

V401

Das Michelson-Interferometer

Philip Jaletzky
philip.jaletzky@udo.edu

Matthias Maile
matthias.maile@udo.edu

Durchführung: 04.05.2021

Abgabe: 11.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Überlagerung von Lichtwellen, Begriff der Interferenz	3
1.2	Begriff der Kohärenz	3
1.3	Funktionsweise eines Michelson-Interferometers	4
1.4	Messung des Brechungsindex n	4
2	Durchführung	6
2.1	Versuchsaufbau	6
2.2	Messvorgang	7
3	Auswertung	7
3.1	Experimentelle Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichts	7
3.2	Messung des Brechungsindex in Luft	8
4	Diskussion	9
	Literatur	9

Zielsetzung

Im Versuch zum vorliegenden Protokoll werden mit einem Michelson-Interferometer die Wellenlänge des genutzten Laserlichts und der Brechungsindex von Luft gemessen.

1 Theorie

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen des Versuchs erläutert. Zuerst werden die Phänomene der Interferenz und Kohärenz im Zusammenhang mit Lichtwellen erklärt. Anschließend werden die Funktionsweise eines Michelson-Interferometers sowie dessen Nutzung zur Bestimmung von Brechungsindexänderungen erläutert.

1.1 Überlagerung von Lichtwellen, Begriff der Interferenz

Die elektrische Feldstärke einer elektromagnetischen Welle lässt sich mit ihrer Wellenzahl k , ihrer Kreisfrequenz ω und ihrem Phasenwinkel δ als

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

darstellen.

Die Intensität I einer Lichtwelle, also der zeitliche Mittelwert der auf eine Flächeneinheit treffenden Lichtleistung, berechnet sich nach:

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

Bei der Überlagerung mehrerer Wellen lässt sich die Gesamtintensität mit

$$I_{\text{ges}} = 2 \text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (3)$$

berechnen. Es ergibt sich also der Interferenzterm $2 \text{const} \vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$, der je nach Phasenlage der beiden Wellen dazu führen kann, dass die Gesamtintensität sich um bis zu $\pm 2 \text{const} \vec{E}_0^2$ vom Mittelwert unterscheidet. Die Gesamtintensität kann, in Abhängigkeit der Phasenwinkel δ der beiden einzelnen Wellen, verschwinden. Dies ist der Fall für:

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

1.2 Begriff der Kohärenz

In der Regel treten allerdings keine Interferenzerscheinungen auf wenn sich die Wellen zweier unabhängiger Lichtquellen überlagern. Dies liegt daran, dass die Phasenwinkel δ_1 und δ_2 von 2 Lichtquellen in der Regel statistisch verteilte Funktionen der Zeit sind. Bei einer Mittelung über eine Zeit, die groß gegen die Periodendauer $2\pi/\omega$ ist, wird der Interferenzterm daher zu 0. Solches Licht ist also nicht interferenzfähig und wird auch als inkohärentes Licht bezeichnet. **Kohärentes** Licht, das zu Interferenzerscheinungen fähig ist, muss wie in Gleichung 1 durch eine Gleichung mit festen k , ω und δ darstellbar sein. Daher wird für kohärentes Licht oft Laserlicht genutzt, bei welchem die Atome Licht im Gleichtakt emittieren.

1.3 Funktionsweise eines Michelson-Interferometers

In Abbildung 1 ist der grundlegende Aufbau eines Michelson-Interferometers dargestellt. Dabei ist L die Lichtquelle, S₁ und S₂ sind die Spiegel, P ist ein semipermeabler Spiegel und D ist ein Lichtdetektor.

