
140	136	132 ± 11
160	116	112 ± 11
180	99	95 ± 10
200	86	82 ± 9
220	78	74 ± 9
240	56	52 ± 7
260	63	59 ± 8
280	49	45 ± 7
300	49	45 ± 7
320	44	40 ± 6
340	36	32 ± 6
360	36	32 ± 6
380	46	36 ± 6

Tabelle 2: Messwerte zur Untersuchung der Halbwertszeit und Zerfallskurve von $^{104}_{45}\text{Rh}$ und mit einberechnetem Offset und Poisson-Fehler.

t/s	P	$P - N_0$
400	30	26 ± 5
420	32	28 ± 5
440	28	24 ± 5
460	21	17 ± 4
480	25	21 ± 5
500	33	29 ± 5
520	22	18 ± 4
540	23	19 ± 4
560	22	18 ± 4
580	27	23 ± 5
600	25	21 ± 5
620	28	24 ± 5
640	12	8 ± 3
660	19	15 ± 4
680	10	6 ± 2
700	19	15 ± 4

Tabelle 3: Messwerte zur Untersuchung der Halbwertszeit und Zerfallskurve von $^{104}_{45}\text{Rh}$ und mit einberechnetem Offset und Poisson-Fehler.

4. Diskussion

4.1. Halbwertszeiten

Die Literaturwerte der Halbwertszeiten

$$T_{\frac{1}{2},\text{Iod},\text{lit}} = 1500 \text{ s} \quad (28)$$

$$T_{\frac{1}{2},\text{Rh},\text{K},\text{lit}} = 42 \text{ s} \quad (29)$$

$$T_{\frac{1}{2},\text{Rh},\text{L},\text{lit}} = 264 \text{ s} \quad (30)$$

werden der Nuklidkarte [2] entnommen. Die Abweichungen der Messwerte sind mit

$$\delta T_{\frac{1}{2},\text{Iod}} = 3.3 \% \quad (31)$$

$$\delta T_{\frac{1}{2},\text{Rh},\text{K}} = 12.9 \% \quad (32)$$

$$\delta T_{\frac{1}{2},\text{Rh},\text{L}} = 7.1 \% \quad (33)$$

gering und mit den statistischen Abweichungen liegen die Literaturwerten für jede einzelne Halbwertszeit zwischen den Schranken.

4.2. Zerfallskurven

An Abbildung 8 ist erkennbar, dass die summierte Ausgleichsfunktion des Rhodiumisotops die Messung sehr gut beschreibt. Die Ungleichung der beiden berechneten Exponentialfunktionen

$$N_{\Delta t,\text{R},\text{K}}(t^*) < N_{\Delta t,\text{R},\text{L}}(t^*) \quad (34)$$

ist erfüllt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Aktivierung mit Neutronen*. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V702.pdf>.
- [2] Physikalisches Praktikum TU Dortmund. *Nuklidkarte*. 2016.

A. Kopie der Originaldaten