

V701: Reichweite von Alpha-Strahlung

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 23.05.2023, Abgabe 30.05.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
3 Vorbereitung	1
4 Durchführung	2
4.1 Statistik des Radioaktiven Zerfalls	2
5 Auswertung	2
5.1 Mittelwerte und Fehler	2
5.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung	2
5.3 Reichweite der Alpha-Strahlung	3
6 Diskussion	9
Literatur	9
Anhang	11

1 Ziel

In diesem Versuch soll die Reichweite von α -strahlung in der Luft ermittelt werden.

2 Theorie¹

Die Energie von α -Strahlung wird durch die Reichweite dieser Strahlung in der Luft gemessen. Der Energieverlust der α -Teilchen wird durch die Bethe-Bloch-Gleichung beschrieben

$$-\frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0^2 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right). \quad (1)$$

Hierbei ist z die Ladungszahl und e die Elementarladung. v ist die Geschwindigkeit der Teilchen, n die Teilchendichte und I die mittlere Anregungsenergie der Luftmoleküle.

Die mittlere Reichweite des α -Teilchens wird durch

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{-dE_\alpha/dx} \quad (2)$$

berechnet. Die Bethe-Bloch-Gleichung ist für niedrige Energien $E \leq 2,5 \text{ MeV}$ nicht mehr aussagekräftig. Für diesen Bereich kann auch die Beziehung

$$R_m = 3.1 \cdot E_\alpha^{3/2} \quad (3)$$

verwendet werden. Weil die mittlere Reichweite der α -Teilchen proportional zu dem Luftdruck ist kann man die Reichweite auch herausfinden, indem man den Druck variiert. Bei einem festen Abstand x_0 zwischen Detektor α -Strahler kann die effektive Länge x wie folgt errechnet werden

$$x = x_0 \frac{p}{p_0}. \quad (4)$$

wobei für $p_0 = 1013 \text{ mbar}$ eingesetzt werden muss.

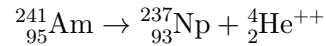
3 Vorbereitung

Ein Halbleiter-Sperrschichtzähler ist eine Form des Strahlungsdetektors, der sich die Eigenschaften eines Halbleiters zunutze macht. Wenn dieser Halbleiter mit einem Ion getroffen wird, wird er leitend. Mit der passenden Analyse kann die Energie der Ionen herausgefunden werden [1, vgl.].

¹Unter Verwendung von [1].

4 Durchführung

In diesem Versuch wird ein Halbleiter-Sperrschichtzähler in einer Röhre mit einem festen Abstand von zunächst $x_0 = 6 \text{ cm}$ zu einem α -Strahler eingestellt. Dieser Zähler kann jedem Impuls einen Wert für die Energie zuordnen. Der hier verwendete α -Strahler ist ein Am-Präparat mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 458 \text{ a}$.



Mit dem Computerprogramm „Multi Channel Analyzer“ werden die gemessenen Impulse nach ihrer Energie in einem Histogramm aufgestellt. Die Röhre wird evakuiert das Histogramm wird für 120 s aufgenommen. Die Position der häufigsten Impulsenergie und die gesamte Zählrate wird notiert. Das Maximum dieses Histogramms sollte bei etwa 4 MeV liegen. Aus diesem Wert wird auf die Energien der anderen Channels geschlossen. Der Luftdruck in der Röhre wird nun in 50 mbar Schritten erhöht. bei jedem Druck wird dieses Histogramm von neuem aufgenommen. Auf diese Weise lässt sich die mittlere Energie des α -Teilchens in Abhängigkeit des Drucks p ermitteln. Die Messungen werden anschließend noch einmal für die Entfernung $x_0 = 7 \text{ cm}$ wiederholt.

4.1 Statistik des Radioaktiven Zerfalls

Bei evakuiertem Glaszylinder wird die Messrate über 10 s 100 Mal gemessen. Aus diesen Messungen wird ein Histogramm generiert um herauszufinden in welcher Form die Zerfälle Wahrscheinlichkeitsverteilt sind.

