

Versuch 308

Spulen und Magnetfelder

1. Januar 1970

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Magnetfeld eines stromdurchflossenen langgestreckten Leiters	1
2.2 Magnetfeld eines stromdurchflossenen Kreisringes	2
2.3 Magnetfeld einer Helmholtz-Spule	2
2.4 Magnetfelder ferromagnetischer Materialien	3
3 Versuchsaufbau	5
4 Durchführung	5
4.1 Magnetfeldmessung von langgestreckten Spulen	5
4.2 Messungen am Helmholtzspulenpaar	5
4.3 Messung eines Magnetfeldes an der Ringspule	5
5 Auswertung	6
5.1 Lange Spule	6
5.2 Kurze Spule	6
5.3 Hysteresis-Kurve	7
5.4 Helmholtz-Spulenpaar	9
6 Diskussion	11
7 Anhang	11
Literatur	11

1 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Experimentenreihe werden Magnetfelder gemessen. Die Magnetfelder werden durch unterschiedlich aufgebaute Spulen erzeugt, in denen sich die Flussdichte unterscheidet. Es wird unterschieden zwischen Spulen mit und ohne ferromagnetischer Füllung. Der Zusammenhang zwischen der Flussdichte und der erzeugten Feldstärke wird hergeleitet und in einer Magnetisierungskurve aufgezeichnet.

2 Theorie

Es wird die Ausbreitung der magnetischen Flussdichte

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1)$$

in Abhängigkeit zur Permeabilität μ und der Feldstärke \vec{H} untersucht. Innerhalb eines Vakuums existiert die Vakuum-Permeabilität μ_0 . Im Gegensatz dazu wird die materialabhängige Permeabilität als relative Permeabilität μ_r bezeichnet. Es wird vorausgesetzt, dass die Medien homogen sind, damit die Induktionskonstante verlässlich ist. Der Leiter eines elektrischen Stromdurchflusses ist von einem Magnetfeld umgeben dessen Feldlinien konzentrische Kreise beschreiben. Der Stromfluss innerhalb dieses Leiters verläuft in einer senkrechten Achse zu den Kreisen. Der Abstand des Magnetfeldes weist eine Magnetfeldstärke \vec{H} auf, die in Beziehung zu dem Stromdurchfluss des Leiters steht. Das Biot-Savartsche Gesetz [1]

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2)$$

stellt diesen Zusammenhang her. Die Vakuum-Permeabilität μ_0 wird mit der Konstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ bezeichnet. I beschreibt den Strom, der durch den Leiter fließt. Das Magnetfeld einer Strom führenden Windung der Spule kann mit diesem Gesetz berechnet werden.

2.1 Magnetfeld eines stromdurchflossenen langgestreckten Leiters

Die Flussdichte eines einfachen langgestreckten Leiters wird ermittelt durch

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot x \quad (3)$$

Der magnetische Fluss erhöht sich in Abhängigkeit der Windungsanzahl. Die magnetische Feldstärke ist in der Mitte des Solenoiden konstant. Innerhalb der Spule treten Feldlinien auf, die parallel zur Achse verlaufen. In diesem Bereich wird das magnetische Feld als homogen bezeichnet. Im Gegensatz dazu fächern sich die Feldlinien außerhalb der Spulen auf, sodass der magnetische Fluss in diesem Bereich als inhomogen bezeichnet wird.

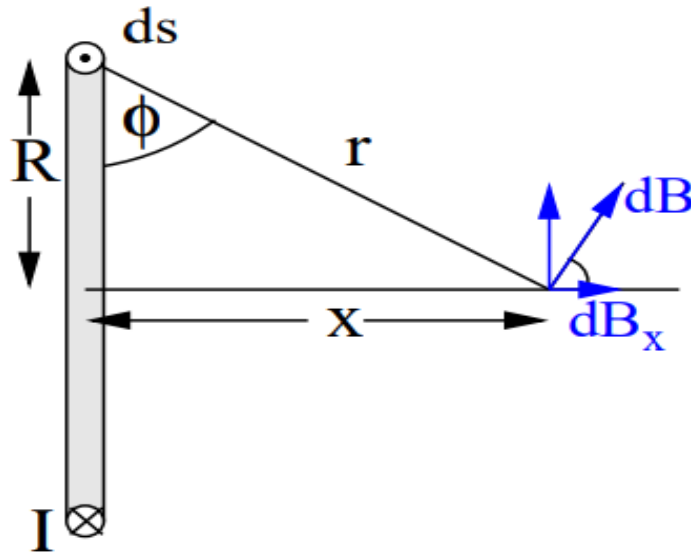


Abbildung 1: Skizze zur Berechnung des Magnetfeldes eines stromdurchflossenen langgestreckten Leiter (Solenoid).[1]

