V601

Der Franck-Hertz-Versuch

Samuel Haefs Max Koch samuel.haefs@tu-dortmund.de max.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.06.2020 Abgabe: 04.08.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung3.1Aufbau3.2Messung bei Raumtemperatur3.3Messung bei 140 °C3.4Messung der Franck-Hertz-Kurven bei 180 °C	8 8
4	Auswertung4.1 Mittlere freie Weglänge4.2 Integrale Energieverteilung4.3 Differentielle Energieverteilung4.4 Franck-Hertz-Kurve	9 12
5	Diskussion	17
6	Anhang	17
Lit	teratur	20

1 Zielsetzung

Durch den Franck-Hertz Versuch soll der Aufbau des Atoms näher analysiert werden. Ein besonderes Augenmerk wird dabei auf die Übergangsenergie von Elektronen in einen höheren Energiezustand gerichtet. Die nötige Energie um ein Elektron auf eine höhere Schale zu bringen soll bestimmt werden.

2 Theorie

Nach dem Bohrschen Atommodell bewegen sich die Elektronen auf Schalen in diskreten Energiezuständen. Die Elektronen können dabei unter Energiezufur auf eine höhere Schale wechseln. Dieser Zustand E_1 ist allerdings nicht stabil, weshalb die Elektronen nach einer gewissen Zeit wieder in den Grundzustand E_0 zurückfallen. Die zuvor aufgenommene Energie geben sie dabei in Form von Photonen mit einer gewissen Wellenlänge λ ab. Eine Möglichkeit Atomen, beziehungsweise den entsprechenden Elektronen die nötige Energie zuzuführen, die sie brauchen um ihr Schale zu wechseln, ist sie mit Elektronen einer gewissen Energie kollidieren zu lassen. Durch die Stöße können die Elektronen genug Energie zugeführt bekommen, um ihren Energiezustand zu erhöhen. Das Elektron, welches dabei für den Stoß genutzt wurde, verliert dabei den Teil der Energie, die das andere Elektron aufgenommen hat. Für das freie Elektron bedeutet, dass dies nun eine kleinere kinetische Energie hat. Die genaue Energie kann durch

$$\frac{m_{\rm e}v_0^2}{2} - \frac{m_{\rm e}v_{\rm after}^2}{2} = E_1 - E_0 \tag{1}$$

berechnet werden. $m_{\rm e}$ entspricht dabei der Ruhemasse eines Elektrons, v_0 der Geschwindigkeit vor dem Stoß und $v_{\rm after}$ der Geschwindigkeit des Elektrons nach dem Stoß.

Der schematische Aufbau des Franck-Hertz Versuchs ist in Abbildung 1 zu sehen. Dieser besteht aus einer vakuumisierten Röhre. Die Röhre ist im linken Teil des Bildes zu sehen. In sie wird ein Tropfen Quecksilber gegeben, welcher anschließend verdampft. In der Röhre befinden sich zudem ein Glühdraht, zur Emission von Elektronen, eine Beschleunigungselektrode um die erzeugten Elektronen zu beschleunigen und eine Auffängerelektrode um zu messen wie viele Elektronen am Ende des Rohrs ankommen. Es besteht die Möglichkeit, sowohl zwischen Glühdraht und Beschleunigungselektrode eine Spannung $U_{\rm B}$ anzulegen, als auch zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode $U_{\rm A}$. Durch die angelegte Spannung kann ein elektrisches Feld erzeugt werden, welches die Elektronen bremst. Die genau kinetische Energie nach dem Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke entspricht dabei, für Elektronen, die zuvor geruht haben

$$\frac{m_{\rm e}v^2}{2} = eU_{\rm B},\tag{2}$$

wobei $U_{\rm B}$ der angelegten Spannung und e der Elementarladung entspricht. $v_{\rm z}$ ist die Geschwindigkeit des Elektrons in z-Richtung, diese muss nach der Beschleunigung groß

