

V408

Geometrische Optik

Julian Hochhaus
julian.hochhaus@tu-dortmund.de

Niko Salewski
niko.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 25.04.2017

Abgabe: 28.04.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Methode von Bessel zur Bestimmung der Brennweite f einer Linse	4
2.2	Methode von Abbe zur Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems .	5
3	Durchführung	5
3.1	Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse durch Messung der Gegenstandsweite g und der Bildweite g	6
3.1.1	zur Verifizierung der Gleichungen	6
3.1.2	Bestimmung der Brennweite einer unbekannten Sammellinse . . .	6
3.2	Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse nach der Methode von Bessel für weißes, rotes und blaues Licht	6
3.2.1	Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe	6
4	Auswertung	7
4.1	Bestimmung der Brennweite durch Messung der Gegenstandsweite und Bildweite und Überprüfung der Linsengleichung und des Abbildungsgesetzes	7
4.1.1	Bestimmung der Brennweite einer bekannten Sammellinse	7
4.1.2	Experimentelle Überprüfung der Linsengleichung und des Abbildungsgesetz.	8
4.1.3	Bestimmung der Brennweite einer mit Wasser gefüllten Linse . . .	9
4.2	Bestimmung der Brennweite mit der Methode von Bessel	11
4.2.1	Berechnung der Brennweite	11
4.2.2	Untersuchung der chromatischen Abberation	12
4.3	Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems mit der Methode von Abbe	14
5	Diskussion	15
	Literatur	17

1 Zielsetzung

Ziel des vorliegenden Versuchs ist die Bestimmung der Brennweite verschiedener Linsen und Linsensysteme, sowie die Untersuchung der chromatischen Aberration bei einer dünnen Linse.

2 Theorie

Beim Übergang eines Lichtstrahls zwischen zwei Medien unterschiedlicher optischer Dichte treten nach dem Brechungsgesetz Brechungseffekte auf.

Dieser Effekt wird genutzt, um mittels verschieden geformter Grenzflächen, also der Verwendung von Linsen, den Strahlverlauf zu verändern. In der Optik wird zwischen verschiedenen Linsen unterschieden. Bei dünnen Linsen lässt sich die Brechung auf die Mittelebene der Linse reduzieren.

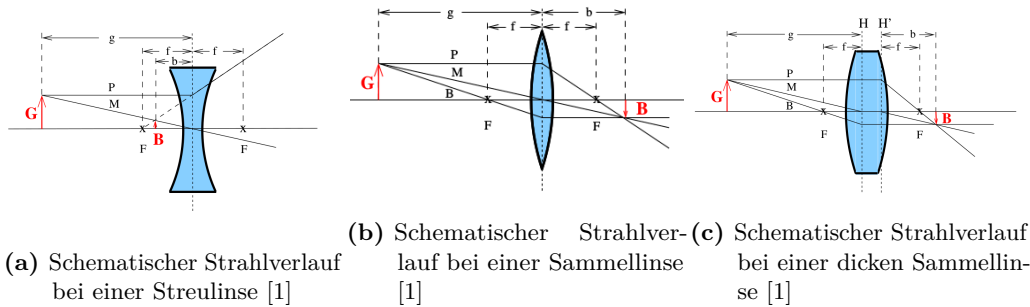
Eine Sammellinse wird zum Linsenrand hin dünner, sie bündelt parallel einfallendes Licht in dem sogenannten Brennpunkt. Entsprechend sind die Brennweite f und die Bildweite b positiv gezählt und es entsteht, wie in Abbildung 1b dargestellt, ein reelles Bild. Unter dem Begriff **reelles Bild** wird ein Bild verstanden, von dem reale Strahlen ausgehen. Im Gegensatz dazu ist ein **virtuelles Bild** ein Bild von dem keine reale Strahlen ausgehen so suggeriert ein Blick in den Spiegel zum Beispiel, dass sich Objekte ebenso weit hinter dem Spiegel stehen, wie sie im Realen von dem Spiegel entfernt sind. Ebenso entsteht ein virtuelles Bild bei einer Streulinse (vgl. Abbildung 1a). Die einfallende Strahlen werden nicht fokussiert, sondern vom Zentrum weggebrochen. Die gedachte Verlängerung der Strahlen auf der Gegenstandsseite der Linse führt schließlich zum virtuellen Bild. Daher sind Bildweite und Brennweite auch negativ gezählt.

Im Gegensatz zu dünnen Linsen ist die Reduktion der Brechung nur auf die Mittelebene bei dicken Linsen nicht möglich.

Stattdessen werden zwei Hauptebenen eingeführt und die Brechung der einfallenden Strahlen an ihnen, wie in Abbildung 1c dargestellt, vorgenommen.

Es wird vereinfachend angenommen, dass zwischen den beiden Hauptebenen der Linse alle Strahlen parallel laufen.

