

V704

Absorption von β - und γ -Strahlung

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.05.2017

Abgabe: 06.06.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Das Absorptionsgesetz	3
2.2 Entstehung und Absorptionsverhalten von γ -Strahlung	3
2.3 Entstehung und Absorptionsverhalten von β -Strahlung	6
3 Aufbau	8
4 Durchführung	8
5 Auswertung	9
5.1 Die gemessenen Daten	9
5.2 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten und der Ausgangsstrahlung mithilfe von γ -Absorptionskurven	11
5.3 Vergleich mit den theoretischen Absorptionskoeffizienten	12
5.4 Bestimmung der Maximalenergie von ^{99}Tc	13
6 Diskussion	13
Literatur	15

1 Zielsetzung

Es soll das Absorptionsverhalten von γ - und β -Strahlung in verschiedenen Materialien untersucht werden. Insbesondere sollen die Absorptionskoeffizienten μ von Eisen und Kupfer bei γ -Strahlung und die maximal Energie des β -Strahlers ^{99}Tc bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Das Absorptionsgesetz

Falls ein Teilchenstrahl durch Materie läuft, können die Teilchen mit der Materie wechselwirken, sodass immer weniger Teilchen weiter ins Material vordringen. Dieser Abfall ist im Idealfall exponentiell. Das exponentielle Verhalten kommt dadurch zustande, dass angenommen wird, dass pro infinitesimalen Wegstückchen dx in Richtung des Strahles immer der selbe Anteil der Teilchen absorbiert wird. Der Wirkungsquerschnitt σ gibt an, wie groß die Wahrscheinlichkeit pro Materieteilchen pro Volumen n und infinitesimalen Wegstückchen dx ist, dass ein einfallendes Teilchen wechselwirkt bzw. absorbiert wird. Durch Multiplikation mit der Teilchenzahl im Strahl, die pro Zeiteinheit auf die Schicht treffen $N(x)$ und Integration über dx ergibt sich die Anzahl der Wechselwirkungen pro Zeiteinheit $W(x)$. Unter der Annahme, dass ein Teilchen absorbiert wird falls es mit der Materie wechselwirkt ergibt sich durch Subtraktion von der ursprünglichen Teilchenanzahl N_0

$$N(x) = N_0 - W(x) = N_0 \exp(-n\sigma x). \quad (1)$$

Dieser Zusammenhang wird als Absorptionsgesetz bezeichnet. Der Faktor $n\sigma$ wird häufig mit dem sogenannten Absorptionskoeffizienten

$$\mu = n\sigma \quad (2)$$

abgekürzt. Mit einem bekannten n lässt sich σ leicht aus μ berechnen. Es gilt die Beziehung

$$\sigma = \frac{\mu}{n} = \frac{\mu}{\frac{zN_A\rho}{M}} = \frac{\mu M}{zN_A\rho}, \quad (3)$$

wobei z die Ordnungszahl, N_A die Avogadro-Konstante, M das Molekulargewicht und ρ die Dichte der Moleküle der Materie, in der die Absorption stattfindet (dem Absorbermaterial) ist.

2.2 Entstehung und Absorptionsverhalten von γ -Strahlung

In einem Atom können die einzelnen Elektronen sowie der Kern in einen angeregten Zustand versetzt werden. Die Elektronen z.B. durch Stoßvorgängen mit freien Elektronen und die Kerne z.B. bei Kernzerfällen. Diese Zustände sind quantisiert. Nach einiger Zeit gehen sie von einem angeregten Zustand E_1 zu einem mit geringerer Energie E_2 über. Dabei geben sie die Energie