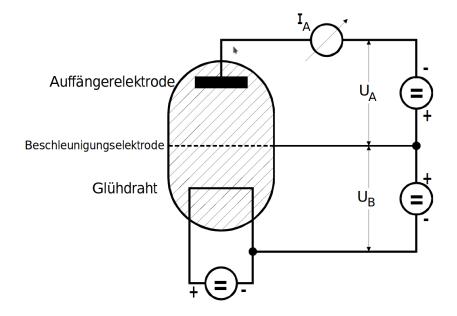


Abbildung 1: Der schematische Aufbau zum Franck-Hertz Versuch. Bild entnommen aus der Versuchsanleitung [1, S. 2].

genug sein um das Gegenfeld zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode zu überwinden. Es erreichen also nur Elektronen die Auffängerelektrode dessen Energie die Ungleichung

$$\frac{m_{\rm e}v_{\rm z}^2}{2} \ge eU_{\rm A} \tag{3}$$

erfüllen. Nun sind aber nicht nur Elektronen in der Röhre, sondern auch Hg-Atome. Ist die Energie des freien Elektrons zu niedrig um das Hg-Atom anzuregen, so kommt es zum elasischen Stoß. Dabei wird die Energie

$$\Delta E = \frac{4m_{\rm e} M_{\rm Hg}}{\left(m_{\rm e} + M_{\rm Hg}\right)^2} E \tag{4}$$

übertragen. Die Energie ist aber aufgrund der sehr unterschielichen Masse von Elektron und Hg-Atom vernachlässigbar gering. Allerdings führt der Stoß teilweise zu starken Richtungsänderungen der Flugbahn des Elektrons. Wenn das Elektron aber eine ausreichend große Energie aufweist, um das Hg-Atom anzuregen, kann es zum unelastischen Stoß kommen. Dabei übetrgägt es genau die Energie E_1-E_0 , die nötig ist, um das Atom anzuregen. Nach kurzer Zeit fällt das Elektron des angeregeten Atoms wieder in den Grundzustand zurück und emittiert ein Photon entsprechender Energie. Da die freien Elektronen bei diesem Prozess einen Großteil ihrer Energie verlieren, haben sie im Allgemeinen nicht mehr die nötige Energie, um das elektrische Feld zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode zu überwinden. Dadurch lösen weniger Elektroden einen Strom $I_{\rm A}$ an der Auffängerelektrode aus. Ein schematischer Verlauf,

bei dem der Strom I_A in Abbhängigkeit der Bescheunigungsspannung U_B aufgetragen worden ist, wird in Abbildung 2 gezeigt. Dieser Verlauf wird Franck-Hertz-Kurve genannt.

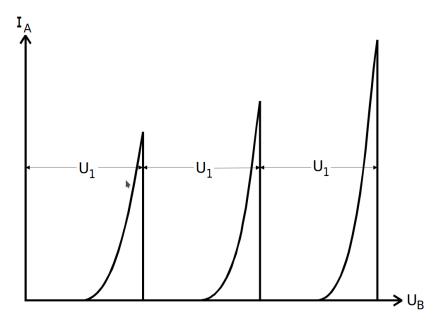


Abbildung 2: Der schematische Spannungsverlauf der Franck-Hertz Kurven. Bild entnommen aus der Versuchsanleitung [1, S. 4].

Es fällt auf, dass trotz immer größer werdener Spannung $U_{\rm B}$, der Strom nach einem Maximum immer wieder auf 0 zurückfällt. Das liegt daran, dass die Elektronen bei einer Energie von $U_{\rm B}e=n(E_1-E_0)$ all ihre Energie abgeben und deshalb die Auffängerelektrode nicht erreichen. Das n gibt dabei an wie viele mal die Energie der Elektronen der Anregungsenergie des Hg-Atoms entspricht. Für eine vollständige Energieabgabe an das Atom muss n also ganzzahlig sein.

