

V603

Compton-Effekt

Max Koch
max.koch@udo.edu

Abgabe: 05.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Versuchsaufbau	4
3.2 Versuchsablauf	4
4 Auswertung	6
4.1 Bestimmung des Emissionsspektrums	6
4.2 Bestimmung der Transmissionsfunktion	9
4.3 Berechnung der Comptonwellenlänge	11
5 Diskussion	12
Literatur	12

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches, soll sein, die Comptonwellenlänge λ_C des Elektrons zu bestimmen.

2 Theorie

Wenn ein Photon auf ein freies Elektron trifft, wird das Photon gestreut. Dieser Prozess wird Compton-Streuung genannt. Dabei gibt das Photon ein Teil seiner Energie an das Elektron ab wodurch sich die Wellenlänge des Photons zu einer höheren Wellenlänge hin verschiebt. Die Wellenlängenverschiebung lässt sich dabei gemäß der Gleichung

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos(\theta)) \quad (1)$$

berechnen. Dabei entspricht $\Delta\lambda$ der Differenz der eingehenden Wellenlänge des Photons und der ausgehenden Wellenlänge des Photons. Der Winkel θ ist der Winkel in dem das Photon zu seiner ursprünglichen Bahn gestreut wird. Der Prozess ist schematisch in der Abbildung 1 zu erkennen. Wie an der Gleichung (1) unschwer zu erkennen ist, wird die

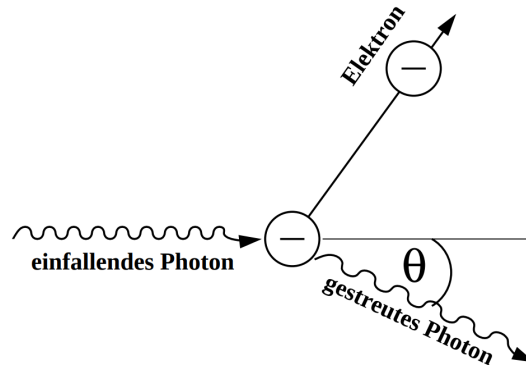


Abbildung 1: Eine schematische Darstellung der Streuung eines Photons am Elektron durch den Comptoneffekt, entnommen aus [1]

Wellenlänge des Photons am stärksten verringert, wenn dieses mit einem Winkel von $\theta = 180^\circ$ gestreut wird. An diesem Punkt ist $\Delta\lambda = 2\lambda_C$.

Für die Erzeugung von Photonen wird eine Röntgenröhre genutzt. Diese erzeugt Elektronen an einer Glühkathode. Nach dem austreten aus der Kathode, werden die Elektronen, durch das starke elektrische Feld zwischen Kathode und Anode in Richtung Anode beschleunigt. Beim Auftreffen auf der Anode entsteht nun die Röntgenstrahlung. Diese setzt sich aus einem kontinuierlichem Bremspektrum und der charakteristischen Strahlung des Anoden Materials zusammen.

Um die Wellenlänge der Strahlung zu bestimmen wird die Bragg'sche Reflexion an einem LiF-Kristall beziehungsweise eines Plexiglas-Streuer genutzt. Die Strahlung, die auf den Kristall trifft wird von diesem reflektiert. Dabei ist zu beachten, dass ein Kristall ein

dreidimensionales Gitter bildet. Der Kristall reflektiert also nicht nur an seiner obersten Ebene die Strahlung sondern auch in den unteren Gitterschichten. Die verschiedenen reflektierten Röntgenstrahlen, interferieren nach der Reflexion miteinander. So kann die Wellenlänge der reflektierten Strahlung nach Beugung erster Ordnung durch die Gleichung

$$2d \sin(\alpha) = \lambda \quad (2)$$

berechnet werden. α ist hier der Winkel in dem der Kristall zur Strahlung steht und d der Gitterabstand des Kristalls.

