

V406

Beugung am Spalt

Jannis Vornholt

Mirjam Prayer

Durchführung: 25.05.2021

Abgabe: 01.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	7
3	Auswertung	7
3.1	Beugung am Parallelspalt	7
3.2	Beugung am Doppelspalt	10
4	Diskussion	13
4.1	Fehlerrechnung	13
4.2	Einzelspalt	13
4.3	Doppelspalt	13
	Literatur	13

1 Theorie

Das Ziel dieses Versuchs ist es, einen Zusammenhang zwischen Beugungsmuster und dem beugenden Objekt herzustellen. Als Beugung wird das Verhalten des Lichts beschrieben, welches von der Geometrischen Optik abweicht, wenn das Licht durch Öffnungen eines Schirms oder auf undurchlässige Hindernisse trifft. Dabei müssen die Abmessungen kleiner sein, als der Strahlendurchmesser des Lichts. Dieses Phänomen lässt sich nicht mehr durch die Annahme beschreiben, Licht sei ein Teilchen. Stattdessen wird es, wenn viele Lichtquanten beobachtet werden, gut durch die Annahme, Licht sei eine Welle, beschrieben.

Parallelschlitz Es gibt generell zwei mögliche Versuchsanordnungen, die Fresnelsche und die Fraunhofersche Lichtbeugung. Bei der fresnelschen Beugung liegen sowohl die Lichtquelle als auch der Beobachtungspunkt im endlichen Bereich. Das hat zur Folge, dass die Lichtstrahlen die an einem Punkt beobachtet werden verschiedene Beugungswinkel haben. Bei diesem Versuch wird die Fraunhofersche Beugung verwendet, da diese mathematisch einfacher ist als die Fresnelsche Beugung. Das bedeutet, dass sowohl die Lichtquelle, als auch der Aufpunkt im unendlichen liegen und somit der Beugungswinkel für alle Lichtstrahlen eines Beobachtungspunktes gleich ist. Die in Z-Richtung einfallende Welle mit der Feldstärke A pro Längeneinheit der Wellenfront wird nun wie folgt beschrieben

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right). \quad (1)$$

Der verwendete Schlitz hat die Breite b und eine Länge die groß gegen b ist. Die Begrenzung des Lichtbündels liegt also nur in der X-Koordinate. Der Beobachtungsort wird in einer Entfernung zum Schlitz gewählt, die sehr groß gegen die Schlitzbreite ist. Durch Kombination des Huygensschen Prinzips der Elementarwellen und dem Interferenzprinzips, entsteht die Annahme, der zu beobachtende Schwingungszustand an einem einzelnen Punkt, ist gegeben durch die Überlagerung aller Elementarwellen, die zum selben Zeitpunkt im entsprechenden Punkt ankommen. Abbildung 1 veranschaulicht den Gedanken der Fraunhoferschen Beugung schematisch.

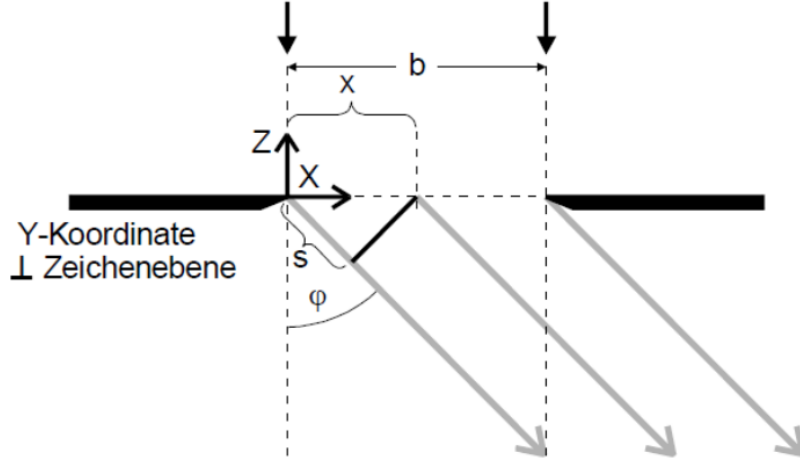


Abbildung 1: Skizze der Fraunhoferschen Beugung [1].

