

V 46

Faraday-Effekt an Halbleitern

Yvonne Kasper
yvonne.kasper@udo.edu

Robert Appel
robert.appel@udo.edu

Durchführung: 25.10.2017

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	1
2	Theorie	1
2.1	Die effektive Masse	1
2.2	Rotation der Polarisationssebene	2
3	Durchführung	3
3.1	Versuchsaufbau	3
3.2	Messprogramm	3
4	Auswertung	4
4.1	Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte des mag. Feldes	4
4.2	Faraday-Rotation an n-dotiertem und hochreinem GaAs	4
4.3	Bestimmung der effektiven Masse	6
5	Diskussion	8
5.1	Diskussion der vom Versuchsaufbau fehlerbehafteten Größen	8
5.2	Zur Faraday-Rotation an n-dotiertem und hochreinem GaAs	8
5.3	Zur Bestimmung der effektiven Masse	8
	Literatur	8

1 Ziel

In diesem Versuch soll die effektive Masse von Elektronen in dem Halbleiter Galliumarsenid mit Hilfe des Faraday-Effekts bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Die effektive Masse

Mittels Energiebändern, wie in Abbildung 1 zu sehen, lassen sich verschiedene physikalische Effekte von Kristallen beschreiben.

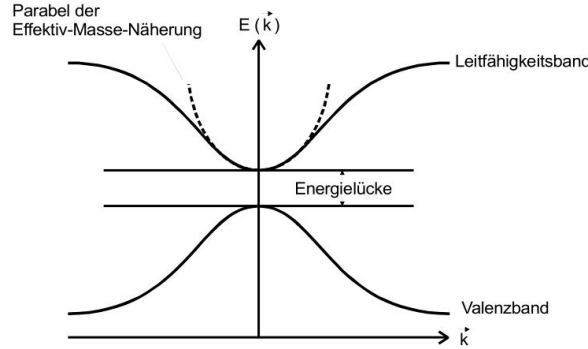


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers [1].

An der Stelle $k = 0$ lässt sich die Funktion $\epsilon(\vec{k})$, welche die Elektronenenergie beschreibt, um ihr Minimum entwickeln.

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2} \right) \Big|_{k=0} k_i^2 + \dots \quad (1)$$

Mit

$$\epsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2)$$

lässt sich Gl. 1 zu einer Ellipsoidgleichung umstellen, welche die Flächen gleicher Energien im \vec{k} -Raum beschreibt.

Für hohe Symmetrien erhält man kugelförmige Energieflächen

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}. \quad (3)$$

Das m^* beschreibt hierbei die effektive Masse eines Kristallelektrons mit

$$m^* := \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2} \right) \Big|_{k=0}}. \quad (4)$$

Diese Definition hat den Vorteil, dass die Elektronen eines Kristall mit hoher Symmetrie durch die Bewegungsgleichung freier Teilchen beschrieben werden können. In einem periodischen Kristallpotential $V(\vec{r} + \vec{g})$ gilt also durch das Einführen der effektiven Masse für den Hamilton-Operator

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \quad (5)$$

2.2 Rotation der Polarisationssebene

Das Phänomen der Drehung der Polarisationssebene eines linear polarisierten Lichtstrahls, welcher durch einen Kristall aus optisch aktivem Material fällt, wird zirkuläre Doppelbrechung genannt. Dies kann auch bei inaktiver Materie erreicht werden, wenn ein äußeres Magnetfeld anliegt.

Dies kann durch die Annahme unterschiedlicher Phasengeschwindigkeiten für rechts- und linkspolarisiertes Licht im Kristall erklärt werden.

Wird eine elektromagnetische Welle $E(z)$ in zwei unterschiedlich polarisierte Wellen zerlegt, die sich beide in z -Richtung ausbreiten aber unterschiedliche Wellenzahlen besitzen, kann die Welle durch

$$E(z) = \frac{1}{2} (E_R(z) + E_L(z)), \quad \text{mit } k_R \neq k_L \quad (6)$$

beschrieben werden.

