

V302

## Brückenschaltungen

Philip Jaletzky  
philip.jaletzky@udo.edu

Matthias Maile  
matthias.maile@udo.edu

Durchführung: 01.12.2020

Abgabe: 15.12.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Kirchhoffschen Gesetze . . . . .	3
1.2	Berechnung der Brückenspannung und Herleitung der Abgleichbedingung	4
1.3	Verallgemeinerung auf komplexe Widerstände . . . . .	5
1.4	Verwendete Widerstände . . . . .	5
1.5	Beschreibung der verwendeten Brückenschaltungen . . . . .	6
1.5.1	Wheatstonesche Brücke . . . . .	6
1.5.2	Kapazitätsmessbrücke . . . . .	6
1.5.3	Induktivitätsmessbrücke . . . . .	7
1.5.4	Maxwell-Brücke . . . . .	8
1.5.5	Wien-Robinson-Brücke . . . . .	9
1.6	Bestimmung des Klirrfaktors . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>10</b>
2.1	Wheatstonesche Brücke . . . . .	11
2.2	Kapazitätsmessbrücke . . . . .	11
2.3	Induktivitätsmessbrücke . . . . .	11
2.4	Maxwell-Brücke . . . . .	11
2.5	Wien-Robinson-Brücke und Klirrfaktor . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>12</b>
3.1	Wheatstone-Brücke . . . . .	12
3.2	Kapazitätsmessbrücke . . . . .	12
3.3	Induktivitätsmessbrücke . . . . .	13
3.4	Maxwell-Brücke . . . . .	14
3.5	Wien-Robinson-Brücke . . . . .	14
3.6	Klirrfaktor . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>
	<b>Literatur</b>	<b>17</b>

# 1 Theorie

In diesem Versuch werden verschieden elektrische Bauteile in Brückenschaltungen eingesetzt, um deren (komplexen) Widerstände zu bestimmen.

Dabei wird hier mit der Nullmethode gearbeitet, d.h. dass durch variable Bauteile die Brückenspannung zum Verschwinden gebracht wird.

Zuletzt soll noch der Klirrfaktor des benutzten Funktionenerzeugers bestimmt werden.

## 1.1 Kirchhoffschen Gesetze

Zur Berechnung vom Stromfluss in Schaltungen werden zwei Gesetze, die Kirchhoff'schen Gesetze, verwendet:

1. Die **Knotenregel** besagt, dass an jedem Punkt in einem Stromkreis die Summe aller Ströme (wobei Eingangsströme mit  $I > 0$  und Ausgangsströme mit  $I < 0$  betrachtet werden) verschwindet:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (1)$$



Abbildung 1: Darstellung eines "Knotens" in einem Stromkreis [1]

2. Nach der **Maschenregel** ist die Summe der Potentialdifferenzen in einem geschlossenen Stromkreis ("Masche") 0:

$$\sum_k U_k = \sum_k I_k R_k = 0 \quad (2)$$

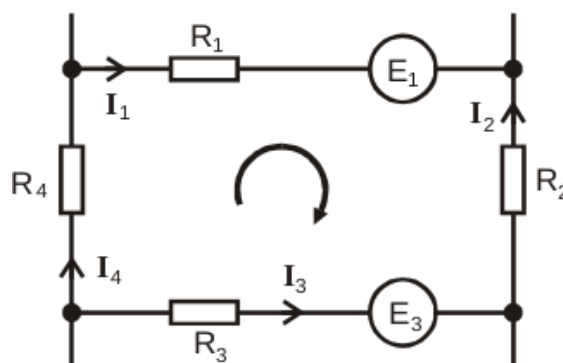


Abbildung 2: Darstellung einer Masche in einem Leiternetzwerk [1]

## 1.2 Berechnung der Brückenspannung und Herleitung der Abgleichbedingung

In einer Brückenschaltung wird in zwei parallelen (jedoch in ihren Bauteilen nicht unbedingt gleichen) Stromleitern zwischen zwei Punkten (in Abbildung 3 als A und B bezeichnet) die Potentialdifferenz betrachtet. Diese Potentialdifferenz wird im Allgemeinen als Brückenspannung bezeichnet.

