

V301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Christopher Krause
christopher2.krause@tu-dortmund.de

Lucas Witthaus
lucas.witthaus@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.12.2017 Abgabe: 18.01.2018
Korrektur

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes einer Mo- nozelle	5
4.2 Bestimmung der Spannung und des Innenwiderstandes mit einer Gegen- spannung	6
4.3 Bestimmung der Klemmspannung und des Innenwiderstandes bei angeleg- ter Wechselspannung	8
4.4 Systematische Fehler bei der einfachen Messung der Leerlaufspannung . .	10
4.5 Bestimmung des Belastungswiderstandes und der Leistung	11
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden die Leerlaufspannungen und Innenwiderstände von verschiedenen Spannungsquellen untersucht.

2 Theorie

Eine Spannungsquelle liefert über einen endlichen Zeitraum eine konstante elektrische Leistung. Die Leerlaufspannung U_0 liegt genau dann an den Klemmen der Spannungsquelle an, wenn kein Strom fließt. Falls über einen äußeren Lastwiderstand R_a Strom fließt, so sinkt die Leerlaufspannung auf die Klemmspannung U_k ab.

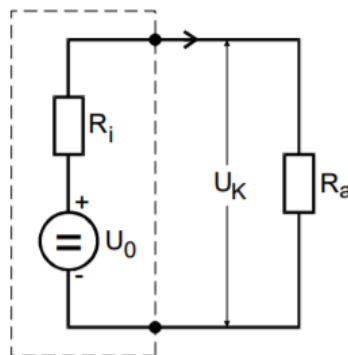


Abbildung 1: Darstellung einer Spannungsquelle mit Lastwiderstand. [1]

Dies ist mit dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz erklärbar:

$$\sum_n U_{0_n} = \sum_m R_m I_m \quad (1)$$

Mit $U_0 = IR_j + IR_a$ folgt für die Klemmspannung:

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_j \quad (2)$$

R_j ist dabei der Innenwiderstand der Spannungsquelle. Für hochohmige Voltmeter geht IR_a gegen 0 und somit U_k gegen U_0 , weshalb zur Messung der Leerlaufspannung diese verwendet werden sollten.

Der Innenwiderstand von elektrischen Generatoren ist nicht unbedingt durch einen Gleichstromwiderstand gegeben, weshalb der Innenwiderstand dann differentiell ausgedrückt wird:

$$R_j = \frac{dU_k}{dI} \quad (3)$$

Die Spannungsquelle kann wegen des Innenwiderstandes keine beliebig hohe elektrische Leistungen abgeben. Die elektrische Leistung ist gegeben durch:

$$N = I^2 R_a = N(R_a) \quad (4)$$

Für $R_a = R_j$ wird die Leistung maximal, wobei dann von Leistungsanpassung gesprochen wird.

3 Durchführung

Zu Beginn wird mit einem Voltmeter die Leerlaufspannung der Monozelle gemessen. Der Eigenwiderstand des Voltmeters wird notiert.

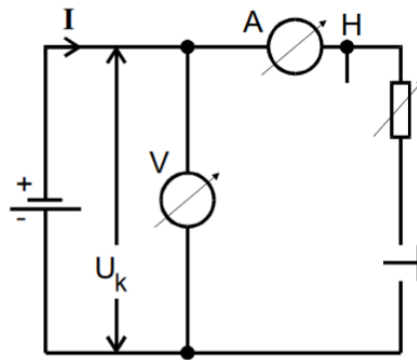


Abbildung 2: Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes. [1]

Entsprechend Abbildung 2 wird die Monozelle nun in einen Stromkreis integriert. Der eingebaute Widerstand (0Ω - 50Ω) wird stückweise variiert und die entsprechend gemessenen Werte von Stromstärke und Spannung abgelesen.

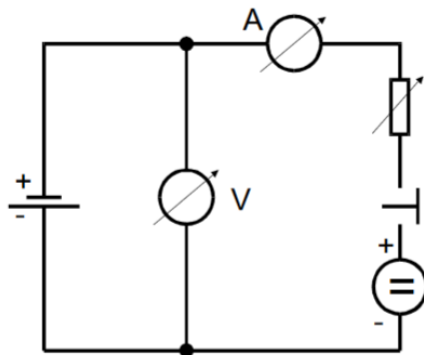


Abbildung 3: Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes mit Gegenspannung. [1]

Anschließend wird eine Gegenspannung wie in Abbildung 3 eingebunden. Die Messung von Strom und Spannung erfolgt analog.

