

V602

# **Röntgenemission und -absorption**

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.05.2018

Abgabe: 15.05.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Überprüfung der Braggbedingung . . . . .	6
3.2	Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre . . . . .	6
3.3	Das Absorptionsspektrum . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Braggbedingung . . . . .	7
4.2	Maximale Energie des Bremsspektrums von Kupfer . . . . .	7
4.3	Auflösung der Röntgenröhre . . . . .	8
4.4	Abschirmkonstanten des Kupfers . . . . .	9
4.5	K-Linien des Absorptionsspektrums verschiedener Elemente . . . . .	9
4.6	Das Moseleysche-Gesetz . . . . .	12
4.7	L-Linien des Absorptionsspektrums von Gold . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
	<b>Literatur</b>	<b>15</b>

# 1 Theorie

In einer evakuierten Röhre werden aus einer Glühkatode emittierte Elektronen auf eine Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode entsteht Röntgenstrahlung, die sich aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials zusammensetzt. Durch die Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns wird ein Photon, dessen Energie dem Energieverlust des abgebremsten Elektrons entspricht, ausgesendet. Das Bremsspektrum ist kontinuierlich, weil das Elektron sowohl einen Teil, als auch seine gesamte kinetische Energie abgeben kann. Die maximale Energie bzw. minimale Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

ergibt sich bei der vollständigen Abbremsung des Elektrons.

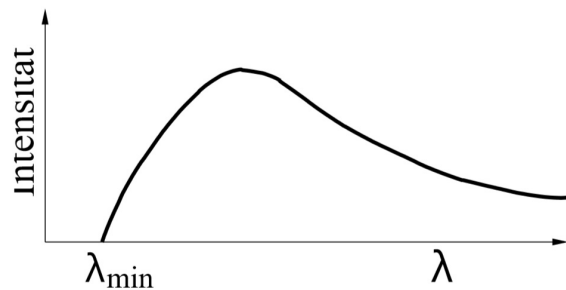


Abbildung 1: Bremsspektrum [1]

Hierbei wird die gesamte kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = e_0 U$  in Strahlungsenergie  $E = h \cdot \nu$  umgewandelt.

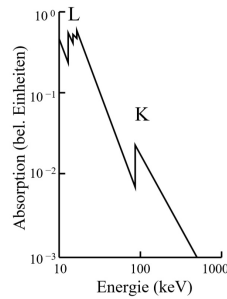
Durch das Ionisieren des Anodenmaterials, so dass eine Leerstelle in einer inneren Schale entsteht, kann ein Elektron einer äußeren Schale unter Aussendung eines Röntgenquants in die innere Schale zurückfallen. Das charakteristische Spektrum besteht aus scharfen Linien, weil beim Zurückfallen genau die Energiedifferenz zwischen den beiden Energieniveaus der beiden Schalen  $h\nu = E_m - E_n$  freigesetzt wird. Diese Differenz ist charakteristisch für verschiedene Anodenmaterialien. Die einzelnen Linien werden mit  $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$  bezeichnet, wobei die Buchstaben K, L, M, ... die Schale bezeichnen, auf der die Übergänge enden. Dem griechischen Buchstaben kann man entnehmen, woher das beteiligte äußere Elektron stammt. In einem Mehrelektronenatom schirmen die Hüllenelektronen und die Wechselwirkung der Elektronen untereinander die Kernladung ab. Dies führt zu einer Verringerung der Coulomb Anziehung auf das äußere Elektron, sodass für die Bindungsenergie  $E_n$  eines Elektrons auf der n-ten Schale gilt:

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

Der Abschirmeffekt wird durch die effektive Kernladung  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  berücksichtigt.  $\sigma$  ist die Abschirmkonstante und  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$  ist die Rydbergenergie. Da die äußeren

Elektronen aufgrund des Bahndrehimpulses und des Elektronenspins nicht alle dieselbe Bindungsenergie besitzen, ist in der Regel jede charakteristische Linie in eine Reihe von eng beieinander liegenden Linien aufgelöst (Feinstruktur). Diese können in dem vorliegenden Versuchsaufbau nicht aufgespalten werden. Bei der im Versuch verwendeten Kupferanode können die Cu-K $_{\alpha}$ - und die Cu-K $_{\beta}$ -Linien beobachtet werden, die der Bremsstrahlung überlagert sind.