Diese einzelnen Elementarwellen sind in Abbildung 1 als Strahlen dargestellt. Weiter ist zu erkennen, dass eben jene Elementarwellen die zum selben Zeitpunkt den Beobachtungspunkt erreichen und um die Entfernung x im Spalt auseinander liegen, sich durch den Wegunterschied s unterscheiden. Da nun von infinitesimale kleinen abständen dx ausgegangen wird, ergibt sich für die Amplitud B eine Integration über die gesamte Spaltbreite

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \int_0^b \exp \left(\frac{2\pi i x \sin \phi}{\lambda} \right) dx, \quad (2)$$

woraus sich wiederum nach der Integration und Umformen

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left(\frac{\pi i b \sin \phi}{\lambda} \right) \cdot \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \sin \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right), \quad (3)$$

ergibt. Die beiden Exponentialfunktionen stellen Phasenfunktionen dar, sind daher für die experimentelle Überprüfung irrelevant. Dafür ergibt sich dann

$$B(\phi) = A_0 b \frac{\sin \nu}{\nu}, \quad (4)$$

mit $\nu := \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda}$. Die Funktion ist in Abbildung 2 dargestellt und hat die Nullstellen bei

$$\sin \phi_n = \pm n \frac{\lambda}{b}. \quad (5)$$

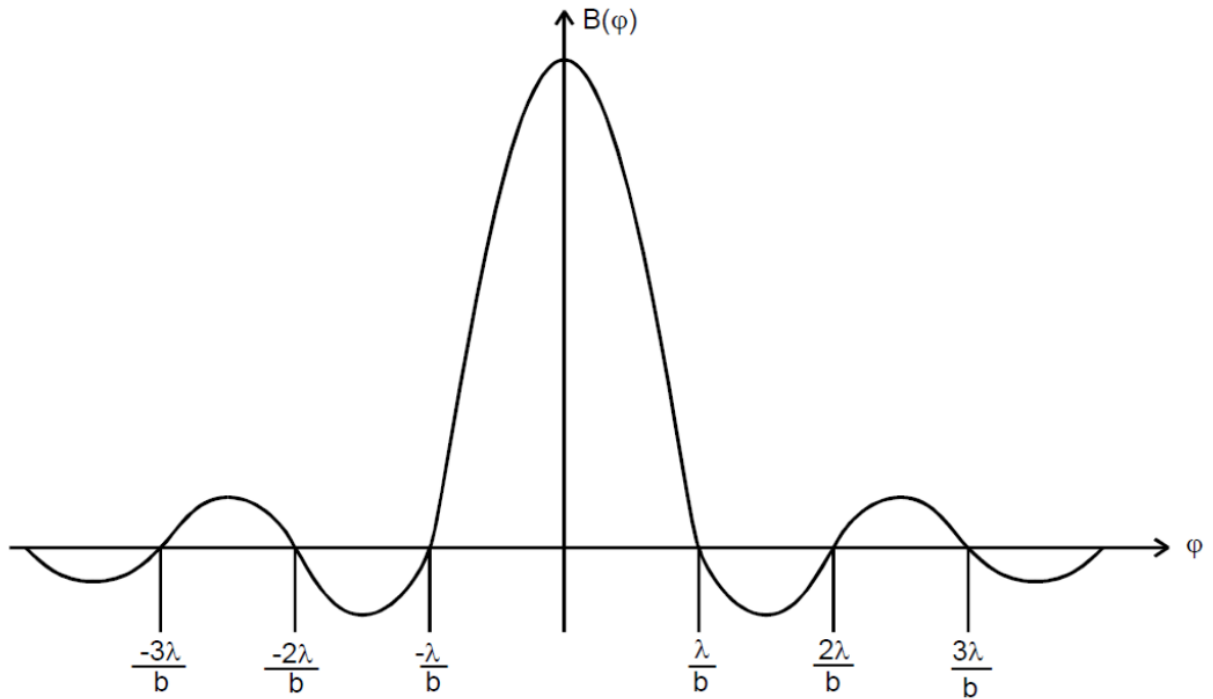


Abbildung 2: Graphische Darstellung der Amplitudenfunktion $B(\phi)$ [1].

