

V504

Thermische Elektronenemission

Tahir Kamcili
tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß
marina.andress@udo.edu

Durchführung: 13.04.2021

Abgabe: 20.04.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Austrittsarbeit	3
2.2	Die Hochvakuumdiode	4
2.3	Die Sättigungsstromdichte	5
2.4	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung	5
2.5	Das Anlaufstromgebiet	5
3	Durchführung	7
3.1	Aufgabenteil a)	7
3.2	Aufgabenteil c)	7
4	Auswertung	9
4.1	Kennlinienschar	9
4.2	Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes . .	11
4.3	Untersuchung des Anlaufstromgebiets	11
4.4	Kathodentemperatur bestimmen durch Heizleistungen	13
5	Diskussion	14
5.1	Literaturvergleich	14
5.2	allgemeine Fehlerquellen	14
	Literatur	15

1 Zielsetzung

In diesem Experiment soll die Erzeugung freier Elektronen durch Erwärmung von Metalloberflächen untersucht werden. Dabei werden vorallem Kennlinien einer Hochvakuumdiode und die Austrittsarbeit betrachtet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Austrittsarbeit

Da im Kristallgitter des Metalls ein einheitlich positives Potential herrscht, wirken auf die Elektronen keine Kräfte und sie können sich dort frei bewegen. Das Potential des Außenraums ist von dem des Metallinneren verschieden, wodurch ein Elektron beim verlassen des Metallbandes gegen das Potential ξ anlaufen und Austrittsarbeit leisten muss. In Abbildung (1) ist der Potentialverlauf mithilfe eines Potentialtopf-Modells dargestellt.

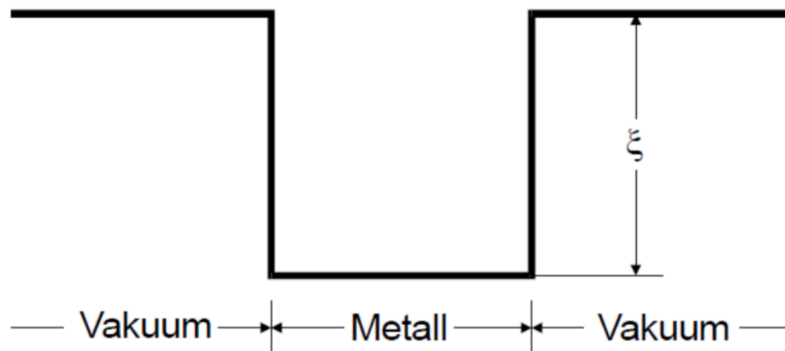


Abbildung 1: Potentialtopf-Modell (Quelle: [6]).

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Elektron ein mögliches Energieniveau besitzt, ist nach der Quantentheorie durch die Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

gegeben. Da die Fermische Grenzenergie ζ , die Maximalenergie der Elektronen bei $T=0$ in Abhängigkeit von der Zahl n der Elektronen pro Volumeneinheit im Metall, für alle Metalle bei Zimmertemperatur $\zeta \gg kT$ ist und beim Schmelzpunkt des Wolframs noch so groß gegenüber kT ist, kann die Näherung

$$f(E) \approx \exp\left(-\frac{\zeta - E}{kT}\right) \quad (2)$$

angenommen werden.

2.2 Die Hochvakuumdiode

Da freie Elektronen mit Luftmolekülen wechselwirken, kann der glühelektrische Effekt nur im Vakuum untersucht werden. Dazu befindet sich ein Draht (hier Wolfram) in einem evakuierten Glaskörper, der durch einen Strom erwärmt werden kann. Die aus der Glühkathode austretenden Elektronen werden durch eine von außen anliegende Saugspannung zur Anode beschleunigt, wo dann ein Strom gemessen werden kann. Der Aufbau einer solchen Hochvakuumdiode ist in Abbildung (2) dargestellt.

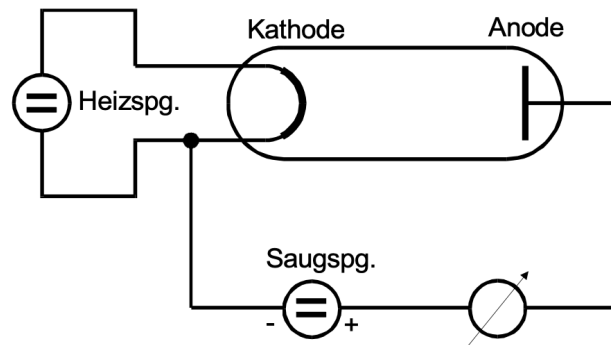


Abbildung 2: Aufbau einer Hochvakuumdiode (Quelle: [6]).