Das entstehende homogene Feld B ist dabei proportional zur Spulenlänge L , sowie der Windungszahl N und dem Spulenstrom I . B berechnet sich aus

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} I. \quad (4)$$

In der Abbildung 1 wird der Aufbau des Magnetfeldes eines langgestreckten, stabförmigen, stromdurchflossenen, Leiters dargestellt. Die Ausrichtung des Magnetfeldes wird dabei mit den Vektoren charakterisiert. Für eine Spule mit n Windungen folgt

$$B(x) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{x + L}{\sqrt{(x + L)^2 + R^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right). \quad (5)$$

2.2 Magnetfeld eines stromdurchflossenen Kreisringes

Wenn der Solenoid zu einem Ring (Torus) gebogen ist, existieren keine Randeffekte. Außerhalb des Torus ist deshalb das Magnetfeld gleich Null. Innerhalb des Torus ist das Magnetfeld homogen, sodass $L = 2\pi r_T$ wird. B wird wie folgt berechnet

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{2\pi r_T} I. \quad (6)$$

2.3 Magnetfeld einer Helmholtz-Spule

Eine Helmholtz-Spule besteht aus zwei gleichartigen coaxialen Kreisringen, mit dem Radius R und dem Abstand R voneinander. Bei diesem Spulenaufbau entsteht ein homogenes Magnetfeld. Beide Spulen werden dabei gleichsinnig vom Strom I durchflossen.

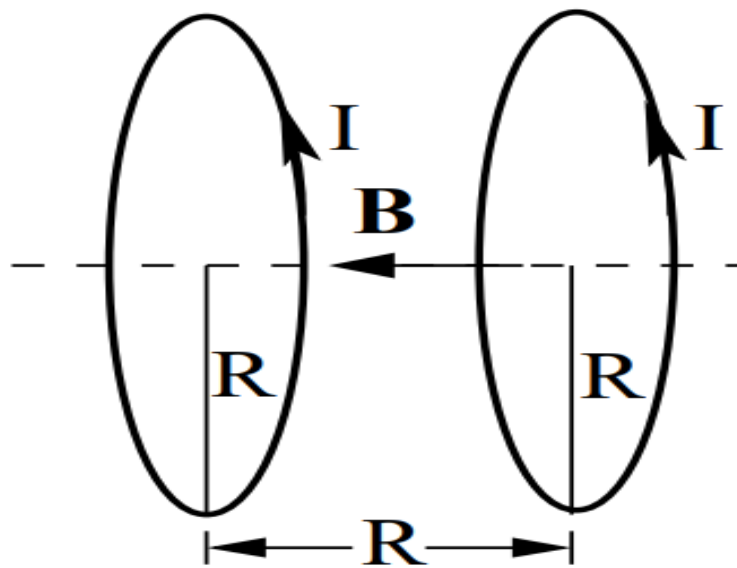


Abbildung 2: Das Helmholtzspulenpaar.[1]

Die Achsen der beiden Spulen fallen zusammen. Das Magnetfeld B ist innerhalb der Spulen homogen. Es wird ebenfalls mit dem Biot-Savartschen Gesetz berechnet. Durch Überlagerung der Magnetfelder der einzelnen Spulen entsteht der Ursprung des Feldes in der Mitte des Spulenabstandes. Dies gilt aber nur wenn der Spulenabstand R gleich dem Radius der Einzelspule R ist. Dieser Sachverhalt wird in Abbildung 2 skizziert. Sind Abstand und Spulenradius nicht identisch, so wird das Feld in der Mitte der Helmholtz-Spule wie folgt berechnet

$$B(0) = \frac{\mu I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} . \quad (7)$$

B_0 definiert den Mittelpunkt des Abstandes beider Spulen. x bezeichnet dabei den jeweiligen Abstand zum Mittelpunkt.

2.4 Magnetfelder ferromagnetischer Materialien

Ferromagnetische Stoffe, wie zum Beispiel Eisen, unterscheiden sich von anderen Materialien, weil sie ein permanentes, magnetisches Moment besitzen, das heißt sie sind ohne äußeren Einfluss magnetisch. Die magnetischen Momente richten sich innerhalb einzelner Bereiche (Weiß'sche Bezirke) parallel zueinander aus. Die Richtungsänderung der magnetischen Momente erfolgt durch ein äußeres Magnetfeld, sodass eine Vergrößerung der Weiß'schen Bezirke erfolgen kann. Es kann eine vollständige Übereinstimmung in der Ausrichtung der magnetischen Momente und der äußeren Magnetfeldes erreicht werden. Die Flussdichte in ferromagnetischen Materialien ist sehr hoch und so wird sie nicht über Formel 1 berechnet. Sie wird in der Hysteresekurve (Magnetisierungskurve) dargestellt.