In der Realität sieht die Franck-Hertz-Kurve allerdings etwas abgerundeter aus, da nicht alle Elektronen die gleiche Energie aufweisen. Die Energieverteilung der Elektronen folgt viel mehr einer Poisson V Erteilung. Zudem hat das Kontaktpotenial einen Einfluss auf die Kurve. Durch dieses wird die Kurve gestaucht. Da die Austrittsarbeit $\Phi_{\rm G}$ des Glühdrahts wesentlich geringer ist als die der Beschleunigungselektrode $\Phi_{\rm B}$ weisen sie ein Potentialgefälle auf. Dieses ist graphisch in Abbildung 3 verdeutlicht worden. Das so entstehende Kontaktpotential K lässt sich durch

$$K = \frac{1}{e} \left(\Phi_{\rm B} - \Phi_{\rm G} \right) \tag{5}$$

berechnen. Damit hat das effektive Beschleunigungspotential $U_{\rm B,eff}$ den Wert

$$U_{\rm B,eff} = U_{\rm B} - K. \tag{6}$$

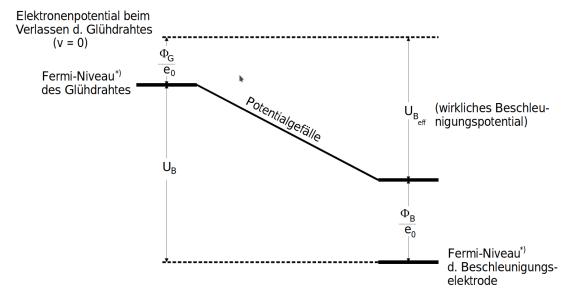


Abbildung 3: Das Potentiallgefälle zwischen Glühdraht und Beschleunigungselektrode. Bild entnommen aus der Versuchsanleitung [1, S. 5].

Zudem nimmt der Dampfdruck einen Einfluss auf die Kurve. Denn umso höher der Dampfdruck ist, umso mehr Hg-Atome befinden sich in dem Rohr und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron ein Atom stößt nimmt zu. Aus dem Dampfdruck lässt sich die mittlere freie Weglänge \bar{w} zwischen den Hg-Atomen bestimmen. Die entspricht der Formel

$$\bar{w} = \frac{0.0029}{5.5 \cdot 10^7 \cdot e^{-6876/T}},\tag{7}$$

wobei T der Temperatur entspricht.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Der Aufbau mit Schaltplanskizze ist in Abbildung 4 zu sehen. Da kein XY-Schreiber zur Verfügung stand, konnten die Messwerte nur analog vom Picoampermeter abgelesen werden. Der sonstige Aufbau entspricht der Abbildung. Im linken Teil der Abbildung ist die Franck-Hertz Apparatur zu sehen. Diese besteht aus einer evakuierten Röhre, in welche ein Tropfen Quecksilber gegeben wird. Dieser verdampft und verteilt sich gleichmäßig in dem Gefäß. In der Röhre sind zudem ein Glühdraht zur Erzeugung von Elektronen, eine Beschleunigungselektrode, bestehend aus einem Gitter und eine Auffängerelektrode zu finde.

An Auffängerelektrode ist ein Piccoampermeter angeschlossen. An dem Glühdraht liegt eine konstante Spannung zur Erzeugung der Elektronen an. Zwischen dem Glühdraht und der Beschleunigungselektrode lässt sich zudem eine variable Spannung $U_{\rm B}$ anlegen. Zudem

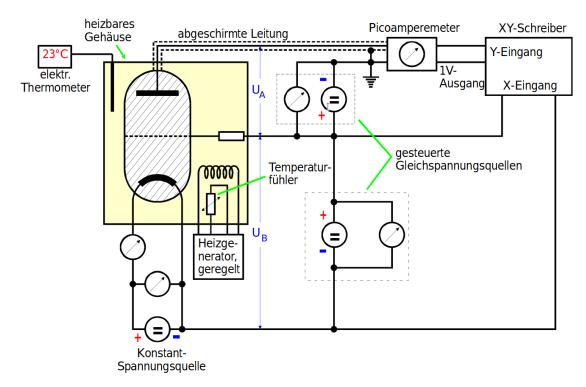


Abbildung 4: Der Versuchsaufbau mit Schaltplanskizze. Quelle ist die Anleitung zum Versuch [1, S. 10].

lässt scih zwischen Auffängerelektrode und Beschleunigungselektrode eine Spannung $U_{\rm A}$ anlegen.

Die evakuierte Röhre befindet sich, wie in der Abbildung zu sehen ist, in einem abgeschlossenen Gehäuse. In diesem Gehäuse ist eine Heizspule, mit der die Temperatur des Gehäuses und somit auch die Temperatur der Röhre verändert werden kann. Zur Kontrolle der Temperatur befindet sich ein Thermometer im inneren des Gehäuses. Durch die Änderung der Temperatur lässt sich der Gasdruck des Quecksilbergases beliebig variieren.