Damit lässt sich der Winkel, um den die Polarisationssebene des Lichtstrahls rotiert wurde, nachdem er den Kristall der Länge L durchquert hat, mit

$$\theta = \frac{L}{2} (k_R - k_L) \quad (7)$$

$$= \frac{L\omega}{2} \left(\frac{1}{v_{\text{phR}}} - \frac{1}{v_{\text{phL}}} \right) \quad (8)$$

$$= \frac{L\omega}{2c} (n_R - n_L) \quad (9)$$

beschreiben, wobei $v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$ die Phasengeschwindigkeit $n = \frac{c}{v_{\text{ph}}}$ der Brechungsindex ist.

Die Doppelbrechung entsteht durch elektrische Dipolmomente, welche pro Volumen eine Polarisation

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (10)$$

erzeugt.

Die elektrische Suszeptibilität χ wird hierbei durch einen Tensor beschrieben. Dieser hat für doppeltbrechende Materie die Form

$$(\chi) = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Unter Verwendung der Wellengleichung lässt sich zeigen, dass der Drehwinkel durch

$$\theta = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy} \quad (12)$$

gegeben ist.

Um die Komponente χ_{xy} zu bestimmen, wird die Bewegungsgleichung eines gebundenen Elektrons betrachtet.

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad (13)$$

Hierbei werden Dämpfungseffekte vernachlässigt und wegen des hohen ω wird nur eine Verschiebungspolarisation $\vec{P} \propto \vec{r}$ betrachtet.

Damit lässt sich zeigen, dass die beiden nichtdiagonalelemente komplex konjugiert sind und sich θ in Abhängigkeit der Wellenlänge λ durch

$$\theta(\lambda) = \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m^2 \lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n} \quad (14)$$

beschreiben lässt. Für den Fall von freien Ladungsträgern wird $\omega_0 \rightarrow 0$ betrachtet und es ergibt sich für den Drehwinkel

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\lambda^2}{m^2} \frac{NLB}{n} \quad (15)$$

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Aufbau ist in der Grafik 2 abgebildet.

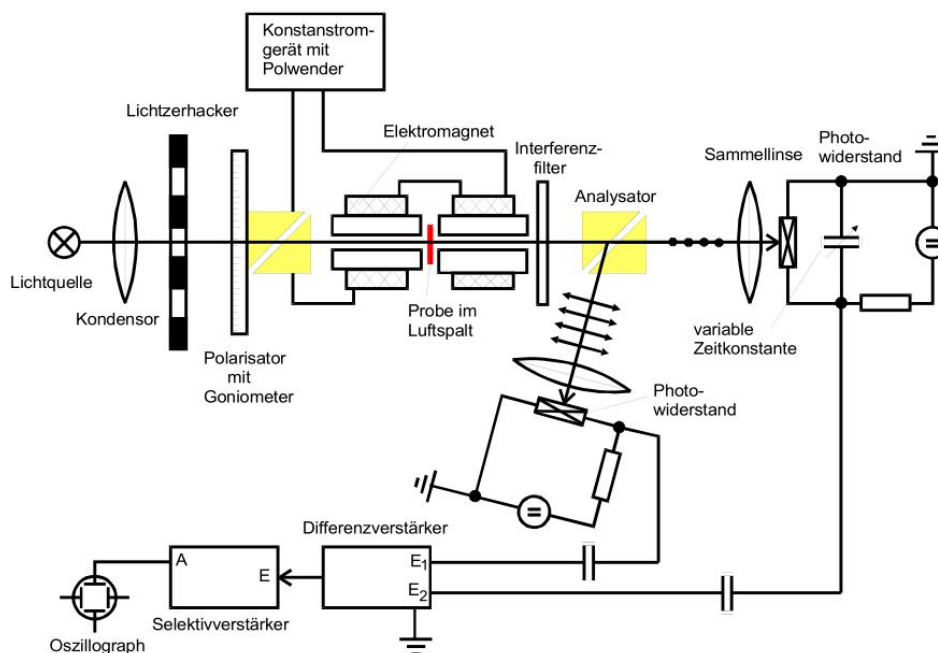


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus [1].