Die Lichtfrequenz der Lichtwelle $\omega = 10^{14}$ bis 10^{15} Hz, ist zu hoch für eine unmittelbare Messung, weshalb der Mittelwert der Intensität $I(\phi)$ bestimmt wird. Für die Intensität gilt

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right). \quad (6)$$

Beugung am Doppelspalt Die Intensitätsverteilung $I(\phi)$ bei einer Beugung am Doppelspalt kann als Überlagerung zweier Beugungen an je einem Spalt der Breite b mit Abstand s , wie in Abb 3 dargestellt, betrachtet werden. Trifft paralleles Licht der Wellenlänge λ auf den Doppelspalt, ist die Intensitätsverteilung durch

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin \phi}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \quad (7)$$

gegeben.

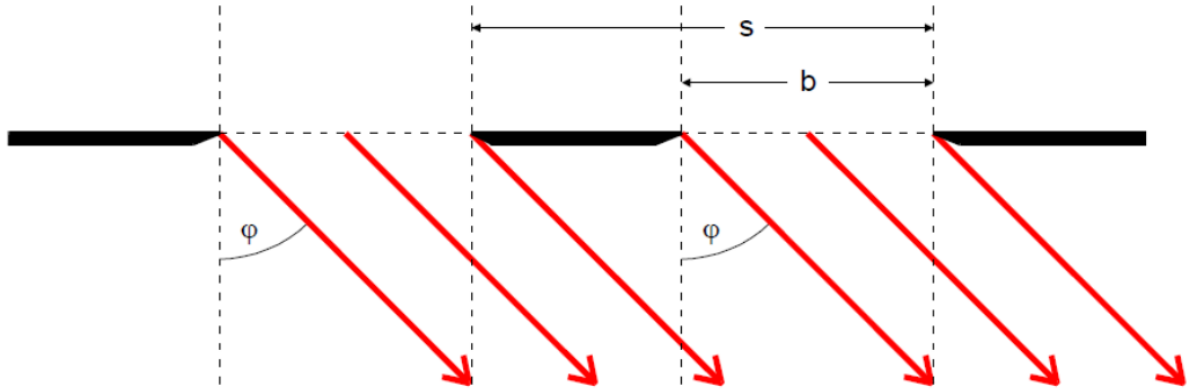


Abbildung 3: Beugung am Doppelspalt [1].

Fraunhofersche Beugung und Fourier-Transformation Die Fouriertransformierte einer Funktion $f(x)$ ist gegeben durch

$$g(\xi) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{ix\xi} dx. \quad (8)$$

Es zeigt sich, dass $B(\phi)$ als Fourier-Transformierte der Aperturfunktion dargestellt werden kann. In diesem Beispiel ist die Aperturfunktion $f(x) = A_0$ für $0 \leq x \leq b$ und sonst null. Daraus ergibt sich durch eben jene Fourier-Transformation

$$g(\xi) = \frac{2A_0}{\xi} \exp\left(\frac{i\xi b}{2}\right) \sin \frac{\xi b}{2}, \quad (9)$$

mit

$$\xi := \frac{2\pi \sin \phi}{\lambda}. \quad (10)$$

Da die Fourier-Transformierte umkehrbar ist, kann ebenso von der Amplitudenfunktion der Gestalt $f(x)$ auf das brechende Objekt geschlossen werden.