Bei der Absorption von Röntgenstrahlung unter 1 MeV sind der Photoeffekt und der Comptoneffekt die dominanten Prozesse. Mit zunehmender Energie nimmt der Absorptionskoeffizient ab und steigt sprunghaft an, wenn die Photoenergie gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächst inneren Schale. Die Lage der Absorptionskanten  $h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_{\infty}$  ist nahezu identisch mit der Bindungsenergie. Je nachdem aus welcher Schale das Elektron stammt, wird die zugehörige Absorptionskante K-, L-, M-,... als Absorptionskante bezeichnet. Aufgrund der Feinstrukturen werden drei L-Kanten beobachtet, aber nur eine K-Kante.



**Abbildung 2:** Absorptionsspektrum [1]

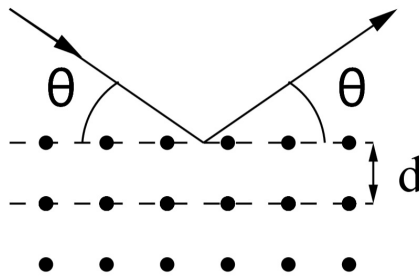
Die Bindungsenergie  $E_{n,j}$  eines Elektrons muss aufgrund der Feinstrukturen mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel berechnet werden.

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left( z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (3)$$

$n$  ist die Hauptquantenzahl, die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und  $j$  der Gesamtdrehimpuls. Bei der Bestimmung der Abschirmkonstante  $\sigma_L$  aus der L-Kante müssen die Abschirmzahlen jedes beteiligten Elektrons berücksichtigt werden. Die Rechnung wird vereinfacht durch Bestimmung der Energiedifferenz  $\Delta E_L$  zweier L-Kanten. Im vorliegenden Versuch können die L $_1$  – und L $_2$ –Kante nicht aufgelöst werden, so dass sich  $\sigma_L$

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}}} - \frac{5\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{1/2} \quad (4)$$

aus der Energiedifferenz  $\Delta E_L = E_{L_2} - E_{L_3}$  und der Ordnungszahl  $Z$  bestimmen lässt. Durch die Braggsche Reflexion kann die Energie  $E$  bzw. Wellenlänge experimentell analysiert werden.



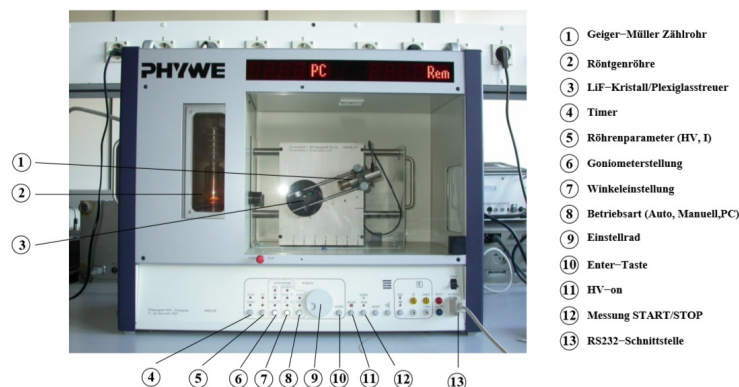
**Abbildung 3:** Braggsche Reflexion am Gitter [1]

Die Photonen werden an jedem Atom des Gitters (z.B. ein LiF-Kristall) gebeugt. Die Röntgenstrahlen interferieren miteinander und beim Glanzwinkel erhält man konstruktive Interferenz. Bei bekannter Gitterkonstante  $d$  kann mit Hilfe der Braggschen Bedingung

$$2d \sin \Theta = n\lambda \quad (5)$$

aus dem Winkel die gebeugt Wellenlänge bestimmt werden, wobei  $n$  die Beugungsordnung ist.

## 2 Aufbau



**Abbildung 4:** Versuchsaufbau [1]

Es wird eine Kupfer-Röntgenröhre, ein LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr benötigt. Die Elektronik ist im Röntgengerät (Abb. 4) integriert. Über die Menüpunkte kann die Messart, der Drehmodus, der Kristallwinkel, sowie die Integrationszeit gewählt und die Messung gestartet werden. Die Beschleunigungsspannung wird auf  $U_B = 35 \text{ kV}$  und der Emissionsstrom auf  $I = 1 \text{ mA}$ . Die 1 mm Blende und der LiF-Kristall werden

in die Halterungen gesteckt und die Schlitzblende muss waagrecht auf dem Geiger-Müller Zählrohr sitzen. Für die Absorptionsmessungen können Blenden mit verschiedenen Absorbern vor das Geiger-Müller Zählrohr geschraubt werden.

