

Versuch 602: Röntgenemission und -absorption

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.05.2023, Abgabe 16.05.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung	1
2.2 Absorption von Röntgenstrahlung	2
2.3 Bragg-Bedingung	3
2.4 Vorbereitungsaufgaben	4
3 Durchführung	4
3.1 Aufbau	4
3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung	5
3.3 Emissionsspektrum der Kupfer Röntgenröhre	5
3.4 Absorptionsspektren verschiedener Materialien	6
4 Auswertung	6
4.1 Fehlerfortpflanzung	6
4.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung	6
4.3 Emissionsspektrum der Kupfer Röntgenröhre	7
4.3.1 Abschirmkonstanten von Kupfer	9
4.4 Absorptionsspektren verschiedener Materialien	9
5 Diskussion	11
5.1 Die Bragg-Bedingung	11
5.2 Das Emissionspektrum der Röhre	11
5.3 Die Absorptionsspektren	12
5.4 Fazit	12
Literatur	12
Anhang	14

1 Ziel

In diesem Versuch soll eine Kupfer-Röntgenröhre auf ihr Emissionsspektrum untersucht und die Bragg-Bedingung überprüft werden. Außerdem sollen diverse Absorptionsspektren gemessen und ihre Abschirmkonstanten bestimmt werden.

2 Theorie¹

2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung wird erzeugt, indem in einer evakuierten Röhre Elektronen durch den glühelektrischen Effekt aus einer Kathode gelöst werden. Diese Elektronen werden durch eine angelegte Spannung zu einer Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode entsteht Röntgenstrahlung, wobei das kontinuierliche Bremspektrum und die diskrete charakteristische Röntgenstrahlung des Anodenmaterials unterschieden werden.

Bei der Bremsstrahlung werden die Elektronen im Coulombfeld des positiven Atomkerns abgebremst. Durch die Abbremsung wird ein Photon emittiert, dessen Energie genau der verlorenen kinetischen Energie des jeweiligen Elektrons entspricht. Da nicht alle Elektronen die gleiche Energie abgeben, entsteht ein kontinuierliches Energiespektrum, das eine obere Grenze an der Stelle hat, bei der die gesamte kinetische Energie übertragen wird. Für die minimale Wellenlänge folgt demnach bei vollständiger Abbremsung des Elektrons

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}, \quad (1)$$

wobei U die angelegte Spannung ist. Die Intensitätsverteilung des Bremspektrums ist in Abbildung 1 zu sehen.

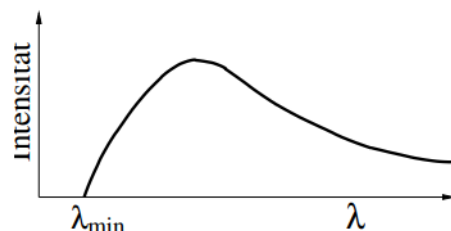


Abbildung 1: Intensitätsverteilung in Abhängigkeit der Wellenlänge beim charakteristischen Spektrum [1].

Beim charakteristischen Spektrum werden die Anodenatome so ionisiert, dass das beschleunigte Elektron ein inneres Schalenelektron heraus löst. Wenn das Atom anschließend in seinen Grundzustand zurück wechselt, wird ein Photon mit der Energie

$$\Delta E = h \cdot \nu = E_m - E_n \quad (2)$$

¹Unter Verwendung von [1].

emittiert. Diese Energie entspricht genau der Energiedifferenz zwischen der äußeren Schale m, von der ein Elektron nachrückt, und der inneren Schale n, aus der ein Elektron zuvor geschlagen wurde. Da diese Energien für jedes Material spezifisch nur gewisse diskrete Werte annimmt, ist das resultierende Spektrum diskret. Dabei werden die einzelnen Linien mit K_α , K_β , L_α bezeichnet. Die Schale, auf der die Sprünge enden, geben dabei die Buchstaben K , L , usw. vor während die griechischen Buchstaben angeben, von welcher Schale das äußere Elektron stammt. In Atomen mit mehreren Elektronen erzeugen die Hüllenelektronen und die Wechselwirkungen der Elektronen untereinander eine gewisse Abschirmung von der Kernladung, sodass das äußere Elektron eine geringere Coulombanziehung erfährt. Für die Energie eines solchen Elektrons auf der n-ten Schale gilt dann

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

mit der effektiven Kernladung $z_{\text{eff}} = z - \sigma$, der elektronenspezifischen Abschirmkonstanten σ und der Rydbergenergie $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$. Für die Energie E_{K_α} ergibt sich dann beispielsweise

$$E_{K_\alpha} = E_2 - E_1 = R_\infty \cdot \left((z - \sigma_1) \cdot \frac{1}{1^2} - (z - \sigma_2) \cdot \frac{1}{2^2} \right). \quad (4)$$

Durch den Bahndrehimpuls und den Spin haben die äußeren Elektronen nicht exakt die gleiche Bindungsenergie, sodass die jeweilige charakteristische Linie in eine Feinstruktur aufgelöst wird, die jedoch mit dem hier verwendeten Versuchsaufbau nicht detektiert werden kann. Messbar sind hier die K_α - und K_β -Linien der Kupferanode sowie die Bremsstrahlung.

