V103

Biegung elastischer Stäbe

Samuel Haefs
samuel.haefs@tu-dortmund.de

Max Koch
max.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.01.2020

Abgabe: 14.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung des Elastizitätsmodul verschiedener Metalle und Legierungen mit Hilfe von Biegungsmessungen. Die Metalle werden dabei anhand ihrer Dichte bestimmt.

2 Theorie

2.1 Allgemein

Wirken Kräfte auf einen Körper, so kann die Form und das Volumen des Körpers verändert werden. Die Kräfte beziehen sich meist auf die Flächeneinheit und werden als Spannung σ bezeichnet. Die senkrecht zur Oberfläche wirkende Spannung wird als Normalspannung bezeichnet. Tangential- oder Schubspannung heißt hingegen die parallel zur Oberfläche verlaufende Komponente. Liegt bei der relativen Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$ ein linearer Zusammenhang vor, so beschreibt das Hook'sche Gesetz

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \tag{1}$$

die Deformation. Dabei beschreibt E der Elastizitätsmodul, L die Länge und ΔL die Längenänderung des Körpers (siehe Abb. 1). Der Elastizitätsmodul ist eine materialabhängige Konstante des Werkstoffes. Die Längenänderung ΔL kann nur mit genauen Messaperaturen direkt bestimmt werden.
Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des Elastizitätsmodul ist die Biegung. Hier genügt eine relativ kleine Kraft am Ende des Stabes um eine messbare Längenänderung zu bewirken.

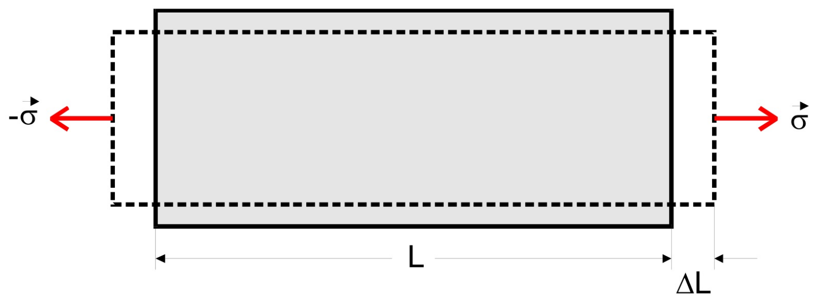


Abbildung 1: Dehnung eines Stabes bei wirkender Normalspannung.[1]

2.2 Biegung - Einseitige Einspannung

Ein homogener Stab wird auf einer Seite eingespannt und am anderen Ende wirkt eine Kraft F. Es wird die Durchbiegung $D(x)$ gemessen. Sie beschreibt die Verschiebung von einem Oberflächenpunkt bei einer Biegung (siehe Abb. 2). Mithilfe von x und $D(x)$ kann die Materialkonstante bestimmt werden. Die Kraft F wirkt senkrecht auf den Querschnitt

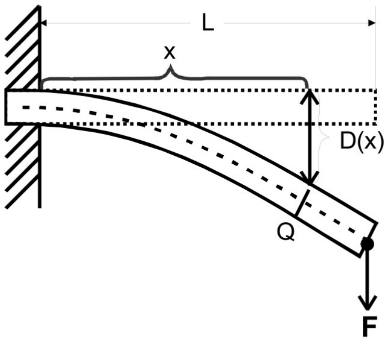


Abbildung 2: Stange mit Querschnitt Q wird durch eine äußere Kraft F einseitig gebogen.[1]

Q des Stabes. Sie bewirkt ein bestimmtes Drehmoment M in Abstand x, das den Stab verbiegt. Dabei werden obere Schichten gedehnt und die unteren gestaucht. Durch die Elastizität des Materials stellt sich ein Gleichgewichtszustand und eine Durchbiegung D ein. In den oberen Schichten treten Zugspannungen auf, in den uneteren Schichten Druckspannungen und dazwischen befindet sich ein Gebiet ohne Spannung. Dieses Gebiet wird als neutrale Faser bezeichnet. Das Drehmoment M_σ berechnet sich nach

$$M_\sigma = \int_Q y\sigma(y)\mathrm{d}q \tag{2}$$

mit dem Abstand y des Flächenelements dq zur neutralen Faser x (siehe Abb. 3). Nach

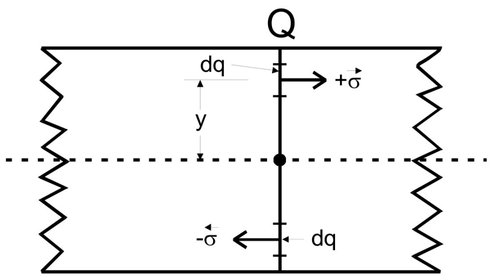


Abbildung 3: Stange zur Veranschaulichung des Trägheitsmoment.[1]

einer bestimmten Zeit stellt sich ein Gleichgewicht

$$M_\mathrm{F} = M_\sigma \tag{3}$$

ein. Außerdem gilt die Beziehung

$$\sigma = E\frac{\delta x}{\Delta x} \tag{4}$$

und

$$\delta x = y\Delta\varphi = y\frac{\Delta x}{R}. \tag{5}$$

Hierbei steht R für den Krümmungsradius der Faser an der Stelle x. Aus den Gleichungen (3) und (4) folgt

$$\sigma(y) = E\frac{y}{R}. \tag{6}$$

Für geringe Kurvenkrümmungen kann die Näherung $\frac{1}{R} \approx \frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}x^2}$ aus der Differentialgeometrie verwendet werden. Mithilfe der Näherung ergibt sich für die Formel (6)

$$\sigma(y) = Ey\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}x^2} \tag{7}$$

und für die Momentengleichung (3)

$$E\frac{\mathrm{d}^2 D}{\mathrm{d}x^2}\int_Q y^2 \mathrm{d}q = F(L-x). \tag{8}$$

Wird das Flächenträgheitsmoment

$$I := \int_Q y^2 \mathrm{d}q(y)$$

verwendet, so lässt sich die Gleichung (8) durch Integration für $(0 \leq x \leq L)$ auf

$$D(x) = \frac{F}{2EI}\left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right) \tag{9}$$

vereinfachen.

