

V206

Die Wärmepumpe

Jan Lukas Schubert
jan-lukas.schubert@tu-dortmund.de

Jan Lukas Späh
janlukas.spah@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.01.18

Abgabe: 16.01.18

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Allgemeines zur Wärmepumpe	3
2.2	Die Güteziffer einer Wärmepumpe	4
2.3	Der Massendurchsatz des Transportgases	5
2.4	Die mechanische Kompressorleistung	5
3	Durchführung	6
4	Fehlerrechnung	8
5	Auswertung	9
5.1	Graphische Darstellung der Temperaturverläufe und Ausgleichsrechnung .	9
5.2	Bestimmung der Güteziffern	12
5.3	Bestimmung des Massendurchsatzes	13
5.4	Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung	15
6	Diskussion	16
	Literatur	17

1 Ziel

In diesem Versuch ist der Wärmetransport zwischen zwei Wärmereservoiren entgegen der natürlichen Richtung des Wärmeflusses durch eine Wärmepumpe zu untersuchen. Dazu sollen die Gütezahl, der Massendurchsatz und der Wirkungsgrad des Kompressors empirisch bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Allgemeines zur Wärmepumpe

Zu Betrachten sind zwei Wärmereservoirire mit verschiedener Temperatur. Zwischen diesen findet Wärmeübertragung ohne äußere Einwirkung stets vom wärmeren zum kälteren Wärmereservoir statt. Dies ist eine mögliche Formulierung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik oder kann alternativ in anderen Formulierungen durch diese gezeigt werden.

Eine Wärmepumpe ermöglicht durch Aufwendung mechanischer Energie den Transport von thermischer Energie vom kälteren zum wärmeren Reservoir. Eine Skizze zur Veranschaulichung der Funktionsweise einer Wärmepumpe ist in Abbildung 1 zu sehen. Die Bezeichnungen in der Skizze werden wie folgt umbenannt:

$$\begin{array}{ll} p_{\text{warm}} := p_b & p_{\text{kalt}} := p_a \\ T_{\text{warm}} := T_1 & T_{\text{kalt}} := T_2 \end{array}$$

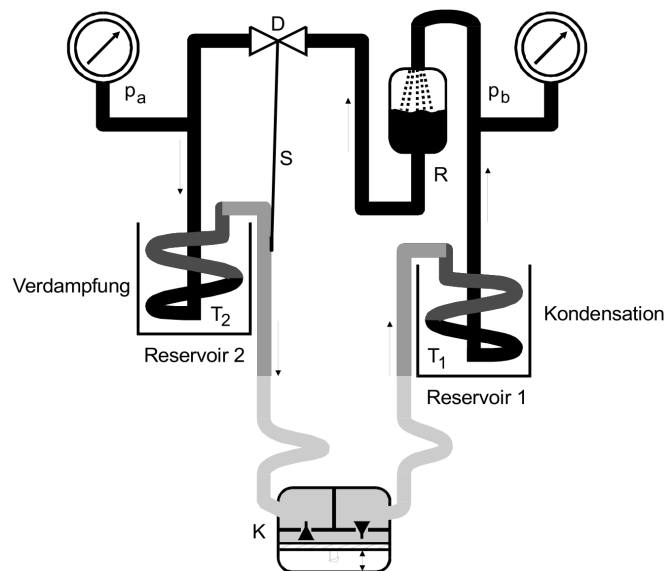


Abbildung 1: Skizze einer Wärmepumpe, es gilt $p_{\text{warm}} > p_{\text{kalt}}$ und $T_{\text{warm}} > T_{\text{kalt}}$ [1]

Ein reales Gas durchläuft die Wärmepumpe als Transportmedium. Dieses nimmt beim Verdampfen Wärme auf und gibt sie bei Verflüssigung wieder ab, sodass die transportierte Wärme als Phasenumwandlungsenergie des verwendeten Gases vorliegt. Der Kompressor K ermöglicht einen Kreislauf des Gases durch die Wärmepumpe. Das Gas ist bei der Temperatur T_{warm} und dem Druck p_{warm} flüssig und liegt bei der Temperatur T_{kalt} und dem Druck p_{kalt} im gasförmigen Aggregatzustand vor. Reservoir 2 ist hier das kältere Reservoir, welches Reservoir 1 wärmt. Das flüssige Gas durchströmt die Stelle D und verdampft im Reservoir 2. Dabei wird dem dort befindlichen Stoff die Verdampfungswärme L_m pro Gramm entzogen. Daraufhin wird das Medium im Kompressor adiabatisch komprimiert, sodass Temperatur und Druck steigen. In Reservoir 1 verflüssigt sich das Gas, indem es die gleiche Wärmemenge, die es in Reservoir 2 aufgenommen hat, wieder abgibt. Die restlichen Bestandteile der Apparatur und die Steuereinrichtungen D, S und R sind ansonsten nicht weiter für die prinzipielle Funktionsweise der Wärmepumpe relevant.

