

V408

# **Geometrische Optik**

David Venker

david.venker@tu-dortmund.de

Nico Guth

nico.guth@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.07.2020

Abgabe: 20.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1 Messung der Bildweite in Abhängigkeit der Gegenstandsweite . . . . .	5
3.2 Messung der Brennweite nach der Methode von Bessel . . . . .	5
3.3 Messung der Brennweite eines zusammengesetzten Linsensystems nach der Methode von Abbe . . . . .	6
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Bestimmung der Brennweite mithilfe der Abhängigkeit der Bildweite zur Gegenstandsweite . . . . .	7
4.2 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Bessel . . . . .	10
4.3 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Abbe . . . . .	11
<b>5 Diskussion</b>	<b>13</b>
<b>Literatur</b>	<b>14</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Wirkungsweise von Linsen untersucht. Dazu werden die Brennweiten verschiedener Linsen durch verschiedene Methoden bestimmt.

## 2 Theorie

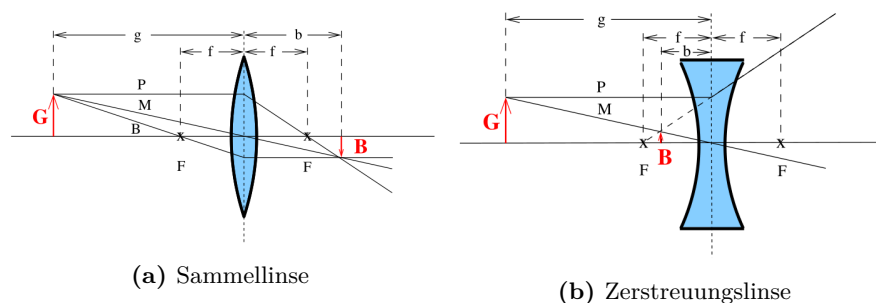
Als geometrische Optik (auch Strahlenoptik) wird der Teilbereich der Optik bezeichnet, in welchem angenommen wird, dass Licht sich strahlenförmig und geradlinig ausbreitet. Dies ist eine Näherung der Wellenoptik und ist nur dann sinnvoll zu betrachten, wenn die betrachtete Strahlung eine kleine Wellenlänge und keine Welleneffekte aufzeigt. Die hier hauptsächlich auftretenden Effekte sind die Reflexion und die Brechung.

In diesem Versuch wird nur die Brechung untersucht. Im Brechungsgesetz nach Snellius

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \quad (1)$$

sind  $n_1$  und  $n_2$  die Brechungsindizes der beiden betrachteten Materialien. Hierrüber wird beschrieben wie Licht sich an einer Grenzfläche von zwei verschiedenen Medien verhält. Dabei sind  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Winkel der Lichtstrahlen zum Lot auf die Fläche.

In diesem Versuch wird untersucht inwiefern Linsen den Strahlengang von sichtbarem Licht beeinflussen. Linsen sind lichtdurchlässige Objekte, die meistens eine rotationssymmetrische gekrümmte Oberfläche und einen höheren Brechungsindex als Luft haben.



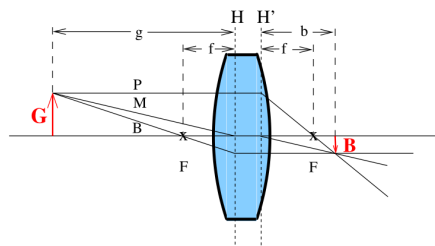
**Abbildung 1:** Skizze der beiden Hauptarten von Linsen mit Bezeichnungen aller nötigen Abstände. [1]

Grundsätzlich wird zwischen zwei Linsenarten unterschieden. (siehe Abbildung 1) Sammellinsen bündeln alle von einem Punkt ausgehenden Lichtstrahlen in einem Punkt auf der anderen Seite der Linse. Somit wird ein (reelles) Bild erzeugt, das auf einem Schirm sichtbar gemacht werden kann.

Als Brennpunkt oder auch Fokus  $F$  wird der Punkt bezeichnet in dem sich alle parallel auf die Linse eintreffenden Strahlen bündeln.

