

VERSUCH NUMMER 47

Molwärme von Kupfer

Patrick Schmidt
patrick7.schmidt@udo.edu

Karl Schiller
karl.schiller@udo.edu

Durchführung: 25.04.2018

Abgabe: 02.05.2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Klassische Theorie	1
2.2 Einstein-Modell	1
2.3 Debye-Modell	2
3 Versuchsaufbau	4
4 Durchführung	4
5 Auswertung	6
6 Diskussion	10
Literatur	11

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die molare Wärme von kristallinem Kupfer bestimmt werden. Dazu wird die Debye-Temperatur θ_D experimentell bestimmt und mit den theoretischen Werten verglichen.

2 Theorie

2.1 Klassische Theorie

In der klassischen Theorie der Molwärme können die Atome aufgrund der Gitterkräfte nur in aufeinander senkrechten Raumrichtungen schwingen. Nach dem Äquipartitionstheorem beträgt die Energie pro Raumrichtung:

$$u = \frac{1}{2}kT. \quad (1)$$

Damit gilt für die mittlere Energie pro Atom

$$\langle u \rangle = 3kT \quad (2)$$

Für ein Mol beträgt der Wert also

$$U = 3kN_L T = 3RT, \quad (3)$$

wobei N_L die Loschmidtsche Zahl und R die allgemeine Gaskonstante ist. Bei einem konstanten Volumen führt dies zu einer spezifischen Molwärme von

$$C_V = 3R. \quad (4)$$

Dies beschreibt bei hohen Temperaturen das Dulong-Petitsche Gesetz und ist weder Temperatur- noch Materialabhängig. Messungen bestätigen dies jedoch gerade bei tiefen Temperaturen nicht, sodass eine klassische Beschreibung nur für hohe Temperaturen sinnvoll ist.

2.2 Einstein-Modell

Durch eine Quantelung der Schwingungsenergie mit konstanter Kreisfrequenz ω können Energien von $n\hbar\omega$ ($n \in \mathbb{N}$, \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum) aufgenommen und abgegeben werden. Die mittlere Energie lässt sich nun durch eine relative Wahrscheinlichkeit $W(n)$ ausdrücken, die der Boltzmann-Verteilung folgt:

$$W(n) = \exp\left(-\frac{n\hbar\omega}{kT}\right). \quad (5)$$

Die mittlere Energie nach Einstein ergibt sich durch Abzählen und Normieren aller möglichen Energien:

$$\langle u \rangle_{\text{Einstein}} = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}. \quad (6)$$

Der Ausdruck für die molare Wärme wird als Einstein-Funktion bezeichnet und liefert für hohe Temperaturen wieder ein asymptotisches Verhalten gegen $3R$:

$$C_V = 3R \frac{\hbar^2 \omega^2}{k^2 T^2} \frac{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1\right)^2}. \quad (7)$$

Bei niedrigen Temperaturen ($kT \gg \hbar \omega$) tritt eine Abweichung zwischen Einsteinfunktion und experimentellen Daten auf.

2.3 Debye-Modell

Im Debye-Modell wird die Einstein-Frequenz durch eine spektrale Verteilung $Z(\omega)$ ersetzt. Diese Verteilung beinhaltet alle auftretenden Eigenschwingungen der Atome und kann bei Festkörpern beliebig kompliziert werden. Als Annahme wird getroffen, dass die Phasengeschwindigkeit weder von der Frequenz, noch von der Ausbreitungsrichtung abhängt. Somit können in einem würfelförmigen Festkörper mit Seitenlänge L in einem Intervall von ω bis $\omega + d\omega$ die Eigenschwingungen abgezählt werden. Daraus ergibt sich:

$$Z(\omega)d\omega = \frac{L^3}{2\pi^2} \omega^2 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_{tr}^3} \right) d\omega. \quad (8)$$