$$E_\gamma = E_1 - E_2 \quad (4)$$

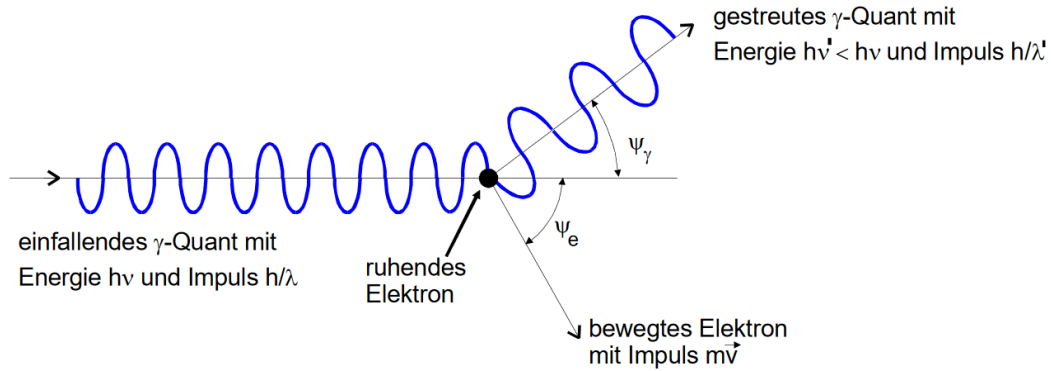
in Form von einem γ -Quant ab. Die Frequenz f und Wellenlänge λ berechnen sich gemäß der Quantentheorie nach

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda}. \quad (5)$$

Hierin ist h das Plancksche Wirkungsquantum und c die Lichtgeschwindigkeit.

Die γ -Quanten können mit den Elektronen, den Atomkernen und deren elektrischen Feldern wechselwirken. Es werden nur solche betrachtet, welche bei den üblichen Werten von $E_\gamma = 10 \text{ keV}$ bis $E_\gamma = 10 \text{ MeV}$ [3] am wahrscheinlichsten sind. Es kann sich dabei um drei verschiedenen Arten von Wechselwirkungen handeln: dem Annihilationsprozessen, der inelastischen Streuung und der elastischen Streuung. Bei Annihilationsprozessen verschwindet das γ -Quant, bei inelastischer Streuung gibt das γ -Quant einen Teil seiner Energie ab und seine Richtung ändert sich und bei elastischer Streuung ändert das γ -Quant seine Richtung ohne Energie abzugeben. Die wichtigsten auftretenden Effekte sind der Photo-Effekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung. Beim Photo-Effekt tritt Annihilation auf. Es wird die gesamte Energie des γ -Quants an ein gebundenes Elektron abgegeben, wobei das Elektron ungebunden wird und danach eine kinetische Energie von $E_e = hf - E_B$ besitzt. Hierbei ist E_B die Bindungsenergie des Elektrons. Dieser Effekt tritt nur auf wenn $E_\gamma \geq E_B$ gilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein γ -Quant absorbiert nimmt mit steigendem z zu und fällt für steigende $E_\gamma \geq E_B$ ab. Beim Compton-Effekt wird ein γ -Quant an einem praktisch freien Elektron inelastisch gestreut. Dabei kann ein γ -Quant immer nur einen Teil seiner Energie abgeben. Eine schematische Darstellung ist in Abbildung 1 dargestellt. Für den Wirkungsquerschnitt von der Compton-Streuung gilt

Abbildung 1: Die schematische Darstellung des Compton-Effektes [3].



$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right\} \quad (6)$$

mit dem klassischen Elektronenradius

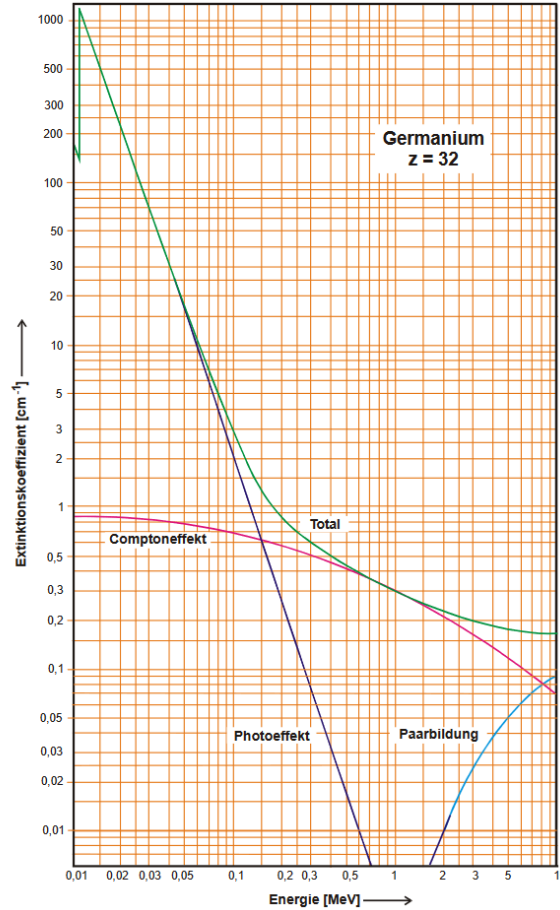
$$r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} \approx 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m} \quad (7)$$

