

## Kettenschaltungen mit LC-Gliedern

Ann-Sophie Schubert  
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke  
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 08.12.2015

Abgabe: 15.12.2015

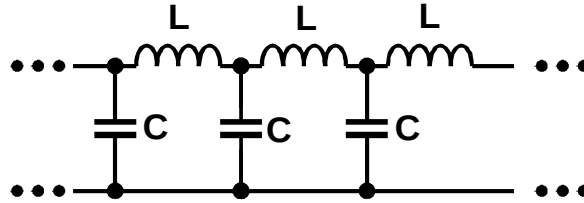


# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Ziel</b>	<b>4</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>4</b>
2.1. Schwingungsgleichung im stationären Fall . . . . .	4
2.2. Mechanisches Analogon . . . . .	5
2.3. Phasengeschwindigkeit . . . . .	6
2.4. Impedanz . . . . .	7
2.5. Stehende Wellen . . . . .	9
<b>3. Aufbau und Durchführung</b>	<b>10</b>
3.1. Bauteilwerte . . . . .	10
3.2. Durchlasskurve . . . . .	10
3.3. Dispersionskurven . . . . .	11
3.4. Nachweis stehender Wellen . . . . .	11
<b>4. Auswertung</b>	<b>12</b>
4.1. Durchlasskurven . . . . .	12
4.2. Dispersionskurven . . . . .	12
4.3. Phasengeschwindigkeit . . . . .	15
4.4. Nachweis stehender Wellen . . . . .	17
<b>5. Diskussion</b>	<b>21</b>
<b>A. Anhang: Auswerteprogramm</b>	<b>22</b>
<b>Literatur</b>	<b>22</b>

## 1. Ziel

Es sollen das Schwingungsverhalten einer elektrischen Kette von Kapazitäten und Induktivitäten (siehe Abb. 1) untersucht werden. Dazu gehören Durchlass- und Dispersionskurve und stehende Wellen.



**Abbildung 1:**  $LC$ -Kette mit parallelgeschalteten Kondensatoren und in Reihe geschalteten Spulen [1].

## 2. Theorie

### 2.1. Schwingungsgleichung im stationären Fall

Anhand der Kirchhoffschen Gesetze (hier Knotenregel) lässt sich für die unendliche  $LC$ -Kette (siehe Abb. 2) eine Schwingungsgleichung mit

$$I_n - I_{n+1} + I_{n_{\text{quer}}} = 0 \quad (1)$$

zu

$$-\omega^2 C U_n + \frac{1}{L}(-U_{n-1} + 2U_n - U_{n+1}) = 0 \quad (2)$$

herleiten, wobei diese mit dem Ansatz

$$U_n(t) = U_0 e^{i\omega t} e^{-in\theta} \quad (3)$$

zur Lösung

$$-\omega^2 LC + 2 - (e^i + e^{-i\theta}) = 0 \quad (4)$$

führt. Diese wiederum ergibt die Dispersionsrelation

$$\omega^2 = \frac{2}{LC}(1 - \cos \theta) \quad (5)$$

anhand derer ersichtlich ist, dass ein Schwingungsverhalten der Kette nur bei Frequenzen

$$0 \leq \omega < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{LC}} \quad (6)$$

möglich ist.

Ähnlich verhält es sich auch im allgemeineren Fall einer alternierenden Kette aus  $L$ ,  $C_1$  und  $C_2$  (siehe Abb. 3), wobei (2) dann zu

$$-\omega^2 C_1 U_{2n+1} + \frac{1}{L}(-U_{2n} + 2U_{2n+1} - U_{2n+2}) = 0 \quad (7)$$

und

$$-\omega^2 C_2 U_{2n} + \frac{1}{L}(-U_{2n-1} + 2U_{2n+1} - U_{2n+1}) = 0 \quad (8)$$

verallgemeinert wird. Durch die Lösung der Gleichungen mit einem ähnlichen Ansatz wie zuvor ergibt sich für die alternierende Kette eine Dispersionsrelation der Form

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \pm \frac{1}{L} \sqrt{\left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(\theta)}{C_1 C_2}}. \quad (9)$$

Demnach entstehen bei dieser Kette zwei Zweige der Dispersionskurve, bedingt durch die nötige Fallunterscheidung am  $\pm$ . Jene sind in Abb. 4 grafisch dargestellt.

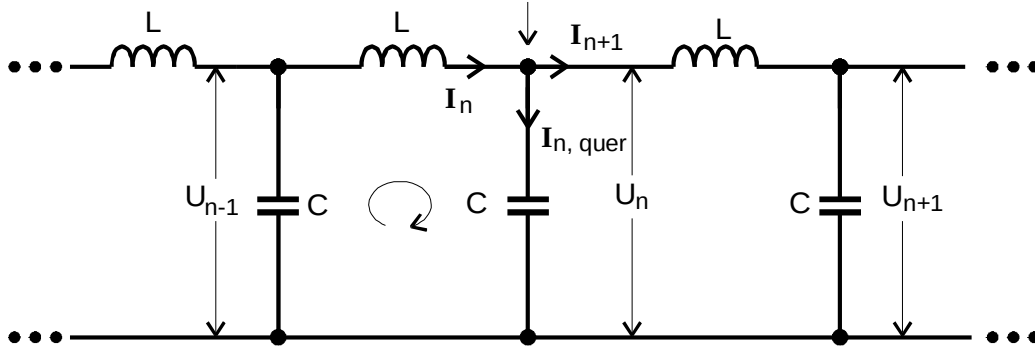


Abbildung 2: Ströme und Spannungen in einer  $LC$ -Kette, aus [1].

