

V311 Der Hall-Effekt

Tobias Rücker

tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Paul Störbrock

paul.stoerbrock@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.01.20, Abgabe: 28.01.20

Versuchsgruppe: **42**

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	1
2	Theorie	1
3	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	3
4	Auswertung	5
4.1	Messwerte	5
4.2	Hysteresis	5
4.3	Kupfer	7
4.3.1	Konstanter Querstrom	8
4.3.2	Konstantes B-Feld	10
4.4	Silber	10
4.4.1	Konstanter Querstrom	11
4.4.2	Konstantes B-Feld	11
4.5	Zink	12
4.5.1	Konstanter Querstrom	13
4.5.2	Konstantes B-Feld	13
5	Diskussion	14
	Literatur	17

1 Ziel

In der heutigen Zeit bilden Kenntnisse zur elektrischen Leitfähigkeit von Metallen eine entscheidende Rolle. Viele modernen Technologien benötigen Kenntnisse über die Leitfähigkeit von verschiedenen Materialien wie Metallen. Eine effiziente Möglichkeit zur Untersuchung der verschiedenen elektrischen Leitungseigenschaften bildet der Versuch zum Hall-Effekt.

2 Theorie

Kristalline Festkörper haben die Eigenschaft, dass deren Valenzelektronen ein System bilden. Valenzelektronen sind dabei die Elektronen in der äußersten Schale des Atoms. Für diese Elektronen gilt das Pauli-Prinzip, was bedeutet, dass jedes Elektron in diesem System einen anderen Quantenzustand annimmt. Daraus folgt, dass alle Elektronen eine leicht verschiedene Energie haben. Dadurch entstehen Energiebänder in der Elektronenhülle. Diese Energiebänder können sich überlappen oder eine Lücke bilden, welche als verbotene Zone bezeichnet wird, sofern sie eine endliche Breite hat. Eine weitere Folge des Pauli-Prinzips ist, dass sich nur eine endliche Anzahl an Elektronen auf den Energiebändern befinden kann.

Elektronen auf besetzten Bändern leisten keinen Beitrag zur elektrischen Leitfähigkeit. Bei Metallen führt daher das höchste teils nicht besetzte Band zu ihrer elektrischen Leitfähigkeit. Die Elektronen auf diesem Band werden als Leitungselektronen bezeichnet. Die Anzahl der freien Leitungselektronen in einem Volumen V lässt sich dabei über die Hallspannung berechnen: [1]

$$U_H = -\frac{1}{ne_0} \frac{B \cdot I_Q}{d}. \quad (1)$$

Die Hallspannung beschreibt dabei eine Messgröße des Halleffekts. Bei diesem wird ein Querstrom I_Q durch eine Leiterplatte der Dicke d geleitet, während die Leiterplatte sich in einem homogenen Magnetfeld senkrecht zur Probe befindet. Durch das Magnetfeld wirkt auf die Elektronen die Lorentzkraft, welche dazu führt, dass die Elektronen durch die Auslenkung ein elektrisches Feld aufbauen. Die sich, nach dem Kompensieren der Lorentzkraft mit der des elektrischen Feldes, einstellende Spannung wird Hallspannung genannt. Das n aus Formel (1) beschreibt dabei die Anzahl der freien Ladungsträger in der Leiterplatte. Die Konstante e_0 beschreibt hier die Ladung des Elektrons. Beide Parameter bilden zusammen die Hallkonstante: [2]

$$R_H = \frac{1}{ne_0} \quad (2)$$

Um die Anzahl der freien Elektronen für ein Atom zu bestimmen, muss n auf die Anzahl der Atome im Volumen normiert werden:

$$z = \frac{n}{N/V} \quad (3)$$

Der Nenner von z lässt sich dabei über die Dichte bestimmen

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (4a)$$

wobei sich m mit

$$m = N \cdot A_u \cdot u \quad (4b)$$

beschreiben lässt. Dabei bildet A_u die relative Atommasse, während u die atomare Masseneinheit darstellt. Diese ergibt für N/V

$$\frac{N}{V} = \frac{\rho}{A_u \cdot u}. \quad (4c)$$

Dadurch ergibt sich für z

$$z = \frac{n \cdot A_u \cdot u}{\rho}. \quad (4d)$$

Die Leitungselektronen bewegen sich im Gitterverband dabei wie Teilchen in einem idealen Gas. Die ungeordnete Bewegung dieser Teilchen führt zu Zusammenstößen mit Fremdatomen und anderen strukturellen Defiziten. Durch diese Zusammenstöße kommt es zu einer Streuung der Elektronen in eine zufällige Richtung. Um die Geschwindigkeit der Elektronen in Richtung des E-Feldes zu definieren, wird eine neue Größe, nämlich die mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d , eingeführt. Diese ist über die Stromdichte j folgendermaßen definiert: [1]

$$j = -n \bar{v}_d e_0 \quad (5)$$

Durch Umschreiben der Driftgeschwindigkeit lässt sich eine weitere wichtige Größe einführen, die mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$: [1]

$$j = \frac{1}{2} \frac{e_0^2}{m_0} n \bar{\tau} E \quad (6)$$

Dabei ist E der Betrag des E-Feldes und m_0 die Ruhemasse des Elektrons. Berechnen lässt sich die mittlere Flugzeit dabei über die Formel [1]

$$\varrho = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{n \bar{\tau}}. \quad (7)$$

