

V303

## **Der Lock-In-Verstärker**

Jan Lukas Schubert  
jan-lukas.schubert@tu-dortmund.de

Jan Lukas Späh  
janlukas.spah@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.12.17

Abgabe: 12.12.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

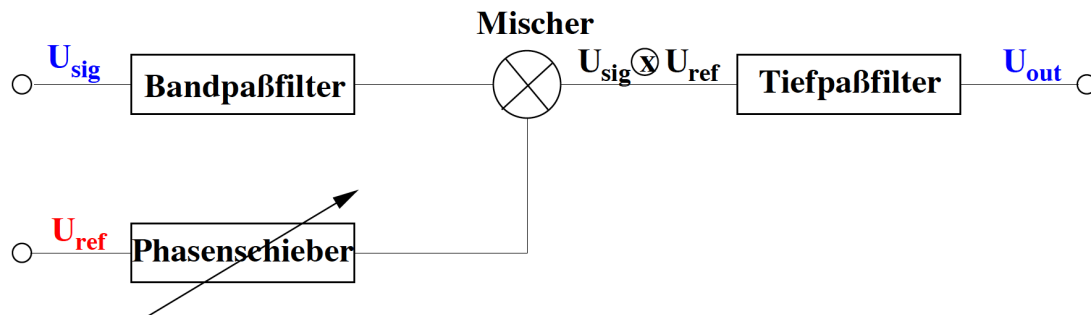
<b>1 Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Fehlerrechnung</b>	<b>6</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>6 Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>Anhang</b>	<b>11</b>
<b>Literatur</b>	<b>17</b>

## 1 Ziel

Ziel des Versuchs ist es, die Funktionsweise des Lock-In Verstärkers experimentell nachzuvollziehen und zu bestätigen, indem er über einen modular aufgebauten Verstärker schrittweise aufgebaut wird.

## 2 Theorie

Ein Lock-In Verstärker wird häufig verwendet, um verrauschte Signale zu messen, indem eine zu messende Signalspannung mit einer Referenzspannung einer bestimmten Frequenz  $\omega_0$  moduliert wird. Er besteht im Wesentlichen aus einem Bandpass, einem Phasenschieber, einem Mischer und einem Tiefpassfilter. Der schematische Aufbau eines Lock-In Verstärkers ist in 1 zu sehen.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Funktionsweise eines Lock-In Verstärkers  
[1]

Im Folgenden soll die Funktionsweise eines Lock-In Verstärkers kurz erläutert werden. Im Bandpass werden zunächst sehr hohe und sehr tiefe Frequenzen der Signalspannung  $U_{\text{sig}}$  herausgefiltert. In einem Mischer wird die Signalspannung  $U_{\text{sig}}$  mit einer Referenzspannung  $U_{\text{ref}}$  multipliziert. Dabei hat die Referenzspannung eine feste Kreisfrequenz  $\omega_0$  und eine durch einen Phasenschieber anpassbare Phase  $\phi$ . Die Phase ist dabei so zu wählen, dass die Referenzspannung  $U_{\text{ref}}$  mit der Signalspannung  $U_{\text{sig}}$  synchron verläuft. Das gemischte Signal wird daraufhin in einem Tiefpass über mehrere Perioden integriert. Dabei muss darauf geachtet werden, dass die Zeitkonstante  $\tau = RC$  des Tiefpasses groß gegen die reziproke Kreisfrequenz der Spannung ist. Dabei werden alle Frequenzen, die nicht der synchronisierten Referenzfrequenz entsprechen, herausgefiltert und es entsteht eine Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$ , die Proportional zur Signalspannung  $U_{\text{sig}}$  ist. Außerdem gilt für hinreichend große Integrationszeiten der Zusammenhang

$$U_{\text{out}} \propto U_0 \cos(\phi) . \quad (1)$$

An diesem Zusammenhang kann bereits erkannt werden, dass die Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  für eine Phase von  $\phi = 0$  maximal und für eine Phase von  $\phi = \frac{\pi}{2}$  null wird. Die Bandbreite  $\Delta f$  des Restrauschens ist durch die Zeitkonstante  $\tau$  des Tiefpasses definiert. Sie folgt dem Zusammenhang

$$\Delta f = \frac{1}{\pi RC}. \quad (2)$$

Wählt man die Zeitkonstante sehr groß, so können mit einem Lock-In Verstärker Güten von bis zu  $Q = 100\,000$  erreicht werden. Wird eine sinusförmige Signalspannung  $U_{\text{sig}}$  der Form

$$U_{\text{sig}} = U_0 \sin(\omega t) \quad (3)$$

durch eine Referenzspannung  $U_{\text{ref}}$  derselben Frequenz moduliert, so ergibt sich für die Ausgangsspannung nach der Integration durch den Tiefpass der Zusammenhang

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\phi). \quad (4)$$

### 3 Durchführung

Im Versuch stehen das in Abbildung 2 dargestellte Gerät und ein Speicheroszilloskop zur Verfügung.