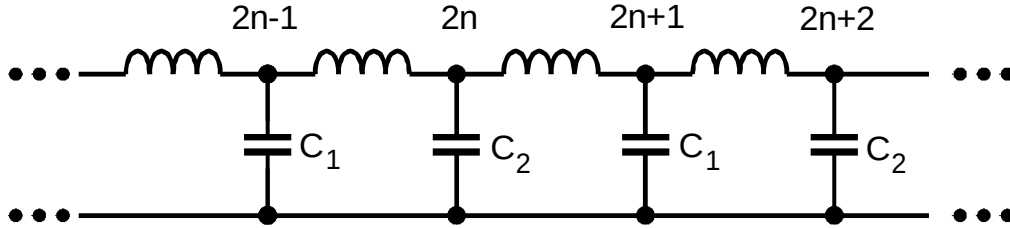
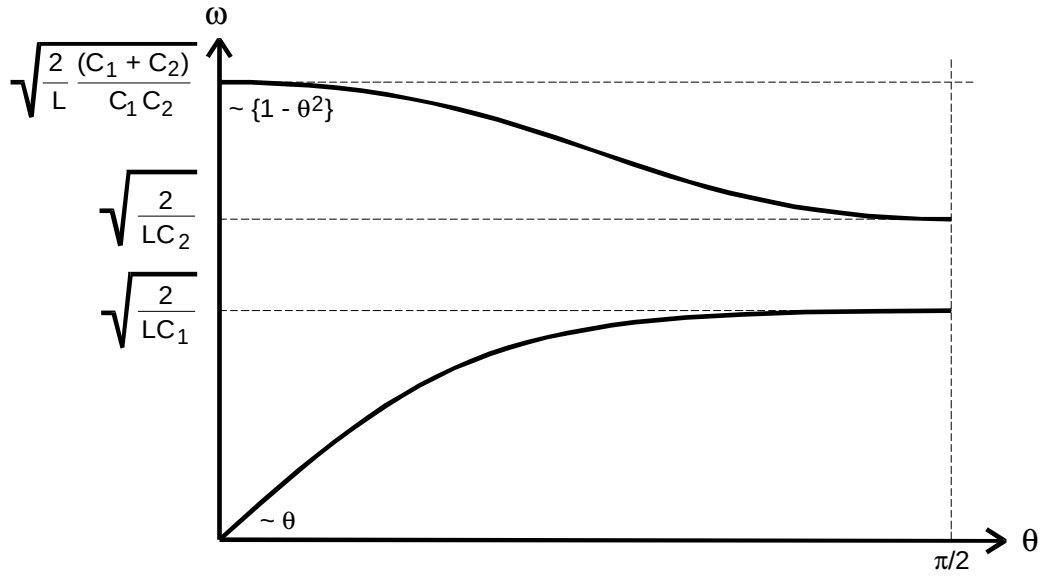


Abbildung 3:  $LC$ -Kette mit alternierenden Kondensatoren, aus [1].

## 2.2. Mechanisches Analogon

Die  $LC$ -Kette weist starke Ähnlichkeiten zu einem mechanischen System gekoppelter Oszillatoren (siehe Abb. 5) auf. Die Schwingungsgleichung

$$-\omega^2 M u_n + \eta(-u_{n-1} + 2u_n + u_{n+1}) = 0 \quad (10)$$

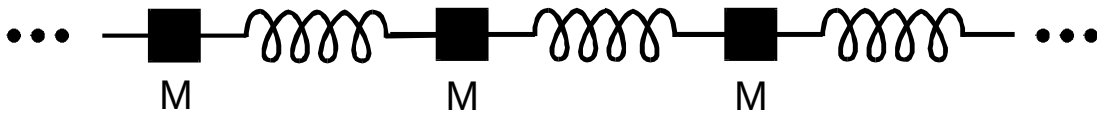


**Abbildung 4:** Dispersionskurven der alternierenden Kette, aus [1].

mit der Federkonstanten  $\eta$ , Masse  $M$  und Elongation  $u_n(t)$  ähnelt (2). Auch hierbei kann der Oszillator durch Erweiterung zu einer alternierenden Kette mit  $M \neq m$  verallgemeinert werden. Wieder ergibt sich eine Dispersionsrelation

$$\omega_{1,2}^2 = \eta \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \eta \sqrt{\left( \frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(\theta)}{mM}} \quad (11)$$

die genau wie (9) zwei Lösungswege enthält. In einem Kristall können elektromagnetische Wellen Schwingungen im oberen der Zweige auslösen, daher wird dieser auch optischer Zweig genannt. Der untere Zweig hingegen akustisch, da er „normale“ Schwingungen der Gitteratome beschreibt.



**Abbildung 5:** Mechanisches Analogon zur  $LC$ -Kette, aus [1].

### 2.3. Phasengeschwindigkeit

In der  $LC$ -Kette breiten sich Wellen mit der Wellengleichung

$$U(t, n) = U_0 e^{i(\omega t - n\theta)} \quad (12)$$

aus, wobei  $\theta$  die Phasenverschiebung pro Kettenglied darstellt. Die Phasengeschwindigkeit der Welle ist definiert als

$$v_{\text{ph}} = \frac{\Delta n}{\Delta t} \quad (13)$$

woraus über die Phase

$$\Phi = \omega t - n\theta \quad (14)$$

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\theta} \quad (15)$$

folgt.

Mithilfe der Dispersionsrelation ergibt sich daraus dann

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\arccos\left(1 - \frac{1}{2}\omega^2 LC\right)}. \quad (16)$$

## 2.4. Impedanz

Von Interesse ist weiterhin die Eingangsimpedanz  $Z$  der  $LC$ -Kette. Diese kann erneut unter Zuhilfenahme der Kirchhoffschen Gesetze (Siehe Abb. 6) ermittelt werden. Aus der Wellengleichung folgt letztendlich

$$\mathfrak{Z} = \frac{u_0}{i_0} = \frac{\omega L}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}\omega^2 LC}}. \quad (17)$$

Daraus folgt, dass die Impedanz einer *unendlich* langen Kette keinen Imaginärteil hat, also im Endeffekt einen Ohmschen Widerstand darstellt. Um dies nun mit einer *endlichen* Kette nachzubilden wird ein Abschlusswiderstand an die Kette angeschlossen (Abb 7), welcher Reflexionen am Ende der Kette, die zu imaginären Impedanzen führen könnten, vernichtet. Da der Wellenwiderstand der Kette nach (17) frequenzabhängig ist (siehe Abb. 8), muss für eine vollständige Verhinderung von Reflexionen auch der Abschlusswiderstand variabel angepasst sein.

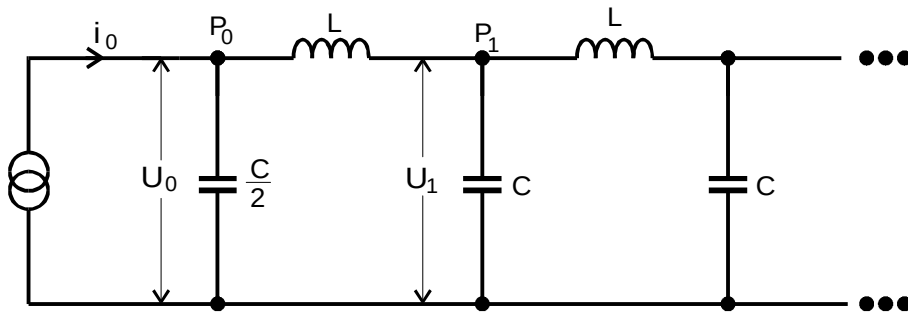


Abbildung 6: Schaltbild zur Bestimmung der Impedanz der  $LC$ -Kette, aus [1].

