

V21

## Optisches Pumpen

Ann-Sophie Schubert  
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke  
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 19. Juni 2017

Abgabe: 1. Januar 1970

TU Dortmund – Fakultät Physik



# 1 Ziel

Im Versuch sollen die Landéschen  $g_J$ -Faktoren der Rubidium-Isotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ , deren Kernspins sowie das Isotopenverhältnis in der untersuchten Probe bestimmt werden. Weiterhin soll der Einfluss des quadratischen Zeeman-Effekts auf die Messung untersucht werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Drehimpulse und magnetische Momente

In der Quantenmechanik induzieren Drehimpulse geladener Teilchen magnetische Momente. Das magnetische Moment der Elektronenhülle eines Atoms etwa ist über

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (1)$$

mit dem Gesamtdrehimpuls der Hülle  $\vec{J}$  verknüpft. Dabei ist  $g_J$  der gyromagnetische Faktor, welcher das Verhältnis zwischen klassisch erwartetem und quantenmechanischem Zusammenhang beschreibt. Dieser ergibt sich aus der Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung, die mangels Spin in der klassischen Erwartung natürlich nicht berücksichtigt wird. Zusätzlich zu Elektronenspin  $\vec{S}$  und Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  muss beim Atom noch der Kernspin  $\vec{I}$  berücksichtigt werden, sodass für den Gesamtdrehimpuls des Atoms dann

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \quad (2)$$

mit

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (3)$$

folgt. Wird nun ein externes Magnetfeld  $\vec{B}$  angelegt, ergibt sich durch die magnetischen Dipolmomente eine potentielle Energie

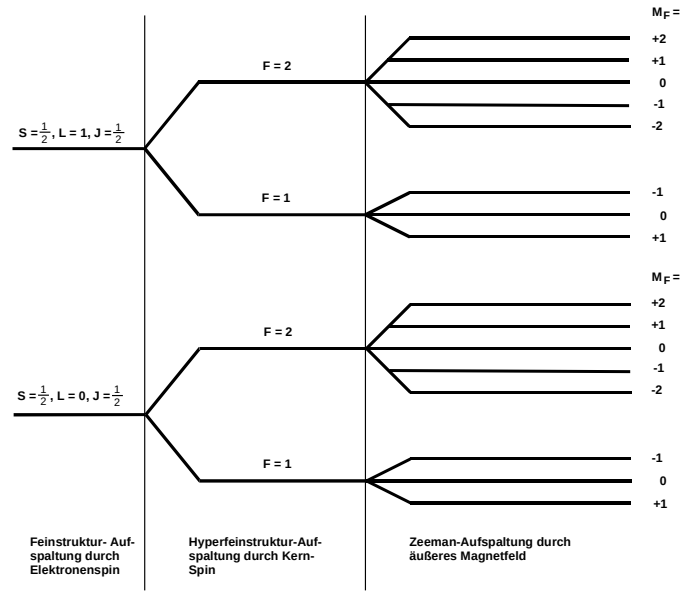
$$E_{\text{pot}} = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B}. \quad (4)$$

Da gemäß der Quantenmechanik der Drehimpuls gequantelt ist, gibt es nur eine abzählbare Anzahl von möglichen Energiezuständen. Dies führt letztendlich zu der in Abbildung 1 dargestellten Aufspaltung der Energieniveaus, die wir uns in diesem Experiment zunutze machen.