Der Zusammenhang zwischen dem Anodenstrom I_A und der Saugspannung U wird als Kennlinie bezeichnet. Ihr Verlauf wird in Abbildung (3) dargestellt.

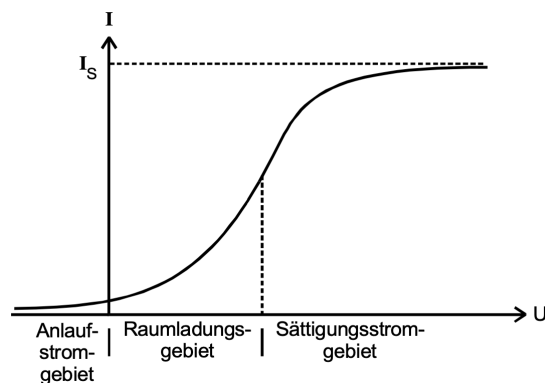


Abbildung 3: Kennlinie einer Hochvakuumdiode (Quelle: [6]).

Es fällt auf, dass sich die Kennlinie in die drei Bereiche Anlaufstrom- Raumladungs- und Sättigungsstromgebiet unterteilen lässt, welche in den folgenden Kapiteln näher untersucht werden.

2.3 Die Sättigungsstromdichte

Die Zahl der Elektronen, die in Abhängigkeit von der Temperatur T pro Zeit- und Flächeneinheit aus einer Metalloberfläche austreten, wird als Sättigungsstromdichte $j_s(T)$ bezeichnet. Diese lässt sich aus der Bedingung (3) herleiten, die besagt, dass nur Elektronen aus der Metalloberfläche austreten können, die eine so große Geschwindigkeitskomponente in Z-Richtung haben, sodass

$$\frac{p_z^2}{2m_0} > \zeta + e_0\phi \quad (3)$$

gilt. Darüber wird so integriert, dass die Sättigungsstromdichte schließlich die Richardson-Gleichung ergibt.

$$j_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0\phi}{kT}\right) \quad (4)$$

2.4 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Die Raumladungsdichte ρ der Elektronen nimmt zur Anode hin ab, sodass sie den Verlauf der Feldstärke beeinflusst und das Feld von der Kathode abschirmt. Da die emittierten Elektronen dann nicht mehr alle vom Anodenfeld erfasst werden, ist der gemessene Diodenstrom kleiner als der nach der Richardson-Gleichung (4) berechnete Sättigungsstrom. Die Poissonsche Gleichung

$$\Delta V = -\frac{1}{\varepsilon_0} \rho \quad (5)$$

gibt den Zusammenhang zwischen Anodenspannung und -strom an. Daraus ergibt sich anstelle des Ohmschen Gesetzes, was hier bei beschleunigten Elektronen nicht gültig ist, das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0}{m_0}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2} \quad (6)$$

wobei $j \sim V^{\frac{3}{2}}$ und das Gesetz im Raumladungsgebiet gilt.

2.5 Das Anlaufstromgebiet

Obwohl nach dem Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz (6) für $U = 0$ auch $j = 0$ ist, fließt in Realität noch ein geringer Anodenstrom, welcher durch die Eigengeschwindigkeit der Elektronen beim verlassen der Kathode entsteht. Diese Elektronen erreichen selbst bei einem kleinen Gegenfeld die Anode und der dabei gemessene Anodenstrom wird Anlaufstrom genannt. In Abbildung (4) ist der Potentialverlauf im Anlaufstromgebiet dargestellt.

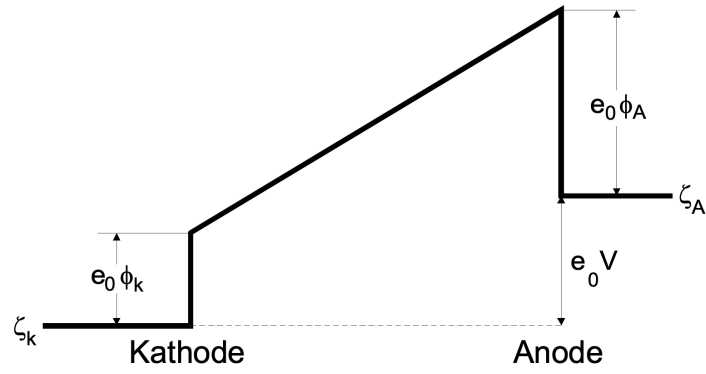


Abbildung 4: Potentialverlauf im Anlaufstromgebiet (Quelle: [6]).