2.3 Biegung - Zweiseitige Auflage

Der Stab wird an beide Enden aufgelegt und eine Kraft F wirkt in der Mitte der Auflagepunkte (siehe Abb. 4). An der Querschnittsfläche Q wirkt die Kraft $F/2$ mit dem Hebelarm x. Im Bereich $0 \leq x \leq L$ folgt nach dem Drehmoment

$$M_{\mathrm{F}} = -\frac{F}{2}x.$$

Das Drehmoment welches auf der andere Hälfte $\frac{L}{2} \leq x \leq L$ wirkt, berechnet sich nach

$$M_{\mathrm{F}} = -\frac{F}{2}(L-x).$$

Aus der Momentengleichung (8) und Integration ergibt sich

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}x} = -\frac{x^2 F}{4EI} + C \quad \text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \tag{10}$$

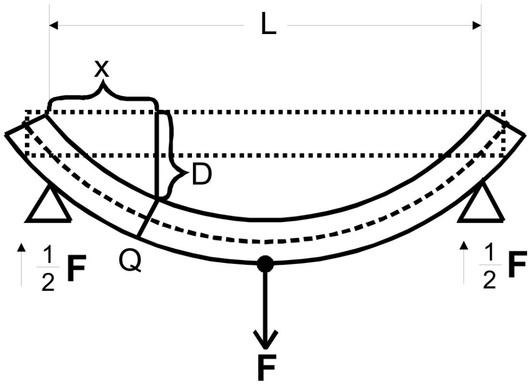


Abbildung 4: Biegung eines Stabes mit zweiseitiger Auflage. [1]

und

$$\frac{\mathrm{d}D(x)}{\mathrm{d}x} = -\frac{F}{2EI}\left(Lx - \frac{x^2}{2}\right) + C' \quad \text{für } \frac{L}{2} \leq x \leq L \tag{11}$$

für die jeweiligen Teilintervalle. In der Mitte des Stabes besitzt die Biegekurve eine horizontale Tangente. Daraus ergeben sich die Integrationskonstanten

$$C = \frac{L^2F}{16EI} \tag{12}$$

und

$$C' = \frac{3L^2F}{16EI}. \tag{13}$$

Mit den Konstanten (12), (13) und anschließender Integration von (10), (11), folgt die gesuchte Gleichung für einen elastisch gebogenen Stab

$$D(x) = \frac{F}{48EI}\left(3L^2x - 4x^3\right) \quad \text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \tag{14}$$

und

$$D(x) = \frac{F}{48EI}\left(4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3\right) \quad \text{für } \frac{L}{2} \leq x \leq L. \tag{15}$$

3 Durchführung

Die Stangen werden zunächst vermessen und gewogen. Der Radius r der runden Stange wird 10 mal mithilfe einer Schieblehre gemessen und später der Mittelwert gebildet. Bei der Messung des Stabes mit recheckigem Querschnitt sind jeweils für Seite a und b 10 Messungen notwendig. Zur Masse gehören zum einen die Gewichte, die Stange mit Gewinde und die Halterung an denen die Gewichte befestigt sind.

3.1 Einseitige Einspannung

Der Stab wird in der Apperatur wie in Abb. 5 eingespannt. Die Stäbe wurden schon häufiger gebogen und sind in der Ruheposition nicht mehr exakt gerade. Daher wird zuerst die Durchbiegung des Stabes ohne Last $D_0(x)$ mithilfe der Messuhren vermessen. Im Anschluss wird ein Gewicht F am Ende des Stabes befestigt, so dass eine Auslenkung von $3\,\mathrm{mm} - 7\,\mathrm{mm}$ erreicht wird. Nun wird die Durchbiegung mit Masse $D_\mathrm{M}(x)$ gemessen. Die reale Durchbiegung beträgt dann

$$D(x) = D_\mathrm{M}(x) - D_0(x). \tag{16}$$

Die Durchbiegung D_0 und D_M soll für 15 Abstände gemessen werden. Dieser Vorgang wird für zwei Stäbe aus unterschiedlichem Material durchgeführt.

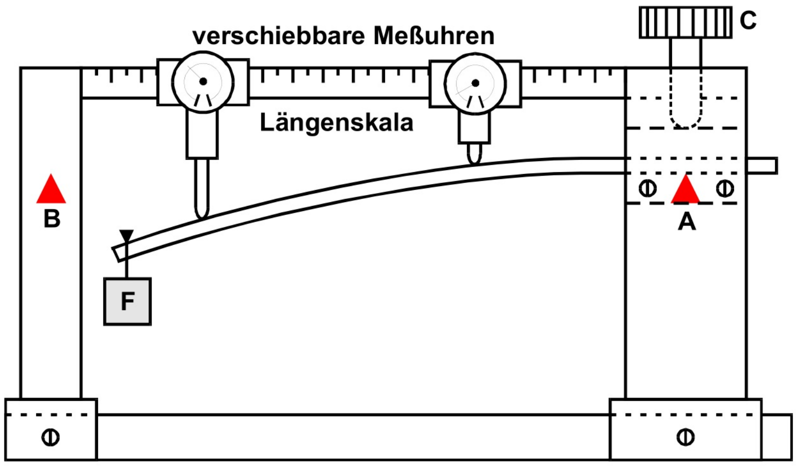


Abbildung 5: Darstellung der Apperatur zur einseitigen Biegung eines Stabes. [1]

3.2 Zweiseitige Biegung

Der Stab wird diesmal in die Apperatur 5 auf beiden Seiten (Punkt A und B) aufgelegt. Zu beachten ist, dass die Stäbe diesmal nicht eingespannt werden dürfen. Nun wird wie in Unterabschnitt 3.1 die Durchbiegung D_0 ohne Last gemessen.
Danach wird die Masse m welche eine Kraft F ausübt, in der Mitte der Auflagepunkte befestigt. Hier wird mit einer Messuhr links und einer rechts von der Masse gemessen. Die reale Durchbiegung ergibt sich aus der Differenz der Durchbiegung (16).

4 Auswertung

Tabelle 1a zeigt die Messwerte der Auslenkung durch eine Kraft für einen eckigen Stab und 1b die Messwerte für einen runden Stab. Beide Stäbe sind hierbei einseitig eingespannt. In der Spalte $D_\mathrm{A}(x)$ sind jeweils die absoluten Auslenkungen der Stäbe zu finden. Diese werden durch (16) berechnet. $D(x)$ steht hierbei für die Auslenkung an der Stelle x, während auf den Stab eine Kraft wirkt. Die Spalte $D_0(x)$ zeigt die Auslenkung an der Stelle x, die der Stab hat bevor auf diesen eine Kraft wirkt. $D_0(x)$ ist nicht an jedem Ort gleich, da die Stäbe nicht perfekt gerade sind. Die Stäbe haben nicht an jedem Punkt den selben Durchmesser, daher wird dieser an zehn Stellen gemessen und die Messwerte gemittelt. Der Mittelwert wurde für alle Berechnungen genutzt, bei denen der Radius r benötigt wird.