2.2 Die Gütezahl einer Wärmepumpe

Wird der erste Hauptsatz der Thermodynamik auf das System einer Wärmepumpe angewandt, so erhält man die Beziehung

$$Q_{\text{warm}} = Q_{\text{kalt}} + A. \quad (1)$$

Dabei ist Q_{warm} die dem wärmeren Reservoir zugeführte Wärme, Q_{kalt} die dem kälteren Reservoir entnommene Wärme und A die aufgewandte mechanische Arbeit. Die Größe

$$\nu = \frac{Q_{\text{warm}}}{A} \quad (2)$$

wird als Gütezahl der Wärmepumpe bezeichnet. Erfolgt die Wärmeübertragung idealisiert vollständig reversibel, so gilt für die ideale Gütezahl auch

$$\nu_{\text{id}} = \frac{T_{\text{warm}}}{T_{\text{warm}} - T_{\text{kalt}}}. \quad (3)$$

Bei einer realen Wärmepumpe liegt ein irreversibler thermodynamischer Prozess vor, sodass die reale Gütezahl ν_{real} stets echt kleiner als die ideale Gütezahl ist. Gleichung (3) zeigt, dass eine Wärmepumpe effizient arbeitet und damit die Gütezahl groß wird, wenn die Temperaturdifferenz der Reservoirs klein wird. Dies stellt einen Vorteil gegenüber Verfahren dar, bei denen mechanische Arbeit direkt in Wärme umgewandelt wird, denn dabei ist die erhaltene Wärmemenge stets kleiner oder gleich der aufgewandten mechanischen Arbeit.

Um die reale Gütezahl zu ermitteln, wird die Wärmekapazität der Substanz in Reservoir 1 benötigt. Diese wird mit $m_1 c_W$ bezeichnet, da in der konkreten Durchführung Wasser verwendet wird. Außerdem ist die Kenntnis der Wärmekapazität $m_k c_k$ der Apparatur, hier konkret bestehend aus einem Eimer und der Kupferschlange, erforderlich. Für die

als Differenzenquotient ausgedrückte gewonnene Wärmemenge pro Zeitintervall folgt aus einer Messreihe der Temperatur T_{warm} in Abhängigkeit der Zeit t

$$\frac{\Delta Q_{\text{warm}}}{\Delta t} = (m_1 c_W + m_k c_k) \frac{\Delta T_{\text{warm}}}{\Delta t}. \quad (4)$$

Es gilt dann für die experimentell bestimmte reale Güteziffer

$$\nu_{\text{real}} = \frac{\Delta Q_{\text{warm}}}{\Delta t N}. \quad (5)$$

Mit N wird die über das Zeitintervall Δt gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors bezeichnet.

2.3 Der Massendurchsatz des Transportgases

Der diskretisierte Massendurchsatz $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ beschreibt den Fluss einer Massendifferenz Δm , die pro Zeitintervall Δt einen bestimmten Querschnitt durchfließt. Dieser ist hier eindeutig durch den Zusammenhang

$$\frac{\Delta Q_{\text{kalt}}}{\Delta t} = L_m \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (6)$$

festgelegt. Die Berechnung erfordert die Kenntnis der Verdampfungswärme L_m und der pro Zeiteinheit aus dem Reservoir 2 entnommenen Wärmemenge. Diese kann analog zu Gleichung (4) durch

$$\frac{\Delta Q_{\text{kalt}}}{\Delta t} = (m_2 c_W + m_k c_k) \frac{\Delta T_{\text{kalt}}}{\Delta t} \quad (7)$$

mit Kenntnis einer Messreihe T_{kalt} in Abhängigkeit der Zeit t und der Wärmekapazität $m_2 c_W$ der Substanz in Reservoir 2 berechnet werden. Dies ist dadurch begründet, dass die Wärmeentnahme durch Verdampfung in Reservoir 2 geschieht und dafür pro Masseneinheit gerade die Verdampfungswärme L benötigt wird.

2.4 Die mechanische Kompressorleistung

Der Kompressor verringert das Volumen des Gases von V_{kalt} auf V_{warm} und erhöht dabei auch die Temperatur des Gases. Für die dabei verrichtete Arbeit gilt

$$A_m = - \int_{V_{\text{kalt}}}^{V_{\text{warm}}} p \, dV. \quad (8)$$

Für eine näherungsweise adiabatische Kompression gilt die Poissonsche Gleichung

$$p_{\text{kalt}} V_{\text{kalt}}^\kappa = p_{\text{warm}} V_{\text{warm}}^\kappa = p V^\kappa. \quad (9)$$

Mit κ wird das Verhältnis der molaren Wärmekapazitäten C_p und C_V bezeichnet. Diese Größe ist stets größer als eins und wird auch als Adiabatenkoeffizient bezeichnet. Für die verrichtete Arbeit folgt weiter

$$A_m = \frac{1}{1 - \kappa} \left(p_{\text{warm}} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{\text{kalt}}}{p_{\text{warm}}}} - p_{\text{kalt}} \right) V_{\text{kalt}} . \quad (10)$$