Die Bildkonstruktion bei einer Linse erfolgt über die Ausnutzung der Eigenschaften dreier ausgezeichneten Strahlen. Diese werden im Folgenden anhand der dünnen Sammellinse (Abbildung 1b) beispielhaft erläutert. Der **Parallelstrahl** P verläuft ausgehend vom Gegenstandspunkt parallel zur optischen Achse, also der Symmetrieachse des rotationssymmetrischen optischen Systems, wird an der Mittelebene gebrochen, und läuft bildseitig als Brennpunktstrahl durch selbigen zum Bildpunkt. Der **Brennpunktstrahl** B läuft gegenstandsseitig durch den Brennpunkt und wird nach der Brechung an der Mittelebene zum Parallelstrahl. Der **Mittelpunktsstrahl** M wird gar nicht gebrochen, sondern läuft direkt vom Gegenstandspunkt, durch den Linsenmittelpunkt zum Bildpunkt. Die Betrachtung dieser sogenannten Konstruktionsstrahlen führt unter Verwendung der



Strahlensätze auf das **Abbildungsgesetz**:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (1)$$

Der **Abbildungsmaßstab** V ist also gleich dem Verhältnis aus Bildgröße B und Gegenstandsgröße G . Diese verhalten sich zudem zueinander wie die Bildweite b zur Gegenstandsweite g .

Unter erneuter Verwendung des Strahlensatzes ergibt sich aus der Bildkonstruktion der dünnen Linse die **Linsengleichung**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \quad (2)$$

Die Linsengleichung behält auch ihre Gültigkeit für dicke Linsen, allerdings müssen die Brennweite f , sowie Gegenstands- und Bildweite bezüglich der Hauptebenen einzeln bestimmt werden.

Die verwendete Reduktion der Brechung gilt strenggenommen nur für Strahlen nahe der optischen Achse.

Bei der **sphärischen Aberration** werden achsenferne Strahlen stärker gebrochen als achsennahe Strahlen, sodass ihr Brennpunkt nicht mehr zusammenfällt und infolgedessen ein unscharfes Bild entsteht.

Bei der **chromatischen Aberration** wird aufgrund der Dispersion das Licht in seine Spektralfarben zerlegt. Somit liegt der Brennpunkt des kurzwelligen Lichts (blau) näher an der Linse als der des langwelligen, roten Lichts.

Die **Brechkraft** D wird definiert als reziproke Brennweite $D = \frac{1}{f}$. Die Brechkraft eines Linsensystems ergibt sich wiederum aus der Summe der Brechkräfte D_i der einzelnen Linsen des Systems.

2.1 Methode von Bessel zur Bestimmung der Brennweite f einer Linse

Zur Bestimmung der Brennweite nach Bessel wird der Abstand e zwischen Gegenstand und Bild festgehalten und die beiden Linsenpositionen gesucht, bei denen das Bild scharf abgebildet wird.

Diese Linsenordnung ist symmetrisch, es werden Bildweite und Gegenstandsweite

vertauscht. Es ergeben sich somit die Relationen

$$b_1 = g_2 \text{ und } b_2 = g_1.$$

Über den Abstand $e = b_1 + g = b_2 + g_2$ zwischen Gegenstand und Bild, sowie der Distanz $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$ zwischen den beiden Linsenpositionen an denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht, ergibt sich die Brennweite der Linse zu

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (3)$$

2.2 Methode von Abbe zur Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems

Bei der Methode von Abbe werden die Bildweite b und die Gegenstandsweite g eines Linsensystems bezüglich seiner Hauptebenen gemessen.

Deren Position ist nicht bekannt, daher wird bezüglich eines beliebigen Referenzpunktes A die Gegenstandsweite g' und die Bildweite b' gemessen.

Zudem wird der Abbildungsmaßstab V benötigt. Für die Hilfsgrößen gilt (vgl. Abbildung 2a):

$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h, \quad (4)$$

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h'. \quad (5)$$

Die Lage der Hauptebenen H und H' , sowie die Brennweite f des Linsensystems lassen sich nun mittels linearer Regression berechnen.

3 Durchführung

Die optischen Elemente, also die Lichtquelle, der Gegenstand, die Linsen und der Schirm werden auf einer optischen Bank auf Reitern befestigt. Hier ist auf die gleiche Höhe und Neigung der Elemente zu achten. An dieser Bank ist eine Skala integriert, an dem die verschiedenen Abstände zueinander abgelesen werden können. Zur Messung der Bildgrößen und Gegenstandsgrößen wird ein Lineal verwendet. Diese Reiter ermöglichen das Verschieben dieser Elemente auf der optischen Bank. Die Lichtquelle ist als Halogenlampe und der Gegenstand als "Perl L" realisiert. Weiterhin werden Linsen bekannter Brennweite (hier $f = 100 \text{ mm}$ und $f = -100 \text{ mm}$) und eine Linse unbekannter Brennweite verwendet. Die Linse unbekannter Brennweite entspricht einer mit Wasser gefüllten Linse, wobei das Wasservolumen innerhalb dieser Linse mit Hilfe einer Spritze variiert werden kann. Aufgrund der geänderten Krümmung erhöht sich der Brechungsindex und somit die Brennweite der Linse.

3.1 Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse durch Messung der Gegenstandsweite g und der Bildweite b

Bei der Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse durch die Messung der Gegenstandsweite g und der Bildweite b werden die Halogenlampe, die Gegenstandshalterung, die betrachtete Linse und der Schirm in dieser Reihenfolge auf der optischen Bank auf Reitern befestigt. Der Gegenstand - das "Perl L" - wird an der Gegenstandshalterung angebracht.

3.1.1 zur Verifizierung der Gleichungen

Zu Beginn wird die Gegenstandsgröße G - die Größe des "Perl L"s - mit dem Lineal gemessen. Daraufhin werden für zehn Gegenstandsweiten g die Bildweiten b bestimmt, bei denen auf dem Schirm ein scharfes reelles Bild zu erkennen ist. Hierfür soll der Schirm verschoben werden. Des Weiteren werden für die ersten fünf Messungen die Bildgrößen auf dem Schirm mit einem Lineal bestimmt. Es werden also zehn Wertepaare (g_i, b_i) und fünf Bildgrößen notiert.