In den Tabellen 2a und 2b sind die Messwerte der beidseitig eingespannten Stäbe zu finden. Dabei wurde $D_\mathrm{A}(x)$ wie in (16) berechnet.

Zur Auslenkung der veschiedenen Stäbe wurden unterschiedliche Massen genutzt, diese sind in 3 zu finden. Zu beachten ist dabei, dass der eckige Stab sowohl für die beidseitige als auch für die einseitige Einspannung genutzt wurde. Deshalb ist dieser zweimal in der Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 1: Messwerte der Biegung für einseitige Einspannung.

(a) Messwerte für den eckigen Stab.

$x\,/\,\mathrm{cm}$	$D_0(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D_\mathrm{A}(x)\,/\,\mathrm{mm}$
48.00	1.91	5.91	4.00
45.00	1.92	5.58	3.66
42.00	1.94	5.25	3.31
39.00	1.99	4.93	2.94
36.00	2.00	4.55	2.55
33.00	1.98	4.24	2.26
30.00	1.94	3.88	1.94
27.00	1.91	3.52	1.61
24.00	1.87	3.20	1.33
21.00	1.86	2.91	1.05
18.00	1.92	2.72	0.80
15.00	1.89	2.48	0.59
12.00	1.95	2.35	0.40
9.00	2.00	2.25	0.25
6.00	2.05	2.18	0.13

(b) Messwerte für den runden Stab.

$x\,/\,\mathrm{cm}$	$D_0(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D_\mathrm{A}(x)\,/\,\mathrm{mm}$
48.00	4.41	7.83	3.42
45.00	4.41	7.63	3.22
42.00	4.07	6.90	2.83
39.00	3.80	6.28	2.48
36.00	3.55	5.67	2.12
33.00	3.38	5.12	1.74
30.00	3.14	4.37	1.23
27.00	2.94	3.90	0.96
24.00	2.76	3.50	0.74
21.00	2.58	3.14	0.56
18.00	2.49	2.84	0.35
15.00	2.34	2.51	0.17
12.00	2.24	2.29	0.05
9.00	2.16	2.10	-0.06
6.00	2.13	1.99	-0.14

Tabelle 2: Messwerte der Biegung für beidseitige Einspannung.

(a) Messwerte für den eckigen Stab.

$x\,/\,\mathrm{cm}$	$D_0(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D_\mathrm{A}(x)\,/\,\mathrm{mm}$
52.00	2.23	2.42	0.19
49.00	2.26	2.68	0.42
46.00	2.25	2.84	0.59
43.00	2.30	3.00	0.70
40.00	2.33	3.16	0.83
37.00	2.39	3.00	0.61
34.00	2.50	3.30	0.80
31.00	2.55	3.34	0.79
24.00	2.66	3.61	0.95
21.00	2.74	3.75	1.01
18.00	2.80	3.88	1.08
15.00	2.65	3.62	0.97
12.00	2.71	3.62	0.91
9.00	2.75	3.31	0.56
6.00	2.21	2.60	0.39

(b) Messwerte für den runden Stab.

$x\,/\,\mathrm{cm}$	$D_0(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D(x)\,/\,\mathrm{mm}$	$D_\mathrm{A}(x)\,/\,\mathrm{mm}$
54.00	2.30	2.44	0.14
51.00	2.42	2.94	0.52
48.00	2.55	3.41	0.86
45.00	2.64	3.82	1.18
42.00	2.74	4.23	1.49
39.00	2.84	4.55	1.71
36.00	2.94	4.84	1.90
33.00	3.07	5.05	1.98
30.00	3.17	5.17	2.00
24.00	3.31	5.37	2.06
21.00	3.41	5.26	1.85
18.00	3.53	5.12	1.59
15.00	3.33	4.70	1.37
12.00	3.28	4.41	1.13
9.00	3.16	4.08	0.92

Tabelle 3: Die Massen die für die Auslenkung der Stäbe genutzt wurden.

Stab	Auslenkungen	Masse / kg	Ort der Masse / cm
eckig 1	1b	500.2	49
rund 1	1a	1711.6	49
eckig 1	2b	2880.2	27.5
rund 2	2a	2880.2	27.5

4.1 Der Elastizitätsmodul des eckigen Stabes

Der eckige Stab dessen Auslenkung in 1a aufgetragen ist, hat die Eigenschaften die in Tabelle 4 dargestellt sind. Damit hat dieser eine Dichte von $(8{,}94 \pm 0{,}06)\,\mathrm{g/cm^3}$.

Tabelle 4: Werte für den eckigen Stab.

Länge L	$59{,}1\,\mathrm{cm}$
Seite b	$(10{,}120 \pm 0{,}029)\,\mathrm{mm}$
Seite a	$(10{,}270 \pm 0{,}057)\,\mathrm{mm}$
Masse m	$455{,}1\,\mathrm{g}$

Die durch die einseitige Biegung des Stabes aufgenommenen Werte sind in Abbildung 6 in einem Plot dargestellt. Dieser wurde mit den python Plugin matplotlib [4] erstellt. Die Ausgleichsgerade folgt dabei der Funktion

$$D(x) = F/(2 \cdot E \cdot I) \cdot \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3}\right). \tag{17}$$

Daraus folgt für das Flächenträgheitsmoment $I = (9{,}14 \pm 0{,}16) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m^4}$. Nach der Ausgleichsrechung ist der Wert für den Elastizitätsmodul $E = (149{,}931 \pm 0{,}591)\,\mathrm{GPa}$.

Der selbe Stab wurde ebenfalls beidseitig eingespannt und in der Mitte belastet. Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 2a zu finden und sind in der Abbildung 7 grafisch dargestellt. Die Ausgleichsgerade folgt der Funktion

$$ax + b. \tag{18}$$

Mit Hilfe der Ausgleichsrechung (siehe Abb. 8a) ergeben sich die Parameter $a = (-0{,}009 \pm 0{,}027)\,\frac{1}{\mathrm{m^2}}$ und $b = (8{,}85 \pm 9{,}93) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}$. Mit dem selben Schema folgen die Werte $a = (0{,}013 \pm 0{,}004)\,\frac{1}{\mathrm{m^2}}$ und $b = (0{,}0025 \pm 0{,}0005)\,\mathrm{m}$ für die Ausgleichsrechnng der Funktion in Abb. 8b.
Für den Elastizitätsmodul ergab die Ausgleichsrechung links vom Gewicht $E_{\text{links}} = (60 \pm 230)\,\mathrm{GPa}$ und rechts vom gewicht $E_{\text{rechts}} = (96 \pm 18)\,\mathrm{GPa}$. Im Mittel ergibt sich ein Wert von $E = (78 \pm 124)\,\mathrm{GPa}$.