2.2 Absorption von Röntgenstrahlung

Bei einer Strahlung mit Energien unterhalb von 1 MeV sind der Compton- und Photoeffekt die relevanten Prozesse. In Abbildung 2 ist erkennbar, dass der Absorptionskoeffizient für steigende Energien sinkt, aber sprunghaft ansteigt, wenn die Energie der Photonen gerade größer als die Bindungsenergie eines Elektrons der nächsten inneren Schale ist. Die Energien der Schale, aus der das Elektron stammt, wird dabei als Absorptionskante bezeichnet. Die Lage der Absorptionskanten $h\nu_{\text{abs}} = E_\infty - E_n$ ist dabei nahezu identisch wie die Bindungsenergie. Aufgrund der Feinstruktur gibt es insgesamt drei L- und eine K-Kante. Die Bindungsenergie eines Elektrons kann gemäß der Sommerfeldschen Feinstrukturformel

$$E_{n,j} = -R_\infty \left(z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α und dem Gesamtdrehimpuls j des jeweiligen Elektrons bestimmt werden. Für ein Elektron aus der K-Schale ergibt sich die

Abschirmkonstante

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 z^4}{4}}. \quad (6)$$

Für ein Elektron der L-Schale ist die Herleitung von σ_L deutlich komplizierter, da die Abschirmzahl jedes beteiligten Elektrons miteinbezogen werden muss. Werden zwei Kanten (hier L_I und L_{II}) zusammengefasst, vereinfacht sich die Herleitung etwas und es ergibt sich

$$\sigma_L = z - \sqrt{\left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right) \cdot \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)} \quad (7)$$

mit der Energiedifferenz $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$.

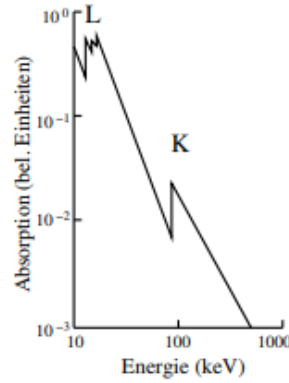


Abbildung 2: Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten [1].

2.3 Bragg-Bedingung

Die Energie E bzw. Wellenlänge λ kann durch die Bragg-Bedingung ermittelt werden. Wenn Licht auf ein dreidimensionales Gitter (hier LiF-Kristall) trifft, werden die Lichtwellen an jedem Atom des Gitters gebeugt, wobei die Röntgenstrahlen interferieren. Unter dem Glanzwinkel θ tritt dann konstruktive Interferenz auf. Bei einer Gitterkonstante d und der Beugungsordnung n (Kristallschicht, bei der die Beugung stattfindet) gilt dabei die Bragg-Bedingung

$$2d \sin \theta = n\lambda. \quad (8)$$

Eine schematische Darstellung der Bragg-Reflexion ist in Abbildung 3 zu sehen.

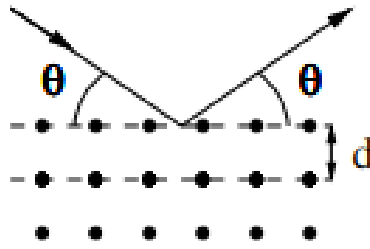


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Bragg-Reflexion [1].

2.4 Vorbereitungsaufgaben

Der in diesem Versuch verwendete LiF-Kristall hat eine Gitterkonstante von $d = 201,4 \text{ pm}$.

2.4.1 K-Linien und Beugungswinkel bei Kupfer

Die K_α - und K_β -Linien von Kupfer liegen nach [2] bei $E_{K_\alpha} = 8,04 \text{ keV}$ und $E_{K_\beta} = 8,94 \text{ keV}$. Dies entspricht nach der Bragg-Bedingung (8) unter Verwendung eines LiF-Kristalls mit der Gitterkonstante $d = 201,4 \text{ pm}$ den Winkeln $\theta_{K_\alpha} = 22,51^\circ$ und $\theta_{K_\beta} = 20,14^\circ$.

2.4.2 Materialspezifische K-Kanten, Winkel und Abschirmkonstanten

In Tabelle 1 sind die Energien der K-Kanten E_K^{lit} , die zugehörigen Winkel θ_K^{lit} (vgl. Formel (8)) sowie die Abschirmkonstante σ_K (vgl. Formel (6)) verschiedenerer Materialien mitsamt der Ordnungszahl z aufgetragen. Dabei wurden die Energien [3] entnommen.

Tabelle 1: Die Materialspezifischen Energien, Winkel und Abschirmkonstanten.

	z	$E_K^{\text{lit}}/\text{keV}$	$\theta_K^{\text{lit}}/^\circ$	σ_K
Zn	30	9,66	18,58	3,55
Ge	32	11,10	16,10	3,68
Br	35	13,47	13,21	3,85
Rb	37	15,20	11,68	3,94
Sr	38	16,10	11,02	4,00
Zr	40	17,99	9,85	4,10

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Der Versuch besteht aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem Geiger-Müller-Zählrohr und einem LiF-Kristall, die in einem Röntgengerät integriert sind, vgl. Abbildung 4. Das

Röntgengerät wird dabei über einen Computer mit Hilfe des Programmes **measure** bedient. Dort wird unter „Messgeräte“ das Röntgengerät ausgewählt. Anschließend kann die Messart, der Drehmodus, der Kristallwinkel und die Integrationszeit gewählt werden. Die Messart sollte dabei auf „Spektren“ stehen.

Die Beschleunigungsspannung wird für alle Messungen auf 35 kV und der Emissionsstrom auf 1 mA eingestellt. Vor den Messungen wird überprüft, ob die 1 mm Blende und der LiF-Kristall in der Halterung stecken. Ferner wird kontrolliert, ob die Schlitzblende senkrecht zur Drehrichtung sitzt.

