

# **V602 Röntgenemission und -absorption**

Tobias Rücker  
tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.05.2020, Abgabe: 19.05.2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>3</b>
4.1	Überprüfung der Bragg'schen Bedingung . . . . .	4
4.2	Emissionsspektrum von Kupfer . . . . .	6
4.3	Untersuchung der Absorptionsspektren . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>18</b>
	<b>Literatur</b>	<b>20</b>
	<b>Anhang</b>	<b>21</b>

# 1 Ziel

Absorptionsspektren bilden für die Physik und vor allem für die Astronomie eine entscheidende Rolle bei der Bestimmung der stofflichen Zusammensetzung wie der Temperatur von strahlenden Himmelskörpern. Die Kenntnis über die Absorptionsspektren verschiedener Materialien spielt also eine bedeutende Rolle. Daher werden die Absorptionsspektren verschiedener Materialien mittels einer Röntgenröhre untersucht und deren Abschirmkonstanten bestimmt.

## 2 Theorie

Zur Untersuchung von Absorptionsspektren werden Röntgenstrahlen verwendet. Diese werden erzeugt, indem Elektronen aus einer Glühkathode auf eine Anode beschleunigt werden. Das sich ergebende Spektrum besteht dabei im wesentlichen aus zwei Bestandteilen. Zum einen existiert ein kontinuierliches Bremsspektrum, welches aus der Abbremsung der Elektronen entsteht. Diese senden ein Röntgenquant aus, dessen Energie der verlorenen Energie vom Elektron entspricht. Die Energie des Röntgenquants wird dabei maximal bzw. seine Wellenlänge minimal, wenn das Elektron vollständig abgebremst wird: [1]

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $h$  das plank'sche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $e_0$  die Elektronenladung und  $U$  die angelegte Spannung, wobei  $e_0 U$  die Energie der Elektronen ist. Der andere Teil des Spektrums entsteht durch die charakteristische Strahlung des Anodenmaterials. Dieses entsteht, wenn ein Elektron ein Atom ionisiert. Dadurch fallen Elektronen von höheren Schalen auf niedrigere und senden einen Röntgenquant aus, der der Energiedifferenz der beiden Schalen entspricht [1]

$$h\nu = E_m - E_n \quad (2)$$

Hier beschreibt  $\nu$  die Frequenz des Röntgenquants,  $E$  die Energie des Elektrons auf der jeweiligen Schale. Da die Energieniveaus in Atomen quantisiert sind, bildet das charakteristische Spektrum scharfe Linien. Die Bezeichnung der einzelnen Linien erfolgt durch  $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$ . Dabei beschreibt der Buchstabe, auf welcher Schale das Elektron endet und der Index von welchem es startet.

Die einzelnen Linien besitzen bei der Messung jeweils eine gewisse Unschärfe, welche sich durch [1]

$$A = \frac{E_k}{E_{FWHM}} \quad (3)$$

berechnen lässt.  $A$  kennzeichnet dabei die Auflösung,  $E_k$  die Energie der Linie und  $E_{FWHM}$  die Halbwertsbreite des Peaks. Bei Atomen mit mehreren Elektronen in der

Hülle, schwächen diese das Coulombfeld des Atoms ab, wodurch die Energie eines Elektrons auf der n-ten Schale beschrieben wird durch [1]

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2}, \quad R_\infty = hR. \quad (4)$$

Dabei beschreibt  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  die effektive Kernladung, welche sich aus der Kernladungszahl  $z$  und der Abschirmkonstante  $\sigma$  zusammensetzt.  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$  hingegen beschreibt die Rydbergenergie und  $R$  die Rydberg-Frequenz. Allerdings lassen sich die Linien der einzelnen Übergänge in eine Feinstruktur aufspalten, wobei die einzelnen Linien nah beieinander liegen. Beim Anodenspektrum können diese aufgrund der unterliegenden Bremsstrahlung nicht aufgespalten werden.

Für die Absorption spielen besonders der Photo- und Comptoneffekt bei Röntgenstrahlen, welche kleiner als  $1 \text{ MeV}$  sind, eine bedeutende Rolle. Dabei sinkt der Absorptionskoeffizient mit wachsender Energie, bis die Energie der Photonen größer als die Bindungsenergie der Elektronen ist. Dann steigt die Funktion sprunghaft an und sinkt danach weiter. Diese Energie wird Absorptionskante genannt.

Die K-Schale besitzt dabei nur eine K-Kante, während die L-Schale durch drei L-Kanten ausgezeichnet ist. Die Bindungsenergie in der Feinstruktur wird dabei mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel berechnet [1]

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

$\alpha$  bezeichnet dabei die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante,  $j$  der Gesamtdrehimpuls und  $n$  die Hauptquantenzahl. Mithilfe der K-Kante und der Formel (5) lässt sich die Abschirmkonstante für die K-Schale bestimmen [1]

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}}, \quad (6)$$

wobei  $Z$  die Ordnungszahl ist.

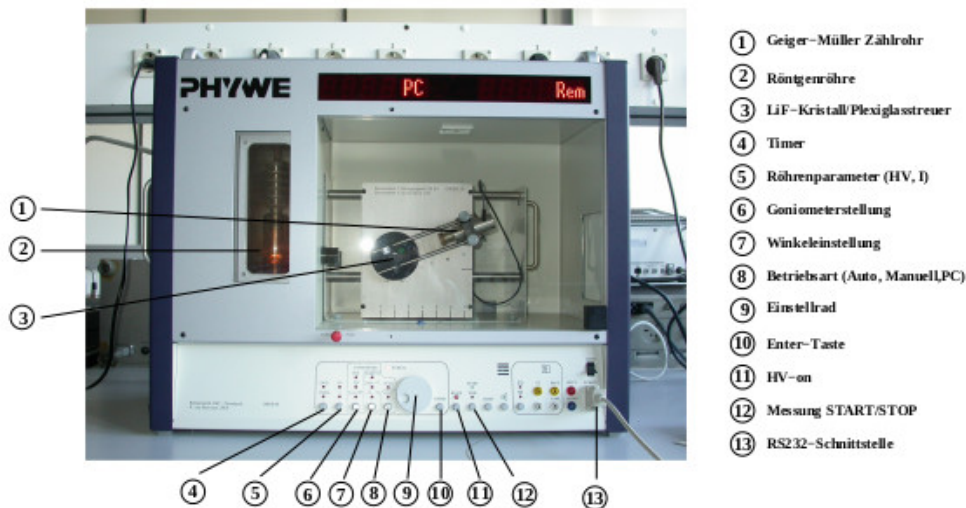
Bei der Analyse der Röntgenstrahlung wird diese mit einem LiF-Kristall abhängig von der Wellenlänge in verschiedene Winkel gestreut. Dabei wird die Streuung durch die Bragg'sche Reflexion beschrieben [1]

$$2d \sin \theta = n\lambda. \quad (7)$$

Hier ist  $d$  die Gitterkonstante und  $\theta$  der Streuwinkel.