Eine weitere wichtige mikroskopische Größe stellt die Totalgeschwindigkeit $|v|$ dar. Diese beschreibt die Geschwindigkeit, welche durch die thermische Bewegung der einzelnen Bausteine des Kristalls hervorgerufen wird. Aufgrund des Pauli-Prinzips lässt sich die Energieverteilung nicht durch eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung darstellen, sondern durch eine Fermi-Dirac-Verteilung [1]

$$f(E) dE = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} dE. \quad (8)$$

Der Parameter E_F bedeutet die Fermi-Energie. Sie beschreibt den Energiewert der Elektronen mit der meisten Energie aufgrund des Pauli-Prinzips am absoluten Nullpunkt. Die Fermi-Energie sieht als Formel folgendermaßen aus: [1]

$$E_F = \frac{h^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3}{8\pi}n\right)^2} \quad (9)$$

Mit (9) lässt sich die Totalgeschwindigkeit $|v|$ abschätzen, da nur die Elektronen mit $E \approx E_F$ einen Beitrag zur Leitfähigkeit leisten [1]

$$|v| \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}}. \quad (10)$$

Aus $\bar{\tau}$ und $|v|$ lässt sich eine weitere Größe berechnen, die mittlere freie Weglänge: [1]

$$\bar{l} = \bar{\tau}|v| \quad (11)$$

Durch das Einsetzen von Formel (10) ergibt sich dann:

$$\bar{l} \approx \bar{\tau} \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} \quad (12)$$

Die freie Weglänge beschreibt dabei den Weg, den ein Elektron zwischen zwei Zusammenstößen im Mittel zurücklegt. Aus der mittleren Flugzeit lässt sich noch die Beweglichkeit μ ableiten [1]

$$\vec{v}_d = \mu \vec{E}. \quad (13)$$

Die Beweglichkeit beschreibt hier, wie störfrei sich die Elektronen in dem Metall ausbreiten können.

Bei überlappenden Energiebändern kann es passieren, dass Elektronen vom nieder- ins höherenergetische Band übergehen. Dann entsteht eine Leerstelle im niederen Band, welche als Loch bezeichnet wird. Diese werden von einem elektrischen Feld beeinflusst und verhalten sich ähnlich einer positiven Ladung. Sie sind damit ein Teil des Hall-Effekts, bei dem die Hall-Spannung allerdings das Vorzeichen wechselt. Dies nennt man den anomalen Hall-Effekt.

3 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Benötigt werden: *Ein Eisenjoch, zwei Spulen, zwei Magnetschuhe, drei Leiterplatten, drei Materialproben, ein digitales Multimeter, zwei Generatoren, jeweils drei Spulen aus dem Material der einzelnen Proben, eine Hall-Sonde, eine digitale Mikrometerschraube und sieben Experimentierkabel.*

Zu Beginn wird das Eisenjoch durch beide Spulen geführt. An beiden Enden des Eisenjochs werden nun die Magnetschuhe angebracht. Sobald der Elektromagnet aufgebaut ist, werden die beiden Spulen in Reihe geschaltet und an den einen Generator angeschlossen. Nun wird eine Hall-Sonde an einem Stativ befestigt und zwischen die Magnetschuhe gestellt, um die Hysterese des Magnetfelds zu bestimmen. Dafür wird der Strom sukzessiv erhöht, bis eine festgelegte Spannung an den Spulen anliegt. Für jede Erhöhung des Stroms wird die Stärke des Magnetfelds mit der Hall-Sonde abgelesen. Ist die festgelegte Spannung erreicht, wird der selbe Prozess wiederholt während der Strom reduziert wird.

Sind die Messwerte der Hysterese bestimmt, wird die Hall-Sonde entfernt und eine Materialprobe auf der Leiterplatte zwischen den Magnetschuhen befestigt. Anschließend wird die Leiterplatte wie folgt an dem Multimeter und Generator angeschlossen:

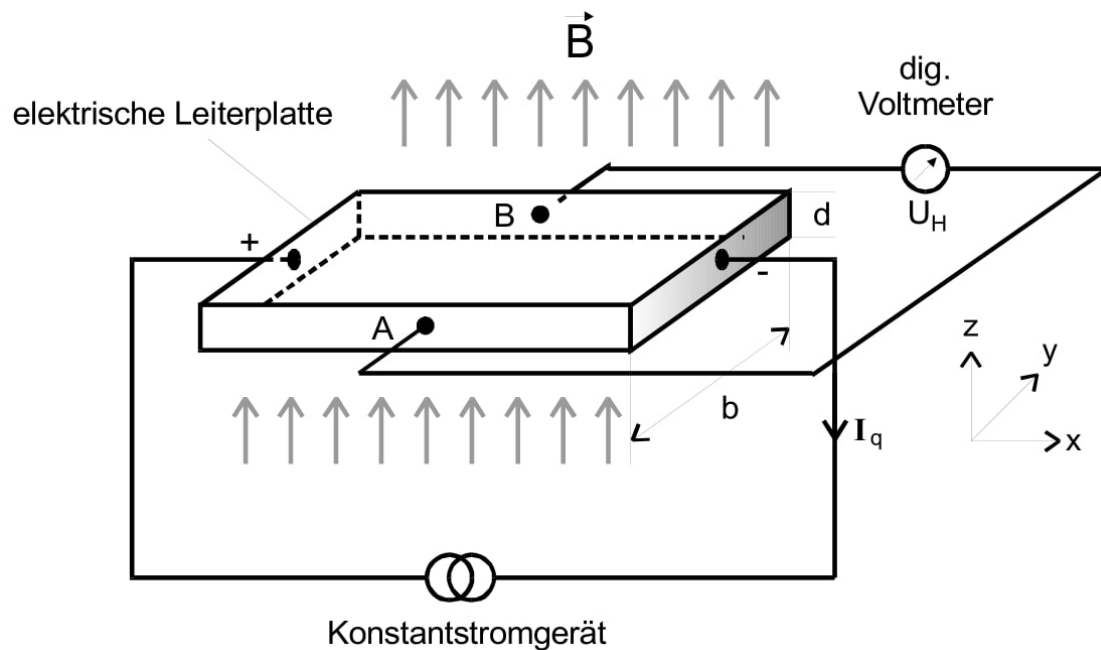


Abbildung 1: Aufbau der Leiterplatte [1]

Nun werden die Messwerte der Hallspannung aufgenommen. Dafür werden zwei Messreihen angefertigt. Es wird einmal der Querstrom I_Q konstant gehalten und einmal der Strom I_B , welcher durch die Spulen fließt und das Magnetfeld induziert. Wenn der Querstrom konstant gehalten wird, wird der Strom I_B in gleichmäßigen Schritten erhöht, sodass zehn Messwerte aufgenommen werden können. Ähnlich wird beim konstanten Magnetfeld verfahren. Hier wird I_Q in gleichmäßigen Schritten hochgedreht. Dabei wird der Strom bis zur maximalen Angabe für die Leiterplatte erhöht.

Anschließend wird die Foliendicke und der Drahtdurchmesser der Probe mit einer Mikrometerschraube gemessen. Der Widerstand wird mit einer Spule des jeweiligen Metalls

bestimmt. Dafür wird die Spule mit dem digitalen Multimeter verbunden und der Widerstand auf dem Display ausgegeben.

4 Auswertung

4.1 Messwerte

Es werden die drei Materialien Kupfer, Silber und Zink verwendet. Die gemessenen Maße der Folien und Drähte, sowie der Widerstände der Materialien lauten:

	Kupfer	Silber	Zink
Foliendicke d	$18 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$	$24 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$	$27 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}$
Drahtdurchmesser	$100 \mu\text{m}$	$205 \mu\text{m}$	
Drahtlänge l	$1,37 \text{ m}$	173 cm	
Widerstand R	$2,90 \Omega$	$703 \text{ m}\Omega$	
Dichte ρ	8960 kg m^{-3}	$10\,500 \text{ kg m}^{-3}$	7130 kg m^{-3}
Relative Atommasse A_u	63,55	107,8682	65,39

Tabelle 1: Messwerte für den Spezifischen Widerstand

Mithilfe der Messwerten aus Tabelle 1 lässt sich der spezifische Widerstand $\varrho = R \cdot A/l$ der einzelnen Materialien bestimmen. Hier wird der Literaturwert des spezifischen Widerstands für Zink [4] genommen, da für Zink keine Spule und kein Draht zur Verfügung stand. Damit lauten die spezifischen Widerstände:

$$\varrho_{Cu} = 16,64 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \quad (14a)$$

$$\varrho_{Ag} = 13,41 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \quad (14b)$$

$$\varrho_{Zn} = 59,00 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m} \quad (14c)$$

4.2 Hysterese

Die folgende Tabelle 2 gibt die Messwerte des Magnetfeldes für einen steigenden Strom (links) und einem sinkenden Strom (rechts) wieder.

Aufsteigend von 0 A		Absteigend von 4,5 A	
Strom I_{auf} / A	Magnetfeld B_{auf} / mT	Strom I_{ab} / A	Magnetfeld B_{ab} / mT
0.0	9.8	4.5	1109.3
0.5	104.8	4.0	998.3
1.0	226.0	3.5	855.8
1.5	336.5	3.0	696.7
2.0	445.6	2.5	597.8
2.5	553.8	2.0	494.9
3.0	657.3	1.5	385.9
3.5	791.0	1.0	280.0
4.0	950.7	0.5	161.5
4.5	1086.0	0.1	72.9
5.0	1153.0		

Tabelle 2: Hysterese des Magnetfelds

Mithilfe der Messwerte aus Tabelle 2 lässt sich der Graph 2 erstellen. Der folgende Graph wird mit dem Python Befehl `np.polyfit` [3] und der Formel $y = mx + b$ erstellt. Die Parameter m und b werden mit den Formeln