Zur Messung der Absorption können diverse Blenden mit verschiedenen Absorptionsmaterialien vor das Zählrohr geschraubt werden.

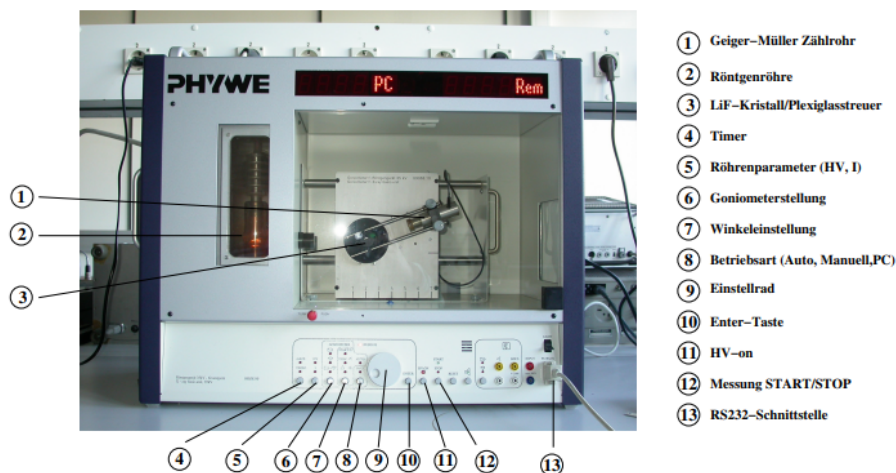


Abbildung 4: Das Röntgengerät mitsamt seiner Bestandteile [1].

3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wird der Kristall auf einen „festen Kristallwinkel“ von 14° eingestellt. Bei einer Integrationszeit von 5 s wird in einem Winkelbereich von 26° to 30° mit einem Winkelzuwachs von $0,1^\circ$ die Strahlungsintensität der Röntgenstrahlung gemessen.

3.3 Emissionsspektrum der Kupfer Röntgenröhre

Zur Messung des Emissionsspektrums der Kupferröhre wird im Programm der „2:1 Koppelmodus“ ausgewählt. Dabei wird die erste Beugungsordnung im Winkelbereich 4° to 26° in $0,2^\circ$ Schritten gemessen. Die Integrationszeit wird dazu auf 5 s eingestellt.

Im nächsten Schritt werden anhand der vorherigen Messung die ungefähre Lage der K_α - und K_β -Linien abgelesen und in ihrem Bereich ein Detailspektrum aufgenommen, damit die beiden Linien genauer bestimmt werden können. Hierzu wird die Schrittweite auf $0,1^\circ$ angepasst.

3.4 Absorptionsspektren verschiedener Materialien

Für insgesamt vier Materialien (Zink, Brom, Strontium, Zirkonium) werden die Absorptionsspektren gemessen. Dafür werden die jeweiligen Absorber vor das Zählrohr gesetzt und in $0,1^\circ$ Schritten bei einer Integrationszeit von 20 s die jeweiligen Intensitäten gemessen. Anhand von Tabelle 1 werden hierfür geeignete Winkelbereiche gewählt.

4 Auswertung

4.1 Fehlerfortpflanzung

Bei Rechnungen mit Fehlerbehafteten Größen wird der Fehler im Ergebnis mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \quad (9)$$

4.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Um die Bragg-Bedingung zu überprüfen wird ein Kristall bei einem Winkel $\theta = 14^\circ$ mit Röntgenstrahlung bestrahlt. In Abbildung 5 und in Tabelle 2 ist ein Peak bei dem Austrittswinkel $\theta = (14,25 \pm 0,05)^\circ$ zu erkennen. Für die Größen der Unsicherheiten wird jeweils in beide Richtungen die Hälfte der Schrittgröße gewählt. In allen Tabellen wird der Austrittswinkel als der tatsächliche Austrittswinkel θ dargestellt und nicht als das Doppelte dieses Winkels, wie er von der Messmaschine angezeigt wurde. Der Unterschied zwischen dem Eintrittswinkel und dem Austrittswinkel des Peaks ist also kleiner als 1° . Diese Messung hilft dabei die Winkelmessung des Gerätes zu kalibrieren, die für diesen Versuch hinreichend genau ist.