Zur Messung der Intensität der Strahlung wird ein Geiger-Müller-Zählrohr genutzt. Dieses misst die einkommenden Impulse pro Sekunde. Allerdings muss eine Totzeit τ eingerechnet werden um aus den Impulsen die Intensität errechnen zu können. Wenn die Totzeit bekannt ist kann durch

$$I = \frac{N}{1 - \tau N} \quad (3)$$

die Intensität berechnet werden.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Kupferröntgenröhre, welche mit 35 kV und 1 mA betrieben wird. Diese strahlt auf eine Konstruktion welche einen LiF-Kristall oder ein Plexiglas-Streuer hält. Die Konstruktion kann mit einem gewünschtem Winkel gegenüber der Röntgenröhre ausgerichtet werden, sodass die eingespannten Materialien mit unterschiedlichen Winkeln bestrahlt werden können. An der Halterung für die Materialien ist zudem ein Geiger-Müller-Zählrohr befestigt. Dieses wird so befestigt, dass der Einfallswinkel des Strahls der Röntgenröhre auf das Material, gleich dem Ausfallswinkel des reflektierten Strahls ist. Der fertige Versuchsaufbau ist in der Abbildung 2 zu sehen. Die Abbildung wurde aus der Versuchsanleitung [1] entnommen.

3.2 Versuchsablauf

Zur Bestimmung des Spektrums der Röntgenröhre wird zunächst der LiF-Kristall in der vorgesehenen Halterung befestigt. Nun wird der Winkel zwischen der Strahlung und der Halterung auf 8° gestellt. Für diesen Teil des Versuchs muss eine 2mm Blende an der Röntgenröhre verwendet werden. Danach wird die Röntgenröhre unter Spannung gestellt und die Werte, welche das Geiger-Müller-Zählrohr nach 5s - 10s anzeigt, notiert. Nun wird der Winkel um $0,2^\circ$ erhöht und die Messung erneut durchgeführt. Der Winkel muss so lange erhöht werden bis dieser einen Wert von 25° erreicht hat.

Nun wird ein Aluminium-Absorber zwischen der Röntgenröhre und den Kristall befestigt. Der Winkel zwischen Kristallhalterung und Röntgenröhre muss auf 7° eingestellt werden. Konträr zu dem vorherigem Aufbau, wird nun nach einer Messzeit von 200s der Wert des Geiger-Müller-Zählrohrs notiert und der Winkel nur um $0,1^\circ$ erhöht. Der

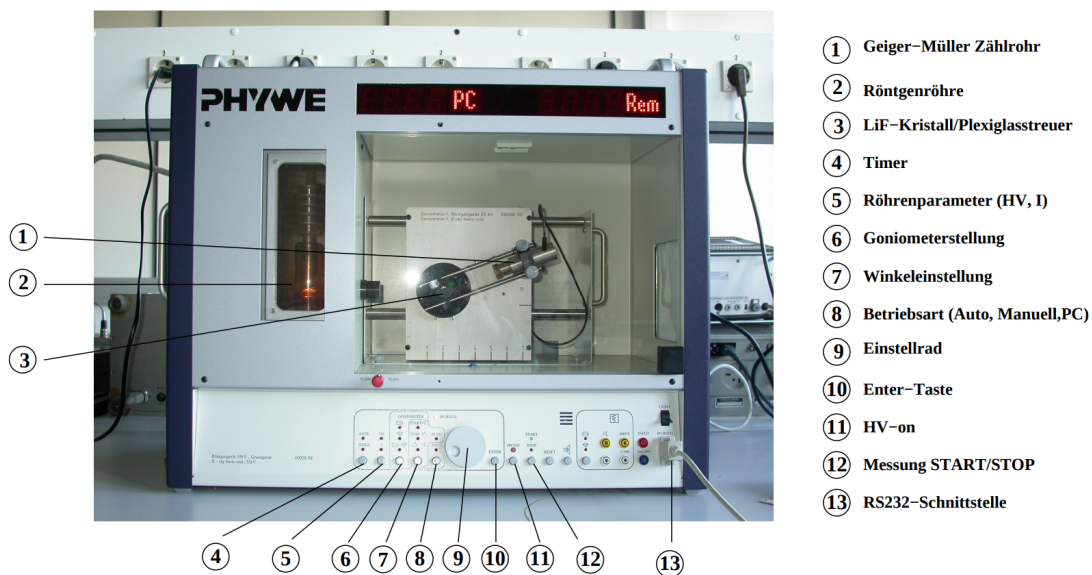


Abbildung 2: Der fertige Versuchsaufbau, mit der Röhre links im Bild und dem Zählrohr rechts.

Winkel wird bis zu einem Wert von 10° erhöht. Nachdem alle Werte notiert wurden, wird der selbe Ablauf einmal ohne Aluminium-Absorber wiederholt.