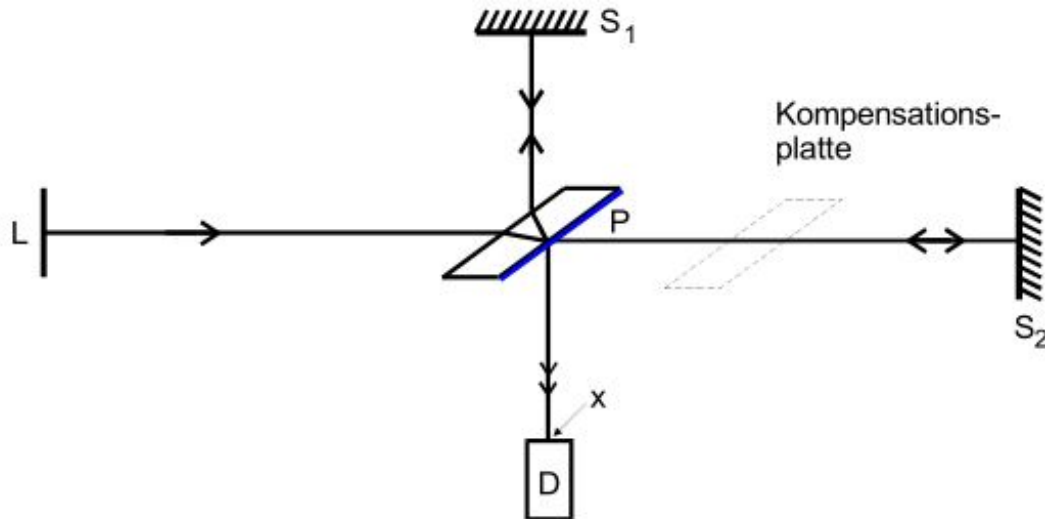


Abbildung 1: Grundlegender Aufbau eines Michelson-Interferometers [1]

Dabei sorgt die semipermeable Platte P für die Strahlteilung. So geht ein Teil des von L emitierten Lichts durch P zu S₂, während ein Strahl senkrecht auf S₁ trifft. Um die beiden Strahlenbündel kohärent zu bekommen, muss ihr optischer Wegunterschied kleiner als die Kohärenzlänge von L sein. Man erreicht dies, indem man die Strecken zwischen S₁ und P und S₂ und P praktisch gleich lang wählt (bei exakter Gleichheit betrüge der Gangunterschied $\lambda/2$, sodass sich die Strahlenbündel auslöschen würden). Dazu wird in den Strahlweg zu S₂ eine Kompensationsplatte gestellt, welche die gleiche Dicke und den gleichen Brechungsindex wie P besitzt, weil der Strahl zu S₂ P nur einmal durchläuft, während der von S₁ kommende Strahl dreimal durch P läuft bis er auf D trifft. Nun werde ein Spiegel in Strahlrichtung um das Wegstück Δd verrückt. Mit der räumlichen Periode $\lambda/2$ gilt, mit z als der Anzahl der dabei auftretenden Helligkeitsmaxima, für diese Anordnung:

$$z \cdot \frac{\lambda}{2} = \Delta d \quad (5)$$

1.4 Messung des Brechungsindex n

In Abbildung 2 ist eine Apparatur zur Messung des Brechungsindex n mit einem Michelson-Interferometer dargestellt.

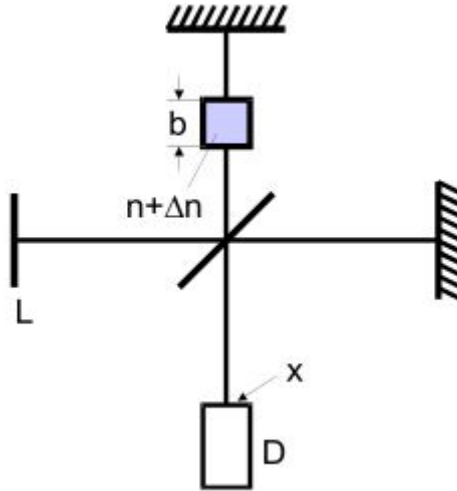


Abbildung 2: Apparatur zur Messung kleiner Brechungsindexunterschiede mit einem Michelson-Interferometer [1]