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (15a)$$

und

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \overline{x^2} - \overline{xy} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (15b)$$

bestimmt und lauten:

$$m_{auf} = (0,2352 \pm 0,0045) \text{ T A}^{-1} \quad (15c)$$

$$b_{auf} = (-0,014 \pm 0,013) \text{ T} \quad (15d)$$

$$m_{ab} = (0,2327 \pm 0,0070) \text{ T A}^{-1} \quad (15e)$$

$$b_{ab} = (0,035 \pm 0,018) \text{ T} \quad (15f)$$

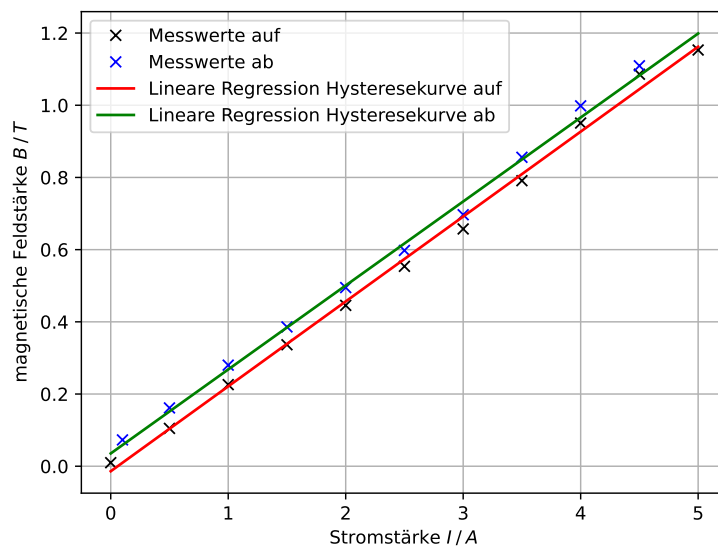


Abbildung 2: Hysteresekurve

4.3 Kupfer

Die folgende Tabelle 3 gibt die Messwerte der Hallspannung U_H bei variierendem Querstrom I_Q oder Magnetfeld I_B für Kupfer wieder. Das Magnetfeld B wird aus der Geradengleichung $B = m_{auf} \cdot I_B + b_{auf}$ gewonnen.

Konstanter Querstrom $I_Q = 10 \text{ A}$			Konstanter Strom $I_B = 5 \text{ A}$	
Strom I_B / A	Spannung U_H / mV	B / T	Strom I_Q / A	Spannung U_H / mV
0.5	-0.01	0.10	1	0.00
1.0	0.05	0.22	2	0.03
1.5	0.06	0.34	3	0.06
2.0	0.08	0.46	4	0.08
2.5	0.10	0.57	5	0.10
3.0	0.12	0.69	6	0.13
3.5	0.14	0.81	7	0.15
4.0	0.16	0.93	8	0.17
4.5	0.17	1.04	9	0.19
5.0	0.19	1.16	10	0.21

Tabelle 3: Hallspannung U_H von Kupfer

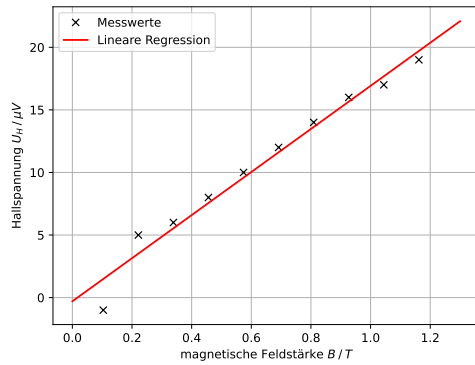
Die folgenden Graphen 3a und 3b werden mit den jeweiligen Messwerten aus Tabelle 3 angefertigt. Außerdem lauten die relevanten Parameter:

$$m_a) = (17,2 \pm 1,1) \mu\text{V A}^{-1} \quad (16a)$$

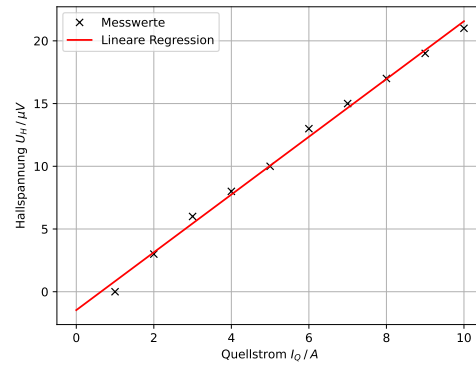
$$b_a) = (-0,29 \pm 0,76) \mu\text{V} \quad (16b)$$

$$m_b) = (2,303 \pm 0,055) \mu\text{V A}^{-1} \quad (16c)$$

$$b_b) = (-1,47 \pm 0,34) \mu\text{V} \quad (16d)$$



(a) Hallspannung bei konstantem Querstrom



(b) Hallspannung bei konstantem B-Feld

Abbildung 3: Hallspannungen für Kupfer

4.3.1 Konstanter Querstrom

Die Ladungsträger pro Volumen n lassen sich mit der Formel (1) bestimmen. Dafür wird das Magnetfeld B benötigt, welches sich mit den Steigung m_{auf} (15c) oder m_{ab} (15e) des Graphen 2 bestimmen lässt, da Das B-Feld aus der Geradengleichung $B = m_{auf} \cdot I + b_{auf}$ folgt. Wird der Wert mit dem dazugehörigen Werten aus Tabellen 1 und 2 in Formel (1) eingesetzt, folgt für n :

$$n_{Cu} = (-2,01 \pm 0,12) \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3} \quad (17)$$

