

Versuch 401

Das Michelson-Interferometer

1. Januar 1970

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie, nach [1]	3
2.1	Allgemeines	3
2.2	Interferenz	3
2.3	Bestimmung der Wellenlänge	3
2.4	Bestimmung des Brechungsindex	4
3	Durchführung und Aufbau	4
4	Auswertung	6
4.1	Wellenlänge	6
4.2	Brechungsindex	6
5	Diskussion	7
	Literatur	7
6	Werte	8

1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuchs ist zum einen die Bestimmung der Wellenlänge einer Laserdiode und zum anderen die Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

2 Theorie, nach [1]

2.1 Allgemeines

Das Michelson-Interferometer beruht auf dem Prinzip der Interferenz und dient dazu, Wellenlängen und Brechungsindizes zu bestimmen. Dabei wird jeweils eine Weglängenänderung vorgenommen, wodurch an der Photodiode Interferenzmaxima vorbeilaufen und detektiert werden. Dies passiert bei der Wellenlängenmessung durch Spiegeleinstellungen und bei der Messung des Brechungsindex durch ein Gas. Voraussetzung für Interferenz ist die Kohärenz des Lichtes. Das bedeutet, dass die Phasenkonstanten δ_i keine statistischen Funktionen sein dürfen, sondern zeitlich konstant sein müssen. Hier wird ein Diodenlaser¹ verwendet um kohärentes Licht zu erzeugen.

2.2 Interferenz

Interferenzerscheinungen treten dann auf, wenn zwei Wellen zueinander phasenverschoben sind. Da wegen der hohen Frequenz des Lichtes die Feldstärke nicht direkt gemessen werden kann, wird stattdessen die Intensität I , die proportional zum Amplitudenquadrat ist, gemessen.

Es tritt konstruktive Interferenz auf, wenn der Wegunterschied der Teilstrahlen Δs ein geradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$ ist, und destruktive Interferenz, wenn der Wegunterschied ein ungeradzahliges Vielfaches von $\lambda/2$ ist.

$$\Delta I_{\max} \text{ für } \Delta s = 2n \frac{\lambda}{2} = n \cdot \lambda \quad (1)$$

$$\Delta I_{\min} \text{ für } \Delta s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

Wichtig ist, dass der Wegunterschied Δs nicht größer als die Kohärenzlänge l ist, weil sonst keine Interferenz mehr messbar ist. Sie berechnet sich gemäß

$$l = N \cdot \lambda. \quad (3)$$

2.3 Bestimmung der Wellenlänge

Um aus der Versuchsanordnung die Wellenlänge der Lichtquelle zu bestimmen wird angenommen, dass es sich um ebene Wellen der Form

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \exp(ikx) \quad (4)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \exp(ikx + 2d + \pi) \quad (5)$$

¹light amplification by stimulated emission of radiation

handelt. Auf einem Schirm werden Minima und Maxima als Streifenmuster erkennbar. Mit einem Zählwerk wird die Anzahl Z der an der Photodiode pro Δd vorbeiziehenden Maxima bestimmt. Die Wellenlänge bestimmt sich dann gemäß

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{Z} . \quad (6)$$

2.4 Bestimmung des Brechungsindex

Die gleiche Apparatur wie zur Messung der Wellenlänge kann auch verwendet werden um den Brechungsindex eines Gases zu ermitteln. Dafür wird die evakuierte Messzelle der Breite b mit dem jeweiligen Gas befüllt, was durch die Veränderung der optischen Weglänge zu Interferenz führt. Beim Einfüllen des Gases erhöht sich der Druck im Inneren um Δp , welches den Brechungsindex um Δn erhöht. Daraus folgt dann

$$b \cdot \Delta n = z \frac{\lambda}{2} . \quad (7)$$

Da es sich nur um kleine Drücke handelt, gilt die ideale Gasgleichung

$$p V = R T . \quad (8)$$

Wird der Druck von p auf p' verändert, ergibt sich folgender Zusammenhang für Δn :