Abbildung 6: Aufgetragene Messwerte für den eckigen Stab, bei einseitiger Einspannung.

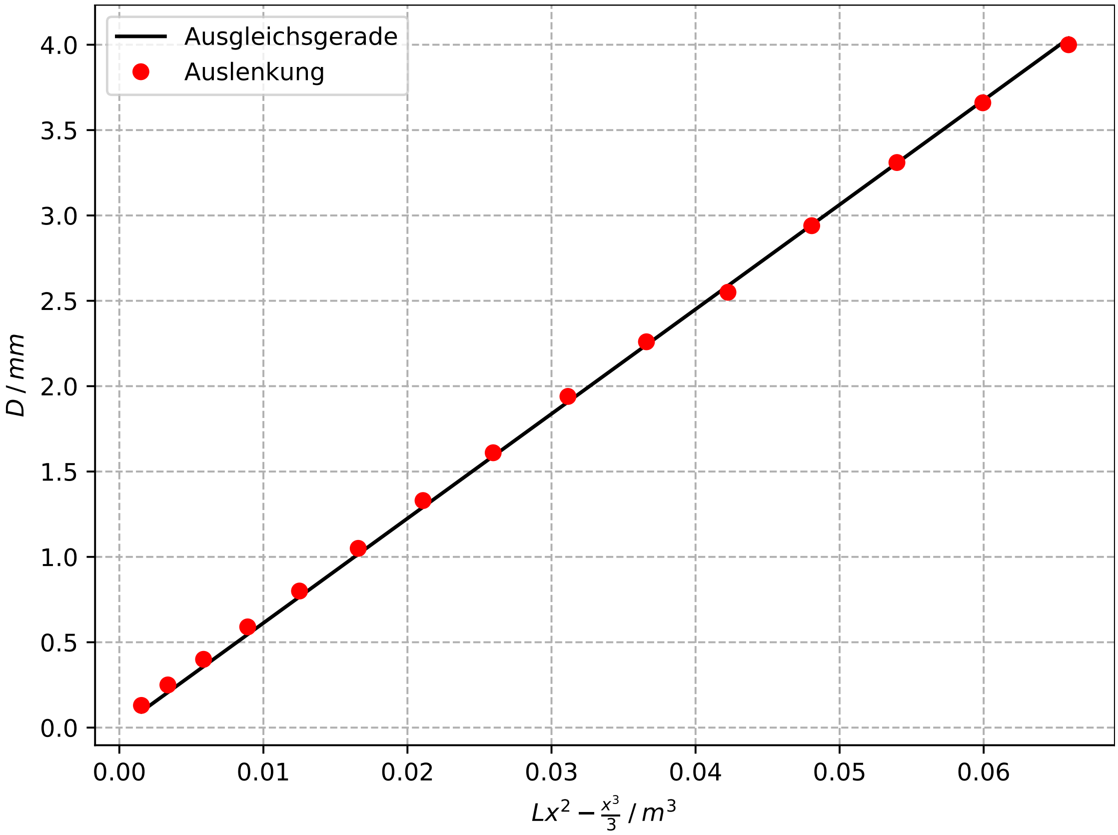
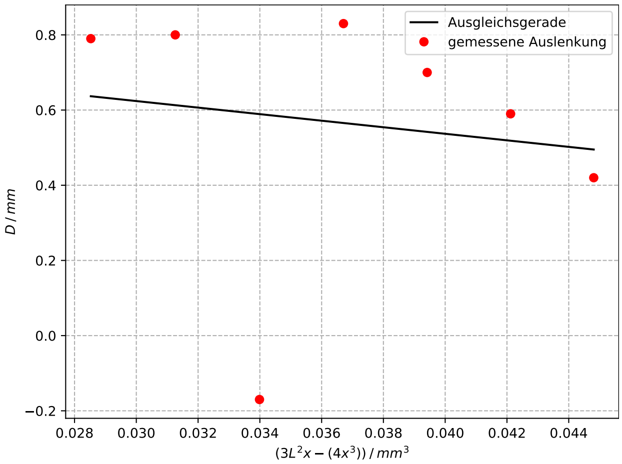
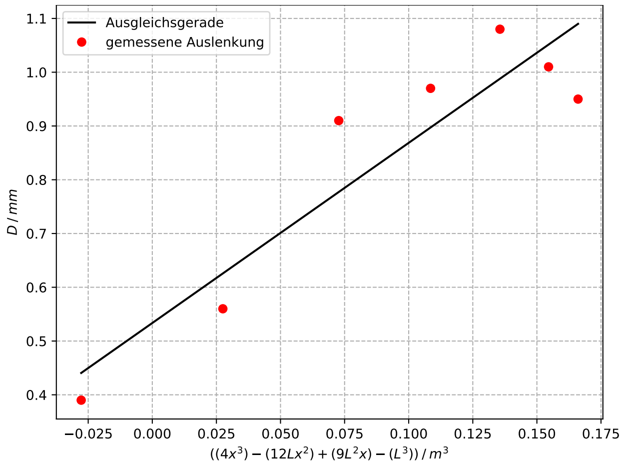


Abbildung 7: Beidseitige Einspannung des eckigen Stabes.



(a) Die Auslenkung des Stabes links vom Gewicht.



(b) Die Auslenkung des Stabes rechts vom Gewicht.

4.2 Der Elastizitätsmodul des ersten runden Stabes

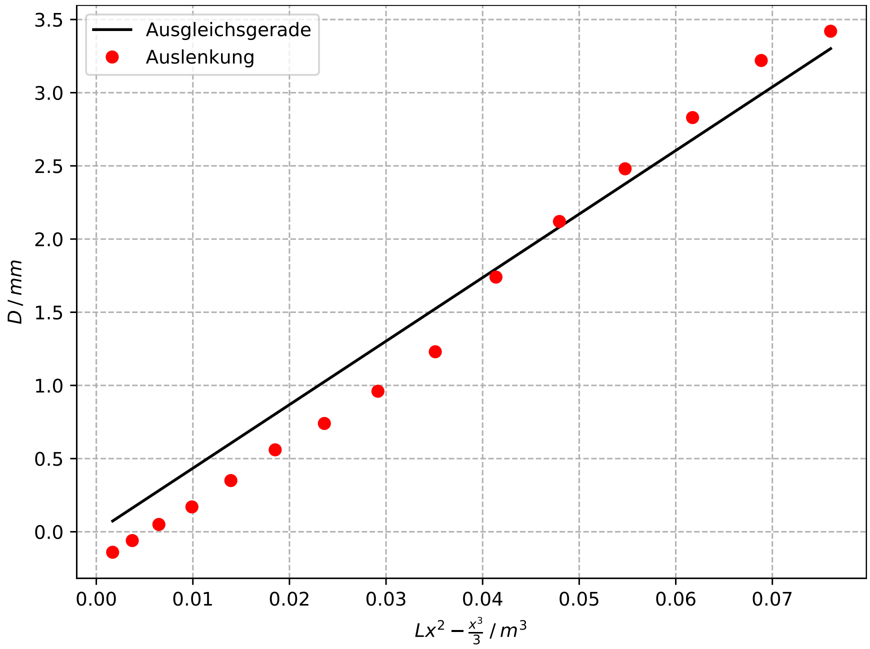
Hier werden zwei verschiedene runde Stäbe genutzt, der erste wird einseitig eingespannt, der zweite beidseitig. Zuerst wird der erste Stab in diesem Abschnitt behandelt. Der Stab hat die Eigenschaften die in Tabelle 5 dargestellt sind. Die gemessene Auslenkung ist in Tabelle 1b zu finden.