Wird die Änderung dieser Größe über ein Zeitintervall durch die Länge dieses Intervalls geteilt bzw. abgeleitet, so ergibt sich für die mechanische Kompressorleistung

$$N_{\text{mech}} = \frac{1}{1 - \kappa} \left(p_{\text{warm}} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{\text{kalt}}}{p_{\text{warm}}}} - p_{\text{kalt}} \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} . \quad (11)$$

Dabei bezeichnet ρ die Dichte des Transportgases im gasförmigen Zustand, also beim Druck p_{kalt} . Diese lässt sich näherungsweise durch die ideale Gasgleichung

$$\rho(t) = \frac{\rho_0 T_0}{p_0} \frac{p(t)}{T(t)} \quad (12)$$

berechnen.

3 Durchführung

Abbildung 2 zeigt die konkrete, hier verwendete Messapparatur. Das hier verwendete Transportgas ist Dichlordifluormethan CCl_2F_2 . Zu Anfang werden jeweils vier Liter Wasser in die beiden Eimer gegeben, die die Wärmereservoirs darstellen. Um den Versuch zu beginnen, wird der Kompressor eingeschaltet. Die Temperaturen T_{kalt} und T_{warm} , die Drücke p_{kalt} und p_{warm} und die Leistungsaufnahme des Kompressors werden in Abhängigkeit der Zeit gemessen. Die Aufnahme der Werte geschieht im Abstand von einer Minute. Um die Stoffe in den Reservoirs angemessen zu durchmischen, rühren zwei auch in der Skizze dargestellte Rührmotoren das Wasser ständig um. Die Messreihen werden aufgenommen, bis die Temperatur T_{warm} circa 50°C beträgt. Ist dies der Fall, wird der Kompressor abgeschaltet und damit die Durchführung des Versuchs beendet.

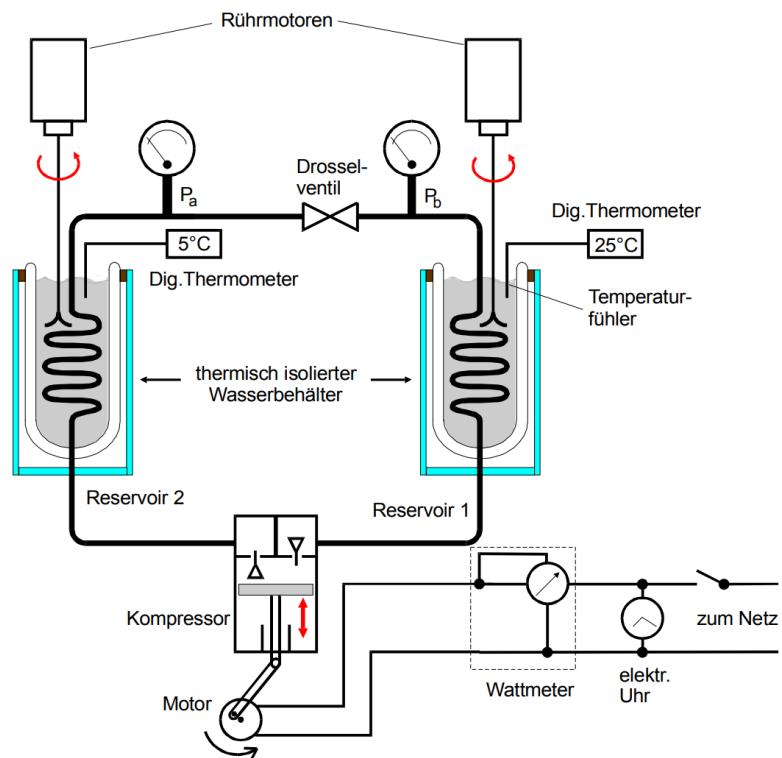


Abbildung 2: Skizze der Apparatur zur Versuchsdurchführung [1].

4 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i \quad (13)$$

berechnet. Die empirische Standardabweichung dieser Stichprobe ist durch

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (14)$$

gegeben. Ist f eine Funktion, die von unsicheren Variablen x_i mit Standardabweichungen σ_i abhängt, so ist die Unsicherheit von f

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}. \quad (15)$$

Diese Formel bezeichnet man als "Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz".

Bei einer linearen Regression folgt eine Ausgleichsgerade

$$y(x) = ax + b \quad (16)$$

mit der Steigung a und dem Ordinatenabschnitt b . Liegen Fehler in y -Richtung und nur in y -Richtung vor, dann sind die Parameter a und b selbst unsicher und ergeben sich zu

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad (17)$$

$$b = \frac{\bar{y} - \bar{x}^2 - \overline{xy} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (18)$$

Jegliche Rechnungen werden mit IPython 5.3.0 in Python 3.6.1 durchgeführt. Dabei werden die Bibliotheken "numpy" [2] und "scipy" [3] verwendet. Letztere dient insbesondere zur Erstellung von Ausgleichsrechnungen. Die Ausführung von Fehlerrechnungen geschieht unter Verwendung des Pakets "uncertainties" [4]. Zur Erstellung von Graphen wird die Bibliothek "matplotlib" [5] verwendet.

