

Versuch: 355

## **Gekoppelte Schwingkreise**

Maximilian Sackel  
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers  
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 19.01.2016

Abgabe: 26.01.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuches</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlage</b>	<b>3</b>
2.1	Verhalten kapazitiv gekoppelte Schwingkreise . . . . .	3
2.2	Abhängigkeit des Stromes von der Frequenz . . . . .	6
2.3	Beepmethode . . . . .	7
2.4	Fehlerrechnung . . . . .	7
2.4.1	Mittelwert . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>7</b>
3.1	Voreinstellung der Schwingkreise . . . . .	7
3.2	Messprogramm . . . . .	8
3.2.1	Beobachtung des Energieaustausches . . . . .	8
3.2.2	Bestimmung der Fundamentalfrequenzen über Lissajous-Figuren .	9
3.2.3	Bestimmung der Fundamentalfrequenzen über die Sweep-Methode	9
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1	Justierung der beiden LC-Kreise . . . . .	10
4.2	Frequenzverhältniss von Schwebung und Schwingung . . . . .	10
4.3	Eigenfrequenzen des Systems (Lissajous Figur) . . . . .	11
4.4	Eigenfrequenzen des Systems (Sweepmethode) . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1 Ziel des Versuches

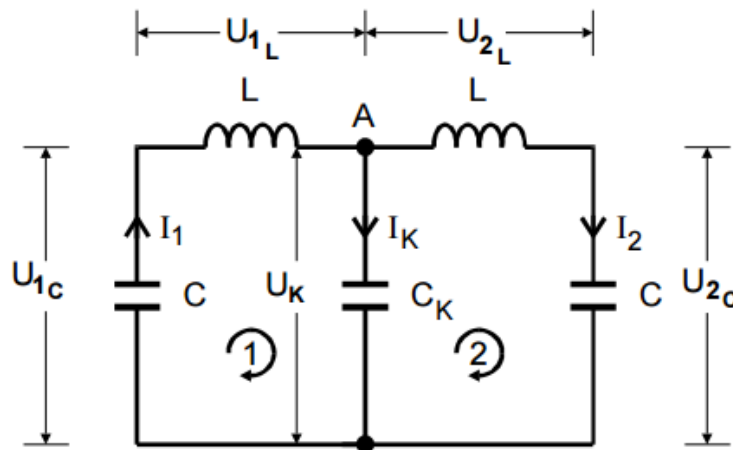
Wenn zwei schwingende Systeme so miteinander verbunden sind, dass diese aufeinander einwirken können, werden diese als gekoppelt bezeichnet. Von besonderem Interesse ist der Energieübergang, zwischen den gekoppelten Systemen. In diesem Versuch wird der gekoppelte Schwingkreis untersucht. Dafür werden die Resonanzeffekte und die Fundamentalschwingungen beobachtet.

## 2 Theoretische Grundlage

Für diesen Versuch wird ein Schwingkreis verwendet, da sich bei diesem die Frequenzen und Amplituden besser bestimmen lassen, als bei zwei Fadenpendeln welche über eine Feder gekoppelt sind.

### 2.1 Verhalten kapazitiv gekoppelte Schwingkreise

Im Folgenden werden zwei gleiche Schwingkreise, welche durch die Kapazität  $C_K$  gekoppelt sind, untersucht (siehe Abbildung 1).



**Abbildung 1:** Schaltung eines kapazitiv gekoppeltem Schwingkreises [1].

Der Schwingkreis liegt den Kirchhoffschen Regeln zu Grunde. Damit ergibt sich für beide Maschen

$$U_C + U_L + U_K = 0, \quad (1)$$

wobei für die Spannung in der Spule

$$U_L = L \dot{I}$$

gilt und für die Kondensatorspannung gilt

$$U_C = \frac{1}{C} \int I dt.$$

Außerdem ergibt sich für den Strom am Knotenpunkt A

$$I_1 = I_K + I_2 .$$

Mit diesen Beziehungen ergeben sich für beide Maschen mit anschließender Differentiation nach t folgende Differentialgleichungen

$$L\ddot{I}_1 + \frac{1}{C}I_1 + \frac{1}{C_K}(I_1 - I_2) = 0 \quad (2)$$

und

$$L\ddot{I}_2 + \frac{1}{C}I_2 + \frac{1}{C_K}(I_1 - I_2) = 0 . \quad (3)$$

Um die beiden Differentialgleichungssysteme zu lösen werden neue Variablen eingeführt und zwar Summe und Differenz der Einzelströme. Damit ergeben sich aus (2) und (3)

$$L\frac{d^2}{dt^2}(I_1 + I_2) + \frac{1}{C}(I_1 + I_2) = 0 \quad (4)$$

und

$$L\frac{d^2}{dt^2}(I_1 - I_2) + \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K}\right)(I_1 - I_2) = 0 . \quad (5)$$