und dem Verhältnis $\epsilon = E_\gamma/(m_0c^2)$. Hierin sind m_0 die Ruhemasse des Elektrons, e_0 die Elementarladung und ϵ_0 die Influenzkonstante. Dieser Ausdruck für σ_{com} vereinfacht sich für $E_\gamma \ll m_0c^2$ zu

$$\sigma_{\text{com}} \approx \frac{8}{3}\pi r_e^2 = \sigma_{\text{Th}}. \quad (8)$$

Dabei wird σ_{Th} als Thomsonscher Wirkungsquerschnitt bezeichnet. Für $E_\gamma \gg m_0c^2$ ist $\sigma_{\text{com}} \propto 1/\epsilon$. Bei der Paarbildung kann ein γ -Quant ein Elektron und ein Positron erzeugen. Dieser Effekt kann nur auftreten falls die Energie vom γ -Quant $E_\gamma > 2m_0c^2$ ist und ein Teil des Impulses auf ein weiteres Teilchen übertragen werden kann. Dabei wird das γ -Quant annihiliert und die zusätzliche Energie in die kinetische Energie der Teilchen umgewandelt. Aus der Quantentheorie folgt, dass $\sigma_p \propto z^2$ ist. Alle Effekte überlagern sich und bilden ein Verlauf von σ der insbesondere von E_γ abhängt. Für das Material Germanium ist dieser in Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 2: Darstellung der Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Energie und die Anteile der einzelnen Effekte an diesem für Germanium [3].



2.3 Entstehung und Absorptionsverhalten von β -Strahlung

β -Strahlung besteht aus β -Teilchen, welche durch Umwandlung eines Nukleons in einem Atomkern erzeugt und danach emittiert werden. Die Umwandlung des Nukleons folgt entweder dem Reaktionsschema

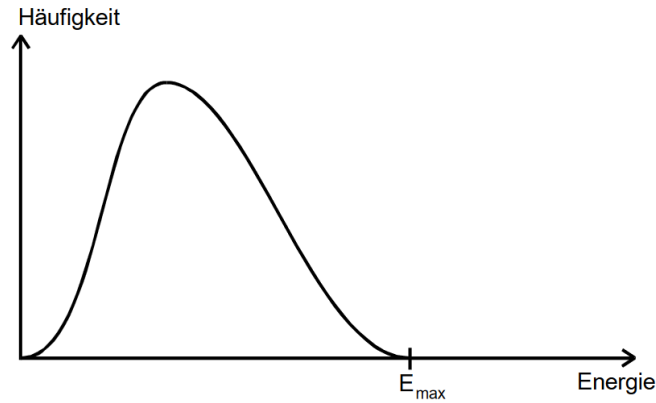
$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e \quad (9)$$

oder

$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e. \quad (10)$$

Die dabei freiwerdende Energie E_f verteilt sich statistisch auf die entstehenden Teilchen, sodass das Energiespektrum kontinuierlich ist. Die maximale Energie die ein β -Teilchen erhalten kann E_{\max} entspricht der freiwerdenden Energie E_f . Die Verteilung der Energien der β -Teilchen ist in Abbildung 3 dargestellt. Die β -Teilchen werden im Material sowohl

Abbildung 3: Darstellung des Energiespektrums der β -Teilchen [3].