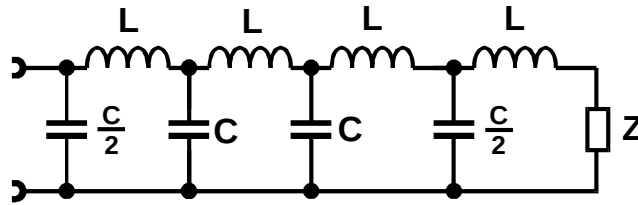


Abbildung 7: Unedliche  $LC$ -Kette mit Abschlusswiderstand, aus [1].

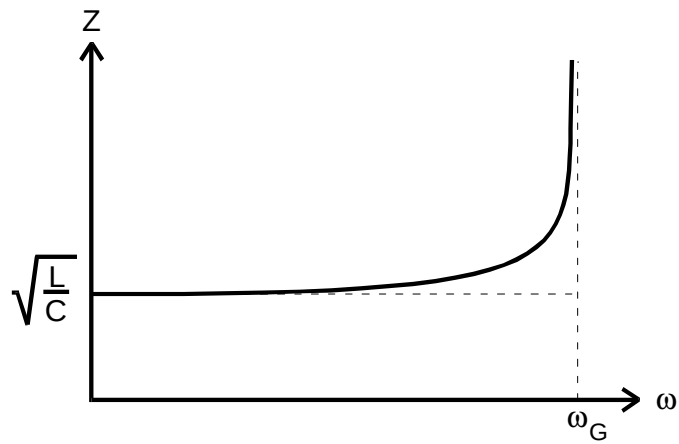
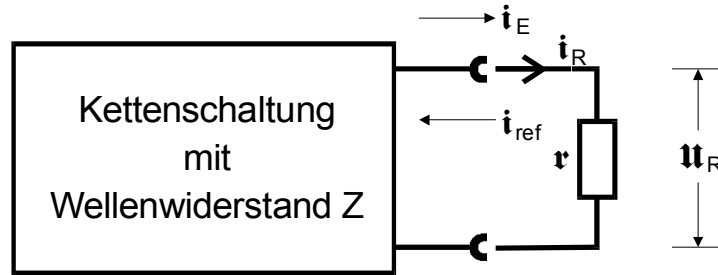


Abbildung 8: Frequenzabhängigkeit der charakteristischen Impedanz einer  $LC$ -Kette, aus [1].



## 2.5. Stehende Wellen

Im allgemeineren Fall, dass der Abschlusswiderstand nicht genau dem Wellenwiderstand der endlichen Kette entspricht (siehe Abb. 20), können aufgrund der Reflexion am Kettenende bei bestimmten Frequenzen stehende Wellen auf der Kette beobachtet werden. Im Einzelnen sind verschiedene Fälle zu untersuchen:



**Abbildung 9:** Abschluss einer endlich langen  $LC$ -Kette mit einem (komplexen) Widerstand  $Z$ , aus [1].

$Z = \infty$ : Offenes Ende Die Welle wird ohne Phasensprung vollständig reflektiert, es ist

$$u_{\text{ref}} = u_E \quad (18)$$

mit der hinlaufenden Spannung  $u_E$  und reflektierten Spannung  $u_{\text{ref}}$ .

$Z = 0$ : Geschlossenes Ende Am Ende wird die Welle mit Phasenverschiebung  $\pi$  vollständig reflektiert, also ist

$$u_{\text{ref}} = -u_E. \quad (19)$$

$Z = Z_{\text{Kette}}$ : Abschluss mit Wellenwiderstand

$$u_{\text{ref}} = 0, \quad (20)$$

also wird nichts reflektiert, es kann nicht zu einer stehenden Welle kommen.

Bedingung für das Auftreten einer stehenden Welle Im offenen Fall lässt sich aus den Schwingungsgleichungen die Bedingung

$$n_{\text{max}} \theta_k = k\pi \quad (21)$$

mit  $k = 1, 2, \dots, n_{\text{max}}$  für eine stehende Welle ermitteln, im geschlossenen Fall lautet diese

$$n_{\text{max}} \theta_l = l \frac{\pi}{2} \quad (22)$$

mit  $l = 0, 1, 3, 5, \dots, 2n_{\text{max}} - 1$ .

Wenn diese Bedingungen erfüllt werden ergeben sich stehende Wellen, wie beispielhaft in Abb. 10 dargestellt

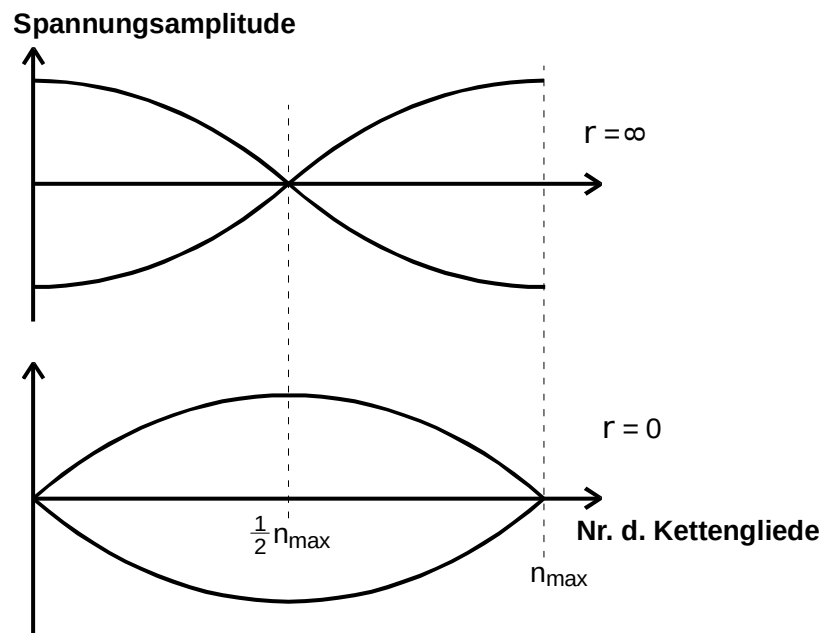


Abbildung 10: Beispiele von stehenden Wellen, aus [1].