Aus länglichen Überlegungen folgt, dass die  $g$ -Faktoren untereinander wie folgt verknüpft sind:

$$g_J = \frac{(g_S + 1)(J + 1) + (g_S - 1)(S(S + 1) - L(L + 1))}{2J(J + 1)} \quad (5)$$

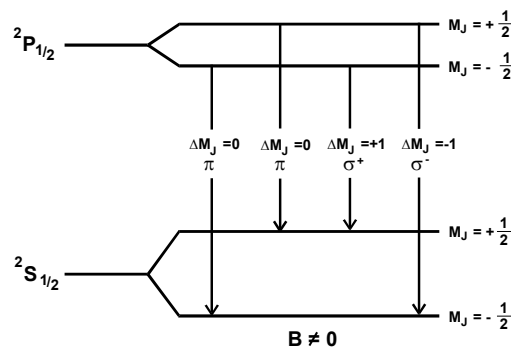
$$g_F = g_J \frac{F(F + 1) + J(J + 1) - I(I + 1)}{2F(F + 1)} \quad (6)$$



**Abbildung 1:** Energieniveaufspaltung eines Atoms durch ein angelegtes externes Magnetfeld [1].

## 2.2 Das Prinzip des optischen Pumpens

Mittels optischem Pumpen lässt sich eine nicht thermische Besetzung der Niveaus erzeugen. Dies soll zunächst an einem Alkali-Atom ohne Kernspin erklärt werden. Es besitzt den Grundzustand  $^2S_{1/2}$  und die ersten beiden angeregten Zustände  $^2P_{1/2}$  und  $^2P_{3/2}$ . Die Aufspaltung durch Anlegen eines äußeren Magnetfelds ist in Abbildung 2 dargestellt. Da  $J = \frac{1}{2}$  in beiden Niveaus, erfolgt jeweils in Zeeman-Aufspaltung in

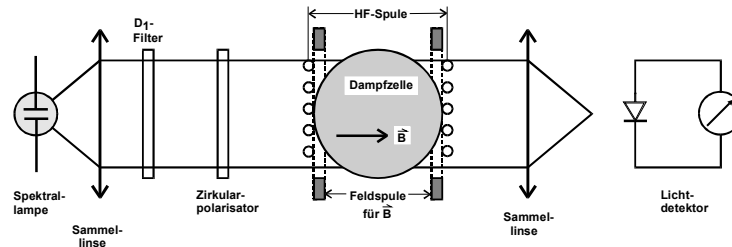


**Abbildung 2:** Aufspaltung der Energieniveaus des angenommenen Alkali-Atoms mit möglichen Übergängen zwischen den Niveaus [1].

zwei Unterniveaus. Für die Orientierungsquantenzahl  $M_J$  gilt die Auswahlregel  $\Delta M_J = 0, \pm 1$ . Somit sind folgende Übergänge möglich: Der  $\sigma^+$ -Übergang, bei dem rechtszirkular

polarisiertes Licht (Spin ist antiparallel zur Ausbreitungsrichtung ausgerichtet) emittiert beziehungsweise absorbiert wird. Beim  $\sigma^-$ -Übergang wird entsprechend linkszirkular polarisiertes Licht emittiert/absorbiert, womit der Spin parallel zur Ausbreitungsrichtung ist. Die  $\pi$ -Übergänge können mit linear polarisiertem Licht angeregt werden.

Der prinzipielle Aufbau des optischen Pumpens ist in Abbildung 3 zu sehen. In der



**Abbildung 3:** Prinzipieller Aufbau des optischen Pumpens [1].

In der Dampfzelle befindet sich ein Dampf aus den zu untersuchenden Atomen im thermischen Gleichgewicht. Es existiert ein äußeres Magnetfeld. Das energiereichere Niveau ist nach der Boltzmannschen Gleichung weniger besetzt als das mit geringerer Energie. Wird in diese Zelle rechtszirkular polarisiertes Licht eingestrahlt, ist aufgrund der zuvor erwähnten Auswahlregel für  $M_J$  nur der Übergang von  $^2S_{1/2}$  mit  $M_J = -\frac{1}{2}$  nach  $^2P_{1/2}$  mit  $M_J = \frac{1}{2}$  erlaubt. Bereits nach kurzer Zeit ( $\approx 10 \cdot 10^{-8}$  s) fällt Elektron durch spontane Emission in die Unterniveaus des Grundzustands zurück. Aus  $^2S_{1/2}$ ,  $M_J = \frac{1}{2}$  sind aufgrund der Auswahlregel keine Übergänge in die P-Niveaus möglich, was dazu führt, dass dieses Niveau stärker besetzt ist als das energieärmere S-Niveau. Damit Inversion der Besetzung realisiert. Experimentell lässt sich dies durch einen Lichtdetektor nachweisen. Vor der Besetzungsinversion wird das auf die Atome in der Dampfzelle treffende Licht absorbiert, wodurch innerhalb des Atoms der zuvor beschriebene Übergang stattfindet. Je mehr Elektronen durch spontane Emission aus dem S-Niveau mit  $M_J = -\frac{1}{2}$  in das S-Niveau mit  $M_J = \frac{1}{2}$  fallen, desto unwahrscheinlicher wird eine Absorption; also wird die Transparenz der Zelle mit der Zeit größer.