Als Lichtquelle wird eine Halogen-Lampe mit überwiegend im Infrarot liegendem Emissionsspektrum verwendet. Durch eine Linse wird der Lichtstrahl gebündelt. Anschließend zerteilt ein Lichtzerhacker das einfallende Licht in Impulse um ein möglichst scharfes Signal messen zu können, indem ein Großteil des Rauschen durch einen auf die Frequenz der Impulse eingestellten Verstärker rausgefiltert werden. Ein Glan-Thompson Prisma dient als Polarisator. Es spaltet den einfallenden Lichtstrahl in zwei unterschiedliche senkrecht auf einander polarisierte Strahlen. In einem Elektromagneten trifft der Lichtstrahl auf die Probe und anschließend auf einen Interferenzfilter, mit dem eine bestimmte Wellenlänge λ herausgefiltert wird. Im Analysatorprisma wird der Lichtstrahl geteilt und auf zwei Photowiderstände geleitet. Die beiden Signale werden an einen Differenzverstärker weitergegeben, welcher die Differenz der zwei Spannungen bildet. Die entstehende Impuls wird zu einem Selektivverstärker geleitet, welcher auf die Frequenz des Lichtzerhackers abgestimmt ist. Das Signal kann am angeschlossenen Oszillograph abgelesen werden.

3.2 Messprogramm

Nach der Justierung des Versuchsaufbaus werden drei Proben vermessen. Einmal ein undotiertes Galliumarsenid (GaAs) und zwei verschieden n-dotierte GaAs-Proben. Die Proben werden mit jeweils acht verschiedenen Interferenzfiltern vermessen.

Hierzu wird am Goniometer der Winkel des Prismas so eingestellt bis die Differenzintensität annähernd verschwindet. Dieses Vorgehen wird nun mit eingeschaltetem Elektromagneten wiederholt. Die beiden Winkel werden notiert und über die Differenz $\theta = \theta_1 - \theta_2$ lässt sich der Faradaywinkel bestimmen. Abschließend wird die Probe entfernt und das Magnetfeld mit einer Hallsonde vermessen, um die magnetische Feldstärke am Ort der Probe zu ermitteln.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte des mag. Feldes

Zur Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte, wird zu erst die Kraftflussdichte in ein Diagramm gegen die z-Position aufgetragen und dann mit einer Ausgleichskurve approximiert. Die Ausgleichskurve wurde mit nicht-linearer Ausgleichsrechnung unter Zuhilfenahme von [3] und folgender Funktion bestimmt:

$$f(z) = A \cdot z^2 + B$$

Daraus ergibt sich, dass $A = (-1,84 \pm 0,07) \text{ T m}^{-2}$ und $B = (0,436 \pm 0,008) \text{ T}$ betragen muss. An der Position der Probe ist die Kraftflussdichte maximal, also bei $z = 0$, folglich ergibt sich, dass die maximale Kraftflussdichte $f(0) = B = (0,436 \pm 0,008) \text{ T}$ beträgt. Das zuvor erwähnte Diagramm ist in der Abbildung 3 zusehen, alle Werte dazu sind in der Tabelle 1 dargestellt.

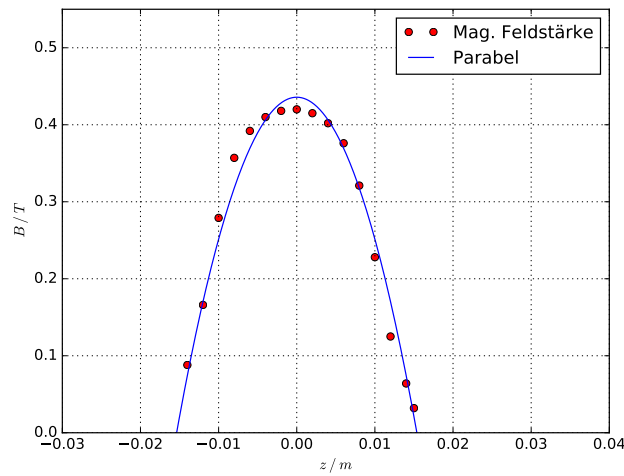


Abbildung 3: Magnetische Feldstärke parallel zum Strahlengang. Die Probe liegt im Zentrum, hier bei Null. Der Verlauf der Feldstärke wurde mit einer Parabel approximiert.