Zerstreuungslinsen hingegen brechen die Lichtstrahlen so, dass diese sich hinter der Linse noch weiter voneinander entfernen. Bei Zerstreuungslinsen liegt der Brennpunkt vor der Linse, da alle parallel eintreffenden Strahlen so gebrochen werden, als wäre der Fokus ihr Ursprung. Somit wäre auch der Bildpunkt vor der Linse und es wird von einem virtuellen Bild gesprochen. (vgl. Abbildung 1b)

Eigentlich wird der Lichtstrahl bei einer Linse an zwei gekrümmten Grenzflächen gebrochen. Um diese komplexe Brechung einfacher beschreiben zu können werden zwei Hauptebenen eingezeichnet, die das Brechungsverhalten charakterisieren. Zwischen den Hauptflächen wird angenommen dass der Lichtstrahl parallel zur optischen Achse verläuft. (vgl. Abbildung 2) Ist die betrachtete Linse dünn genug, so werden die zwei Hauptebenen zu einer Hauptebene. (vgl. Abbildung 1)



**Abbildung 2:** Skizze einer dickeren Sammellinse, welche zwei Hauptebenen benötigt.[1]

Die Brennweite  $f$  ist der Abstand von einer Hauptebene zum entsprechenden Brennpunkt. Sie ist eine Konstante, die die Brechung einer Linse charakterisiert.

Der Abstand von der Hauptebene zum Bild ist die sogenannte Bildweite  $b$ . Und der Abstand von der anderen Hauptebene zum abgebildeten Objekt ist die Gegenstandsweite  $g$ .

Um zeichnerisch das Bild zu konstruieren werden drei Strahlen eingezeichnet: Der Parallelstrahl P, der Mittelpunktstrahl M und der Brennpunktstrahl B. Mithilfe dieser Strahlen und den Strahlensätzen lässt sich der Zusammenhang

$$V := \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (2)$$

aufstellen, welcher den Abbildungsmaßstab  $V$  definiert und Abbildungsgesetz genannt wird. Hieraus folgt das sogenannte Linsengesetz

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \quad (3)$$

Das Vereinfachen der Brechung von Linsen auf zwei Hauptebenen gilt nur bei Strahlen die nahe der optischen Achse verlaufen. Durch achsenferne Strahlen kommen Abbildungsfehler zustande und das Bild wird unscharf, weil diese Strahlen einen näheren Brennpunkt

aufweisen, als achsennahe Strahlen. Dieser Effekt wird auch sphärische Abberation genannt und kann unter Verwendung einer Blende korrigiert werden, da so achsenferne Strahlen nicht die Linse erreichen.

Eine weitere Quelle von Abbildungsfehlern ist die Dispersion. Der Brechungsindex ist abhängig von der Wellenlänge des Lichts. Blaues Licht (kurze Wellenlänge) wird mehr gebrochen als rotes Licht (lange Wellenlänge). Dadurch entsteht der Effekt der chromatischen Abberation und der Brennpunkt von blauem Licht liegt näher an der Linse als der Brennpunkt von rotem Licht.

Betrachtet man ein System aus mehreren Linsen mit kleinem Abstand  $d$ , so können die Brechkraften  $D = 1/f$  der einzelnen Linsen einfach aufsummiert werden. Ist allerdings der Abstand der Hauptebenen der verwendeten Linsen nicht vernachlässigbar gering, so lässt sich die Brennweite eines 2-Linsen-Systems über

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (4)$$

berechnen.

### 3 Durchführung

Für alle folgenden Messungen ist der Versuchsaufbau bis auf kleine Änderungen gleich. Es wird auf einer optischen Bank eine Halogenlampe montiert und eingeschaltet. Vor diese Lampe wird eine lichtundurchlässige Platte gestellt in der lichtdurchlässige Perlen in Form von einem L angeordnet sind. Dieses Objekt wird von nun an als Perl-L bezeichnet. Die Position des Perl-L's wird fixiert und notiert. Als nächstes wird eine Linse und ein Schirm auf die optische Bank gestellt.

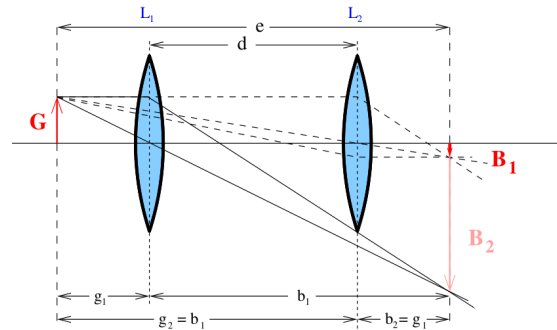
#### 3.1 Messung der Bildweite in Abhängigkeit der Gegenstandsweite

Eine Sammellinse mit bekannter Brennweite wird an einer bestimmten Gegenstandsweite fixiert und notiert. Nun wird der Schirm so lange verschoben bis das Perl-L scharf auf dem Schirm abgebildet wird. Die Bildweite wird notiert. Diese Messung wird für 10 verschiedene Gegenstandsweiten und für zwei Linsen durchgeführt. Die hier benutzten Linsen haben laut dem Hersteller eine Brennweite von 50 mm und 100 mm.