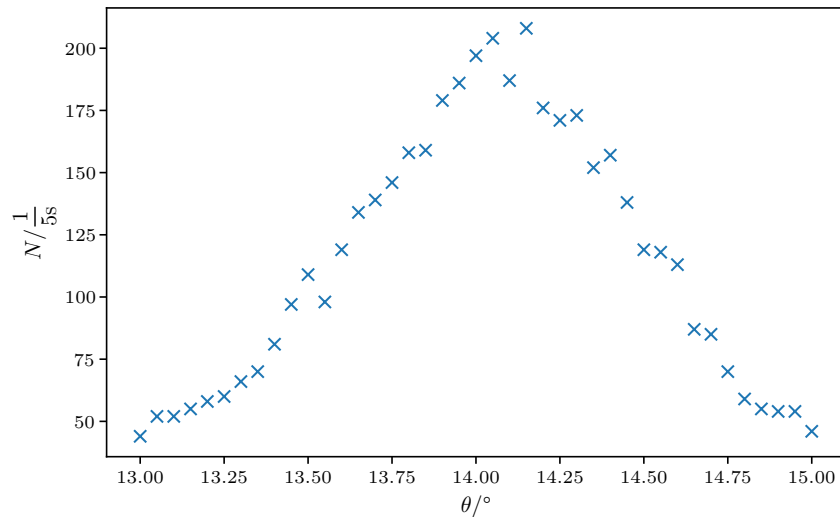


Abbildung 5: Graph zur Bragg Bedingung

4.3 Emissionsspektrum der Kupfer Röntgenröhre

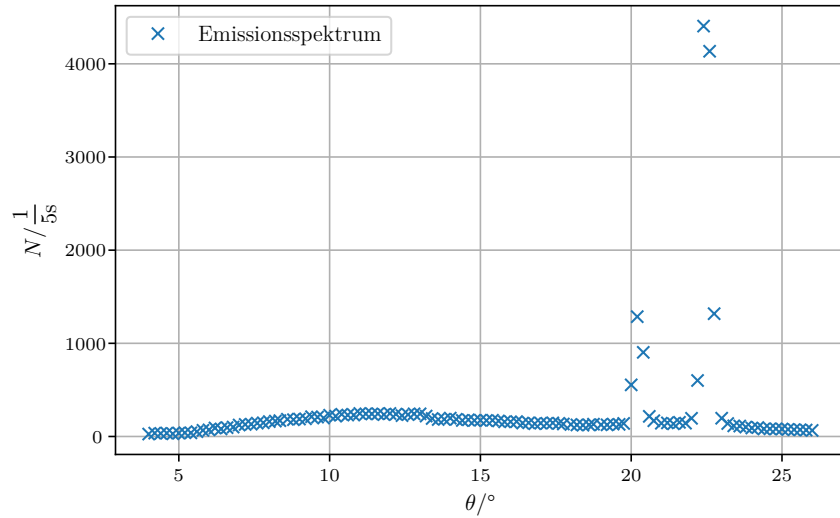


Abbildung 6: Spektrum der Kupfer-Röntgenröhre mit Schrittweite von $0,2^\circ$.

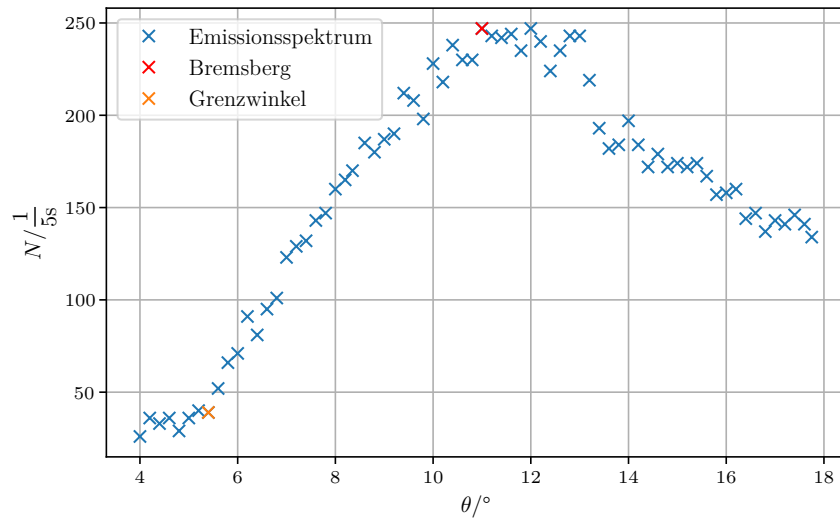


Abbildung 7: Spektrum aus Abbildung 6 ohne den Bereich mit den Peaks.

In dem groben Emissionsspektrum in Abbildung 6 bzw. Tabelle 3 können die Peaks der K_α und K_β Linie bei etwa 19° bis 24° finden. In Abbildung 7 wird das Breemsspektrum in einem kleineren Bereich ohne die Peaks der K-kanten dargestellt. In dieser Darstellung kann der Bremsberg und der Grenzwinkel mit der Maximalen Energie des Spektrums ermittelt werden. Es ergeben sich die Werte

$$\theta_{\text{Berg}} = (11,00 \pm 0,05)^\circ$$

$$\theta_{\text{Grenz}} = (5,40 \pm 0,05)^\circ$$

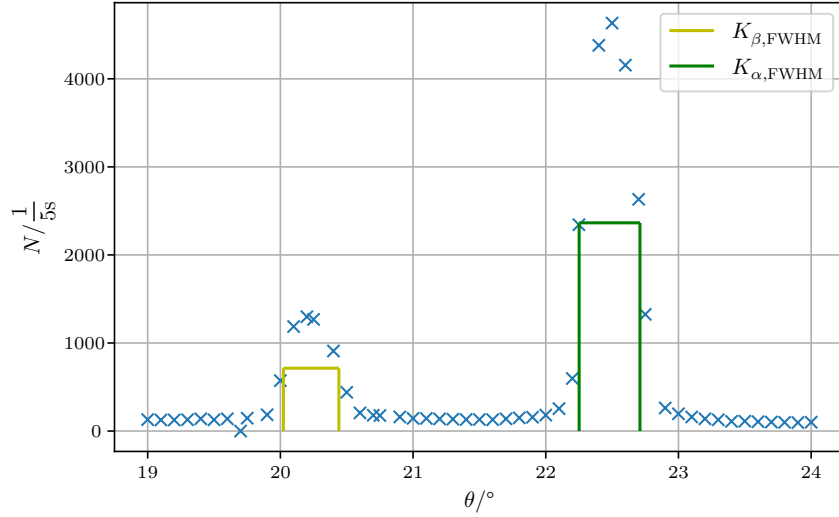


Abbildung 8: Genaueres Spektrum der Kupfer-Röntgenröhre mit Schrittweite von $0,1^\circ$ und einem eingeschränkten Messbereich.