Die Lösung von (4) ist

$$(I_1 + I_2)(t) = (I_{1_0} + I_{2_0}) \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) , \quad (6)$$

mit der Schwingungsfrequenz

$$\nu^+ = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} . \quad (7)$$

Die Lösung von (5) ist

$$(I_1 - I_2)(t) = (I_{1_0} - I_{2_0}) \cos\left(\frac{t}{\sqrt{L\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K}\right)^{-1}}}\right) , \quad (8)$$

mit der Schwingungsfrequenz

$$\nu^- = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K}\right)^{-1}}} . \quad (9)$$

Für die ursprünglichen Variablen  $I_1$  und  $I_2$  ergibt sich nun

$$I_1(t) = \frac{1}{2}(I_{1_0} + I_{2_0}) \cos(2\pi\nu^+t) + \frac{1}{2}(I_{1_0} - I_{2_0}) \cos(2\pi\nu^-t) \quad (10)$$

und

$$I_2(t) = \frac{1}{2}(I_{1_0} + I_{2_0}) \cos(2\pi\nu^+t) - \frac{1}{2}(I_{1_0} - I_{2_0}) \cos(2\pi\nu^-t) . \quad (11)$$

An dieser Stelle werden nun zwei Spezialfälle des gekoppelten Systems betrachtet.

**erster Spezialfall:** ( $I_{1_0} = I_{2_0}$ )

Wenn zu Beginn des Versuches die Schwingkreise gleich stark und in Phase ausgelenkt werden, fällt in den Gleichungen (10) und (11) jeweils die Differenzschwingung raus. Das heißt beide Systeme schwingen mit der Frequenz  $\nu^+$  und es liegt zu keinem Zeitpunkt eine Spannung an dem Koppelkondensator an.

**zweiter Spezialfall:** ( $I_{1_0} = -I_{2_0}$ )

Wenn zu Beginn des Versuches die Schwingkreise gleichstark und mit entgegengesetzter Phase ausgelenkt werden, fällt in den Gleichungen (10) und (11) jeweils die Summenschwungung raus. Das heißt beide Systeme schwingen mit der Frequenz  $\nu^-$  und es liegt die maximale Spannung an dem Koppelkondensator an.

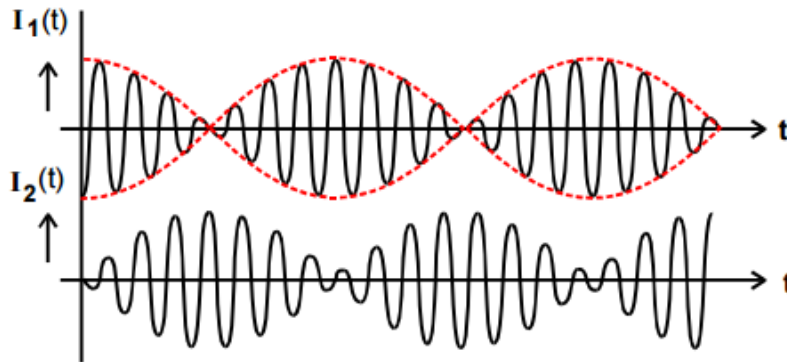
Die beiden Spezialfälle werden auch als Fundamentalschwingungen des gekoppelten Systems bezeichnet.

Wird hingegen nur einer der Schwingkreise ausgelenkt ( $I_{2_0} = 0$  oder  $I_{1_0} = 0$ ) folgt:

$$I_1(t) = I_{1_0} \cos(\pi(\nu^+ + \nu^-)t) \cos(\pi(\nu^+ - \nu^-)t) \quad (12)$$

$$I_2(t) = I_{2_0} \sin(\pi(\nu^+ + \nu^-)t) \sin(\pi(\nu^+ - \nu^-)t) . \quad (13)$$

In der folgenden Abbildung wird der Verlauf der Ströme  $I_1(t)$  und  $I_2(t)$  dargestellt.