Tabelle 5: Eigenschaften des runden Stabes, der einseitig eingespannt wurde.

Länge L	55 cm
Durchmesser d	$(9{,}959 \pm 0{,}016)$ mm
Masse m	360,4 g

Damit hat der runde Stab eine Dichte von $(8{,}410 \pm 0{,}028)\,\mathrm{g/cm^3}$. Die gemessenen Auslenkung ist in der Abbildung 9 mit dem python Plugin matplotlib [4] grafisch dargestellt. Die Ausgleichsgerade folgt dabei der Gleichung (17). Dabei hat das Flächenträgheitsmoment einen Wert von $I = (4{,}831 \pm 0{,}032) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}^4$. Die Ausgleichsrechnung ergibt für den Elastizitätsmodul einen Wert von $E = (121{,}796 \pm 4{,}012)\,\mathrm{GPa}$.

Abbildung 9: Plot zur Biegung bei einseitiger Einspannung des runden Stabes.



4.3 Der Elastizitätsmodul des zweiten runden Stabes

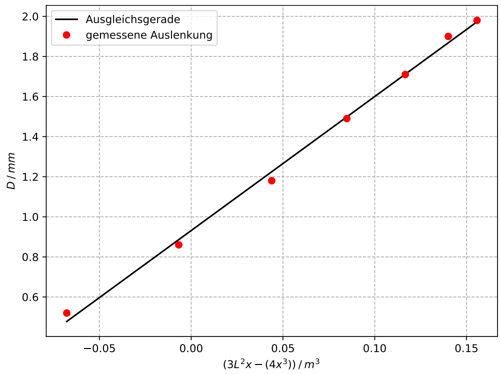
Der zweite Runde Stab wurde beidseitig eingespannt. Die Auslenkungen dieses Stabes sind in Tabelle 2b zu finden. Die Eigenschaften des Stabes sind in Tabelle 6 aufgeführt.

Tabelle 6: Die Eigenschaften des runden Stabes, der beidseitig eingespannt wurde.

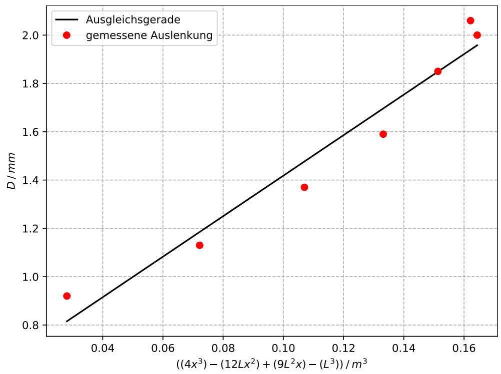
Länge L	60 cm
Durchmesser d	$(10{,}010 \pm 0{,}010)$ mm
Masse m	132,6 g

Der Stab hat nach den in Tabelle 6 aufgetragenen Eigenschaften ein Dichte von $(2{,}808 \pm 0{,}006)\,\mathrm{g/cm^3}$. Die Messwerte sind in Abbildung 10 grafisch dargestellt. Dazu wurden zwei Ausgleichsgeraden erstellt, die Gleichung (18) folgen. Für die Ausgleichsrechnung 11a ergibt sich ein Wert von $a = (-0{,}079 \pm 0{,}006)\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}$ und $b = (4{,}916 \pm 0{,}291) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Die zweite Ausgleichsrechnung 11b ergibt die Parameter $a = (0{,}019 \pm 0{,}002)\,\frac{1}{\mathrm{m}^2}$ und $b = (4{,}659 \pm 0{,}453) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Der Elastizitätsmodul lässt sich in diesem Fall durch die Ausgleichsrechung links vom Gewicht auf $E_{\text{links}} = (89{,}3 \pm 2{,}2)\,\mathrm{GPa}$ und rechts vom Gewicht auf $E_{\text{rechts}} = (71 \pm 7)\,\mathrm{GPa}$ bestimmen . Im Mittel ergibt sich der Elastizitätsmodul $E = (80 \pm 4)\,\mathrm{GPa}$.

Abbildung 10: Beidseitige Einspannung des runden Stabes.



(a) Die Auslenkung des Stabes links vom Gewicht.



(b) Die Auslenkung des Stabes rechts vom Gewicht.

5 Diskussion

Tabelle 7: Vergleich der Messwerte mit Literaturwerten.

Stab	$\rho_{\text{gemessen}}\,/\,\frac{\text{g}}{\text{c}^3\text{m}}$	$\rho_{\text{referenz}}\,/\,\frac{\text{g}}{\text{c}^3\text{m}}$	Material
eckig	$8{,}94 \pm 0{,}06$	8,90	Nickel
rund 1	$8{,}410 \pm 0{,}028$	8,6	Messing
rund 2	$2{,}808 \pm 0{,}006$	2,7	Aluminium