5 Auswertung

5.1 Mittelwerte und Fehler

Das arithmetische Mittel \bar{c} und die Standardabweichung Δc einer Messreihe mit N Werten c_k errechnet sich gemäß der Formeln

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k, \quad \Delta c = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\bar{c} - c_k)^2}. \quad (5)$$

5.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Wenn zu Messdaten die Standardabweichung bekannt ist, und mit diesen Messdaten weiter gerechnet werden soll, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Angenommen, es gibt k Messwerte $x_i [i \in \mathbb{N}, i \leq k]$ mit den Standardabweichungen Δx_i und eine abgeleitete Größe $f(x_i)$. Dann ist der Fehler von f

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \quad (6)$$

Im Ergebnis ergibt sich der Mittelwert von f mit der errechneten Abweichung $\bar{f} \pm \Delta f$. Um Rechenfehler zu vermeiden, wird das Python [2] Paket `uncertainties` [3] verwendet. Hier wird die Fehlerfortpflanzung automatisch verrechnet, wenn die Variablen als `ufloat` definiert werden.

5.3 Reichweite der Alpha-Strahlung

In den beiden Messreihen errechnet sich die effektive Länge x gemäß Gleichung 4. Da für den Druck jeweils ein Ablesefehler von 5 mbar angenommen wird, ergibt sich somit ein Fehler von 3 mm auf die Länge. Für die Zählrate gibt es jeweils den Fehler $\Delta N = \sqrt{N}$. Um von der Position „Channel“ des Energiemaximums auf die entsprechende Energie zu kommen, wird der Dreisatz angewandt. Dabei entspricht die Energie bei 0 mbar etwa 4 MeV.

5.3.1 Erste Messreihe: 6 cm

Die gemessenen und resultierenden Messgrößen bei einem Abstand von 6 cm sind in Tabelle 1 zu sehen. Da die am Messgerät eingestellte Schwelle zwischen den Channels 696 und 697 liegt, werden die entsprechenden Werte in der Auswertung nicht weiter berücksichtigt, um keine Ergebnisse zu verfälschen. In der Tabelle sind die vernachlässigten Werte eingeklammert.

Tabelle 1: Druck p , effektive Länge x , Channel C , Energie E sowie Zählrate N bei einem Abstand von 6 cm.

p/mbar	x/cm	$N/(1/\text{s})$	C	E/MeV
0	0,00	164 ± 13	768	4,00
50	0,30	151 ± 12	830	4,32
100	0,59	153 ± 12	824	4,29
150	0,89	159 ± 13	783	4,08
200	1,18	136 ± 12	775	4,04
260	1,54	132 ± 11	754	3,93
300	1,78	128 ± 11	719	3,74
350	2,07	81 ± 9	699	3,64
400	2,37	30 ± 5	(697)	(3,63)
450	2,67	14 ± 4	(697)	(3,63)
500	2,96	7 ± 3	(696)	(3,62)
560	3,32	6 ± 2	(696)	(3,62)
600	3,55	1 ± 1	(696)	(3,62)
650	3,85	2 ± 2	(696)	(3,62)

Wird N gegen x geplottet, ergibt sich Abbildung 1. Mit Hilfe der Funktion `ODR` aus dem Python Paket `scipy` [4], die auf der Methode der kleinsten Quadrate beruht, wird eine

Ausgleichsrechnung gemäß

$$N = a \cdot x + b \quad (7)$$

durchgeführt. Hierbei wird der betrachtete Bereich so eingegrenzt, dass nur die Werte, in denen der Abfall am stärksten ist, berücksichtigt werden. Dementsprechend ist die Ausgleichsgerade in der Abbildung nur von $x_{\min} = 1,54$ bis $x_{\max} = 2,67$ geplottet. Es ergeben sich die Parameter $a = (-116,27 \pm 14,46) \text{ 1/(cm s)}$ und $b = (317,85 \pm 34,43) \text{ 1/s}$. Hieraus lässt sich die mittlere Reichweite

$$R_m = \frac{N_{\max}/2 - b}{a} = (2,03 \pm 0,06) \text{ cm} \quad (8)$$

mit der maximalen Zählrate aus Tabelle 1 ermitteln. Dies entspricht gemäß Gleichung 3 der Energie $E_\alpha = (3,50 \pm 0,06) \text{ MeV}$.