Mithilfe von n lässt sich die Zahl der Ladungsträger pro Volumen z mit der Formel (4d) bestimmen. Mit den Werten aus Tabelle 1 und n_{Cu} (17) folgt für z :

$$z_{Cu} = \frac{n \cdot A_u \cdot u}{\rho} = -2,37 \pm 0,15 \quad (18)$$

Die Hallkonstante für Kupfer wird mithilfe der Formel (2) berechnet. Hier wird das zuvor berechnete n_{Cu} (17) eingesetzt. Daraus folgt die Hallkonstante:

$$R_{H,Cu} = (-3,10 \pm 0,19) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \quad (19)$$

Die mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$ berechnet sich mit der Formel (7). Die Konstanten e_0 und m_0 und der spezifische Widerstand ϱ_{Cu} (14a) werden in Formel (7) eingesetzt, nachdem diese nach $\bar{\tau}$ umgestellt wurde. Daraus folgt für $\bar{\tau}$:

$$\bar{\tau}_{Cu} = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{n\varrho} = (2,12 \pm 0,13) \cdot 10^{-14} \text{ s} \quad (20)$$

Für die mittlere Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d wird die Formel (5) umgestellt. Auch hier wird das zuvor berechnete n_{Cu} (17) eingesetzt, woraus folgt:

$$\bar{v}_{d,Cu} = \frac{-j}{ne_0} = (3,10 \pm 0,19) \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1} \quad (21)$$

Mit $\bar{\tau}$ lässt sich außerdem der Betrag des elektrischen Feldes E mithilfe der Formel (6) berechnen. Für E folgt:

$$E = 2 \frac{j}{n\bar{\tau}} \frac{m_0}{e_0^2} \quad (22)$$

Mit dem Betrag des E-Feldes lässt sich nun die Beweglichkeit der Elektronen μ bestimmen. Dafür wird die Formel (13) nach μ umgestellt und die Werte für $\bar{v}_{d,Cu}$ (20) und E (22) eingesetzt:

$$\mu_{Cu} = \frac{\bar{v}_{d,Cu}}{E} = (-1,86 \pm 0,12) \cdot 10^{-3} \text{ C s kg}^{-1} \quad (23)$$

Um die mittlere Weglänge \bar{l} zu bestimmen, wird zuerst die Fermi-Energie E_F nach Formel (9) und die durch E_F bestimmte absolute Geschwindigkeit $|v|$ berechnet. Daraus folgt für E_F :

$$E_F = \frac{h^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3}{8\pi}n\right)^2} \quad (24)$$

Wird E_F nun in Formel (10) eingesetzt, folgt für die absolute Geschwindigkeit:

$$|v|_{Cu} \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} = (2,099 \pm 0,043) \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1} \quad (25)$$

Mit der absoluten Geschwindigkeit lässt sich \bar{l} approximieren als:

$$\bar{l}_{Cu} \approx \bar{\tau} \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} = (44,4 \pm 1,8) \text{ nm} \quad (26)$$

4.3.2 Konstantes B-Feld

Die Werte für ein konstantes B-Feld werden analog zu Abschnitt 4.3.1 berechnet. Die Ergebnisse lauten wie folgt:

Ladungsträger pro Volumen	$n_{Cu} = (-1,750 \pm 0,058) \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$
Zahl der Ladungsträger pro Volumen	$z_{Cu} = -2,060 \pm 0,068$
Hallkonstante	$R_{H,Cu} = (-3,57 \pm 0,12) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Mittlere Flugzeit	$\bar{\tau}_{Cu} = (2,438 \pm 0,080) \cdot 10^{-14} \text{ s}$
Mittlere Driftgeschwindigkeit	$\bar{v}_{d,Cu} = (3,57 \pm 0,12) \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$
Beweglichkeit	$\mu_{Cu} = (-2,144 \pm 0,071) \cdot 10^{-3} \text{ C s kg}^{-1}$
Totalgeschwindigkeit	$ v _{Cu} = (2,003 \pm 0,022) \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
Mittlere freie Weglänge	$\bar{l}_{Cu} = (4,88 \pm 0,11) \cdot 10^{-8} \text{ m}$

Tabelle 4: Werte für Kupfer mit konstantem B-Feld

4.4 Silber

In der folgenden Tabelle 5 sind Hallspannung U_H und Strom I für Silber aufgetragen. Auch hier ist auf der linken Seite der Querstrom konstant und auf der rechten Seite das Magnetfeld.

Konstanter Querstrom $I_Q = 10 \text{ A}$			Konstanter Strom $I_B = 5 \text{ A}$	
Strom I_B / A	Spannung U_H / mV	B / T	Strom I_Q / A	Spannung U_H / mV
0.5	-1.72	0.10	1	-0.19
1.0	-1.76	0.22	2	-0.39
1.5	-1.78	0.34	3	-0.59
2.0	-1.81	0.46	4	-0.79
2.5	-1.83	0.57	5	-0.98
3.0	-1.85	0.69	6	-1.17
3.5	-1.87	0.81	7	-1.38
4.0	-1.89	0.93	8	-1.56
4.5	-1.91	1.04	9	-1.76
5.0	-1.93	1.16	10	-1.96