**Abbildung 2:** Zeitabhängigkeit der Ströme in den Schwingkreisen im Falle einer Schwebung [1].

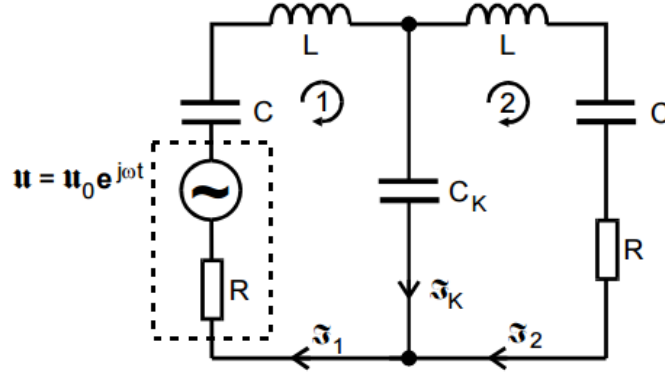
Die Amplitude der Schwingung ändert sich mit der Schwebungsfrequenz  $\nu^- - \nu^+$ , während das System mit der Frequenz

$$\frac{\nu^+ + \nu^-}{2} \approx \nu^+$$

schwingt. Diese Näherung darf angenommen werden da  $\nu^+$  und  $\nu^-$  ähnlich groß sind.

## 2.2 Abhängigkeit des Stromes von der Frequenz

Wenn einer der Schwingkreise von einer angelegten Sinusspannung angeregt wird (siehe Abb. 3),



**Abbildung 3:** Gekoppelte Schwingkreise mit eingebautem Sinusgenerator [1].

so ergibt sich über die Kirchhoffsche Maschenregel zu

$$\text{Kreis 1: } U = (z_C + z_L + z_{C_K} + z_R)I_1 - z_{C_K}I_2 \quad (14)$$

und

$$\text{Kreis 2: } 0 = (z_C + z_L + z_{C_K} + z_R)I_2 - z_{C_K}I_1 . \quad (15)$$

Für die einzelnen Impedanzen gilt

$$\begin{aligned} z_C &= \frac{1}{i\omega C} , \\ z_L &= i\omega L \quad \text{und} \\ z_R &= R . \end{aligned}$$

Nach Elimination von  $I_1$  folgt für  $I_2$

$$I_2 = U \frac{\frac{-i}{\omega C_K}}{\left( i\omega L - i \left( \frac{1}{\omega C} + \frac{1}{\omega C_K} \right) + R \right)^2 + \frac{1}{\omega^2 C_K^2}} . \quad (16)$$

Nach Trennung in Real- und Imaginärteil erhält man für  $|I_2|$  mit der Abkürzung

$$\begin{aligned} Z(\omega) &:= \omega L - \frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega C_K} \\ |I_2| &= |U| \frac{1}{\sqrt{4\omega^2 C_K^2 R^2 Z(\omega)^2 + \left( \frac{1}{\omega C_K} - \omega C_K Z(\omega)^2 + \omega R^2 C_K \right)^2}} := |U| \cdot |\varrho| \quad (17) \end{aligned}$$

An der Gleichung (17) wird deutlich, dass  $|I_2|$  für  $\omega \rightarrow 0$  und für  $\omega \rightarrow \infty$  gegen null geht und bei den Frequenzen  $\omega^+$  und  $\omega^-$  seine Maxima besitzt.

$$|\varrho(\omega^+)| = \frac{1}{R\sqrt{4 + \frac{R^2 C_K^2}{LC}}} \quad (18)$$

$$|\varrho(\omega^-)| = \frac{1}{R\sqrt{4 + \frac{R^2 C_K^2}{LC} \left(1 + \frac{C}{C_K}\right)}} \quad (19)$$

Im folgenden wird  $|\varrho(\omega^{+/-})|$  zu  $\frac{1}{2R}$  genähert.