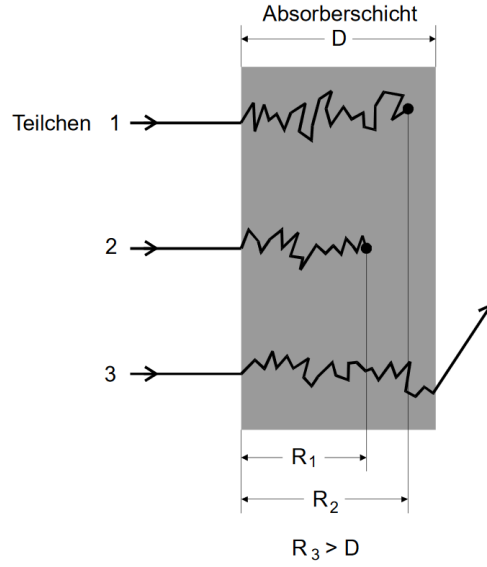
elastisch an den Atomkernen als auch inelastisch an den Atomkernen und Elektronen gestreut. Die elastische Streuung an den Atomkernen führt zu starken Richtungsänderungen und längeren effektiven Wegen der β -Teilchen im Material, wie in Abbildung 4 dargestellt ist. Die inelastische Streuung an den Atomkernen tritt auf wenn sich die geladenen β -Teilchen durch die elektrischen Felder der Kerne bewegen und dadurch beschleunigt werden. Bei der Beschleunigung von geladenen Teilchen werden jedoch elektromagnetische Wellen abgestrahlt, was zu einem Energieverlust der Teilchen führt. Die entstehende Strahlung wird als Bremsstrahlung bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, dass Bremsstrahlung auftritt ist durch den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{Br}} = \alpha r_e^2 z^2 \quad (11)$$

gegeben, wobei $\alpha \approx 1/137$ die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante ist. Für den mittleren Energieverlust einer β -Teilchen mit der Energie E_β gilt

$$\overline{E_{\text{Br}}} \approx 710^{-7} z E_\beta^2. \quad (12)$$

Abbildung 4: Beispielhafte Wege von einzelnen β -Teilchen in Materie [3].



Diese Näherung ist gültig für Energien bis etwa 2500 keV. Die Wahrscheinlichkeit einer inelastischen Streuung der β -Teilchen durch Ionisation oder Anregung der Atome im Absorber wächst mit der Anzahl der Elektronen pro Volumen an. Dabei geben die β -Teilchen jeweils nur einen kleinen Teil ihrer Energie ab. Der Energieverlust der β -Teilchen pro Absorberschichtdicke ist für β -Teilchen mit $E_\beta < m_0 c^2$ durch

$$\frac{dE}{dx} \approx -\frac{2\pi r_e^2}{E_\beta} \frac{N_L \rho}{M} z \ln \left(\frac{E_\beta}{I} \right) \quad (13)$$

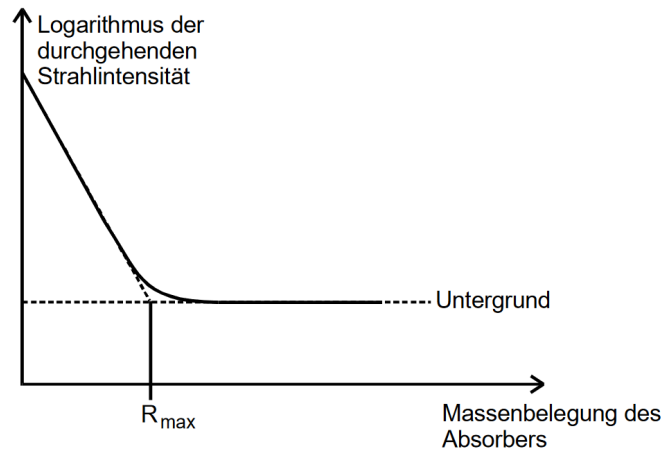
gegeben, wobei I die Ionisierungsenergie ist.

Für die Absorptionskurve von β -Strahlung eines natürlichen Strahlers ergibt sich eine Kurve der in Abbildung 5 dargestellten Form, wobei statt der Schichtdicke D des Absorbers die Massenbelegung $R = \rho D$ aufgetragen ist. Aus dieser Absorptionskurve kann durch Näherung der linearen Anteile und Bestimmung des Schnittpunktes die maximale Reichweite R_{\max} der β -Teilchen bestimmt werden. Diese hängt mit der maximalen Energie der β -Teilchen E_{\max} zusammen. Im für den Versuch bedeutsamen Energiebereich gilt der Zusammenhang

$$E_{\max} = 1.92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0.22 R_{\max}}, \quad (14)$$