Zur Bestimmung der Comptonwellenlänge wird nun der LiF-Kristall durch ein Plexiglas-Streuer ersetzt. Die Halterung muss nun auf 45° eingestellt werden, sodass der Geiger-Müller-Zähler einen Winkel von 90° zur Röntgenröhre hat. Nun wird die Intensität I_0 der Röntgenröhre gemessen, die Messzeit beträgt dabei 300s. Nach der Messung muss zwischen Röntgenröhre und Kristall der Aluminium Absorber eingesetzt werden, erneut wird die Intensität gemessen, diese wird I_1 betitelt. Zuletzt wird der Absorber zwischen Kristall und Zählrohr eingesetzt und die Intensität I_2 gemessen. Durch die Verhältnisse $\frac{I_1}{I_0}$ und $\frac{I_2}{I_0}$ kann nun die Comptonwellenlänge bestimmt werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des Emissionsspektrums

Zunächst wurde das Emissionsspektrum der Röntgenröhre gemessen, die dabei aufgenommenen Werte sind in Tabelle 1 und 2 zu finden.

Tabelle 1: Die aufgenommenen Intensitäten der Röntgenröhre nach Reflexion an einem LiF-Kristall [Teil 1].

$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$	$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$	$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$
8.0	323.0	10.9	409.0	13.8	286.0
8.1	316.0	11.0	414.0	13.9	285.0
8.2	326.0	11.1	420.0	14.0	274.0
8.3	340.0	11.2	417.0	14.1	264.0
8.4	335.0	11.3	417.0	14.2	266.0
8.5	343.0	11.4	409.0	14.3	270.0
8.6	350.0	11.5	406.0	14.4	255.0
8.7	350.0	11.6	404.0	14.5	255.0
8.8	366.0	11.7	405.0	14.6	260.0
8.9	357.0	11.8	400.0	14.7	251.0
9.0	371.0	11.9	383.0	14.8	250.0
9.1	371.0	12.0	389.0	14.9	248.0
9.2	372.0	12.1	382.0	15.0	253.0
9.3	364.0	12.2	372.0	15.1	257.0
9.4	381.0	12.3	376.0	15.2	248.0
9.5	379.0	12.4	385.0	15.3	242.0
9.6	393.0	12.5	384.0	15.4	249.0
9.7	375.0	12.6	382.0	15.5	246.0
9.8	391.0	12.7	373.0	15.6	252.0
9.9	395.0	12.8	376.0	15.7	236.0
10.0	402.0	12.9	373.0	15.8	234.0
10.1	405.0	13.0	375.0	15.9	231.0
10.2	390.0	13.1	366.0	16.0	215.0
10.3	398.0	13.2	354.0	16.1	217.0
10.4	400.0	13.3	341.0	16.2	227.0
10.5	418.0	13.4	326.0	16.3	214.0
10.6	401.0	13.5	318.0	16.4	217.0
10.7	410.0	13.6	305.0	16.5	210.0
10.8	408.0	13.7	296.0		

Tabelle 2: Die aufgenommen Intensitäten der Röntgenröhre nach Reflexion an einem LiF-Kristall [Teil 2].

$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$	$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$	$\alpha / ^\circ$	$\frac{N}{Imp/s}$
16.6	211.0	19.5	148.0	22.4	4128.0
16.7	206.0	19.6	149.0	22.5	5050.0
16.8	205.0	19.7	143.0	22.6	4750.0
16.9	198.0	19.8	153.0	22.7	4571.0
17.0	203.0	19.9	182.0	22.8	4097.0
17.1	199.0	20.0	291.0	22.9	901.0
17.2	198.0	20.1	1127.0	23.0	244.0
17.3	191.0	20.2	1599.0	23.1	179.0
17.4	192.0	20.3	1533.0	23.2	151.0
17.5	184.0	20.4	1430.0	23.3	145.0
17.6	191.0	20.5	1267.0	23.4	130.0
17.7	188.0	20.6	425.0	23.5	121.0
17.8	181.0	20.7	241.0	23.6	126.0
17.9	185.0	20.8	225.0	23.7	117.0
18.0	184.0	20.9	192.0	23.8	112.0
18.1	179.0	21.0	188.0	23.9	110.0
18.2	180.0	21.1	172.0	24.0	105.0
18.3	166.0	21.2	168.0	24.1	106.0
18.4	173.0	21.3	169.0	24.2	107.0
18.5	167.0	21.4	166.0	24.3	95.0
18.6	169.0	21.5	170.0	24.4	94.0
18.7	160.0	21.6	174.0	24.5	100.0
18.8	159.0	21.7	164.0	24.6	91.0
18.9	157.0	21.8	180.0	24.7	85.0
19.0	149.0	21.9	179.0	24.8	88.0
19.1	153.0	22.0	191.0	24.9	83.0
19.2	150.0	22.1	232.0	25.0	85.0
19.3	147.0	22.2	300.0		
19.4	150.0	22.3	536.0		