3.1.2 Bestimmung der Brennweite einer unbekannten Sammellinse

Die Messung der Brennweite der mit Wasser gefüllten Linse erfolgt analog zur vorherigen Messung. Es werden allerdings nur zehn Wertepaare (g_i, b_i) benötigt.

Hierbei ist zu beachten, dass ein konstanter Druck auf die Spritze ausgeübt wird, damit das Wasservolumen in der Linse konstant bleibt.

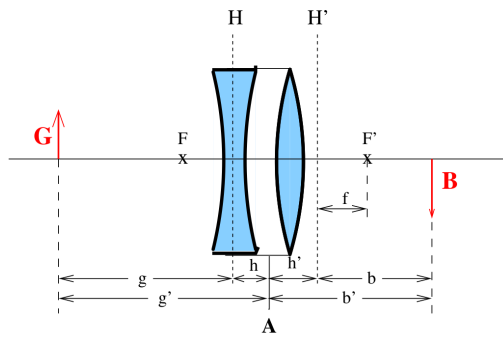
3.2 Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse nach der Methode von Bessel für weißes, rotes und blaues Licht

Die Anordnung der optischen Elemente für die Messung nach der Methode von Bessel ist identisch zu der Anordnung bei der Bestimmung der Brennweite über die Messung der Gegenstandsweite und der Bildweite. Da die chromatische Aberration untersucht werden soll, werden für die jeweiligen Messdurchgänge ein Rot- bzw. Blaufilter vor dem Gegenstand angebracht. Bei der Messung für die Methode nach Bessel wird wieder die Linse mit der Brennweite $f = 100\text{ mm}$ angebracht. Dann wird der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm festgehalten und die Linse solange variiert bis beide Punkte bestimmt sind (vgl. Abbildung 2b), an denen ein scharfes Bild am Schirm zu sehen ist. Für diese beiden Punkte werden jeweils die Gegenstandsweite $g_{1,2}$ und die Bildweite $b_{1,2}$ notiert. Diese Messung soll für zehn verschiedene Abstände zwischen Gegenstand und Schirm durchgeführt werden.

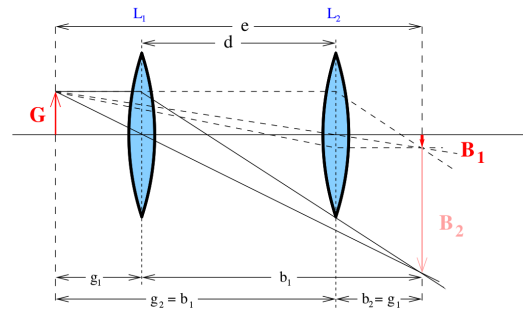
Die Messung wird für den blauen bzw. roten Filter fünfmal wiederholt.

3.2.1 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe

Für die Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems wird der Aufbau aus Abbildung 2a verwendet. Die einzige Veränderung ist also eine zusätzliche Zerstreuungslinse mit einer



(a) Schematischer Aufbau des Linsensystems für die Bestimmung dessen Brennweite nach der Methode von Abbe.



(b) Schematische Darstellung der beiden Linsenpositionen an denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht zur Bestimmung der Brennweite nach der Bessel-Methode.

Brennweite von $f_Z = -100 \text{ mm}$ (Sammellinse mit $f_S = 100 \text{ mm}$). Für die Messung nach der Methode von Abbe wird vor der Sammellinse die Zerstreuungslinse mit Brennweite $f_Z = -100 \text{ mm}$ - wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben - angebracht. Der Punkt A wird als Berührungspunkt der beiden Reiter, auf denen sich die Linsen befinden, festgelegt und die Hilfsgegenstandsweite g' und Hilfsbildweite b' wieder zehnmal gemessen bis ein scharfes Bild auf dem Schirm zu erkennen ist.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Brennweite durch Messung der Gegenstandsweite und Bildweite und Überprüfung der Linsengleichung und des Abbildungsgesetzes

4.1.1 Bestimmung der Brennweite einer bekannten Sammellinse

Zur Bestimmung der Brennweite über die Bildweite und die Gegenstandsweite werden die gemessenen Gegenstandsweiten g_i auf der x-Achse und die gemessenen Bildweiten b_i auf der y-Achse aufgetragen und die zueinandergehörigen Datentupel miteinander verbunden. Die verwendeten Datentupel sind hierbei in Tabelle 1 angegeben. Bildweite und Gegenstandsweite wurde hierbei jeweils mit einem Ablesefehler von $0,1 \text{ cm}$ bestimmt. Der sich fortplanzende Fehler in der Brennweite f liegt unter dem Ablesefehler und wird daher vernachlässigt.

Der sich ergebende Schnittpunkt aller Verbindungsgraden hat schließlich als Koordinaten für beide Raumrichtungen die Brennweite f der verwendeten Linse. Ein Vergleich der Brennweite des Versuchsaufbau ($f = 10 \text{ cm}$) mit dem Schnittpunkt der Geraden zeigt eine gute Übereinstimmung.