Zunächst wird der Frequenzgenerator untersucht, indem beide verfügbaren Ausgänge am Oszilloskop dargestellt werden. Anschließend werden die möglichen Einstellungen variiert und die Veränderungen des Signals auf dem Oszilloskop beobachtet. So soll festgestellt werden, bei welchem der beiden Ausgänge die Amplitude der erzeugten Spannung variabel und bei welchem sie fest ist und welchen Wert diese hat. Zudem werden Bilder von jedem Ausgang bei je einer Einstellung gemacht.

Daraufhin wird die Schaltung aus Abbildung 3 aufgebaut, wobei der Noise Generator auf OFF gestellt wird. Als Signalspannung wird im Frequenzgenerator eine sinusförmige Spannung  $U_{\text{sig}}$  der Frequenz  $f = 1\text{ kHz}$  und der Amplitude  $U_0 = 10\text{ mV}$  erzeugt. Diese wird mit einer ebenfalls sinusförmigen Referenzspannung  $U_{\text{ref}}$  derselben Frequenz multipliziert. Auf dem Oszilloskop wird die Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  ausgegeben. Für fünf verschiedene Phasen werden Bilder der Ausgangsspannung gemacht. Zudem werden Messwerte für die integrierte Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Phase aufgenommen.

In der darauffolgenden Versuchsreihe wird nun der Noise Generator eingeschaltet. Durch Darstellung des Ausgangs desselben auf dem Oszilloskop wird eine Einstellung für eine Amplitude des Rauschens in der Größenordnung der Signalspannung gesucht. Ist diese gefunden, so werden die oben beschriebenen Messungen erneut durchgeführt.

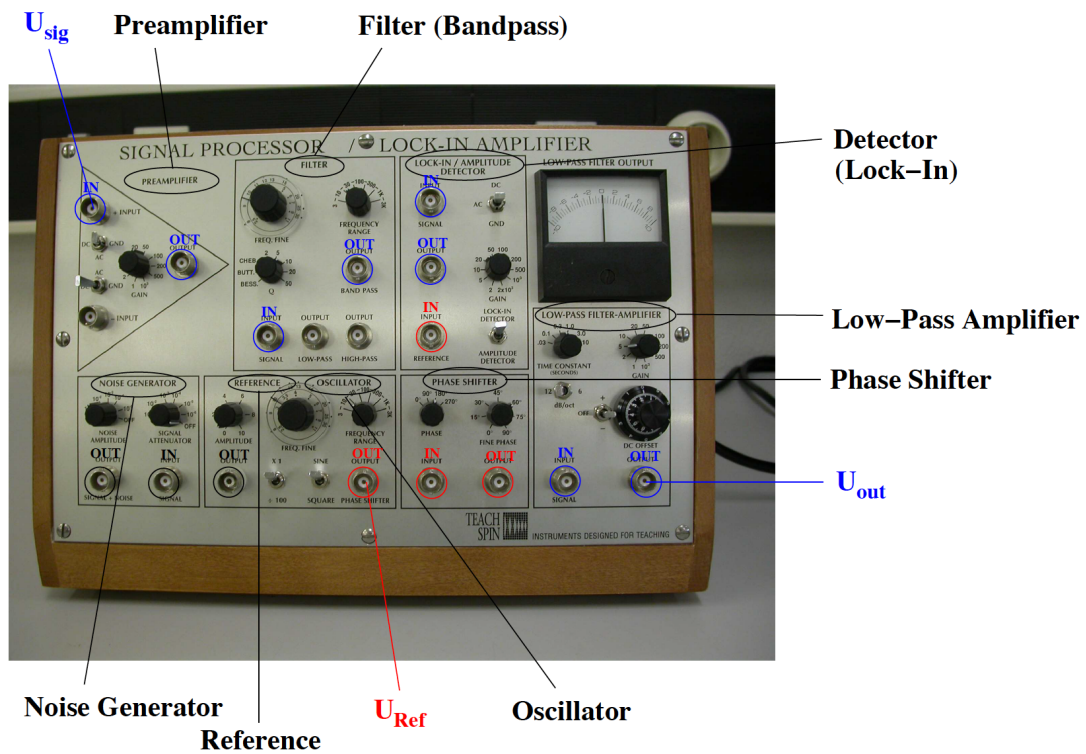


Abbildung 2: Darstellung des Gerätes mit Beschriftung der einzelnen Funktionen [1]