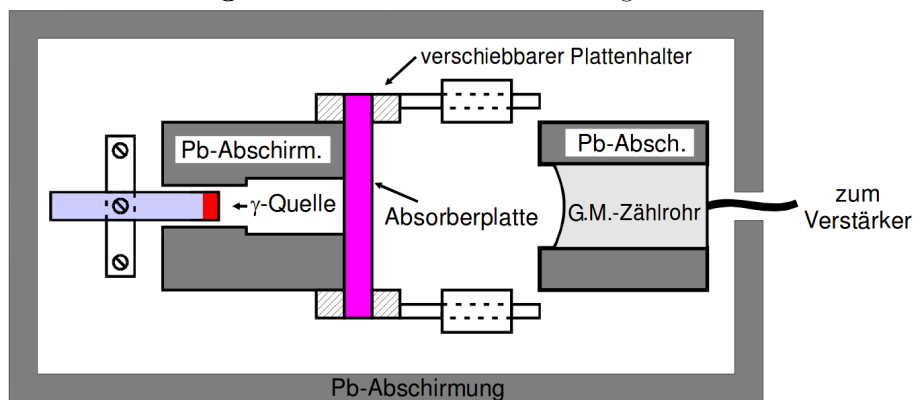
wobei E_{\max} in MeV und R_{\max} in g/cm^2 ist. Der Zusammenhang wurde empirisch bestimmt.

Abbildung 5: Absorptionskurve von β -Teilchen in Materie [3].



3 Aufbau

Abbildung 6: Eine schematische Darstellung des Messaufbaus



Der Messaufbau besteht im Kern aus einem radioaktiven Isotop und einem Geiger-Müller-Zählrohr, welches entweder auftretende Betateilchen oder Gammaquanten registriert. Zwischen dem Gerät können Metallplatten verschiedener Dicke positioniert werden, welche die Strahlungsintensität abschwächen. Die Messzeit kann am Auslesegerät der Trefferzahl eingestellt werden. Zum Schutz vor radioaktiver Strahlung ist der Messaufbau zudem mit einer Bleiverkleidung versehen.

4 Durchführung

Um Fehler aufgrund von kosmischer Strahlung zu minimieren wird zunächst ein Leerlauf ohne Isotop durchgeführt. Um ein möglichst aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten wird

hierzu eine Messzeit von 1000 s eingestellt. Dann wird zunächst wird die Dämpfung der Gammastrahlung untersucht. Hierzu wird das Isotop im Messaufbau platziert und eine Kupferplatte zwischen Isotop und Sensor gestellt. Anschließend wird eine Messzeit, bei welcher mehr als 10000 Treffer gemessen werden. Es werden Dicke der Platte, Messzeit und Trefferzahl notiert. Dies wird für Kupfer und Eisenplatten in jeweils 10 Dicken wiederholt. Anschließend wird die Betastrahlung gemessen. Der Messvorgang ist derselbe wie bei der Gammastrahlung, jedoch werden dieses mal nur Aluminiumplatten als Absorber verwendet und die Trefferzahlen sollten nicht kleiner als 500 sein. Diese Maßnahme ist der geringeren Trefferintensitäten geschuldet.

5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [4] als auch NumPy [7] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [5] durchgeführt. Die Daten der Betastrahlung stammen von einer Parallelgruppe.

5.1 Die gemessenen Daten

Es ist zu beachten, dass die gemessenen Aufschläge ein statistisches Verhalten aufweisen und daher mit einem Fehler von

$$\sigma = \sqrt{N} \quad (15)$$

behaftet sind. Daraus wird die Intensität mit

$$I = \frac{N}{t} \pm \frac{\sigma}{t} \quad (16)$$

berechnet. Zusätzlich müssen die Treffer des Nulleffektes abgezogen werden, welcher aufgrund von kosmischer Strahlung auftreten. Da die daraus folgenden durchgehenden Intensitäten jedoch ungleich kleiner sind, werden die zugehörigen Fehler nicht berücksichtigt. Für die γ -Strahlung ergibt sich ein Nulleffekt von 1,001 1/s, für die β -Strahlung 0,514 1/s.

Tabelle 1: Die Materialeigenschaften der verwendeten Absorber.

Absorbermaterial	Protonenanzahl	$M/\text{kg mol}^{-1}$	$\rho/\text{g cm}^{-3}$
Kupfer	29	0,0635	8,92
Eisen	26	0,0558	7,87

Tabelle 2: Die Absorptionsdaten der γ -Strahlung mit Kupfer als Absorber.