#### 3.2 Messung der Brennweite nach der Methode von Bessel

Auch für diese Messung wird eine Sammellinse mit vorgegebener Brennweite von 100 mm benutzt. Der Schirm wird an einem festgelegten Abstand zum Perl-L fixiert. Nun werden zwei Positionen für die Sammellinse gesucht, an denen die Abbildung des Perl-L scharf

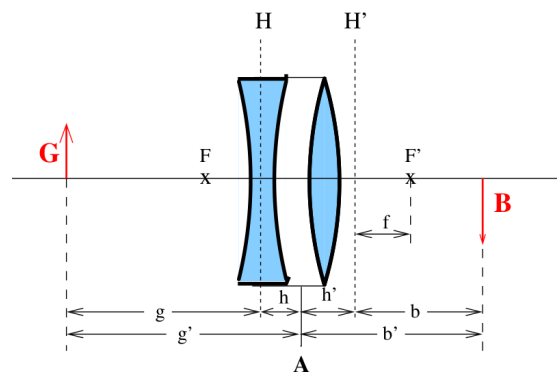
ist. Die Gegenstandsweiten dieser Positionen werden notiert. Die Messung wird für 10 verschiedene Schirmpositionen durchgeführt.



**Abbildung 3:** Skizze der Methode von Bessel mit den zwei Linsenpositionen.[1]

### 3.3 Messung der Brennweite eines zusammengesetzten Linsensystems nach der Methode von Abbe

Für die Messung nach der Methode von Abbe wird zunächst die Größe  $G$  des Perl-L's gemessen. Dann wird eine Sammellinse und eine Zerstreuungslinse mit angegebener Brennweite von  $\pm 100$  mm auf der optischen Bank montiert. Der Abstand der Linsen wird für die folgenden Messungen konstant gehalten und es wird ein Referenzpunkt  $A$  gesucht, an dem der Abstand des Linsensystems zum Perl-L und zum Schirm abgemessen werden kann. (vgl. Abbildung 4)



**Abbildung 4:** Skizze der Methode von Abbe mit einem Linsensystem bestehend aus einer Zerstreuungs- und einer Sammellinse. [1]

Nun wird für 10 verschiedene Abstände  $g'$  der Schirm so verschoben, dass das Perl-L scharf abgebildet wird. Der Abstand  $b'$  wird gemessen und notiert. Außerdem wird die Größe  $B$  der Abbildung auf dem Schirm gemessen und notiert.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung der Brennweite mithilfe der Abhängigkeit der Bildweite zur Gegenstandsweite

Die gemessenen Werte und die nach Gleichung 3 berechneten Brennweiten sind in Tabelle 1 für Linse 1 ( $f_{\text{Referenz}} = 5 \text{ cm}$ ) und in Tabelle 2 für Linse 2 ( $f_{\text{Referenz}} = 10 \text{ cm}$ ) aufgelistet.

**Tabelle 1:** Messergebnisse für Linse 1 ( $f_{\text{Referenz}} = 5 \text{ cm}$ )

$g / \text{cm}$	$b / \text{cm}$	$f / \text{cm}$
6	75,9	5,56
7	24,1	5,42
8	16,4	5,38
9	12,9	5,30
10	11,9	5,43
11	10,5	5,37
12	9,5	5,30
13	8,9	5,28
14	8,4	5,25
16	8,2	5,42

**Tabelle 2:** Messergebnisse für Linse 2 ( $f_{\text{Referenz}} = 10 \text{ cm}$ )

$g / \text{cm}$	$b / \text{cm}$	$f / \text{cm}$
12	66,0	10,15
13	44,6	10,07
14	35,5	10,04
15	30,1	10,01
16	26,6	9,99
17	24,3	10,00
18	21,9	9,88
19	21,0	9,98
20	19,4	9,85
21	19,1	10,00
22	18,1	9,93

Um nun einen Wert für die Brennweite der Linsen zu bestimmen. Wird der Mittelwert der  $f$ -Werte aus den Tabellen genommen und auch der Fehler des Mittelwerts berechnet.