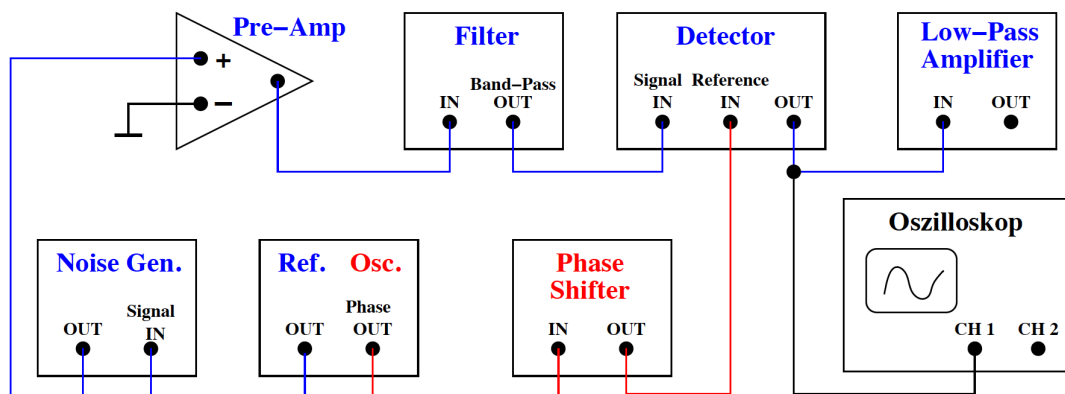


Abbildung 3: Aufbau des im Versuch verwendeten Lock-In Verstärkers[1]

## 4 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von  $N$  Werten wird durch

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

berechnet. Die empirische Standardabweichung dieser Stichprobe ist durch

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (6)$$

gegeben. Ist  $f$  eine Funktion, die von unsicheren Variablen  $x_i$  mit Standardabweichungen  $\sigma_i$  abhängt, so ist die Unsicherheit von  $f$

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2}. \quad (7)$$

Diese Formel bezeichnet man als "Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz".

Bei einer linearen Regression folgt eine Ausgleichsgerade

$$y(x) = ax + b \quad (8)$$

mit der Steigung  $a$  und dem Ordinatenabschnitt  $b$ . Liegen Fehler in  $y$ -Richtung und nur in  $y$ -Richtung vor, dann sind die Parameter  $a$  und  $b$  selbst unsicher und ergeben sich zu

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad (9)$$

$$b = \frac{\bar{y} - \bar{x}^2 - \overline{xy} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (10)$$

Wenn im Folgenden Mittelwerte, Standardabweichungen und Fehler von Funktionen unsicherer Größen berechnet werden, so werden stets die obigen Formeln verwendet. Regressionen werden mit IPython 5.3.0 in Python 3.6.1 durchgeführt.

## 5 Auswertung

Bei der Untersuchung der Ausgänge am zentralen Gerät stellt sich heraus, dass der Reference-Ausgang eine Spannung mit variabler Amplitude liefert. Die Amplitude der Spannung des Oscillator-Ausgangs hat die feste Amplitude 3,32 V, wie an Abbildung 7 ersichtlich ist, und eine fein einstellbare Frequenz. Die Frequenz beider Signale kann grob durch einen gemeinsamen Regler verändert werden. Die ersten beiden Abbildungen im Anhang sind Bilder dieser Signale.

Die Messwerte zur Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Phasenverschiebung von Messsignal und Referenzsignal sind in Tabelle 1 dargestellt. Für die ersten fünf Werte finden sich die Graphen der Ausgangsspannung im Anhang in den Abbildungen 8 bis 12 für die Messung ohne hinzugefügtes Rauschen und in den Abbildungen 13 bis 17 für die Messung mit hinzugefügtem Rauschen. An den Abbildungen ist zu erkennen, dass die Graphen der Ausgangsspannung der verrauschten Signale fast identisch zu den Graphen der Ausgangsspannung der nicht verrauschten Signale sind. Die Graphen der verrauschten Signale weisen lediglich an einigen Stellen kleine Abweichungen auf. Zudem kann an den Graphen bereits erkannt werden, wie sich die Ausgangsspannungen bei Integration durch den Tiefpass verhalten. Dabei ist darauf zu achten, dass die x-Achse des Oszilloskops nicht den Wert  $y = 0$  besitzt, da mittels automatischer Einstellung des Oszilloskops die Skala immer so gewählt wurde, dass der Graph möglichst groß angezeigt werden konnte. An den Abbildungen ist jedoch deutlich zu erkennen, dass immer eine halbe Periode des Kosinus periodisch fortgesetzt wird und dass der Teil dieser halben Periode mit steigender Phasenverschiebung verschoben wird. Bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = 0$  liegt eine gleichgerichtete Sinusspannung vor. Diese entwickelt sich immer mehr zu einer stückweise punktsymmetrischen Spannung bei  $\phi = \frac{\pi}{2}$ , die dem Verlauf eines Sinus auf dem Intervall von  $-\frac{\pi}{2}$  bis  $\frac{\pi}{2}$  folgt. Daran kann bereits erkannt werden, dass Betrag der integrierten Spannung für  $\phi = 0$  maximal und für  $\phi = \frac{\pi}{2}$  minimal wird.