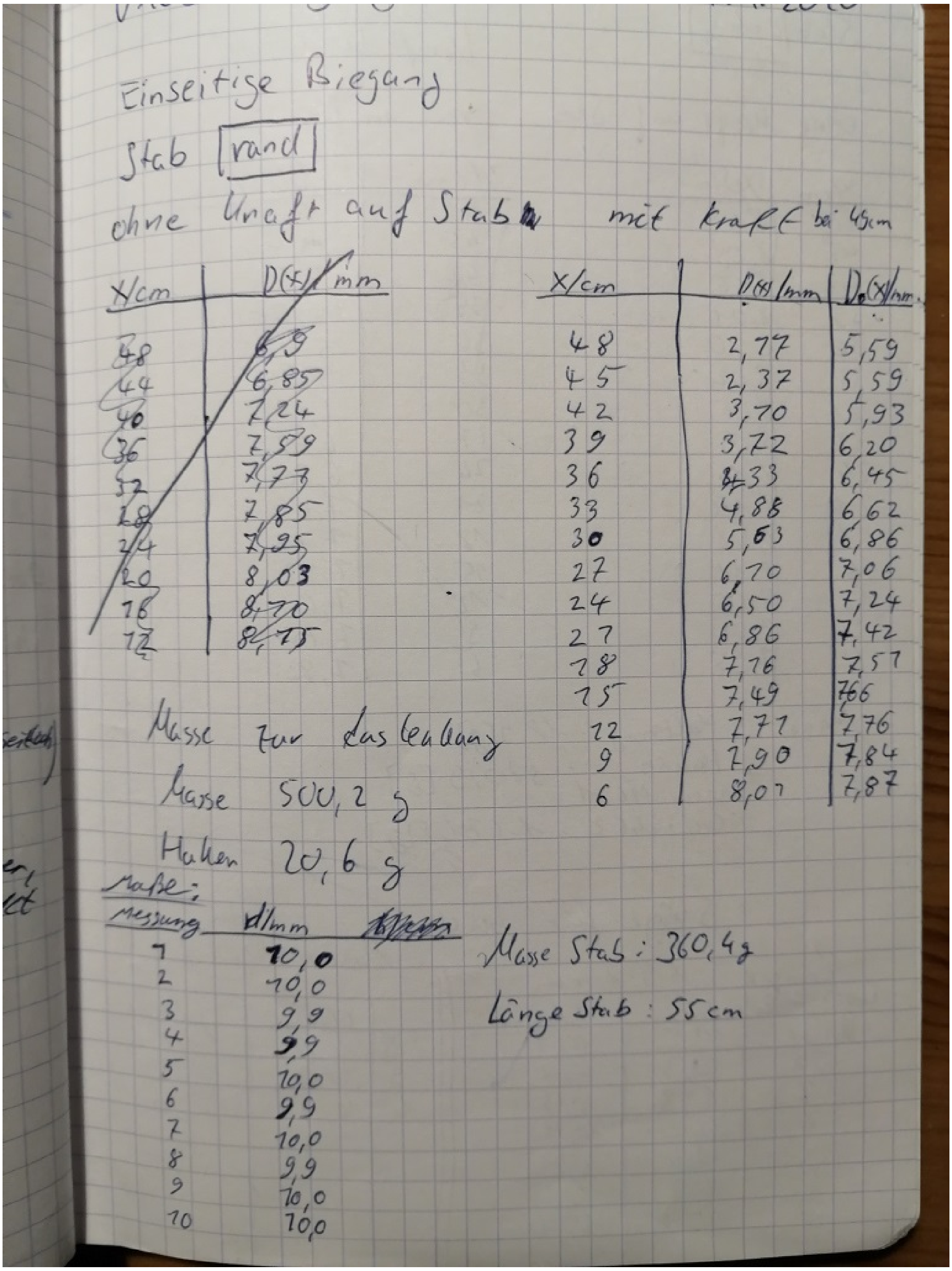
Wie in Tabelle 7 zu sehen, besteht der eckige Stab aus Nickel, der einseitig eingespannte runde Stab aus Messing und der beidseitig eingespannte runde Stab aus Aluminium. Die Referenzwerte für die Dichten wurden dabei auf der Website [5] gefunden.

Tabelle 8: Vergleich der experimentell bestimmten Elastizitätsmodule mit Literaturwerten.

Stabart	$E_{\text{gemessen}}\,/\,\text{GPa}$	E_{referenz}	Abweichung / %
$eckig_{\text{einseitg}}$	$149{,}931 \pm 0{,}591$	214 [2]	43.62
$rund_{\text{einseitg}}$	$121{,}796 \pm 4{,}012$	$78 - 123$ [3]	0
$eckig_{\text{beidseitg}}$	30 ± 101	214 [2]	613.33
$rund_{\text{beidseitig}}$	80 ± 4	70 [2]	12.5

In der Tabelle 8 werden die experimentell bestimmten Elastizitätsmodule mit Literaturwerten verglichen. Zu sehen ist, dass besonders bei der beidseitigen Einspannung die Abweichung vom Literaturwert sehr groß ist. Diese Abweichung vom Literaturwert ist beim beidseitig eingespannten eckigen Stab damit zu begründen, dass die Kraft die auf den Stab wirken konnte, durch die Anzahl an Gewichten, limitiert war. Dadurch konnte der Stab nicht weit genug ausgelenkt werden um Messwerte zu gewinnen, die eine gute Auswertung garantieren.
Außerdem ist zu erkennen, dass die einseitige Einspannung allgemein bessere Messwerte liefert, da die Abweichungen dort geringer sind. Aus den Schwierigkeiten bei der Messungen des eckigen Stabes aus Nickel lässt sich schließen, dass es leichter ist den Elastizitätsmodul von Stäben mit geringer Dichte zu bestimmen, da diese mit weniger Gewicht stärker Ausgelenkt werden können.

6 Anhang



Einseitige Biegung

Stab $\boxed{\text{rand}}$

ohne Kraft auf Stab

X/cm	D(x)/mm
~~48~~	~~6,9~~
~~44~~	~~6,85~~
~~40~~	~~7,24~~
~~36~~	~~7,59~~
~~32~~	~~7,77~~
~~28~~	~~7,85~~
~~24~~	~~7,95~~
~~20~~	~~8,03~~
~~16~~	~~8,10~~
~~12~~	~~8,15~~

mit Kraft bei 45cm

X/cm	D(x)/mm	D_0(x)/mm
48	2,11	5,59
45	2,37	5,59
42	3,10	5,93
39	3,72	6,20
36	4,33	6,45
33	4,88	6,62
30	5,63	6,86
27	6,10	7,06
24	6,50	7,24
21	6,86	7,42
18	7,16	7,57
15	7,49	7,66
12	7,71	7,76
9	7,90	7,84
6	8,01	7,87

Masse für das [illegible]