Die Elektronen müssen also beim verlassen der Kathode mindestens eine Energie von $e_0 \phi_A + e_0 V$ besitzen, um die Anode zu erreichen. Folgende Abhängigkeit der Anlaufstromstärke vom äußeren Potential V ist mit Hilfe Gleichung (2) zu entnehmen.

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0 \phi_A + e_0 V}{kT}\right) = \text{const.} \exp\left(-\frac{e_0 V}{kT}\right) \quad (7)$$

3 Durchführung

3.1 Aufgabenteil a)

Die Aufnahme der Kennlinien für das Ablesen des Sättigungsstrom erfolgt durch einen Versuchsaufbau nach Abbildung (5), jedoch wird hier auf den XY-Schreiber verzichtet und die Messpunkte werden per Hand notiert.

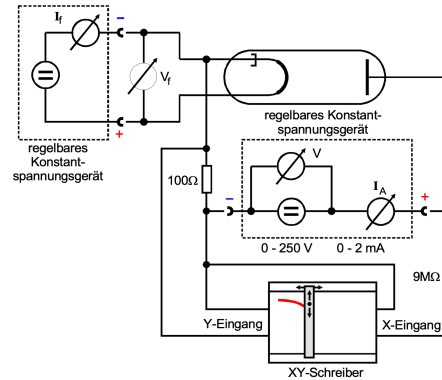


Abbildung 5: Potentialtopf-Modell (Quelle: [6]).

Bei maximalem Heizstrom (2,5A bei 5,5V) wird die Messreihe gestartet, indem bei einer Saugspannung von 0V bis 250V in Intervallen gemessen und jeweils der Anodenstrom in Abhängigkeit von der Saugspannung notiert wird. Dieser Vorgang wird noch vier mal wiederholt, wobei der Heizstrom pro Messung um 0,1A verringert wird. Die Messwerte sind in Tabelle (1) einzusehen.

3.2 Aufgabenteil c)

Um das Anlaufstromgebiet der Diode zu untersuchen, wurde zunächst der Versuch nach (6) umgebaut, da nun ein Nanoamperemeter benötigt wird.

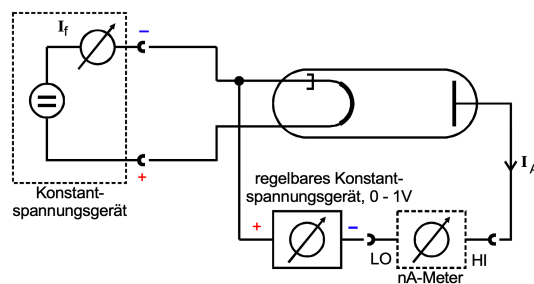


Abbildung 6: Potentialtopf-Modell (Quelle: [6]).

Sodann wird wieder bei maximalem Heizstrom (2,5A bei 5,5V) die Bremsspannung von 0V bis 1V Intervallmäßig erhöht und jeweils der Anodenstrom in Abhängigkeit von der Bremsspannung notiert. Die Dabei aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle (2) .

4 Auswertung

4.1 Kennlinienschar

Zunächst wird durch die Heizströme $I_{H,1}$ bis $I_{H,5}$ der Heizleistung an der Hochvakuumdiode die Ströme I_1 bis I_5 in Abhängigkeit von der Spannung U abgeschätzt und in einer Grafik aufgetragen. Die dazu gehörigen Messwerte werden in der Tabelle 1 festgehalten. $I_{H,1}$ ist 2,1 A. Die weiteren $I_{H,x}$ Werte sind im Abstand von 0,1 A gewählt, sodass $I_{H,5} = 2,5$ A ist.