## 2.3 Beepmethode

Aus einer Startfrequenz  $\nu_{\text{Start}}$  und der Endfrequenz  $\nu_{\text{End}}$  ermittelt sich die Frequenz zum Zeitpunkt  $t$  durch die Formel

$$\nu(t) = \nu_{\text{Start}} + t \frac{\nu_{\text{End}}}{\nu_{\text{Start}}} . \quad (20)$$

## 2.4 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe von Python 3.4.3 durchgeführt.

### 2.4.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe  $x_1, \dots, x_n$  lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (21)$$

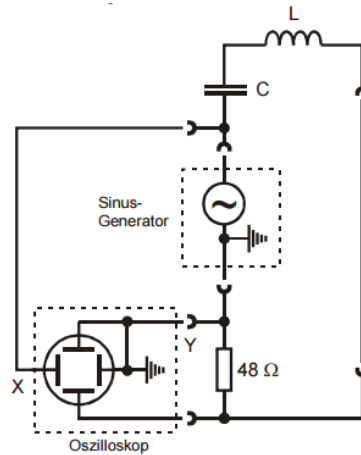
berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (22)$$

# 3 Durchführung und Aufbau

## 3.1 Voreinstellung der Schwingkreise

Die beiden Schwingkreise besitzen nicht dieselbe Resonanzfrequenz, deshalb müssen sie zunächst aufeinander abgestimmt werden. Dazu wird zunächst die Resonanzfrequenz des fest abgestimmten Schwingkreises bestimmt, dies geschieht mit der in Abbildung 4 dargestellten Schaltung.



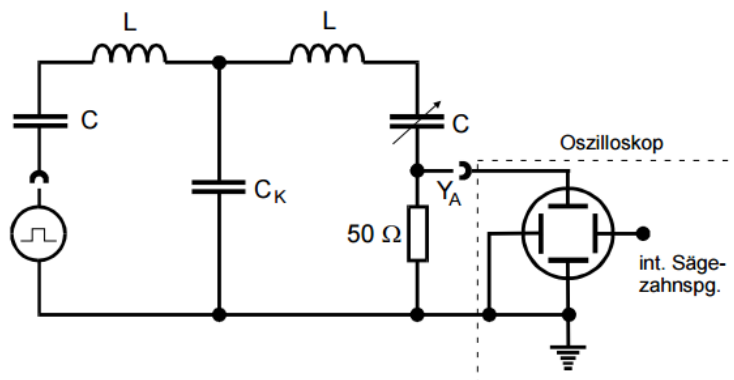
**Abbildung 4:** Messschaltung zur genauen Bestimmung der Resonanzfrequenz eines Schwingkreises [1].

Für eine grobe Abschätzung der Resonanzfrequenz wird die Frequenz gesucht, bei der ein Strom Maximum auftritt. Für eine genauere Bestimmung der Frequenz wird das Oszilloskop in den XY-Betrieb umgeschaltet, es wird die Spannung des Generators auf den X-Eingang gegeben und die Spannung an dem Widerstand auf den Y-Eingang. Die beiden Schwingungen sind in Phase wenn die Lissajous-Figur in eine Gerade übergeht. Diese Frequenz wird notiert und die Schaltung wird nun mit dem abstimmbaren Schwingkreis aufgebaut. Nun wird die in den Schwingkreis eingebaute Kapazität solange verändert bis sich die Lissajous-Figur wieder einer Geraden annähert. Sobald diese Einstellung gefunden wurde, wird diese für alle weiteren Versuche beibehalten.

## 3.2 Messprogramm

### 3.2.1 Beobachtung des Energieaustausches

Für diesen Aufgabenteil wird die in Abbildung 5 dargestellte Schaltung aufgebaut.



**Abbildung 5:** Schaltung zur Beobachtung des Energieaustausches [1].



Nun wird der linke Schwingkreis mit einem Rechteckimpuls angeregt. Die Änderung des Stromes wird über den Spannungsabfall am  $48\ \Omega$  Widerstand auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht. Auf dem Oszilloskop lassen sich nun Schwebungen, wie in Abbildung 2 dargestellt, erkennen. Nun wird das Verhältniss der Schwebungs- und der Schwingungsfrequenz bestimmt. Dafür werden die Maxima der Schwingungsfrequenz in einer Schwebung gezählt. Dies wird für unterschiedliche Koppelkondensatoren wiederholt, um ein Zusammenhang zwischen dem Frequenzverhältniss und der Kapazität des Kondensatoren zu erkennen.