### 2.3 Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung

Um die Abstände zwischen den Zeeman-Niveaus auszumessen, werden Methoden der Hochfrequenz-Spektroskopie verwendet. Zunächst wird zwischen verschiedenen Möglichkeiten unterschieden, auf die ein angeregtes Atom wieder in den Grundzustand übergehen kann. Bei spontaner Emission wird ein Photon, welches die Energie der Energiedifferenz der Niveaus trägt, abgestrahlt. Das Elektron fällt auf das niedrigere Niveau zurück. Die induzierte Emission unterscheidet sich von der spontanen Emission insofern, dass zuvor ein Photon eingestrahlt werden muss. Auch dieses muss die exakte Energie der Differenz der Niveaus besitzen. Somit sind nach der Emission zwei Photonen mit identischer Energie, Polarisation und Ausbreitungsrichtung vorhanden. Welche der beiden Emissionsmöglichkeiten abläuft, hängt von der Energie der eingestrahnten Lichtquanten ab. Es

werden die Einstein-Koeffizienten, welche Übergangswahrscheinlichkeiten beschreiben, für spontane und induzierte Emission sowie für Absorption aufgestellt. Da im thermodynamischen Gleichgewicht die Besetzungszahl jedes Niveaus konstant sein muss, muss die Anzahl der Emissionen (spontan und induziert) gleich der Anzahl der Absorptionen entsprechen. Mit einigen weiteren Umformungsschritten erhält man schließlich für den Einstein-Koeffizienten der spontane Emission

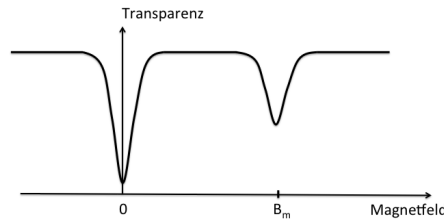
$$A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3, \quad (7)$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $B_{12}$  den Einstein-Koeffizienten der induzierten Emission und  $\nu$  die Frequenz darstellt. Entscheidend hierbei ist die  $\nu^3$ -Abhängigkeit, da dies bedeutet, dass spontane bei niedrigen Frequenzen sehr unwahrscheinlich ist. Also tritt im zu untersuchenden Bereich der Zeeman-Niveaus nahezu ausschließlich induzierte Emission auf.

Wenn kein Magnetfeld vorhanden ist, werden alle eingestrahnten Lichtquanten absorbiert, da keine Aufspaltung der Energieniveaus und somit kein optisches Pumpen möglich ist. Wird das  $B$ -Feld eingeschaltet, wird die Besetzung der S-Niveaus umgekehrt und die Zelle wird transparent. Bei einem Wert von

$$B = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_F} \nu \quad (8)$$

beginnt sich das  $^2S_{1/2}$ -Niveau mit  $M_J = \frac{1}{2}$  durch induzierte Emission zu entleeren. Dadurch kann ein Teil des eingestrahnten Lichtes absorbiert werden, was zu einer abnehmenden Transparenz der Zelle führt. Der Verlauf ist in Abbildung 4 dargestellt.