5 Auswertung

Die Messreihen für die Temperaturen T_{warm} und T_{kalt} , die Drücke p_{warm} und p_{kalt} und die Leistungsaufnahme P des Kompressors in Abhängigkeit der Zeit sind in Tabelle 1 dargestellt. Dabei werden die Werte für die Zeit in Sekunden und die Werte für die Temperaturen in Kelvin umgerechnet. Zu den gemessenen Werten für die Drücke p_{warm} und p_{kalt} wird noch der Umgebungsdruck von $1 \cdot 10^5$ Pa hinzuaddiert.

Außerdem sind bereits berechnete Werte, die später in der Auswertung noch benötigt werden, zu sehen. Als Einheiten werden die üblichen Einheiten des SI-Einheitensystems verwendet.

5.1 Graphische Darstellung der Temperaturverläufe und Ausgleichsrechnung

Die gemessenen Werte der Temperaturen werden in den Abbildungen 3 und 4 graphisch dargestellt. Zudem wird zu beiden Messreihen eine nicht-lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$T(t) = At^2 + Bt + C \quad (19)$$

durchgeführt. Dabei wird Python wie in Kapitel 4 beschrieben verwendet.

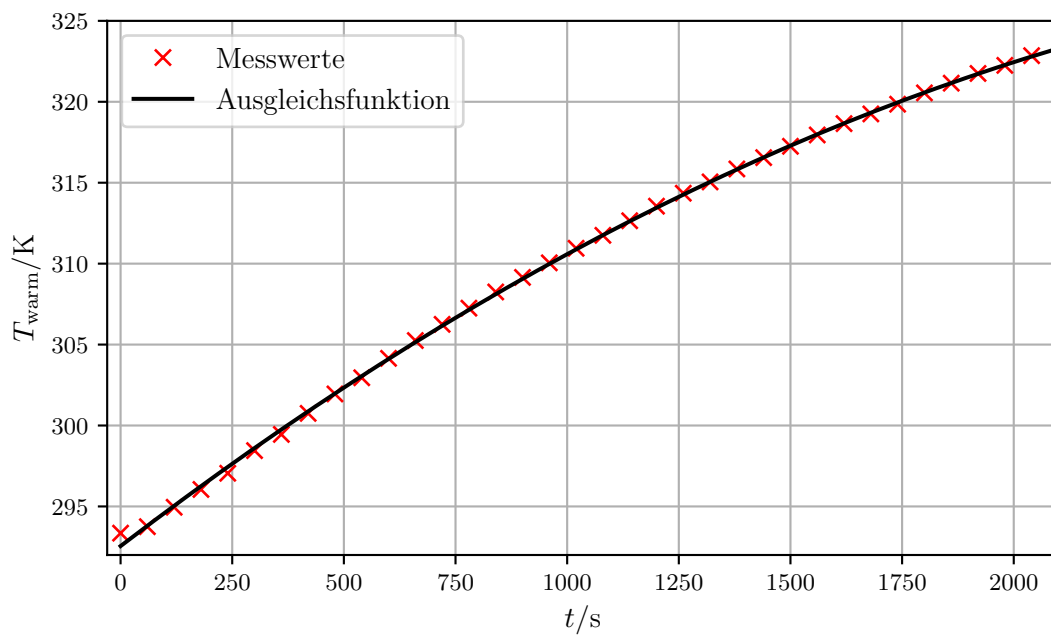


Abbildung 3: Darstellung der gemessenen Temperatur im wärmeren Reservoir und Graph der Ausgleichsfunktion