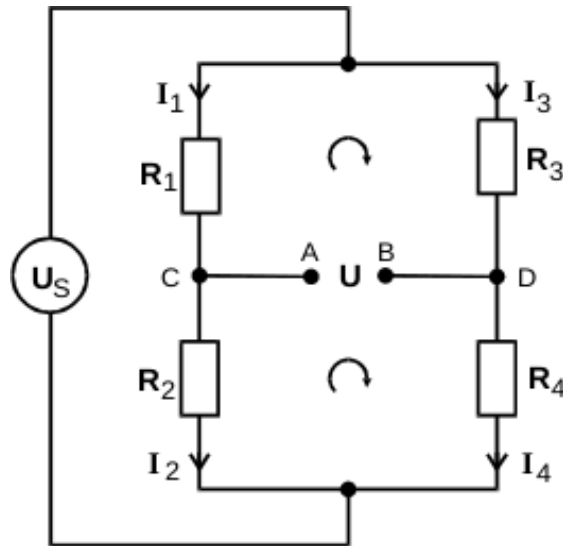


Abbildung 3: Prinzipielle Brückenschaltung [1]

Mit dem ersten Kirchhoff'schen Gesetz lassen sich dann für  $U = 0$  die Bedingungen für die parallelen Ströme herleiten:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 \quad \text{und} \quad \mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_4. \quad (3)$$

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz gibt Auskunft über die Spannungen:

$$U = -R_1 \mathbf{I}_1 + R_3 \mathbf{I}_3 \quad \text{und} \quad -U = -R_2 \mathbf{I}_2 + R_4 \mathbf{I}_4. \quad (4)$$

In Gleichung 4 können dank Gleichung 3  $\mathbf{I}_2$  und  $\mathbf{I}_4$  durch  $\mathbf{I}_1$  bzw.  $\mathbf{I}_3$  ersetzt werden. Gleichsetzen beider Ausdrücke liefert dann

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_3 + R_4} \mathbf{I}_1. \quad (5)$$

Mit der Speisespannung

$$U_S = \mathbf{I}_1 (R_1 + R_2) \quad (6)$$

lautet die Brückenspannung

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S. \quad (7)$$

Die Brückenspannung verschwindet wenn der Zähler im Bruch 0 ist, also wenn

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (8)$$

ist.

Im Falle  $U = 0$  spricht man auch von einer abgeglichenen Brücke. Da die Abgleichbedingung nur von den Widerständen abhängt, kann damit ein unbekannter Widerstand bestimmt werden. Die Genauigkeit von einer Messung hängt dann nur noch von der Genauigkeit der bekannten Widerstände und davon, wie niedrig die Brückenspannung in ihrem Minimum ist (da  $U = 0$  praktisch nicht erreicht wird) Da die Brückenspannung proportional zur Speisespannung ist, sollte Letztere möglichst groß gewählt werden.

### 1.3 Verallgemeinerung auf komplexe Widerstände

Wenn die Brückenschaltung nicht nur Widerstände, sondern auch Kapazitäten und Induktivitäten enthält, muss der Formalismus aus Unterabschnitt 1.2 auf diese verallgemeinert werden. Dazu bietet sich die Darstellung als komplexer Widerstand

$$Z = X + jY \quad (9)$$

an, wobei  $X$  den Wirkwiderstand und  $Y$  den Blindwiderstand darstellt.

Die Abgleichbedingung aus Gleichung 8 muss dann als komplexe Gleichung interpretiert werden, d.h. dass Imaginär- und Realteil auf beiden Seiten gleich sein müssen. Da aus der Darstellung als komplexer Widerstand zwei Unbekannte ( $X$  und  $Y$ ) resultieren, folgen damit auch zwei Gleichungen:

$$X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3 \quad \text{und} \quad X_1 Y_4 - X_4 Y_1 = X_2 Y_3 - X_3 Y_2. \quad (10)$$

Elektrotechnisch bedeutet dies, dass sowohl Betrag, als auch Phase des Wechselstroms verschwinden müssen. Aus den zwei Freiheitsgraden folgt auch, dass an der Brückenschaltung zwei voneinander unabhängige Stellglieder existieren müssen.

### 1.4 Verwendete Widerstände

In diesem Versuch werden ausschließlich Ohm'sche Widerstände benutzt. Von Interesse sind dabei die Induktivität ( $L$ ), die Kapazitäten ( $C$ ) und die gewöhnlichen, nicht-komplexen Widerstände ( $R$ ).

Die Impedanzen im komplexen sind dabei

$$Z_R = R, \quad (11)$$

$$Z_L = j\omega L, \quad (12)$$

$$Z_C = -\frac{j}{\omega} L. \quad (13)$$

Dabei sollte beachtet werden, dass diese auch von der Kreisfrequenz des Wechselstroms  $\omega$  abhängig sein können.

## 1.5 Beschreibung der verwendeten Brückenschaltungen

Im Nachfolgenden Abschnitt wird auf einige spezielle Brückenschaltungen eingegangen und mithilfe von Gleichung 8 und Gleichung 10 eine Formel für das unbekannte Bauteil hergeleitet.

### 1.5.1 Wheatstonesche Brücke

In der Wheatstoneschen Brücke sind alle  $R_i$  ohmsche Widerstände, wobei hier  $R_1$  ein unbekannter Widerstand ist, die Anderen sind bekannt.