**Tabelle 1:** Messdaten zur Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Phasenverschiebung

$\phi/\text{grad}$	$U_{\text{out},1}(\phi)/\text{V}$	$U_{\text{out},2}(\phi)/\text{V}$
0	5,1	4,9
30	4,75	4,8
45	3,9	4,0
60	2,5	2,4
90	0,2	0,3
120	-1,8	-1,6
135	-3,2	-3,2
150	-4,4	-4,4
180	-5	-5
270	-0,4	-0,4

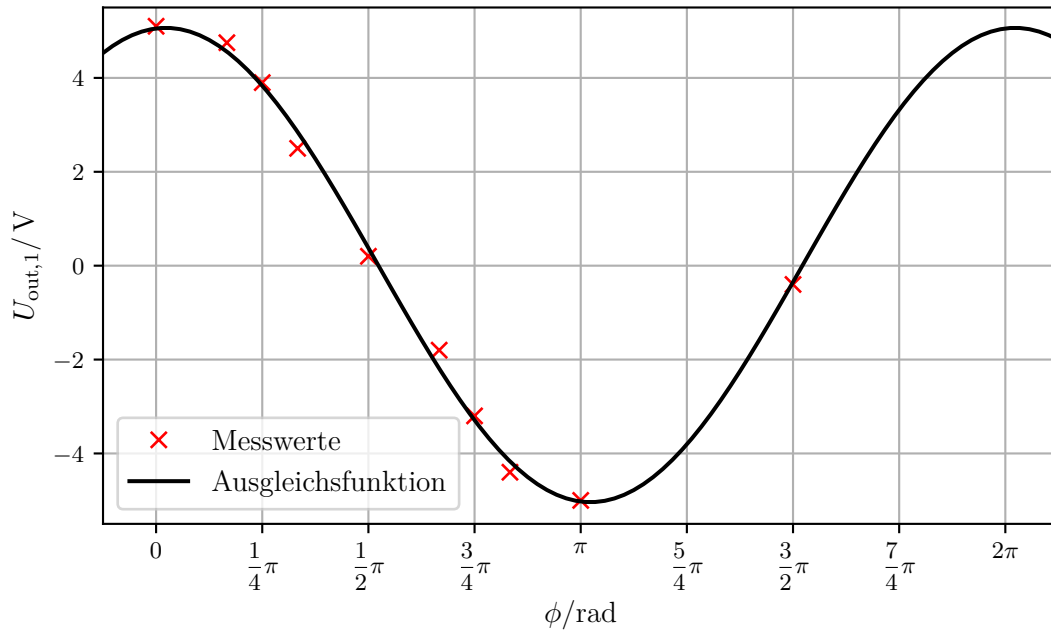
$U_{\text{out},1}$  ist in der folgenden Rechnung die Ausgangsspannung bei Verstärkung des Messsignals ohne hinzugefügtes Rauschen,  $U_{\text{out},2}$  ist die Ausgangsspannung mit dazu geschaltetem Rauschen. Die Werte des Messsignals  $U_{\text{sig}}$  sind in Kapitel 3 aufgeführt.

Die Ausgangsspannung ist nach Gleichung (1) proportional zum Kosinus der Phasenverschiebung der gemischten Signale. Daher wird für die Ausgleichsfunktion die Zuordnung

$$U_{\text{out},i}(\phi) = U_{\text{m},i} \cos(\phi + \delta_i) + U_{0,i} \quad (11)$$

angesetzt. Dies entspricht einer allgemeinen Kosinusfunktion mit der Amplitude  $U_{\text{m},i}$ , dem Phasenparameter  $\delta_i$  und der Nullspannung  $U_{0,i}$  (Verschiebung auf der Ordinate). Der Index  $i = 1, 2$  zählt die beiden verschiedenen Messungen durch.

Eine Auftragung der Messwerte und des Graphen der Ausgleichsfunktion für das nicht verrauschte Signal ist in Abbildung 4 zu sehen.