Tabelle 1: Messwerte und aus diesen berechnete Werte

t/s	T_{warm}/K	T_{kalt}/K	$p_{\text{kalt}}/(10^5\text{Pa})$	$p_{\text{warm}}/(10^5\text{Pa})$	P/W	$1/T_1/(10^{-3}\frac{1}{K})$	$\ln\left(\frac{p_b}{p_0}\right)$
0	293,35	293,45	5,0	4,6	115	3,41	1,526
60	293,75	293,45	4,3	6,0	115	3,40	1,792
120	294,95	293,05	4,4	6,2	119	3,39	1,825
180	296,05	292,05	4,6	6,4	122	3,38	1,856
240	297,05	290,85	4,6	6,7	125	3,37	1,902
300	298,45	289,95	4,5	7,0	124	3,35	1,946
360	299,45	289,05	4,4	7,1	123	3,34	1,960
420	300,75	288,25	4,4	7,3	122	3,33	1,988
480	301,95	287,55	4,3	7,6	121	3,31	2,028
540	302,95	286,85	4,2	7,8	121	3,30	2,054
600	304,15	286,05	4,1	8,0	120	3,29	2,079
660	305,25	285,35	4,0	8,2	120	3,28	2,104
720	306,25	284,65	3,9	8,4	120	3,27	2,128
780	307,25	284,05	3,8	8,6	120	3,25	2,152
840	308,25	283,45	3,8	8,8	121	3,24	2,175
900	309,15	282,85	3,8	9,0	121	3,23	2,197
960	310,05	282,25	3,7	9,2	122	3,23	2,219
1020	310,95	281,65	3,6	9,3	122	3,22	2,230
1080	311,75	281,05	3,6	9,6	122	3,21	2,262
1140	312,65	280,55	3,6	9,8	124	3,20	2,282
1200	313,55	280,05	3,6	10,0	124	3,19	2,303
1260	314,35	279,65	3,5	10,1	124	3,18	2,313
1320	315,05	279,25	3,5	10,3	124	3,17	2,332
1380	315,85	278,85	3,5	10,5	124	3,17	2,351
1440	316,55	278,45	3,4	10,8	124	3,16	2,380
1500	317,25	278,05	3,4	10,9	124	3,15	2,389
1560	317,95	277,75	3,4	11,0	124	3,15	2,398
1620	318,65	277,45	3,4	11,2	124	3,14	2,416
1680	319,25	277,15	3,4	11,3	124	3,13	2,425
1740	319,85	276,85	3,4	11,5	124	3,13	2,442
1800	320,55	276,55	3,4	11,8	124	3,12	2,468
1860	321,15	276,35	3,3	11,9	124	3,11	2,477
1920	321,75	276,15	3,3	12,0	125	3,11	2,485
1980	322,25	275,95	3,3	12,1	124	3,10	2,493
2040	322,85	275,75	3,3	12,2	124	3,10	2,501

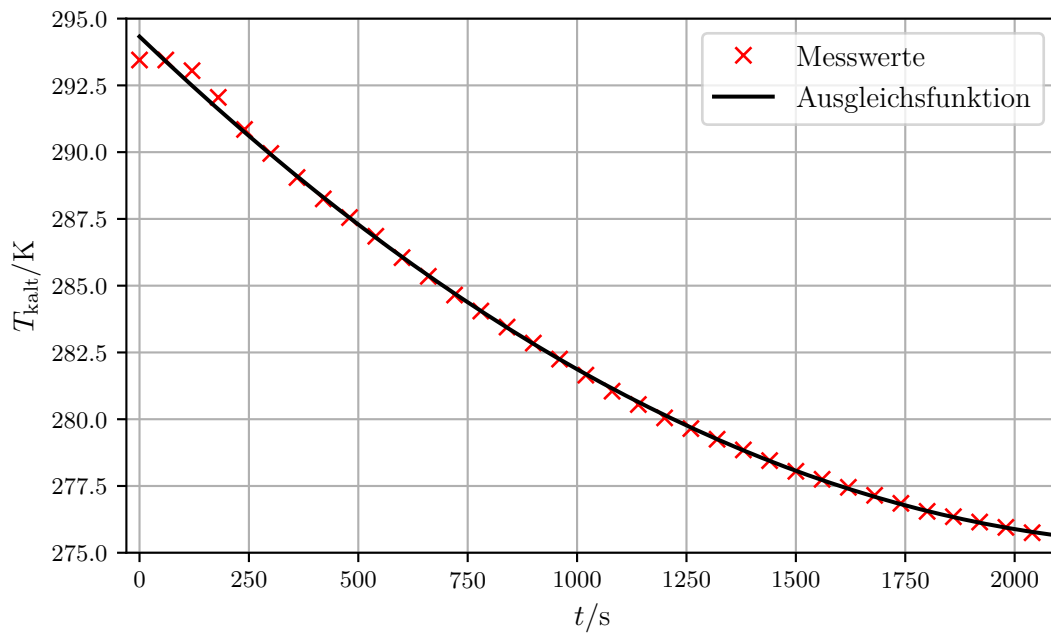


Abbildung 4: Darstellung der gemessenen Temperatur im kälteren Reservoir und Graph der Ausgleichsfunktion

Die Parameter der Ausgleichsfunktion für die Temperatur im wärmeren und im kälteren Reservoir sind in Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 2: Parameter der Ausgleichsrechnung für das wärmere und das kältere Reservoir.

	$A/\frac{\text{K}}{\text{s}^2}$	$B/\frac{\text{K}}{\text{s}}$	C/K
Wärmeres Reservoir	$(-3,08 \pm 0,10) \cdot 10^{-6}$	$(21,2 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$	$292,55 \pm 0,09$
Kälteres Reservoir	$(3,24 \pm 0,11) \cdot 10^{-6}$	$(-15,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$	$294,33 \pm 0,10$

Im weiteren Verlauf der Auswertung werden einige Zeitpunkte im Speziellen untersucht. Die Wahl dieser Zeitpunkte und die Temperaturen zu diesen Zeiten lassen sich Tabelle 3 entnehmen.