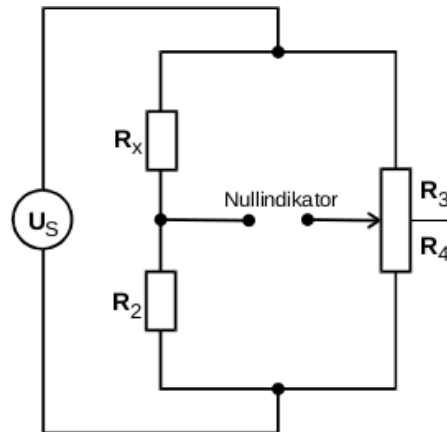


Abbildung 4: Schaltplan der Wheatstoneschen Brückenschaltung [1]

Mit Gleichung 8 lautet dann der unbekannte Widerstand

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (14)$$

### 1.5.2 Kapazitätsmessbrücke

Wie der Name andeutet, können mit dieser Brückenschaltung die Kennzahlen eines Kondensators bestimmt werden. Ein realer Kondensator besitzt allerdings nicht nur den komplexen Anteil wie in Gleichung 13, sondern hat auch dielektrische Verluste.

Daher benutzt man ein Ersatzschaltbild mit einem Widerstand  $R$ .

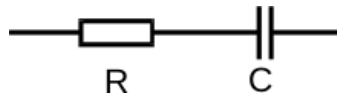


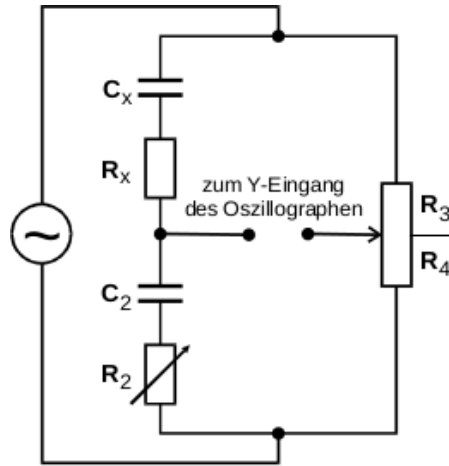
Abbildung 5: Ersatzschaltbild eines realen Kondensators. [1]

Der reale Widerstand lautet somit

$$Z_{C_{\text{real}}} = R - \frac{j}{\omega C}. \quad (15)$$

Da jetzt für den unbekannten Kondensator  $R_{C_{\text{real}}}$  zwei unbekannte vorliegen ( $R$  und  $C$ ), muss auch ein weiterer Freiheitsgrad zur Abstimmvorrichtung hinzugefügt werden.

In diesem Versuchsaufbau (siehe Abbildung 6) wird dieser durch einen Veränderlichen  $R_2$  realisiert.



**Abbildung 6:** Schaltplan zur Kapazitätsmessbrücke [1]

Die Abgleichbedingung liefert dann

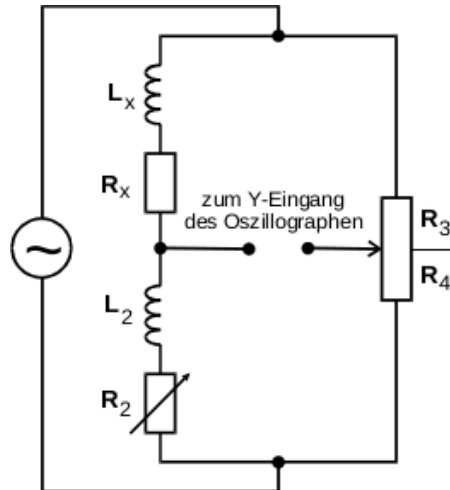
$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}. \quad (16)$$

### 1.5.3 Induktivitätsmessbrücke

Wie eben schon für Kondensatoren, müssen hier auch für Spulen einige Vorüberlegungen getroffen werden. Diese sind auch verlustbehaftet, weswegen auch hier ein Ersatzschaltbild mit einem Widerstand zum Einsatz kommt. Die Impedanz lautet dann

$$Z_{L_{\text{real}}} = R + j\omega L. \quad (17)$$

Der Aufbau der Induktivitätsmessbrücke erfolgt analog zu der Kapazitätsmessbrücke.