Masse 500,2 g

Haken 20,6 g

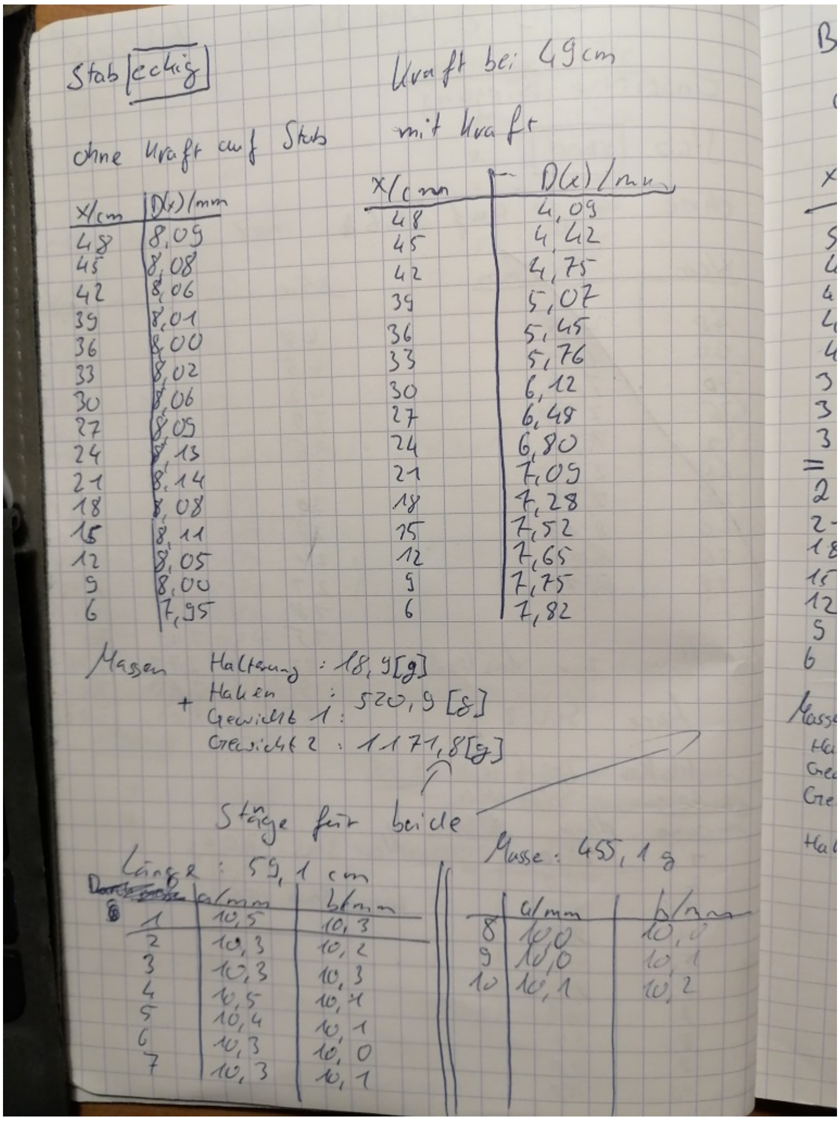
Maße:

Messung	d/mm
1	10,0
2	10,0
3	9,9
4	9,9
5	10,0
6	9,9
7	10,0
8	9,9
9	10,0
10	10,0

Masse Stab: 360,4g

Länge Stab: 55cm

Abbildung 12: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 1).



Stab eckig

Kraft bei 49 cm

ohne Kraft auf Stab

x/cm	D(x)/mm
48	8,09
45	8,08
42	8,06
39	8,01
36	8,00
33	8,02
30	8,06
27	8,09
24	8,13
21	8,14
18	8,08
15	8,11
12	8,05
9	8,00
6	7,95

mit Kraft

x/cm	D(x)/mm
48	4,09
45	4,42
42	4,75
39	5,07
36	5,45
33	5,76
30	6,12
27	6,48
24	6,80
21	7,09
18	7,28
15	7,52
12	7,65
9	7,75
6	7,82

Massen Halterung : 18,9[g]
\+ Haken
Gewicht 1 : 520,9 [g]
Gewicht 2 : 1171,8[g]

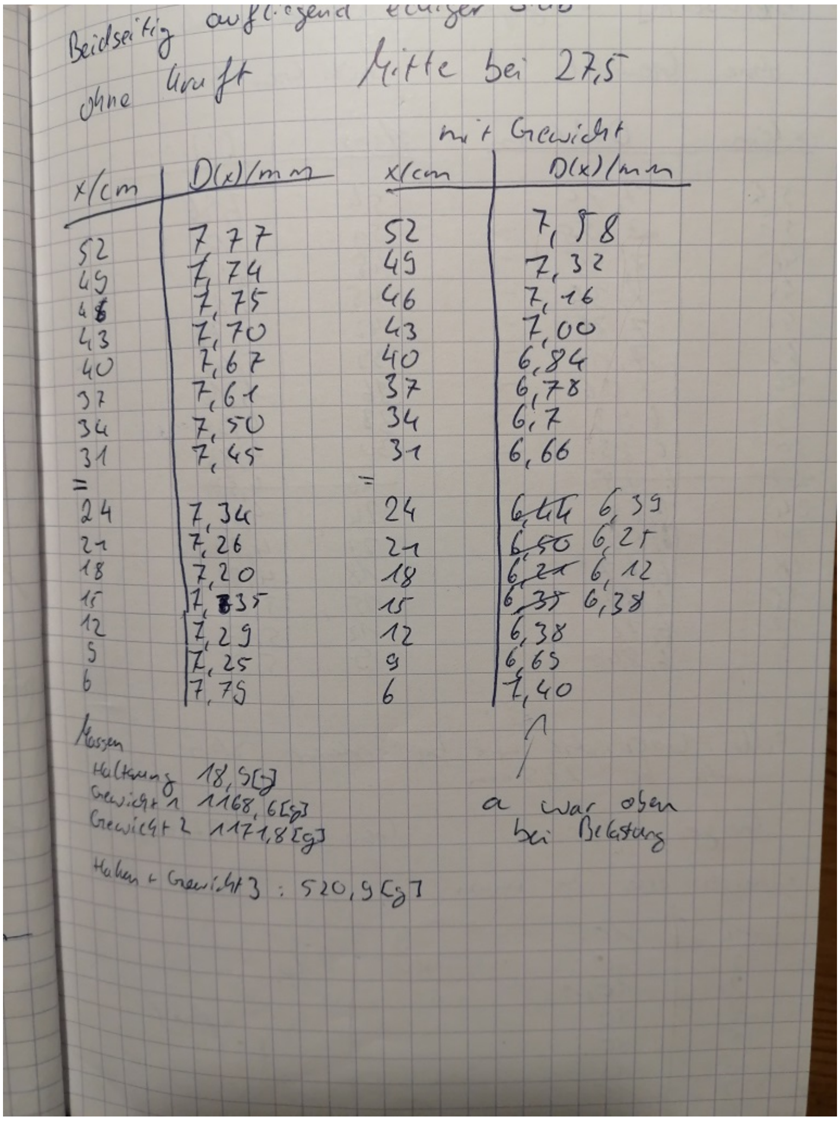
Stäbe für beide

Länge : 59,1 cm

Masse : 455,1 g

	a/mm	b/mm
1	10,5	10,3
2	10,3	10,2
3	10,3	10,3
4	10,5	10,1
5	10,4	10,1
6	10,3	10,0
7	10,3	10,1
8	10,0	10,0
9	10,0	10,1
10	10,1	10,2

Abbildung 13: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 2).