Um die charakteristischen Linien des Spektrums besser erkennen zu können wurden die Werte in der Abbildung 3 aufgetragen. Zur Erstellung des Plots und aller weiteren Plots wurde das Python Plugin matplotlib [2] genutzt.

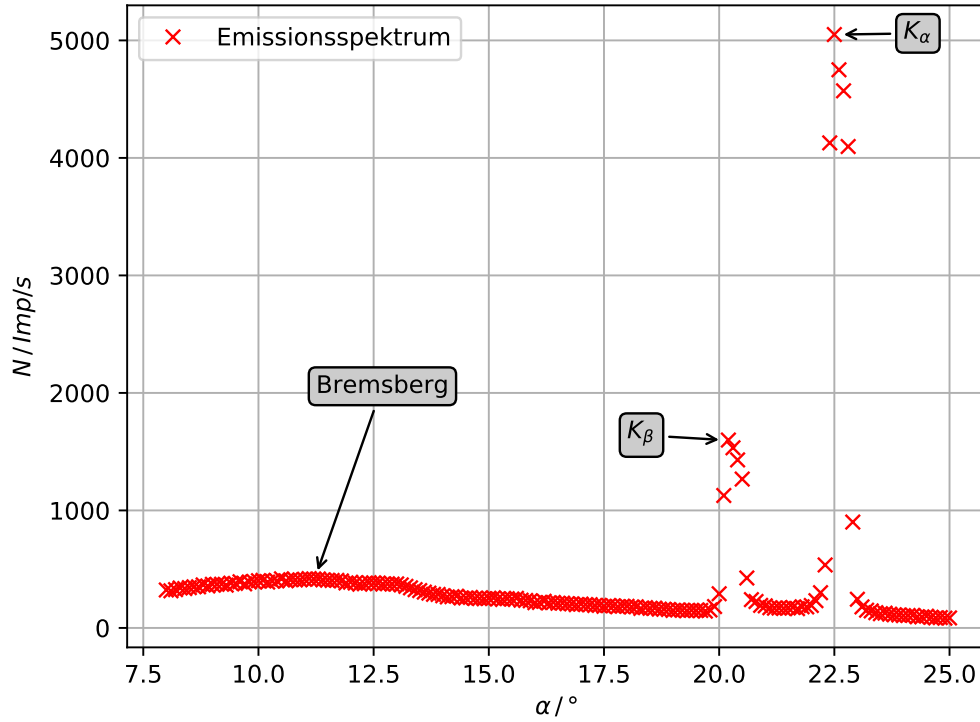


Abbildung 3: Die gemessenen Impulse in Abhängigkeit vom Winkel α , zusätzlich wurden Bremsberg, K_α und K_β markiert.

Aus der Graphik 3 ist zu entnehmen, dass die gemessenen Impulse pro Sekunde bei dem Winkel $\alpha_1 = 20.2^\circ$, sowie dem Winkel $\alpha_2 = 22.5^\circ$ stark zunehmen. Diese beiden Punkte sind in der Graphik mit K_β für den Winkel α_1 und K_α für den Winkel α_2 gekennzeichnet worden. Mit Hilfe der Gleichung (2) lässt für die beiden Winkeln die Wellenlänge der reflektierten Strahlung berechnen. Mit dieser kann nun die Energie der Strahlung berechnet werden. Dazu wird die Gleichung

$$E = \frac{ch}{\lambda} \quad (4)$$

genutzt. c ist hier die Lichtgeschwindigkeit und h die Plank'sche Konstante. Durch die

Rechnung kann die Energie der K_β und K_α Linie bestimmt werden.