2 Durchführung

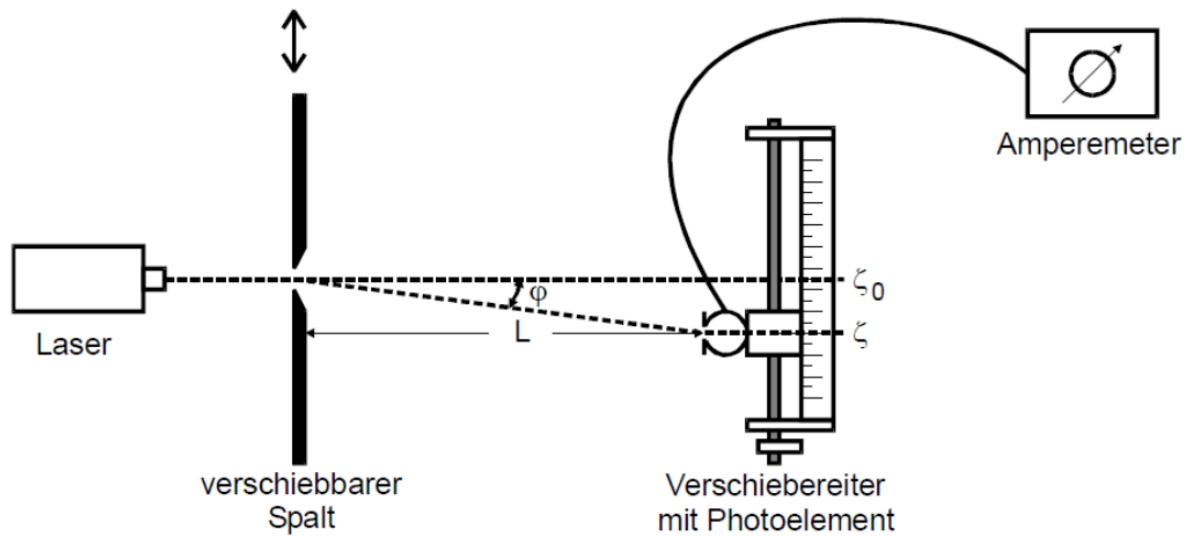


Abbildung 4: Versuchsaufbau [1].

Für den Versuch wird der Versuchsaufbau wie in Abbildung 4 dargestellt, aufgebaut. Allerdings wird kein verschiebbarer Spalt benutzt, sondern Spalt-Schablonen. Als erstes wird der Dunkelstrom gemessen, dafür wird das Amperemeter auf plus gestellt. Nachdem dies gemacht wurde, wird das Amperemeter wieder auf minus gestellt und ein Einfachspalt eingehängt, dann wird mit Hilfe des Amperemeters das Maximum gesucht. Vom Ort des Maximums wird die Messapertur je um einen Millimeter verschoben bis zum Ende der Skala bei 5cm. Nach jedem Verstellen wird der Wert auf dem Amperemeter notiert. Danach wird wieder vom Maximum aus in ein Millimeter schritten verstellt, allerdings in die andere Richtung bis zum Ende der Skala bei 0cm. Es werden wieder pro Schritt die Messwerte notiert. Anschließend wird ein Doppelspalt eingehangen und die Prozedur wie beim Einfachspalt durchgeführt.

3 Auswertung

3.1 Beugung am Parallelschlitz

Für einen 0,15 mm breiten Einfachspalt, der in 1,047 m Entfernung vom Schirm aufgestellt wird, wurden die folgenden Messdaten aufgenommen:

Tabelle 1: Messwerte des Parallelspaltes

Abstand vom Hauptmaximum [m]	Intensität [A]
-0.026	-2.27e-09
-0.025	-2.27e-09
-0.024	7.73e-09
-0.023	-2.27e-09
-0.022	-2.27e-09
-0.021	7.73e-09
-0.02	1.9773e-07
-0.019	7.73e-09
-0.018	-2.27e-09
-0.017	7.73e-09
-0.016	4.9773e-07
-0.015	4.9773e-07
-0.014	-2.27e-09
-0.013	7.73e-09
-0.012	9.9773e-07
-0.011	1.49773e-06
-0.01	9.9773e-07
-0.009	4.9773e-07
-0.008	2.49773e-06
-0.007	5.49773e-06
-0.006	4.49773e-06
-0.005	9.9773e-07
-0.004	3.99773e-06
-0.003	2.19977e-05
-0.002	6.09977e-05
-0.001	9.49977e-05
0	0.000129998
0.001	9.49977e-05
0.002	4.39977e-05
0.003	1.29977e-05
0.004	4.99773e-06
0.005	2.99773e-06
0.006	4.99773e-06
0.007	2.49773e-06
0.008	9.9773e-07
0.009	6.9773e-07
0.01	1.49773e-06
0.011	1.49773e-06
0.012	4.9773e-07
0.013	2.4773e-07