Im letzten Teil des Versuchs wird dann wieder eine Schaltung wie in Abbildung 2 verwendet. Jedoch wird als Spannungsquelle keine Gleichspannung, sondern jeweils eine Rechteck- und eine Sinusspannung verwendet. Auch hier werden Strom und Spannung auf die gleiche Weise gemessen, jedoch werden andere Widerstände verwendet (Rechteckspannung: 20 - 250 Ω , Sinusspannung: 0,1 - 5 k Ω).

4 Auswertung

Die gemessene Leerlaufspannung der Monozelle beträgt 1,7 V. Der Innenwiderstand des Voltmeter beträgt 10 M Ω .

4.1 Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes einer Monozelle

In Tabelle 1 werden die gemessenen Spannungen U_K und die zugehörigen Stromstärken I dargestellt.

Tabelle 1: Gemessene Spannungen und Stromstärken

I/mA	U/V
80,8	0,05
75,0	0,10
70,0	0,20
65,0	0,26
60,0	0,35
50,0	0,53
40,0	0,70
30,0	0,85
20,0	1,01
15,0	1,10

Die Messwerte werden in einem Diagramm aufgetragen und eine lineare Regression wird durchgeführt. (Alle Fehler werden mit Python berechnet und alle Graphen mit Python erstellt.)

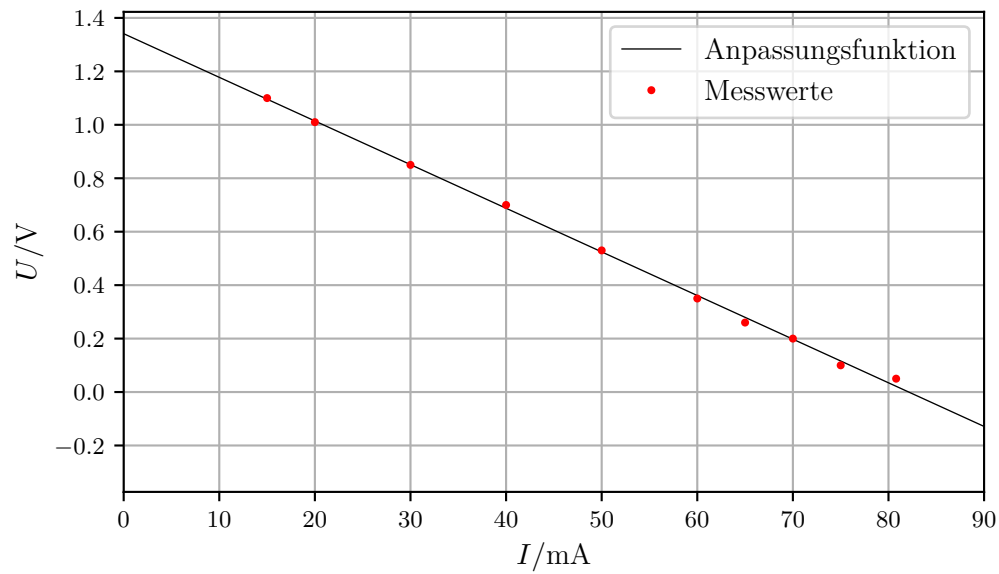


Abbildung 4: Lineare Regression von U_k in Abhängigkeit von der Stromstärke

Die Gerade kann durch die Gleichung $y = ax + b$ beschrieben werden. Die Parameter a und b betragen:

$$-a = R_i = (16,3 \pm 0,2) \, \Omega$$

$$b = U_0 = (1,34 \pm 0,01) \, \text{V}$$

4.2 Bestimmung der Spannung und des Innenwiderstandes mit einer Gegenspannung

In Tabelle 2 werden die Messwerte U_k und I bei angelegter Gegenspannung dargestellt.

Tabelle 2: Gemessene Spannungen und Stromstärken bei angelegter Gegenspannung

I/mA	U/V
23,0	2,25
29,0	2,35
30,0	2,30
35,0	2,40
40,0	2,45
46,0	2,55
49,0	2,60
55,0	2,70
65,0	2,90
70,0	2,95
80,0	3,13

Die Messwerte werden in einem Diagramm aufgetragen und eine lineare Regression wird durchgeführt.