$d_{\text{Absorber}}/\text{mm}$	t_{Mess}/s	N_{Wechsel}	I_{real}
0,5	40	5217	$129 \pm 1,8$
1,0	80	9776	$121 \pm 1,2$
2,0	160	19 285	$120 \pm 0,9$
3,0	240	26 098	$108 \pm 0,7$
4,0	320	32 988	$102 \pm 0,6$
5,0	400	38 821	$96 \pm 0,5$
6,0	480	44 855	$92 \pm 0,4$
10,0	480	34 985	$72 \pm 0,4$
11,0	480	33 839	$69 \pm 0,4$
13,0	400	24 503	$60 \pm 0,4$

Tabelle 3: Die Absorptionsdaten der γ -Strahlung mit Kupfer als Absorber.

$d_{\text{Absorber}}/\text{mm}$	t_{Mess}/s	N_{Wechsel}	I_{real}
5,0	120	11 592	$96 \pm 0,9$
10,0	120	9303	$77 \pm 0,8$
15,0	160	9409	$58 \pm 0,6$
20,0	220	10 699	$48 \pm 0,5$
25,0	260	9300	$35 \pm 0,4$
30,0	340	9611	$27 \pm 0,3$
35,0	420	10 213	$23 \pm 0,2$
40,0	500	10 537	$20 \pm 0,2$
45,0	580	9043	$15 \pm 0,2$

Tabelle 4: Die Absorptionsdaten der β -Strahlung mit Kupfer als Absorber.

$d_{\text{Absorber}}/\mu\text{m}$	t_{Mess}/s	N_{Wechsel}
102	100	4388
126	130	2707
153	155	1463
160	185	1017
200	205	369
253	300	240
302	400	252
338	650	385
400	800	551

5.2 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten und der Ausgangsstrahlung mithilfe von γ -Absorptionskurven

Abbildung 7: Die halblogarithmische Darstellung der durchgehenden γ -Strahlintensität gegenüber der Schichtdicke des Kupferabsorbers.