### 3.2.2 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen über Lissajous-Figuren

Es wird die Schaltung aus dem vorherigen Versuch übernommen, allerdings wird nun eine Sinusschwingung verwendet. Außerdem wird die Generatorspannung an den X-Eingang des Oszilloskops gegeben und das Oszilloskop wird auf den XY-Betrieb gestellt, dadurch sind nun wieder Lissajous-Figuren zu erkennen. Die Frequenzen, bei denen die Lissajous-Figuren in eine Gerade übergehen, sind die Fundamentalfrequenzen. Dies wird wieder für unterschiedliche Kapazitäten des Koppelkondensators wiederholt.

### 3.2.3 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen über die Sweep-Methode

Bei diesem Versuch wird die Schaltung aus Abbildung 5 übernommen. Allerdings wird dieses mal keine konstante Sinusschwingung verwendet, sondern eine in der Frequenz ansteigende Sinusschwingung, ein sogenannter Sweep. Bedeutet, dass die Sinusschwingung bei einer Startfrequenz anfängt und über einen Zeitraum linear bis zur Endfrequenz ansteigt. Die Start- und Endfrequenzen werden so gewählt, dass die Fundamentalfrequenzen innerhalb dieses Bereiches liegen. Das Oszilloskop wird so angeschlossen das es die Spannung an dem  $48\ \Omega$  Widerstand abnimmt. Desweiteren soll das Bild nach genau einem Sweep einfrieren, damit die Zeitabstände zwischen dem Start des Sweaps und den beiden Maxima gemessen werden können. Dies geschieht mit Hilfe der Cursor-Funktion des Oszilloskops. Die Beiden Maxima stellen in diesem Fall die Fundamentalfrequenzen bzw. Resonanzfrequenzen da. Aus den Zeitabständen können nun die Fundamentalfrequenzen berechnet werden.

## 4 Auswertung

Das Experiment wurde mit der zweiten Schaltung durchgeführt. Die Schaltung hatt die Kenngrößen

$$L = (23.954 \pm 0.001)\text{mH} \quad (23)$$

$$C = (0.7932 \pm 0.0001)\text{nF} \quad (24)$$

$$C_{\text{Sp}} = (0.028 \pm 0.001)\text{nF} \quad (25)$$

$$R = 48\Omega \quad (26)$$

Als Koppelkondensator wurde ein variabler Kondensator benutzt der einen relativen Messfehler von 0.5 % besitzt und Kapazitäten von

$$12.00 \text{ nF} \quad (27)$$

$$9.99 \text{ nF} \quad (28)$$

$$8.18 \text{ nF} \quad (29)$$

$$6.86 \text{ nF} \quad (30)$$

$$4.74 \text{ nF} \quad (31)$$

$$2.86 \text{ nF} \quad (32)$$

$$2.19 \text{ nF} \quad (33)$$

$$0.997 \text{ nF} . \quad (34)$$

#### 4.1 Justierung der beiden LC-Kreise

Um die beiden Resonanzfrequenzen miteinander abzustimmen, wird zunächst die Resonanzfrequenz  $\nu^+$  des Kreises mit der nicht Regelbaren Kapazität mittels Lissajous-Figur bestimmt. Dafür wird die Phase gesucht, welche zwischen Generatorspannung und Schwingkreis verschwindet. Es wird nun der Funktionsgenerator an den zweiten Kreis angeschlossen und die Kapazität entsprechend eingestellt, so dass die selbe Lissajous-Figur wie im anderen Kreis zu sehen ist. Als Resonanzfrequenz wird eine Frequenz von

$$\nu_{\text{exp}}^+ = 35.46 \text{ kHz} \quad (35)$$

gemessen. Die mittels Formel 7 berechnete Frequenz beträgt

$$\nu_{\text{theo}}^+ = (35.88 \pm 0.03) \text{ kHz} \quad (36)$$

Dies entspricht eine relative Abweichung von 1 %.