Tabelle 5: Hallspannung U_H von Silber

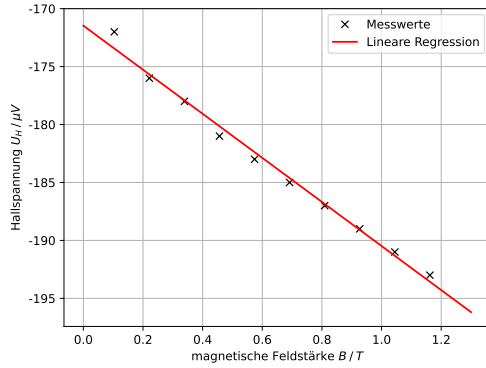
Die folgenden zwei Graphen 4a und 4b werden mit den Messwerten aus Tabelle 5 und den relevanten Parameter m und b

$$m_a) = (-19,02 \pm 0,65) \mu\text{V A}^{-1} \quad (27a)$$

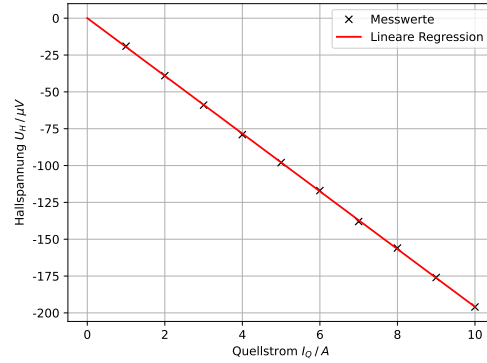
$$b_a) = (-171,47 \pm 0,47) \mu\text{V} \quad (27b)$$

$$m_b) = (-19,594 \pm 0,062) \mu\text{V A}^{-1} \quad (27c)$$

$$b_b) = (0,07 \pm 0,38) \mu\text{V} \quad (27d)$$



(a) Hallspannung bei konstantem Querstrom



(b) Hallspannung bei konstantem B-Feld

Abbildung 4: Hallspannungen für Silber

4.4.1 Konstanter Querstrom

Die Werte für einen konstanten Querstrom werden analog zu Abschnitt 4.3.1 berechnet. Die Ergebnisse lauten wie folgt:

Ladungsträger pro Volumen	$n_{Ag} = (1,37 \pm 0,05) \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$
Zahl der Ladungsträger pro Volumen	$z_{Ag} = 2,33 \pm 0,08$
Hallkonstante	$R_{H,Ag} = (4,56 \pm 0,16) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Mittlere Flugzeit	$\bar{\tau}_{Ag} = (3,87 \pm 0,13) \cdot 10^{-14} \text{ s}$
Mittlere Driftgeschwindigkeit	$\bar{v}_{d,Ag} = (4,60 \pm 0,21) \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$
Beweglichkeit	$\mu_{Ag} = (3,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-3} \text{ C s kg}^{-1}$
Totalgeschwindigkeit	$ v _{Ag} = (1,845 \pm 0,021) \cdot 10^6 \text{ m s}$
Mittlere freie Weglänge	$\bar{l}_{Ag} = (7,14 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} \text{ m}$

Tabelle 6: Werte für Silber mit konstantem Querstrom

4.4.2 Konstantes B-Feld

Die Werte für ein konstantes B-Feld werden analog zu Abschnitt 4.3.1 berechnet. Die Ergebnisse lauten wie folgt:

Ladungsträger pro Volumen	$n_{Ag} = (1,542 \pm 0,035) \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$
Zahl der Ladungsträger pro Volumen	$z_{Ag} = 0,2631 \pm 0,0060$
Hallkonstante	$R_{H,Ag} = (40,47 \pm 0,92) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Mittlere Flugzeit	$\bar{\tau}_{Ag} = (3,431 \pm 0,078) \cdot 10^{-13} \text{ s}$
Mittlere Driftgeschwindigkeit	$\bar{v}_{d,Ag} = (4,047 \pm 0,092) \text{ m s}^{-1}$
Beweglichkeit	$\mu_{Ag} = (3,017 \pm 0,069) \cdot 10^{-2} \text{ C s kg}^{-1}$
Totalgeschwindigkeit	$ v _{Ag} = (8,915 \pm 0,067) \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$
Mittlere freie Weglänge	$\bar{l}_{Ag} = (3,059 \pm 0,046) \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Tabelle 7: Werte für Silber mit konstantem B-Feld

4.5 Zink

Die folgende Tabelle 8 enthält die Messwerte der Hallspannung U_H und des dazugehörigen Stroms von Zink. Wie auch in Sektion 4.4 ist auf der linken Seite der Querstrom konstant gehalten und auf der rechten Seite das Magnetfeld.