Damit ergeben sich die Brennweiten

$$f_{1,\text{berechnet}} = (5,37 \pm 0,03) \text{ cm}$$

$$f_{2,\text{berechnet}} = (9,99 \pm 0,03) \text{ cm}.$$

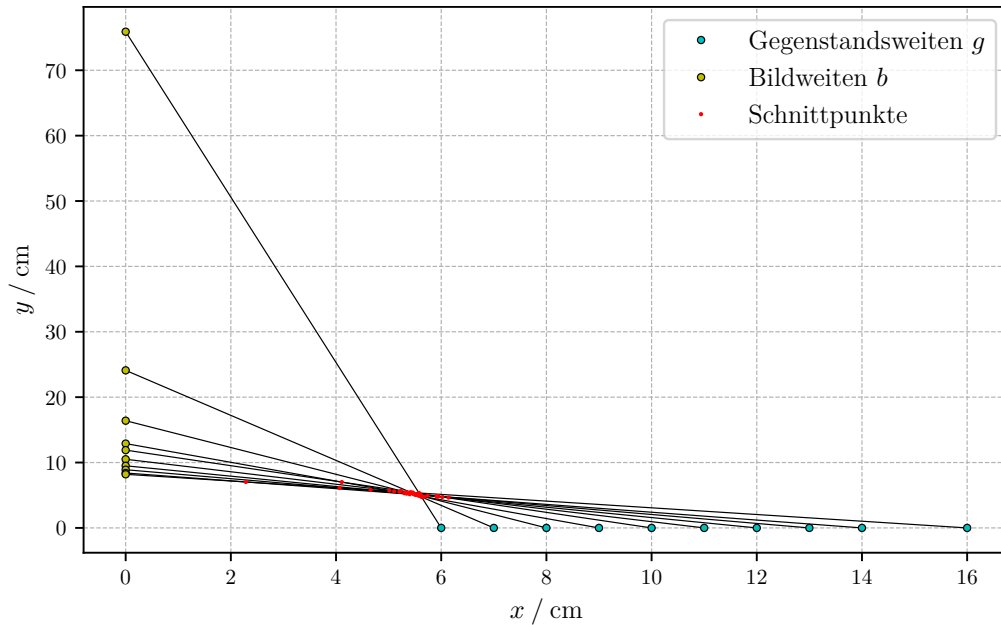
Eine weitere Methode die Brennweiten zu bestimmen ist in einem Plot die Gegenstandsweiten auf der x-Achse und die Bildweiten auf der y-Achse aufzutragen, die Punktepaaire miteinander zu verbinden und den Schnittpunkt der Linien zu betrachten. Diese Plots sind in Abbildung 5 bis 8 zu sehen. Idealerweise sollten sich alle Schnittpunkte an einem Punkt sammeln, der die Brennweite der Linse als x- und y-Koordinate besitzt. Die statistische Natur des Versuchs erzeugt allerdings eine Verteilung der Schnittpunkte. Als Brennweite werden nun die Mittelwerte der x- und y-Koordinaten der Schnittpunkte berechnet. Somit ergeben sich die Brennweiten grafisch zu

$$f_{1,\text{grafisch},x} = (5,41 \pm 0,09) \text{ cm}$$

$$f_{1,\text{grafisch},y} = (5,24 \pm 0,07) \text{ cm}$$

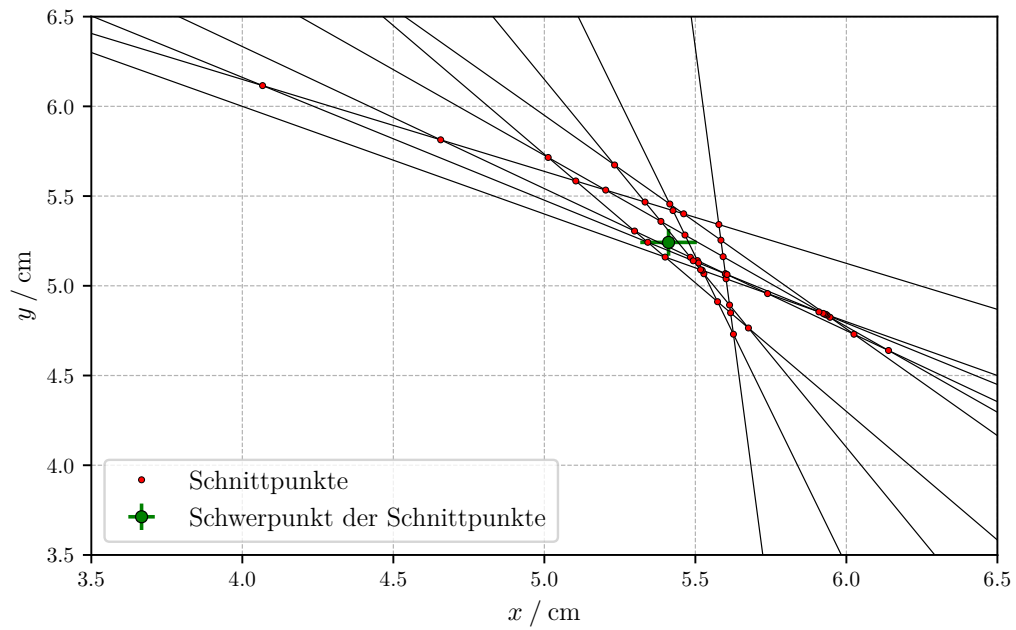
$$f_{2,\text{grafisch},x} = (10,08 \pm 0,12) \text{ cm}$$