4.1.2 Experimentelle Überprüfung der Linsengleichung und des Abbildungsgesetz.

Über die Linsengleichung (2) ergibt sich, über die Mittelung der Brennweiten f_i , berechnet aus den Datentupeln aus Bild- und Gegenstandsweite, die Brennweite f_{Lg} . Ebenso wie hier, wird auch in den folgenden Mittelwertberechnungen, selbiger mittels python/numpy [2] ermittelt.

Hierbei wird als Fehler, wie in den weiteren Messungen ebenfalls, lediglich der Fehler des Mittelwerts angegeben.

Es ergibt sich

$$f_{Lg} = (9,70 \pm 0,09) \text{ cm.}$$

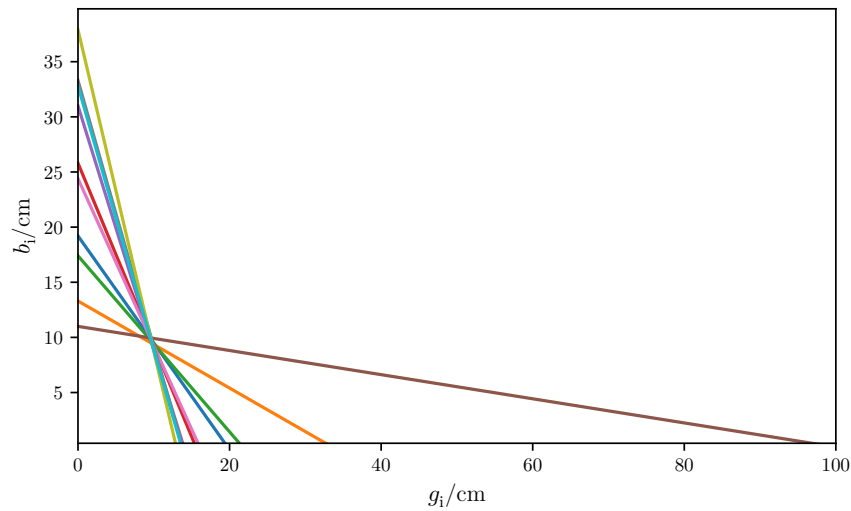


Abbildung 3: Schnittpunkt der Verbindungslinien zwischen den auf der x-Achse aufgetragenen Gegenstandsweiten g_i und den zugehörigen Bildweiten b_i auf der y-Achse zur Bestimmung der Brennweite.

Ein Vergleich mit dem aus dem Graphen abgelesenen $f_{\text{abgelesen}}$ zeigt, dass die Linsengleichung für unsere Messung bestätigt werden kann.

Tabelle 1: Abgelesene Datenpaare aus Bildweite b und Gegenstandsweite g zur Untersuchung der Linsengleichung.

b/cm	g/cm	f/cm
19.8	19.2	9.75
33.7	13.3	9.54
21.8	17.4	9.68
15.6	25.8	9.72
14.0	31.0	9.64
100.5	11.0	9.91
16.1	24.4	9.70
13.8	33.3	9.76
13.0	37.9	9.68
13.7	32.8	9.66

Zur Überprüfung des Abbildungsgesetzes werden zudem die Bildgrößen B und Gegenstandsgrößen G benötigt. Die gemessenen Datentupel finden sich in Tabelle 2. Die fortgepflanzten Fehler in den Abbildungsmaßstäben liegen erneut deutlich unter der Messauflösung und werden daher vernachlässigt.

Ein Vergleich des aus Bildweite und Gegenstandsweite berechneten Abbildungsmaßstabs V_1 mit dem Abbildungsmaßstab V_2 berechnet aus Bildgröße und Gegenstandsgröße, zeigt, dass sich nur geringe Unterschiede ergeben.

Die Gültigkeit des Abbildungsgesetzes wird also durch die vorliegende Messung bestätigt.

Tabelle 2: Aufgenommene Messdaten zur Untersuchung des Abbildungsgesetzes.

b/cm	g/cm	B/cm	G/cm	$V_1 = \frac{b}{g}$	$V_2 = \frac{B}{G}$	ΔV
19.8	19.2	3.0	3.0	1.031	1.00	0.03
33.7	13.3	7.4	3.0	2.534	2.47	0.07
21.8	17.4	3.7	3.0	1.253	1.23	0.02
15.6	25.8	1.9	3.0	0.605	0.63	0.03
14.0	31.0	1.5	3.0	0.452 4	0.50	0.05

4.1.3 Bestimmung der Brennweite einer mit Wasser gefüllten Linse

Die Messwerte zur Bestimmung einer mit Wasser gefüllten Linse sind in Tabelle 3 aufgetragen.

Für die Brennweite der mit Wasser gefüllten Linse ergibt sich mit Gleichung (2) und den Werten aus Tabelle 3 die Brennweite des Linsensystems zu

$$f_{\text{Lg}} = (7,5 \pm 0,1) \text{ cm.}$$

Tabelle 3: Abgelesene Datenpaare aus Bildweite b und Gegenstandsweite g zur Bestimmung der Brennweite einer mit Wasser gefüllten Linse.

b/cm	g/cm
18.3	47.9
31.6	45.3
23.3	46.2
13.5	52.4
27.8	45.5
24.7	46.1
33.2	45.5
15.2	50.5
17.3	48.7
33.0	45.6