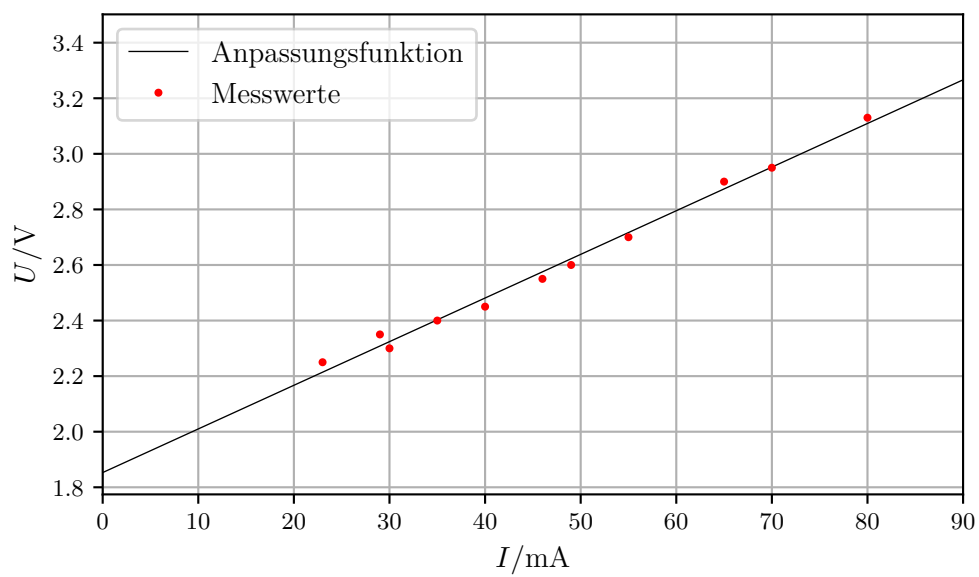


Abbildung 5: Lineare Regression von U_k in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Gegenspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung $y = cx + d$ beschrieben. Die Parameter betragen:

$$c = R_i = (15,7 \pm 0,4) \Omega$$

$$d = U_0 = (1,85 \pm 0,02) \text{ V}$$

Der Fehler der Parameter wird mit Python berechnet.

4.3 Bestimmung der Klemmspannung und des Innenwiderstandes bei angelegter Wechselspannung

Die gemessenen Spannungen und Stromstärken der Sinusspannungsquelle und der Rechteckspannungsquelle werden in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Gemessene Spannungen und Stromstärken bei angelegter Wechselspannung

Rechteckspannung		Sinusspannung	
I/mA	U/V	I/mA	U/V
8,5	0,21	1,00	0,34
8,0	0,22	0,90	0,41
7,0	0,23	0,80	0,48
6,0	0,24	0,70	0,55
5,5	0,25	0,60	0,62
5,0	0,26	0,50	0,69
4,0	0,27	0,40	0,76
3,0	0,29	0,30	0,83
2,0	0,30	0,20	0,90
1,0	0,32	0,16	0,92

Die Messwerte werden jeweils in ein Diagramm eingetragen und es wird eine lineare Regression durchgeführt.