Der Bereich mit den Peaks wird mit der kleineren Schrittweite genauer untersucht. In Abbildung 8 und Tabelle 4 Peaks bei den Stellen

$$\theta_{\alpha,\max} = (22,50 \pm 0,05)^\circ \text{ und } \theta_{\beta,\max} = (20,25 \pm 0,05)^\circ \quad (10)$$

gefunden. Diese Winkel lassen sich mit der Formel (8) in Energien umrechnen. Es gilt

$$\lambda = 2d \sin(\theta) E = h \frac{c}{\lambda}$$

Es ergeben sich folgende Werte

$$\begin{aligned} \theta_{\alpha} &= (22,50 \pm 0,05)^\circ & \lambda_{\alpha} &= (154,14 \pm 0,32) \text{ pm} & E_{\alpha} &= (8,043 \pm 0,017) \text{ keV} \\ \theta_{\beta} &= (20,25 \pm 0,05)^\circ & \lambda_{\beta} &= (139,42 \pm 0,33) \text{ pm} & E_{\beta} &= (8,893 \pm 0,021) \text{ keV} \\ \theta_{\text{Grenz}} &= (5,40 \pm 0,05)^\circ & \lambda_{\text{Grenz}} &= (37,91 \pm 0,35) \text{ pm} & E_{\text{Grenz}} &= (32,71 \pm 0,30) \text{ keV} \end{aligned}$$

Für die Grenzwellenlänge ist der gemessene Wert λ_{Grenz} größer als der erwartete Wert von $\lambda_{\min} = 35,42 \text{ pm}$.

Zusätzlich wird die Halbwertsbreite der Peaks mit den Funktionen `scipy.signal.find_peaks` und `scipy.signal.peak_widths` [4] ermittelt. Es ergeben sich für die K_{α} ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned} \theta_{1,\text{FWHM}} &= (22,25 \pm 0,05)^\circ & \theta_{2,\text{FWHM}} &= (22,71 \pm 0,05)^\circ \\ \Delta\theta &= (0,46 \pm 0,07)^\circ. \end{aligned}$$

Für K_{β} ergibt sich

$$\begin{aligned} \theta_{1,\text{FWHM}} &= (20,02 \pm 0,05)^\circ & \theta_{2,\text{FWHM}} &= (20,44 \pm 0,05)^\circ \\ \Delta\theta &= (0,42 \pm 0,07)^\circ. \end{aligned}$$

Indem die Werte für die Grenzen der Peaks in Energien umgerechnet werden, kann das Auflösungsvermögen der Messapparatur $A = \frac{E_{\max}}{\Delta E}$ berechnet werden. Es ergibt

$$A_{\alpha} = 52 \pm 8 \qquad A_{\beta} = 50 \pm 9$$

4.3.1 Abschirmkonstanten von Kupfer

Für die Abschirmkonstanten von Kupfer ergeben sich nach [1] folgende Formeln

$$\sigma_1 = Z_K - \sqrt{\frac{E_{K,abs}}{R_{\infty}}} \quad (11)$$

$$\sigma_2 = Z_K - 2\sqrt{\frac{E_{K,abs} - E_{K,\alpha}}{R_{\infty}}} \quad (12)$$

$$\sigma_3 = Z_K - 3\sqrt{\frac{E_{K,abs} - E_{K,\alpha}}{R_{\infty}}} \quad (13)$$

Mit der Rydberg Energie von $R_{\infty} = 13,6 \text{ eV}$ und der Absorptionskante $E_{K,abs} = (8980,5 \pm 1,0) \text{ eV}$ [5] ergeben sich die folgenden Werte für die Absorptionsszahlen.

$$\sigma_1 = 3,3031 \pm 0,0014 \qquad \sigma_2 = 12,40 \pm 0,15 \qquad \sigma_3 = 21,4 \pm 0,9 \quad (14)$$

4.4 Absorptionsspektren verschiedener Materialien

Mit den Materialien vor dem Auslesegerät ergeben sich Absorptionsspektren mit einer K-Kante, einem abrupten Abfall der Messhäufigkeit der Röntgenstrahlung bei Energien über einer Charakteristischen Energie. Dieser Abfall bezieht sich auf kleiner werdende Winkel für den möglichen Messbereich von θ . Die K-Kante wird in Abbildung 9 als Mitte der beobachtbaren Flanke berechnet. Es ergeben sich folgende Werte für die Energien und die Wellenlängen der K-Kanten

$$\text{Zink: } \theta_k = (20,05 \pm 0,05)^{\circ} \quad \lambda_k = (138,10 \pm 0,33) \text{ pm} \quad E_k = (8,978 \pm 0,021) \text{ keV} \quad (15)$$

$$\text{Brom: } \theta_k = (13,25 \pm 0,05)^{\circ} \quad \lambda_k = (92,32 \pm 0,34) \text{ pm} \quad E_k = (13,43 \pm 0,05) \text{ keV} \quad (16)$$

$$\text{Strontium: } \theta_k = (11,05 \pm 0,05)^{\circ} \quad \lambda_k = (77,20 \pm 0,34) \text{ pm} \quad E_k = (16,06 \pm 0,07) \text{ keV} \quad (17)$$

$$\text{Zirkonium: } \theta_k = (10,00 \pm 0,05)^{\circ} \quad \lambda_k = (69,95 \pm 0,35) \text{ pm} \quad E_k = (17,73 \pm 0,10) \text{ keV}. \quad (18)$$