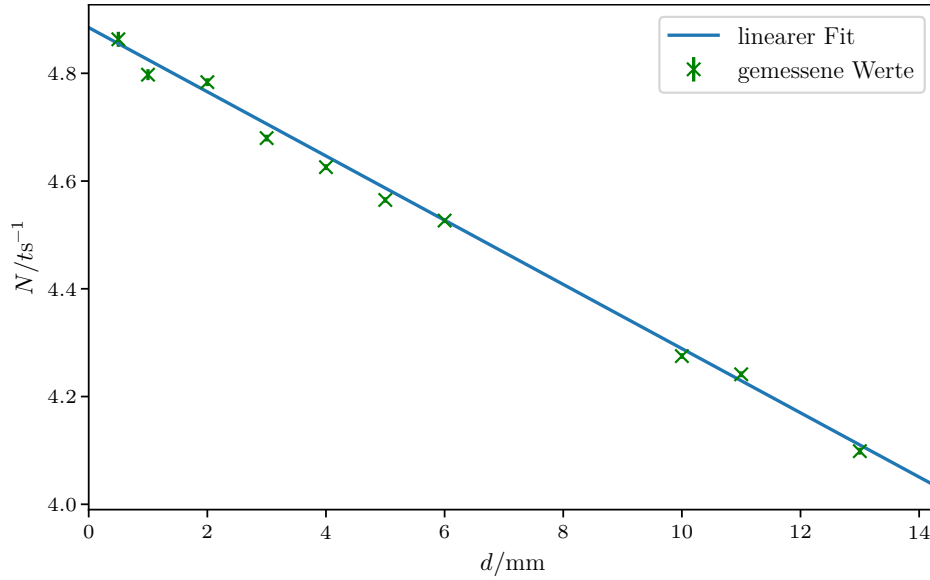


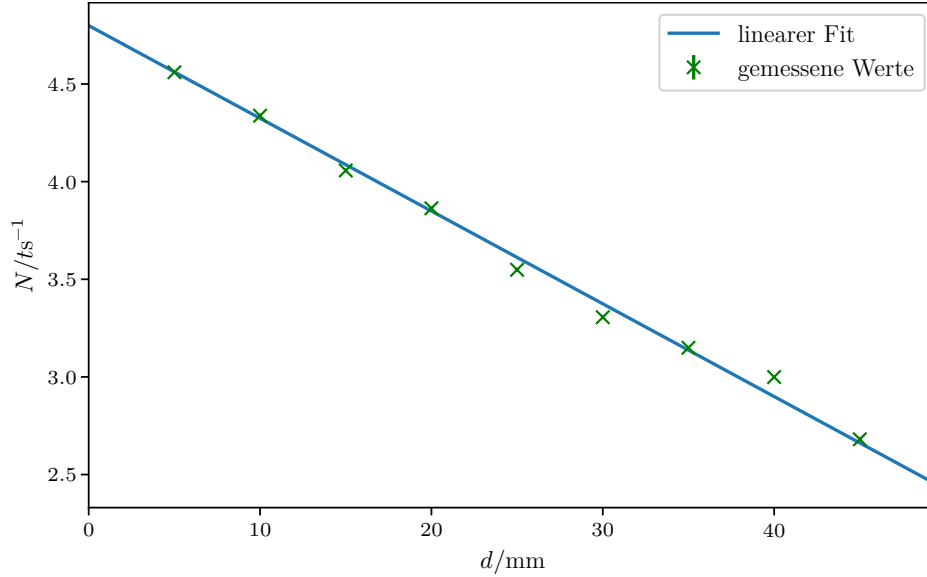
Tabelle 5: Die Absorptionsdaten der β -Strahlung mit Aluminium als Absorber.

$d_{\text{Absorber}}/\mu\text{m}$	t_{Mess}/s	N_{Wechsel}
102	100	4388
126	130	2707
153	155	1463
160	185	1017
200	205	369
253	300	240
302	400	252
338	650	385
400	800	551

Zuerst wird das Absorptionsverhalten von Kupfer und Eisen unter der Gammastrahlung einer ^{137}Cs -Quelle untersucht. Hierzu werden die Koeffizienten μ und $N(0)$ des Absorptionsgesetzes für beide Metalle bestimmt. Mithilfe einer halblogarithmischen Darstellung der zeitlich normierten Treffer gegenüber der Metalldicke ergeben sich die Graphen in den Abb. 7 und 8. Damit folgen μ und $N(0)$ über eine Ausgleichsrechnung der Form

$$y = ax + b \text{ mit } \mu = a \text{ und } N(0) = \exp(b) \quad (17)$$

Abbildung 8: Die halblogarithmische Darstellung der durchgehenden γ -Strahlintensität gegenüber der Schichtdicke des Eisenabsorbers.



Damit ergeben sich die experimentellen Ergebnisse in Tabelle 6.

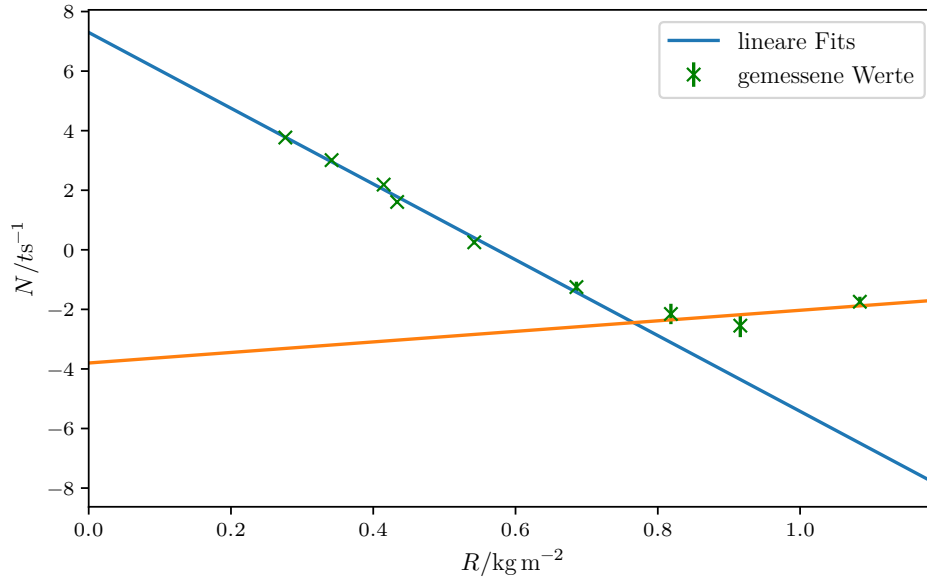
Tabelle 6: Die Ergebnisse der γ -Strahlungsabsorption.