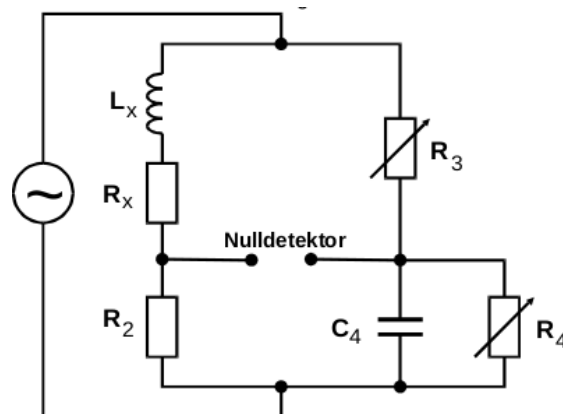
**Abbildung 7:** Schaltplan zur Induktivitätsmessbrücke [1]

Die Kennziffern der unbekannten Spule folgen dann aus Gleichung 10.

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (18)$$

#### 1.5.4 Maxwell-Brücke

Eine Alternative zu der in Unterunterabschnitt 1.5.3 diskutierten Methode zur Bestimmung unbekannter Induktivitäten ist die Maxwell-Brücke, die Schaltung ist in Abbildung 8 zu sehen.



**Abbildung 8:** Schaltplan zur Maxwell-Brücke [1]

Der Unterschied zur Induktivitätsbrücke besteht dadrin, dass  $R_2$  konstant gehalten wird und keine Induktivität enthält. Der zweite Freiheitsgrad im System wird durch den parallel liegenden, nun variablen Widerstand  $R_4$  mit einem parallel geschalteten Kondensator  $C_4$  realisiert.



Aus Gleichung 10 folgen dann die Gleichungen

$$R_x R_4 + \omega^2 R_4^2 C_4 L_x = R_2 R_3 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2) \quad (19)$$

und

$$-\omega R_x R_4^2 C_4 = 0. \quad (20)$$

Diese liefern die unbekannten Größen

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad L_x = R_2 R_3 R_4. \quad (21)$$

### 1.5.5 Wien-Robinson-Brücke

Zuletzt wird die Wien-Robinson-Brücke beschrieben. Diese unterscheidet sich von den bisher genannten Schaltungen dadurch, dass die Abgleichbedingung auch von der Frequenz des Wechselstroms  $\omega$  abhängt.

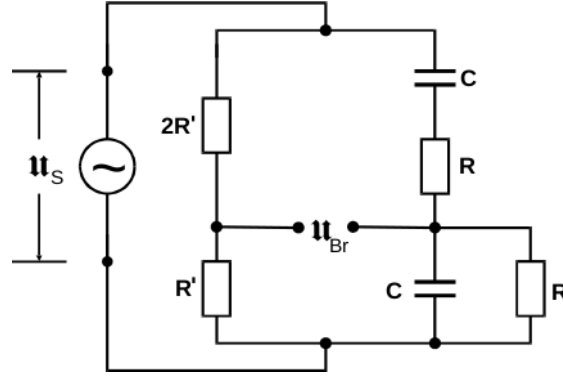


Abbildung 9: Schaltplan zur Wien-Robinson-Brücke [1]

Die vier Brückenelemente besitzen damit die Widerstandsoperatoren

$$Z_1 = 2R', \quad Z_2 = R', \quad Z_3 = \frac{j\omega RC + 1}{j\omega C} \quad \text{und} \quad Z_4 = \frac{R}{1 + j\omega RC}. \quad (22)$$

Damit folgt aus Gleichung 10

$$U_{Br} = \frac{\frac{2RR'}{1+j\omega RC} - \frac{R'+j\omega R'RC}{j\omega C}}{3R' \left( \frac{j\omega RC+1}{j\omega C} + \frac{R}{1+j\omega RC} \right)} U_S \quad (23)$$

$$= \frac{\omega^2 R^2 C^2 - 1}{3(1 - \omega^2 R^2 C^2) + 9j\omega RC} U_S. \quad (24)$$

Das Verhältnis zwischen Brückenspannung und Speisespannung lautet somit

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{9 \{ (1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2 \}}. \quad (25)$$

Offensichtlich verschwindet Gleichung 25 für

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (26)$$

Eine einfachere Darstellung von Gleichung 25 ist möglich durch das Frequenzverhältnis

$$\Omega := \frac{\omega}{\omega_0}, \quad (27)$$

das ergibt dann

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9\Omega^2}. \quad (28)$$

In Gleichung 28 wird deutlich, dass es sich bei der Wien-Robinson-Brücke um einen Frequenzfilter handelt. Wechselströme mit der Kreisfrequenz  $\omega$  werden entfernt und Frequenzen in der Nähe abgeschwächt.

## 1.6 Bestimmung des Klirrfaktors

Der Klirrfaktor ist ein Indikator für die Qualität eines Funktionsgenerators. Ein idealer Sinus-Generator erzeugt nur den Sinus zu der eingestellten Frequenz. Das ist beim realen Funktionen-Generator nicht der Fall; es entstehen Oberwellen.