Tabelle 3: Darstellung der gewählten Zeitpunkte und der Temperaturen.

	$T(300 \text{ s})/\text{K}$	$T(900 \text{ s})/\text{K}$	$T(1200 \text{ s})/\text{K}$	$T(1800 \text{ s})/\text{K}$
Wärmeres Reservoir	298,45	309,15	313,55	320,55
Kälteres Reservoir	289,95	282,85	280,05	276,55

Nun sollen mithilfe der aus der Ausgleichsrechnung gewonnenen Parameter die Differenzialquotienten \dot{T}_{warm} und \dot{T}_{kalt} für vier verschiedene Temperaturen berechnet werden.

Die Differentialquotienten lassen sich durch

$$\frac{dT}{dt} = 2At + B \quad (20)$$

aus den Parametern der Ausgleichsrechnungen bestimmen. Dabei muss die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung (vgl. Gleichung (15)) in der Form

$$\sigma_{\dot{T}} = \sqrt{4t^2\sigma_A^2 + \sigma_B^2 t^2} \quad (21)$$

berücksichtigt werden.

Die berechneten Werte sind in Tabelle 4 zu finden.

Tabelle 4: Berechnete Werte für die Differenzialquotienten \dot{T}_{warm} und \dot{T}_{kalt} zu den ausgewählten Zeitpunkten.

	$\dot{T}_{300}/\frac{10^{-3}\text{K}}{\text{s}}$	$\dot{T}_{900}/\frac{10^{-3}\text{K}}{\text{s}}$	$\dot{T}_{1200}/\frac{10^{-3}\text{K}}{\text{s}}$	$\dot{T}_{1800}/\frac{10^{-3}\text{K}}{\text{s}}$
Wärmeres Reservoir	$19,27 \pm 0,21$	$15,6 \pm 0,3$	$13,7 \pm 0,3$	$10,0 \pm 0,4$
Kälteres Reservoir	$-13,75 \pm 0,23$	$-9,9 \pm 0,3$	$-7,9 \pm 0,3$	$4,0 \pm 0,4$

5.2 Bestimmung der Güteziffern

Aus diesen Werten soll nun die reale Güteziffer der Wärmepumpe berechnet werden. Dies geschieht gemäß der Gleichungen 4 und 5. Dabei ist die Wärmekapazität der Apparatur ablesbar und hat den Wert

$$m_k c_k = 750 \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Die Wärmekapazität des sich im wärmeren Reservoir befindenden Wassers lässt sich mithilfe der spezifischen Wärmekapazität $c_w = 4187 \text{ J K/kg}$ [6] und der Masse $m_w = 4 \text{ kg}$ des Wassers zu

$$m_w c_w = 16\,748 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

berechnen. Der Fehler bei der realen Güteziffer ergibt sich dabei gemäß Gleichung (15) durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{\nu_{\text{real}}} = \frac{m_{\text{warm}} c_w + m_k c_k}{P} \sqrt{4t^2 \sigma_{A_{\text{warm}}}^2 + \sigma_{B_{\text{warm}}}^2}. \quad (22)$$

Die ideale Güteziffer der Wärmepumpe hingegen berechnet sich durch Gleichung 3. Die berechneten Werte für die reale und die ideale Güteziffer sind in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5: Berechnete Werte für die ideale und die reale Gütezahl zu den ausgewählten Zeitpunkten und relative Abweichung der realen Werte von den idealen Werten.

t/s	ν_{real}	ν_{ideal}	relative Abweichung in %
300	$2,72 \pm 0,03$	35.11	-92,3
900	$2,25 \pm 0,04$	11.75	-80,9
1200	$1,94 \pm 0,04$	9.36	-79,3
1800	$1,41 \pm 0,06$	7.29	-80,7

Auffällig ist hier, dass die reale Gütezahl der Wärmepumpe zu allen betrachteten Zeitpunkten stark von der idealen Gütezahl abweicht.

5.3 Bestimmung des Massendurchsatzes

Es wird zunächst die molare Verdampfungswärme L_n des Transportgases Dichlordifluormethan mithilfe einer Dampfdruck-Kurve bestimmt¹ und daraus die auf die Masse bezogene Verdampfungswärme L_m errechnet, da diese für die Berechnung des Massendurchsatzes benötigt wird. Der gemessene Druck im wärmeren Reservoir wird dafür logarithmisch gegen die reziproke Temperatur im wärmeren Reservoir aufgetragen und anschließend wird eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$\ln \left(\frac{p(T)}{p_0} \right) = \frac{A_L}{RT} + B_L \quad (23)$$

in den Parametern A_L und B_L und durchgeführt. Dabei bezeichnet R die universelle Gaskonstante mit $R = 8,314\,459\,8\,\text{J K/mol}$ [8]. Da ihre geringe Unsicherheit in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-7}$ die Genauigkeit der Ergebnisse nicht signifikant beeinflusst, wird sie hier als exakt angesehen. Für den Umgebungsdruck p_0 wird der Näherungswert 1 bar verwendet. Die Dampfdruck-Kurve ist in Abbildung 5 dargestellt.