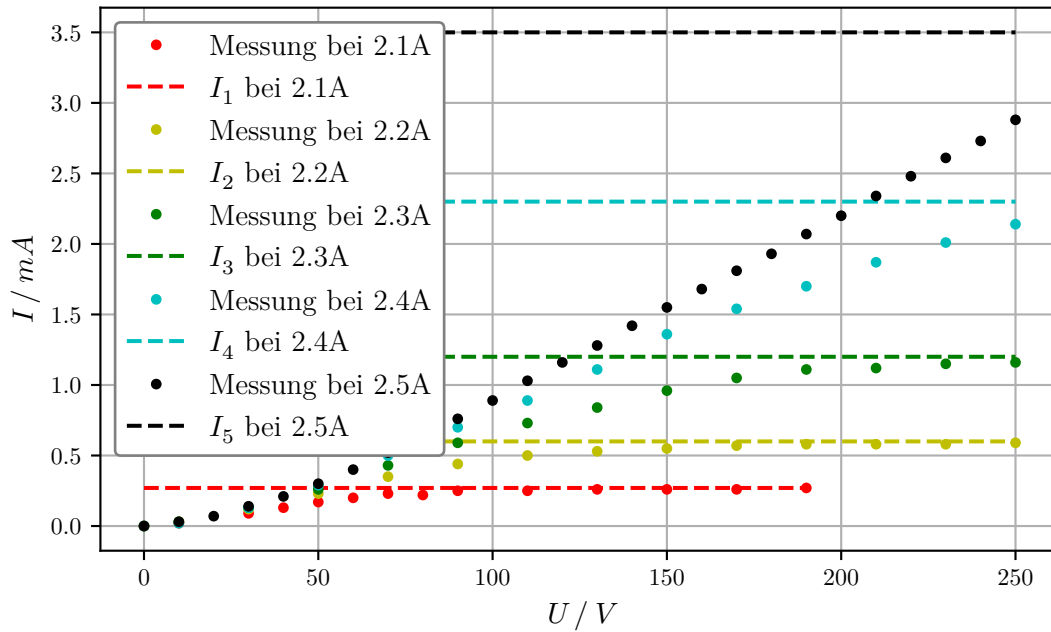


Abbildung 7: Messwerte I_1 bis I_5 gegen U aufgetragen.

Es ist zu erkennen, dass die Ströme eine Sättigung ansteuern. Diese kann lässt sich bei I_1 bis I_3 auf ungefähr:

$$I_{S,1} = 0,27 \text{ mA}$$

$$I_{S,2} = 0,6 \text{ mA}$$

$$I_{S,3} = 1,2 \text{ mA}$$

abschätzen. Bei dem Strom I_4 kann erahnt werden, dass dieser ungefähr auf einen Wert von $I_{S,4} = 2,3 \text{ mA}$ zusteuert und bei dem Strom I_5 lässt sich dieser auf sehr grob auf $I_{S,5} = 3,5 \text{ mA}$ abschätzen. Diese Abschätzung wird getroffen, da mit all diesen Werten noch später gerechnet wird.

Tabelle 1: Messwerte I_1 bis I_5

U / V	I_1 / mA	I_2 / mA	I_3 / mA	I_4 / mA	I_5 / mA
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.02	0.03	0.03	0.02	0.03
20	-	-	-	-	0.07
30	0.09	0.12	0.13	0.13	0.14
40	0.13	-	-	-	0.21
50	0.17	0.23	0.26	0.29	0.30
60	0.20	-	-	-	0.40
70	0.23	0.35	0.43	0.50	0.52
80	0.22	-	-	-	0.63
90	0.25	0.44	0.59	0.70	0.76
100	-	-	-	-	0.89
110	0.25	0.50	0.73	0.89	1.03
120	-	-	-	-	1.16
130	0.26	0.53	0.84	1.11	1.28
140	-	-	-	-	1.42
150	0.26	0.55	0.96	1.36	1.55
160	-	-	-	-	1.68
170	0.26	0.57	1.05	1.54	1.81
180	-	-	-	-	1.93
190	0.27	0.58	1.11	1.70	2.07
200	-	-	-	-	2.20
210	-	0.58	1.12	1.87	2.34
220	-	-	-	-	2.48
230	-	0.58	1.15	2.01	2.61
240	-	-	-	-	2.73
250	-	0.59	1.16	2.14	2.88

4.2 Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

Für den maximal mögliche Heizstrom, also $I = 2.5\text{A}$ wird der Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes untersucht. Dazu wird dieser nochmal in eine Grafik eingetragen und es wird eine Funktion der Form:

$$f = c \cdot V^d$$

durchgelegt. c und d sind dabei Konstanten. Diese Form ergibt sich durch die Formel (7). Wenn der Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes auf ungefähr 150V abgeschätzt wird, ergeben sich aus dem Plot die Werte

$$c = 0.0010 \pm 0.0001$$

$$d = 1.458 \pm 0.0197 .$$

Daraus folgt das der Exponent der Strom-Spannungs-Beziehung $d = 1.458125 \pm 0.019709$ beträgt.