Dabei stehen v_l für Longitudinalwellen und v_{tr} für Transversalwellen. Ein endlicher Kristall besitzt aber nur $3N_L$ Eigenschwingungen (N_L ist die Anzahl der Atome im Festkörper), sodass eine maximale Frequenz existiert, welche als Debye-Frequenz bezeichnet wird. Aus

$$\int_0^{\omega_D} Z d\omega = 3N_L \quad (9)$$

folgt

$$Z(\omega) = \frac{9N_L}{\omega_D^3} \omega^2 d\omega \quad (10)$$

mit Hilfe des Terms für die Debye Frequenz:

$$\omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3} \frac{1}{\left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_{tr}^3} \right)}. \quad (11)$$

Wird nun die Molwärme berechnet, so definiert sich die Debye-Temperatur (θ_D) durch

$$\frac{\theta_D}{T} = \frac{\hbar \omega_D}{kT}. \quad (12)$$

Damit und mit

$$x = \frac{\hbar \omega}{kT} \quad (13)$$

ergibt sich eine universelle Funktion, die nicht mehr vom untersuchten Festkörper abhängt:

$$C_{V_{\text{Debye}}} = 9R \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx = f\left(\frac{\theta_D}{T}\right). \quad (14)$$

Auch diese Funktion zeigt für hohe Temperaturen ($T \gg \theta_D$) ein asymptotisches Verhalten gegen $3R$. Bei tiefen Temperaturen hingegen ($T \ll \theta_D$) wird ein T^3 -Verlauf sichtbar, dies wird auch T^3 -Gesetz genannt. Das Debye-Modell beschreibt die experimentellen Werte als eine Näherung nicht perfekt, dies könnte erreicht werden, wenn die Dispersionsrelation der Longitudinal- und Transversalwellen mit berücksichtigt wird.

3 Versuchsaufbau

Der allgemeine Versuchsaufbau ist in Abb.1 zu sehen. Die zu untersuchende, würfelförmige Probe ist mit einer Heizwicklung umgeben und mit einem Pt-100-Widerstand verbunden. Die Heizwicklung hat die Aufgabe, die Probe zu erwärmen und ist daher an ein Konstantstromgerät angeschlossen. Der Widerstand ist an einem Ohmmeter angebracht, welches sich außerhalb der Apparatur befindet. Die Probe hängt in einem Kupfer-Zylinder, welcher die Effekte von auftretender Wärmestrahlung ausgleicht. Um diesen Zylinder ist wieder eine Heizwicklung angebracht, die an eine separaten Stromversorgung angeschlossen ist. Zudem ist dort wieder ein Pt-100-Widerstand angebracht, welcher an ein Ohmmeter angeschlossen ist. Dieser Kupfer-Zylinder hängt selbst in dem Rezipienten, welcher einen Zugang zu einer Vakuumpumpe und einer Helium-Gasflasche besitzt. Zwischen Rezipient und Heliumflasche befindet sich aus Sicherheitsgründen ein Absperhahn und ein Reduzierventil. Der Rezipient hängt wiederum in einem Dewar-Gefäß, welches mit flüssigem Stickstoff befüllt wird. Die einzelnen Komponenten hängen jeweils in einander, da so der Energieaustausch durch Wärmeleitung unterbunden wird. Das spätere Evakuieren schließt zudem den Energieaustausch durch Konvektion aus.