**Abbildung 4:** Messwerte und Graph der Ausgleichsfunktion zur Verstärkung des nicht verrauschten Signals

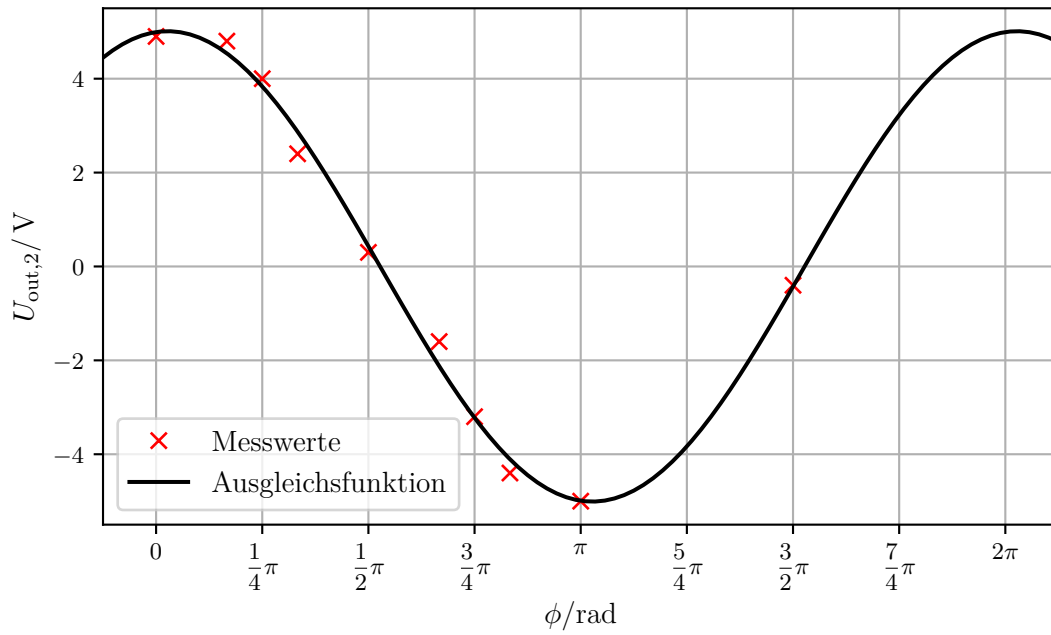
Die Parameter der Ausgleichsfunktion ergeben sich dann konkret zu

$$U_{\text{m},1} = (5,05 \pm 0,11) \text{ V}$$

$$U_{0,1} = (0,01 \pm 0,09) \text{ V}$$

$$\delta_1 = (-0,072 \pm 0,027) \text{ rad}.$$





**Abbildung 5:** Messwerte und Graph der Ausgleichsfunktion zur Verstärkung des verrauschten Signals

Die Ausgleichsrechnung mit (11) wird auch für das verrauschte Signal durchgeführt. Der Graph der Ausgleichsfunktion und die Messwerte sind in Abbildung 5 zu sehen.

Die Parameter der zweiten Ausgleichsrechnung ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned}
 U_{m,2} &= (5,01 \pm 0,14) \text{ V} \\
 U_{0,2} &= (0,002 \pm 0,124) \text{ V} \\
 \delta_2 &= (-0,09 \pm 0,03) \text{ rad} .
 \end{aligned}$$

Da während der gesamten Messung Gains eingeschaltet waren, müssen nun noch die Signalspannungen zurückgerechnet werden. Die drei Gains betrugen 5, 10 und 10, also muss die Signalspannung noch durch den Faktor 500 geteilt werden. Somit ergibt sich für die Parameter

$$\begin{aligned}
 U_{m,1,\text{rück}} &= (10,10 \pm 0,22) \text{ mV} \\
 U_{m,2,\text{rück}} &= (10,02 \pm 0,28) \text{ mV} .
 \end{aligned}$$

Dies entspricht auch in guter Näherung dem Wert für die Amplitude der Eingangsspannung.

## 6 Diskussion

Der Lock-In-Verstärker ist laut Theorie in der Lage, schwache und eventuell verrauschte Signale zu filtern. Diese Eigenschaft wird bei diesem Versuch eindeutig bestätigt. Die Werte der Ausgangsspannung sind im Wesentlichen unabhängig davon, ob das Messsignal verrauscht ist oder nicht. Die Abweichung hier liegt im Rahmen der Messunsicherheit. Auffällig ist jedoch, dass die Unsicherheiten der Ergebnisse bei dem verrauschten Signal geringfügig größer sind.