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') . \quad (9)$$

Dabei entspricht p_0 dem Normdruck, T_0 der Normtemperatur und N_L der Loschmidtschen Zahl. Für den Brechungsindex n gilt somit

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{f}{2} N_L = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} . \quad (10)$$

3 Durchführung und Aufbau

In 1 ist ein prinzipieller Aufbau eines Interferometers gezeigt. Für die Messungen der Wellenlänge wird jedoch die Apparatur aus Abbildung 2 herangezogen und justiert. Das Licht eines Diodenlasers wird durch das Interferometer geführt und auf einer Photodiode zur Interferenz gebracht. Ein Synchronmotor verschiebt über eine Mikrometerschraube einen Hebel und einen der Spiegel. Der Hebel hat eine Übersetzung von 1 : 5,017. Die vorbeiwandernden Maxima werden von einem Zählwerk aufgezeichnet. Dies wird fünf mal durchgeführt.

Um den Brechungsindex für Luft zu bestimmen wird die selbe Apparatur wie im ersten Teil verwendet. Zunächst wird Luft in die Messzelle hineingelassen und währenddessen werden die vorbeilaufenden Maxima mit Hilfe des Zählwerks gezählt. Um genauere Messungen zu erzielen, werden die Maxima beim Lufteinlass gemessen. Danach muss die Zelle wieder entlüftet werden. Dieser Vorgang wird zehn mal wiederholt.

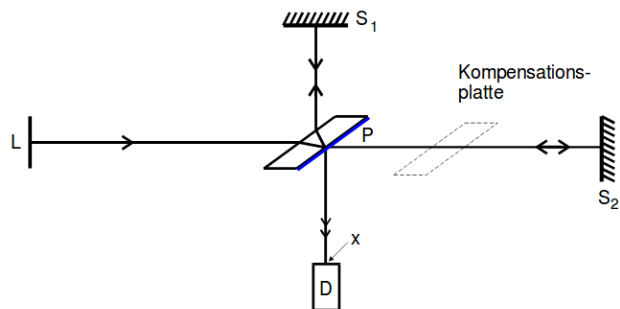


Abbildung 1: Genereller Aufbau des Michelson-Interferometers[1].

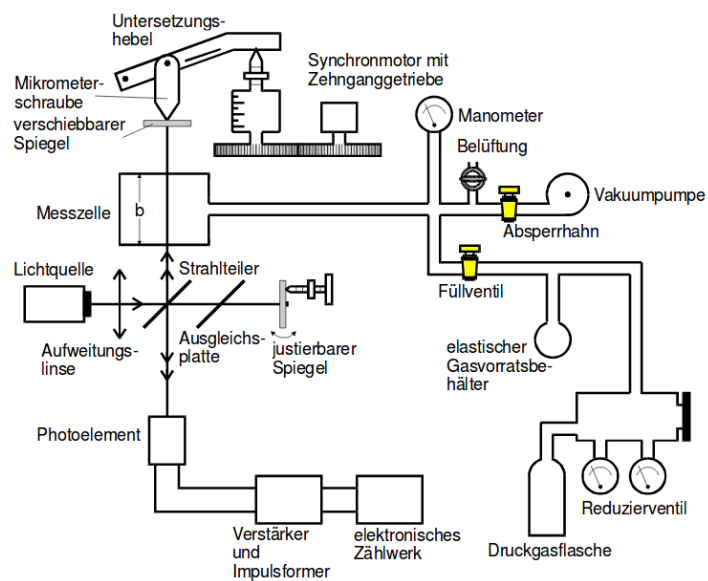


Abbildung 2: Messapparatur für Wellenlänge und Brechungsindex[1].

4 Auswertung

Die Werte der Messungen mit entsprechenden Umrechnungen sind in den Tabellen 2 und 3 im Kapitel 6 Werte aufgeführt.