$$f_{2,\text{grafisch},y} = (9,76 \pm 0,12) \text{ cm}.$$

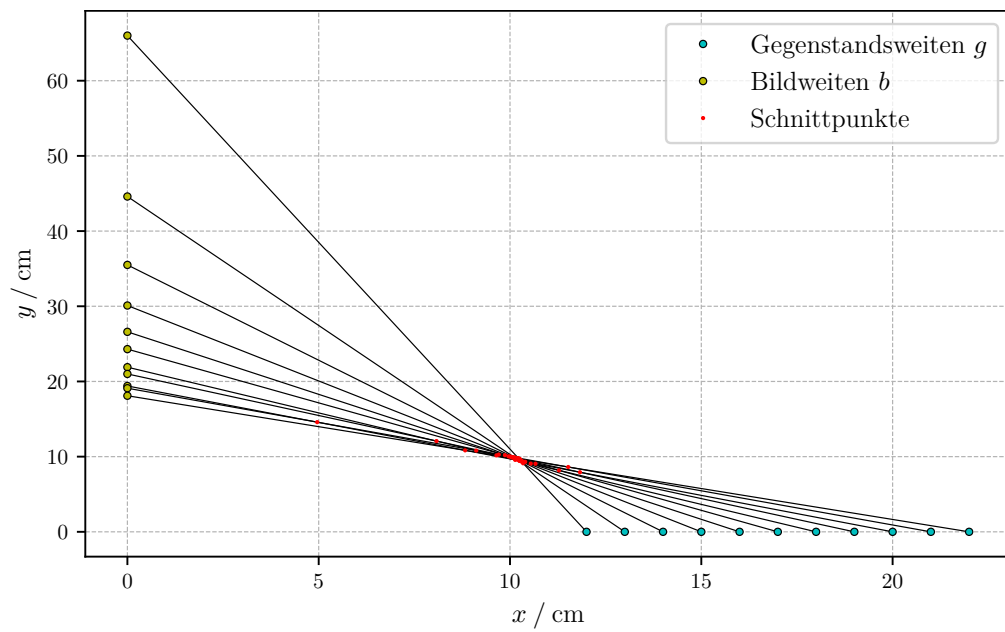


**Abbildung 5:** Plot der Verbindungslinien der Gegenstands- und Bildweiten für Linse 1 ( $f_{\text{Referenz}} = 5 \text{ cm}$ )