Die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von dem Kosinus der Phasenverschiebung zwischen Mess- und Referenzsignal wird in den Darstellungen der Messwerte und der Graphen der Ausgleichsfunktionen gut deutlich. Die Parameter der Ausgleichsrechnung sind nahezu deckungsgleich. Die nichtverschwindenden Phasenparameter  $\delta_i$  sind dadurch zu erklären, dass der Gang der Signale durch elektronische Bauteile diese auch geringfügig verändert, schließlich wurde die Phasenverschiebung nur am Anfang des Verstärkers am phase-shifter auf Null gestellt, was wiederum auch nicht garantiert, dass die Phasenverschiebung zu Beginn Null ist. Da die Parameter sehr klein sind, können sie jedoch auch im Rahmen der durch statistische Fehler entstehenden Messungenauigkeit liegen. Dass die Unsicherheiten der  $U_{0,i}$  größer als die nominellen Werte sind, ist hier unproblematisch, da der Theoriewert für diesen Parameter ohnehin null ist.

## Anhang

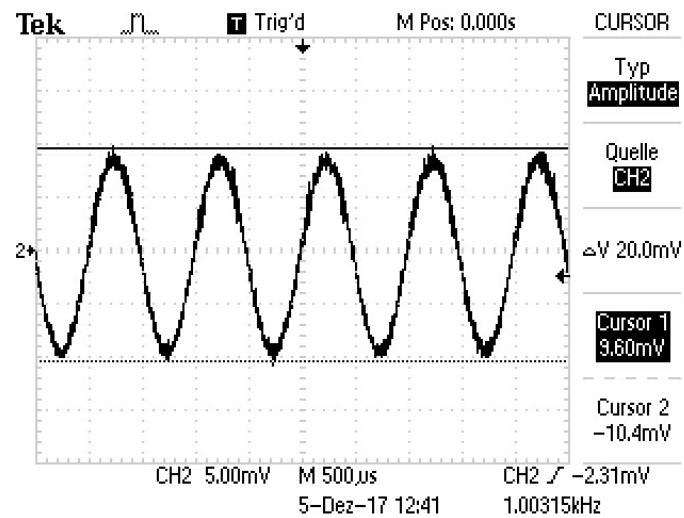


Abbildung 6: Ein Signal aus dem Reference Output

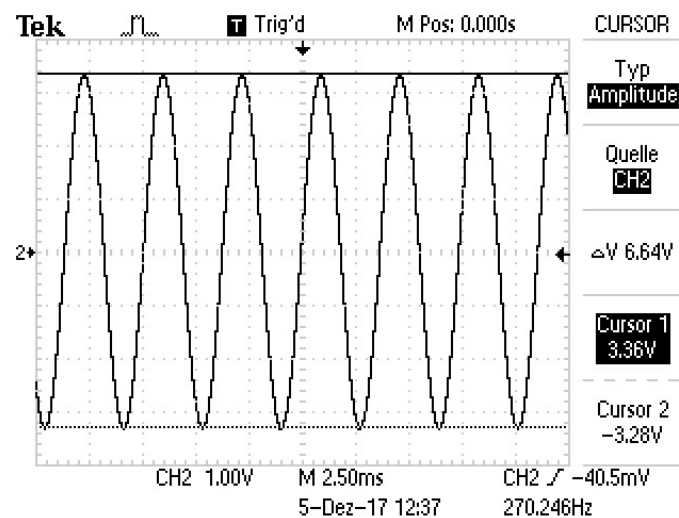


Abbildung 7: Ein Signal aus dem Oscillator Output

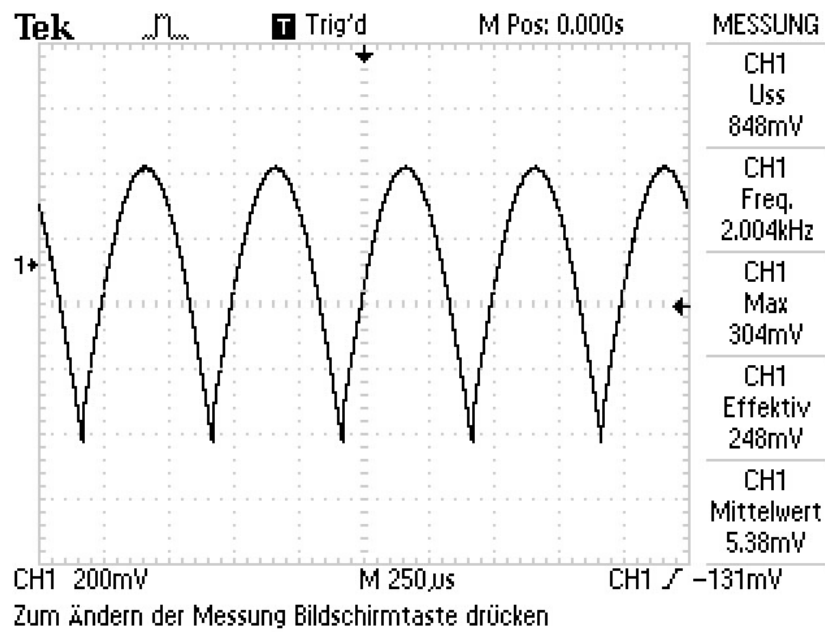


Abbildung 8: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines nicht verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = 0$