### 3. Aufbau und Durchführung

#### 3.1. Bauteilwerte

$$L = 1,75\text{mH}$$

$$C_1 = 22,0\text{nF}$$

$$C_2 = 9,39\text{nF}$$

$$\text{Anzahl der Kettenglieder } n = 16$$

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C_1}} = 282\Omega$$

#### 3.2. Durchlasskurve

Um die Durchlasskurve einer LC-Kette aufzunehmen, wird die Schaltung aus 11 aufgebaut. Die Ausgangsspannung ist abhängig von der Frequenz der Speisespannung bei konstantem Eingangsstrom. Der konstante Eingangsstrom wird annähernd durch einen  $10\text{k}\Omega$  Widerstand realisiert werden. Beide Enden der Kette sind mit einem Wellenwiderstand  $Z$  abgeschlossen. Die Relation der Ausgangsspannung und Frequenz der Speisespannung soll mit Hilfe des XY-Schreibers gezeichnet werden. Die Messung wird sowohl für die LC-Kette als auch für die  $LC_1C_2$ -Kette durchgeführt.

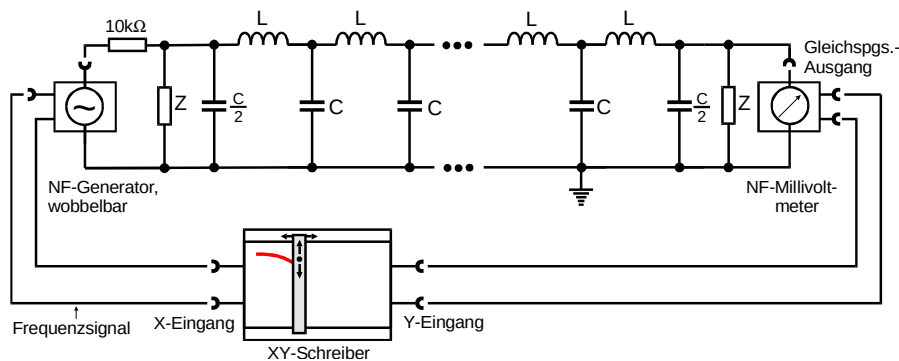


Abbildung 11: Schaltung zur Aufnahme der Durchlasskurve, aus [1].

### 3.3. Dispersionskurven

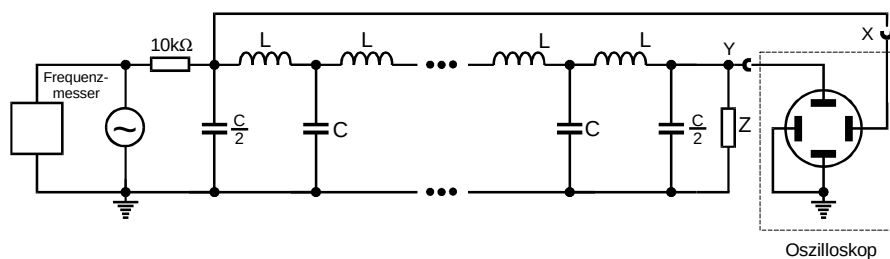


Abbildung 12: Schaltung zur Aufnahme der Dispersionsrelation, aus [1].

Zur Bestimmung der Dispersionsrelation wird die Schaltung nach 12 aufgebaut. Um die Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz zu messen, betrachtet man auf dem Oszilloskop Lissajous-Figuren. Ist dies eine Gerade, so beträgt die Phasenverschiebung ein Vielfaches von  $\pi$ . Auch diese Messung wird für beide Ketten durchgeführt.

### 3.4. Nachweis stehender Wellen

Erneut wird die Schaltung aus 11 verwendet; dieses Mal ohne XY-Schreiber und Wellenwiderstände. Stehende Wellen zeichnen sich durch eine maximale Spannung am Kettenanfang und -ende aus. Deshalb wird die Frequenz so eingestellt, dass ein Maximum gemessen wird. Dann können die Spannungen an jedem Kettenglied aufgenommen werden. Die Messung wird für die ersten beiden Eigenschwingungen durchgeführt. Dies wird mit an beiden Seiten angeschlossenem Wellenwiderstand wiederholt.

## 4. Auswertung

### 4.1. Durchlasskurven

Die aufgenommenen Durchlasskurven für die verschiedenen Ketten sind in Abb. 13 und 14 aufgetragen (Die Plots wurden gescannt und danach wurde mittels eines Programms (siehe Anhang A) die Kurve in Daten umgewandelt). Die ermittelten Grenzfrequenzen ergeben sich zu

$$f_g^{LC} = 49,85 \text{ kHz} \quad (23)$$

$$f_{g,1}^{LC_1C_2} = 35,42 \text{ kHz} \quad (24)$$

$$f_{g,2}^{LC_1C_2} = 55,04 \text{ kHz} \quad (25)$$

$$f_{g,3}^{LC_1C_2} = 64,84 \text{ kHz}. \quad (26)$$

Die theoretisch berechneten Werte lauten

$$f_{g,\text{th}}^{LC} = 39,18 \text{ kHz} \quad (27)$$

$$f_{g,1,\text{th}}^{LC_1C_2} = 39,18 \text{ kHz} \quad (28)$$

$$f_{g,2,\text{th}}^{LC_1C_2} = 59,97 \text{ kHz} \quad (29)$$

$$f_{g,3,\text{th}}^{LC_1C_2} = 71,60 \text{ kHz}, \quad (30)$$

die Abweichungen damit bei

$$\Delta f_g^{LC} = 27,2 \% \quad (31)$$

$$\Delta f_{g,1}^{LC_1C_2} = 9,6 \% \quad (32)$$

$$\Delta f_{g,2}^{LC_1C_2} = 8,2 \% \quad (33)$$

$$\Delta f_{g,3}^{LC_1C_2} = 9,5 \%. \quad (34)$$

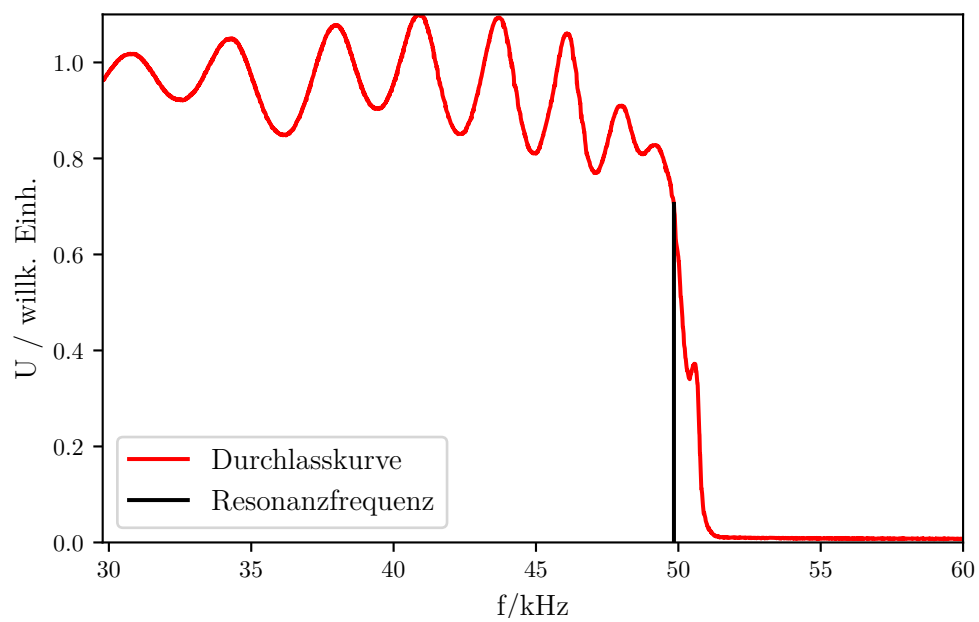
In 13 ist die Durchlasskurve einer  $LC$ -Kette abgebildet. Die Grenzfrequenz kann abgelesen werden; sie liegt bei ungefähr 49 kHz. Die Abweichung vom berechneten Wert  $f_g^{LC_1}$  beträgt somit 1,7%.