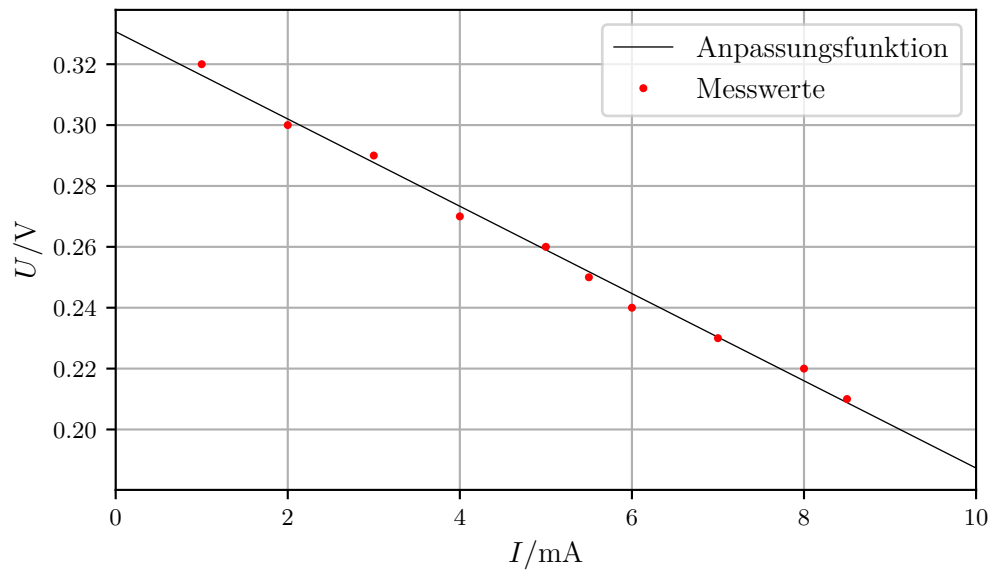


Abbildung 6: U_k in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Rechteckspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung $y = ex + f$ beschrieben. Die Parameter e und f betragen:

$$\begin{aligned}
 -e &= R_i = (14,3 \pm 0,4) \, \Omega \\
 f &= U_0 = (0,331 \pm 0,002) \, \text{V}
 \end{aligned}$$

Für die Rechteckspannung wird analog vorgegangen.

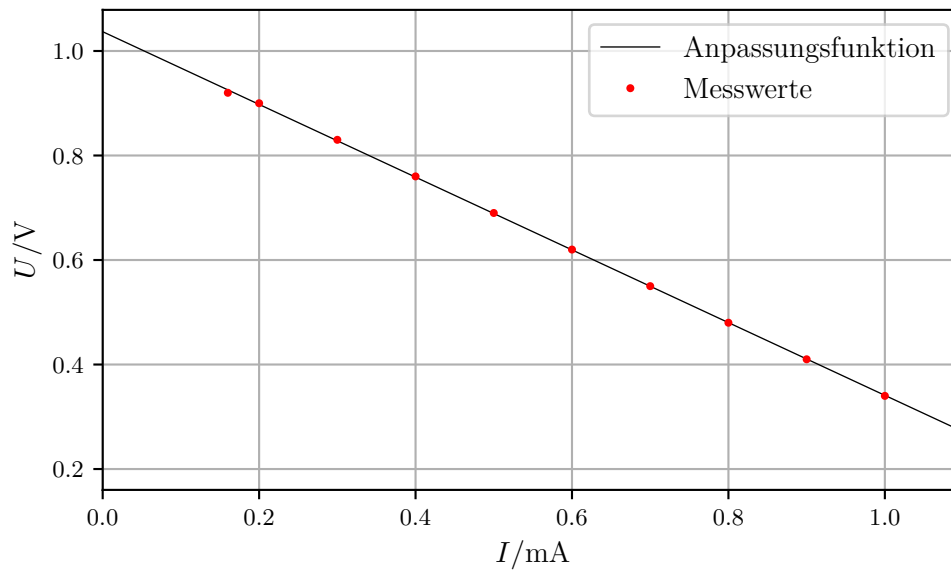


Abbildung 7: U_k in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Sinusspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung $y = gx + h$ beschrieben. Die Parameter g und h betragen:

$$g = -R_i = (696 \pm 3) \Omega$$

$$h = U_0 = (1,037 \pm 0,002) \text{ V}$$

4.4 Systematische Fehler bei der einfachen Messung der Leerlaufspannung

Zur genauen Messung der Leerlaufspannung muss der Eingangswiderstand R_V möglichst groß sein. Da dieser jedoch nicht unendlich groß sein kann, wird ein systematischer Fehler gemacht. Nach Gleichung (2) ergibt sich für die tatsächliche Leerlaufspannung:

$$U_0 = U_k + \frac{U_k R_i}{R_V}$$

U_k ist dabei nun die eigentlich gemessene Leerlaufspannung und für R_i wird der zuvor berechnete Innenwiderstand bei Gleichspannung eingesetzt. Der Fehler entspricht dann der Differenz $U_0 - U_k$ und ergibt sich zu:

$$\Delta U_0 = \frac{U_k R_i}{R_V}$$

$$\Delta U_0 = (2,771 \pm 0,034) \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Mit dem Voltmeter sollte die Spannung nicht hinter dem Amperemeter (Punkt H, siehe Abbildung 2) abgegriffen werden, da dessen Widerstand die gemessene Spannung ändert. Es würde also nicht mehr nur die Klemmspannung gemessen werden.