3.2 Messung bei Raumtemperatur

Der erste Teil des Versuchs wird bei Raumtemperatur durchgeführt, die Heizspule wird also nicht eingeschaltet. Nun wird die Spannung $U_{\rm B}$ zwischen Glühdraht und Beschleunigungselektrode auf eine konstanten Wert von 11 V gebracht. Die Spannung $U_{\rm A}$ wird nun von 0 V in 0,5 V-Schritten erhöht, bis kein Strom mehr an der Auffängerelektrode zu messen ist. Dabei wird nach jedem Schritt der zuvor genannte Strom $I_{\rm A}$, welcher am Picoampermeter angezeigt wird, notiert.

3.3 Messung bei $140\,^{\circ}\mathrm{C}$

Im zweiten Teil des Versuchs wird die Heizspule eingeschaltet. Mit dieser wird die Temperatur im Gehäuse auf 140 °C geregelt und so konstant wie möglich auf diesem Wert gehalten. Die Spannung $U_{\rm B}$ wird wieder konstant auf 11 V gehalten. Nun wird allerdings die Spannung $U_{\rm A}$ von 0 V in 0,25 V-Schritten erhöht. Die Spannung wird wieder solange erhöht bis kein Stro mehr an der Auffängerelektrode zu messen ist. Bei jedem Schritt wird wie zuvor auch der Strom, welcher am Picoampermeter angezeigt wird notiert.

3.4 Messung der Franck-Hertz-Kurven bei 180 °C

Zur messung der Franck-Hertz-Kurven wird die Temperatur weiter auf 180 °C erhöht. Die Spannung $U_{\rm A}$ wird auf einem konstanten Wert von 1 V gehalten. Um nun den Verlauf der Franck-Hertz-Kurven zu messen wird die Spannung $U_{\rm B}$ von 0 V auf 60 V erhöht. Dabei wird die $U_{\rm B}$ in 1 V-Schritten erhöht, bei jedem Schritt wird der Strom $I_{\rm A}$ notiert.

4 Auswertung

4.1 Mittlere freie Weglänge

Der Dampfdruck $p_{\rm sät}$ und die mittlere freie Weglänge \bar{w} ergeben sich aus der verwendeten Temperatur mittels Formel 7 (siehe Tab. 1). Der Abstand a zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode beträgt 1 cm. Das Verhältnis $\frac{\bar{w}}{a}$ soll 1000-4000 Mal kleiner als a sein, damit eine ausreichende Stoßwahrscheinlichkeit gegeben ist.

Temperatur / K	$p_{\rm s\ddot{a}t}/{\rm mbar}$	\bar{w}/cm	$\frac{a}{\bar{w}}$
300.65	0.0064	0.45	2.22
413.15	3.25	$8.91 \cdot 10^{-4}$	1122.33
453.15	14.14	$2.05\cdot10^{-4}$	4876.12

Tabelle 1: Der Sättigungsdampfdruck $p_{\text{sät}}$, die mittlere freie Weglänge \bar{w} und das Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$ für die Gefäßtemperatur T.

4.2 Integrale Energieverteilung

In Tab. 2 befinden sich die gemessenen Werte bei Raumtemperatur $(T=300,65\,\mathrm{K})$ und in Tab. 3 die Messwerte bei einer Gefäßtemperatur $T=413,15\,\mathrm{K}$. Die Beschleunigungsspannung wird konstant bei $U_B=11\,\mathrm{V}$ gehalten.