## 3 Durchführung

### 3.1 Überprüfung der Braggbedingung

Es wird die Braggbedingung überprüft, indem der LiF-Kristall im Programm auf einen festen Kristallwinkel von  $\Theta = 14^\circ$  gestellt wird. Das Geiger-Müller Zählrohr misst in einem Winkelbereich von  $\alpha_{\text{GM}} = 26^\circ$  bis  $\alpha_{\text{GM}} = 30^\circ$  mit einem Winkelzuwachs von  $\Delta\alpha = 0,1^\circ$  die Intensität der Röntgenstrahlung. Aus der gemessenen Daten wird das Maximum der Kurve bestimmt und mit dem Sollwinkel verglichen.

### 3.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Es wird im Programm 2:1 Koppelmodus das Röntgenspektrum im Winkelbereich  $4^\circ \leq \Theta \leq 26^\circ$  in  $0,2^\circ$  Schritten mit einer Integrationszeit von  $\Delta t = 5\text{s}$  gemessen. Das Ergebnis wird graphisch dargestellt mit den Bezeichnungen für die  $K_\alpha$ -,  $K_\beta$ -Linie und mit dem Bremsberg. Aus dem Grenzwinkel wird die minimale Wellenlänge des Bremsspektrums bestimmt und verglichen mit dem zu erwartenden Wert. Danach wird die Halbwertsbreite der  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  Linien berechnet und somit das Auflösungsvermögen der Apparatur bestimmt. Zuletzt wird die Abschirmkonstante  $\sigma_K$  aus der Energiedifferenz der  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  Linien berechnet.

### 3.3 Das Absorptionsspektrum

Mit einem Absorber vor dem Geiger-Müller Zählrohr wird das Absorptionsspektrum in  $0,1^\circ$  Schritten, bei einer Messzeit von  $\Delta t = 20\text{s}$  pro Winkel in einem geeigneten Winkelbereich gemessen. Das Ergebnis wird graphisch dargestellt und die Absorptionsenergie der gemessenen  $K$ -Kante bestimmt. Daraus wird die Abschirmzahl  $\sigma_K$  des Elements berechnet. Diese Messung wird für vier weitere Absorber mit Kernladungszahlen im Bereich  $30 \leq Z \leq 50$  wiederholt. Die Energieübergänge und entsprechenden Abschirmzahlen werden bestimmt. Nach Moseley ist die Absorptionsenergie  $E_K$  proportional zu  $Z^2$ . Aus den erhaltenen Daten wird ein  $\sqrt{E_K} - Z$  Plot erstellt und aus der Steigung die Rydbergkonstante bestimmt. Zuletzt wird für einen Absorber  $Z \geq 70$  das Absorptionsspektrum in  $0,1^\circ$ -Schritten mit einer Messzeit von  $\Delta t = 20\text{s}$  pro Winkel gemessen. Das Ergebnis wird graphisch dargestellt und die Abschirmkonstante  $\sigma_L$  aus den L-Kanten bestimmt.

## 4 Auswertung

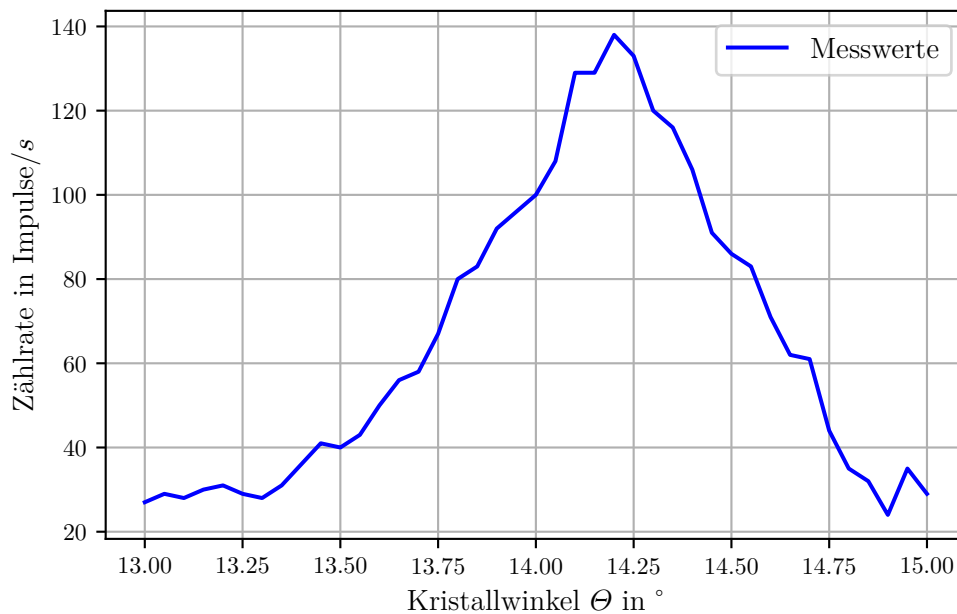
Für die Auswertung werden mehrere Materialkonstanten benötigt, die in Tabelle 1 aufgeführt sind [2].