#### 4.2 Frequenzverhältniss von Schwebung und Schwingung

Die dem experimentellen Aufbau entnommenen Verhältniss aus Schwingungs- und Schwebungsfrequenz  $n_{\text{exp}}$  ist in Tabelle 1 aufgeführt. Aus Formel (7) und (9), lässt sich das theoretische Frequenzverhältniss berechnen.

$$n_t = \frac{v_t^+ + v_t^-}{2(v_t^- - v_t^+)} \quad (37)$$

Die theoretischen Frequenzverhältnisse  $n_t$  für die einzelnen Kondensatoren sind in Tabelle 1 aufgetragen. Die Abweichung des praktisch ermittelten Wertes vom theoretischen berechnet sich aus

$$\sigma = \frac{|n_{\text{exp}} - n_t|}{n_{\text{exp}}} \quad (38)$$

Ursachen für die Abweichungen vom Theoriewert liegen einerseits daran, dass immer nur die Maxima eine einzige Schwebung gezählt wurden. Aufgrund dessen ist die Messung auf eine Schwingung genau. Ein Verbesserungspotential besteht darin, mehrere Schwingungen zu betrachten und den Wert anschließend zu mitteln.

$C_k / \text{nF}$	$n_{\text{exp}}$	$n_t$	$\sigma / \%$
12.00	$15 \pm 1$	16.7	11.3
9.99	$13 \pm 1$	14.1	8.5
8.18	$11 \pm 1$	11.7	6.4
6.86	$9 \pm 1$	10.0	11.1
4.74	$7 \pm 1$	7.2	2.9
2.86	$4 \pm 1$	4.8	20
2.19	$3 \pm 1$	3.9	30
0.997	/	2.3	/

**Tabelle 1:** Frequenzverhältniss der verschiedenen Koppelkondensatoren

### 4.3 Eigenfrequenzen des Systems (Lissajous Figur)

Sowohl die experimentell ermittelten Werte  $v_e^+$  und  $v_e^-$ , als auch die Theoriewerte die sich nach Formel (7) und (9) berechnen, sind in Tabelle 2 aufgeführt. Von diesen Werten wird die Abweichung berechnet und ebenfalls in der Tabelle aufgeführt. Für die praktisch ermittelten Frequenzen wird ein Fehler von 3 % angenommen. Der Fehler setzt sich einerseits aus der Abweichung des experimentellen von der theoretischen Resonanzfrequenz, als auch der Messunsicherheit beim einstellen der zweiten Kapazität zusammen. Der

$C_k / \text{nF}$	$v_e^- / \text{kHz}$	$v_t^- / \text{kHz}$	$\sigma^- / \%$	$v_e^+ / \text{kHz}$	$v_t^+ / \text{kHz}$	$\sigma^+ / \%$
$12.00 \pm 0.06$	$37 \pm 1$	$38.10 \pm 0.01$	2	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$9.99 \pm 0.04$	$38 \pm 1$	$38.52 \pm 0.01$	1	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$8.18 \pm 0.04$	$38 \pm 1$	$39.08 \pm 0.01$	1	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$6.86 \pm 0.03$	$39 \pm 1$	$39.66 \pm 0.02$	2	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$4.74 \pm 0.02$	$40 \pm 1$	$41.22 \pm 0.02$	2	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$2.86 \pm 0.01$	$43 \pm 1$	$44.33 \pm 0.03$	2	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$2.19 \pm 0.01$	$46 \pm 1$	$46.55 \pm 0.04$	1	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2
$0.997 \pm 0.005$	$55 \pm 1$	$56.25 \pm 0.08$	1	$35 \pm 1$	$35.88 \pm 0.03$	2

**Tabelle 2:** Eigenfrequenzen der Schwingkreise in Abhängigkeit der Koppelkondensatoren

Fehler der gemessenen Eigenschwingung sowohl für  $\nu^+$  als auch  $\nu^-$  ist 1-2 %. Aufgrund der geringen relativen Abweichung können keine systematischen Fehler erkannt werden.