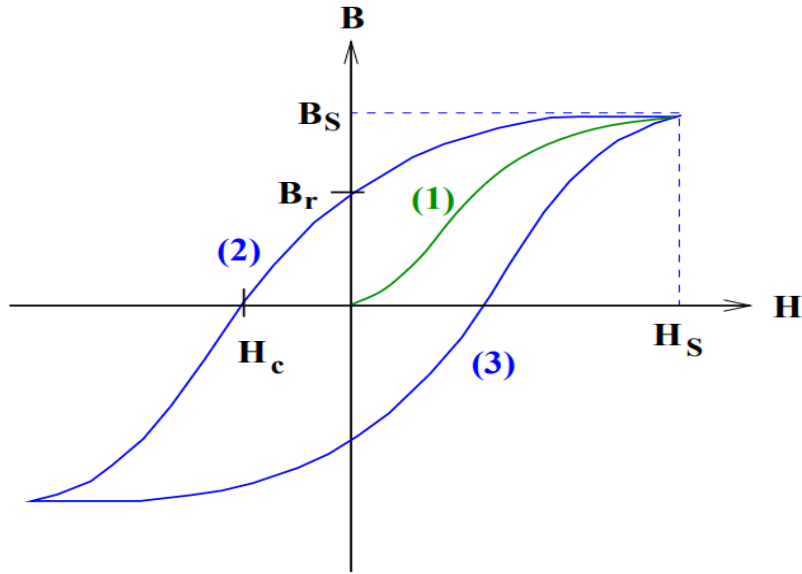


Abbildung 3: Schematischer Verlauf der Hysteresekurve.[1]

Die Darstellung der Kurve ist nicht stärker definierbar, weil sie von dem zu untersuchenden Material abhängt. Innerhalb einer nicht magnetisierten Probe sind die magnetischen Momente statistisch so verteilt, dass sich $B(H = 0) = 0$ ergibt.

Durch äußere Magnetfelder erhöht sich die Magnetisierung der Probe bis sie den Sättigungswert B_s erreicht. Wird das äußere Magnetfeld verringert bilden sich Bereiche mit entgegengesetzter Magnetisierung aus (Kurve 2 in Abbildung 3). Ohne Fortbestand des Magnetfeldes bleibt eine Remanenz $B_r(H = 0) \neq 0$. Eine Aufhebung dieser Remanenz ist möglich, wenn ein magnetisches Gegenfeld (Koerzitivkraft) H_c erzeugt wird. Der Magnetismus wird negativ und zeigt in die Richtung des Gegenfeldes bis der Sättigungswert $-B_s$ erreicht wird. Bei Erhöhung des äußeren Magnetfeldes (Kurve 3) entsteht die Hysteresekurve, eine zum Ursprung punktsymmetrische Kurve. Bei ferromagnetischen Materialien stellt sich die Permeabilität μ_r also als Funktion der magnetischen Feldstärke H dar. Die differentielle Permeabilität μ_{diff} ergibt sich deshalb aus

$$\mu_{\text{diff}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}. \quad (8)$$

Spulen mit ferromagnetischer Füllung verfügen über einen erhöhten magnetischen Fluss der Spule. Hierbei ist ebenfalls die Abhängigkeit von der Magnetisierung M zu sehen. Für die Feldstärke gilt $\vec{B}_{Fe} = \mu \vec{M}$. Der unmagnetische Fluss der Spule mit Eisenkern ermittelt sich über

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}). \quad (9)$$

Wird ein Torus als Spule benutzt treten keine Randeefekte auf und es gilt $\vec{H} = \vec{H}_0 = \vec{B}/\mu_0$, weil die relative Permeabilität in einer Größenordnung von 10^2 bis 10^7 liegt, reduziert sich die Gleichung zu $\vec{B} \approx \mu \vec{M}$.

3 Versuchsaufbau

In den folgenden Experimenten wird die magnetische Flussdichte längs der Achsen verschiedener Spulentypen gemessen und die Ergebnisse werden im Anschluss dargestellt. Generell werden die einzelnen Experimente im spannungslosen Zustand aufgebaut und vor dem Einschalten sind Strom und Spannung auf Null geregelt. Es darf nur die maximal zulässige Stromstärke benutzt werden. Zum Messen der Feldstärke wird die transversale oder longitudinale Hall-Sonde benutzt. Hall-Sonden funktionieren nach dem Messprinzip des Hall-Effekts. Ein Leiterplättchen an der Spitze der Sonde ist an Steuerstrom angelegt. Ein senkrecht zum Steuerstrom gerichtetes Magnetfeld erfährt, durch die Lorentzkraft, die auf die Ladung wirkt, einen Verschiebungsstrom. Senkrecht zum Strom und zum Magnetfeld wird eine Spannung aufgebaut (Hall-Spannung). Konstanter Steuerstrom ist eine Voraussetzung für die Hall-Spannung als Maß für die Stärke des Magnetfeldes.