**Abbildung 4:** Transparenz einer Alkali-Dampfzelle bei rechtszirkular eingestrahltm Licht in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei angelegtem Hochfrequenzfeld [1].

## 2.4 Quadratischer Zeeman-Effekt

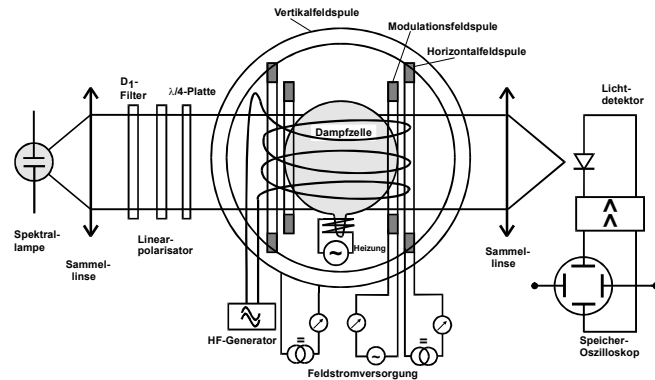
Bei zunehmender Magnetfeldstärke müssen bei der Bestimmung der Übergangsenergie  $U_{HF}$  Terme höherer Ordnung mit einbezogen werden. Es gilt

$$U_{HF} = g_F \mu_B B + g_J^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{Hy}} - \dots \quad (9)$$

$\Delta E_{Hy}$  beschreibt hier die Energiedifferenz durch die Hyperfeinstrukturaufspaltung.

## 3 Aufbau und Durchführung

### 3.1 Aufbau



**Abbildung 5:** Schematische Darstellung des vollständigen Aufbaus des Versuchs [1].

Der gesamte Aufbau für das Experiment ist in Abbildung 5 zu sehen. Zunächst wird das von der Spektrallampe erzeugte Licht durch eine Sammellinse gebündelt und geht anschließend durch einen  $D_1$ -Filter, sodass nur Licht der Wellenlänge der  $D_1$ -Linie des Rubidium-Spektrums ( $\lambda = 794,4 \text{ nm}$ ) den Filter durchdringen kann. Anschließend wird dieses linear polarisiert um danach mit einem Winkel von  $45^\circ$  auf ein  $\lambda/4$  Plättchen zu treffen, wodurch eine Umwandlung in zirkular polarisiertes Licht erfolgt. Dieses Licht trifft auf die Dampfzelle, in der sich Dampf der Rubidium-Isotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  befindet. Das aus der Dampfzelle austretende Licht wird durch eine weitere Sammellinse fokussiert, trifft auf ein Si-Photoelement. Dieses ist an ein Oszilloskop angeschlossen. Außerdem ist die Dampfzelle von drei Helmholtz-Spulenpaaren umgeben: In horizontaler Richtung die Sweep- und die Horizontalfeld-Spule und in vertikaler Richtung eine Vertikalfeld-Spule. Sie haben folgende Radien und Windungszahlen

$$R_{\text{sweep}} = 16,39 \text{ cm} \quad N_{\text{sweep}} = 11 \quad (10)$$

$$R_{\text{hor}} = 15,79 \text{ cm} \quad N_{\text{hor}} = 154 \quad (11)$$

$$R_{\text{vert}} = 11,735 \text{ cm} \quad N_{\text{vert}} = 20. \quad (12)$$

Die Dampfzelle befindet sich in eine weiteren Spule, die zur Erzeugung eines hochfrequenten Wechselfelds dient.

### 3.2 Durchführung

Zunächst erfolgt eine Justage des Strahlengangs, sodass die vom Detektor gemessene Intensität maximal wird. Dazu werden die beiden Sammellinsen entsprechend positioniert.