### 3 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Der grundlegende Aufbau besteht aus dem Röntgengerät:



**Abbildung 1:** Aufbau eines Röntgengerät[2]

Alle Messungen werden dabei über dem Computer gesteuert, dort wird bei dem entsprechenden Programm das Röntgengerät ausgewählt und die Messart, der Drehmodus, den anzufahrenden Kristallwinkel und die Integrationszeit eingestellt. Die Messart wird auf Spektren gestellt und es wird kontrolliert, ob der LiF-Kristall und die 1mm Blende in den Halterungen sind und ob die Blende vor dem Geiger-Müllerzählrohr waagerecht angebracht ist.

Für die Überprüfung der Bragg-Bedingung wird der Kristallwinkel auf  $14^\circ$  gestellt und ein Winkelbereich von  $26-30^\circ$  mit einem Zuwachs von  $0,1^\circ$  eingestellt. Die Integrationszeit wird dabei auf 5 s gestellt.

Um das Emissionsspektrum der Anode zu bestimmen, wird eine Integrationszeit von 10 s und eine Schrittweite von  $0,1^\circ$  eingestellt und eine Messung im passenden Winkelbereich vorgenommen.

Für die Messung des Absorptionsspektrums wird jeweils ein Absorber vor das Geiger-Müller Zählrohr positioniert und eine Messung mit einer Integrationszeit von 20 s und einer Schrittweite von  $0,1^\circ$  durchgeführt werden. Der Meßbereich sollte dabei angepasst auf das jeweilige Material eingestellt sein. Diese Messung wird mit 5 verschiedenen Absorbern mit durchgeführt.

## 4 Auswertung

Alle Messungen sind mit einer Spannung von 35 kV, einem Amplitudenstrom von 1 mA und einem LiF-Kristall mit einer Gitterkonstante  $d$  von [1]

$$d = 201,4 \text{ pm} \quad (8)$$

durchgeführt worden. Alle Plots in der Auswertung sind mit Matplotlib [4] erstellt worden und alle Messungenauigkeiten sind mit uncertainties [6] berechnet worden.

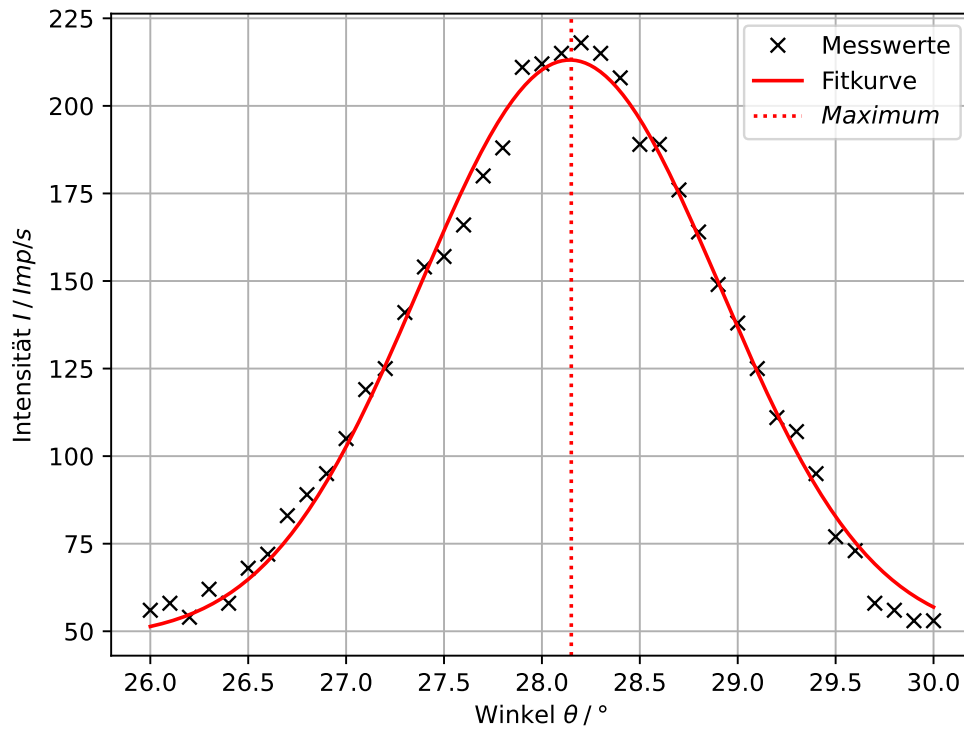
#### 4.1 Überprüfung der Bragg'schen Bedingung

Die Messwerte für die Überprüfung der Bragg'schen Bedingung sind:

**Tabelle 1:** Messwerte für die Überprüfung der Bragg'schen Bedingung

Winkel $\theta / ^\circ$	Zählrate $N / Imp/s$	Winkel $\theta / ^\circ$	Zählrate $N / Imp/s$
26,0	56,0	28,1	215,0
26,1	58,0	28,2	218,0
26,2	54,0	28,3	215,0
26,3	62,0	28,4	208,0
26,4	58,0	28,5	189,0
26,5	68,0	28,6	189,0
26,6	72,0	28,7	176,0
26,7	83,0	28,8	164,0
26,8	89,0	28,9	149,0
26,9	95,0	29,0	138,0
27,0	105,0	29,1	125,0
27,1	119,0	29,2	111,0
27,2	125,0	29,3	107,0
27,3	141,0	29,4	95,0
27,4	154,0	29,5	77,0
27,5	157,0	29,6	73,0
27,6	166,0	29,7	58,0
27,7	180,0	29,8	56,0
27,8	188,0	29,9	53,0
27,9	211,0	30,0	53,0
28,0	212,0		

Der aus den Messwerten der Tabelle 1 entstehende Plot sieht folgendermaßen aus.



**Abbildung 2:** Lage des Bragg-Peaks [4]

Der Plot ist mit curvefit aus SciPy [5] und der Funktion

$$N(\theta) = A \exp \left( - \left( \frac{\theta - B}{C} \right)^2 \right) + D \quad (9a)$$

mit den Parametern

$$A = (165,1 \pm 0,5) \text{ Hz} , \quad (9b)$$

$$B = (28,143 \pm 0,002) ^\circ, \quad (9c)$$

$$C = (1,088 \pm 0,005) ^\circ \quad \text{und} \quad (9d)$$

$$D = (48,0 \pm 0,5) \text{ Hz} \quad (9e)$$

erstellt worden.

Das Maximum der Kurve befindet sich bei  $(28,15 \pm 0,1)^\circ$ .

## 4.2 Emissionsspektrum von Kupfer

Die Tabelle 1 mit den Messwerten für das Emissionsspektrum befindet sich im Anhang.