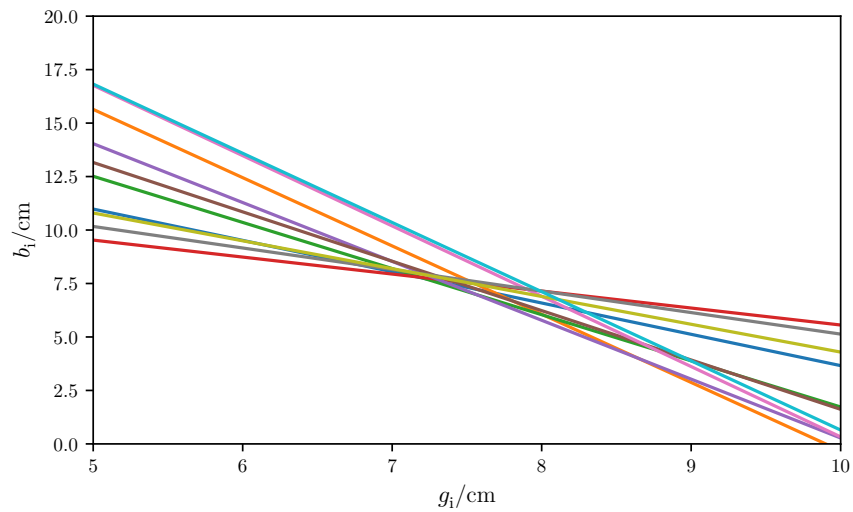


Abbildung 4: Schnittpunkt der Verbindungslinien zwischen den auf der x-Achse aufgetragenen Gegenstandsweiten g_i und den zugehörigen Bildweiten b_i auf der y-Achse zur Bestimmung der Brennweite der mit Wasser gefüllten Linse.

Analog zur Bestimmung der Brennweite der bekannten Linse (vgl. 4.1.1) lassen sich die Wertetupel (g_i, b_i) auf die Achsen eines Koordinatensystems auftragen, und aus dem Schnittpunkt der Verbindungslinien die Brennweite ablesen. Diese Darstellung ist in Abbildung 4 zu finden. Die Brennweite wird etwa zu

$$f_{\text{abgelesen}} = (7 - 8) \text{ cm}$$

abgelesen.

4.2 Bestimmung der Brennweite mit der Methode von Bessel

4.2.1 Berechnung der Brennweite

Zur Bestimmung der Brennweite einer Linse nach der Methode von Bessel wird jede der beiden Linsenpositionen, bei denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht, einzeln ausgewertet.

Theoretisch sollte die Linsenordnung völlig symmetrisch sein, weswegen auch ein annähernd gleiches Ergebnis für die Brennweite erwartet wird. Allerdings treten sicherlich Messungenauigkeiten und kleine Ablesefehler auf, sodass die Linsenordnung sich in der Realität als nicht völlig symmetrisch darstellt.

In den Tabellen 4 und 5 sind die jeweilige Gegenstandsweite g_i und die Bildweite b_i , sowie der Abstand $e_i = g_i + b_i$ zwischen Objekt und Bild und dem Abstand $d_i = g_i - b_i$ zwischen den beiden Linsenpositionen eingetragen.

Zudem wird jeweils nach Formel 3 die Brennweite f_i berechnet.

Tabelle 4: Gemessene Bild- und Gegenstandsweiten sowie zugehörige berechnete e , d und der Brennweite bezüglich der ersten Linsenposition bei ungefiltertem Licht.

b_1/cm	g_1/cm	e_1/cm	d_1/cm	f_1/cm
37.1 ± 0.1	13.4 ± 0.1	50.50 ± 0.14	-23.70 ± 0.14	9.84 ± 0.05
46.2 ± 0.1	12.4 ± 0.1	58.60 ± 0.14	-33.80 ± 0.14	9.78 ± 0.06
51.6 ± 0.1	12.0 ± 0.1	63.60 ± 0.14	-39.60 ± 0.14	9.74 ± 0.07
30.1 ± 0.1	14.5 ± 0.1	44.60 ± 0.14	-15.60 ± 0.14	9.79 ± 0.05
41.9 ± 0.1	12.7 ± 0.1	54.60 ± 0.14	-29.20 ± 0.14	9.75 ± 0.06
22.0 ± 0.1	17.6 ± 0.1	39.60 ± 0.14	-4.40 ± 0.14	9.78 ± 0.04
52.6 ± 0.1	12.0 ± 0.1	64.60 ± 0.14	-40.60 ± 0.14	9.77 ± 0.07
39.7 ± 0.1	12.9 ± 0.1	52.60 ± 0.14	-26.80 ± 0.14	9.74 ± 0.06
35.0 ± 0.1	13.6 ± 0.1	48.60 ± 0.14	-21.40 ± 0.14	9.79 ± 0.05
27.5 ± 0.1	15.1 ± 0.1	42.60 ± 0.14	-12.40 ± 0.14	9.75 ± 0.04

Der Mittelwert der Brennweiten f_i ergibt sich erneut mittels python/numpy [2] zu

$$f_{\text{weiß}} = (9,74 \pm 0,06) \text{ cm},$$

Tabelle 5: Messdaten zur Bestimmung der Brennweite mittels Bessel-Methode für ungefiltertes Licht bezüglich Linsenposition 2.