Danach werden der Filter, der Linearpolarisator und die  $\lambda/4$  Platte eingebaut. Um den Einfluss des Erdmagnetfelds berücksichtigen zu können, wird die Messapparatur in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Um die vertikale Komponente zu kompensieren, wird für die Vertikalfeld-Spule die Stromstärke eingestellt, die die Breite der Nullfeldlinie (siehe Abbildung 4) minimal wird. Anschließend werden für Frequenzen zwischen 0,1 – 1 MHz im Abstand von 0,1 MHz jeweils die Resonanzstellen für die beiden Rubidium-Isotope gesucht. Die dazugehörigen Spulenströme werden notiert. Nach dieser Messreihe wird der Verlauf eines Signalbildes auf dem Oszilloskop gespeichert.

## 4 Auswertung

### 4.1 Vertikalfeld

Zur Kompensation des vertikalen Erdmagnetfelds ist eine Stromstärke von

$$I_{\text{vert}} = 0,32 \text{ A} \quad (13)$$

nötig, was über

$$B(I) = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{n}{r} I \quad (14)$$

mit den zuvor genannten Spuleneigenschaften einer magnetischen Flussdichte von

$$B_{\text{vert}}^{\oplus} = 35,25 \text{ } \mu\text{T} \quad (15)$$

entspricht.

### 4.2 Gyromagnetische Faktoren

Für die verschiedenen Frequenzen der HF-Spule wurden die in Tabelle 1 aufgelisteten Stromstärken der Resonanzstellen gemessen, sowie analog die magnetische Flussdichte bestimmt. In Abbildung 6 werden die Werte einschließlich linearer Regression grafisch dargestellt. Der gemittelte Ordinatenabschnitt beider Geraden entspricht der Horizontal-komponente des Erdmagnetfelds und wurde zu

$$B_{\text{hor}}^{\oplus} = (21,38 \pm 0,12) \text{ } \mu\text{T} \quad (16)$$

bestimmt. Aus (8) folgt, dass aus der Steigung  $m$  der Geraden über

$$g_F = \frac{h}{m\mu_b} \quad (17)$$

der gyromagnetische Faktor des jeweiligen Isotops folgt. So wurden die Faktoren

$$g_F^1 = -0,330\,314\,633 \pm 0,000\,000\,001 \quad (18)$$

und

$$g_F^2 = -0,495\,407\,015 \pm 0,000\,000\,002 \quad (19)$$

ermittelt.



### 4.3 Kernspins

Über

$$I = \frac{1}{2} \left( \frac{g_J}{g_F} - 1 \right) \quad (20)$$

folgen die Kernspins

$$I_1 = 2,530\,927\,34 \pm 0,000\,000\,01 \quad (21)$$

und

$$I_2 = 1,520\,883\,08 \pm 0,000\,000\,01. \quad (22)$$

Eine Zuordnung der Messungen zu den Isotopen kann erst durch Vergleich mit den theoretisch berechneten Werten in der Diskussion erfolgen.