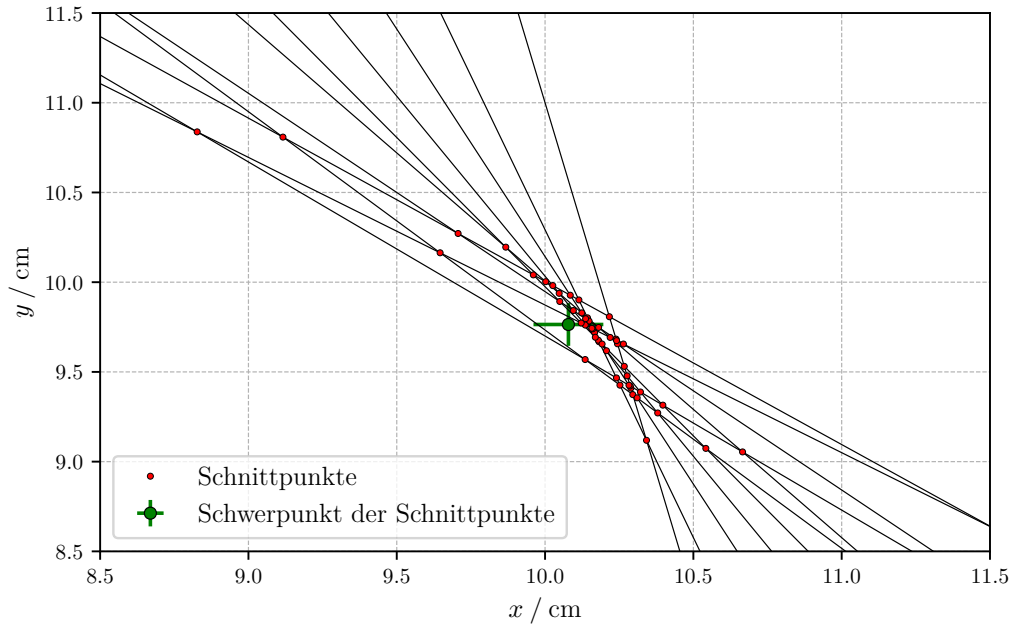




**Abbildung 6:** Vergrößerter Plot der Verbindungslinien der Gegenstands- und Bildweiten für Linse 1 ( $f_{\text{Referenz}} = 5 \text{ cm}$ ) um die Schnittpunkte besser zu erkennen



**Abbildung 7:** Plot der Verbindungslinien der Gegenstands- und Bildweiten für Linse 2 ( $f_{\text{Referenz}} = 10 \text{ cm}$ )



**Abbildung 8:** Vergrößerter Plot der Verbindungslinien der Gegenstands- und Bildweiten für Linse 2 ( $f_{\text{Referenz}} = 10 \text{ cm}$ ) um die Schnittpunkte besser zu erkennen

## 4.2 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Bessel

Die Messwerte ( $e$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ) der Methode von Bessel sind in Tabelle 3 aufgelistet. Zur Bestimmung der Brennweite wird nun der Abstand der beiden Linsenpositionen

$$d = g_2 - g_1 \quad (5)$$

berechnet. Hiermit lässt sich nach Bessel die Brennweite der Linse über

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (6)$$

berechnen. Die so berechneten Werte für  $d$  und  $f$  sind ebenfalls in Tabelle 3 aufgelistet.

Aus den berechneten Werten für  $f$  lässt sich der Mittelwert mit entsprechendem Fehler zu

$$f_{\text{Bessel}} = (9,97 \pm 0,02) \text{ cm}$$

bestimmen. Als Referenzwert dient hier eine Brennweite von  $f_{\text{Referenz}} = 100 \text{ mm}$ .

**Tabelle 3:** Messergebnisse der Messung nach der Methode von Bessel

$e / \text{cm}$	$g_1 / \text{cm}$	$g_2 / \text{cm}$	$d / \text{cm}$	$f / \text{cm}$
40	18,0	22,5	4,5	9,87
42	16,2	26,1	9,9	9,92
44	15,4	29,1	13,7	9,93
45	15,0	30,4	15,4	9,93
46	14,7	31,5	16,8	9,97
48	14,4	34,2	19,8	9,96
50	13,9	36,5	22,6	9,95
52	13,7	38,7	25,0	10,00
54	13,5	41,0	27,5	10,00
56	13,4	43,1	29,7	10,06
58	13,1	45,3	32,2	10,03
60	12,9	47,4	34,5	10,04

### 4.3 Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Abbe

In Tabelle 4 sind alle Messwerte und im Folgenden berechneten Werte aufgelistet. Alle hier verwendeten Variablen folgen den Definitionen aus Abbildung 4.

**Tabelle 4:** Messergebnisse der Methode von Abbe mit einer Gegenstandsgröße  $G = 3 \text{ cm}$ 

$g' / \text{cm}$	$b' / \text{cm}$	$B / \text{cm}$	$V$	$(1+1/V)$	$(1+V)$
20	59,6	4,8	1,600	1,625	2,600
25	49,4	3,2	1,067	1,938	2,067
30	46,4	2,8	0,933	2,071	1,933
35	43,0	2,0	0,667	2,500	1,667
40	41,5	1,6	0,533	2,875	1,533
45	39,0	1,5	0,500	3,000	1,500
50	38,6	1,3	0,433	3,308	1,433
55	36,8	1,0	0,333	4,000	1,333
60	36,7	1,0	0,333	4,000	1,333
65	31,0	0,8	0,267	4,750	1,267