Mit dieser Messapparatur wird ein Strahlenbündel auf einem Wegstück der Länge b durch ein Medium mit dem Brechungsindex $n + \Delta n$ geschickt. Der optische Wegunterschied zwischen den beiden Strahlenbündeln entspricht dann $b\Delta n$. Verändert man nun den Brechungsindex, indem man beispielsweise den Gasdruck in der Zelle verändert, werden am Detektor z Intensitätsmaxima detektiert. $z\lambda/2$ entspricht dann der optischen Weglängenänderung, also gilt:

$$b \cdot \Delta n = z \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

Die klassische Dispersionstheorie liefert als Zusammenhang zwischen dem Brechungsindex n und der Zahl N (N = die von der Lichtwelle zu erzwungenen Schwingungen pro Volumeneinheit angeregten Dipole)

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N}. \quad (7)$$

Für Gase im Bereich des sichtbaren Lichts kann dies zu

$$n = 1 + \frac{f}{2}N - \dots \quad (8)$$

genähert werden. Außerdem wird die Gültigkeit der idealen Gasgleichung

$$pV = RT \quad (9)$$

angenommen. Die Größe $N(p, T)$ ist proportional abhängig vom Druck p und umgekehrt proportional abhängig von der Temperatur T , sodass die Zusammenhänge

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad N(p', T) = \frac{p'}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad (10)$$

gelten. Dabei ist $p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$ der Normaldruck, die Temperatur $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und N_L die Loschmidt'sche Zahl (Anzahl der Moleküle in 1 mol eines Gases). Insgesamt erhält man dann aus Gleichung 8 und Gleichung 10 für den Brechungsindex unter Normalbedingungen

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} . \quad (11)$$

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

In Abbildung 3 ist der schematische Aufbau der genutzten Messapparatur mit dem bereits beschriebenen Michelson-Interferometer dargestellt.