Beidseitig aufliegend eckiger Stab

ohne Kraft Mitte bei 27,5

x/cm	D(x)/mm
52	7,77
49	7,74
46	7,75
43	7,70
40	7,67
37	7,61
34	7,50
31	7,45
=	
24	7,34
21	7,26
18	7,20
15	7,35
12	7,29
9	7,25
6	7,79

mit Gewicht

x/cm	D(x)/mm
52	7,58
49	7,32
46	7,16
43	7,00
40	6,84
37	6,78
34	6,7
31	6,66
=	
24	~~6,44~~ 6,39
21	~~6,50~~ 6,25
18	~~6,21~~ 6,12
15	~~6,35~~ 6,38
12	6,38
9	6,65
6	7,40

a war oben bei Belastung

Massen

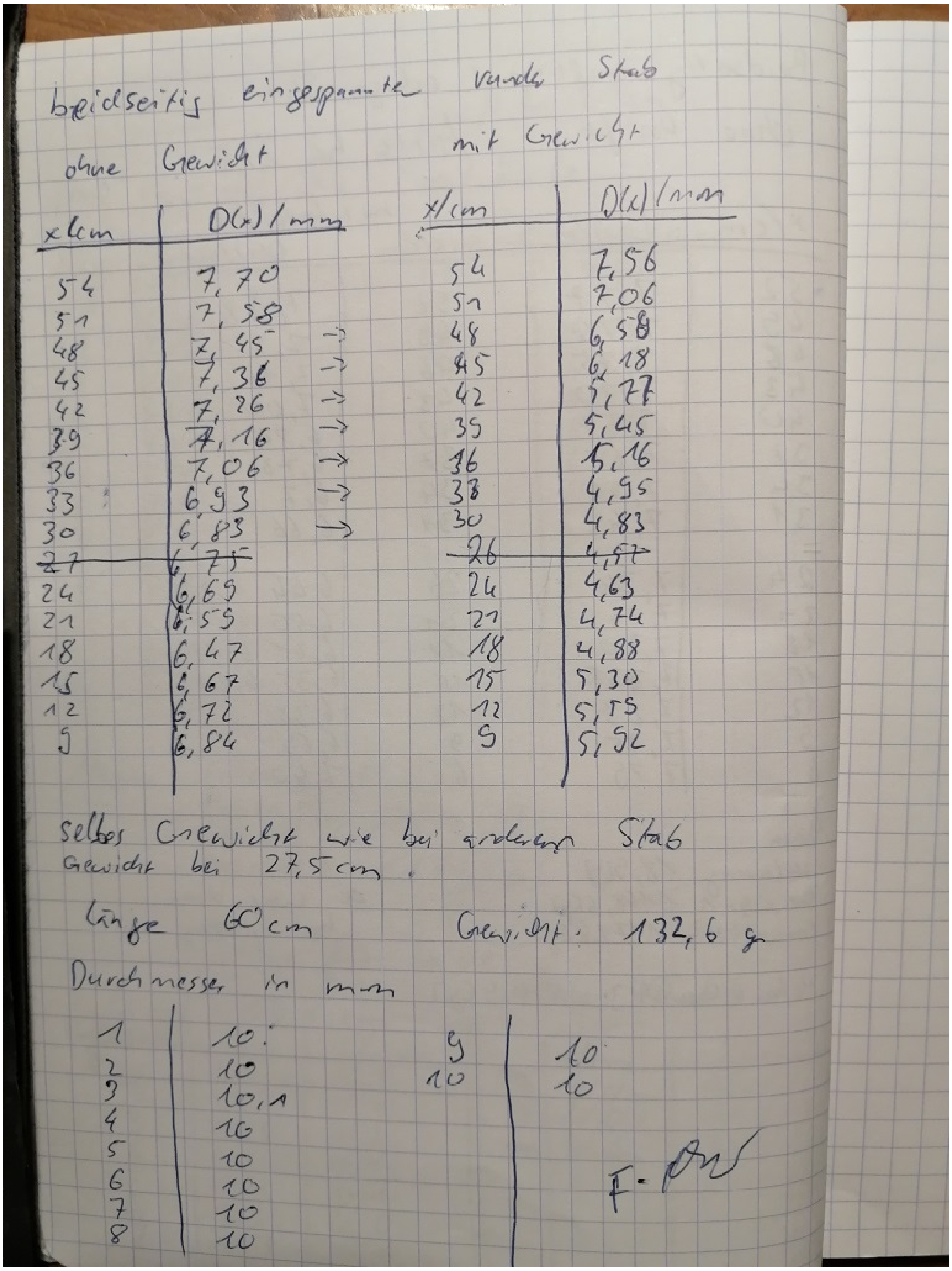
Halterung 18,5[g]

Gewicht 1 1168,6[g]

Gewicht 2 1171,8[g]

Haken + Gewicht 3 : 520,9[g]

Abbildung 14: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 3).



beidseitig eingespannter runder Stab

ohne Gewicht x/cm	D(x)/mm	mit Gewicht x/cm	D(x)/mm
54	7,70	54	7,56
51	7,58	51	7,06
48	7,45	48	6,58
45	7,36	45	6,18
42	7,26	42	5,77
39	7,16	39	5,45
36	7,06	36	5,16
33	6,93	33	4,95
30	6,83	30	4,83
~~27~~	~~6,75~~	~~26~~	~~4,67~~
24	6,69	24	4,63
21	6,59	21	4,74
18	6,47	18	4,88
15	6,67	15	5,30
12	6,72	12	5,55
9	6,84	9	5,92

selbes Gewicht wie bei anderem Stab
Gewicht bei 27,5 cm

Länge 60 cm   Gewicht: 132,6 g

Durchmesser in mm

1	10
2	10
3	10,1
4	10
5	10
6	10
7	10
8	10
9	10
10	10

F.

Abbildung 15: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 4).

Literatur

[1] TU Dortmund. *V103 - Biegung elastischer Stäbe*. 2014.

[2] *E-Modul*. URL: `tf.uni-kiel.de` (besucht am 13. 01. 2020).

[3] Manfred Hennecke Horst Czichos. *Hütte:Das Ingeniuerwissen*. 2004.

[4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[5] *Technik Tabelle*. URL: `hug-technik.com` (besucht am 13. 01. 2020).