Aus diesen Messwerten ergibt sich der Graph:

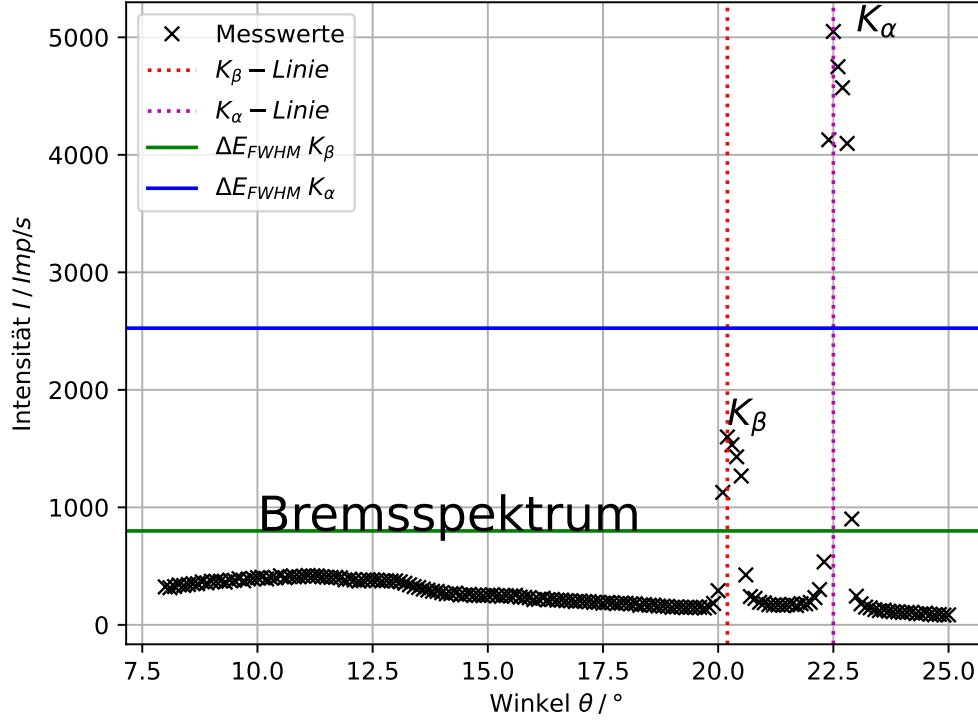


Abbildung 3: Emissionsspektrum von Kupfer[4]

Die Maxima der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie befinden sich bei:

$$K_\alpha = 22.5^\circ \pm 0.1^\circ \quad (10a)$$

$$K_\beta = 20.5^\circ \pm 0.1^\circ \quad (10b)$$

Um die Energie zu berechnen, wird die Energie eines Photons aus (2) in Abhängigkeit von der Wellenlänge gesetzt

$$E = h\nu = h \frac{\omega}{2\pi} = h \frac{c}{\lambda}. \quad (11)$$

Nun wird die Bragg'sche Bedingung (6) für  $n = 1$  eingesetzt

$$E = \frac{hc}{2d \sin(\theta)}. \quad (12)$$



Die Messungenauigkeit von E berechnet sich dabei wie folgt

$$\Delta E = \sqrt{\frac{c^2 h^2 \sigma_\theta^2 \cos^2(\theta)}{4d^2 \sin^4(\theta)}}, \quad (13)$$

wobei  $\sigma_\theta$  die Standardabweichung von  $\theta$  ist.

$$(14)$$

Damit werden die Energien für die beiden K-Linien berechnet

$$E_\alpha = (8043 \pm 34) \text{ eV} \quad (15a)$$

$$E_\beta = (8914 \pm 42) \text{ eV} . \quad (15b)$$

Die Halbwertsbreite für die beiden K-Linien ergeben sich aus dem Graphen

$$\Delta E_{FWHM,\alpha} = |E(22.85^\circ \pm 0.1^\circ) - E(22.35^\circ \pm 0.1^\circ)| = (168 \pm 48) \text{ eV} \quad \text{und} \quad (16a)$$

$$\Delta E_{FWHM,\beta} = |E(20.55^\circ \pm 0.1^\circ) - E(20.05^\circ \pm 0.1^\circ)| = (209 \pm 59) \text{ eV} . \quad (16b)$$

Die Auflösung der beiden Spektrallinien wird mit den Gleichungen 15a, 15b, 16a, 16b und 3 berechnet:

$$A_\alpha = 48 \pm 14 \quad (17a)$$

$$A_\beta = 43 \pm 12 . \quad (17b)$$

Für die Bestimmung der Abschirmkonstante von Kupfer wird Gleichung (4) verwendet. Für die Berechnung der Abschirmkonstante wird diese Gleichung nach  $\sigma_1$  umgestellt

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_{\text{abs}}}{13.6}}. \quad (18)$$

Dabei wird für die Absorptionsenergie der theoretische Literaturwert verwendet [7]. Auch die Kernzahl für Kupfer kommt aus dieser Quelle

$$E_{\text{abs}} = 8987,96 \text{ eV} \quad (19)$$

$$\sigma_1 = 3,29 . \quad (20)$$

$$(21)$$

Für die Abschirmkonstante der beiden K-Strahlen werden die Gleichungen (2), (4) und (18) benötigt

$$\sigma_{2/3} = z - \sqrt{\frac{E_{\text{abs}} - E}{13.6}} \cdot 2(\text{bzw.} \cdot 3 \text{ für } \sigma_3) \quad (22)$$

$$\sigma_2 = 12,33 \pm 0,30 \quad (23)$$

$$\sigma_3 = 22,0 \pm 2,0 . \quad (24)$$

Die Ungenauigkeit der Abschirmkonstante ergibt sich aus der Gleichung

$$\Delta\sigma_{2/3} = \sqrt{\frac{\sigma_E^2}{13.6 \cdot 4(-E + E_{abs})}} \cdot 2(\text{bzw.} \cdot 3 \text{ für } \sigma_3), \quad (25)$$

wobei  $\sigma_E$  die Standardabweichung der Energie ist.

(26)

Die theoretischen Werte der Abschirmkonstanten werden mit den theoretischen Werten [7] für die Energie der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie berechnet:

$$E_{\alpha,\text{theo}} = 8048,11 \text{ eV} \quad (27)$$

$$E_{\beta,\text{theo}} = 8906,9 \text{ eV}. \quad (28)$$

$$\sigma_{2,\text{theo}} = 12,37 \quad (29)$$

$$\sigma_{3,\text{theo}} = 21,68. \quad (30)$$

### 4.3 Untersuchung der Absorptionsspektren

Für die verschiedenen Elemente werden jeweils zuerst die Tabellen mit den Messwerten dargestellt und dann werden die Graphen abgebildet. Aus den Abbildungen werden daraufhin das Minima und Maxima der K-Kante mithilfe der Messwerte ermittelt. In den Graphen werden jeweils die Mitte der K-Kante und der dazugehörige Winkel gezeigt. Danach wird die Intensität in der Mitte der Kante über die Formel [1]

$$I_k = I_K^{\min} + \frac{I_K^{\max} - I_K^{\min}}{2} \quad (31)$$

bestimmt. Danach wird der jeweilige Winkel zur Intensität aus dem Graphen bestimmt und damit die Absorptionsenergie wie zuvor schon bestimmt.