Die Durchlasskurve der  $LC_1C_2$ -Kette ist in 14 dargestellt. Die abgelesene Grenzfrequenz liegt bei ungefähr 35 kHz. Sie weicht um 1,2% vom zuvor berechneten Wert  $f_g^{LC_1C_2}$  ab. Hier beginnt der optische Ast.

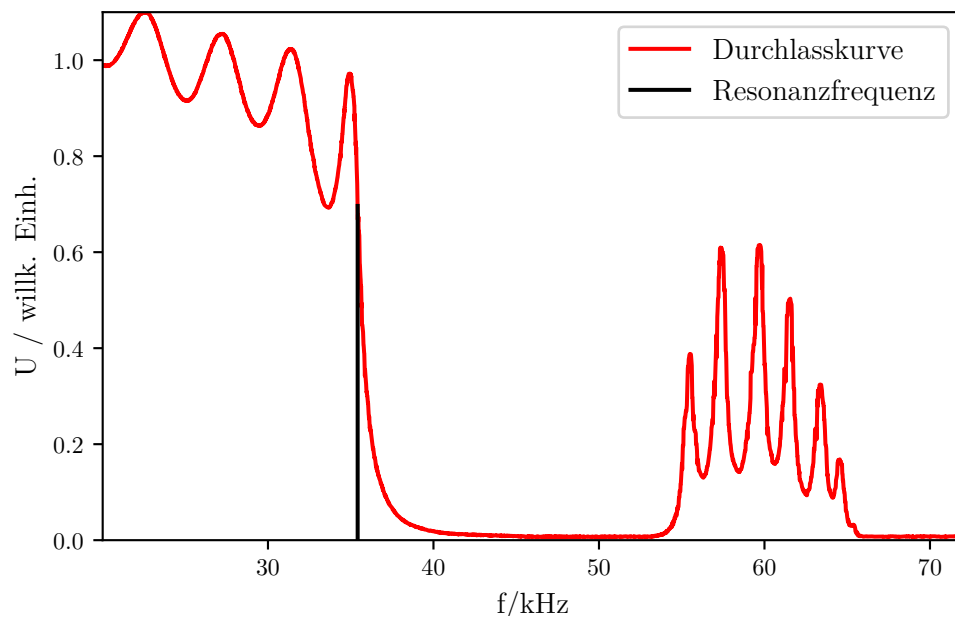
### 4.2. Dispersionskurven

Zunächst wird die  $LC$ -Kette betrachtet. Es gilt:

$$\theta = \frac{\phi}{n} \quad (35)$$



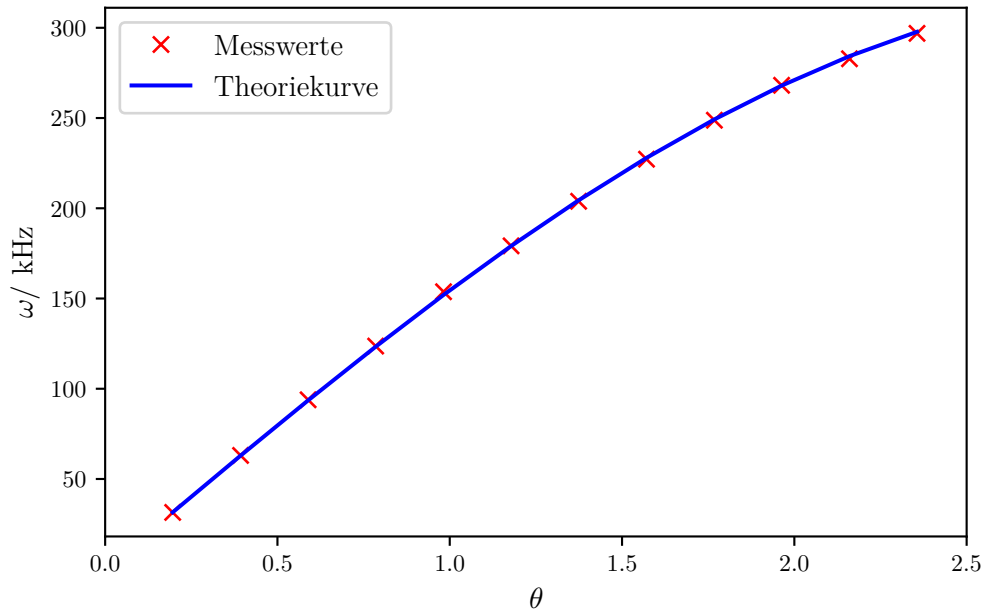
**Abbildung 13:** Durchlasskurve der  $LC$ -Kette



**Abbildung 14:** Durchlasskurve der  $LC_1C_2$ -Kette

**Tabelle 1:** Messwerte zur Dispersionsrelation der LC-Kette.

$\phi$	$\theta$	$f/\text{Hz}$	$\omega/\text{Hz}$
$\pi$	0,196	5009	31472,48
$2\pi$	0,393	10036	63058,05
$3\pi$	0,589	14941	93877,07
$4\pi$	0,785	19678	123640,52
$5\pi$	0,982	24471	153755,83
$6\pi$	1,178	28517	179177,50
$7\pi$	1,374	32447	203870,51
$8\pi$	1,571	36158	227187,41
$9\pi$	1,768	39595	248782,72
$10\pi$	1,963	42676	268141,22
$11\pi$	2,160	45015	282837,59
$12\pi$	2,356	47255	296911,92



**Abbildung 15:** Dispersionsrelation einer LC-Kette.

mit  $\theta$  als Phasenverschiebung pro Kettenglied,  $\phi$  als Phasenverschiebung über die ganze Kette und  $n$  als Anzahl der Kettenglieder. Außerdem gilt  $\omega = 2\pi f$ .