$$E(K_\beta) = 1,4282 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E(K_\alpha) = 1,2886 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Die hier angegebenen Unsicherheiten wurden mit dem Python Plugin `uncertainties` [4] berechnet. Dieses nutzt zur Berechnung der Fehler die Gauß'sche Fehlerfortpflanzungs Formel

$$\Delta y = \frac{\delta y}{\delta x_1} \cdot \Delta x_1 + \dots$$

4.2 Bestimmung der Transmissionsfunktion

Die Werte in Tabelle 3 ergeben sich, wie im Abschnitt 3 beschrieben, wenn der Kristall auf 7° eingestellt wird und schrittweise nach jeder Messung bis auf 10° erhöht wird. Dabei sind die Messwerte der Messung ohne Absorber in der mittleren Spalte N_0 und die mit Absorber in der rechten Spalte N_{Al} zu finden. Die Messwerte können anschließend mit der Gleichung (3) in eine Intensität umgerechnet werden. Aus dem Verhältnis der Intensität

$$T(\lambda) = \frac{I_{Al}}{I_0},$$

also der Intensität mit Absorber geteilt durch die des ohne Absorbers, lässt sich nun eine Transmission $T(\lambda)$ berechnen. Diese ist abhängig von der Wellenlänge λ und wird in Abbildung 4 gegen diese aufgetragen. Die Regressionsgerade wurde nach dem Muster $f(x) = ax + b$ erstellt. Dabei ergibt sich für die Steigung a und für den Startwert b die Werte

$$a = (-0,014\,61 \pm 0,000\,25) \frac{1}{\text{pm}}$$

$$b = 1,189 \pm 0,016$$

Zur Berechnung der Regressionsgerade wurde das Python Plugin `scipy` [3] genutzt.

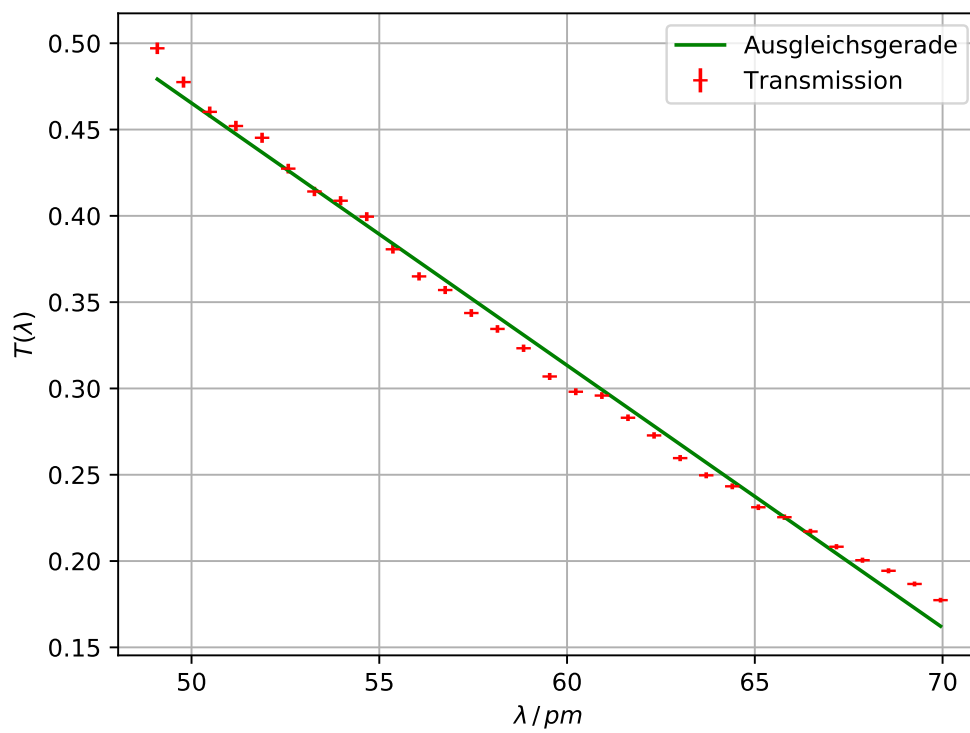


Abbildung 4: Die Transmission in abhängig von λ , außerdem wurde eine Regressionsgerade erstellt.

Tabelle 3: Die aufgenommenen Messwerte, bei Messung mit Absorber und ohne Absorber.