Aus der Absorptionsenergie wird mit der Gleichung (6) die Abschirmkonstante berechnet. Die Sommerfeldsche Konstante wird dabei aus der Quelle [3] entnommen. Zuletzt wird mit den Theoriewerten für die Energie, welche aus der Quelle [7] stammen, die theoretischen Abschirmkonstanten berechnet.

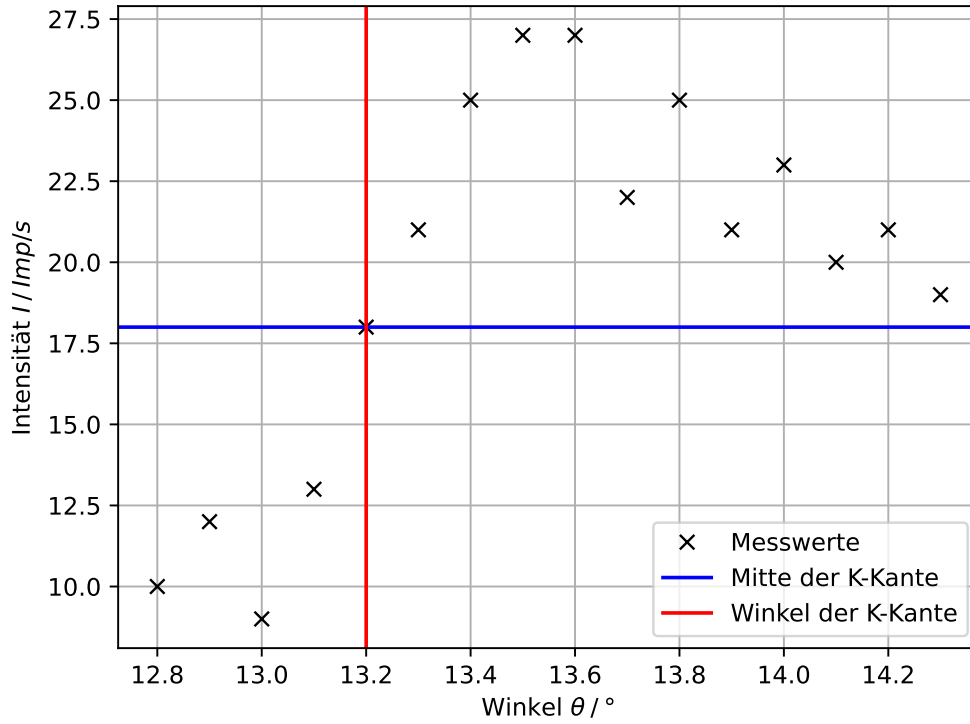
Den Anfang macht der Absorber aus Brom.

**Tabelle 2:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Brom

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
12,8	10,0	13,6	27,0
12,9	12,0	13,7	22,0
13,0	9,0	13,8	25,0
13,1	13,0	13,9	21,0
13,2	18,0	14,0	23,0

13,3	21,0	14,1	20,0
13,4	25,0	14,2	21,0
13,5	27,0	14,3	19,0

---



**Abbildung 4:** Absorptionsspektrum von Brom [4]

Das Intensitätsmaximum und -minimum für Brom liegen bei  $13^\circ$  und  $13,5^\circ$ . Dadurch liegt die Mitte der Intensität bei  $(13,2 \pm 0,1)^\circ$ . Die Energie und die Abschirmkonstante ergeben

$$E_{\text{Br}} = (13\,480 \pm 100) \text{ eV} \quad (32)$$

$$\sigma_{\text{Br}} = 3,84 \pm 0,12 \quad (33)$$

Der theoretische Wert beträgt

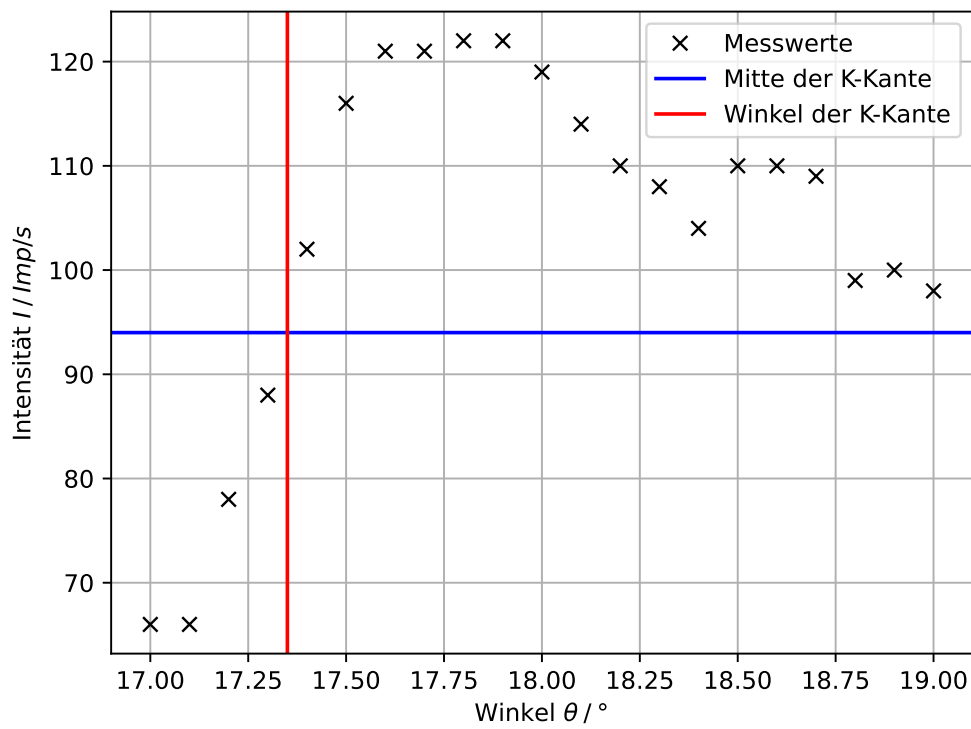
$$\sigma_{\text{Br,theo.}} = 3,83 \quad (34)$$

mit einem Energiewert von  $13\,483,86 \text{ eV}$  [7] .

Nun geht es weiter mit dem Galliumabsorber.