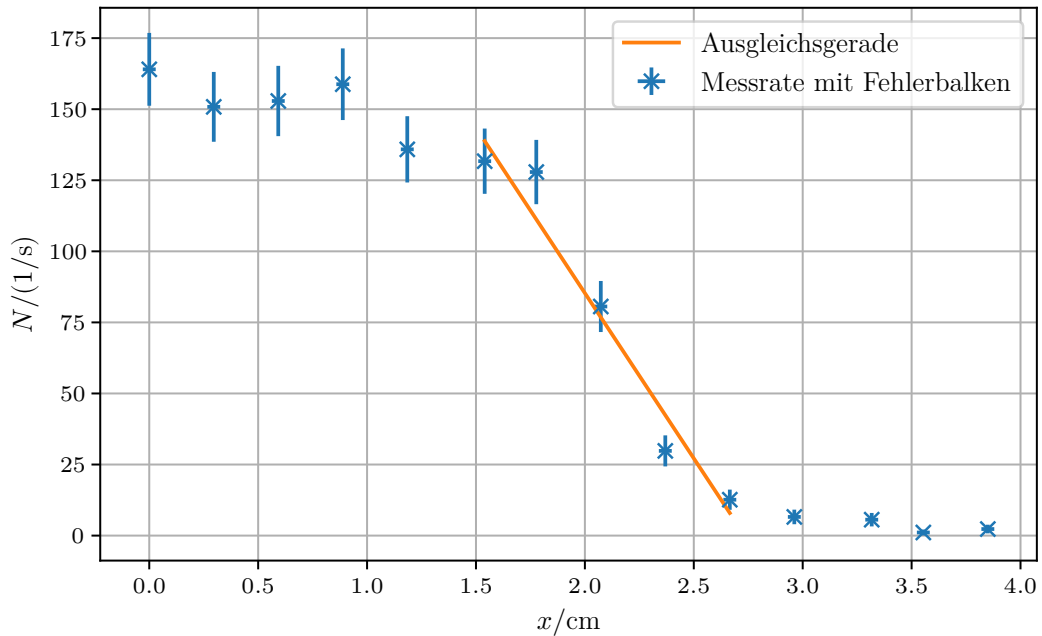


Abbildung 1: Die Zählrate N als Funktion der effektiven Länge x beim Abstand von 6 cm.

Wird die Energie E gegen die effektive Länge x geplottet, ergibt sich Abbildung 2. Hier ergibt eine lineare Ausgleichsrechnung analog zu (7) die Parameter $a = (-0,260 \pm 0,080) \text{ MeV/cm}$ und $b = (4,28 \pm 0,10) \text{ MeV}$. Der Energieverlust beträgt also

$$-\frac{dE}{dx} = -a = (260 \pm 80) \frac{\text{keV}}{\text{cm}}. \quad (9)$$

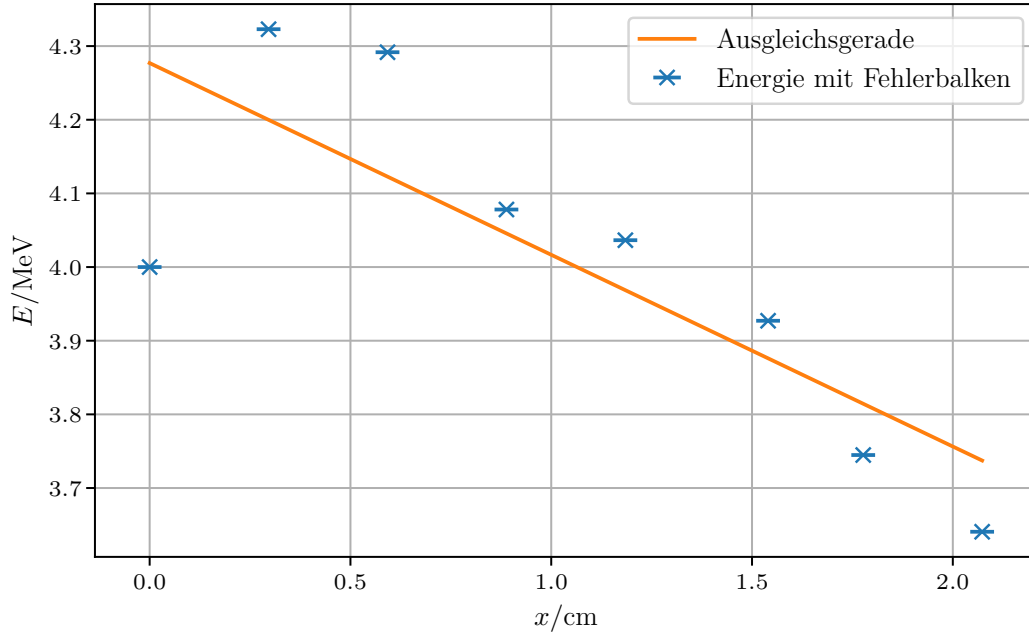


Abbildung 2: Die Energie E als Funktion der effektiven Länge x beim Abstand von 6 cm.