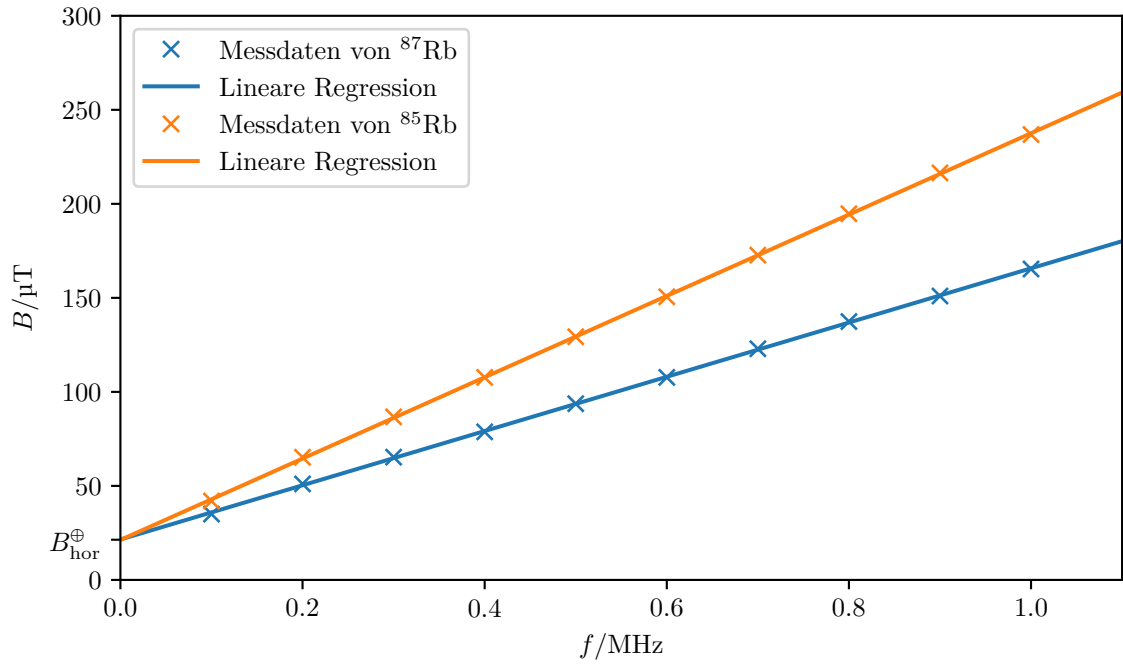
**Tabelle 1:** Bestimmte Stromstärken der jeweiligen Resonanzstellen und daraus berechnete magnetische Flussdichten.

$f/\text{MHz}$	$I_1^{\text{sweep}}/\text{A}$	$I_1^{\text{hor}}/\text{A}$	$B_1/\mu\text{T}$	$I_2^{\text{sweep}}/\text{A}$	$I_2^{\text{hor}}/\text{A}$	$B_2/\mu\text{T}$
0,1	0,58	0,0	35,00	0,695	0,0	41,94
0,2	0,41	0,03	51,05	0,645	0,03	65,23
0,3	0,21	0,06	65,29	0,565	0,06	86,71
0,4	0,215	0,075	78,75	0,695	0,075	107,7
0,5	0,245	0,09	93,71	0,835	0,09	129,3
0,6	0,15	0,1125	107,7	0,86	0,1125	150,6
0,7	0,075	0,135	122,9	0,9	0,135	172,7
0,8	0,01	0,156	137,4	0,96	0,156	194,7
0,9	0,54	0,135	151,0	0,535	0,21	216,4
1,0	0,56	0,15	165,3	0,655	0,225	236,8