**Tabelle 1:** Materialkonstanten der verwendeten Elemente.

	$Z$	$E_K^{\text{Lit}}$ [keV]	$\Theta_K^{\text{Lit}}$ [°]	$\sigma_K^{\text{Lit}}$
Zn	30	9,65	18,6	3,56
Br	35	13,48	13,2	3,52
Sr	38	16,12	11,0	3,58
Zr	40	18,01	9,8	3,61

#### 4.1 Braggbedingung

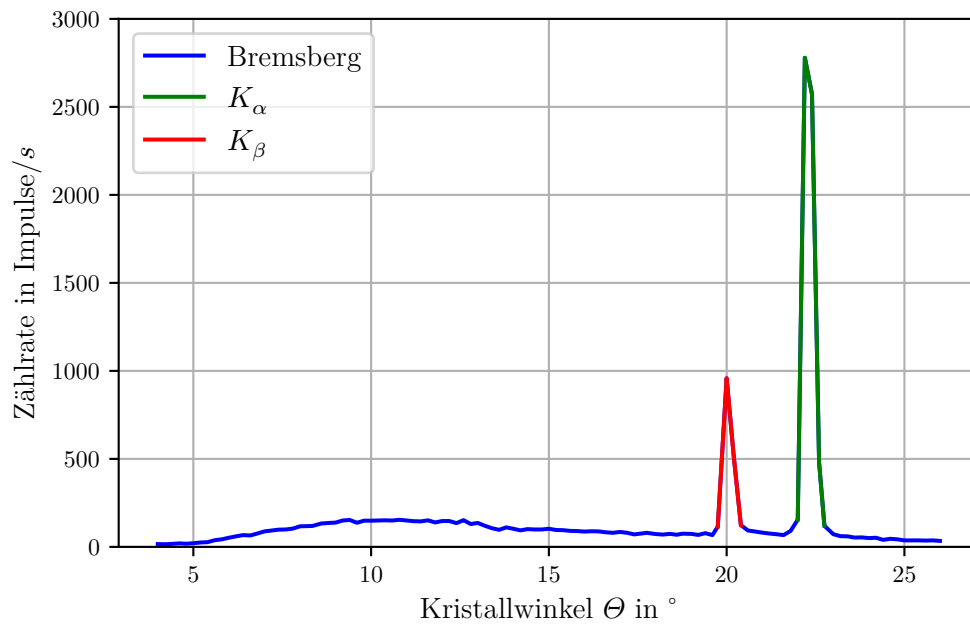
Die Messung ergibt die in Abbildung 5 dargestellte Kurve, aus der sich ein Winkel für das Maximum von  $14,2^\circ$  ablesen lässt. Dieser weicht um weniger als  $1^\circ$  vom Sollwinkel ( $14^\circ$ ) ab.



**Abbildung 5:** Emmissionsspektrum bei festem Kristallwinkel.

#### 4.2 Maximale Energie des Bremsspektrums von Kupfer

Das kontinuierliche und das charakteristische Spektrum der Cu-Röntgenröhre ist in Abbildung 6 zu sehen. Aus dieser Kurve kann der Grenzwinkel abgelesen werden, bei dem keine Strahlung mehr gemessen werden kann. Aus diesem wird mit folgender Gleichung



**Abbildung 6:** Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre.

die maximale Energie berechnet.

$$E = \frac{hc}{2d \sin(\Theta)} \quad (6)$$

Für einen Winkel von

$$\Theta_{\min} = 5,4^\circ$$

ergibt sich eine maximale Energie von:

$$E_{\max} = 32,646 \text{ keV}$$

Dieser Wert liegt leicht unter dem Erwartungswert:

$$e_0 U = 35 \text{ keV}$$

### 4.3 Auflösung der Röntgenröhre

Aus Abbildung 6 lässt sich auch die Auflösung der Röntgenröhre bestimmen. Dafür werden die Winkel aus der Kurve abgelesen, bei denen die maximale Zählrate auf die Hälfte gefallen ist (Halbwertsbreite):

$$\Theta_1 = 19,9^\circ$$

$$\Theta_2 = 20,2^\circ$$



Mit Gleichung (6) berechnen sich die entsprechenden Energien:

$$E_1 = 9,026 \text{ keV}$$

$$E_2 = 8,897 \text{ keV}$$

Aus der Differenz dieser beiden Werte ergibt sich die Energieauflösung:

$$\Delta E = 0,129 \text{ keV}$$

Die Genauigkeit dieser Angabe muss als gering eingeschätzt werden, da die Halbwertsbreite nur sehr ungenau aus Abbildung 6 und den dazugehörigen Werten abgelesen werden kann.