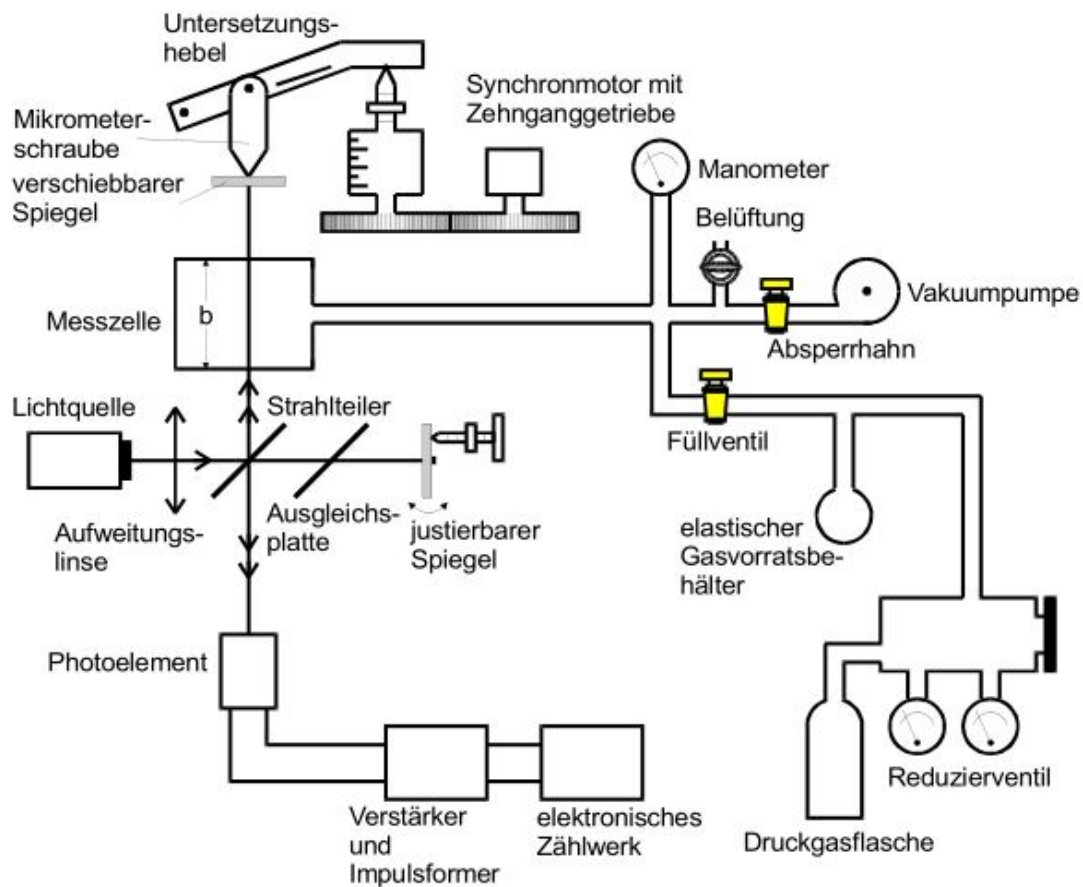


Abbildung 3: Schematischer Aufbau der genutzten Messapparatur [1]

Die Länge der Messzelle b beträgt dabei $b = 50 \text{ mm}$. Die an den Geräten ablesbare Wellenlänge des genutzten Lasers beträgt 635 nm und die Hebelübersetzung am genutzten Motor beträgt $1 : 5,046$.

2.2 Messvorgang

Vor der eigentlichen Messung wird die Messapparatur kalibriert. Dabei werden die Spiegel so ausgerichtet, dass die einzelnen zu sehenden Lichtstreifen übereinander liegen. Als Hilfe wird bei der Justierung ein weißes Blatt Papier vor den Detektor gehalten, sodass die Lichtstreifen deutlicher zu sehen sind. Für die Messung wird dann der Motor angeschaltet und eine Wegstrecke von 5 mm laufen gelassen, was an der Mikrometerschraube abgelesen wird. Dabei wird der Motor immer abwechselnd 5 mm vor und zurück laufen gelassen und anschließend wird die vom Zählwerk gemessene Anzahl an Impulsen notiert. So werden insgesamt 8 Messreihen aufgenommen.

Bei der zweiten Messung wird der Motor nicht benötigt, sondern eine Druckänderung verursacht durch die Vakuumpumpe führt zu den gemessenen Impulsen. Hier werden 16 Messwerte (8 mal aufgepumpt und 8 mal abgelassen) aus Druckänderung und gezählten Impulsen aufgenommen. Da die Vakuumpumpe per Hand bedient wird, muss bei der Versuchsdurchführung darauf geachtet werden, dass die Druckänderung nicht zu schnell geschieht damit die richtige Pulszahl gemessen wird. Die Druckänderung wird am Manometer der Vakuumpumpe abgelesen. Bei der Messung mit der Vakuumpumpe wurde die Messapparatur jeweils nach 8 und 12 aufgenommenen Messwerten neu kalibriert, um bei der Impulszählung bestmögliche Ergebnisse zu erreichen.

3 Auswertung

3.1 Experimentelle Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichts

Im ersten Versuchsteil sollte die Wellenlänge des verwendeten Lasers experimentell bestimmt werden. Dazu wurde in acht Messungen der Motor um 5 mm in eine Richtung verschoben. Mit der Hebeluntersetzung von 1:5,046 folgt die Verschiebung des Spiegels

$$d = 0,99 \text{ mm.} \quad (12)$$

Die automatische Zählung der Maxima ergab die Messwerte in Tabelle 1. Mit den Formeln

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers.