Für die Bestimmung des Klirrfaktors wird die Wien-Robinson-Brücke aus Unterunterabschnitt 1.5.5 benutzt. Mit ihr wird die Hauptwelle des Funktionenerzeugers rausgefiltert, sodass nur die Oberwellen zurückbleiben. Dann folgt der Klirrfaktor

$$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{U_1}. \quad (29)$$

Dabei ist  $U_1$  die Amplitude der Grundwelle und  $U_n$  die der n-ten Oberwelle, welche dann die Frequenz  $n\omega_0$  besitzt.

Für diesen Versuch wird die Annahme

$$U_k = 0 \text{ für } k > 2 \quad (30)$$

gemacht. Dann lautet folgt aus Gleichung 28

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{f(2)} \quad (31)$$

Wobei  $f(2)$  Gleichung 28 bei  $\Omega = 2$  ausgewertet ist.

## 2 Durchführung

Im nächsten Abschnitt wird auf die Durchführung eingegangen. Abgesehen von der Messung des Klirrfaktors beruhen die Messungen auf der Nullmethode, die Brückenspannung wird dabei mit einem digitalen Oszillograph gemessen.

## 2.1 Wheatstonesche Brücke

Hier sollen zwei unbekannte Widerstände bestimmt werden. Da Gleichung 14 nicht von  $R_3$  und  $R_4$ , sondern nur von deren Verhältnis abhängt, werden diese hier mit durch ein Potentiometer ersetzt.

Es wird das Verhältnis  $R_3/R_4$  variiert, bis mit dem Oszillographen ein Minimum der Brückenspannung gefunden wurde. Die Speisespannung wird auf 10V gestellt. Zur Fehlerbestimmung wird  $R_2$  (siehe Abbildung 4) variiert.

## 2.2 Kapazitätsmessbrücke

Die Durchführung bei der Kapazitätsmessbrücke erfolgt analog zu der bei der Wheatstoneschen Brücke.

Der Hauptunterschied liegt dadrin, dass nun zwei veränderliche Bauteile im Aufbau verbaut sind. Für die Nullmethode wird an einem Bauteil der Wert verändert, bis das Oszilloskop ein Minimum in der Brückenspannung verzeichnet. Danach wird dann am zweiten variablen Bauteil ein Minimum gesucht.

Dies wird so lange durchgeführt, bis man ein totales Minimum gefunden hat, d.h. dass eine Veränderung eines Wertes die Brückenspannung erhöht.

Da für die Bestimmung eines Wertes  $R_2$  variiert wird, muss für die Fehlerbestimmung  $C_2$  in den verschiedenen Messreihen variiert werden.

## 2.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Durchführung findet komplett analog zu der in Unterabschnitt 2.2 statt; zur Fehlerbestimmung wird  $L_2$  variiert.

## 2.4 Maxwell-Brücke

Der Aufbau folgt gemäß Abbildung 8, für die Nullmethode werden  $R_3$  und  $R_4$  durch Potentiometer ersetzt welche so lange variiert werden, bis die Brückenspannung minimal ist.

Es werden die gleichen unbekannten Induktivitäten wie bei der Induktivitätsmessbrücke eingesetzt.

## 2.5 Wien-Robinson-Brücke und Klirrfaktor

Der Aufbau erfolgt gemäß dem Schaltplan in Abbildung 9. Im Frequenzbereich von 20Hz bis 30kHz wird die Brückenspannung gemessen. Dabei soll auch die Frequenz  $\omega_0$  gefunden werden, bei der die Brückenspannung minimal ist.

Für die Berechnung des Klirrfaktors muss auch die Brückenspannung im Minimum  $\omega_0$  notiert werden.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Wheatstone-Brücke

Für die Messung des Widerstandes (Wert 11) wurden drei Messreihen vorgenommen, bei denen  $R_2$  variiert wurde und das Potentiometer ( $R_3, R_4 = 1\text{k}\Omega - R_3$ ) abgestimmt wurde, sodass ein Spannungsminimum entsteht. Die eingesetzten, gemessenen und berechneten Widerstände wurden in Tabelle 1 aufgelistet. Der Widerstand  $R_x$  kann mit diesen Werten nach Gleichung 14 berechnet werden.

Mit der für das Potentiometer (also für  $R_3/R_4$ ) gegebenen Messungenauigkeit von 0.5% und der Standardabweichung für  $R_x$  von  $\sigma_{R_x} = 1.92\Omega$  lässt sich auch ein Fehler bestimmen. Für  $R_x$  ergibt sich dann:

$$R_x = R_{11} = (490.9 \pm 3.6)\Omega \quad (32)$$

**Tabelle 1:** Daten zur Wheatstone-Brücke

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_x [\Omega]$
664	425.25	574.75	491.285
1000	330	670	492.537
332	595.5	404.5	488.766

#### 3.2 Kapazitätsmessbrücke

In Unterunterabschnitt 1.5.2 wurde bereits beschrieben, wie die Kenndaten eines Kondensators mit einer Kapazitätsmessbrücke bestimmt werden können. Es wurden 2 RC-Kombinationen (Werte 8 und 9) und ein Kondensator (Wert 3) ausgemessen. Die Messdaten, die zur Berechnung genutzt wurden, sind in Tabelle 2, Tabelle 3 und Tabelle 4 zu sehen.