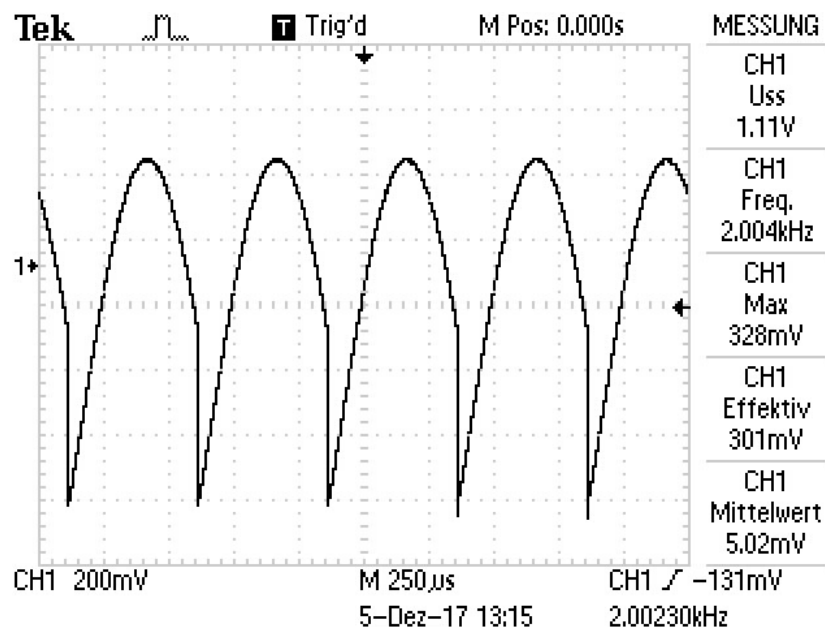


Abbildung 9: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines nicht verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{6}$

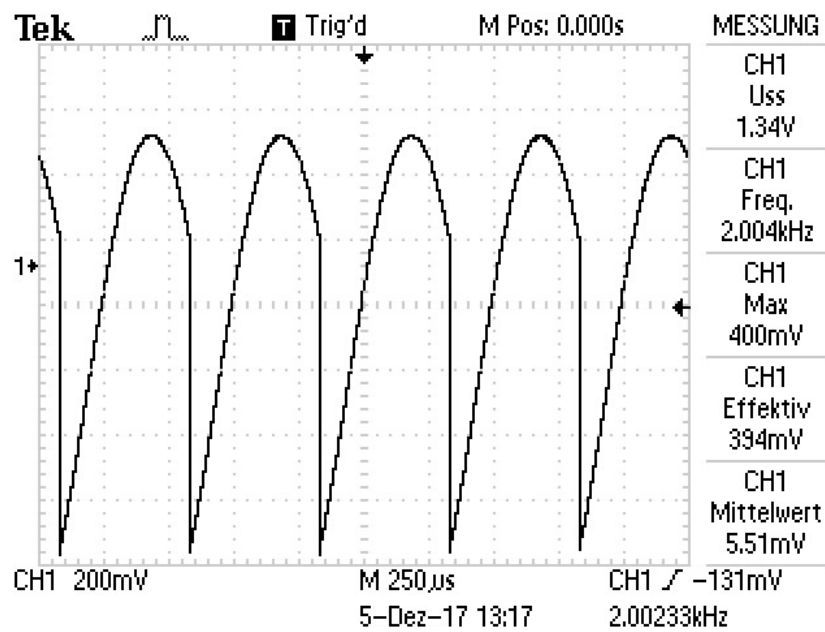


Abbildung 10: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines nicht verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{4}$

