

V401

# **Das Michelson-Interferometer**

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 26.06.2018

Abgabe: 03.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Interferenz und Kohärenz von Licht . . . . .	3
1.2	Das Michelson-Interferometer . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>
	<b>Literatur</b>	<b>8</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Interferenz und Kohärenz von Licht

Die elektrische Feldstärke einer Lichtwelle wird mit

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

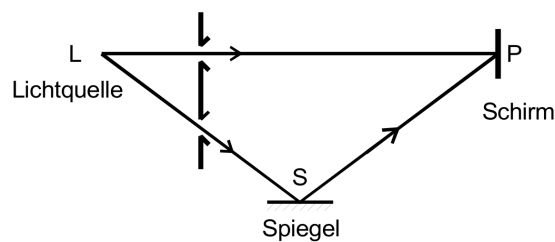
angegeben. Hierbei ist  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  die Wellenzahl mit  $\lambda$  als Wellenlänge,  $\omega$  als Kreisfrequenz und  $\delta$  als einen beliebigen Phasenwinkel. Für Gleichungen dieser Art gilt das Superpositionsprinzip, sodass sich an einem Ort P zwei dort ankommende Wellen überlagern. Durch die leichtere Messung der Intensität und weil der Zusammenhang

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

gilt, ergibt sich für die Addition zweier Wellen

$$I_{ges} = 2\text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (3)$$

Der zweite Teil der Summe bildet den von der Phasenbeziehung  $(\delta_2 - \delta_1)$  abhängigen Interferenzterm, der Werte zwischen  $-2\text{const} \vec{E}_0^2$  und  $+2\text{const} \vec{E}_0^2$  annehmen kann. Der Interferenzterm verschwindet, wenn  $(\delta_2 - \delta_1)$  ein ungerades Vielfaches von  $\pi$  ist. Auf Grund der statistischen Natur der Entstehung von Licht ist bei Licht aus zwei Quellen auch keine Interferenz zu erkennen. Wenn angeregte Atome in ihren Grundzustand zurückgehen wird Energie in Form von EM-Wellen mit einer endlichen räumlichen Ausdehnung abgegeben. Da die Emission statistisch über die Zeit verteilt abläuft, verschwindet die Interferenz bei einer Mittelung über einen genügend großen Zeitraum. Solches Licht wird inkohärent genannt. Kohärentes Licht, welches zum Beispiel mit einem Laser erzeugt werden kann, besitzt gemäß Gleichung (1) ein festes  $k$ ,  $\omega$  und  $\delta$  für alle emittierten Wellenzüge. Es kann jedoch auch mit einer gewöhnlichen Lichtquelle Interferenz erzeugt werden. Dazu wird das Licht einer Quelle in zwei Strahlen zerteilt, zum Beispiel mit einem halbdurchlässigen Spiegel oder einer Doppelblende, wie in Abbildung 1 zu sehen.



**Abbildung 1:** Interferenzzeugung mit einer gewöhnlichen Lichtquelle [2].

Die beiden Strahlen werden dann in einem Punkt P zusammengeführt, wobei sie verschiedenen lange Wege zurück gelegt haben. Dadurch besitzen sie eine Phasendifferenz, welche

für die Interferenz sorgt. Allerdings sind durch die Kohärenzlänge  $l$  nicht immer Interferenzeffekte zu erkennen. Der Emissionsvorgang dauert nur endlich lang, also besitzt die Welle auch nur eine endliche Länge. Ist der Wegunterschied länger als die Größe des Lichtzugs, dann kann keine Interferenz mehr entstehen, weil die Strahlen zu verschiedenen Zeiten eintreffen. Die Kohärenzlänge  $l$  ist genau die Länge bei der die Interferenz im Punkt P verschwindet. Es gilt der Zusammenhang zwischen den maximal beobachteten Interferenzmaxima  $N$  im Punkt P, der Wellenlänge  $\lambda$  und der Kohärenzlänge  $l$ :