U_A / V	I_A/nA
0	3,2
0,5	3,1
1,0	3,0
1,5	2,8
2,0	2,5
2,5	2,2
3,0	1,95
$3,\!5$	1,7
4,0	1,4
$4,\!5$	1,1
5,0	0,6
$5,\!5$	0,5
6,0	0,0

Tabelle 2: Der gemessene Auffängerstrom I_A in Abhängigkeit der Bremsspannung U_A bei konstanter Beschleunigungsspannung $U_B=11\,{\rm V}$ und Temperatur $T=300,65\,{\rm K}.$

U_A/V	I_A / nA
0,00	170
$0,\!25$	120
0,50	100
0,75	95
1,00	90
$1,\!25$	90
1,50	80
1,75	80
2,00	70
$2,\!25$	60
$2,\!50$	50
2,75	40
3,00	30
$3,\!25$	20
3,50	10
3,75	0
4,00	0

Tabelle 3: Der gemessene Auffängerstrom I_A in Abhängigkeit der Bremsspannung U_A bei konstanter Beschleunigungsspannung $U_B=11\,\mathrm{V}$ und Temperatur $T=413,15\,\mathrm{K}.$

Der gemessene Auffängerstrom I_A bei Raumtemperatur ($T=27.5\,^{\circ}\mathrm{C}$) ist in Abb. 5 graphisch dargestellt. Die Messwerte für $T=140\,^{\circ}\mathrm{C}$ sind in Abb. 6 zu sehen.

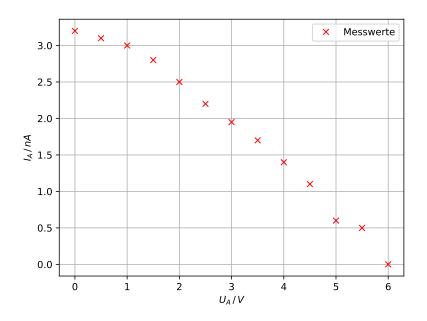


Abbildung 5: Integrale Energieverteilung für $T=27.5\,^{\circ}\mathrm{C.}$ [3][6]

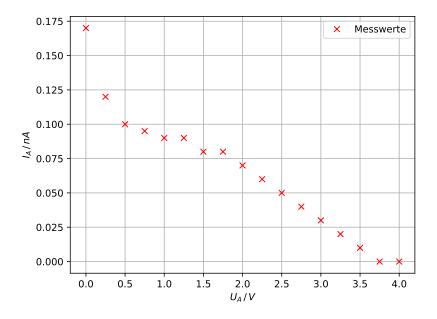


Abbildung 6: Integrale Energieverteilung für $T=140\,^{\circ}\mathrm{C.}$ [3][6]

4.3 Differentielle Energieverteilung

Die differentielle Energieverteilung ergibt sich aus der Steigung der integralen Energieverteilung:

$$\begin{split} \text{Steigung} &= \frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} \\ &= \frac{I_{A,k} - I_{A,k-1}}{U_{A,k} - U_{A,k-1}} \end{split}$$

Die Steigung der integralen Energieverteilung ist in Tab. 4 für $T=27.5\,^{\circ}\mathrm{C}$ und in Tab. 5 für $T=140\,^{\circ}\mathrm{C}$ aufgelistet.

U_A/V	$\left \frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} \right / \frac{\mathrm{nA}}{\mathrm{V}}$
0.0	0.2
0.5	0.2
1.0	0.4
1.5	0.6
2.0	0.6
2.5	0.5
3.0	0.5
3.5	0.6
4.0	0.6
4.5	1.0
5.0	0.2
5.5	1.0

Tabelle 4: Die differentielle Energieverteilung für $T=27.5\,^{\circ}\mathrm{C}.$

Die differentielle Energieverteilung ist in Abb. 7 und 8 dargestellt.

$\left \frac{\Delta I_A}{\Delta U_A} \right / \frac{\mathrm{pA}}{\mathrm{V}}$
200
80
20
20
0
40
0
40
40
40
40
40
40
40
40
0

Tabelle 5: Die differentielle Energieverteilung für $T=140\,^{\circ}\mathrm{C}.$

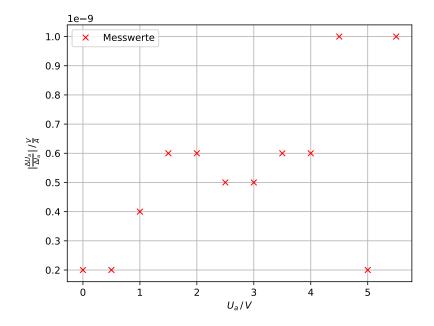


Abbildung 7: Die differentielle Energieverteilung für 27,5 °C graphisch dargestellt. [3][6]