Nach (6) berechnen sich die Abschirmkonstanten der Materialien zu

$$\begin{array}{ll} \text{Zink } \sigma_k = 4,517 \pm 0,031 & \text{Brom } \sigma_k = 3,90 \pm 0,06 \\ \text{Strontium } \sigma_k = 4,04 \pm 0,08 & \text{Zirkonium } \sigma_k = 4,37 \pm 0,09 \end{array}$$

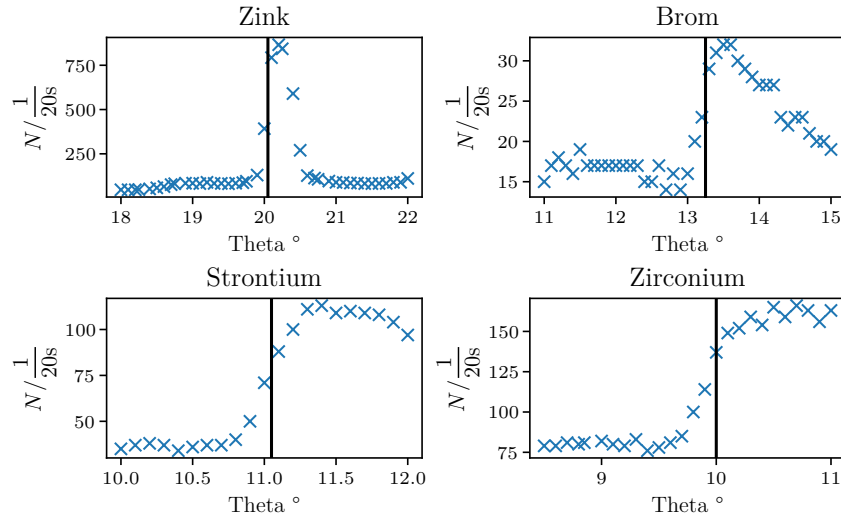


Abbildung 9: Absorptionsspektren verschiedener Materialien mit den mittleren K-Kanten in schwarz eingezeichnet.

In Abbildung 10 wird der Zusammenhang von \sqrt{E} und Z dargestellt. Mit einer linearen Ausgleichsrechnung der Form $ax + b$ wird die form der Kurve angenähert. Sie ergibt die werte

$$a = (0,258 \pm 0,010) \frac{1}{\text{eV}^{1/2}} \quad b = 5,400 \pm 1,235 \quad (19)$$

Aus Formel (3) ergibt sich mit $n = 1$ das Verhältnis für die Steigung zur Rydbergenergie. Diesen Zusammenhang kennt man auch als das Moseleysche Gesetz

$$\begin{aligned} \sqrt{E} &= -R_{\infty} \cdot z \\ \Rightarrow a &= \frac{1}{\sqrt{R_{\infty}}} \quad R_{\infty} = \frac{1}{a^2} = (15,0 \pm 1,2) \text{ eV} \end{aligned}$$

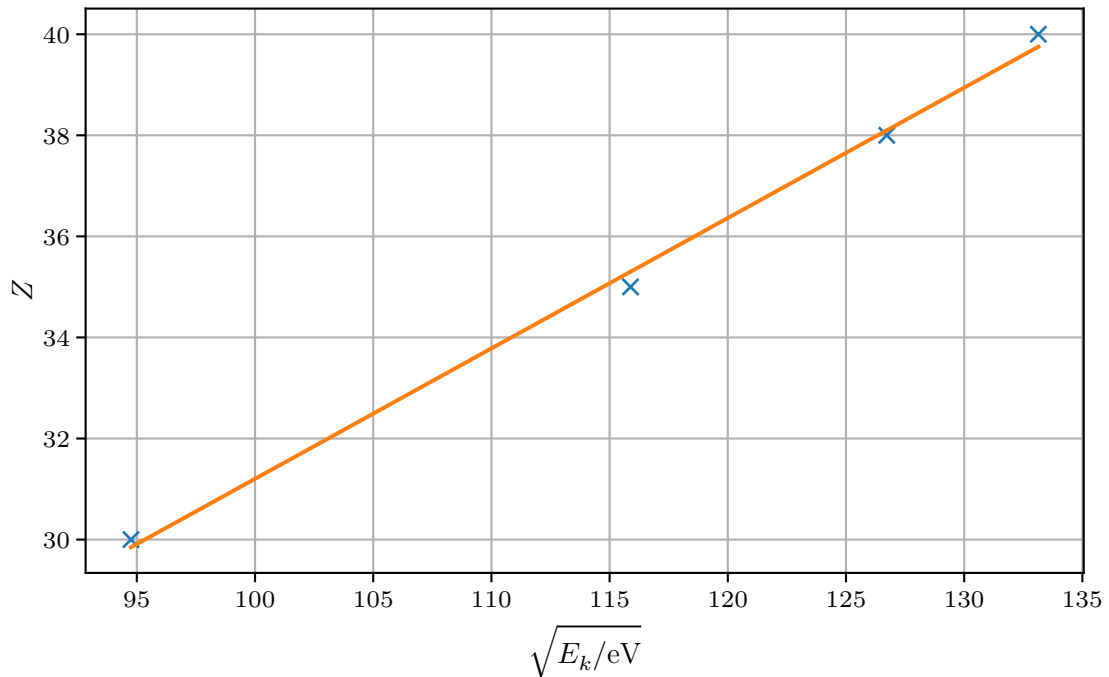


Abbildung 10: $\sqrt{E} - Z$ Diagramm mit Linearer Ausgleichsrechnung

5 Diskussion

5.1 Die Bragg-Bedingung

Die Bragg-Bedingung konnte verifiziert werden. Der eingestellte Winkel von 14° liegt hinreichend nahe am experimentell bestimmten Wert von $(14,25 \pm 0,05)^\circ$ und hat somit eine Abweichung $(1,8 \pm 0,4) \%$. Folglich ist davon auszugehen, dass ein möglicher systematischer Fehler, der die gemessenen Peaks/ Spektren verzerrt, nicht von Bedeutung ist.