Absorbermaterial	μ/mm^{-1}	N_0	$\mu_{\text{ber.}}/\text{mm}^{-1}$
Kupfer	$0,060 \pm 0,004$	132 ± 1	0,063
Eisen	$0,047 \pm 0,001$	121 ± 1	0,057

5.3 Vergleich mit den theoretischen Absorptionskoeffizienten

Mithilfe der Formeln 6 und 3 ergeben sich die theoretischen Absorptionskoeffizienten. Auf Basis der Daten aus Tabelle 1 und einem ϵ von 1.295 [3] folgen die berechneten Koeffizienten in Tabelle 6. Die Daten stammen für Kupfer von [2], für Eisen von [1]. Es ist zu erkennen, dass die berechnete Absorption der beiden Metalle in beiden Fällen größer ausfällt, als die experimentell gemessene. Daher ist davon auszugehen, dass der Compton-Effekt bei beiden Absorptionen die einzige messbar auftretende Wechselwirkung. Zusätzlich ist bei der Eisenmessung von einem systematischen Fehler auszugehen, da dieser weitaus stärker nach unten abweicht. Die Ursachen sind in der Diskussion zu erörtern.

Abbildung 9: Die halblogarithmische Darstellung der Treffer pro Sekunde gegenüber der Schichtdicke des Aluminiumabsorbers bei β -Strahlung



5.4 Bestimmung der Maximalenergie von ^{99}Tc

Zuletzt wird die Maximalenergie der γ -Quanten von ^{99}Tc über deren Absorption von Aluminium bestimmt. Hierzu werden die durchgehende Strahlungsintensität halblogarithmisch gegen die Massenbelegung aufgetragen. Mit den Daten aus Tabelle 5 und einer Dichte von $2,699 \text{ g/cm}^3$ folgt der Graph in Abb. 9. Anschließend werden die beiden großteils linearen Bereiche der Kurve durch linearen Funktionen approximiert. Der Schnittpunkt beider Geraden bildet das gesuchte R_{max} . Mithilfe von Formel 14 ergibt sich schließlich die Maximalenergie E_{max} . Mit den bestimmten Daten folgen daher die Parameter in Tabelle 7.

Tabelle 7: Die Ergebnisse der β -Strahlungsabsorption.

$R_{\text{max}} / \text{g cm}^{-2}$	$E_{\text{max}} / \text{MeV}$
$0,077 \pm 0,019$	$0,289 \pm 0,046$

6 Diskussion

Die Auswertung hat einige Erkenntnisse gebracht, welche nun zu diskutieren sind. Zunächst werden die Ergebnisse der Gammastrahlung betrachtet. Es fällt auf, dass beide bestimmten μ im Vergleich zu gering ausfallen. Ein systematischer Fehler könnte im Wetterwechsel während des Versuches liegen, da das Experiment aufgrund von Bewölkung weniger kosmische Strahlung ausgesetzt wäre und der anfängliche Nulleffekt

zu groß wäre. Desweiteren wurden auch nur wenige Messwerte genommen. Jedoch sind die Auswirkungen zu gering, als das beide Gründe Abweichungen um ca. 20 % erklärt. Daher ist ein anderer systematischer Fehler allerdings zu vermuten. Zuletzt folgt die Betastrahlung Die bestimmte maximale Energie in 7 liegt leicht unter dem Literaturwert von 293,6 keV [6]. Eine mögliche Ursache liegt darin, dass nur wenige Messwerte aufgenommen wurden und die Ausgleichsgeraden daher ungenau sind.

Literatur

- [1] Chemie.de. *Eisen*. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Eisen.html> (besucht am 02.06.2017).
- [2] Chemie.de. *Kupfer*. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Kupfer.html> (besucht am 02.06.2017).
- [3] TU Dortmund. *V704 Absorption von beta- und gamma-Strahlung*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V704.pdf> (besucht am 02.06.2017).
- [4] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [6] Uni Marburg. *Betastrahlung*. URL: <http://www.staff.uni-marburg.de/~kernchem/grundp/beta/beta.htm> (besucht am 02.06.2017).
- [7] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).