4 Durchführung

4.1 Magnetfeldmessung von langgestreckten Spulen

Die Langspulen werden an das Netzgerät angeschlossen. Der Strom wird auf 1 Ampere geregelt. Zum Messen des Magnetfeldes wird eine longitudinale Sonde verwendet. Die Justierung der Sonde erfolgt so, dass sie das Magnetfeld auf der Achse der Spule misst. Es werden Messwerte innerhalb und außerhalb der Spule abgenommen. Es werden Messreihen mit einer 5,5 cm langen und einer 16 cm langen Spule vorgenommen.

4.2 Messungen am Helmholtzspulenpaar

Zunächst wird das Netzgerät an das in Reihe geschaltete Spulenpaar angeschlossen. Der Strom wird auf 3 Ampere geregelt. Die Messreihen umfassen 3 verschiedene Spulenabstände. Sie variieren zwischen 7, 8 und 9 cm, bei einem mittleren Spulendurchmesser von $d = 12,5$ cm, einer Windungszahl von $n = 100$ und einer Spulenbreite von $b = 3,3$ cm. Es wird mit einer transversalen Hall-Sonde gemessen, mit der innerhalb und außerhalb des Spulenpaares das Magnetfeld gemessen wird.

4.3 Messung eines Magnetfeldes an der Ringspule

Es wird ein Netzgerät an einer Ringspule mit Luftspalt angeschlossen. Die transversale Hall-Sonde wird in den Luftspalt eingeführt und das Magnetfeld wird als Funktion des Spulenstroms gemessen. Die Ringspule mit Luftspalt verfügt über die Windungszahl $n = 595$ und eine Luftspaltbreite von $b = 0,3$ cm. Dabei wurde der Strom von 0 auf 10 A, in 1 A-Schritten hochgeregelt und anschließend wieder heruntergereget. Dann wird die Stromrichtung umgedreht und analog verfahren. Anschließend wird die Stromrichtung wieder gedreht und erneut in 1 A-Schritten gemessen, bis 10 A.

5 Auswertung

Die Daten der Spulen sind in Tabelle 2 im Anhang zu finden.

5.1 Lange Spule

Die Spule lag im Bereich von $0 \leq x \leq 16$ cm in Abbildung 4. Der nichtlineare Abfall außerhalb der Spule ist gut zu sehen. Die Übereinstimmung mit der Theoriekurve nach 5 ist mit den eingestellten Werten nicht gut. Wird eine andere Stromstärke gewählt ist die Übereinstimmung besser. Der doppelte Wert bei $x = 14$ cm ist eine Folge der zu kurzen Hall-Sonde, sodass von zwei Seiten gemessen werden musste. Der Unterschied der beiden Werte beträgt 0,05 mT.

Zudem kann die allgemein getroffene Annahme eines konstanten Magnetfeldes innerhalb einer langen Spule aufgrund der Messwerte im Bereich von 4 bis 11 cm bestätigt werden. Wird nicht nur der Betrag betrachtet, wie in Abbildung 4, sondern auch die Ausrichtung der Hall-Sonde, stimmt dieses auch für die Richtung des Magnetfeldes, es ist *homogen*.