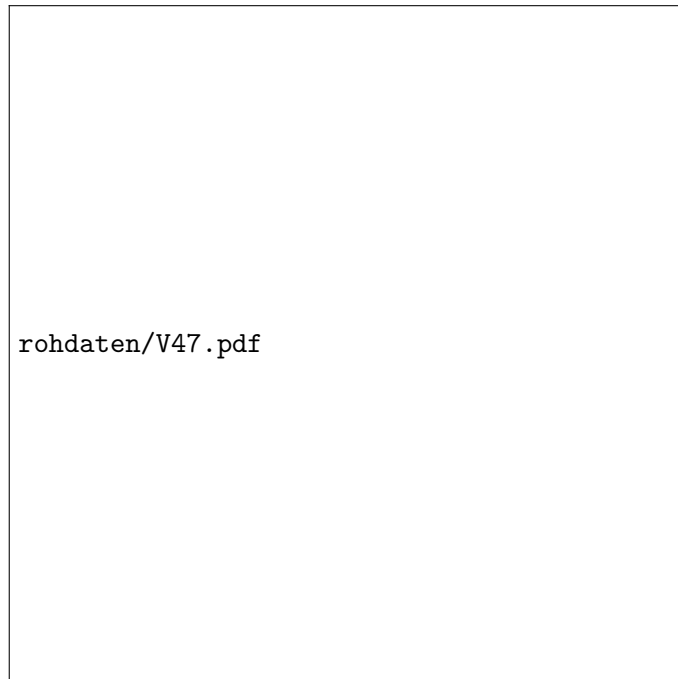


Abbildung 1: Aufbau der Messung zur Bestimmung der Molwärme von Festkörpern. [4]

4 Durchführung

Zu Beginn wird der Rezipient evakuiert und mit gasförmigem Helium befüllt. Dies hat die Aufgabe, die Wärmeleitung zwischen Rezipient und Kupferzylinder zu optimieren. Währenddessen wird flüssiger Stickstoff in das Dewar-Gefäß, in dem der Rezipient hängt,

bis zur Oberkante befüllt. Wenn die Probe auf 80 K abgekühlt ist, wird die Heliumzufuhr geschlossen und der Rezipient erneut evakuiert. Zudem wird ein Konstantstrom an der Probe an angelegt. Während der Temperaturunterschied zwischen Probe und Kupfer-Zylinder bei null gehalten wird, werden beide so beheizt, dass sie in einem Heizintervall eine Temperaturerhöhung von 7 K bis 10 K erfahren. In Abständen von 10 K werden die Widerstände der Pt-100-Elemente (aus denen die Temperatur errechnet wird), sowie das zwischenliegende Zeitintervall erfasst. Dies wiederholt sich im Rahmen von 80 K bis 300 K.

5 Auswertung

Die Auswertung erfolgte mit Hilfe von scipy [6], die Fehlerrechnung wurde mit Hilfe von uncertainties [7] und die Grafiken wurden mittels matplotlib [5] erstellt.

Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 1 dargestellt. Es wurde die Heizzeit dt , Heizstrom I und -spannung U der Probe und die Widerstände der Pt-100 Elemente von Probe und Zylinder notiert. Als Messunsicherheit wurde für die Heizzeit 2 s bis 4 s, für den Heizstrom 0,3 mA, für die Heizspannung 0,01 V und für die Widerstände $0,1 \Omega$ verwendet. Die Widerstände der Pt-100 Elemente wurden mittels der Relation

$$T(R) = 0,00134 \frac{^{\circ}\text{C}}{\Omega^2} R^2 + 2,296 \frac{^{\circ}\text{C}}{\Omega} R - 243,02^{\circ}\text{C} \quad (15)$$

in Temperaturen von Probe und Zylinder umgerechnet.

Tabelle 1: Aufgenommene und umgerechnete Messwerte.