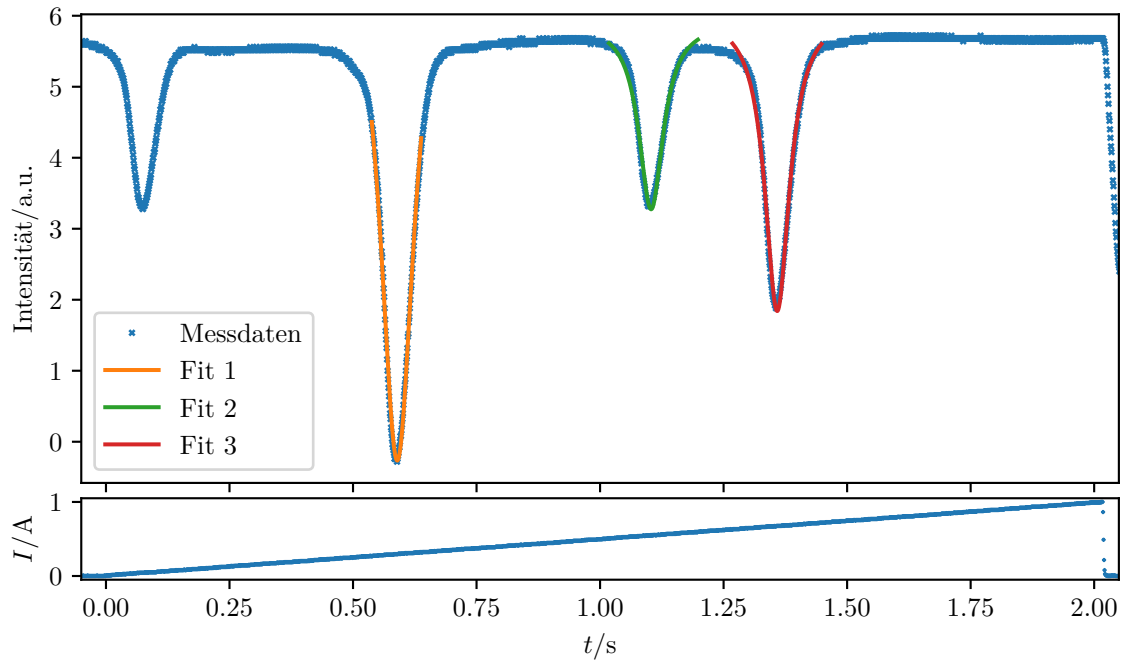
### 4.4 Isotopenverhältnis

Anhand der Höhe der Resonanzkurven kann das Isotopenverhältnis der verwendeten Rubidiumprobe abgeschätzt werden. Dazu wird bei einer Frequenz von  $\nu = 100\text{ kHz}$  das Magnetfeld durchfahren und die Resonanzkurve mithilfe eines Oszilloskops aufgenommen. Da das im Versuch verwendete Oszilloskop im XY-Modus keinen Datenexport erlaubt, werden beide Kanäle im YT-Modus mithilfe eines Single-Shot-Triggers festgehalten und dann einzeln abgespeichert. Das Ergebnis findet sich in Abbildung 7. Die Resonanzstellen werden mit einer Cauchy-Verteilung gefittet, sodass die Extremstelle jeweils präzise ermittelt werden kann. Letztendlich ergibt sich ein Isotopenverhältnis von

$$\frac{N(^{87}\text{Rb})}{N(^{85}\text{Rb})} \approx \frac{2,42}{3,85} \approx 0,63 \quad (23)$$



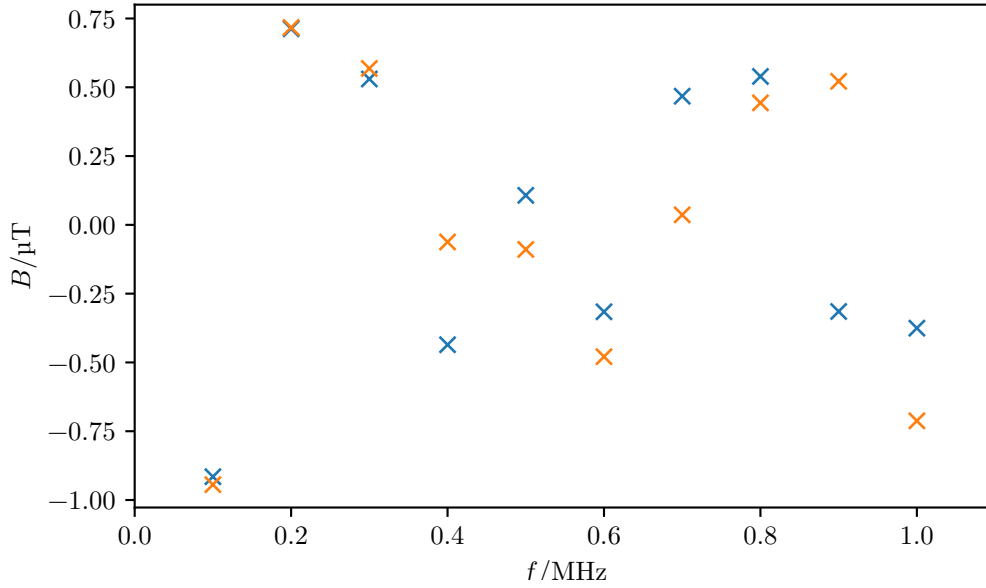
**Abbildung 6:** Gemessene magnetische Flussdichten, aufgetragen über die zugehörige Frequenz.