Zur Darstellung der Dispersionskurve wird  $\omega$  gegen  $\theta$  aufgetragen. Neben den Messwerten, welche in Tabelle 1 zu finden sind, wird eine Theoriekurve dargestellt, welche sich aus

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}(1 - \cos(\theta))} \quad (36)$$

ergibt. Abbildung 15 zeigt die Theoriekurve und die aufgenommenen Messwerte zur Dispersionsrelation der  $LC$ -Kette.

Nun soll die Dispersionskurve für die  $LC_1C_2$ -Kette bestimmt werden. Für die Dispersionsrelation gilt:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \pm \frac{1}{L} \sqrt{\left( \frac{1}{C_1 + \frac{1}{C_2}} \right)^2 + \frac{4 \sin^2(\theta)}{C_1 C_2}}}. \quad (37)$$

Nach dieser Formel ergibt sich die Theoriekurve der Dispersionsrelation einer  $LC_1C_2$ -Kette. Die Messwerte hierzu befinden sich in 2. Der dazugehörige Plot in Abbildung 16 zeigt den oberen und den unteren Ast der Theoriekurve der Dispersionsrelation einer  $LC_1C_2$ -Kette und die Messwerte, welche nur auf dem unteren Ast liegen.

**Tabelle 2:** Messwerte zur Dispersionsrelation der  $LC_1C_2$ -Kette.

$\phi$	$\theta$	$f/\text{Hz}$	$\omega/\text{Hz}$
$\pi$	0,196	5743	36084,333
$2\pi$	0,393	11141	70000,968
$3\pi$	0,589	16960	106562,823
$4\pi$	0,785	22187	139405,032
$5\pi$	0,982	27087	170192,64
$6\pi$	1,178	31400	197292,019
$7\pi$	1,374	34790	218592,017
$8\pi$	1,571	38857	244145,731

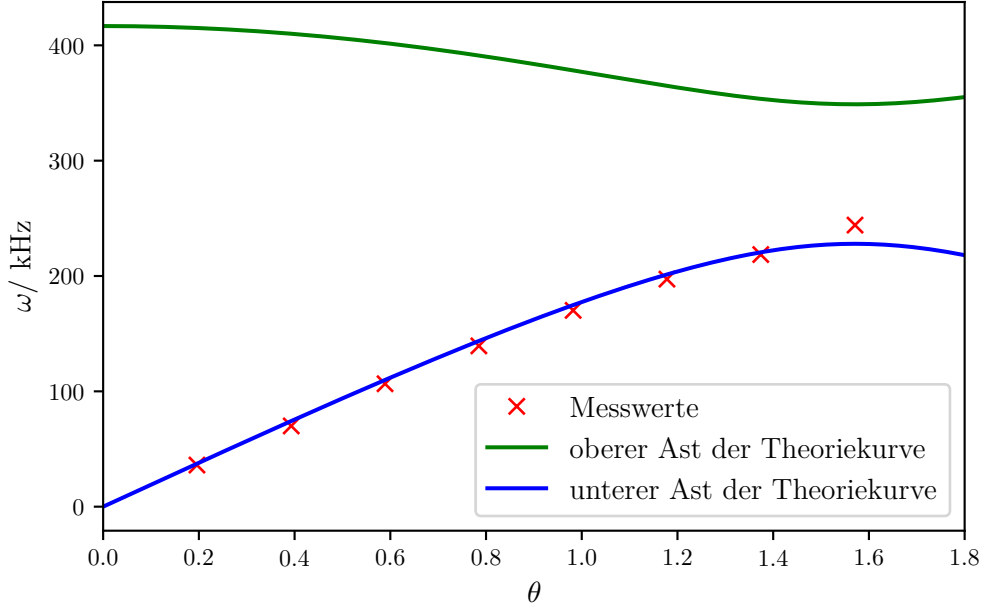
### 4.3. Phasengeschwindigkeit

Aus den Messwerten (siehe 3) lässt sich die Phasengeschwindigkeit aus

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{\theta} \quad (38)$$

berechnen. Auch hier ist  $\theta$  die Phasenverschiebung pro Kettenglied. Die zum Vergleich dienende Theoriekurve ergibt sich aus Gleichung (16).

Da sich die Oberschwingungen zunächst im Abstand von ungefähr 4000 Hz befinden, lässt sich vermuten, dass sich eine weitere bei ungefähr 40000 Hz befindet, die wegen der

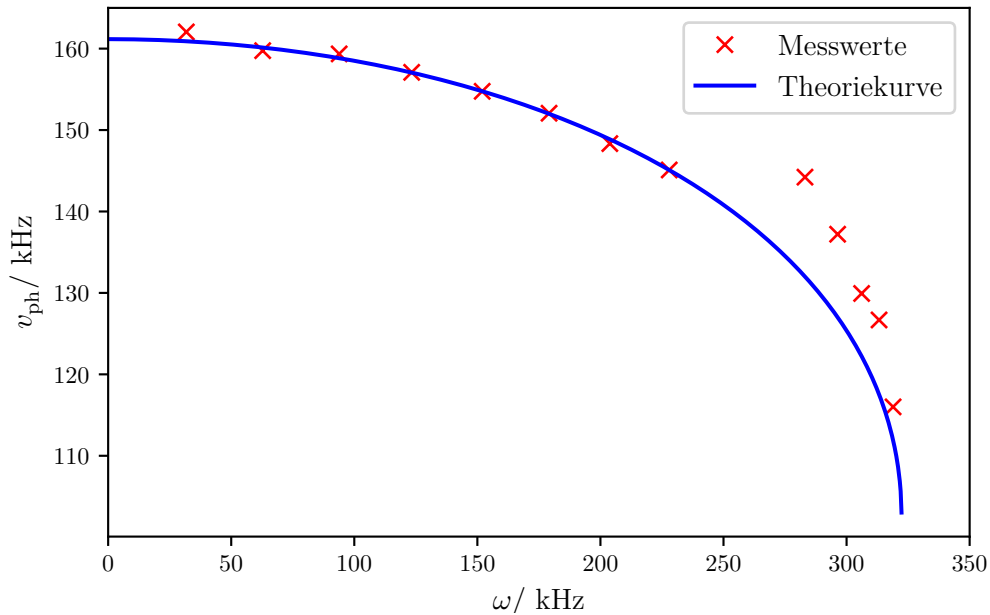


**Abbildung 16:** Dispersionsrelation einer  $LC_1C_2$ -Kette.

**Tabelle 3:** Messwerte zur Phasengeschwindigkeit in der LC-Kette.

$\phi$	$\theta$	$f/\text{Hz}$	$\omega/\text{Hz}$	$v_{\text{ph}}$
$\pi$	0,196	5055	31761,502	162048,478
$2\pi$	0,393	9922	62781,588	159749,587
$3\pi$	0,589	14938	93858,222	159351,587
$4\pi$	0,785	19262	123313,795	157087,637
$5\pi$	0,982	24187	151971,40	154757,03
$6\pi$	1,178	28510	179133,61	152065,885
$7\pi$	1,374	32438	203813,97	148336,219
$8\pi$	1,571	36279	227947,68	145097,186
$9\pi$	1,767			
$10\pi$	1,963	45057	283101,48	144218,788
$11\pi$	2,160	47168	296365,285	137206,15
$12\pi$	2,356	48720	306116,788	129930,725
$13\pi$	2,553	49847	313197,938	126678,393
$14\pi$	2,749	50754	318896,787	116004,652