dt / s	U / V	I / mA	$R_{\text{Probe,i}} / \Omega$	$R_{\text{Probe,f}} / \Omega$	$T_{\text{Probe,i}} / \text{grd}$	$T_{\text{Probe,f}} / \text{grd}$
300	14,19	192,5	22,2	28,1	$-191,4 \pm 0,2$	$-181,7 \pm 0,2$
210	14,20	194,5	28,1	31,9	$-177,4 \pm 0,2$	$-172,9 \pm 0,2$
210	14,20	195,2	31,9	35,5	$-168,4 \pm 0,2$	$-154,3 \pm 0,2$
240	14,20	192,2	35,7	40,2	$-159,3 \pm 0,2$	$-117,6 \pm 0,2$
240	14,21	192,0	40,3	44,8	$-148,3 \pm 0,2$	$-93,1 \pm 0,2$
240	14,22	189,5	44,8	48,9	$-137,5 \pm 0,2$	$-89,8 \pm 0,2$
240	14,22	190,0	48,9	52,9	$-127,5 \pm 0,2$	$-91,6 \pm 0,2$
240	14,23	190,0	52,9	56,6	$-117,8 \pm 0,2$	$-93,1 \pm 0,2$
240	14,24	190,0	56,6	60,0	$-108,8 \pm 0,2$	$-90,6 \pm 0,2$
240	14,24	190,0	60,0	63,3	$-100,4 \pm 0,2$	$-79,7 \pm 0,2$
270	14,25	190,1	63,3	67,1	$-92,3 \pm 0,2$	$-74,2 \pm 0,2$
270	14,25	190,2	67,1	70,7	$-82,9 \pm 0,2$	$-68,5 \pm 0,2$
270	14,26	190,3	70,7	74,2	$-74,0 \pm 0,2$	$-62,0 \pm 0,2$
270	14,26	190,3	74,2	77,6	$-65,3 \pm 0,2$	$-46,5 \pm 0,3$
270	14,26	190,4	77,6	81,1	$-56,8 \pm 0,3$	$-37,4 \pm 0,3$
270	14,27	190,5	81,1	85,0	$-48,0 \pm 0,3$	$-32,9 \pm 0,3$
270	14,27	190,9	85,0	88,4	$-38,2 \pm 0,3$	$-25,8 \pm 0,3$
270	14,27	190,8	88,6	92,2	$-29,1 \pm 0,3$	$-12,3 \pm 0,3$
270	14,28	191,1	92,2	96,0	$-19,9 \pm 0,3$	$-3,4 \pm 0,3$
270	14,27	189,7	96,2	99,7	$-9,7 \pm 0,3$	$2,0 \pm 0,3$
270	14,27	189,9	99,7	103,0	$-0,8 \pm 0,3$	$11,3 \pm 0,3$
270	14,28	191,7	103,0	106,4	$7,7 \pm 0,3$	$20,8 \pm 0,3$
270	14,28	191,5	106,4	109,8	$16,4 \pm 0,3$	$29,9 \pm 0,3$
270	14,28	191,6	109,8	113,2	$25,2 \pm 0,3$	$39,0 \pm 0,3$
270	14,28	191,7	113,2	116,7	$34,1 \pm 0,3$	$43,4 \pm 0,3$

Aus diesen Messwerten wurde C_p bestimmt nach

$$C_p = \frac{U \cdot I \cdot dt}{|T_{\text{Probe,f}} - T_{\text{Probe,i}}| \cdot n},$$

wobei $T_{\text{Probe,i}}$ die Temperatur der Probe vor dem Heizintervall, $T_{\text{Probe,f}}$ die Temperatur der Probe nach dem Heizintervall und n die Stoffmenge der Probe beschreibt. Die Stoffmenge berechnet sich dabei aus dem Quotienten der Masse der Probe $m_{\text{Probe}} = 324 \text{ g}$ [4] und der molaren Masse der Probe $M_{\text{Kupfer}} = 63,55 \text{ g/mol}$ [1] zu $n \approx 5,4 \text{ mol}$. Die berechneten C_p -Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Die Umrechnung von C_p nach C_V erfolgte mittels der Korrekturformel

$$C_V - C_p = 9 \alpha^2 \kappa V_0 T,$$

wobei α der lineare Ausdehnungskoeffizient, $\kappa = 139 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ [3] das Kompressionsmodul und $V_0 = 7,11 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ [10] das Molvolumen von Kupfer ist. Als Temperatur wurde dabei der Mittelwert zwischen der Probentemperatur zu Beginn und zum Ende der jeweiligen Heizzeit T_{mittel} verwendet. Die sich ergebenden Werte von T_{mittel} und C_V sind in Tabelle 2 angegeben und der Verlauf von C_V ist in Abbildung 2 dargestellt.