$$l = N\lambda \quad (4)$$

## 1.2 Das Michelson-Interferometer

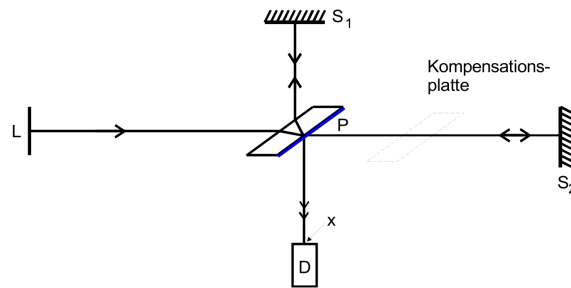


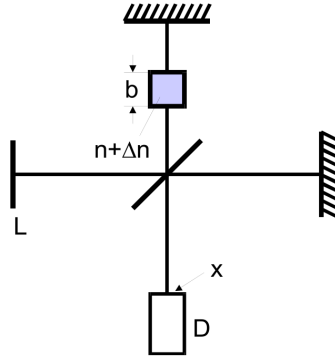
Abbildung 2: Michelson-Interferometer [2].

Es wird beim Michelson-Interferometer mittels eines semipermeablen Materials ein Lichtstrahl aufgespaltet, wie in Abbildung 1 zu sehen ist. Ein Teil geht durch zum Spiegel  $S_2$ , der andere Teil wird zum Spiegel  $S_1$  reflektiert. Nach dem Reflektieren an beiden Spiegeln, treffen die Strahlen an der Platte P wieder zusammen und werden erneut geteilt. Wichtig ist, dass beide Strahlen kohärent sind. Dafür werden die Abstände  $\bar{S_1P}$  und  $\bar{S_2P}$  fast gleich gewählt und in den Weg von P zu  $S_2$  wird eine Kompensationsplatte gestellt. Diese gleicht die optische Weglänge der Strahlen aus, da der Strahl zu  $S_1$  die Platte P dreimal durchläuft, der Strahl zu  $S_2$  allerdings nur einmal. Wenn  $\bar{S_1P}$  und  $\bar{S_2P}$  gleichlang sind, dann ist an der Stelle D ein Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$ , wodurch sich die Lichtstrahlen dann am Ort D auslöschen. Durch Verschiebung eines Spiegels um  $\Delta d$  ändert sich die Intensität des Interferenzmusters und man kann mit dem abgebildeten Aufbau die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen mit

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

$z$  ist die Anzahl der beobachteten Interferenzmaxima.

Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung eines optischen Wegunterschiedes ist es, einen der beiden Lichtstrahlen durch ein Medium der Länge  $b$  mit einem anderen Brechungsindex  $n + \Delta n$  laufen zu lassen, wie in Abbildung 3 zu sehen.



**Abbildung 3:** Aufbau zur Messung von Brechungsindexunterschieden [2].

Der Wegunterschied beträgt  $\Delta nb$ . Durch evakuieren oder erhöhen des Drucks  $p$  in der Messzelle, lassen sich am Ort  $D$   $z$  Interferenzen beobachten. Es gilt die Formel:

$$b \cdot \Delta n = \frac{z\lambda}{2} \quad (6)$$

Es lässt sich zeigen, dass

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} \quad (7)$$

gilt, wobei  $N$  die Anzahl von Molekülen ist, die durch Lichtwellen der Wellenlänge zu Schwingungen angeregt werden. Für Licht im sichtbaren Bereich lässt sich die Gleichung zu

$$n = 1 + \frac{f}{2}N \quad (8)$$

nähern. Für die hier verwendeten Druckbereiche ist anzunehmen, dass sich die Gase wie ideale Gase verhalten. Somit ist die Anzahl der Moleküle gegeben durch

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad (9)$$

wobei  $N_L$  die Loschmidtsche Zahl ist und  $p_0$  und  $T_0$  die Normalbedingungen sind. Daraus ergibt sich für den Brechungsindexunterschied