**Abbildung 7:** Verlauf der Intensität und Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit bei einer Messung mit  $\nu = 100 \text{ kHz}$ . Fits der Resonanzstellen mit einer modifizierten Cauchy-Verteilung.

## 4.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

In Abbildung 8 sind die Messwerte erneut dargestellt, wobei die lineare Regression jeweils abgezogen wurde. Damit bleiben lediglich Terme höherer Ordnung übrig. Da keine Parabel oder Ähnliches erkennbar ist, kann davon ausgegangen werden, dass der quadratische Zeeman-Effekt bei den verwendeten Flussdichten einen so geringen Effekt hat, dass er im Rahmen unserer Messgenauigkeit nicht erfasst werden kann.



**Abbildung 8:** Residuen der linearen Regression aus Abbildung 6, also die Differenz der Messwerte zur linearen Regression.

## 5 Diskussion

### 5.1 g-Faktoren

Die gemessenen Resonanzflussdichten lassen sich durch die lineare Regression gut modellieren. Die angegebenen Fehler beziehen sich lediglich als statistische Fehler auf die Ausgleichsgerade, die tatsächliche Messungenauigkeit liegt aufgrund von unberücksichtigten systematischen Fehlern höher. Als Vergleich dienen die mithilfe von (6) berechneten Theoriewerte

$$g_{F,\text{th}}^{85\text{Rb}} \approx -\frac{1}{3} \quad (24)$$

und

$$g_{F,\text{th}}^{87\text{Rb}} \approx -\frac{1}{2}, \quad (25)$$

woran zu erkennen ist, dass das ermittelte  $g_1$  zu  $^{85}\text{Rb}$  und  $g_2$  zu  $^{87}\text{Rb}$ . Die berechneten Werte der Kernspins stimmen gut mit den Literaturwerten aus [2]

$$I_{^{85}\text{Rb}} = \frac{5}{2} \quad (26)$$

und

$$I_{^{87}\text{Rb}} = \frac{3}{2} \quad (27)$$

überein.

## 5.2 Erdmagnetfeld

Als Vergleich für die Komponenten des Erdmagnetfelds dient [3] mit

$$B_{\text{vert,Modell}}^{\oplus} = 45,2 \mu\text{T} \quad (28)$$

$$B_{\text{hor,Modell}}^{\oplus} = 19,3 \mu\text{T}. \quad (29)$$

Diese Werte stimmen ebenfalls in zufriedenstellender Genauigkeit mit unseren Messwerten überein. Ein möglicher Fehler bezüglich der Horizontalkomponente ist eine nicht exakte Nord-Süd-Ausrichtung des Versuchsaufbaus. Die Vertikalkomponente hingegen ist durch die schwierige Justage des Spulenstroms fehlerbehaftet. Aufgrund des Versuchsstandortes innerhalb eines Gebäudes (aus u.a. Stahl) sind allerdings ohnehin Perturbationen des magnetischen Feldes zu erwarten.

## 5.3 Quadratischer Zeeman-Effekt

Wie schon in Unterabschnitt 4.5 erwähnt, hat der quadratische Zeeman-Effekt bei den verwendeten Magnetfeldstärken keinen signifikanten Einfluss. Bei der vorhandenen Messgenauigkeit macht sich dieser Effekt erst bei höheren Feldstärken bemerkbar.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 21: Optisches Pumpen*. URL: [http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V21n\\_TeachSpin\\_new.pdf](http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V21n_TeachSpin_new.pdf) (besucht am 23.06.2017).
- [2] *WebElements*. URL: <https://www.webelements.com/rubidium/> (besucht am 25.06.2017).
- [3] *Wolfram/Alpha*. URL: <http://www.wolframalpha.com/input/?i=magnetic+field+Dortmund> (besucht am 13.06.2017).
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.

- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.