**Abbildung 17:** Phasengeschwindigkeit in einer LC-Kette.

ungenauen Frequenzregelung nicht gefunden wurde. Um trotzdem korrekte Ergebnisse für die Phasengeschwindigkeit zu erhalten, wird das entsprechende  $\theta$  übersprungen.

In 17 ist die Phasengeschwindigkeit einer  $LC$ -Kette dargestellt. Dazu wird die Phasengeschwindigkeit  $v_{\text{ph}}$  gegen die Kreisfrequenz  $\omega$  aufgetragen.

#### 4.4. Nachweis stehender Wellen

Der Wellenwiderstand ist zunächst nicht angeschlossen. Für die erste Eigenschwingungen ergeben sich die Spannungen in Tabelle 4. Trägt man die Spannung gegen die Anzahl der Kettenglieder auf, ist die Form einer stehenden Welle zu erkennen.

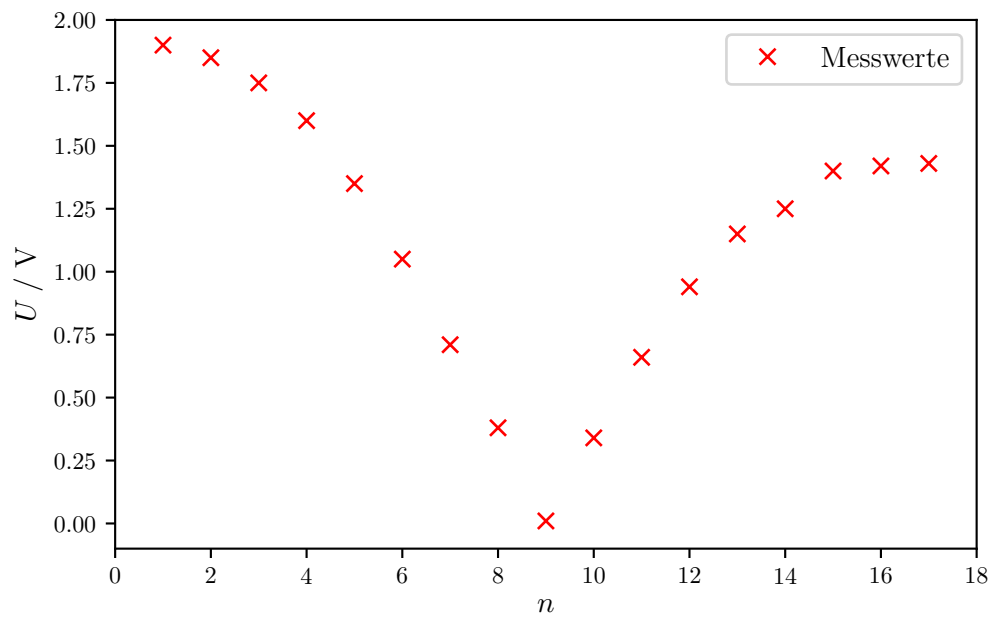
Für die zweite Eigenschwingung ergeben sich die Werte in 5. Abbildung 19 zeigt die zweite Eigenschwingung der  $LC$ -Kette. Auch diese hat die Form einer stehenden Welle.

Die mit angeschlossenem Wellenwiderstand aufgenommenen Messwerte sind in 6 dargestellt. Der dazugehörige Plot ist in Abbildung 20 zu sehen.

Durch Anschließen des Wellenwiderstandes sollen Reflexionen am Ende und die daraus resultierenden stehenden Wellen verhindert werden. Dies ist nicht vollständig gewährleistet. Es finden Teilreflexionen statt, die mit der hinlaufenden Welle interferieren und somit zu Schwankungen in der Amplitude führen. Die hohen Schwankungen können durch die große Frequenz erklärt werden, da bei hohen Frequenzen stärkere Reflexionen stattfinden, die mit der hinlaufenden Welle interferieren und somit Schwankungen verursachen.

**Tabelle 4:** Messwerte zur 1.Eigenschwingung der offenen LC-Kette bei  $f = 5055\text{Hz}$ .

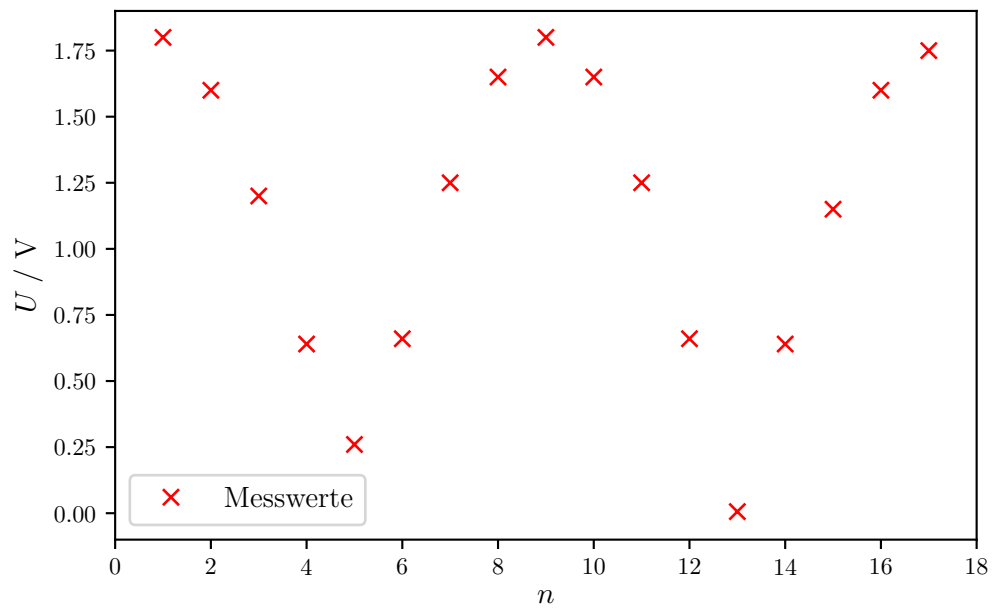
$n$	$U/V$
1	1,90
2	1,85
3	1,75
4	1,60
5	1,35
6	1,05
7	0,71
8	0,38
9	0,01
10	0,34
11	0,66
12	0,94
13	1,15
14	1,25
15	1,40
16	1,42
17	1,43