#### 4.4 Abschirmkonstanten des Kupfers

Aus Abbildung 6 werden folgende Winkel für die  $K_\alpha$ - und die  $K_\beta$ -Linie abgelesen:

$$\Theta_\alpha = 22,2^\circ$$

$$\Theta_\beta = 20,0^\circ$$

Aus Gleichung (6) folgen die dazugehörigen Energien:

$$E_\alpha = 8,13 \text{ keV}$$

$$E_\beta = 8,98 \text{ keV}$$

Da die Lage der Absorptionskanten  $h\nu = E_n - E_\infty$  fast identisch zu der Bindungsenergie des Elektrons ist, kann die Abschirmkonstante der  $K_\beta$ -Linie folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_\beta = z_{\text{Cu}} - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} = 3,30$$

Mit der nun bekannten Abschirmkonstanten  $\sigma_\beta$  kann die Abschirmkonstante der  $K_\alpha$ -Linie bestimmt werden:

$$\sigma_\alpha = z_{\text{Cu}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{R_\infty(z_{\text{Cu}} - \sigma_\beta)^2 - E_\alpha}{R_\infty}} = 13,16$$

#### 4.5 K-Linie des Absorptionsspektrums verschiedener Elemente

In den Abbildungen 7 bis 10 sind die Absorptionsspektren vier verschiedener Elemente dargestellt, aus denen die Winkel abgelesen werden, bei denen die K-Kanten auftreten. Mit diesen Winkeln können die Absorptionsenergien bestimmt werden, die in folgende Gleichung eingesetzt werden, um die Abschirmzahlen zu berechnen.

$$E_{\text{abs}} = h\nu = E_1 - E_\infty$$

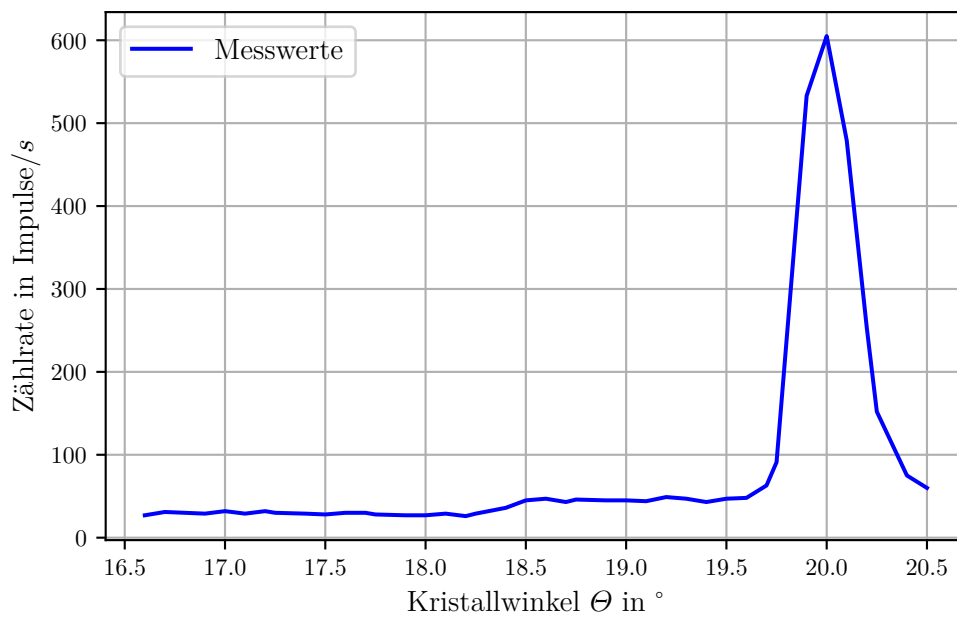
$$E_{\text{abs}} = R_\infty(z - \sigma_1)^2 \frac{1}{1^2} - 0$$