**Tabelle 3:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Gallium

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
17,0	66,0	18,1	114,0
17,1	66,0	18,2	110,0
17,2	78,0	18,3	108,0
17,3	88,0	18,4	104,0
17,4	102,0	18,5	110,0
17,5	116,0	18,6	110,0
17,6	121,0	18,7	109,0
17,7	121,0	18,8	99,0
17,8	122,0	18,9	100,0
17,9	122,0	19,0	98,0



**Abbildung 5:** Absorptionsspektrum von Gallium[4]

Für Gallium befindet sich das Intensitätsmaximum und -minimum bei  $17,8^\circ$  und  $17,1^\circ$ . Die Mitte der Intensität findet sich im Graph dadurch bei  $(17,35 \pm 0,1)^\circ$ . Für die

Abschirmkonstante und die Energie ergeben sich daher

$$E_{\text{Ga}} = (10\,322 \pm 58) \text{ eV} \quad (35)$$

$$\sigma_{\text{Ga}} = 3,674 \pm 0,078 . \quad (36)$$

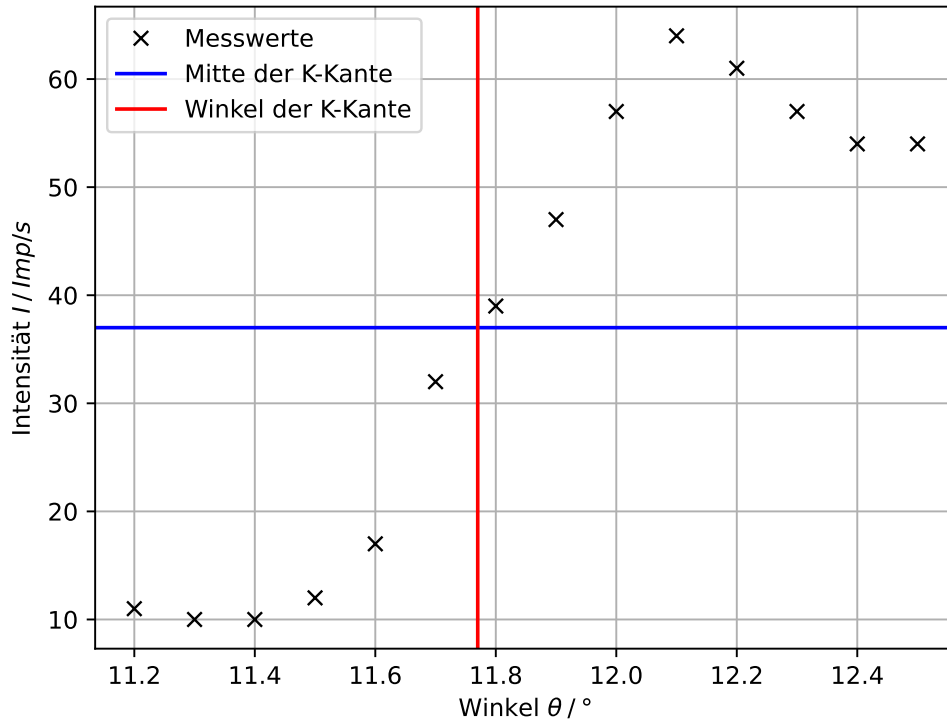
Für die theoretische Abschirmkonstante ergibt sich mit einer Energie von 10 377,76 eV [7] eine Abschirmkonstante von

$$\sigma_{\text{Ga,theo.}} = 3,60 . \quad (37)$$

Jetzt kommt die Auswertung des Absorbers aus Rubidium.

**Tabelle 4:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Rubidium

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
11,2	11,0	11,9	47,0
11,3	10,0	12,0	57,0
11,4	10,0	12,1	64,0
11,5	12,0	12,2	61,0
11,6	17,0	12,3	57,0
11,7	32,0	12,4	54,0
11,8	39,0	12,5	54,0



**Abbildung 6:** Absorptionsspektrum von Rubidium[4]

Hier bei Rubidium sind das Intensitätsmaximum und -minimum bei  $12,1^\circ$  und  $11,4^\circ$  zu finden. Für die Mitte der Intensität ergibt sich dadurch ein Wert von  $(11,77 \pm 0,1)^\circ$ . Dadurch betragen Abschirmkonstante und Energie die Werte

$$E_{\text{Rb}} = (15\,090 \pm 126) \text{ eV} \quad (38)$$

$$\sigma_{\text{Rb}} = 4,07 \pm 0,14 . \quad (39)$$

Der theoretische Wert für die Abschirmkonstante hingegen hat den Wert

$$\sigma_{\text{Rb,theo.}} = 3,93 , \quad (40)$$

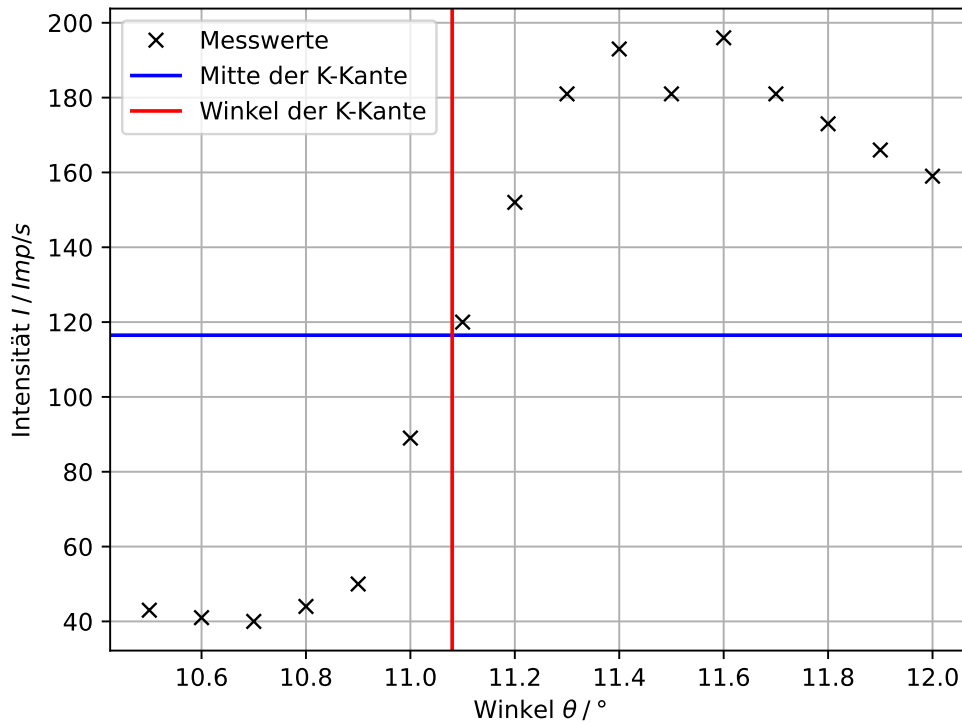
wobei die Energie  $15\,207,74 \text{ eV}$  [7] ist.