¹Die theoretische Grundlage hierfür kann in [7] nachgelesen werden.

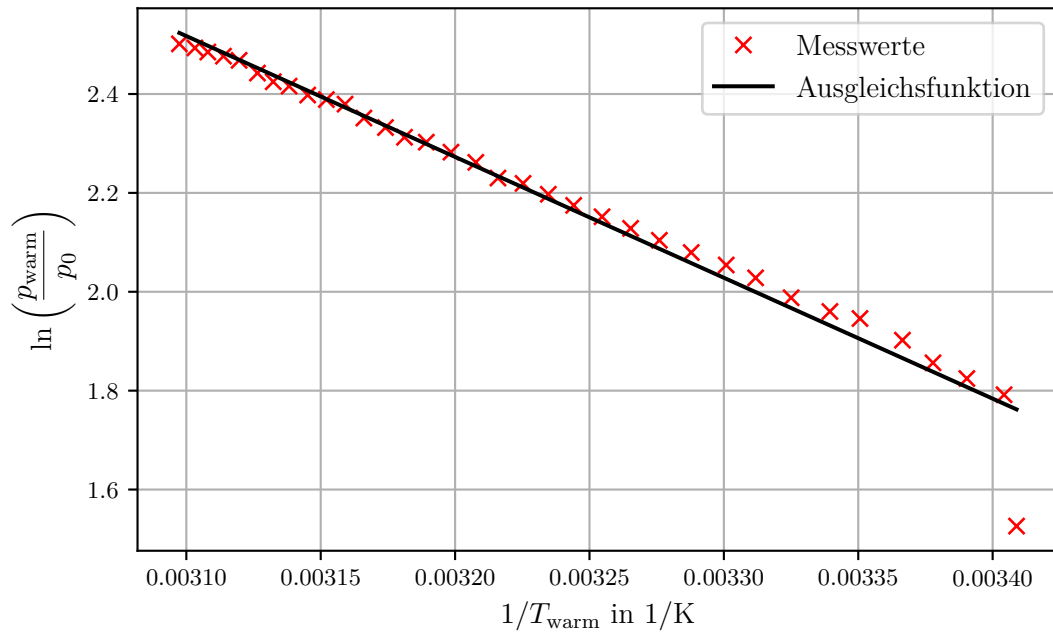


Abbildung 5: Logarithmische Darstellung des gemessenen Druckes im wärmeren Reservoir in Abhängigkeit von der Temperatur und Graph der Ausgleichsfunktion.

Die Parameter der konkreten Ausgleichsrechnung ergeben sich zu

$$A_L = (20,3 \pm 0,7) \frac{\text{kJ}}{\text{mol}},$$

$$B_L = (10,09 \pm 0,26) .$$

Wird der y-Achsenabschnitt B_L als vernachlässigbar angesehen, so lässt sich die Steigung A_L mit der molaren Verdampfungswärme L_n identifizieren. Die Verdampfungswärme pro Masse wird dann mit der molaren Masse $M = 120,9 \text{ g/mol}$ nach [9] zu

$$L_m = (168 \pm 5) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

bestimmt. Mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung nach Gleichung (15) ergibt sich die Unsicherheit von L_m zu

$$\sigma_{L_m} = \frac{1}{M} \sigma_{L_n} .$$

Da nun die auf die Masse bezogene Verdampfungswärme bekannt ist, ist es möglich, den als Differenzialquotienten ausgedrückten Massendurchsatz \dot{m} mit den Gleichungen (6) und (7) zu berechnen, wobei die Diskretisierung in Ableitungen übergeht. Der an den ausgewählten Punkten berechnete Massendurchsatz \dot{m} ist zusammen mit der zur

Tabelle 6: Darstellung der Werte für den Wärmestrom am kalten Reservoir und den Massendurchsatz

t/s	$\dot{Q}_{\text{kalt}}/(K \cdot s^{-1})$	$\dot{m}/(g \cdot s^{-1})$
300	-241 ± 4	$-1,43 \pm 0,05$
900	-173 ± 5	$-1,03 \pm 0,05$
1200	-139 ± 6	$-0,83 \pm 0,04$
1800	-71 ± 8	$-0,42 \pm 0,05$

Berechnung nötigenen Zwischenwerte \dot{Q}_{kalt} in Tabelle 6 aufgeführt. Die Unsicherheiten ergeben sich unter Berücksichtigung von Gleichung (15) dann zu

$$\sigma_{\dot{Q}_{\text{kalt}}} = (m_2 c_w + m_k c_k) \sigma_{\dot{T}_{\text{kalt}}}$$

$$\sigma_{\dot{m}} = \frac{1}{L_m} \sqrt{\dot{Q}_{\text{kalt}}^2 \sigma_{L_m}^2 + \sigma_{\dot{Q}_{\text{kalt}}}^2}.$$