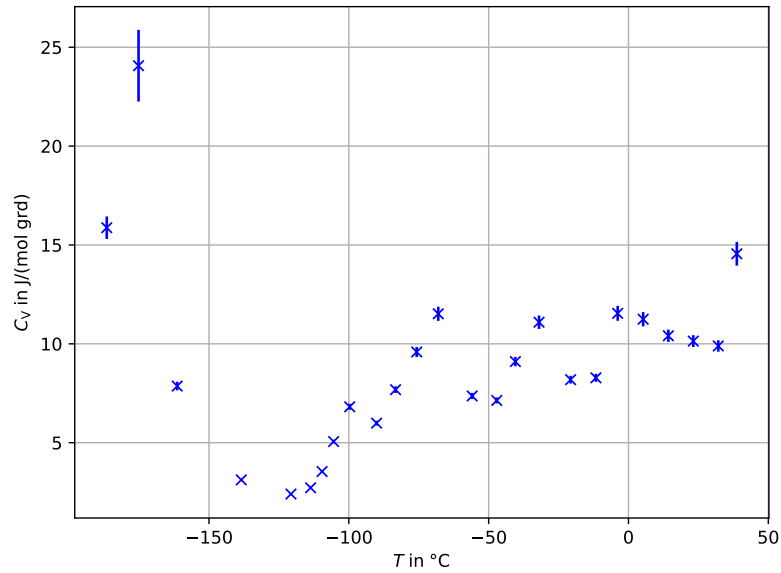


Abbildung 2: Die experimentell ermittelten Werte von C_V in Abhängigkeit von der Temperatur.

Tabelle 2: Zwischenergebnisse zur Berechnung von C_V .

$C_p / \text{J}/(\text{mol grad})$	$T_{\text{mittel}} / \text{grad}$	$\alpha / 10^6 1/\text{grad}$	$C_V / \text{J}/(\text{mol grad})$
$15,73 \pm 0,57$	$-186,5 \pm 0,2$	$9,27 \pm 2,08$	$15,87 \pm 0,57$
$23,90 \pm 1,81$	$-175,2 \pm 0,2$	$10,45 \pm 1,73$	$24,07 \pm 1,81$
$7,67 \pm 0,21$	$-161,4 \pm 0,2$	$11,59 \pm 1,36$	$7,87 \pm 0,22$
$2,91 \pm 0,04$	$-138,5 \pm 0,2$	$12,96 \pm 0,89$	$3,12 \pm 0,05$
$2,20 \pm 0,03$	$-120,7 \pm 0,2$	$13,69 \pm 0,62$	$2,40 \pm 0,04$
$2,52 \pm 0,04$	$-113,7 \pm 0,2$	$13,93 \pm 0,53$	$2,72 \pm 0,04$
$3,35 \pm 0,05$	$-109,6 \pm 0,2$	$14,06 \pm 0,48$	$3,54 \pm 0,05$
$4,87 \pm 0,09$	$-105,4 \pm 0,2$	$14,18 \pm 0,44$	$5,06 \pm 0,09$
$6,63 \pm 0,15$	$-99,7 \pm 0,2$	$14,33 \pm 0,38$	$6,82 \pm 0,15$
$5,82 \pm 0,12$	$-90,1 \pm 0,2$	$14,57 \pm 0,3$	$5,99 \pm 0,12$
$7,52 \pm 0,17$	$-83,3 \pm 0,2$	$14,73 \pm 0,25$	$7,68 \pm 0,17$
$9,44 \pm 0,25$	$-75,7 \pm 0,2$	$14,90 \pm 0,2$	$9,59 \pm 0,25$
$11,38 \pm 0,36$	$-68,0 \pm 0,2$	$15,06 \pm 0,16$	$11,52 \pm 0,36$
$7,25 \pm 0,16$	$-55,9 \pm 0,2$	$15,30 \pm 0,11$	$7,36 \pm 0,16$
$7,04 \pm 0,15$	$-47,1 \pm 0,2$	$15,48 \pm 0,08$	$7,14 \pm 0,15$
$9,02 \pm 0,24$	$-40,4 \pm 0,2$	$15,61 \pm 0,06$	$9,10 \pm 0,24$
$11,02 \pm 0,34$	$-32,0 \pm 0,2$	$15,77 \pm 0,05$	$11,09 \pm 0,34$
$8,14 \pm 0,20$	$-20,7 \pm 0,2$	$15,98 \pm 0,03$	$8,19 \pm 0,20$
$8,25 \pm 0,20$	$-11,6 \pm 0,2$	$16,14 \pm 0,03$	$8,28 \pm 0,20$
$11,53 \pm 0,38$	$-3,9 \pm 0,2$	$16,26 \pm 0,02$	$11,54 \pm 0,38$
$11,26 \pm 0,36$	$5,2 \pm 0,2$	$16,39 \pm 0,02$	$11,25 \pm 0,36$
$10,44 \pm 0,31$	$14,3 \pm 0,2$	$16,50 \pm 0,03$	$10,41 \pm 0,31$
$10,19 \pm 0,30$	$23,2 \pm 0,2$	$16,57 \pm 0,03$	$10,14 \pm 0,30$
$9,97 \pm 0,29$	$32,1 \pm 0,2$	$16,60 \pm 0,05$	$9,89 \pm 0,29$
$14,65 \pm 0,60$	$38,7 \pm 0,2$	$16,59 \pm 0,06$	$14,55 \pm 0,60$