4.3 Untersuchung des Anlaufstromgebiets

Nun wird, wie im Kapitel davor, für maximal mögliche Heizleistung das Anlaufstromgebiets untersucht. Dazu wird die Polarisation der Ansaugspannung gedreht und im Intervall von 0V bis 1V gemessen. Die Messwerte befinden sich in der Tabelle (2).

Jedoch müssen die gemessenen Werte angepasst werden, da das Messinstrument, das Nanoamperemeter, einen Widerstand von $R = 1\text{M}\Omega$ eingebaut hat und durch diesen es zu einem starken Spannungsabfall kommt. Dies kann durch den allgemeinen Zusammenhang $U = R \cdot I$ kompensiert werden, sodass jeder gemessene Wert mit dem Ausgleichstrom verrechnet wird. Mit anderen Worten:

$$U_k = U + I \cdot R ,$$

wobei U_k den korrigierten Term darstellt.

Tabelle 2: Messwerte des Diodenstroms im Anlaufstromgebiet

U / V	U_k / V	I_5 / nA
0	0.0048	4.80
0.1	0.1022	2.20
0.2	0.20105	1.05
0.3	0.3008	0.80
0.4	0.40047	0.47
0.5	0.50024	0.24
0.6	0.6001	0.10
0.7	0.70006	0.06
0.8	0.80001	0.01
0.9	0.900008	0.008
0.97	0.97002	0.02

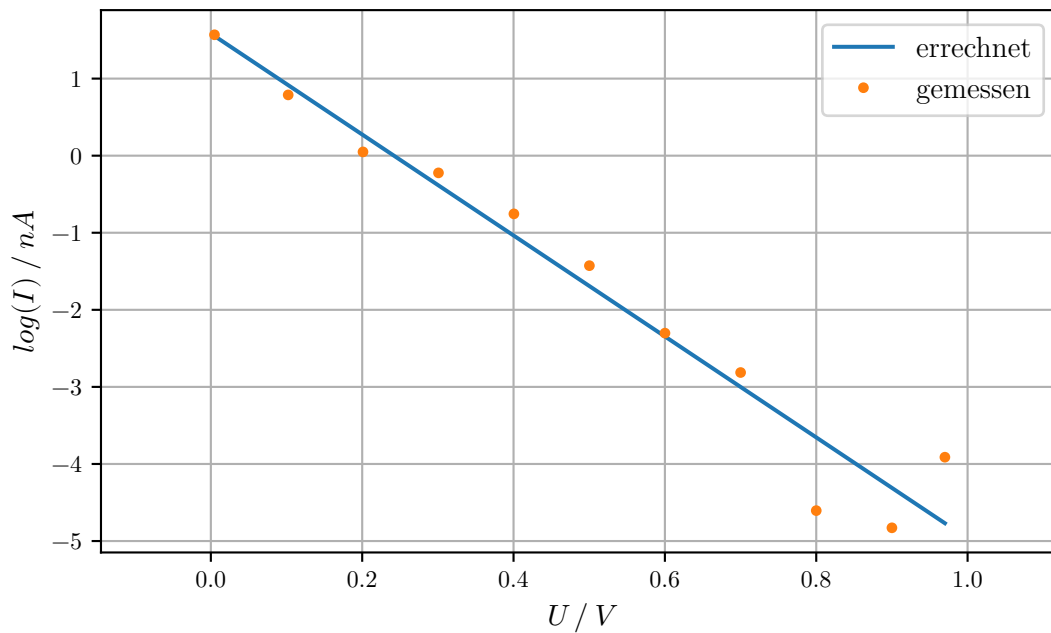


Abbildung 8: Kennline der Hochvakuumdiode im Anlaufstromgebiet mit der Heizstromstärke $I = 2.5\text{A}$

Die korrigierten Werte werden in der Abbildung (8) halblogarithmisch gegeneinander aufgetragen. Zusätzlich wird auch hier eine Ausgleichsfunktion, jedoch in diesem Fall in der Form einer Gerade

$$\ln(I) = a \cdot U + b$$

durchgelegt. Aus der Rechnung folgt das die Parameter den Wert

$$\begin{aligned}a &= -6.5 \pm 0.5 \\b &= 1.58 \pm 0.28\end{aligned}$$

haben. Mithilfe der Gleichung (7) ergibt sich

$$a = -\frac{e}{kT}$$

und die Temperatur lässt sich durch umstellen

$$T = -\frac{e}{ka}$$

errechnen zu $T = 1873.0265\text{K}$.