Als nächstes wird der Strontium-Absorber ausgewertet.

**Tabelle 5:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Strontium

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
10,5	43,0	11,3	181,0

10,6	41,0	11,4	193,0
10,7	40,0	11,5	181,0
10,8	44,0	11,6	196,0
10,9	50,0	11,7	181,0
11,0	89,0	11,8	173,0
11,1	120,0	11,9	166,0
11,2	152,0	12,0	159,0



**Abbildung 7:** Absorptionsspektrum von Strontium[4]

Beidem Graphe des Strontium-Absorbers finden sich das Intensitätsmaximum und -minimum der K-Kante bei den Werten  $11,4^\circ$  und  $10,7^\circ$ . Die Mitte der K-Kante befindet sich bei  $(11,08 \pm 0,1)^\circ$ . Für die Energie und die Abschirmkonstante ergibt sich dadurch

$$E_{\text{Sr}} = (16\,017 \pm 143) \text{ eV} \quad (41)$$

$$\sigma_{\text{Sr}} = 4,09 \pm 0,15 \text{ .} \quad (42)$$

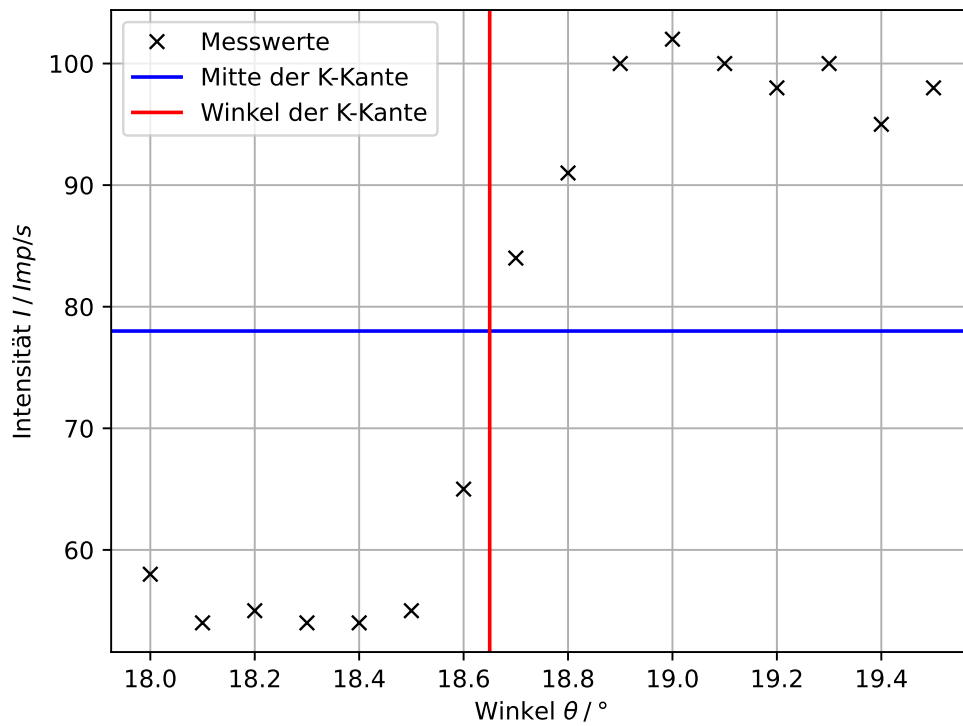
Im Vergleich dazu beträgt der theoretische Wert mit einer Energie von  $16\,115,26 \text{ eV}$  [7]

$$\sigma_{\text{Sr,theo.}} = 3,98 \text{ .} \quad (43)$$

Nun wird das ganze für den Zink-Absorber angewendet.

**Tabelle 6:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Zink

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
18,0	58,0	18,8	91,0
18,1	54,0	18,9	100,0
18,2	55,0	19,0	102,0
18,3	54,0	19,1	100,0
18,4	54,0	19,2	98,0
18,5	55,0	19,3	100,0
18,6	65,0	19,4	95,0
18,7	84,0	19,5	98,0



**Abbildung 8:** Absorptionsspektrum von Zink[4]

Aus der Graphik und den Messwerten lässt sich das Intensitätsmaximum und -minimum bei  $19,0^\circ$  und  $18,4^\circ$  bestimmen. Die Mitte der K-Kante kann bei  $(18,65 \pm 0,1)^\circ$  lokalisiert



werden. Für die Absorptionsenergie und die Abschirmkonstante bedeutet das einen Wert von

$$E_{\text{Zn}} = (9625 \pm 50) \text{ eV} \quad (44)$$

$$\sigma_{\text{Zn}} = 3,599 \pm 0,069 . \quad (45)$$

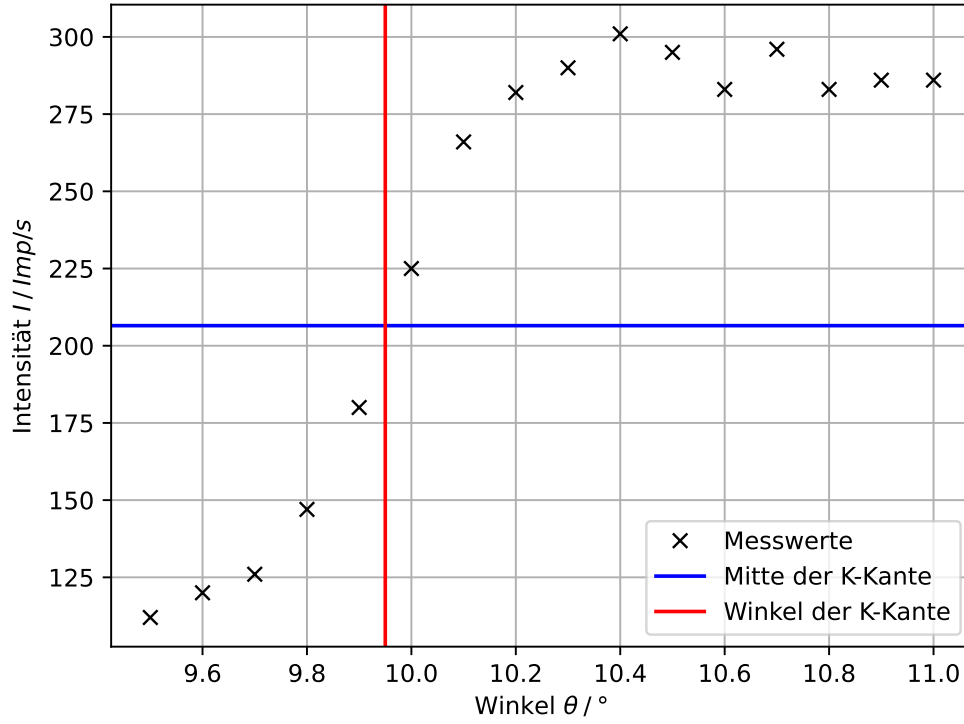
Mit einer Absorptionsenergie von 9668,55 eV [7] errechnet sich für die Absorptionskonstante ein Wert von

$$\sigma_{\text{Zn,theo.}} = 3,54 . \quad (46)$$

Zu guter letzt wird noch Zirkonium ausgewertet.