4.2 Faraday-Rotation an n-dotiertem und hochreinem GaAs

Zuerst wurden die längennormierten Winkel der Faraday-Rotation gegen die quadrierte Wellenlänge aufgetragen, dies ist in der Abbildung 4 zusehen.

Feldstärke B/T	z -Position/m
0,088	−0,014
0,166	−0,012
0,279	−0,010
0,357	−0,008
0,392	−0,006
0,410	−0,004
0,418	−0,002
0,420	0,000
0,415	0,002
0,402	0,004
0,376	0,006
0,321	0,008
0,228	0,010
0,125	0,012
0,064	0,014
0,032	0,015

Tabelle 1: Werte zur Bestimmung der maximalen Kraftflussdichte.

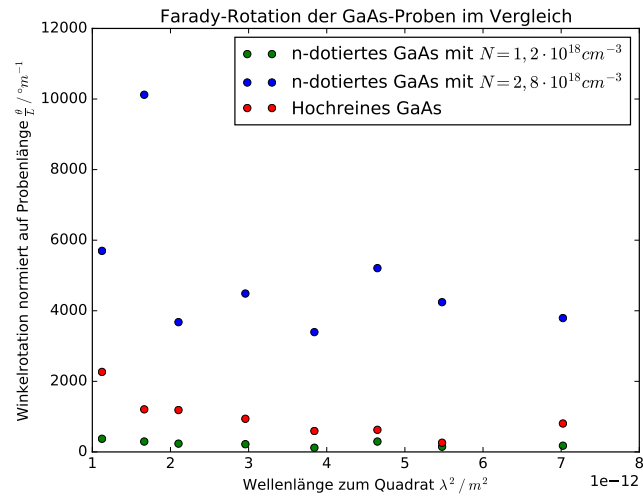


Abbildung 4: Die Längennormierte Farady-Rotation aller GaAs-Proben im Vergleich.

4.3 Bestimmung der effektiven Masse

Zur Bestimmung der effektiven Masse der Elektronen in GaAs wurden zuerst die Differenz der längennormierten Faraday-Rotationen zwischen der hochreinen Probe und den zwei n-dotierten gegen die quadrierte Wellenlänge aufgetragen. Das ist in der Abbildung 5 festgehalten. Dann wurde mit linearer Ausgleichsrechnung eine Ausgleichsgerade bestimmt. Dazu wurde die einfache Geradengleichung

$$f(x) = a \cdot x + b$$

verwendet. Daraus ergibt sich für Differenz mit der $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ n-dotierten Probe $a = (1 \pm 5) \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3}$, $b = (3,7 \pm 1,9) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$ und für die $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ n-dotierten Probe $a = (0,2 \pm 2,7) \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3}$, $b = (5 \pm 6) \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$. Für die $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ Probe mussten Werte aus der Ausgleichsrechnung genommen werden, da diese zu stark von den anderen abwichen. Die Werte sind in der Abbildung 5 markiert. Aus der Gleichung (15) folgt dann für die effektive Masse:

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3 N B}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3 n a}} \quad . \quad (16)$$

Hier bei ist e_0 die Elementarladung, c die Lichtgeschwindigkeit und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, alle physikalischen Konstanten wurden zur Berechnung aus [3] importiert. Die Größe N bezeichnet die freien Ladungsträger pro Kubikzentimeter in den n-dotierten Proben, B bezeichnet die magnetische Feldstärke die in Kapitel 4.1 bestimmt wurde. Die Größe n ist der Brechungsindex für GaAs, dieser wurde mit 3,35 für eine Wellenlänge von 1771,14 nm angenommen, da der Mittelwert der von uns benutzten Wellenlängen bei 1,8 μm liegt. Der Brechungsindex wurde aus Quelle [2] entnommen. Dann ergibt sich für die effektive Masse für die $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ n-dotierten Probe $m_1^* = (3 \pm 7) \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot m_e$ und für die $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ n-dotierten Probe $m_2^* = (0,4 \pm 2,2) \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot m_e$, hier bezeichnet m_e die Elektronenmasse importiert aus [3]. Der Fehler der effektiven Massen wurde wie folgt bestimmt:

$$\Delta m^* = \sqrt{\left(\frac{\partial m^*(a, B)}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial m^*(a, B)}{\partial B} \Delta B\right)^2} \quad .$$

Alle Werte dazu sind in den Tabellen 2, 3 und 4 dargestellt.