Konstanter Querstrom $I_Q = 8 \text{ A}$			Konstanter Strom $I_B = 5 \text{ A}$	
Strom I_B / A	Spannung U_H / mV	B / T	Strom I_Q / A	Spannung U_H / mV
0.5	-3.20	0.10	1	-0.38
1.0	-3.18	0.22	2	-0.75
1.5	-3.16	0.34	3	-1.13
2.0	-3.15	0.46	4	-1.35
2.5	-3.14	0.57	4	-1.54
3.0	-3.16	0.69	5	-1.93
3.5	-3.15	0.81	6	-2.31
4.0	-3.14	0.93	6	-2.50
4.5	-3.15	1.04	7	-2.74
5.0	-3.14	1.16	8	-3.11

Tabelle 8: Hallspannung U_H von Zink

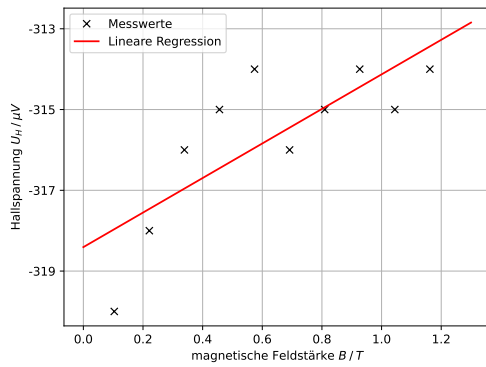
Mit den Messwerten aus Tabelle 8 werden die folgenden Graphen 5a und 5b erstellt. Die dazugehörigen Parameter lauten:

$$m_a) = (4,3 \pm 1,2) \mu\text{V A}^{-1} \quad (28a)$$

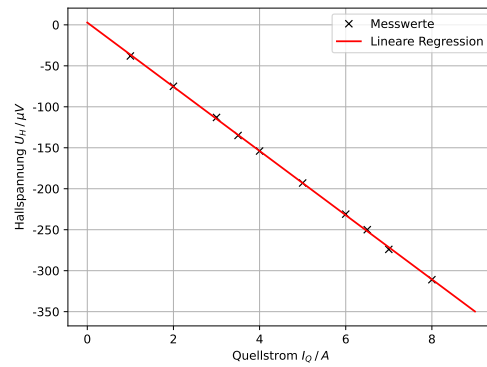
$$b_a) = (-318,41 \pm 0,86) \mu\text{V} \quad (28b)$$

$$m_b) = (-39,17 \pm 0,22) \mu\text{V A}^{-1} \quad (28c)$$

$$b_b) = (2,8 \pm 1,1) \mu\text{V} \quad (28d)$$



(a) Hallspannung bei konstantem Querstrom



(b) Hallspannung bei konstantem B-Feld

Abbildung 5: Hallspannungen für Zink

4.5.1 Konstanter Querstrom

Die Werte für einen konstanten Querstrom werden analog zu Abschnitt 4.3.1 berechnet. Die Ergebnisse lauten wie folgt:

Ladungsträger pro Volumen	$n_{Zn} = (-4,3 \pm 1,2) \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$
Zahl der Ladungsträger pro Volumen	$z_{Zn} = -7 \pm 2$
Hallkonstante	$R_{H,Zn} = (-1,44 \pm 0,41) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Mittlere Flugzeit	$\bar{\tau}_{Zn} = (2,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-15} \text{ s}$
Mittlere Driftgeschwindigkeit	$\bar{v}_{d,Zn} = (1,44 \pm 0,41) \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$
Beweglichkeit	$\mu_{Zn} = (-2,45 \pm 0,69) \cdot 10^{-4} \text{ C s kg}^{-1}$
Totalgeschwindigkeit	$ v _{Zn} = (2,71 \pm 0,25) \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
Mittlere freie Weglänge	$\bar{l}_{Zn} = (7,5 \pm 1,4) \cdot 10^{-9} \text{ m}$

Tabelle 9: Werte für Zink mit konstantem Querstrom

4.5.2 Konstantes B-Feld

Die Werte für ein konstantes B-Feld werden analog zu Abschnitt 4.3.1 berechnet. Die Ergebnisse lauten wie folgt:

Ladungsträger pro Volumen	$n_{Zn} = (6,86 \pm 0,16) \cdot 10^{27} \text{ m}^{-3}$
Zahl der Ladungsträger pro Volumen	$z_{Zn} = 0,1044 \pm 0,0024$
Hallkonstante	$R_{H,Zn} = (9,10 \pm 0,21) \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Mittlere Flugzeit	$\bar{\tau}_{Zn} = (1,754 \pm 0,041) \cdot 10^{-13} \text{ s}$
Mittlere Driftgeschwindigkeit	$\bar{v}_{d,Zn} = (9,10 \pm 0,21) \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$
Beweglichkeit	$\mu_{Zn} = (1,543 \pm 0,036) \cdot 10^{-2} \text{ C s kg}^{-1}$
Totalgeschwindigkeit	$ v _{Zn} = (6,804 \pm 0,053) \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$
Mittlere freie Weglänge	$\bar{l}_{Zn} = (1,194 \pm 0,018) \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Tabelle 10: Werte für Zink mit konstantem B-Feld

5 Diskussion

Material	Querstrom $I_Q = \text{Konstant}$	Magnetfeld $I_B = \text{Konstant}$	Literaturwerte
Kupfer R_F	$(-3,10 \pm 0,19) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$(-3,57 \pm 0,12) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$-5,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Silber R_F	$(4,56 \pm 0,16) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$(40,47 \pm 0,92) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$-8,9 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Zink R_F	$(-1,44 \pm 0,41) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$(9,10 \pm 0,21) \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$	$6,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$
Material	Spezifischer Widerstand	Literaturwerte	
Kupfer ϱ	$16,64 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$	$18,0 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$	
Silber ϱ	$13,41 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$	$16,0 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$	
Zink ϱ	$59,00 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ m}$		

Tabelle 11: Messwerte der Hallkonstanten und spezifischen Widerstände

Die hysteresekurve gibt den erwarteten verlauf der Geraden in den Messwerten wieder. Die Geraden unterscheiden sich dabei nur um eine Offsetspannung, während sich die Steigung von beiden mit der Messungenauigkeit kaum merklich unterscheidet. Die Offsetspannung ergibt sich dabei dadurch, dass die Kontakte für den Abgriff der Hallspannung nicht das gleiche Potential haben und damit nicht auf einer Äquipotentialfläche liegen. Daher kommt auch die Spannung bei fast 0 Ampere.