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_{\text{abs}}}{R_\infty}}$$

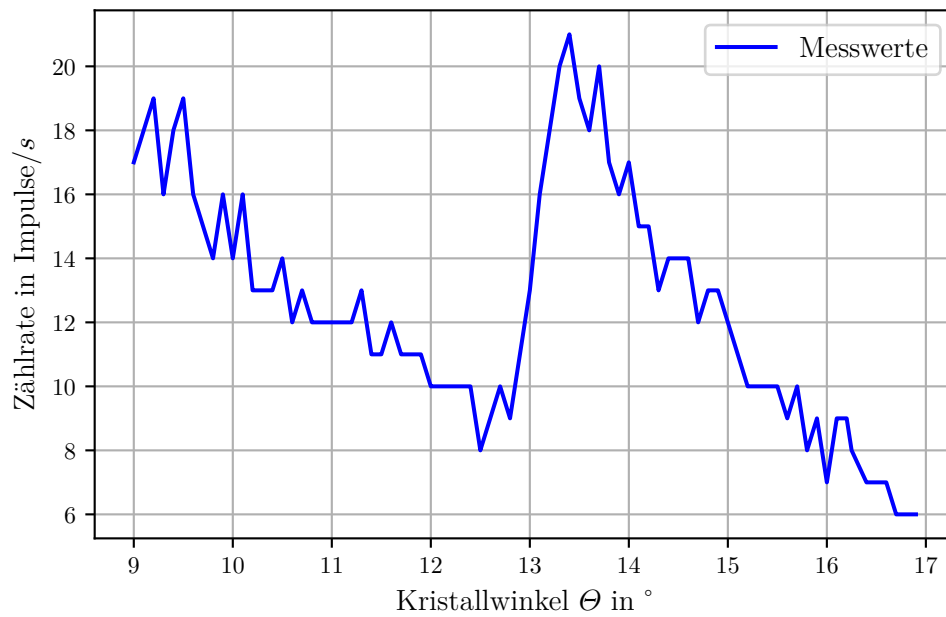
Die Tabelle 2 umfasst die entsprechenden Werte.

**Tabelle 2:** Aus Kristallwinkel bzw. Absorptionsenergie berechnete Abschirmzahlen.

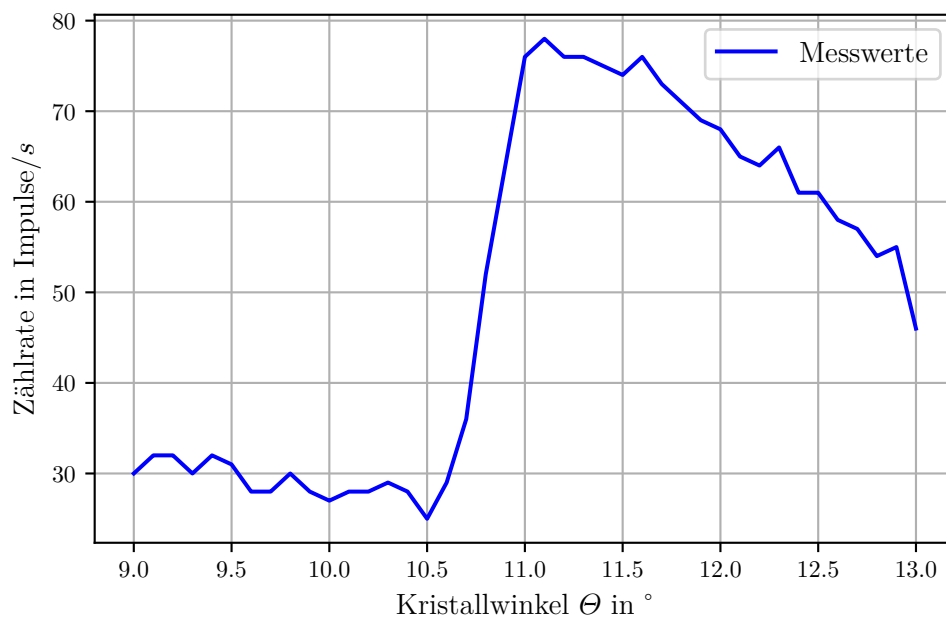
	Abbildung	$\Theta_K$ [°]	$E_{\text{abs}}$ [keV]	$\sigma_K$
Zn	7	20,0	8,98	4,30
Br	8	13,4	13,26	3,78
Sr	9	11,1	15,96	3,74
Zr	10	10,1	17,52	4,11