5.2 Das Emissionspektrum der Röhre

Die aus den Winkeln $\theta_\alpha = (22,50 \pm 0,05)^\circ$ und $\theta_\beta = (20,25 \pm 0,05)^\circ$ resultierenden Energien $E_\alpha = (8,043 \pm 0,017) \text{ keV}$ und $E_\beta = (8,893 \pm 0,021) \text{ keV}$ liegen sehr nahe an den Literaturwerten von $E_{\alpha,Lit} = 8,04 \text{ keV}$ und $E_{\beta,Lit} = 8,94 \text{ keV}$. Die Abweichungen betragen hier $(0,04 \pm 0,21) \%$ bzw. $(0,53 \pm 0,23) \%$.

Die bestimmte Grenzwellenlänge $\lambda_{\text{Grenz}} = (37,91 \pm 0,35) \text{ pm}$ hat eine Abweichung von $7,0 \pm 1,0 \%$ zum theoretischen Wert von $\lambda_{\text{min}} = 35,42 \text{ pm}$.

Das Auflösungsvermögen der Apparatur konnte zu 49 ± 8 für K_α bzw 48 ± 8 für K_β bestimmt werden. Beide Fehlerbereiche überschneiden sich dabei fast vollständig.

5.3 Die Absorptionsspektren

Für die gemessenen Absorptionskanten ergeben sich die Absorptionskanten in den Gleichungen (18). Verglichen mit den theoretischen Werten aus Tabelle 1 ergeben sich Abweichungen von $(7,06 \pm 0,22)$ % für Zink, $(0,3 \pm 0,4)$ % für Brom, $(0,2 \pm 0,4)$ % für Strontium sowie $(3,1 \pm 0,6)$ % für Zirkonium. Es ist deutlich erkennbar, dass auch diese Messungen mit Ausnahme von Zink recht exakte Ergebnisse aufweisen. Beim Zink ist ein kleiner systematischer Fehler zu vermuten.

Für die Abschirmkonstanten σ_k ergeben sich Abweichungen von $(27,3 \pm 0,9)$ % für Zink, $(1,2 \pm 1,5)$ % für Brom, $(1,1 \pm 1,9)$ % für Strontium sowie $(6,7 \pm 2,2)$ % für Zirkonium. Hier spiegelt sich insbesondere wieder, dass die Absorptionskante von Zink die größte Abweichung hat, sodass durch die Fehlerfortpflanzung auch bei σ_k die größte Abweichung entsteht. Für Zirkonium gilt die gleiche Begründung. Die anderen beiden Werte sind hinreichend genau.

Ferner konnte die Rydbergenergie zu $(15,0 \pm 1,2)$ eV bestimmt werden. Daraus folgt eine Abweichung von 10 ± 9 % vom Theoriewert 13 eV, die in erster Linie aus dem Fehler des Zink-Wertes resultiert.

5.4 Fazit

Es ist von Messungen ohne signifikante systematische Fehler auszugehen, da insbesondere die Bragg-Bedingung verifiziert werden konnte und auch die Ergebnisse insgesamt nur wenig von den theoretischen Werten abweichen. Dabei ist der Zink Absorber die einzige Ausnahme, da hier die Abweichungen zwar immer noch verhältnismäßig klein sind, insgesamt aber am deutlichsten auffallen. Außerdem resultieren größere Folgeabweichungen durch die Fehlerfortpflanzung. Wie zu erwarten liegen statistische Schwankungen innerhalb der Messungen vor. Da diese sich allerdings im Schnitt allerdings wegheben, ist insgesamt von verhältnismäßig guten Messungen und Messergebnissen auszugehen.

Literatur

- [1] *Versuch 602: Röntgenemission und -absorption*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Charakteristische Röntgenstrahlung*. URL: <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/roentgen-strahlung/grundwissen/charakteristische-roentgen-strahlung> (besucht am 12.05.2023).
- [3] *Anregungsenergien von K- und L- Absorptionskanten*. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/> (besucht am 12.05.2023).
- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

- [5] *NIST, X-Ray Transition Energies Data Base*. URL: <https://www.nist.gov/pml/x-ray-transition-energies-database> (besucht am 16.05.2023).

Anhang

$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$
13,0	44	13,55	98	14,1	187	14,65	87
13,05	52	13,6	119	14,15	208	14,7	85
13,1	52	13,65	134	14,2	176	14,75	70
13,15	55	13,7	139	14,25	171	14,8	59
13,2	58	13,75	146	14,3	173	14,85	55
13,25	60	13,8	158	14,35	152	14,9	54
13,3	66	13,85	159	14,4	157	14,95	54
13,35	70	13,9	179	14,45	138	15,0	46
13,4	81	13,95	186	14,5	119		
13,45	97	14,0	197	14,55	118		
13,5	109	14,05	204	14,6	113		