Für den linearen Ausdehnungskoeffizienten α sind in der Versuchsanleitung [4, p. 5] Werte für Kupfer in 10 grd-Schritten angegeben. Diese wurden mittels eines Polynoms 4. Grades der Form

$$\alpha(T) = a + b T + c T^2 + d T^3 + e T^4$$

von `scipy.curve_fit` gefittet. Dabei ergab sich für die Parameter

$$a = (1,632 \pm 0,002) \cdot 10^{-5} \text{ 1/grd}$$

$$b = (1,45 \pm 0,09) \cdot 10^{-8} \text{ 1/grd}^2$$

$$c = (-1,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-10} \text{ 1/grd}^3$$

$$d = (-1,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-12} \text{ 1/grd}^4$$

$$e = (-8,2 \pm 0,7) \cdot 10^{-15} \text{ 1/grd}^5$$

Der Verlauf von α ist in Abbildung 3 dargestellt. Die für die Berechnung von C_V verwendeten Werte von α sind ebenfalls in Tabelle 2 aufgeführt.

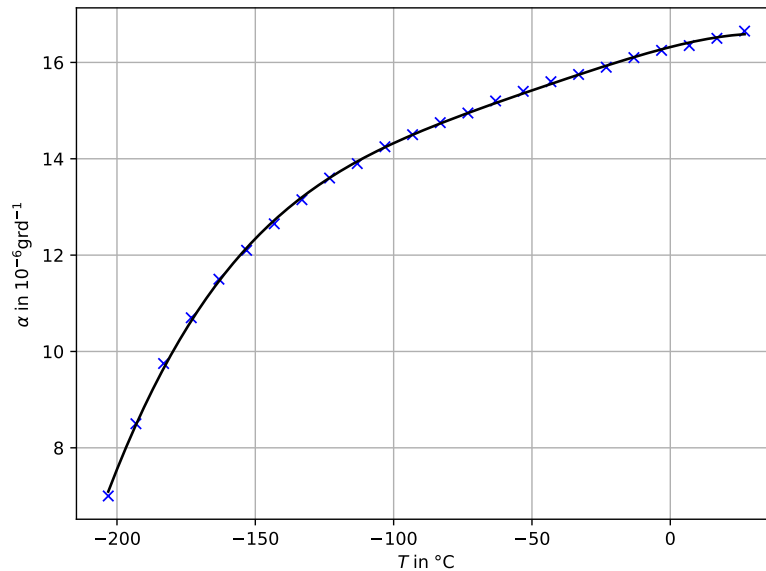


Abbildung 3: Messwerte und Regression des linearen Ausdehnungskoeffizienten.