b_2/cm	g_2/cm	e_2/cm	d_2/cm	f_2/cm
13.3 ± 0.1	37.2 ± 0.1	50.50 ± 0.14	23.90 ± 0.14	9.80 ± 0.05
12.0 ± 0.1	46.6 ± 0.1	58.60 ± 0.14	34.60 ± 0.14	9.54 ± 0.06
12.0 ± 0.1	51.6 ± 0.1	63.60 ± 0.14	39.60 ± 0.14	9.74 ± 0.07
14.4 ± 0.1	30.2 ± 0.1	44.60 ± 0.14	15.80 ± 0.14	9.75 ± 0.05
12.7 ± 0.1	41.9 ± 0.1	54.60 ± 0.14	29.20 ± 0.14	9.75 ± 0.06
17.3 ± 0.1	22.3 ± 0.1	39.60 ± 0.14	5.00 ± 0.14	9.74 ± 0.04
11.8 ± 0.1	52.8 ± 0.1	64.60 ± 0.14	41.00 ± 0.14	9.64 ± 0.07
12.9 ± 0.1	39.7 ± 0.1	52.60 ± 0.14	26.80 ± 0.14	9.74 ± 0.06
13.4 ± 0.1	35.2 ± 0.1	48.60 ± 0.14	21.80 ± 0.14	9.71 ± 0.05
15.1 ± 0.1	27.5 ± 0.1	42.60 ± 0.14	12.40 ± 0.14	9.75 ± 0.04

4.2.2 Untersuchung der chromatischen Abberation

Analog zur Bestimmung der Brennweite der Linse für das Licht der Halogenlampe wird zur Untersuchung der chromatischen Abberration vorgegangen.

Die verwendeten Messdaten für blaues Licht befinden sich in Tabelle 6 und 7.

Tabelle 6: Gemessene und berechnete Werte zur Bestimmung der Brennweite für blaues Licht zur Untersuchung der chromatischen Abberration der Linsenposition 1.

b_1/cm	g_1/cm	e_1/cm	d_1/cm	f_1/cm
37.2 ± 0.1	13.3 ± 0.1	50.50 ± 0.14	-23.90 ± 0.14	9.80 ± 0.05
46.3 ± 0.1	12.3 ± 0.1	58.60 ± 0.14	-34.00 ± 0.14	9.72 ± 0.06
51.5 ± 0.1	12.1 ± 0.1	63.60 ± 0.14	-39.40 ± 0.14	9.80 ± 0.07
30.2 ± 0.1	14.4 ± 0.1	44.60 ± 0.14	-15.80 ± 0.14	9.75 ± 0.05
41.8 ± 0.1	12.8 ± 0.1	54.60 ± 0.14	-29.00 ± 0.14	9.80 ± 0.06

Die Mittelwerte der Brennweiten ergeben sich mit python/numpy zu:

$$f_{\text{blau}} = (9,75 \pm 0,06) \text{ cm},$$

Für die Untersuchung der Brennweite des roten Lichts finden sich die gemessenen und berechneten Daten in Tabelle 8 und 9.

Der Mittelwert der Brennweiten samt dessen Fehler ergibt sich zu:

$$f_{\text{rot}} = (9,79 \pm 0,08) \text{ cm}.$$

Tabelle 7: Messdaten zur Bestimmung der Brennweite für blaues Licht bezüglich der Linsenposition 2.

b_2/cm	g_2/cm	e_2/cm	d_2/cm	f_2/cm
13.2 ± 0.1	37.3 ± 0.1	50.50 ± 0.14	24.10 ± 0.14	9.75 ± 0.05
12.1 ± 0.1	46.5 ± 0.1	58.60 ± 0.14	34.40 ± 0.14	9.60 ± 0.06
12.1 ± 0.1	51.5 ± 0.1	63.60 ± 0.14	39.40 ± 0.14	9.80 ± 0.07
14.3 ± 0.1	30.3 ± 0.1	44.60 ± 0.14	16.00 ± 0.14	9.72 ± 0.05
12.7 ± 0.1	41.9 ± 0.1	54.60 ± 0.14	29.20 ± 0.14	9.75 ± 0.06

Tabelle 8: Messdaten zur Untersuchung der chromatischen Aberration über die Bestimmung der Brennweite nach der Bessel-Methode bei rotem Licht bezüglich Linsenposition 1.

b_1/cm	g_1/cm	e_1/cm	d_1/cm	f_1/cm
37.0 ± 0.1	13.5 ± 0.1	50.50 ± 0.14	-23.50 ± 0.14	9.89 ± 0.05
46.1 ± 0.1	12.5 ± 0.1	58.60 ± 0.14	-33.60 ± 0.14	9.83 ± 0.06
51.5 ± 0.1	12.1 ± 0.1	63.60 ± 0.14	-39.40 ± 0.14	9.80 ± 0.07
29.9 ± 0.1	14.7 ± 0.1	44.60 ± 0.14	-15.20 ± 0.14	9.85 ± 0.05
41.7 ± 0.1	12.9 ± 0.1	54.60 ± 0.14	-28.80 ± 0.14	9.85 ± 0.06

Tabelle 9: Messdaten zur Untersuchung der chromatischen Aberration über die Bestimmung der Brennweite nach der Bessel-Methode bei rotem Licht bezüglich Linsenposition 2.

b_2/cm	g_2/cm	e_2/cm	d_2/cm	f_2/cm
13.4 ± 0.1	37.1 ± 0.1	50.50 ± 0.14	23.70 ± 0.14	9.84 ± 0.05
12.2 ± 0.1	46.4 ± 0.1	58.60 ± 0.14	34.20 ± 0.14	9.66 ± 0.06
11.9 ± 0.1	51.7 ± 0.1	63.60 ± 0.14	39.80 ± 0.14	9.67 ± 0.07
14.5 ± 0.1	30.1 ± 0.1	44.60 ± 0.14	15.60 ± 0.14	9.79 ± 0.05
12.6 ± 0.1	42.0 ± 0.1	54.60 ± 0.14	29.40 ± 0.14	9.69 ± 0.06

4.3 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems mit der Methode von Abbe

Die Messwerte zur Bestimmung der Lage der Hauptebenen des Linsensystems und der Brennweite sind in Tabelle 10 aufgetragen.