**Tabelle 2:** Messdaten für die Berechnung von  $C_8$

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$C_2 [\text{nF}]$
482	568	399
431	600	450

Die hohen Werte für  $R_2$  bei der Messung für  $C_9$  wurden durch eine Reihenschaltung mehrerer Widerstände erreicht, um so möglichst nahe an das Minimum der Brückenspannung zu kommen. Die Kenndaten wurden nach Gleichung 16 berechnet ( $R_4$  ergibt sich wieder aus  $R_3$  mit  $R_4 = 1\text{k}\Omega - R_3$ ). Für die Werte der verlustbehafteten Kondensatoren ergeben sich dann:

**Tabelle 3:** Messdaten für die Berechnung von  $C_9$ 

$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$C_2$ [nF]
2000	798	992
3000	880	992

**Tabelle 4:** Messdaten für die Berechnung von  $C_3$ 

$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$C_2$ [nF]
0	482	399
41	505	450

$$C_8 = (301.73 \pm 3.24)\text{nF} \quad (33)$$

$$R_8 = (640.12 \pm 25.85)\Omega \quad (34)$$

und

$$C_9 = (193.19 \pm 58.88)\text{nF} \quad (35)$$

$$R_9 = (14.95 \pm 7.50)\text{k}\Omega \quad (36)$$

Die Ergebnisse für Wert 9 werden in Abschnitt 4 diskutiert. Für den Wert des Kondensators (Wert 3) ergibt sich:

$$C_3 = (434.94 \pm 8.32)\text{nF} \quad (37)$$

### 3.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Bestimmung der Kenndaten einer Spule mit einer Induktivitätsmessbrücke wurde in Unterunterabschnitt 1.5.3 beschrieben. Die erhaltenen Messdaten wurden in Tabelle 5 aufgelistet. Mit Tabelle 5 lassen sich nach Gleichung 18 Induktivität und Verlustwiderstand

**Tabelle 5:** Messdaten zur Induktivitätsmessbrücke

$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$L_2$ [mH]
65	711	20.1
54	646	14.6
96	499	27.5

der unbekannten Spule berechnen. Es ergeben sich:

$$L_{19} = (34.49 \pm 7.65)\text{mH} \quad (38)$$

$$R_{19} = (118.02 \pm 24.55)\Omega \quad (39)$$

### 3.4 Maxwell-Brücke

Mit einer Maxwell-Brücke wurden die Daten zu Wert 19 dann nochmal bestimmt (Messdaten siehe Tabelle 6). Als Toleranz der variablen Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  waren hier

**Tabelle 6:** Messdaten zur Maxwell-Brücke

$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$C_4$ [nF]
1000	26	230	992
332	84.5	245	992
332	139	400	597
664	69	403.5	597

3% angegeben. Mit Tabelle 6 lassen sich nach Gleichung 21 Induktivität und Verlustwiderstand der unbekannten Spule dann ein zweites Mal berechnen. Es ergeben sich:

$$L_{19Mw} = (27.13 \pm 1.27) \text{mH} \quad (40)$$

$$R_{19Mw} = (114.12 \pm 5.36) \Omega \quad (41)$$

### 3.5 Wien-Robinson-Brücke

Wie in Abbildung 10 zu sehen ergab sich für die Wien-Robinson-Brücke eine Messreihe von Brückenspannungen mit dazugehörigen Frequenzen. Bei der Auswertung der Wien-Robinson-Brücke konnte aus den Messdaten eine Frequenz  $f_0$  bei der die Brückenspannung minimal wurde bestimmt werden. Hier ergab sich eine Frequenz  $f_0 = 160 \text{Hz}$  mit einer Brückenspannung von  $U_{Br,Min} = 11.1 \text{mV}$ . Die theoretische Kreisfrequenz für die minimale Brückenspannung nach Gleichung 26 liegt bei  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 1006 \text{Hz}$  (dies entspricht als auf die Zeit bezogene Frequenz  $(1006/2\pi) \text{Hz} = 160.11 \text{Hz}$ ) und liegt somit sehr nahe an dem gemessenen Wert für  $f_0$ . In Abbildung 11 wurden die Messdaten geplottet. Dabei wurde der Quotient  $U_{Br}/U_S$  in einem halblogarithmischen Diagramm gegen  $\Omega = f/f_0$  aufgetragen. Die Theorie-Kurve wurde dabei aus Gleichung 28 berechnet.