**Tabelle 7:** Messwerte für das Absorptionsspektrum von Zirkonium

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
9,5	112,0	10,3	290,0
9,6	120,0	10,4	301,0
9,7	126,0	10,5	295,0
9,8	147,0	10,6	283,0
9,9	180,0	10,7	296,0
10,0	225,0	10,8	283,0
10,1	266,0	10,9	286,0
10,2	282,0	11,0	286,0



**Abbildung 9:** Absorptionsspektrum von Zirkonium[4]

Bei Zirkonium ergeben sich für das Intensitätsmaximum und -minimum  $10,4^\circ$  und  $9,5^\circ$ . Die Mitte der K-Kante befindet sich dementsprechend bei  $(9,95 \pm 0,1)^\circ$ . Für die Absorptionsenergie und die Abschirmkonstante ergeben sich daher die Werte

$$E_{\text{Zr}} = (17\,814 \pm 177) \text{ eV} \quad (47)$$

$$\sigma_{\text{Zr}} = 4,28 \pm 0,18 . \quad (48)$$

Für den theoretischen Wert gibt das entsprechend

$$\sigma_{\text{Zr,theo.}} = 4,08 \quad (49)$$

mit einer Energie von  $18\,008,15 \text{ eV}$  [7].

Mithilfe der einzelnen Absorptionsenergien, den Kernzahlen und den Abschirmkonstanten lässt sich die Relation [1]

$$E_k = hR(z - \sigma)^2 \quad (50)$$

$$\sqrt{E_k} = \sqrt{hR}(z_{\text{eff}}) \quad (51)$$

zeigen.

Der Graph sieht dabei wie folgt aus:

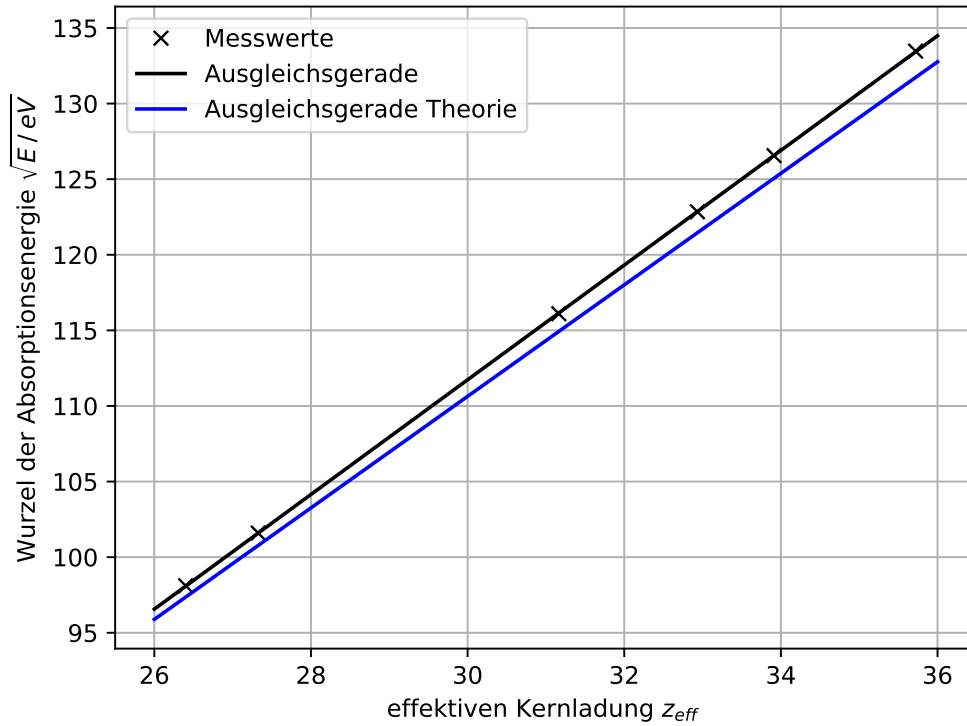


Abbildung 10: [4]

Die Parameter der Ausgleichsgeraden sind mit der Funktion polyfit aus Scipy erstellt worden und lauten

$$a = (3,7923 \pm 0,0045) \text{ eV} \quad (52)$$

$$b = (-2,04 \pm 0,14) \text{ eV} . \quad (53)$$

Die Theoriekurve wurde der Wert für  $R_\infty = hR = 13,6 \text{ eV}$  in Gleichung (50) eingesetzt und geplottet.

Aus der Steigung  $a$  lässt sich die Rydbergfrequenz  $R$  berechnen

$$R = \frac{a^2}{h} \quad (54)$$

$$R = (3,4774 \pm 0,0083) \text{ PHz} \quad (55)$$

$$R_{\text{theo}} = 3,29 \text{ PHz} . \quad (56)$$

## 5 Diskussion

In der nachfolgenden Tabelle finden sich alle zur Diskussion notwendigen Werte mitsamt ihrer Literaturwerte und der relativen Fehler aufgetragen.

**Tabelle 8:** Messwerte, Literaturwerte und ihre relativen Fehler

	Messwert	Literatur-/theo. Wert	Relativer Fehler $\frac{mess-lit}{lit}$
$\theta_{\max, \text{Bragg}}$	$(28, 15 \pm 0, 1)^\circ$	$28^\circ$	0,54 %
$E_{K_\alpha}$	$(8043 \pm 34) \text{ eV}$	8048,11 eV [7]	0,06 %
$E_{K_\beta}$	$(8914 \pm 42) \text{ eV}$	8906,9 eV [7]	0,08 %
$A_\alpha$	$48 \pm 14$	-	-
$A_\beta$	$43 \pm 12$	-	-
$\sigma_1$	-	3,29	-
$\sigma_2$	$12,33 \pm 0,30$	12,37	0,31 %
$\sigma_3$	$22,0 \pm 2,0$	21,68	1,54 %
$E_{Br}$	$(13\,480 \pm 100) \text{ eV}$	13\,483,86 eV [7]	0,03 %
$\sigma_{Br}$	$3,84 \pm 0,12$	3,83	0,13 %
$E_{Ga}$	$(10\,322 \pm 58) \text{ eV}$	10\,377,76 eV [7]	2,09 %
$\sigma_{Ga}$	$3,674 \pm 0,078$	3,60	2,09 %
$E_{Rb}$	$(15\,090 \pm 126) \text{ eV}$	15\,207,74 eV [7]	0,78 %
$\sigma_{Rb}$	$4,07 \pm 0,14$	3,93	3,34 %
$E_{Sr}$	$(16\,017 \pm 143) \text{ eV}$	16\,115,26 eV [7]	0,61 %
$\sigma_{Sr}$	$4,09 \pm 0,15$	3,98	2,68 %
$E_{Zn}$	$(9625 \pm 50) \text{ eV}$	9668,55 eV [7]	0,45 %
$\sigma_{Zn}$	$3,599 \pm 0,069$	3,54	1,70 %
$E_{Zr}$	$(17\,814 \pm 177) \text{ eV}$	18\,008,15 eV [7]	1,08 %
$\sigma_{Zr}$	$4,28 \pm 0,18$	4,08	4,88 %
$R$	$(3,4774 \pm 0,0083) \text{ PHz}$	3,29 PHz	5,75 %