### 4.4 Eigenfrequenzen des Systems (Sweepmethode)

Die gewählte Startfrequenz des Sweeps beträgt

$$\nu_{\text{Start}} = 30.13 \text{kHz} \quad (39)$$

und die Endfrequenz

$$\nu_{\text{Ende}} = 60.98 \text{kHz} \quad (40)$$

Aufgrund des nicht immer eindeutigen Maximums wird ein Ablesefehler der Zeit von 2 ms berücksichtigt. Aus Formel 20 lässt sich die gemessene Zeit, in die entsprechende Frequenz umrechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 aufgelistet, ebenso wie die Zeiten vom Start der Messung bis zum Peak und die Fehler der praktisch ermittelten Fehler zum theoretischen Wert. Auffällig ist auch das diese Messung einen fürs Praktikum

$C_k$ / nF	t bis zum 1 Peak / ms	$v_e^+$ / kHz	$\sigma^+$ / %	t bis zum 2 Peak / ms	$v_e^-$ / kHz	$\sigma^-$ / %
$12.00 \pm 0.06$	$240 \pm 2$	$37.53 \pm 0.06$	2	$176 \pm 2$	$35.55 \pm 0.06$	1
$9.99 \pm 0.04$	$256 \pm 2$	$38.02 \pm 0.06$	1	$168 \pm 2$	$35.30 \pm 0.06$	2
$8.18 \pm 0.04$	$264 \pm 2$	$38.27 \pm 0.06$	2	$160 \pm 2$	$35.06 \pm 0.06$	2
$6.86 \pm 0.03$	$312 \pm 2$	$39.75 \pm 0.06$	1	$176 \pm 2$	$35.55 \pm 0.06$	1
$4.74 \pm 0.02$	$328 \pm 2$	$40.24 \pm 0.06$	2	$160 \pm 2$	$35.06 \pm 0.06$	2
$2.86 \pm 0.01$	$432 \pm 2$	$43.45 \pm 0.06$	2	$176 \pm 2$	$35.55 \pm 0.06$	1
$2.19 \pm 0.01$	$512 \pm 2$	$45.92 \pm 0.06$	1	$176 \pm 2$	$35.55 \pm 0.06$	1
$0.997 \pm 0.005$	$816 \pm 2$	$55.30 \pm 0.06$	2	$176 \pm 2$	$35.55 \pm 0.06$	1

**Tabelle 3:** Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Koppelkondensatoren

relativ geringe Messunsicherheit von 2 % aufweist. Daher kann die Messung als gelungen bezeichnet werden.

## 5 Diskussion

Ein Vergleich zwischen den beiden Messmethoden ist schwierig, da beide ungefähr gleich genau sind. Lediglich der Aufwand ist nach subjektiver Beurteilung, bei einer längeren Messreihe bei der Sweepmethode kleiner, da nicht jedes mal die entsprechende Lissajourfigur gesucht werden muss. Ein Nachteil ist jedoch, dass das grobe Frequenzspektrum schon bekannt sein muss. Desweiteren muss ein Frequenzgenerator vorhanden sein welcher solche Sweeps generieren kann. Für die Methode mit den Lissajourfiguren ist dies nicht von Nöten und es reicht lediglich einen Funktionsgenerator und ein Zwei-Kanal-Oszilloskop zu besitzen.

Desweiteren fällt auf, dass die experimentell bestimmte Resonanzfrequenz von der theoretischen um 1 % abweicht. Diese kleine Messunsicherheit lässt sich möglicherweise daher erklären, dass bei der Berechnung der Frequenz für ein realitisches Ergebniss die Kapazitäten der Spulen berücksichtigt worden sind.

Der Fehler bei den gemessenen Schwebungen fluktuiert in Abschnitt 4.2 zwischen 3 - 30 %. Ursache dafür könnte sein, dass jeweils nur natürliche Zahlen als Maximum abgelesen wurden. Die Ablesemethode wäre zu optimieren indem bei mehreren Perioden der Mittelwert gebildet werden würde. Mit dem Aufbau können Frequenzverhältnisse zwischen 15 bis 3 Amplituden erzeugt werden.

Mittels der Sweepmethode werden Messunsicherheiten zwischen 1-2 % erreicht. Dies ist für das Praktikum eine relativ genaue Messung, obwohl beim ablesen der Resonanzfre-

quenzen nicht immer der Peak genau bestimmt werden konnte. Sowohl bei der Lissajous- als auch bei der Sweepmethode werden bei der Frequenz  $v^+$  für die verschiedenen Kondensatoren Werte zwischen 37 - 56 kHz und für  $v^- \sim 35$  kHz gemessen.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 355: Gekoppelte Schwingkreise*. [4. Feb. 2016]. URL: [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_AP.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html).