Tabelle 10: Messwerte zur Bestimmung der Brennweite f und der Lage der Hauptebenen

g' / cm	b' / cm	V
22.30 ± 0.10	86.90 ± 0.10	1.267 ± 0.033
31.00 ± 0.10	78.20 ± 0.10	0.933 ± 0.033
35.80 ± 0.10	76.20 ± 0.10	0.667 ± 0.033
19.90 ± 0.10	92.10 ± 0.10	1.600 ± 0.033
17.00 ± 0.10	103.00 ± 0.10	2.233 ± 0.033
47.10 ± 0.10	72.90 ± 0.10	0.467 ± 0.033
18.40 ± 0.10	96.60 ± 0.10	1.867 ± 0.033
40.50 ± 0.10	74.50 ± 0.10	0.567 ± 0.033
15.10 ± 0.10	114.90 ± 0.10	2.900 ± 0.033
58.70 ± 0.10	71.30 ± 0.10	0.367 ± 0.033

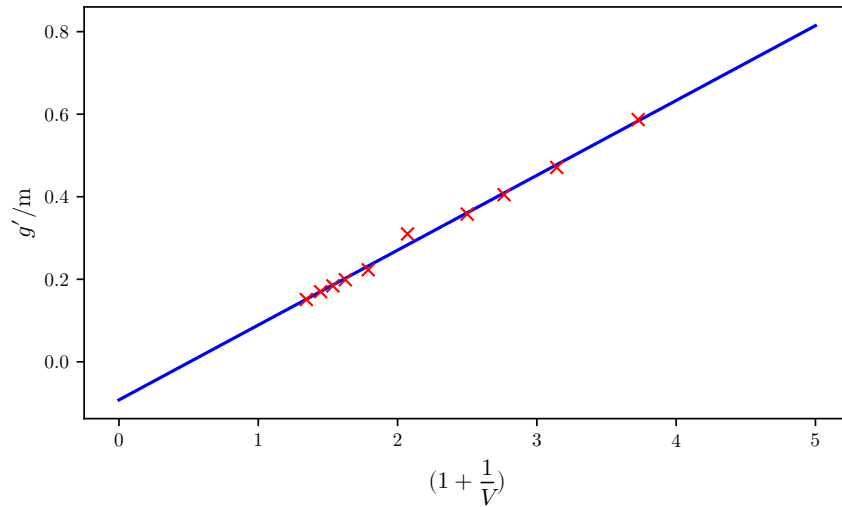


Abbildung 5: Lineare Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Brennweite des Linsensystems und Lage der ersten Hauptebene.

Es werden nach der ersten Formel von (4) die Gegenstandsweiten g' des Bezugspunkts A gegen $(1 + \frac{1}{V})$ aufgetragen. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Steigung m der Gleichung 4 entspricht der Brennweite des Linsensystems und der Achsenabschnitt n dem Abstand h vom Bezugspunkt A zur ersten Hauptebene.

Die lineare Ausgleichsrechnung mit python ergibt für die Parameter:

$$f = (0,181 \pm 0,004) \text{ m},$$

$$h = -(0,092 \pm 0,004) \text{ m}.$$

Die erste Hauptebene befindet sich also $h = (9,2 \pm 0,4) \text{ cm}$ vor dem Bezugspunkt A.

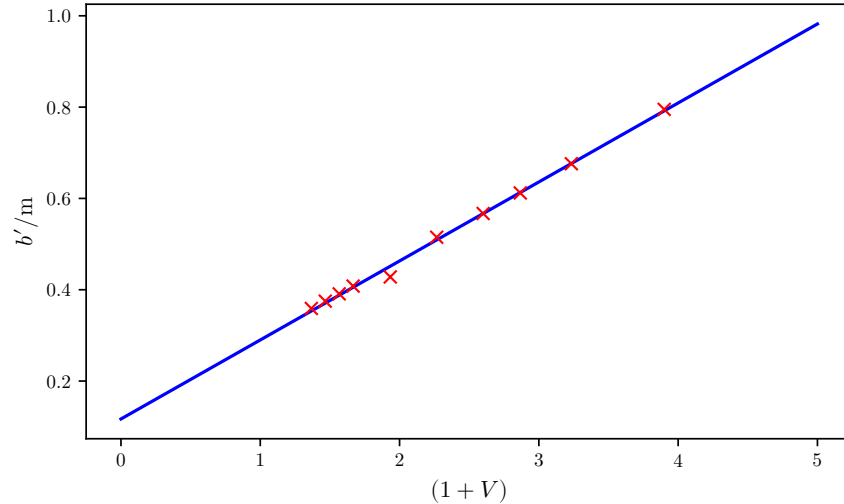


Abbildung 6: Lineare Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Brennweite des Linsensystems und Lage der zweiten Hauptebene.