Wie schon in der Durchführung erwähnt entsprechen die Abstände  $b'$  und  $g'$  nicht genau der Bild- bzw. der Gegenstandsweite, sondern wurden zu einem Referenzpunkt gemessen. Nach Abbe gilt nun

$$g' = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (7)$$

$$b' = f \cdot (1 + V) + h' . \quad (8)$$

Wobei  $V$  nach Gleichung 2 der Abbildungsmaßstab und  $f$  die Brennweite des Linsensystems ist.  $h$  und  $h'$  entsprechen dem Abstand der jeweiligen Hauptebene zum Referenzpunkt. (siehe Abbildung 4)

Mit Gleichung 7, Gleichung 8 und den Werten aus Tabelle 4 lassen sich nun zwei Ausgleichsgeraden bestimmen mit den Parametern  $f_{g'}$  und  $h$  bzw.  $f_{b'}$  und  $h'$ . Die Parameter ergeben sich zu

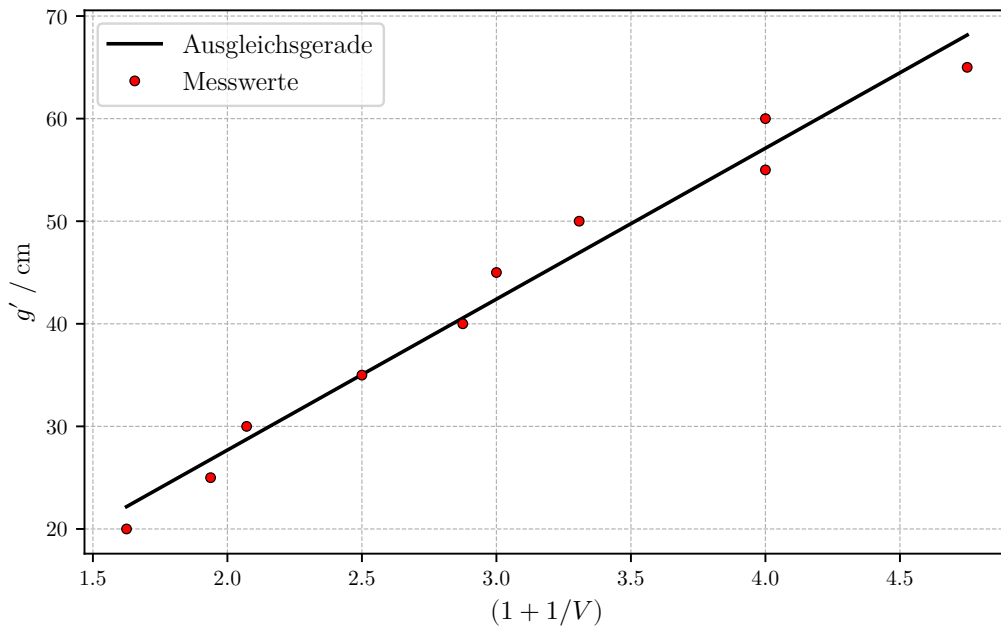
$$f_{g'} = (14,7 \pm 0,8) \text{ cm}$$

$$h = (-1,7 \pm 2,6) \text{ cm}$$

$$f_{b'} = (18,8 \pm 1,3) \text{ cm}$$

$$h' = (10,8 \pm 2,2) \text{ cm}.$$

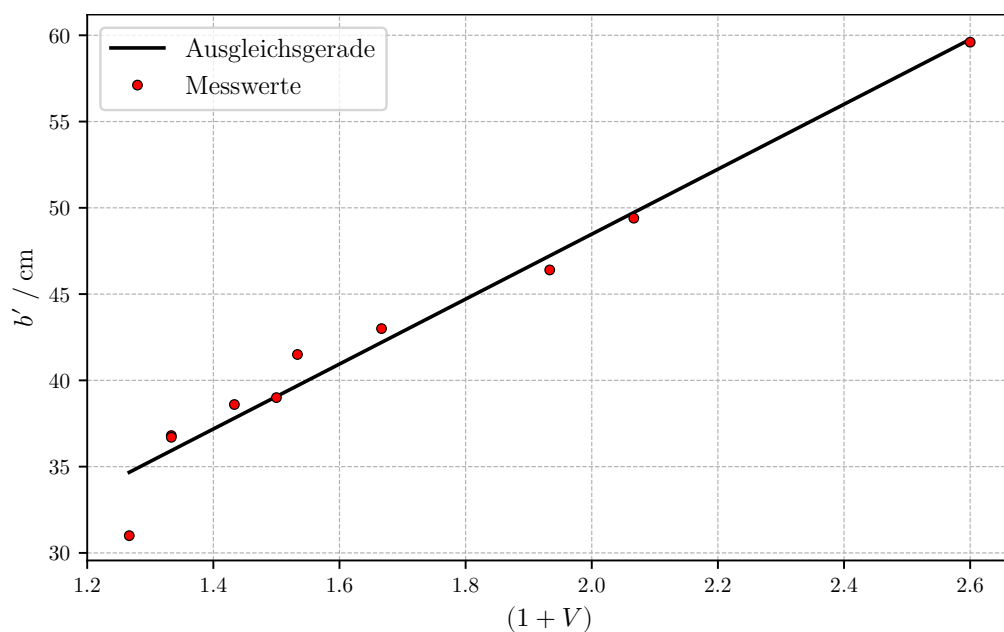
Die entsprechenden Ausgleichsgeraden sind in Abbildung 9 und Abbildung 10 zu sehen.



**Abbildungung 9:** Plot der Messwerte der Methode von Abbe für die Gegenstandsweite

Um einen Referenzwert für das Linsensystem zu berechnen wird Gleichung 4 verwendet. Hier wurde eine Sammellinse mit Brennweite  $f_1 = 10 \text{ cm}$  und eine Zerstreuungslinse mit einer Brennweite  $f_2 = -10 \text{ cm}$  verwendet. Der Abstand der beiden Linsen wurde nicht gemessen. Deshalb wird als Abstand  $d = |h - h'| = (12,6 \pm 3,3) \text{ cm}$  verwendet. Somit ergibt sich der Referenzwert der Brennweite des Systems zu

$$f_{\text{Referenz}} = (16 \pm 4) \text{ cm}.$$



**Abbildung 10:** Plot der Messwerte der Methode von Abbe für die Bildsweite

## 5 Diskussion

In Tabelle 5 sind alle in diesem Versuch berechneten Brennweiten aufgelistet. Außerdem wurde die prozentuale Abweichung des gemessenen Wert zum Referenzwert berechnet.