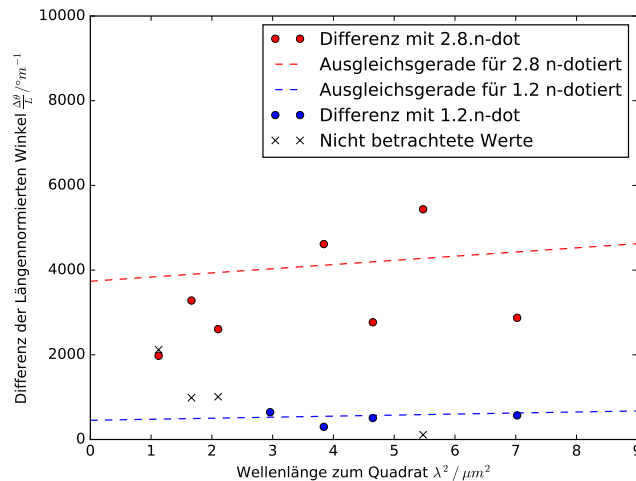


Abbildung 5: Differenzen der längennormierten Faraday-Rotationen zwischen der hochreinen und den zwei n-dotierten Proben, aufgetragen gegen die quadrierte Wellenlänge.

Wellenlänge λ/m	Faraday-Rotation $\theta/^\circ$	Längennormierte Faraday-Rotation $\frac{\theta}{d=5,11\text{ mm}}/^\circ\text{ m}^{-1}$
$1,96 \cdot 10^{-6}$	3,03	593,61
$1,72 \cdot 10^{-6}$	4,80	939,33
$2,65 \cdot 10^{-6}$	4,12	805,61
$2,34 \cdot 10^{-6}$	1,33	260,93
$1,06 \cdot 10^{-6}$	11,58	2266,80
$1,45 \cdot 10^{-6}$	6,07	1187,21
$1,29 \cdot 10^{-6}$	6,17	1206,78
$2,16 \cdot 10^{-6}$	3,20	626,22

Tabelle 2: Werte des hochreinen GaAs im Überblick.

Wellenlänge λ/m	Faraday-Rotation $\theta/^\circ$	Längennormierte Faraday-Rotation $\frac{\theta}{d=1,30\text{ mm}}/^\circ\text{ m}^{-1}$
$2,16 \cdot 10^{-6}$	6,75	5208,33
$1,29 \cdot 10^{-6}$	13,12	10 120,88
$1,45 \cdot 10^{-6}$	4,77	3677,98
$1,06 \cdot 10^{-6}$	7,38	5697,02
$2,34 \cdot 10^{-6}$	5,50	4243,83
$2,65 \cdot 10^{-6}$	4,92	3793,72
$1,72 \cdot 10^{-6}$	5,82	4488,17
$1,96 \cdot 10^{-6}$	4,40	3395,06

Tabelle 3: Werte des $N = 2,80 \cdot 10^{18}\text{ cm}^{-3}$ n-dotierten GaAs im Überblick.

Wellenlänge λ/m	Faraday-Rotation $\theta/^\circ$	Längennormierte Faraday-Rotation $\frac{\theta}{d=1,36\text{ mm}}/^\circ\text{ m}^{-1}$
$2,16 \cdot 10^{-6}$	4,00	294,12
$1,29 \cdot 10^{-6}$	4,00	294,12
$1,45 \cdot 10^{-6}$	3,20	235,29
$1,06 \cdot 10^{-6}$	5,07	372,55
$2,34 \cdot 10^{-6}$	2,00	147,06
$2,65 \cdot 10^{-6}$	2,40	176,47
$1,72 \cdot 10^{-6}$	2,98	219,36
$1,96 \cdot 10^{-6}$	1,62	118,87

Tabelle 4: Werte des $N = 1,20 \cdot 10^{18}\text{ cm}^{-3}$ n-dotierten GaAs im Überblick.