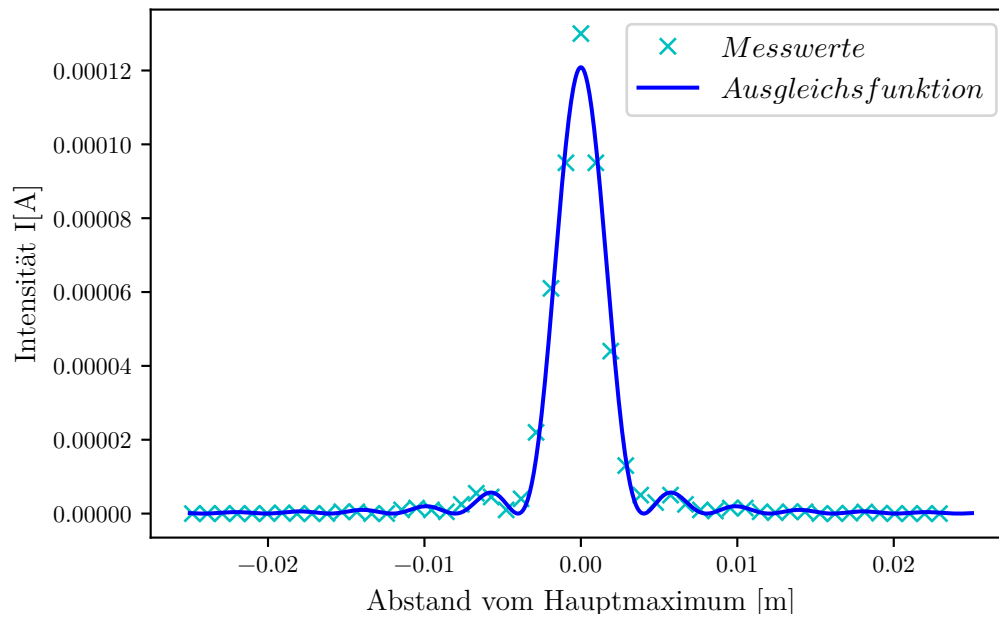
Tabelle 2: Messwerte des Parallelspaltes

Abstand vom Hauptmaximum [m]	Intensität [A]
0.014	4.9773e-07
0.015	4.9773e-07
0.016	-2.27e-09
0.017	-2.27e-09
0.018	9.773e-08
0.019	4.4773e-07
0.02	9.773e-08
0.021	-2.27e-09
0.022	-2.27e-09
0.023	-2.27e-09
0.024	-2.27e-09

Bei diesen wird der Dunkelstrom abgezogen, weshalb manche Werte ins Negative geraten. Um den Winkel ϕ zu erhalten, wird der geometrische Zusammenhang

$$\tan \phi = \frac{a}{l}$$

verwendet, wobei a den Abstand vom Hauptmaximum und l den Abstand des Schirmes zur Blende kennzeichnet.

**Abbildung 5:** Messwerte des Einfachspaltes

Die Daten werden durch die Funktion 6

$$I = A_0^2 \cdot b^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \sin \pi b \left(\sin \frac{\phi}{\lambda} \right)^2$$

angenähert. Diese ist in zusammen mit den Messwerten in Abbildung 5 dargestellt. Die für die Koeffizienten ermittelten Werte lauten:

$$A_0 = 69.8477 \pm 1.009 \frac{\text{A}}{\text{mm}}$$

$$b = (157.4 \pm 2.63) \cdot 10^{-6} \text{m}$$

3.2 Beugung am Doppelspalt

Die gemessenen Werte für den Doppelspalt lauten:

Tabelle 3: Messwerte des Doppelspaltes

Abstand vom Hauptmaximum [m]	Intensität [A]
-0.026	8.99773e-06
-0.025	5.99773e-06
-0.024	4.9773e-07
-0.023	1.49773e-06
-0.022	1.09977e-05
-0.021	1.04977e-05
-0.02	1.49773e-06
-0.019	2.49773e-06
-0.018	1.39977e-05
-0.017	1.69977e-05
-0.016	1.99773e-06
-0.015	2.99773e-06
-0.014	2.04977e-05
-0.013	2.39977e-05
-0.012	4.49773e-06
-0.011	6.49773e-06
-0.01	3.39977e-05
-0.009	5.99977e-05
-0.008	2.99773e-06
-0.007	9.99773e-06
-0.006	2.49977e-05
-0.005	1.44773e-06
-0.004	1.89977e-05
-0.003	4.79977e-05
-0.002	0.000259998
-0.001	0.0023
0	0.003