f[Hz], 2U <sub>Br</sub> [V]
20, 6.16
140, 0.624
145, 0.468
150, 0.308
155, 0.164
160, 0.022
165, 0.136
170, 0.264
175, 0.404
180, 0.532
200, 1
300, 2.76
400, 3.84
500, 5.56
1000, 6
2098, 6.48
3098, 6.52
4098, 6.52

Abbildung 10: Messdaten zur Wien-Robinson-Brücke

### 3.6 Klirrfaktor

Der Klirrfaktor  $k$  kann anschließend, wie in Unterabschnitt 1.6 beschrieben, berechnet werden. Zuerst muss dafür  $U_2$  nach Gleichung 31 berechnet werden.  $f(2)$  bezieht sich dabei auf Gleichung 28. Es ergibt sich für  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{0.0111V}{f(2)} \quad (42)$$

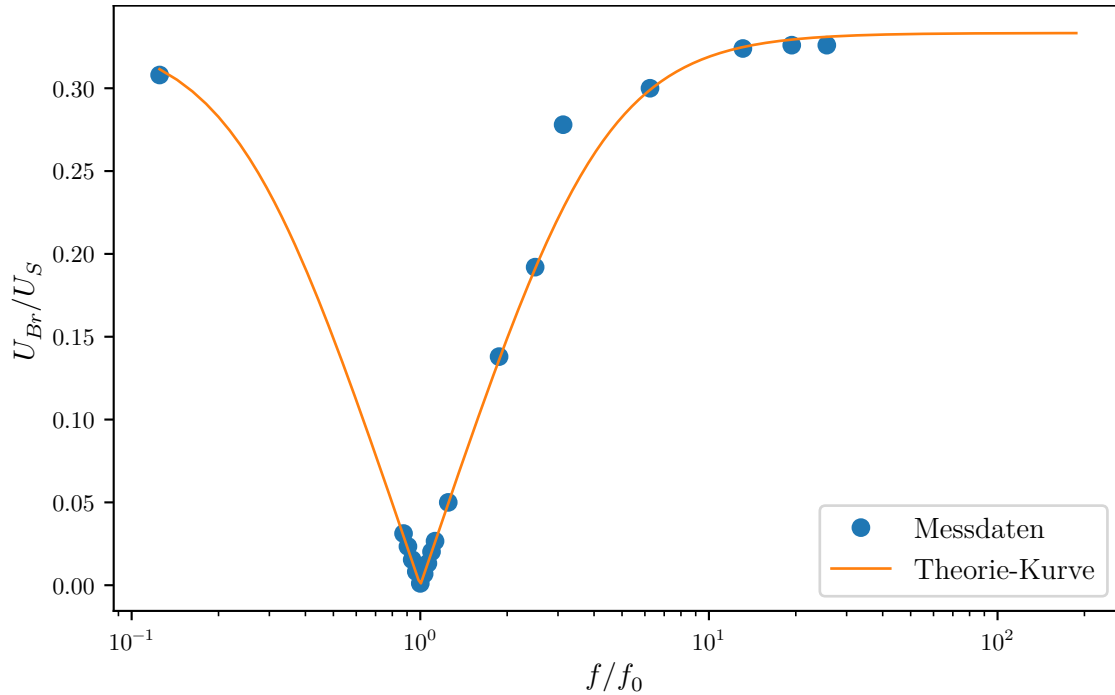
$$U_2 = 0.4995V \quad (43)$$

Nun kann man  $U_2$  in Gleichung 29 einsetzen, um  $k$  zu bestimmen ( $U_1 = 10V$ ):

$$k = \frac{U_2}{U_1} \quad (44)$$

$$k = 0.04995 \quad (45)$$

$$k = 5\% \quad (46)$$



**Abbildung 11:** Halblogarithmische Darstellung der Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung der Wien-Robinson-Brücke

## 4 Diskussion

Die Ergebnisse für Kapazität 9 sind schlecht ausgefallen (siehe Unterabschnitt 3.2). So weisen die Werte einen hohen Fehler auf und der Verlustwiderstand  $R_x$  fällt sehr hoch aus. Dies ist mit Problemen bei der Messung zu erklären. So wurde bei der Bestimmung der Daten zu Wert 9 kein Spannungsminimum gefunden, sondern der Rand des Voltmeters erreicht bevor die Spannung bei einem Minimum angekommen war. Es wurde versucht das Spannungsminimum zu erreichen, indem der Wert für  $R_2$  durch Nutzung einer Reihenschaltung mehrerer Widerstände erhöht wurde. Allerdings konnte auch bei hohen Werten von  $R_2$  kein klares Spannungsminimum gefunden werden.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen für Wert 9 wirken die Werte für die Induktivität (Wert 19) gut. So liegen die ermittelten Werte per Maxwell-Brücke im Fehlerbereich der berechneten Werte mit der Induktivitätsmessbrücke.