5 Diskussion

5.1 Diskussion der vom Versuchsaufbau fehlerbehafteten Größen

Der verwendete Versuchsaufbau weist einige Fehler auf, die das Auflösen kleiner Winkelunterschiede erschwert. Der Selektivverstärker kann nicht auf den Lichtzerhacker eingestellt werden, sondern nur der Zerhacker auf den Selektivverstärker. Am Selektivverstärker kann die Frequenz nur in der "Hunderterstelle" eingestellt werden, während der Zerhacker bis zur "Zehnerstelle" genau eingestellt werden kann. Eine Feineinstellung ist also nicht möglich. Dies hat zur Folge, dass die Signale nicht scharf gemessen werden können. Zudem sind die Signale der Photodetektoren nicht in Phase. Folglich ist auf dem Oszilloskop keine Nulllinie zu erkennen. Es kann nur ein Minimum abgeschätzt werden. Zudem ist das Linsensystem nicht ausreichend zu justieren, so dass Intensität verloren geht und je nach Probe und Wellenlänge unterschiedlich starke Signale ermöglicht. Es lässt sich festhalten, dass die ermittelten Winkel mehr eine Abschätzung sind und einem vom Versuchsaufbau gegebenen systematischen Fehler unterliegen, der sich stark auf das Auflösungsvermögen der kleinen Winkelunterschiede auswirkt.

5.2 Zur Faraday-Rotation an n-dotiertem und hochreinem GaAs

Verwunderlich ist, dass das hochreine GaAs im Vergleich zum $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ n-dotiertem GaAs eine größere Faraday-Rotation zeigt, da diese proportional zur Zahl der freien Ladungsträger ist. Alle anderen Faktoren sind durch den Versuchsaufbau gleich geblieben oder wurden bei dem Vergleich mitbetrachtet. Es lässt sich eine Verwechslung der Daten unsererseits ausschließen. Deshalb liegt es nah, dass es vom Versuchsaufbau her nicht möglich war beide Proben hinreichend genau zu untersuchen. Zudem war es besonders schwer bei der zuvor erwähnten Probe die Winkelunterschiede zu erkennen, dies wurde aber schon ausreichend in Kapitel 5.1 diskutiert.

5.3 Zur Bestimmung der effektiven Masse

Um das Ergebnis mit dem Literaturwert $m_{lit}^* = 0.067 \cdot m_e$ aus Quelle [6] zu vergleichen, wird zu erst der Mittelwert der zuvor bestimmten effektiven Massen, unter Zuhilfenahme von [4] nach den Methoden von [5], bestimmt. Daraus folgt die mittlere effektive Masse $\bar{m}^* = (0,4 \pm 1,2) \cdot 10^{-5} \cdot m_e$. Daraus folgt ein relativer Fehler von 99,995 %. So eine große Abweichung bestätigt die Annahme aus Kapitel 5.1, dass hier nur eine grobe Abschätzung der Winkelunterschiede vorliegt. In Kapitel 4 wurde dann zum Vergleich der längennormierte Winkel betrachtet, welcher durch die geringe Probendicke sehr groß ausfällt. Folglich fallen dann auch bei kleinen Winkelunterschieden große Werte an, somit scheint auch eine große Abweichung von 10^{-3} Größenordnungen nicht unwahrscheinlich bei den Gegebenheiten die in Kapitel 5.1 geschildert wurden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Faradayeffekt an Halbleitern*. 2014. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V46.pdf>.
- [2] Inc. Filmetrics. *Brechungsindex von Gallium Arsenide*. Stand: 04.11.17. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] Gene Mosca Paul A. Tipler. *Physik - für Wissenschaftler und Ingenieure*. 7.Auflage. 2015.

- [6] Bart J. Van Zeghbroeck. *Effective mass in semiconductors*. Stand: 04.11.17. 1997. URL: <https://ecee.colorado.edu/~bart/book/effmass.htm>.