**Tabelle 5:** Ergebnisse der Brennweitenbestimmung mit entsprechendem Referenzwert und Abweichung vom Referenzwert.

Methode	$f_{\text{gemessen}} / \text{cm}$	$f_{\text{Referenz}} / \text{cm}$	$\Delta f / \%$
direkt (Linse 1)	5,37	5	7,4
direkt (Linse 2)	9,99	10	0,1
grafisch, $x$ (Linse 1)	5,41	5	8,2
grafisch, $y$ (Linse 1)	5,24	5	4,8
grafisch, $x$ (Linse 2)	10,08	10	0,8
grafisch, $y$ (Linse 2)	9,76	10	2,4
Bessel	9,97	10	0,3
Abbe, $g'$	14,7	$16 \pm 4$	im Fehlerbereich
Abbe, $b'$	18,8	$16 \pm 4$	im Fehlerbereich

Insgesamt lässt sich sagen, dass alle hier verwendeten Messmethoden für die Brennweite genügend geringe Abweichungen vom Referenzwert aufzeigen.

Es ist zu beobachten, dass alle Messungen der Linse mit Brennweite von 50 mm eine

größere Abweichung aufzeigen als die Vermessung der 100 mm Linse. Dies könnte daran liegen, dass die verwendete Linse nicht exakt dem Referenzwert entspricht. Eine genaue Quelle dieser erhöhten Abweichung lässt sich im Nachhinein nicht feststellen.

Allerdings sei anzumerken, dass alle Messungen eine gewisse Willkür besitzen, weil beim Messen schwer abzuschätzen war wann ein Bild scharf ist. Bei manchen Messungen erschien das Bild in einem Bereich von mehreren Zentimetern scharf und der Abstand wann es am schärfsten war musste geschätzt werden.

Die Methode von Abbe scheint auf den ersten Blick die ungenaueste zu sein, allerdings ist diese die einzige hier verwendete Methode, die ein System aus mehreren Linsen untersucht hat. Und dass der Wert im Fehlerbereich des Referenzwertes liegt, zeigt, dass auch diese Methode ausreichend genau ist.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 408 Geometrische Optik*. 2020.