$\alpha / ^\circ$	$\frac{N_0}{Imp/s}$	$\frac{N_{Al}}{Imp/s}$	$\alpha / ^\circ$	$\frac{N_0}{Imp/s}$	$\frac{N_{Al}}{Imp/s}$
7.0	226.0	113.5	8.5	324.0	101.5
7.1	232.0	112.0	8.6	328.5	100.0
7.2	240.5	112.0	8.7	332.5	100.5
7.3	248.0	113.5	8.8	337.0	97.5
7.4	255.0	115.0	8.9	340.5	95.0
7.5	262.0	113.5	9.0	348.0	92.5
7.6	269.0	113.0	9.1	350.0	89.5
7.7	276.0	114.5	9.2	353.0	88.0
7.8	281.0	114.0	9.3	356.5	84.5
7.9	289.5	112.0	9.4	359.0	83.0
8.0	295.0	109.5	9.5	363.5	81.0
8.1	300.0	109.0	9.6	367.0	78.5
8.2	308.5	108.0	9.7	369.0	76.0
8.3	311.0	106.0	9.8	370.5	74.0
8.4	317.0	104.5	9.9	375.0	72.0
			10.0	375.5	68.5

4.3 Berechnung der Comptonwellenlänge

Um nun die Comptonwellenlänge zu berechnen, wurde wie im letzten Teil des Abschnitts 3 beschrieben, die Intensität der Strahlung drei weitere Male gemessen. Ein Mal ohne jegliche Absorber, im folgenden ist diese I_0 , ein weiteres Mal mit Absorber zwischen Röhre und Streuer, diese wird I_1 genannt und mit einem Absorber zwischen Streuer und Zählrohr hier I_2 . Die Comptonwellenlänge ergibt sich wie in 2 beschrieben aus der Differenz zwischen λ_2 und λ_1 . Um die Wellenlängen zu erhalten stellen wir die Funktion der Ausgleichsgerade nach λ um. Nun berechnen wir aus den Intensität die verschiedenen Transmissionswerte T_1 und T_2 für die unbekannten Wellenlängen λ_1 und λ_2 . Diese ergeben sich, wie oben bereits beschrieben aus dem Verhältnis $T = \frac{I_0}{I_N}$. So erhalten wir

$$T_1 = 0.432$$

$$T_2 = 0.374$$

Diese Werte setzten wir in die umgestellte Ausgleichsgerade ein und erhalten die Werte

$$\lambda_1 = (51,8 \pm 1,4) \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = (55,7 \pm 1,4) \text{ pm}$$

Aus der Differenz der beiden Werte ergibt sich schließlich die Comptonwellenlänge

$$\lambda_C = (3,91 \pm 0,07) \text{ pm}$$

5 Diskussion

Die bestimmten Energien der K_α und K_β Linie sind

$$E(K_\beta) = 1,4282 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E(K_\alpha) = 1,2886 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

und weichen geringfügig von den Literaturwerte ab. Die Literaturwerte wurden aus der Quelle [6, S. 6] entnommen. Für die gesuchten Größen wurden dort die Werte

$$E(K_\beta) = 1,4268 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E(K_\alpha) = 1,2884 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

angegeben. In der Quelle wurden nur die Wellenlängen angegeben, diese wurden mit der Gleichung (4) in die entsprechenden Energien umgerechnet. Damit weicht die experimentelle Energie der K_β Linie um 0.098% vom Literaturwert ab. Die Abweichung zwischen Literaturwert und gemessenen Wert der K_α Linie entspricht 0.015%. Also konnte die Energie der K_α genauer bestimmt werden, als die der K_β Linie.

Die berechnete Comptonwellenlänge des Elektrons entspricht

$$\lambda_C = (3,91 \pm 0,07) \text{ pm}.$$

Der Literaturwert der Comptonwellenlänge entspricht

$$\lambda_C = 2,42 \text{ pm}.$$

Der Literaturwerte wurde aus der Quelle [5] entnommen. Der berechnete Wert der Comptonwellenlänge weicht $(80,429 \pm 2,982) \%$ vom Literaturwert ab. Die Abweichung könnte verringert werden, indem die Totzeitkorrektur oder die Integrationszeit des Messgerätes, besser in die Rechnung mit eingebracht werden würde.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V603: Compton-Effekt*. 2014.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.

- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] NIST. *Compton wavelength*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ecomwl> (besucht am 03.05.2020).
- [6] *Röntgen-Diffraktometrie*. URL: [https://www.chemie-biologie.uni-siegen.de/ac/be/lehre/ws1112/roentgen-pulverdiffraktometrie_\(xrpd\).pdf](https://www.chemie-biologie.uni-siegen.de/ac/be/lehre/ws1112/roentgen-pulverdiffraktometrie_(xrpd).pdf) (besucht am 03.05.2020).