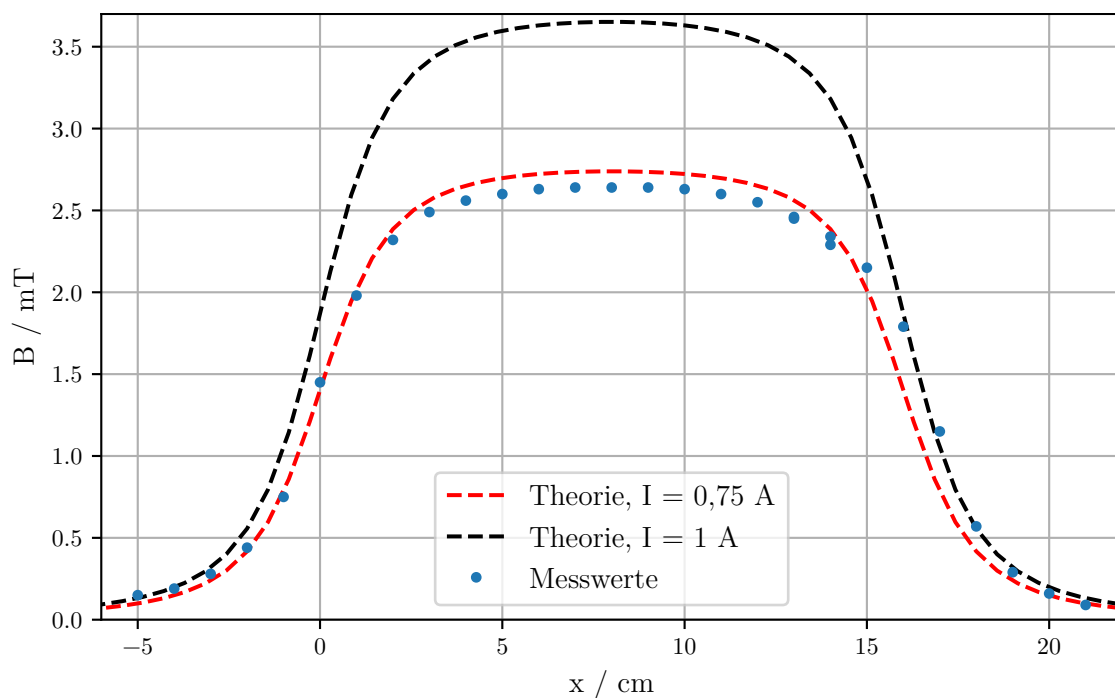


Abbildung 4: Messwerte der Langen Spule.

5.2 Kurze Spule

Die kurze Spule liegt in Abbildung 5 im Bereich von $0 \leq x \leq 5,5$ cm. Die Theoriekurve mit doppelter Stromstärke liegt sichtbar besser zu den Messwerten. Der nicht lineare Abfall außerhalb der Spule ist dennoch gut zu erkennen. Die leichte Verschiebung der

Maxima kann daran liegen, dass der Anfang des Spulendrahtes nicht genau bei $x = 0$ cm war. Aufgrund der Bauweise der Spule ist es jedoch auch nicht genau zu sehen. Deutlich ist der Unterschied zur langen Spule darin zu sehen, dass kein Plateau in der Mitte der Spule entsteht. Die geringen Abweichungen zur 2 A-Theoriekurve können daran liegen, dass das Magnetfeld nicht genau auf der Symmetrieachse genommen wurde, sondern leicht verschoben dazu.

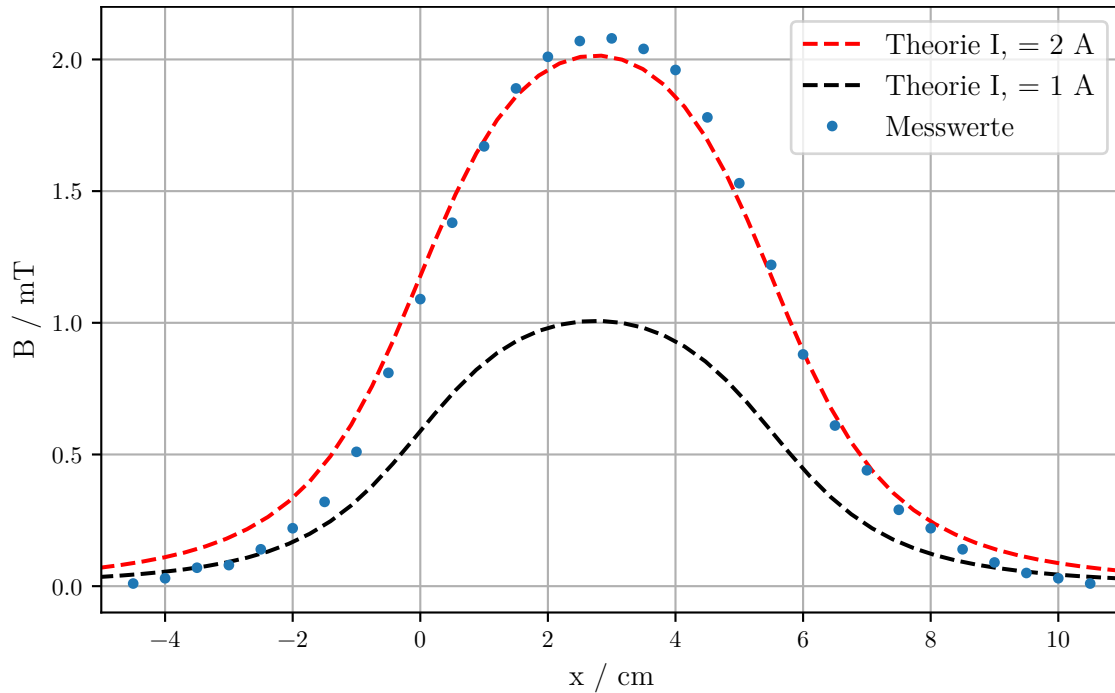


Abbildung 5: Messwerte der kurzen Spule.

5.3 Hysterese-Kurve

Die Werte aus Tabelle 1 sind direkt aus den Messwerten genommen. Die Sättigungsmagnetisierung wird an beiden Enden der Kurve mit 696 mT erreicht. Die Werte für Remanenz und Koerzitivstromstärke sind genauer, da diese während des Messvorgangs gezielt aufgenommen wurden.