5.4 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

Für die Berechnung der mechanischen Leistung N_{mech} mithilfe von Gleichung (11) des Kompressors zu den vier ausgewählten Zeitpunkten wird die Dichte des Transportgases zu diesen Zeitpunkten benötigt. Diese wird nach Gleichung (12) mit Werten aus Tabelle 1 berechnet. Zur Berechnung sind auch die Größen $\rho_0 = 5,51 \text{ g/l}$ als Dichte des Transportgases bei einer Temperatur von $273,15 \text{ K}$ und einem Druck von $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ und der Adiabatenkoeffizient $\kappa = 1,14$ nötig. Die berechneten Zwischenergebnisse für ρ und die mechanische Kompressorleistung N_{mech} zu den vier ausgewählten Zeitpunkten ist in Tabelle 7 eingetragen.

Tabelle 7: Die Dichte des Gases, die theoretische Kompressorleistung und das Verhältnis N_{mech}/N in Abhängigkeit von der Zeit.

t/s	$\rho/(g \cdot l^{-1})$	N_{mech}/W
300	23,36	$-11,0 \pm 0,4$
900	20,22	$-15,4 \pm 0,7$
1200	19,35	$-14,7 \pm 0,8$
1800	18,50	$-9,1 \pm 1,0$

Die Unsicherheit von N_{mech} ergibt durch Anwendung der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (15) zu

$$\sigma_{N_{\text{mech}}} = \frac{1}{1 - \kappa} \left(p_{\text{warm}} \sqrt{\kappa \frac{p_{\text{kalt}}}{p_{\text{warm}}}} - p_{\text{kalt}} \right) \frac{1}{\rho} \sigma_{\dot{m}}. \quad (24)$$

6 Diskussion

Insgesamt sind die Messergebnisse als konsistent zu bewerten. Sie zeigen, dass eine reale Wärmepumpe deutlich schlechter arbeitet als eine ideale. Bereits an den Graphen der Temperaturverläufe wird deutlich, dass die Temperatur im jeweiligen Reservoir nicht steig ansteigt bzw. abfällt, sondern dass die Steigung bzw. das Gefälle des jeweiligen Graphen mit einer steigenden Temperaturdifferenz deutlich abflacht. Diese Erkenntnis bestätigen auch die zu verschiedenen Zeitpunkten berechneten Differentialquotienten \dot{T}_{warm} und \dot{T}_{kalt} . Dieser Zusammenhang wird von der Theorie vorhergesagt, sodass geurteilt werden kann, dass Experiment und Theorie hier in keinem Widerspruch stehen.

Auffällig ist zudem die stark von den idealen Werten abweichende Gütezahl ν_{real} . Dennoch zeigt sie qualitativ ein Gefälle, wie es auch theoretisch zu erwarten ist.

Mögliche Gründe für die zuvor genannten Beobachtungen sind die schlechte Isolierung der Wärmereservoirs, sowie der nicht ideale Wirkungsgrad des Kompressors, was dadurch zu begründen ist, dass die Kompression des Gases in der Realität nicht vollständig adiabatisch erfolgt. Die Wärmereservoirs bestanden aus lediglich durch eine Styroporschicht isolierten und oben nur dünn durch Holzplatten abgedeckten Eimern. Zudem waren sämtliche Rohre nicht oder nur sehr schwach isoliert. Es kann also nicht von einem reversiblen Prozess ausgegangen werden, wie es in der Theorie der Fall ist.

Außerdem muss angemerkt werden, dass die Messung insgesamt ungenau ist, da fünf Messwerte zur gleichen Zeit abgelesen werden sollen, was jedoch praktisch nicht möglich ist. Zudem waren die Skalen der Manometer grob, sodass die Drücke nicht genau abgelesen werden konnten.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch Nr. 206: Die Wärmepumpe*. [Online; aufgerufen am 12.01.2018]. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf>.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] A. Jeromin. *Spezifische Wärmekapazität*. [Online; aufgerufen am 14.01.2018]. URL: http://www.jeromin.privat.t-online.de/html/spezifische_warmekapazitat.html.
- [7] TU Dortmund. *Versuch Nr. 203: Verdampfungswärme und Dampfdruck-Kurve*. [Online; aufgerufen am 12.01.2018]. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V203.pdf>.
- [8] Units The NIST Reference on Constants und Uncertainty. *Fundamental Physical Constants: molar gas constant R*. [Online; aufgerufen am 12.01.2018]. 2017. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r>.
- [9] gifte.de. *Dichlordifluormethan*. [Online; aufgerufen am 12.01.2018]. 2007. URL: <http://www.gifte.de/Chemikalien/dichlordifluormethan.htm>.