Aus den gemessenen (C_V, T) -Wertepaaren wurde bis zu einer Temperatur von 103,15 °C mittels einer Tabelle in der Versuchsanleitung [4, p. 5] ein Wert für θ_D/T ermittelt. Diese wurden mit der mittleren Temperatur T_{mittel} multipliziert und sind in Tabelle 3 aufgeführt. Der Mittelwert von θ_D ergab sich zu $(642,8 \pm 0,4) \text{ °C}$.

Tabelle 3: Verwendete Größen zur Bestimmung der Debye-Temperatur.

$T_{\text{mittel}} / \text{grd}$	$C_V / \text{J}/(\text{mol grd})$	θ_D/T	$\theta_{D,\text{exp}} / ^\circ\text{C}$
$-186,5 \pm 0,2$	$15,87 \pm 0,57$	3,2	$4,00 \pm 0,5$
$-175,2 \pm 0,2$	$24,07 \pm 1,81$	0,8	$-194,8 \pm 0,1$
$-161,4 \pm 0,2$	$7,87 \pm 0,22$	5,5	$314,8 \pm 0,9$
$-138,5 \pm 0,2$	$3,12 \pm 0,05$	8,3	$844,9 \pm 1,4$
$-120,7 \pm 0,2$	$2,40 \pm 0,04$	9,2	$1129,6 \pm 1,6$
$-113,7 \pm 0,2$	$2,72 \pm 0,04$	8,8	$1130,4 \pm 1,5$
$-109,6 \pm 0,2$	$3,54 \pm 0,05$	7,9	$1010,3 \pm 1,4$
$-105,4 \pm 0,2$	$5,06 \pm 0,09$	6,8	$867,4 \pm 1,2$

6 Diskussion

Leider spiegeln die experimentell ermittelten C_V -Werte den theoretisch vorhergesagten Zusammenhang nur sehr begrenzt wieder, siehe dazu Abbildung 2. Im Bereich bis ungefähr -100°C sollte sich ein Verlauf ähnlich zu $C_V \sim T^3$ einstellen, bei höheren Temperaturen sollte die Wärmekapazität gegen einen konstanten Wert streben. Es zeigt sich, dass in beiden Bereichen die experimentell ermittelte Wärmekapazität zu gering ausfällt, was ein Indiz für einen systematischen Fehler sein könnte. Dabei ist anzumerken, dass aufgrund schwieriger Synchronisation der Erwärmungen von Probe und Zylinder der Zylinder immer wärmer war als die Probe. Es ist also zu einer Wärmestrahlung seitens des Zylinders an die Probe gekommen, welche die benötigte Heizleistung für eine Temperaturerhöhung erniedrigt und somit für kleinere experimentelle C_V -Werte verantwortlich ist.

Bei den ersten zwei Messwerten trat eine Temperaturerhöhung auf, die größer als 11°C war, sodass hier die Pt-100 Elemente nicht genau dem angenommenen Zusammenhang (15) folgen. Bei den Messwerten 4 bis 6 war die Zylindertemperatur deutlich größer als die Temperatur der Probe, sodass hier die Wärmekapazitätswerte deutlich kleiner ausfallen. Da jedoch nur die ersten 8 Messwerte zur Berechnung der Debye-Temperatur verwendet wurden, lässt sich hier eine starke Abweichung zum Literaturwert feststellen:

$$\begin{aligned}\theta_{D,\text{exp}} &= (642,8 \pm 0,4) ^\circ\text{C} \\ \theta_{D,\text{lit}} &= 74 ^\circ\text{C} [8] \text{ bei } T = -273 ^\circ\text{C} \\ \theta_{D,\text{lit}} &= 37 ^\circ\text{C} [8] \text{ bei } T = 27 ^\circ\text{C}\end{aligned}$$