Das Auftragen des gemessenen B-Feldes gegen ein H-Feld würde lediglich die Skalierung ändern, da die Stromstärke linear eingeht.

Tabelle 1: Werte der Hysteresekurve

Sättigung	Remanenz	Koerzitivstromstärke
[mT]	[mT]	[A]
696,4	125,9	0,6
-696,6	-123,8	-0,7

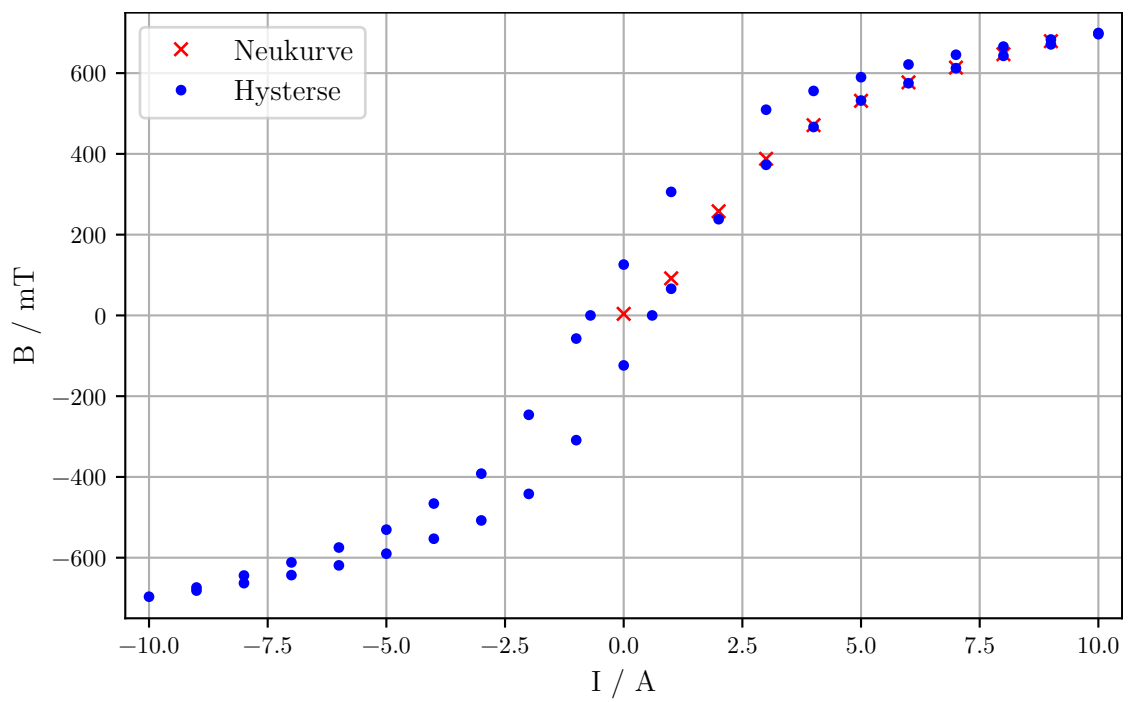


Abbildung 6: Hysteresekurve der Ringspule.

5.4 Helmholtz-Spulenpaar

Die Theoriewerte wurden nach Gleichung 7 bestimmt.

Die Werte für 7 cm Abstand im Inneren des Paares sind in Abbildung 7 nahezu auf einer Höhe, das homogene Feld innerhalb des Spulenpaares kann also bestätigt werden. Der Abfall ist bei allen Messungen gut zu erkennen.

Für 8 und 9 cm Abstand ist in den Abbildungen 8 und 9 zu erkennen, dass das Magnetfeld im Inneren aus den Einzelmagnetfeldern der Spulen zusammengesetzt ist. Durch Innenwiderstände der Drähte und Kabeln ist die Stromstärke zur zweiten Spule hin gefallen, deswegen ist das Magnetfeld dort minimal kleiner.

Der Betrag des Magnetfeldes sinkt je weiter die Spulen auseinandergestellt werden. Das Magnetfeld jeder einzelnen Spule fällt nicht linear ab, sondern eher wie im äußeren Bereich. Dort überlagern sich beide Magnetfelder jedoch immernoch.