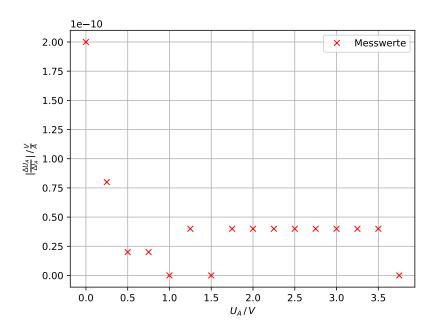


Abbildung 8: Die differentielle Energieverteilung für 140 °C graphisch dargestellt. [3][6]

4.4 Franck-Hertz-Kurve

Der gemessene Auffängerstrom ${\cal I}_A$ (siehe Tab. 6) ist in Abb. 9 graphisch dargestellt und die Maxima sind visuell hervorgehoben.

U_B/V	I_A / nA	U_B/V	I_A / nA
0	0.00	31	0.12
1	0.00	32	0.02
2	0.00	33	0.02
3	0.00	34	0.08
4	0.00	35	0.18
5	0.00	36	0.22
6	0.00	37	0.11
7	0.00	38	0.06
8	0.00	39	0.11
9	0.00	40	0.25
10	0.00	41	0.34
11	0.00	42	0.26
12	0.00	43	0.18
13	0.00	44	0.20
14	0.00	45	0.34
15	0.01	46	0.47
16	0.00	47	0.44
17	0.00	48	0.35
18	0.00	49	0.32
19	0.01	50	0.42
20	0.05	51	0.60
21	0.00	52	0.65
22	0.00	53	0.60
23	0.00	54	0.58
24	0.03	55	0.68
25	0.09	56	0.88
26	0.05	57	0.99
27	0.00	58	1.05
28	0.00	59	1.10
29	0.05	60	1.20
30	0.14		

Tabelle 6: Messwerte zur Franck-Hertz-Kurve bei einer Temperatur von $T=180\,^{\circ}\mathrm{C}$ und einem Gegenpotential von $U_A=1\,\mathrm{V}.$ [3][4][5][6]

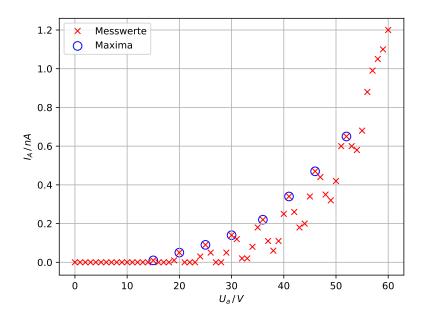


Abbildung 9: Franck-Hertz-Kurve bei einer Temperatur von $T=180\,^{\circ}\mathrm{C}$ und einem Gegenpotential von $U_A=1\,\mathrm{V}.$ [3][4][5][6]

Die Abstände der Maxima werden mithilfe der Bibliotheken Numpy[6] und scipy[4] bestimmt und sind in Tab. 7 aufgelistet. Im Mittel ergibt sich ein Abstand von

$$\varDelta \bar{U}_{B,max} = (5.29 \pm 0.18)\,\mathrm{V}$$

und somit eine Anregungsenergie für den 1. Zustand von Quecksilber von

$$E = (5.29 \pm 0.18) \,\text{eV} \,.$$
 (8)

Aus der 1. Anregungsenergie folgt die Wellenlänge der beim Übergang in den Grundzustand emittierten Strahlung

$$\begin{split} \lambda &= \frac{h \cdot c}{U_1} \\ &= (235 \pm 8) \, \mathrm{nm} \, . \end{split}$$

Das 1. Maximum liegt bei $U_{B,max}=15\,\mathrm{V}$ und es gilt $U_{B,max}=K+U_1.$ Daraus folgt sofort für das Kontaktpotential

$$K = (9.71 \pm 0.18) \,\mathrm{V} \,. \tag{9}$$

$U_{B,max}/{\rm V}$	$I_{A,max}/\mathrm{nA}$	$\varDelta U_{B,max}/\mathrm{V}$
15	0.01	5
20	0.05	5
25	0.09	5
30	0.14	6
36	0.22	5
41	0.34	5
46	0.47	6
52	0.65	-

Tabelle 7: Maxima und Abstände der Maxima der Franck-Hertz-Kurve. Abstand bezeichnet hier den Abstand zum nächsten Maximum.