**Abbildung 18:** 1. Eigenschwingung der LC-Kette.

**Tabelle 5:** Messwerte zur 2.Eigenschwingung der offenen LC-Kette bei  $f = 9992\text{Hz}$ .

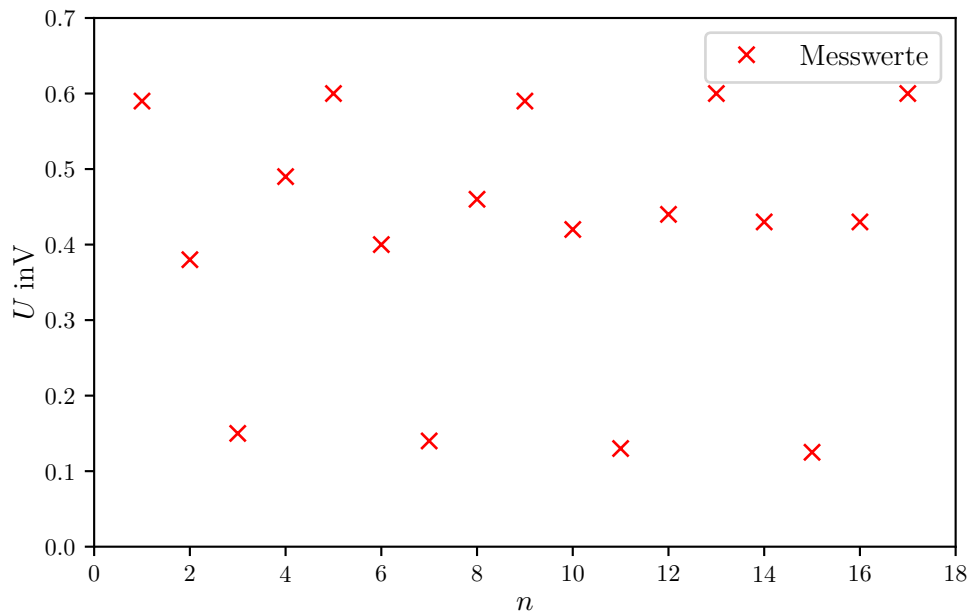
$n$	$U/V$
1	1,80
2	1,60
3	1,20
4	0,64
5	0,26
6	0,66
7	1,25
8	1,65
9	1,80
10	1,65
11	1,25
12	0,66
13	0,006
14	0,64
15	1,15
16	1,60
17	1,75



**Abbildung 19:** 2. Eigenschwingung der LC-Kette.

**Tabelle 6:** Messwerte der Spannungen für angeschlossene Wellenwiderstände bei  $f = 19,372\text{kHz}$ .

$n$	$U/\text{V}$
1	0,59
2	0,38
3	0,15
4	0,49
5	0,60
6	0,40
7	0,14
8	0,46
9	0,59
10	0,42
11	0,13
12	0,44
13	0,60
14	0,43
15	0,125
16	0,43
17	0,60



**Abbildung 20:** Messwerte der Spannungen entlang der Kette für angeschlossene Wellenwiderstände.

## 5. Diskussion

Die ermittelten Grenzfrequenzen liegen bei  $f_g^{LC} = 49,85 \text{ kHz}$ ,  $f_{g,1}^{LC_1C_2} = 35,42 \text{ kHz}$ ,  $f_{g,2}^{LC_1C_2} = 55,04 \text{ kHz}$ ,  $f_{g,3}^{LC_1C_2} = 64,84 \text{ kHz}$ . Sie stimmen im Fall der  $LC_1C_2$ -Kette mit den berechneten Grenzfrequenzen überein, bei der  $LC$ -Kette ist die Abweichung erheblich. Die Schwankungen der Durchlasskurven werden von dem frequenzabhängigen Wellenwiderstand verursacht. Außerdem konnte dieser nicht exakt eingestellt werden. Die Messwerte zur Dispersion der  $LC$ -Kette zeigen nur geringe Abweichungen zur Theoriekurve. Die der  $LC_1C_2$ -Kette zeigen auf dem unteren Ast ebenfalls geringe Abweichungen. Auf dem oberen optischen Ast liegen keine Messwerte, da das Oszilloskop bei hohen Frequenzen nicht mehr so eingestellt werden konnte, sodass die Lissajous-Figur als Gerade auf dem Bildschirm sichtbar war. Somit wurde dieser Frequenzbereich nicht ausgemessen. Bei der Ermittlung der Phasengeschwindigkeit ist darauf hinzuweisen, dass eine Eigenschwingung auf Grund grober Frequenzeinstellung fehlt. Die aufgenommenen Werte liegen bis  $227 \text{ kHz}$  auf der Theoriekurve. Erst nach der fehlenden Oberschwingung zeigen sich geringe Abweichungen. In den Abbildungen 18 und 19 sind deutlich stehende Wellen zu erkennen. Bei der Darstellung der Eigenschwingungen fällt auf, dass die zweite Halbwelle jeweils eine geringere Amplitude besitzt, was auf ohmsche Verluste zurückgeführt werden kann.

## A. Anhang: Auswerteprogramm

Alternativ zu finden auf GitHub: [https://github.com/Fujnky/ap/blob/master/356/auswertung/generate\\_data\\_from\\_image.py](https://github.com/Fujnky/ap/blob/master/356/auswertung/generate_data_from_image.py)

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from PIL import Image

def analyze(image):
    i = Image.open(image)
    width, height = i.size
    pixels = i.load()

    f = []
    U = []

    for x in range(0, width):
        for y in range(0, height):
            red, green, blue, alpha = pixels[x, y]
            if blue > 240 and red < 100:
                f.append(x)
                U.append(-y+height)
                break
    return np.array((f, U))
header = 'arbitrary_units\nln(f)\nU'
np.savetxt('daten/a1_raw.txt', analyze('daten/a1.png').T, header=header)
np.savetxt('daten/a2_raw.txt', analyze('daten/a2.png').T, header=header)
```

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 356: Kettenschaltungen mit LC-Gliedern*.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.