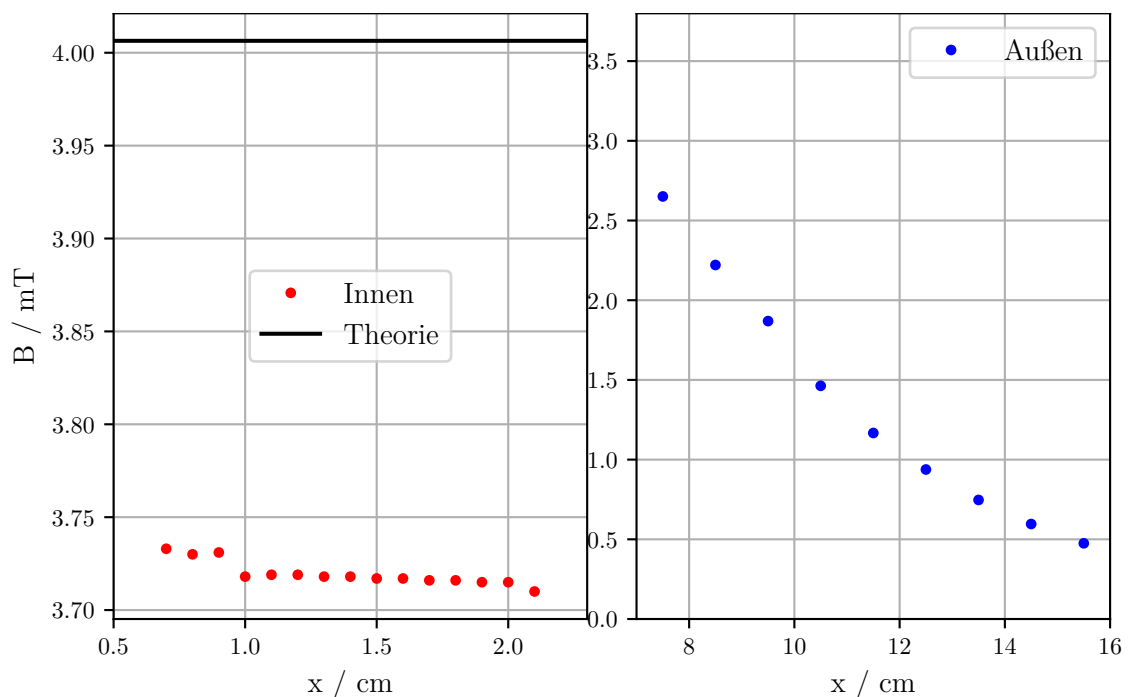


Abbildung 7: Messwerte des Helmholtzspulenpaares bei 7 cm Abstand.

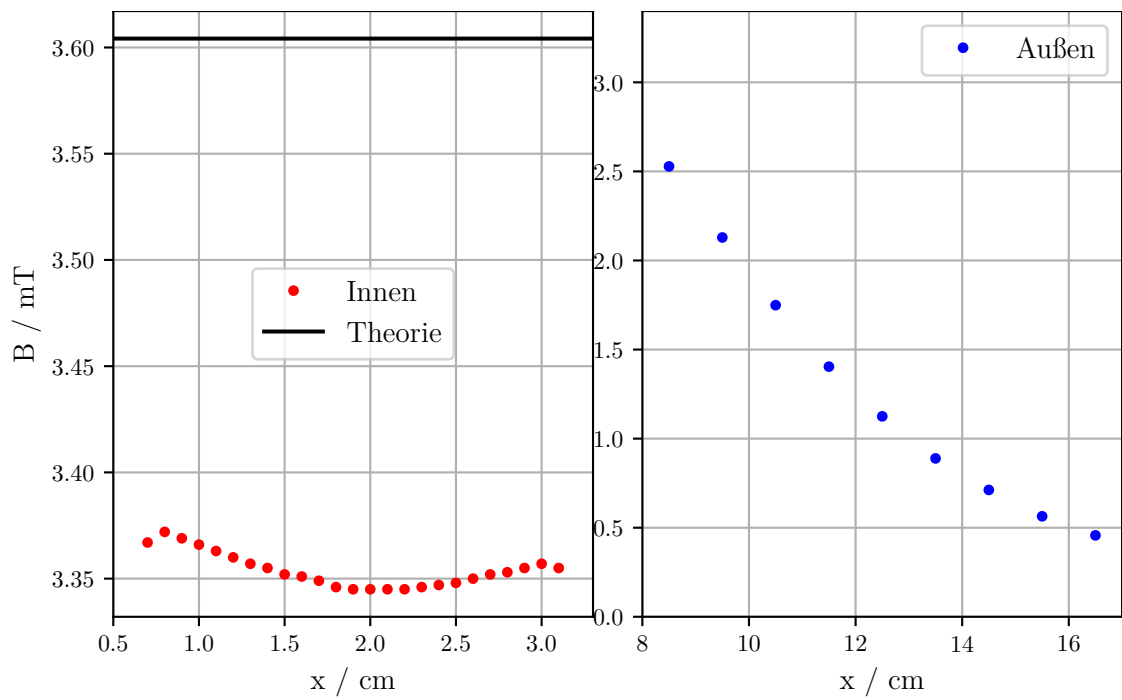


Abbildung 8: Messwerte des Helmholtzspulenpaares bei 8 cm Abstand.