5 Diskussion

Das Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$ der mittleren freien Weglänge \bar{w} und dem Abstand a zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode sollte zwischen 1000-4000 liegen, damit eine ausreichende Stoßwahrscheinlichkeit gegeben ist. Dies ist nur für die Temperatur $T=140\,^{\circ}\mathrm{C}$ gegeben. Bei der Messung bei Raumtemperatur ist davon auszugehen, dass nur wenige Elektronen auf dem Weg von der Kathode zur Auffängerelektrode mit den Quecksilber-Atomen wechselwirken, da das Verhältnis weit unter 1000 liegt. Das Verhältnis ist für die Temperatur $T=180\,^{\circ}\mathrm{C}$ etwas zu groß und es besteht die Möglichkeit, dass nur wenige Elektronen die Auffängerelektrode überhaupt erreichen.

Die integrale Energieverteilung entspricht nicht der Erwartung. Für beide Temperaturen verlaufen die Kurven relativ linear und flachen kaum ab. Die differentielle Energieverteilung ist daher relativ konstant mit großer Streuung.

Durch die geringe Anzahl an Messwerten, da kein XY-Schreiber vorhanden, ist kein kontinuierlicher Verlauf der Energieverteilung möglich. Eine Messung mit mehr Messwerten, also kleinerem ΔU_A oder einem XY-Schreiber würde genauere Ergebnisse bringen.

Die Franck-Hertz-Kurve 9 entspricht der Erwartung. Die Maxima steigen mit wachsendem U_A und auch die Abstände zwischen den Maxima

$$\Delta \bar{U}_{B.max} = (5.29 \pm 0.18) \, \mathrm{V}$$

sind mit einer Abweichung von $3,4\,\%$ konstant. Die experimentell ermittelte Anregungsenergie

$$U_{1,exp} = (5.29 \pm 0.18) \,\text{eV}$$

weicht um 7,96 % vom Literaturwert [2] $U_{1,th} = 4,9 \,\mathrm{eV}$ ab.

6 Anhang

Tem pevorten: 27528	
Besch (en nigungsspann u USIV Ia/nA	2 UR: 77 V
0,0 3 2 3,2 0,5 3 6 3,7 7,0 2 6 3,6 7,5 2 6 3,6 2,5 3,5 2,0 7,9 3,5 7,7 4,0 7,7 4,5 7,7 5,0 0,0	5
5,0 5,5 6,0	10 60 50
T= 140 °C,	UB = 77 V
U4/V IA/n A. 0, 9 0 1, 70 0,25 1,20	2,75 0,40
0 1,70 0,25 1,20 0,50 1,00 0,75 0,55 1,0 0,50 1,50 0,80 1,75 0,80 1,75 0,80 1,75 0,60 1,75 0,60	3,00 0,30 3,25 0,20 3,50 0,00 4,00 0,00
1,75 1,75	4,00
7,50 0,60	

Abbildung 10: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 1).

T= 780°C, Ux UB/V Ix/nt O O O O O O T O O T O O T O O	= 1 V MU3 ClB/V 4 4 4 5 6 1 4 7 4 8 4 9 5 7 5 7 5 7 5 7 5 7 5 7 5 7 5 7	CACAL US: 0,20 0,34 0,47 0,47 0,35 0,32 0,42 0,60 0,65 0,68 0,68 0,68 0,68 0,88 0,99 7,05 7,76 7,76
29 0,05 30 0,74 31 0,08 32 0,08 36 0,22 37 0,08 36 0,22 37 0,06 37 0,07 38 0,07 39 0,27 40 0,24 41 0,24 42 0,28 42 0,28 42 0,28		R.R.

Abbildung 11: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 2).

Literatur

- [1] TU Dortmund. Anleitung zum Franck-Hertz-Versuch V601. 2014.
- [2] J. Franck und G. Hertz. Über Zusammenstöße zwischen Elektronen und den Molekülen des Quecksilberdampfes und die Ionisierungsspannung desselben. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/phbl.19670230702.
- [3] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.
- [5] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [6] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.