5.4 Zweite Messreihe: 7 cm

Die Auswertung verläuft komplett analog zur ersten Messreihe. Die Zählrate geht bei diesem Abstand schneller gegen Null, sodass es hier keine Konflikte mit der am Messgerät eingestellten Schwelle gibt. Es können also alle Werte in der Auswertung verwendet werden. Die Messgrößen sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Druck p , effektive Länge x , Channel C , Energie E sowie Zählrate N bei einem Abstand von 7 cm.

p/mbar	x/cm	$N/(1/\text{s})$	C	E/MeV
0	0,00	110 ± 10	928	4,00
50	0,30	106 ± 10	879	3,79
100	0,59	103 ± 10	855	3,69
150	0,89	97 ± 10	824	3,55
200	1,18	84 ± 9	768	3,31
250	1,48	65 ± 8	715	3,08
300	1,78	33 ± 6	719	3,10
350	2,07	4 ± 2	713	3,07

In Abbildung 3 ist eine graphische Darstellung zwischen x und N zu sehen. In diesem Fall ergeben sich nach erneuter Anpassung des x -Bereiches zum stärksten Abfall hin die

Parameter $a = (-87,82 \pm 12,10) \text{ 1/(cm s)}$ und $b = (190,50 \pm 19,13) \text{ 1/s}$. Daraus resultieren die Werte $R_m = (1,54 \pm 0,06) \text{ cm}$ und $E_\alpha = (2,92 \pm 0,08) \text{ MeV}$.

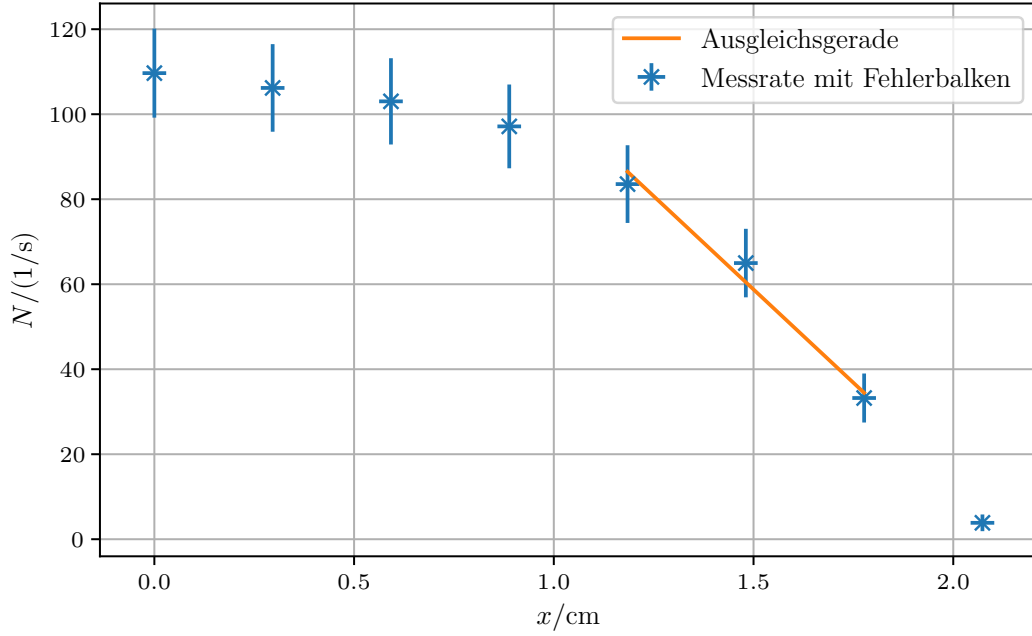


Abbildung 3: Die Zählrate N als Funktion der effektiven Länge x beim Abstand von 7 cm.

Der x - E -Plot ist in Abbildung 4 zu sehen. Hier ergeben sich die Parameter $a = (-0,482 \pm 0,046) \text{ MeV/cm}$ und $b = (3,948 \pm 0,058) \text{ MeV}$. Daraus folgt der Energieverlust $-dE/dx = (482 \pm 46) \text{ keV/cm}$.