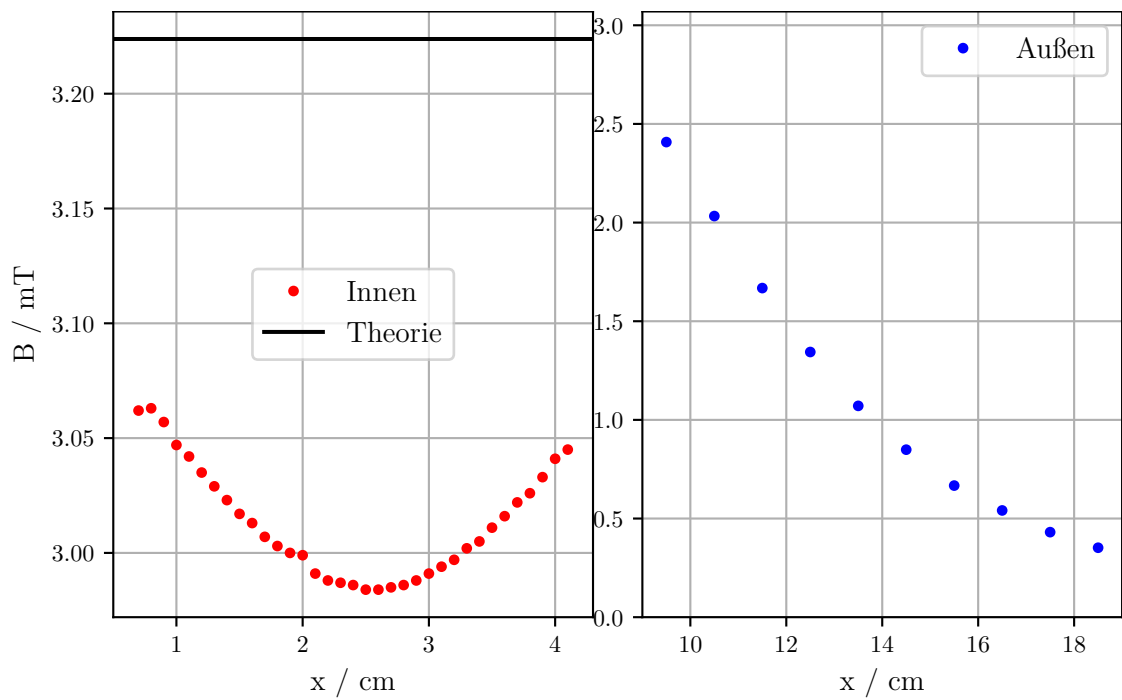


Abbildung 9: Messwerte des Helmholtzspulenpaares bei 9 cm Abstand.

6 Diskussion

Die Schwierigkeiten bei der Aufnahme der Messwerte der Einzelspulen lagen in der Abschätzung wo der Spulendraht beginnt, bezogen auf die Positionierung der Hallsonde. Zudem konnte die radialsymmetrische Positionierung der Hall-Sonde nicht immer gewährleistet werden. Das Wechseln der Seite ist bei der Messung mit der langen Spule gut gelungen. Der Grund der Faktoren bzgl der Theoriekurven ist zu groß und konstant um aus den Fehlerquellen oben zu stammen.

Bei der Hysterese war das genaue Einstellen der Stromstärke aufgrund von Schwankungen dieser schwierig. Die Messung hat es aber sichtlich nicht stark verfälscht. Die Schwankungen waren vermutlich klein genug, sodass beim weiteren planmäßigen Verändern keine großen Fehler auftreten.

Die Überlagerung der Einzelfelder des Helmholtz-Spulenpaares ist bei den größeren Abständen besser zu sehen. Die 7 cm sind noch zu nahe an den 6,25 cm für den perfekten Abstand, sodass hier ein nahezu homogenes Feld zu erwarten ist.

Die Theoriewerte sind größer als die Messwerte, da die Schwierigkeiten bei dieser Messung die genaue Höhe und Ausrichtung der Hall-Sonde, aufgrund eines kaputten Versuchsaufbaus, waren. Es kann nicht gewährleistet werden, dass die Hall-Sonde korrekt zu den Feldlinien ausgerichtet ist. Zumal die Homogenität des Magnetfeldes innerhalb des Spulenpaares bei den größeren Abständen nicht mehr, wie bei passendem Abstand, vorliegt.

7 Anhang

Tabelle 2: Daten der Spulen.

Spule	I [A]	d [mm]	l [cm]	n
lang	1	41	16	300
kurz	1	41	5,5	100
Ringspule		265		595
Helmholtz	3	125		100

Literatur

- [1] *Anleitung zu V308: Spulen und Magnetfelder*. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V308.pdf> (besucht am 09.12.2017).