4.1 Wellenlänge

Die Wegunterschiede der ersten Messreihe werden durch die Hebelübersetzung aus Kapitel 3 geteilt. Die Wellenlängen pro Messung werden nach Formel (6) berechnet. Mit dem Mittelwert

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \lambda_i \quad (11)$$

und dem Fehler des Mittelwertes

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (12)$$

folgt für die Wellenlänge der Laserdiode

$$\lambda = (638 \pm 22) \text{ nm} . \quad (13)$$

4.2 Brechungsindex

Zuerst wird die Änderung des Brechungsindex nach Formel (7) bestimmt. Der Fehler berechnet sich wieder mit den Formeln (11) und (12) zu

$$\Delta n = (0,2145 \pm 0,0022) \cdot 10^{-3} . \quad (14)$$

Mit Formel (10) und

$$T = 295,15 \text{ K} \quad (15)$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K} \quad (16)$$

$$p - p' = 0,8 \text{ bar} \quad (17)$$

$$p_0 = 1,0132 \text{ bar} , \quad (18)$$

sowie Δn ergibt sich

$$n_{\text{Luft}} = 1,000\,294 \pm 0,000\,003 . \quad (19)$$

Der Fehler von n ergibt sich nach

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{j=0}^K \left(\frac{df}{dy_j} \Delta y_j \right)^2} = \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \Delta (\Delta n) \quad (20)$$

5 Diskussion

Die Messung der Wellenlänge liefert ein Ergebnis, welches nur noch einen statistischen Fehler aufweist, da der Literaturwert in der $1\text{-}\sigma$ -Umgebung unseres Messwertes liegt. Die systematischen Fehler, die durch den Aufbau bedingt sind, wie die Zählung der Maxima, konnten durch Anpassung der Wegunterschiede gering gehalten werden. Ebenso die Erschütterungen durch 'rumlaufen' wurden gering gehalten.

Tabelle 1: Messwerte und Literaturwerte.[2]

	λ / nm	n
Messwert	638 ± 22	$1,000\,294 \pm 0,000\,003$
Literaturwert	650 ± 0	$1,000\,272 \pm 0$

Der Literaturwert der Brechungsindexmessung liegt in der $7\text{-}\sigma$ -Umgebung unseres Brechungsindex. Die großen Fehlerquellen liegen hier nicht bei dem Zählwerk und der Photodiode, da durch das kontrollierte Zurückfließen der Luft, die Maxima langsam genug für das Zählwerk waren. Die Fehlerquelle hier ist die Hand-Vakuum-Pumpe, da die Drücke nicht genau abgelesen werden können. Die Nachkommastellen konnten nur auf eine Stelle genau abgelesen werden, denn die Skala war nicht genauer. Für eine bessere Bestimmung des Brechungsindex fehlen hier die Stellen.

Die Messung der Wellenlänge liefert ein gutes Ergebnis, für den Brechungsindex sollte die Messung mit einer besser ablesbaren Vakuumpumpe wiederholt werden.

Literatur

- [1] *Anleitung zu v401, Das Michelson-Interferometer*. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [2] *Brechzahl*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/brechzahl/1958> (besucht am 11.04.2018).

6 Werte

Tabelle 2: Werte für die Wellenlängenmessung.

Mikrometerschraube	tatsächlicher Weg	Anzahl Maxima	Wellenlänge
Δs / mm	Δd / μm	Z	λ / nm
6,0	1,196	3206	746
3,0	0,598	1947	614
3,0	0,598	1946	615
3,0	0,598	1948	614
3,5	0,698	2239	623
3,0	0,598	1939	617

Tabelle 3: Werte für die Brechungsindexmessung.

Druckunterschied	Anzahl Maxima	Brechungsindexunterschied
Δp / bar	Z	Δn / 10^{-3}
0,8	33	0,211
0,8	33	0,211
0,8	33	0,211
0,8	33	0,211
0,8	35	0,223
0,8	32	0,204
0,8	31	0,198
0,8	33	0,211
0,8	33	0,211
0,8	34	0,217