4.4 Kathodentemperatur bestimmen durch Heizleistungen

Die Kathodentemperatur lässt sich ebenfalls durch die Leistungsbilanz des Heizstromfadens errechnen. Dazu wird der Zusammenhang

$$N_{\text{zu}} = N_{\text{Str}} + N_{\text{WL}} \quad (8)$$

genutzt, wobei N_{zu} die zugeführte Leistung ist und N_{Str} und N_{WL} die jeweils abgestrahlte und durch Wärmeleitung an die Apparatur abgegebene Leistung darstellt.

Mithilfe des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes

$$N_{\text{Str}} = f\sigma\eta T^4$$

und der Abschätzung von $N_{\text{WL}} = 0.95\text{W}$ und $N_{\text{zu}} = U_{\text{H}} \cdot I_{\text{H}}$, lässt sich die Temperatur berechnen durch

$$T = \left(\frac{I_{\text{H}}U_{\text{H}} - N_{\text{WL}}}{f\eta\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (9)$$

Dabei ist die Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2\text{K}^4}$, die emittierende Kathodenfläche $0,35 \text{ cm}^2$ und der Oberflächenemissionsgrad $\eta = 0,28$ gegeben.

Zusätzlich wird die Austrittsarbeit mithilfe der Formel (4) durch umstellen zu $e\phi$ berechnen als

$$e\phi = -kT \ln \left(\frac{I_{\text{S}}h^3}{f4\pi emk^2T^2} \right). \quad (10)$$

Daraus Folgen die folgenden Werte in der Tabelle (3).

Gemittelt beträgt die Austrittsarbeit

$$\overline{e\phi} = (4,36 \pm 0,04) \text{ eV}.$$

Tabelle 3: Messwerte der Sättigungsstromstärken, Heizstromstärken und -spannungen, errechneten Kathodentemperaturen T und Austrittsarbeiten $e\phi$

I_H / A	U_H / V	T / K	I_S / mA	$e\phi / \text{eV}$
2,1	4,0	1954.31	0,27	4.28
2,2	4,1	1993.76	0,6	4.25
2,3	4,8	2108.27	1,2	4.39
2,4	5,0	2156.73	2,3	4.38
2,5	5,5	2237.47	3,5	4.49

5 Diskussion

5.1 Literaturvergleich

Um die ermittelte Austrittsarbeit einordnen zu können ist es sinnvoll diesen mit dem Literaturwert zu vergleichen. Diese ist gegeben als $W_{\text{A}} = 4,54 \text{ eV}$ ([4]). Um die Werte zu vergleichen wird die Formel

$$\Delta p = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$$

benutzt, wobei man W_1 und W_2 die zu untersuchenden Zahlen sind und Δp die Abweichung von W_1 zu W_2 angibt.

$$\Delta p = 0.0396 \pm 0.0088 = 3.96\% \pm 0.88\%$$

Ein Grund für eine Abweichung vom Literaturwert um 3% kann sein, dass die von uns errechnete Temperatur etwas niedriger war als sie eigentlich hätte sein sollen, wodurch sich dieser Fehler in der Berechnung der Austrittsarbeit fortpflanzte. Da zudem der Temperaturterm in der Berechnung einmal linear und einmal quadratisch auftaucht, können kleine Abweichungen zu größeren Fehlern führen.

5.2 allgemeine Fehlerquellen

Während der Durchführung des Versuchs sind einige Fehlerquellen aufgefallen, die die Ergebnisse beeinflussen. Im Allgemeinen entsteht ein Fehler durch ablesen der Messdaten von analogen Anzeigen, sowie das einstellen der Saugspannung, da diese teilweise sehr stark schwankten.

Außerdem ist das Nanoamperemeter, welches in Aufgabenteil c) verwendet wurde, sehr empfindlich und von der Umgebung leicht beeinflussbar, weswegen die Messergebnisse leicht verfälscht wurden.

Eine weitere Fehlerquelle ist möglicherweise die genäherte Gleichung (2), aus der zum Beispiel auch Gleichung (7) hergeleitet wurde, genauso wie die Näherung für den Sättigungsstrom, welcher ebenfalls eine Quelle für die Unsicherheit darstellen kann.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Literaturwert für die Austrittsarbeit von Wolfram*. 2021. URL: <https://www.formel-sammlung.de/formel-Austrittsarbeit-von-Elektronen-aus-Metallen-3-25-134.html> (besucht am 01.05.2021).
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [6] *Versuchsanleitung zu Versuch V504 Thermische Elektronenemission*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.