Messreihe	Anzahl Maxima
1	2371
2	2365
3	2367
4	2383
5	2364
6	2361
7	2371
8	2375

für Mittelwert und Standardabweichung folgt die gemittelte Anzahl an detektierten

Maxima

$$z = 2370 + / - 7. \quad (13)$$

Mit der in Abschnitt 1 gezeigten Formel für die Wellenlänge folgt mit linearer Fehlerfortpflanzung

$$\lambda = 2 \frac{d}{z} = (836 \pm 23) \text{ nm}. \quad (14)$$

Auf dem Etikett des Lasers war die Wellenlänge mit

$$\lambda_{\text{real}} = 635 \text{ nm} \quad (15)$$

angegeben. Mit dem letzteren Wert wird im nächsten Abschnitt gerechnet.

3.2 Messung des Brechungsindex in Luft

Im zweiten Teil soll nun der Brechungsindex von Luft bestimmt werden. Dazu wurde in einem Lichtkanal eine Messzelle mit Länge $b = 50 \text{ mm}$ eingeschoben und der Gasdruck wurde um $\Delta p = 600 \text{ torr} = 7999,32 \text{ Pa}$ herabgesetzt. Die automatische Zählung ergab die Maximaanzahl in Tabelle 2. Analog zu Unterabschnitt 3.1 folgt dann die gemittelte Zahl

Tabelle 2: Messdaten zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft, aufgeschlüsselt nach Erhöhen bzw Verringerung des Drucks. In der vierten Messreihe war beim Ablassen des Unterdrucks kein Maximum messbar, daher wurde vor der Fünften der Laser neu justiert, genauso wie vor der Siebten.

Messreihe	Maxima Abpumpen	Maxima Vakuum ablassen
1	22	28
2	22	30
3	21	22
4	18	-
5	32	31
6	33	31
7	49	42
8	52	38

der Maxima mit Standardabweichung

$$z = 38 + / - 8.$$

Mit der gegebenen Wellenlänge (vgl. Gleichung 15) folgt dann

$$\Delta n = \frac{z\lambda}{2b} = 0.00024 \pm 0.00005. \quad (16)$$

Für Normalbedingungen folgt dann der Brechungsindex unter Normalbedingung

$$n = 1 + \Delta n \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\Delta p} = 1.00033 \pm 0.00007 \quad (17)$$

Wie zuvor wurde mit Fehlerfortpflanzung nach Gauß gerechnet. Als Temperatur im Labor wurden 20°C und als Druck $p = p_0$ angenommen.

4 Diskussion

Für die Wellenlänge wurde der Wert

$$\lambda = (836 \pm 23) \text{ nm}$$

ermittelt. Dieser weist einen relativen Fehler 32% auf im Vergleich zum gegebenen Wert. Für eine exaktere Bestimmung von λ hätten in den Messungen 700 Maxima mehr detektiert werden müssen. Eine Fehlerquelle kann eine falsche Justierung des Lasers sein, wodurch der Detektor nicht jedes Maxima als solches erkannt hat.

Der Brechungsindex wurde mit

$$n = 1.00033 \pm 0.00007$$

ziemlich nah am Literaturwert [2] von

$$n_{\text{lit}} = 1.00027$$

bestimmt. Die relative Abweichung von Δn lag bei nur 11%, von n selbst im Nachkommastellenbereich. Letzteres ist der Tatsache geschuldet, dass $\Delta n \ll 1$ und $n \approx 1 + \Delta n$. Auffällig ist der massive Anstieg der Messwerte nach einer neuen Justierung des Lasers, was auch die zu niedrigen Werte im ersten Versuchsteil erklärt. Für den zweiten Versuchsteil ist auch relevant, dass die Vakuumpumpe per Hand bedient wurde, was für eine sehr ungleichmäßige Druckkurve gesorgt hat. Ein Resultat ist, dass die sehr schnell vorbei ziehenden Maxima nicht vollständig detektiert werden konnten. Außerdem sorgte die Handbedienung der Pumpe für leichte Erschütterungen am Versuchsaufbau.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung: Versuch Nr. 401, Das Michelson-Interferometer*.
- [2] Mikhail Polyanskiy. *RefractiveIndex.info*. 2021. URL: <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor> (besucht am 08.05.2021).