Tabelle 4: Messwerte des Parallelspaltes

Abstand vom Hauptmaximum [m]	Intensität [A]
0.001	0.000469998
0.002	0.000269998
0.003	0.000799998
0.004	7.99977e-05
0.005	1.89977e-05
0.006	2.19977e-05
0.007	8.79977e-05
0.008	2.19977e-05
0.009	1.29977e-05
0.01	6.99773e-06
0.011	4.79977e-05
0.012	1.39977e-05
0.013	7.49773e-06
0.014	5.99773e-06
0.015	9.99773e-06
0.016	5.99773e-06
0.017	3.74773e-06
0.018	1.99773e-06
0.019	6.99773e-06
0.02	4.99773e-06
0.021	1.99773e-06
0.022	9.9773e-07
0.023	6.99773e-06
0.024	2.99773e-06

Diese Daten wurden anhand der in der Theorie hergeleiteten Formel

$$I = A_0^2 \cdot \cos \frac{\pi s \sin \phi}{\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \left(\sin \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right)^2$$

ausgewertet und werden in der folgenden Abbildung dargestellt Die aus der Ausgleichsrechnung gewonnenen Koeffizienten lauten:

$$\begin{aligned} A_0 &= (0,0543 \pm 0,0020) \frac{\text{A}}{\text{mm}} \\ b &= (1.38 \pm 0.45) \cdot 10^{-4} \text{m} \\ s &= (4.98 \pm 0.1) \cdot 10^{-4} \text{m} \end{aligned}$$

In Abbildung 7 ist ein Vergleich der Intensität des Einzelspaltes mit der Intensitätsverteilung des Doppelspaltes zu sehen.