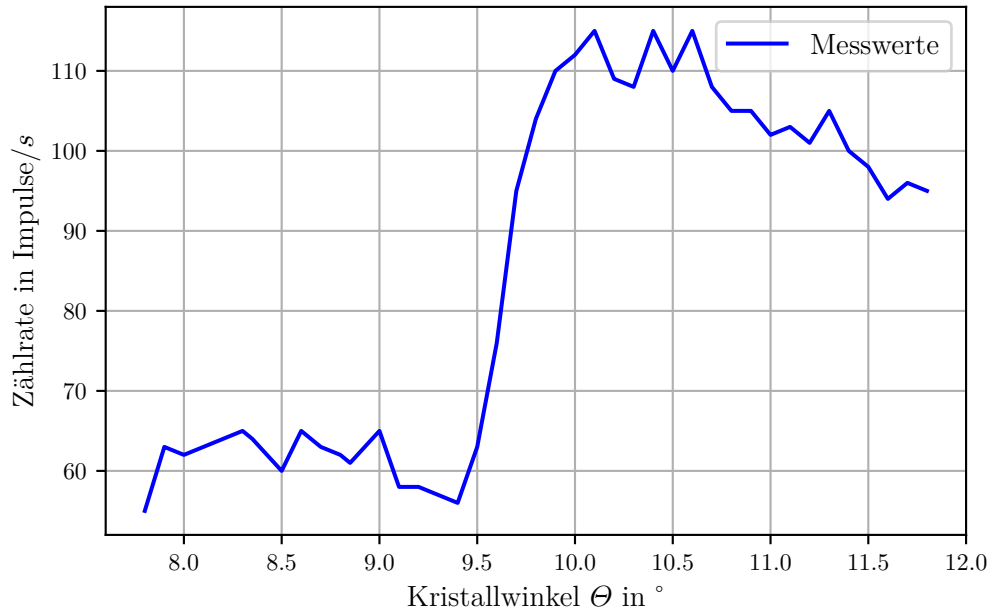
**Abbildung 7:** Absorptionsspektrum von Zink.



**Abbildung 8:** Absorptionsspektrum von Brom.



**Abbildung 9:** Absorptionsspektrum von Strontium.



**Abbildung 10:** Absorptionsspektrum von Zirkonium.

#### 4.6 Das Moseleysche-Gesetz

Das Moseleysche-Gesetz besagt, dass die Absorptionsenergie  $E_{\text{abs}}$  proportional zu  $Z_{\text{eff}}^2$  ist.

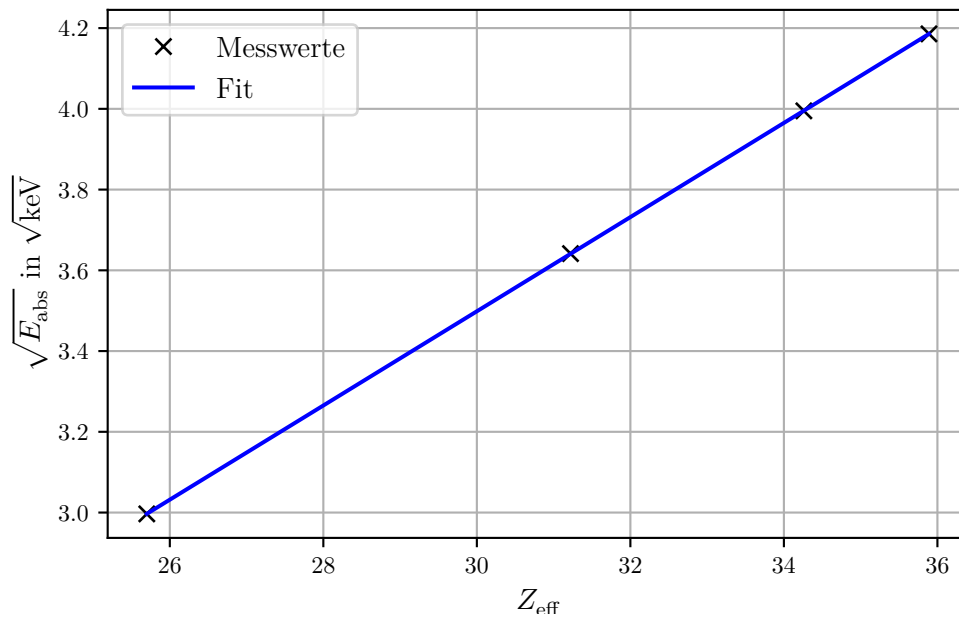
$$E_{\text{abs}} = R_{\infty}(Z - \sigma)^2 \quad (7)$$