In Abbildung 11 ist zu sehen, dass die Kurve der Messdaten zur Wien-Robinson-Brücke nahe an der Theorie-Kurve liegen. Bei der Messung wurde darauf geachtet besonders viele Messwerte in der Nähe des Minimums aufzunehmen. Dies führte dazu, dass die Kurve der Messdaten in der Nähe des Minimums besonders gut mit der Theorie-Kurve übereinstimmt.



## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung: Versuch Nr. 302, Brückenschaltung*. 2014.

V.302, Brückenschaltungen

Wheatstone

$$F = 1076 \text{ Hz}$$

Wien-Robinson-Brücke

angelegte Spannung:  $U_0 = 10 \text{ V}$

$$R' = 332 \Omega$$

$$C = 554 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

~~20 Hz~~

Frequenz am ~~Oszilloskop~~ <sup>Funktion-Generator</sup>  $2^{\circ} U_{Br}$

20 Hz

6.16 V

140 Hz

624 mV

145 Hz

468 mV

~~150 Hz~~

308 mV

155 Hz

164 mV

160 Hz

22.2 mV

165 Hz

136 mV

170 Hz

264 mV

175 Hz

404 mV

180 Hz

532 mV

200 Hz

1 V

300 Hz

2.76 V

01.12.20



## Weiterführung: Wien-Robinson-Brücke

Frequenz	<del>2 U<sub>Br</sub></del>	Frequenz	
400 Hz	3.84 V	4098 Hz	6.52 V
500 Hz	5.56 V	ohne Tiefpass	<del>6.52 V</del> 6.68
1000 Hz	6 V	ab alle drüber	
20 <sup>98</sup> <del>00</del> Hz	6.48 V	unverändert	
mit TP → 3098 Hz	6.52 V		
ohne TP → <del>3000</del> Hz	6.56 V		

## Induktivitätsmessbrücke

Wert 1g 1000 Hz am Funktionserzeuger,  $U_0 = 10V$

1.)  $L_2 = 20.1 \text{ mH}$

$R_3 = 711 \Omega$        $R_4 = 1000 \Omega - R_3$

$R_2 = 65 \Omega$

2.)  $L_2 = 14.6 \text{ mH}$        $R_3 = 646 \Omega$        $R_4 = 1k\Omega - R_3$

$R_2 = 54 \Omega$

3.)  $L_2 = \frac{27.5}{25} \text{ mH}$        $R_3 = 495 \Omega$        $R_4 = 1k\Omega - R_3$

$R_2 = 96 \Omega$

## Maxwell-Brücke

Wieder Wert 1g, 1000 Hz,  $U_0 = 10V$

1.)  $R_2 = 1k\Omega$        $C_4 = 597 \text{ nF}$        $R_3 = 26 \Omega$

$R_4 = 230 \Omega$

2.)  $R_2 = 332 \Omega$        $C_4 = 592 \text{ nF}$        $R_3 = 84.5 \Omega$

$R_4 = 245 \Omega$

3.)  $R_2 = 332 \Omega$        $C_4 = 597 \text{ nF}$        $R_3 = 139 \Omega$

$R_4 = 400 \Omega$

4.)  $R_2 = 664 \Omega$        $C_4 = 597 \text{ nF}$        $R_3 = 69 \Omega$

$R_4 = 403.5 \Omega$



## Wheatstonesche Brücke

Wert 11

Funktionsgenerator:

$U_0 = 10V$ ,  $1kHz$

$$R_u = 1k\Omega - R_3$$

1.)  $R_2 = \cancel{664} 664\Omega$

$R_3 = 425.25\Omega$

2.)  $R_2 = 1k\Omega$

$R_3 = 330\Omega$

3.)  $R_2 = 332\Omega$

$R_3 = 5595.5\Omega$

## Kapazitätsmessbrücke

Wert 9

F-Generator:

$U_0 = 10V$ ,  $1kHz$

1.)  $R_2 = 2k\Omega$

$R_3 = 798\Omega$

$$R_u = 1k\Omega - R_3$$

2.)  $R_2 = 3k\Omega$

$R_3 = 880\Omega$

3.)  $C_2 = 592nF$

$R_2 = 1k\Omega$

$R_3 = 694\Omega$

Zu 1.) und 2.):

$$C_2 = 992nF$$

4.)  $C_2 = 597nF$

$R_2 = 3k\Omega$

$R_3 = 694\Omega$

Beobachtung: Es war kein Minimum, sondern  
Rand von Voltmeter