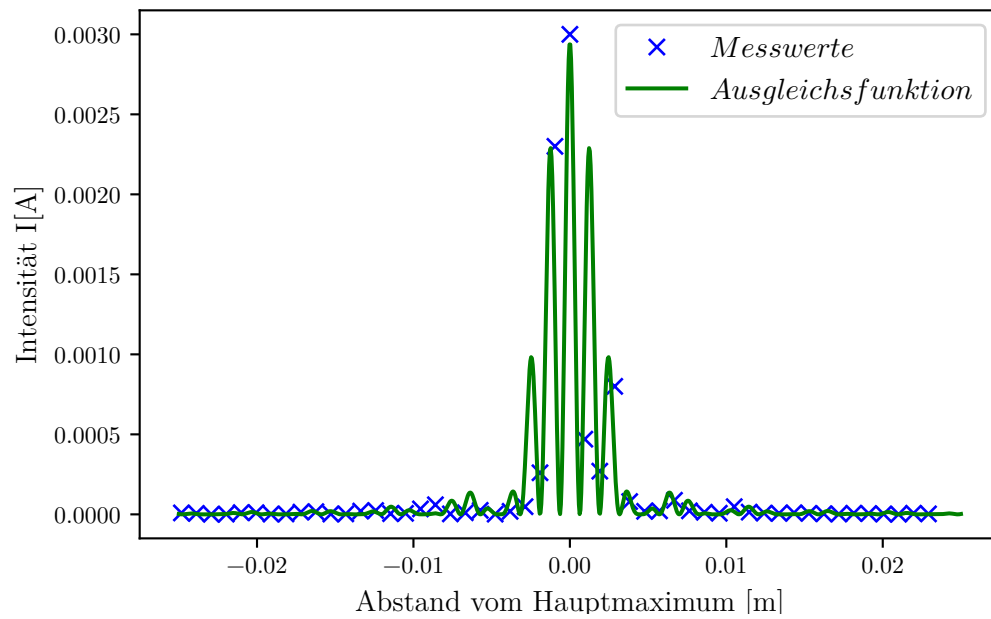


Abbildung 6: Messdaten des Doppelspaltes

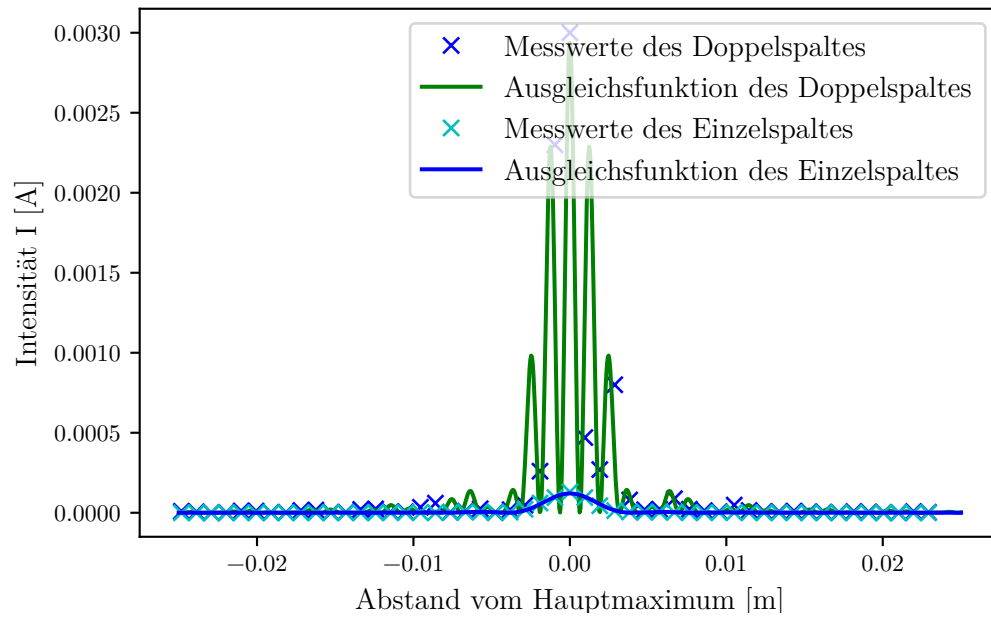


Abbildung 7: Kurven des Doppelspaltes und des Einfachspaltes

4 Diskussion

4.1 Fehlerrechnung

Zur Bestimmung der relativen Fehler wurde die Formeln

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{x_{theo} - x_{ex}}{x_{theo}}$$

verwendet, wobei x_{theo} die Herstellerangaben darstellen und x_{ex} die experimentell bestimmten Werte.

4.2 Einzelspalt

Der Hersteller gibt für den Einzelspalt eine Breite von 0.15 mm an. In der Auswertung wird die Spaltbreite zu 0.157 mm bestimmt. Somit liegt eine Abweichung um 4.7% vor. Er zeigt, dass die Herstellerangaben sowie die verwendeten Formeln weitestgehend funktionieren.

4.3 Doppelspalt

Die Herstellerangaben zum Doppelspalt lauten:

$$\begin{aligned} \text{Breite} &= 0.15\text{mm} \\ s &= 0.65\text{mm} \end{aligned}$$

Diese weichen von den tatsächlich bestimmten Werten

$$\begin{aligned} \text{Breite} &= 0.138 \pm 0.45\text{mm} \\ s &= 0.498 \pm 0.1\text{mm} \end{aligned}$$

ab. Die Abweichung der Breite des Spaltes wird zu 8.19% bestimmt. Jedoch liegen die Herstellerangaben zur Breite innerhalb der bestimmten Unsicherheit. Die Herstellerangaben für s liegen jedoch gerade außerhalb der Unsicherheit. Folgende Fehlerquellen werden ausgemacht:

Es könnte sein, dass der Spalt während der Messungen verutscht ist und somit die Messergebnisse verfälscht werden. Außerdem konnte das Amperemeter nicht auf die niedrigste Messskala eingestellt werden, weshalb exakte Messungen erschwert wurden. Des weiteren kommen als Fehlerfaktoren auch noch der Dunkelstrom und Restlicht, verursacht durch eine offenstehende Tür und eine Steckdosenleiste, ins Spiel. Außerdem gibt es erhebliche Defizite beim Curvefit. Der Spalt des Detektors ist einen Millimeter breit, weshalb die Extrema des Doppelspaltes nicht gut aufgelöst werden können. Dies kann beim Fitten der Funktion zu enormen Fehlern führen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V406 - Versuchsbeschreibung Beugung am Spalt*. 2021.