Aus dem Proportionalitätsfaktor kann die Rydbergkonstante bestimmt werden. In Abbildung 11 ist  $\sqrt{E_{\text{abs}}}$  gegen  $Z$  aufgetragen, um über einen linearen Fit die Rydbergenergie zu bestimmen. Für die Steigung und ergibt sich so ein Wert von:

$$m = 0,1143 \sqrt{\text{keV}}$$

Aus diesem berechnet sich dann die Rydbergenergie:

$$R_{\infty} = 13,06 \text{ eV}$$



**Abbildung 11:** proportionaler Zusammenhang zwischen Absorptionsenergie und dem Quadrat der Ordnungszahl.

#### 4.7 L-Linie des Absorptionsspektrums von Gold

Gold, mit einer Ordnungszahl von 79, hat eine L-Kante bei 14,35 keV und 13,73 keV [2]. Aus Abbildung 12 lassen sich folgende Werte für die Kanten ablesen:

$$\sigma_{L,2} = 12,8^\circ$$

$$\sigma_{L,3} = 15,0^\circ$$

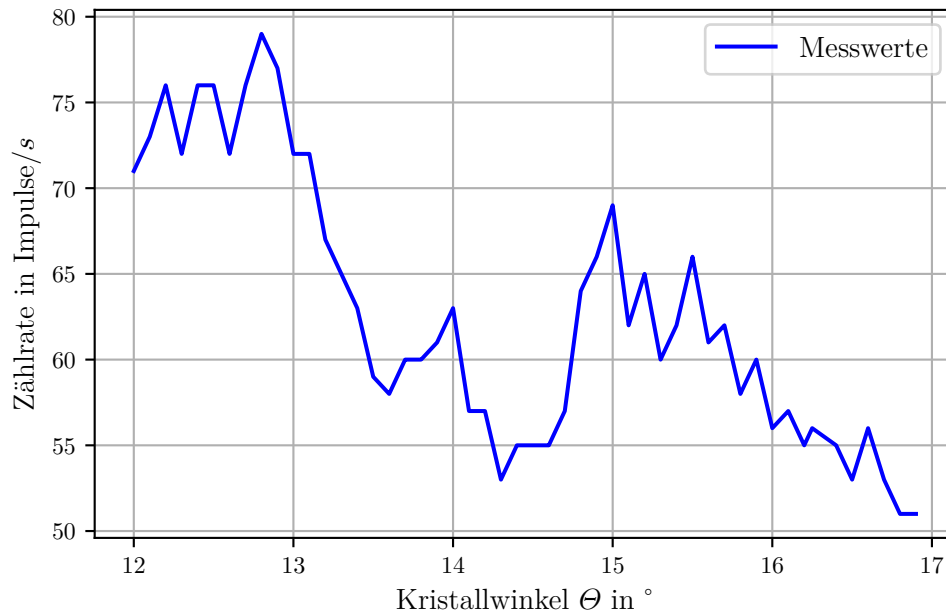
Dies entspricht Energien von:

$$E_{L,2} = 13,87 \text{ keV}$$

$$E_{L,3} = 11,87 \text{ keV}$$

Unter Verwendung von Gleichung (4) berechnet sich dann für die Abschirmkonstante:

$$\sigma_L = 1,9$$



**Abbildung 12:** Absorptionsspektrum von Gold.

## 5 Diskussion

Der Vergleich zwischen Literatur und berechneten Werten liefert, die in Tabelle 3 aufgeführten Abweichungen. Außerdem weicht die berechnete Rydbergkonstante um 3,97 %

**Tabelle 3:** Vergleich von Literaturwerten und gemessenen Werten.

	$\Delta E_K = \frac{E_K - E_K^{\text{Lit}}}{E_K^{\text{Lit}}}$	$\Delta \sigma_K = \frac{\sigma_K - \sigma_K^{\text{Lit}}}{\sigma_K^{\text{Lit}}}$
Zn	6,94 %	20,79 %
Br	1,63 %	7,39 %
Sr	0,99 %	4,45 %
Zr	2,72 %	13,85 %

vom Literaturwert ab. Die Abweichungen generell können einerseits auf Fehlerquellen im Aufbau zurückgeführt werden, wie das begrenzte Auflösungsvermögen der Messinstrumente oder die minimale Abweichung vom Sollwinkel. Auf der anderen Seite ist es nicht möglich, die gesuchten Winkel exakt aus den gewonnenen Daten abzulesen, was zu weiteren Ungenauigkeiten führt.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung V602, Röntgenemission und -absorption*.
- [2] *Online Periodensystem*. <http://www.yourperiodictable.com.de>, Mai 2018.