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') \quad (10)$$

Für den Brechungsindex unter Normalbedingungen gilt

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (11)$$

$\Delta n$  wird aus der umgestellten Gleichung (6) gewonnen, somit ergibt sich endgültig die Formel

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (12)$$

## 2 Durchführung

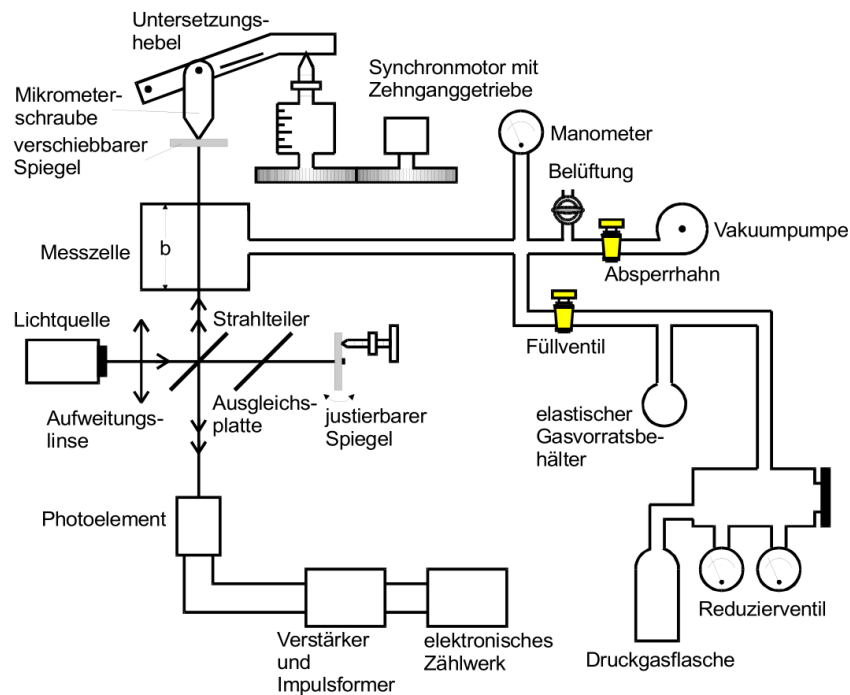


Abbildung 4: Darstellung der Messapparatur [2].

Vor der Messung muss der Aufbau justiert werden. Die beiden hellsten Strahlen aus dem Interferometer vom Laser sollen zur Deckung gebracht werden. Dazu wird der verstellbare Spiegel so eingestellt, dass die beiden Strahlen auf eine Hilfsscheibe vor dem Detektor genau zur Deckung gebracht werden. Sodann wird das Photoelement als Detektor auf die passende Höhe eingestellt, sodass das Interferenzbild genau parallel in den Schlitz trifft.

Zur Zählung der Interferenzen wird der verschiebbare Spiegel mit einem Synchronmotor und einer Mikrometerschraube verschoben. Es wird die Spiegelverschiebung  $d$  notiert, nach welcher mindestens 3000 Interferenzen vom Photoelement registriert wurden, sowie die exakte Anzahl  $z$  von Interferenzen. Diese Messung wird zehn mal wiederholt.

Um den Brechungsindex von Luft zu messen, wird der verschiebbare Spiegel in Ruhe gelassen. Die Messzelle wird auf ein Druck  $p$  evakuiert, welcher notiert wird. Beim Wiedereinlassen der Luft werden Interferenzen gezählt, deren Anzahl  $z$  ebenfalls notiert wird. Das Manometer ist auf den Normaldruck geeicht. Diese Messung wird auch zehn mal wiederholt.