Die Lage der zweiten Hauptebene wird nach der zweiten Formel von (4) analog wie zuvor mit einer linearen Ausgleichsrechnung bestimmt. Die Ausgleichsgerade samt aufgenommenener Messwerte befinden sich in Abbildung 5. Hier wird die Bildweite b' des Bezugspunkts A gegen $(1 + V)$ aufgetragen. Es ergeben sich die Parameter:

$$f = (0,173 \pm 0,004) \text{ m},$$

$$h = (0,120 \pm 0,004) \text{ m}.$$

Die zweite Hauptebene liegt also $h = (12,0 \pm 0,4) \text{ cm}$ hinter dem Bezugspunkt A.

5 Diskussion

Beim Vergleich aller bestimmter Brennweiten (vgl. Tabelle 11) fällt auf, dass diese dauerhaft um etwa 3% nach unten abweichen.

Dies liegt vermutlich daran, dass sich meist nur relativ ungenau die exakte Position bestimmen ließ, bei der das Bild auf dem Schirm am schärfsten ist.

Die Übereinstimmung unter den Messungen und die allgemein doch recht kleine Abweichung zur Herstellerangabe zeigen, dass in allen Messungen wahrscheinlich ein annähernd

Tabelle 11: Vergleich aller experimentell bestimmter Brennweiten mit der Herstellerangabe.

	Experiment/cm	Herstellerangabe/cm	Abweichung
$f_{\text{abgelesen}}$	$9,70 \pm 0,10$	10 ± 0	3.0%
$f_{\text{Linsengleichung}}$	$9,70 \pm 0,09$	10 ± 0	3.0%
$f_{\text{Bessel},1}$	$9,77 \pm 0,03$	10 ± 0	2.3%
$f_{\text{Bessel},2}$	$9,71 \pm 0,07$	10 ± 0	2.9%

Tabelle 12: Ergebnisse für die Brennweite der mit Wasser gefüllten Linse.

	Brennweite / cm
$f_{\text{abgelesen}}$	$7,9 \pm 0,1$
$f_{\text{Linsengleichung}}$	$7,5 \pm 0,1$

gleich scharfes Bild als schärfstes Bild angenommen wurde, welches nur wenig neben dem schärfsten Bild mit der Brennweite nach Herstellerangaben liegt.

Bei der Untersuchung der chromatischen Abberration (vgl. Tabelle 13) war erwartet worden, dass die Brennweite für blaues Licht etwas kürzer ist als die für weißes Licht und die Brennweite für rotes Licht etwas länger als die des weißen ist.

Allerdings zeigt sich lediglich für das rote Licht, besonders wenn die berechnete Brennweite f_1 betrachtet wird, einigermaßen deutlich das erwartete Ergebnis.

Die Brennweite für das blaue und das weiße Licht wurde hingegen als nahezu identisch gemessen.

Eventuell sind im Licht der Halogenlampe auch recht große Anteile kurzwelligen Lichts enthalten, sodass die Brennweiten für blaues Licht und für das ungefilterte Licht der Halogenlampe nahezu gleich sind.

Zudem lässt sich über alle drei Messungen beobachten, dass die ermittelten Brennweiten f_2 etwas kürzer ausfallen.

Möglicherweise hängt dies mit Ablesefehlern zusammen, da bei großer Gegenstandsweite im Verhältnis zu kleiner Bildweite der Abbildungsmaßstab kleiner als eins ist, wird das Bild immer kleiner und es lässt sich schwieriger ein eindeutig scharfes Bild bestimmen.

Zudem war es, wie in den anderen Messreihen auch, recht schwierig, eine eindeutige Position für die Linse zu finden, sodass das Bild scharf wird.

Tabelle 13: Vergleich der bestimmten Brennweiten für verschiedenfarbiges Licht zur Untersuchung der chromatischen Abberration.

	Brennweite bzgl. Linsenpos. 1 f_1 /cm	Brennweite bzgl. Linsenpos. 2 f_2 /cm
f_{blau}	$9,77 \pm 0,03$	$9,72 \pm 0,07$
$f_{\text{weiß}}$	$9,77 \pm 0,03$	$9,71 \pm 0,07$
f_{rot}	$9,85 \pm 0,03$	$9,73 \pm 0,07$

Tabelle 14: Ergebnisse für die Methode nach Abbe.

Brennweite bzw. Position der Hauptebenen / cm	
f_1	$18,1 \pm 0,4$
f_2	$17,3 \pm 0,4$
h_1	$-9,2 \pm 0,4$
h_2	$12,0 \pm 0,4$

Da bei einem Linsensystem mit zwei Linsen gleichen Betrages und unterschiedlichem Vorzeichen eine Gesamtbrennweite von Null erwartet wird, wird die Gesamtbrennweite mit der Formel für Linsensysteme

$$f_{\text{ges}} = \frac{1}{f_1} \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}, \quad (6)$$

wobei $d = 6$ cm der Driftstrecke zwischen den beiden Linsen entspricht. Einsetzen von f_1 und f_2 aus Tabelle 14 liefert

$$f_{\text{ges}} = -(18,0 \pm 0,6) \frac{1}{\text{mm}}.$$

Der Wert ist also leicht von Null verschieden, was auf die bisher diskutierten Messungenauigkeiten zurückzuführen ist.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 408: Geometrische Optik*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V408.pdf> (besucht am 28.04.2017).
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.