Die Graphen 3a und 3b geben den linearen Verlauf der Gleichung (1) wieder. Zudem entspricht die positive Hallspannung dem, was bei Kupfer zu erwarten ist.

Für den relativen Fehler des spezifischen Widerstands von Kupfer ergibt sich:

$$\frac{\varrho - \varrho_{Lit.}}{\varrho_{Lit.}} = 0,08 \quad (29)$$

Der relative Fehler ist dabei sehr gering, was für einen guten Messwert spricht. Für die Berechnung der B-Felder wurde nur die Gerade der aufsteigenden Hysteresekurve berücksichtigt, da sich die Steigungen stark ähneln und es keinen Unterschied macht,

mit welcher Gleichung gearbeitet wird. Im Allgemeinen zeigen die berechneten mikroskopischen Größen von Kupfer erwartbare Größenordnungen auf, was auch die realtiven Fehler der Hallkonstanten für konstanten Querstrom

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 0,40 \quad (30)$$

und konstantes B-Feld zeigen

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 0,31 \quad (31)$$

Der sich dabei ergebende relative Fehler könnte durch einen systematischen Fehler ergeben.

Aus dem Vorzeichen der Hallspannung ließe sich schließen, dass es sich bei Kupfer um einen Elektronenleiter handeln könnte.

Für Silber weicht der bestimmte spezifische Widerstand auch nicht weit vom Literaturwert ab und zeigt eine relativ fehlerfreie Messung an:

$$\frac{\varrho - \varrho_{Lit.}}{\varrho_{Lit.}} = 0,16 \quad (32)$$

Die Graphen 4a und 4b für Silber hingegen zeigen einen unerwarteten Verlauf auf, da dieser von der Steigung das gleiche Vorzeichen wie Kupfer haben müsste. Dementsprechend ergibt sich für die relativen Fehler bei konstantem Querstrom

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 1,51 \quad (33)$$

und bei konstantem B-Feld

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 5,55 \quad (34)$$

ein relativ großer relativer Fehler. Dieser entsteht für konstanten Querstrom vor allem durch das Vorzeichen. Bei dem konstantem Magnetfeld lässt sich der wesentlich höhere Fehler nicht alleine dadurch erklären. Bei näherer Betrachtung des Messwertes für die Hallkonstante in der Tabelle 10 fällt auf, dass sich der errechnete Wert um eine Zehnerpotenz vom Literaturwert unterscheidet. Dieser ist auch bei allen anderen berechneten Größen der Fall wie sich anhand der Tabellen 6 und 7 erkennen lässt. Dies könnte zum einen auf einen systematischen Fehler zurückzuführen sein. Vorstellbar wäre auch, dass die Messmethode mit dem konstanten B-Feld im Allgemeinen ungenauer sein könnte. Allerdings lässt sich das bei der Kupferprobe nicht erschließen, da dort der Wert fürs konstante B-Feld genauer ist.

Für Zink wurde als spezifischer Widerstand ein Literaturwert verwendet, da zu dieser Probe aufgrund von fehlendem Material kein Wert bestimmt werden konnte. Die Graphen 5a und 5b scheinen sich hier völlig zu widersprechen, da beide eigentlich eine ähnliche

Steigung haben müssten. Auffällig ist hierbei besonders Graph 5a, da bei diesem die Messwerte am wenigsten eine Gerade bilden. Die Messwerte springen zudem häufig im Graphen wieder zu einer tieferen Spannung. Der Grund hierfür müsste in der Messung selbst liegen. Für den Fall konstantem Querstroms entsteht für den relativen Fehler der Hallkonstante entsprechend

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 1,23 \quad (35)$$

ein größerer Fehler. Allerdings zeigt sich bei Zink mit dem konstanten B-Feld ein ähnliches Problem wie bei Silber schon:

$$\frac{R_F - R_{F,Lit.}}{R_{F,Lit.}} = 13,22 \quad (36)$$

Wie bei Silber liegt Zink ungefähr eine Zehnerpotenz über dem Literaturwert. Daher liegt die Vermutung nahe, dass bei Silber und Zink ein ähnliches Problem vorliege. Aufgrund des zweiten Graphen für Zink ließe sich schlussfolgern, dass es sich um einen Lochleiter handele, wie es auch der Literaturwert bestätigt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.311 Der Hall-Effekt. 2019.
- [2] Jörn Große-Knetter und Peter Schaaf. Das physikalische Praktikum:... Universitätsverlag Göttingen, 2016.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] T.Hartwig-ELektronik. Leitwerttabelle der gebräuchlichsten Werkstoffe. <http://www.thel-audioworld.de/Infos/werkst.htm>. [Online; besucht am 26. Januar 2020]. 2019.