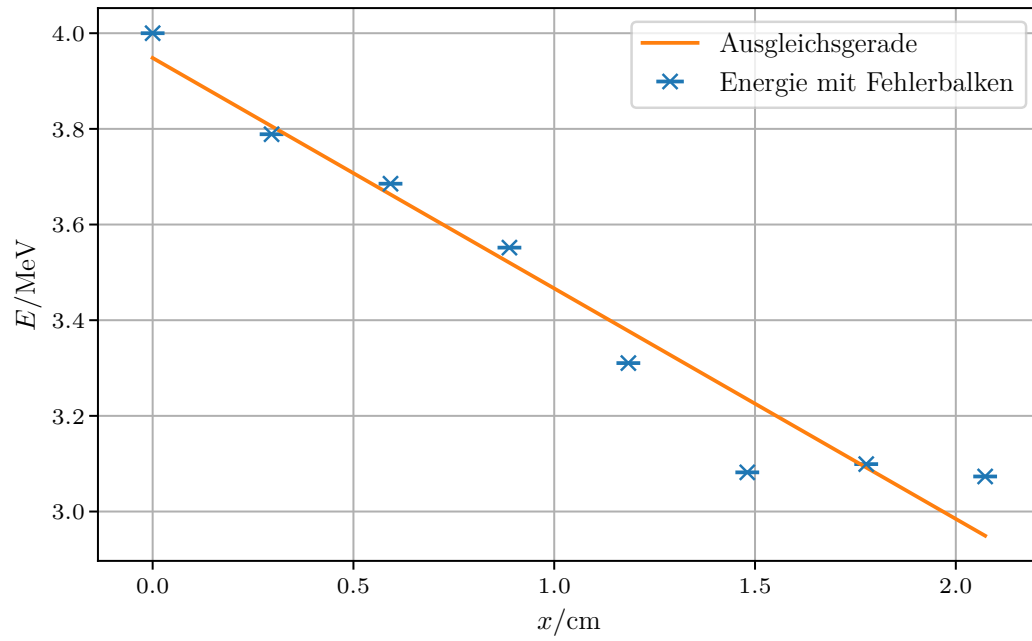


Abbildung 4: Die Energie E als Funktion der effektiven Länge x beim Abstand von 7 cm.

5.5 Statistik des Zerfalls

In Tabelle 3 sind die gemessenen Zerfälle je 10 Sekunden bei einem Druck von 0 mbar zu sehen.

Tabelle 3: Intervallnummer k und Anzahl der Zerfälle N bei 0 mbar.

k	$N[1/(10\text{s})]$	k	$N[1/(10\text{s})]$	k	$N[1/(10\text{s})]$	k	$N[1/(10\text{s})]$
1	905	26	1022	51	941	76	1070
2	1017	27	1009	52	1027	77	929
3	983	28	1037	53	1014	78	950
4	1075	29	1035	54	980	79	913
5	955	30	974	55	1040	80	997
6	1004	31	1005	56	987	81	1044
7	916	32	985	57	995	82	965
8	952	33	1010	58	1082	83	1029
9	1021	34	936	59	957	84	981
10	1008	35	949	60	1066	85	956
11	989	36	964	61	1024	86	956
12	933	37	947	62	1002	87	964
13	1065	38	1057	63	1095	88	1023
14	1015	39	1069	64	1029	89	995
15	1038	40	1015	65	1032	90	1073
16	1043	41	1001	66	1007	91	1009
17	973	42	962	67	968	92	959
18	931	43	912	68	920	93	1008
19	1029	44	960	69	1011	94	1017
20	985	45	1002	70	1036	95	1025
21	1016	46	927	71	972	96	979
22	1020	47	973	72	977	97	949
23	1004	48	954	73	1037	98	1013
24	967	49	1028	74	951	99	956
25	977	50	1065	75	960	100	993

Es ergeben sich der Mittelwert $\overline{N} = 995/(10\text{s})$ mit der Standardabweichung $\Delta N = 43/(10\text{s})$. Anhand dieser Werte wird ein Histogramm erstellt, in dem zusätzlich eine Gauß- und eine Poisson-Verteilung zu sehen sind. Das Histogramm ist in Abbildung 5 zu sehen.