Tabelle 2: Messwerte zur Überprüfung der Bragg Bedingung

$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$
4,0	26	9,0	187	14,0	197,0	19,0	126	24,0	91
4,2	36	9,2	190	14,2	184,0	19,2	125	24,2	96
4,4	33	9,4	212	14,4	172,0	19,4	133	24,4	81
4,6	36	9,6	208	14,6	179,0	19,6	130	24,6	82
4,8	29	9,8	198	14,8	172,0	19,75	140	24,8	82
5,0	36	10,0	228	15,0	174,0	20,0	554	25,0	80
5,2	40	10,2	218	15,2	172,0	20,2	1286	25,2	76
5,4	39	10,4	238	15,4	174,0	20,4	903	25,4	73
5,6	52	10,6	230	15,6	167,0	20,6	216	25,6	72
5,8	66	10,8	230	15,8	157,0	20,75	169	25,8	69
6,0	71	11,0	247	16,0	158,0	21,0	142	26,0	65
6,2	91	11,2	243	16,2	160,0	21,2	146		
6,4	81	11,4	242	16,4	144,0	21,4	136		
6,6	95	11,6	244	16,6	147,0	21,6	152		
6,8	101	11,8	235	16,8	137,0	21,8	143		
7,0	123	12,0	247	17,0	143,0	22,0	195		
7,2	129	12,2	240	17,2	141,0	22,2	601		
7,4	132	12,4	224	17,4	146,0	22,4	4405		
7,6	143	12,6	235	17,6	141,0	22,6	4135		
7,8	147	12,8	243	17,75	134,0	22,75	1318		
8,0	160	13,0	243	18,0	129,0	23,0	196		
8,2	165	13,2	219	18,2	124,0	23,2	139		
8,35	170	13,4	193	18,4	121,0	23,4	114		
8,6	185	13,6	182	18,6	125,0	23,6	112		
8,8	180	13,8	184	18,75	132,0	23,8	101		

Tabelle 3: Spektrum der Cu-Röntgenröhre, Schrittgröße 0,2°, Integrationszeit 5 s

$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{5s}$
19,0	130,0	21,7	139,0
19,1	126,0	21,8	150,0
19,2	126,0	21,9	157,0
19,3	129,0	22,0	181,0
19,4	139,0	22,1	255,0
19,5	128,0	22,2	597,0
19,6	139,0	22,25	2343,0
19,7	0,0	22,4	4380,0
19,75	146,0	22,5	4633,0
19,9	185,0	22,6	4155,0
20,0	572,0	22,7	2632,0
20,1	1187,0	22,75	1325,0
20,2	1298,0	22,9	262,0
20,25	1268,0	23,0	196,0
20,4	909,0	23,1	160,0
20,5	440,0	23,2	139,0
20,6	206,0	23,3	128,0
20,7	179,0	23,4	110,0
20,75	176,0	23,5	112,0
20,9	160,0	23,6	106,0
21,0	144,0	23,7	102,0
21,1	143,0	23,8	99,0
21,2	138,0	23,9	96,0
21,3	135,0	24,0	100,0
21,4	131,0		
21,5	131,0		
21,6	129,0		

Tabelle 4: Genaueres Spektrum der Cu-Röhre, Integrationszeit = 5 s, Schrittgröße 0,1°

Zink		Brom		Strontium		Zirkonium	
$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{20s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{20s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{20s}$	$\theta/^\circ$	$N/\frac{1}{20s}$
18,0	47	11,0	15	10,0	35	18,0	47
18,1	47	11,1	17	10,1	37	18,1	47
18,2	47	11,2	18	10,2	38	18,2	47
18,25	48	11,3	17	10,3	37	18,25	48
18,4	52	11,4	16	10,4	34	18,4	52
18,5	58	11,5	19	10,5	36	18,5	58
18,6	65	11,6	17	10,6	37	18,6	65
18,7	76	11,7	17	10,7	37	18,7	76
18,75	81	11,8	17	10,8	40	18,75	81
18,9	84	11,9	17	10,9	50	18,9	84
19,0	84	12,0	17	11,0	71	19,0	84
19,1	82	12,1	17	11,1	88	19,1	82
19,2	89	12,2	17	11,2	100	19,2	89
19,3	83	12,3	17	11,3	111	19,3	83
19,4	83	12,4	15	11,4	113	19,4	83
19,5	81	12,5	15	11,5	109	19,5	81
19,6	84	12,6	17	11,6	110	19,6	84
19,7	87	12,7	14	11,7	109	19,7	87
19,75	95	12,8	16	11,8	108	19,75	95
19,9	130	12,9	14	11,9	104	19,9	130
20,0	392	13,0	16	12,0	97	20,0	392
20,1	793	13,1	20			20,1	793
20,2	866	13,2	23			20,2	866
20,25	843	13,3	29			20,25	843
20,4	590	13,4	31			20,4	590
20,5	270	13,5	32			20,5	270
20,6	127	13,6	32			20,6	127
20,7	113	13,7	30			20,7	113
20,75	106	13,8	29			20,75	106
20,9	96	13,9	28			20,9	96
21,0	89	14,0	27			21,0	89
21,1	88	14,1	27			21,1	88
21,2	85	14,2	27			21,2	85
21,3	85	14,3	23			21,3	85
21,4	82	14,4	22			21,4	82
21,5	82	14,5	23			21,5	82
21,6	83	14,6	23			21,6	83
21,7	83	14,7	21			21,7	83
21,8	89	14,8	20			21,8	89
21,9	89	14,9	20			21,9	89
22,0	111	15,0	19			22,0	111

Tabelle 5: Messwerte an den erwarteten Stellen für die K-Kanten von Zink, Brom, Strontium und Zirkonium