4.5 Bestimmung des Belastungswiderstandes und der Leistung

In Tabelle 4 werden die Leistung und der Belastungswiderstand dargestellt.

Tabelle 4: Leistung und Belastungswiderstand

P/mW	R/Ω
4.0	0.6
7.5	1.3
14.0	2.9
16.9	4.0
21.0	5.8
26.5	10.6
28	17.5
25.5	28.3
20.2	50.5
16.5	73.3

Die Leistung $P = U_k \cdot I$ wird gegen den Belastungswiderstand $R_a = \frac{U_k}{I}$ aufgetragen. Zudem wird in dem Diagramm die Theoriekurve für $P = \frac{U_0^2 R_a}{(R_a + R_i)^2}$ dargestellt.

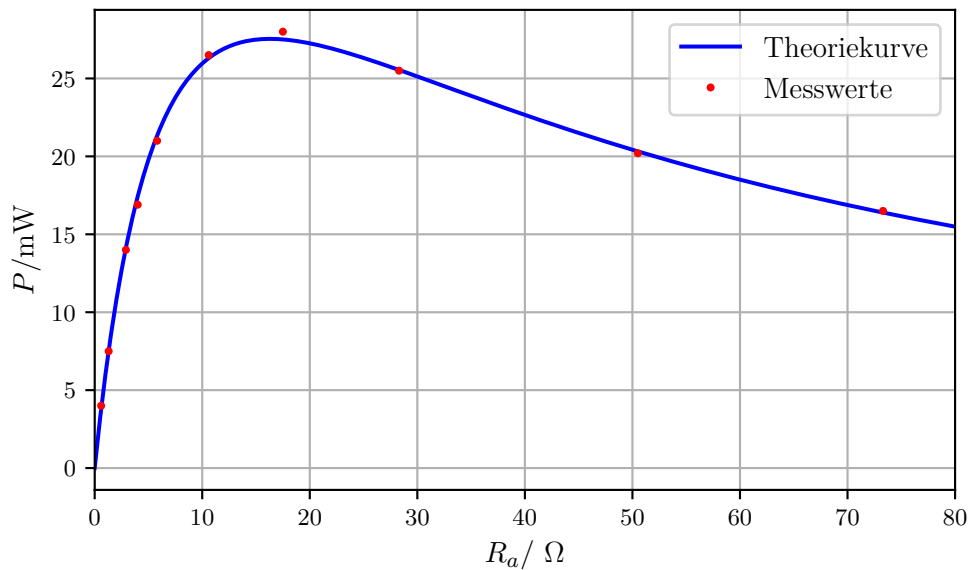


Abbildung 8: Berechnete Werte und Theoriekurve der Leistung der Monozelle

5 Diskussion

Die ermittelte Leerlaufspannung der Monozelle weicht mit 21.2% signifikant von der anfangs bestimmten Leerlaufspannung ohne Belastungswiderstand ab. Angesichts der Anzahl an Messwerten, sind statistische Fehler als primäre Fehlerquelle ausgeschlossen. Dies kann an einer ungenauen Eichung des Amperemeters liegen. Einen Vergleichswert für den Innenwiderstand gibt es nicht. Da die Messwerte präzise auf einer Geraden liegen, könnte der Widerstand eine kleine Abweichung zu dem realen Wert betragen. Das U_0 aus der zweiten Messreihe weicht um 8.8% von der anfänglich bestimmten Leerlaufspannung ab, wobei eine größere Abweichung der Messpunkte von der Regressionsgerade erkennbar ist.

Die Messpunkte bei der Rechteckspannung verhalten sich linear. Bei der Sinusspannung ist nach der Theorie nicht zwingend ein linearer Zusammenhang gegeben, jedoch weisen die Messpunkte, welche sehr präzise auf der Regressionsgeraden liegen, daraufhin.

Der berechnete systematische Fehler ist sehr klein, daraus lässt sich schließen, dass der Eingangswiderstand des Voltmeter sehr groß ist, dass damit die Leerlaufspannung mit zuverlässiger Genauigkeit gemessen werden kann.

Die Messwerte der Leistung liegen im Rahmen der Messungenauigkeit auf der Theoriekurve. Systematische Fehler sind bei der Rechnung unbedeutend klein.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung des Versuchs V301-Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. 2017.