### 3 Auswertung

Aus Gleichung (5) kann die Wellenlänge des Lasers berechnet werden, diese muss jedoch aufgrund der Hebelübersetzung modifiziert werden. Bevor die Gleichung nach  $\lambda$  umgestellt wird, wird die rechte Seite mit dem Faktor  $u = 5,046$  multipliziert. Die gemessenen Zählraten und die Start- und Endpunkte, die zusammen  $\Delta d = |d_1 - d_2|$  ergeben, können nun eingesetzt werden, um  $\lambda$  zu bestimmen. In Tabelle 1 sind die Messwerte und die dazugehörige Wellenlänge  $\lambda$  aufgelistet.

**Tabelle 1:** Messwerte zur Berechnung der Wellenlänge des Lasers.

$z$	$d_1$ /mm	$d_2$ /mm	$\lambda$ /nm
3004	14,0	8,9	672,90
3001	9,0	14,16	681,50
3005	14,0	8,93	668,72
3008	9,0	3,91	670,69
3000	4,0	9,3	700,22
3150	9,0	14,5	692,05
3003	14,5	9,26	691,61
3002	9,0	14,18	683,91
3000	14,0	8,95	667,20
3001	9,0	14,13	677,54

Aus den Ergebnissen lässt sich folgender Mittelwert ableiten:

$$\bar{\lambda} = (680,63 \pm 10,66) \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Zur Bestimmung des Brechungsindex in Luft werden folgende Angaben benötigt:

$$\text{Normaldruck } p_0 = 1,0132 \text{ bar}$$

$$\text{Normaltemperatur } T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$\text{Umgebungstemperatur } T = 296,15 \text{ K}$$

$$\text{Breite der Messzelle } b = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Aus den gemessenen Zählraten  $z$  und den entsprechenden Drücken  $p$  lässt sich nun mit Gleichung (12) der Brechungsindex  $n$  ermitteln. In Tabelle 2 sind die Messwerte und der dazu berechnete Brechungsindex dargestellt.

**Tabelle 2:** Messwerte zur Berechnung des Brechungsindex.

$z$	$p$ [bar]	$n$
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
32	0,8	1,0002790
33	0,8	1,0002878
33	0,8	1,0002878
35	0,8	1,0003052

Für den Mittelwert ergibt sich folgender Wert:

$$\bar{n} = 1,000\,288\,6 \pm 0,000\,006\,1$$

## 4 Diskussion

Die berechnete Wellenlänge des Lasers weicht um 7,09 % gegenüber der tatsächlichen Wellenlänge von 635 nm nach oben ab. Die tatsächliche Wellenlänge liegt erst im 5. Fehlerintervalls der berechneten Wellenlänge, der berechnete Wert liegt jedoch noch im Spektrum des roten Lichts. Diese große Abweichung scheint für die sonst hohe Genauigkeit des Interferometers überraschend zu sein. Dass die aus den Messwerten bestimmte Wellenlänge deutlich größer ist, kann auf das veraltete Zählwerk zurückgeführt werden. Das Zählwerk registriert nicht jedes Interferenzmaxima, deshalb fällt die Wellenlänge größer aus als sie sollte. Der Literaturwert des Brechungsindex in Luft beträgt auf Meeresniveau durchschnittlich 1,00029. [1] Damit weicht der berechnete Wert nur um  $2,60 \cdot 10^{-3} \%$  im Vergleich zum Literaturwert ab. Die relative Abweichung fällt so gering aus, da die Änderungen des Brechungsindex in Luft erst in der 4. Nachkommastelle bemerkbar wird. Zusätzlich liegt der Literaturwert auch im zweiten Fehlerintervalls des berechneten Werts. Dieses Ergebnis mit geringen Unsicherheiten spricht für die hohe Präzession des Interferometers.

## Literatur

- [1] *Brechzahl*. URL: [http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html#Brechzahl\\_der\\_Luft\\_und\\_anderer\\_Stoffe](http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html#Brechzahl_der_Luft_und_anderer_Stoffe) (besucht am 01.07.2018).
- [2] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. *V401, Das Michelson-Interferometer*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf> (besucht am 01.07.2018).