Mittels der Formeln (11) und (12) lassen sich die Debye-Frequenz und die Debye-Temperatur theoretisch berechnen. Dabei wurde jedoch anstelle der Loschmidtschen Zahl die Avogadro-Konstante N_A multipliziert mit der Stoffmenge eingesetzt. Unter Verwendung von $v_{\text{trans}} = 2,26 \text{ km/s}$, $v_{\text{long}} = 4,7 \text{ km/s}$ [4, p. 5] und $N_A = 6,022\,140\,857 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ [6] ergibt sich

$$\begin{aligned}\omega_{D,\text{theo}} &= 43,49 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{s}} \\ \theta_{D,\text{theo}} &= 59,06 ^\circ\text{C}\end{aligned}$$

Hier weicht der Wert von dem experimentell Bestimmten um 75,5 % nach oben ab (einsetzen der Temperaturen in K), was sich jedoch mit den oben genannten Fehlern erklären lässt. Der theoretisch berechnete Wert ist etwa doppelt so groß wie der Literaturwert.

Als Überprüfung, ob der oben genannte systematische Fehler tatsächlich für die Abweichung der Debyetemperatur verantwortlich sein kann, sind die Messwerte für C_V in Tabelle 4 bis -103°C dargestellt. Dabei wurden sie jedoch um 16 J grd/mol angehoben und aus den oben genannten Gründen wurden die ersten zwei Messwerte weggelassen. Abermals wurden in einer Tabelle in der Versuchsanleitung [4, p. 5] die zugehörigen Werte von θ_D/T nachgeschlagen und mit T_{mittel} multipliziert. Zusammen mit den sich ergebenden Debyetemperaturen sind sie ebenfalls in Tabelle 4 aufgelistet. Bei diesen höheren C_V -Werten beträgt die Debye-Temperatur im Mittel $(43,30 \pm 0,15)^\circ\text{C}$ und passt sehr gut zu dem Literaturwert.

Tabelle 4: Optimierte Messwerte zur Berechnung von θ_D .

$T_{\text{mittel}} / \text{grd}$	$C_V / \text{J/(mol grd)}$	θ_D/T	$\theta_{D,\text{neu}} / ^\circ\text{C}$
$-161,4 \pm 0,2$	$23,87 \pm 0,22$	0,9	$-172,5 \pm 0,2$
$-138,5 \pm 0,2$	$19,12 \pm 0,05$	2,4	$50,1 \pm 0,4$
$-120,7 \pm 0,2$	$18,40 \pm 0,04$	2,5	$108,0 \pm 0,4$
$-113,7 \pm 0,2$	$18,72 \pm 0,04$	2,5	$125,6 \pm 0,4$
$-109,6 \pm 0,2$	$19,54 \pm 0,05$	2,3	$103,1 \pm 0,4$
$-105,4 \pm 0,2$	$21,06 \pm 0,09$	1,9	$45,5 \pm 0,3$

Literatur

- [1] Lenntech BV, Hrsg. *Periodensystem der Elemente. Kupfer*. 2018. URL: <https://www.lenntech.de/pse/elemente/cu.htm> (besucht am 01.05.2018).
- [2] CODATA, Hrsg. *Constants, Units and Uncertainty. Loschmidt constant*. 2014. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?n0> (besucht am 01.05.2018).
- [3] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1. Mechanik und Wärme*. 7. Aufl. Springer, 2015.
- [4] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 47 Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern*. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAge/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V47.pdf> (besucht am 01.05.2018).
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [7] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [8] KnowledgeDoor LLC, Hrsg. *Debye Temperature of various elements*. URL: http://www.knowledgedoor.com/2/elements_handbook/debye_temperature.html (besucht am 03.05.2018).
- [9] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.

- [10] Mark Winter, Hrsg. *WebElements. Copper: Physical Properties*. 2017. URL: <https://www.webelements.com/copper/physics.html> (besucht am 01.05.2018).