Bei der Überprüfung der Bragg-Bedingung ist das Maximum bei einem Winkel von  $28,15^\circ$  ermittelt worden. Das stimmt mit dem ziemlich genau mit dem theoretischen Wert von  $28^\circ$  überein. Den theoretischen Bragg- Winkel wird durch die Verdopplung des eingestellten Kristallwinkels erhalten. Für die Messungen ist es von besonderer Bedeutung, dass die Bragg-Bedingung erfüllt ist, da selbst eine kleine Abweichung von  $3^\circ$  alle Messungen verfälschen könnte.

Bei den Energien für das Emissionsspektrum von Kupfer zeigen sich sehr geringe relative Fehler auf, was bedeutet, dass das Spektrum bei der Messung in keiner Form verfälscht ist. Das Auflösungsvermögen der einzelnen charakteristischen Linie zeigt allerdings eine Messungenauigkeit im gleichen Größenbereich auf. Dadurch ist es schwer zu sagen, wie zuverlässig diese Angabe ist. Der hohe Fehler könnte durch den sehr großen Messbereich

stammen, wodurch die genaue Bestimmung der Halbwertsbreite nicht einfach ist. Auch der vorliegende Untergrund durch die Bremsstrahlung verschiebt die eigentliche Halbwertsbreite, wodurch sie kaum aussagekräftig ist.

Die Abschirmkonstanten von Kupfer in der Tabelle 8 für die  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie zeigen im Vergleich zu den Literaturwerten nur geringe relative Fehler auf. Die Literaturwerte liegen dabei innerhalb der jeweiligen Fehlerintervalle. Die Messung der Absorptionskante konnte dabei nicht mit der vorliegenden Apparatur bestimmt werden, weshalb zu Berechnung der anderen beiden Abschirmkonstante der Literaturwert verwendet worden ist.

Die einzelnen Absorptionsenergien und Abschirmkonstanten der verschiedenen haben relativ geringe Fehler und bei den meistens liegen die Literaturwerte innerhalb der Fehlergrenzen der einzelnen Werte. Die existierenden Fehler können statistische Fehler sein. Zudem ist bei der Auswertung mit der Bragg- Bedingung nur die 1. Ordnung betrachtet worden, was zusätzliche Strahlung höherer Ordnung damit nicht einbezogen hat. Der höchste Fehler unter diesen liegt bei der Abschirmkonstante von Zirkonium vor mit 4,88%. Die Bestimmung der Rydbergfrequenz hat ebenso eine relativ geringe Abweichung, womit das Moseleysche Gesetz (50) bestätigt wird. Der vorhandene Fehler entsteht durch die bereits vorhandenen Fehler der einzelnen Energien und hängt direkt mit deren Fehlern zusammen.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.602 Röntgenemission und -absorption. 2020.
- [2] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.603 Compton-Effekt. 2020.
- [3] Hans Ertel. „Über die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante“. In: Zeitschrift für Physik 95.11-12 (1935), S. 775–777.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] National Institut of Standards und Technology. X-Ray Transition Energies Database. <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>. [Online; besucht am 04. Mai 2020]. 2020.

## Anhang

**Tabelle 9:** Messwerte für das Emissionsspektrum von Kupfer

Winkel $\theta / ^\circ$	Zählrate $N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
8,0	323	13,7	296	19,4	150
8,1	316	13,8	286	19,5	148
8,2	326	13,9	285	19,6	149
8,3	340	14,0	274	19,7	143
8,4	335	14,1	264	19,8	153
8,5	343	14,2	266	19,9	182
8,6	350	14,3	270	20,0	291
8,7	350	14,4	255	20,1	1127
8,8	366	14,5	255	20,2	1599
8,9	357	14,6	260	20,3	1533
9,0	371	14,7	251	20,4	1430
9,1	371	14,8	250	20,5	1267
9,2	372	14,9	248	20,6	425
9,3	364	15,0	253	20,7	241
9,4	381	15,1	257	20,8	225
9,5	379	15,2	248	20,9	192
9,6	393	15,3	242	21,0	188
9,7	375	15,4	249	21,1	172
9,8	391	15,5	246	21,2	168
9,9	395	15,6	252	21,3	169
10,0	402	15,7	236	21,4	166
10,1	405	15,8	234	21,5	170
10,2	390	15,9	231	21,6	174
10,3	398	16,0	215	21,7	164
10,4	400	16,1	217	21,8	180
10,5	418	16,2	227	21,9	179
10,6	401	16,3	214	22,0	191
10,7	410	16,4	217	22,1	232
10,8	408	16,5	210	22,2	300
10,9	409	16,6	211	22,3	536
11,0	414	16,7	206	22,4	4128
11,1	420	16,8	205	22,5	5050
11,2	417	16,9	198	22,6	4750
11,3	417	17,0	203	22,7	4571
11,4	409	17,1	199	22,8	4097
11,5	406	17,2	198	22,9	901
11,6	404	17,3	191	23,0	244
11,7	405	17,4	192	23,1	179

11,8	400	17,5	184	23,2	151
11,9	383	17,6	191	23,3	145
12,0	389	17,7	188	23,4	130
12,1	382	17,8	181	23,5	121
12,2	372	17,9	185	23,6	126
12,3	376	18,0	184	23,7	117
12,4	385	18,1	179	23,8	112
12,5	384	18,2	180	23,9	110
12,6	382	18,3	166	24,0	105
12,7	373	18,4	173	24,1	106
12,8	376	18,5	167	24,2	107
12,9	373	18,6	169	24,3	95
13,0	375	18,7	160	24,4	94
13,1	366	18,8	159	24,5	100
13,2	354	18,9	157	24,6	91
13,3	341	19,0	149	24,7	85
13,4	326	19,1	153	24,8	88
13,5	318	19,2	150	24,9	83
13,6	305	19,3	147	25,0	85

---