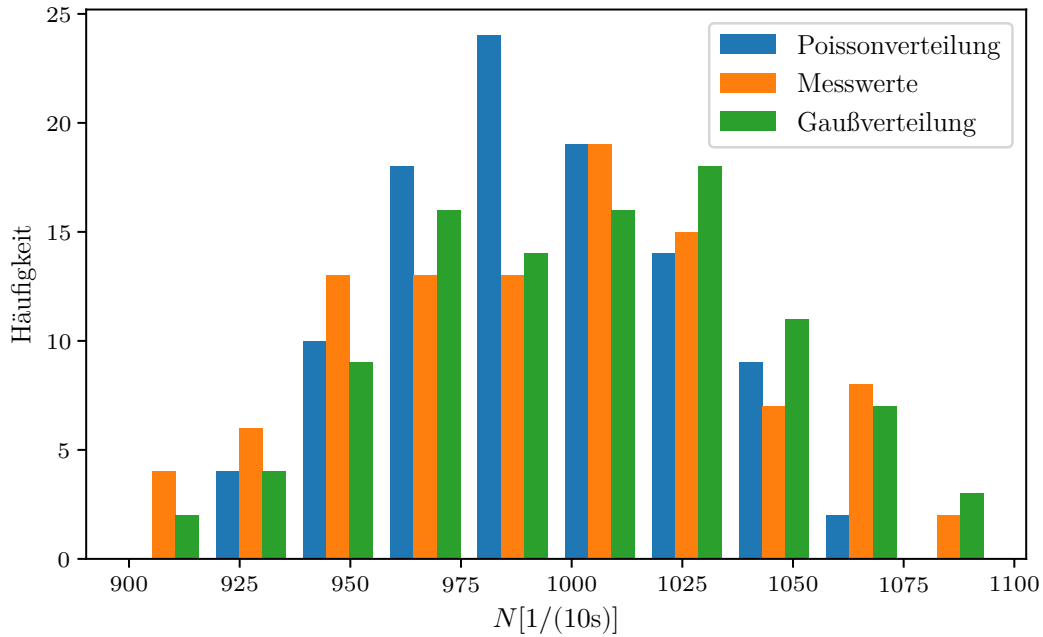


Abbildung 5: Histogramm der Messwerte mit einer Gauß- und einer Poissonverteilung.

6 Diskussion

In den Messreihen konnten Reichweiten von $(2,03 \pm 0,06)$ cm (bei $x_0 = 6$ cm) und $(1,54 \pm 0,06)$ cm (bei $x_0 = 7$ cm) ermittelt werden. Die Fehlerbereiche dieser Messungen überlappen nicht. Das kann mit verschiedenen systematischen Messfehlern zusammenhängen. Die Skala für die Energie kann verschoben gewesen sein, sodass die Histogrammeinträge konsistent nicht den richtigen Energien zugeordnet wurden. Ansonsten kann es noch zu weiteren systematischen Verschiebungen gekommen sein, die hier nicht beachtet wurden.

In Abbildung 5 wird die gemessene Verteilung mit zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen verglichen. Die Gaußverteilung ist etwas ähnlicher zu den Messwerten als die Poissonverteilung. Es ist allerdings aufgrund von starken Schwankungen nicht eindeutig zu erkennen, welche Verteilung besser geeignet ist um die Messwerte zu modellieren.

Literatur

- [1] *Versuch Nr. 701 - Reichweite von α -Strahlung*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Python*. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Eric O. LEBIGOT. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

1. Messung von α -Strahlung

Zusatz: Messung von α -Strahlung

Messung von α -Strahlung

Durchmesser	Fläche	Gesamtzahl
0	91/100	100
10	91/100	100
20	91/100	100
30	91/100	100
40	91/100	100
50	91/100	100
60	91/100	100
70	91/100	100
80	91/100	100
90	91/100	100
100	91/100	100

Abweichung: $\pm 5\%$

2. Messung von β -Strahlung

Messung von β -Strahlung

Durchmesser	Fläche	Gesamtzahl
0	91/100	100
10	91/100	100
20	91/100	100
30	91/100	100
40	91/100	100
50	91/100	100
60	91/100	100
70	91/100	100
80	91/100	100
90	91/100	100
100	91/100	100

3. Messung von γ -Strahlung

Messung von γ -Strahlung

Durchmesser	Fläche	Gesamtzahl
0	91/100	100
10	91/100	100
20	91/100	100
30	91/100	100
40	91/100	100
50	91/100	100
60	91/100	100
70	91/100	100
80	91/100	100
90	91/100	100
100	91/100	100

4. Messung von α -Strahlung

Messung von α -Strahlung

Durchmesser	Fläche	Gesamtzahl
0	91/100	100
10	91/100	100
20	91/100	100
30	91/100	100
40	91/100	100
50	91/100	100
60	91/100	100
70	91/100	100
80	91/100	100
90	91/100	100
100	91/100	100