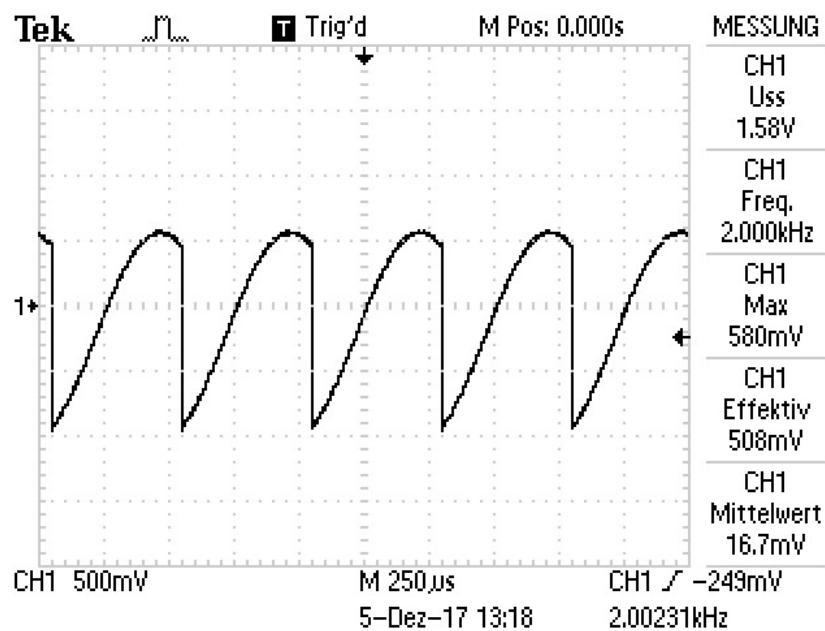


Abbildung 11: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines nicht verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{3}$

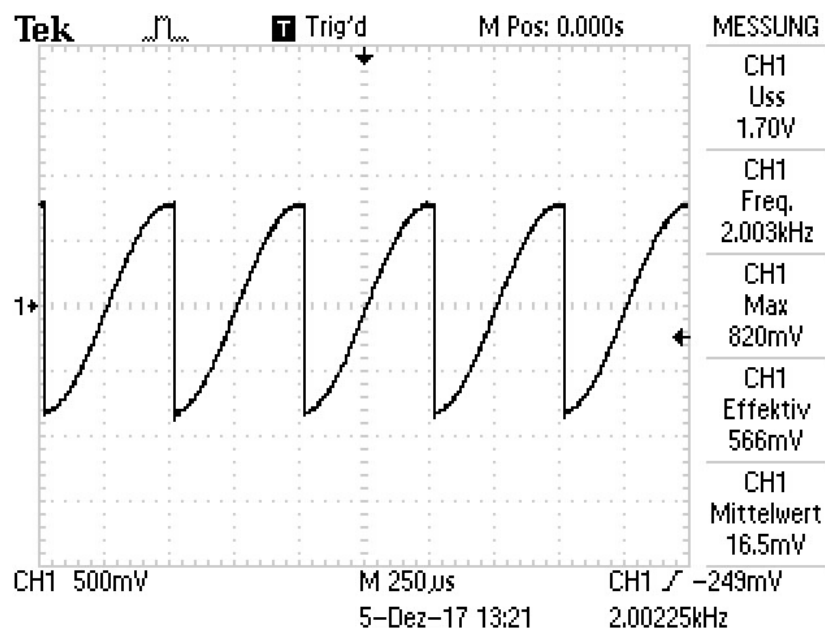


Abbildung 12: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines nicht verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{2}$

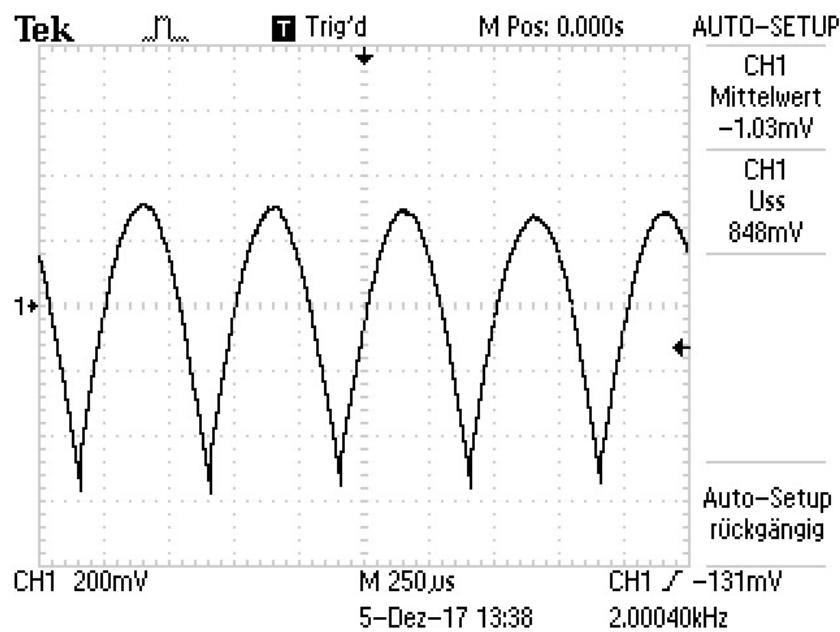


Abbildung 13: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = 0$

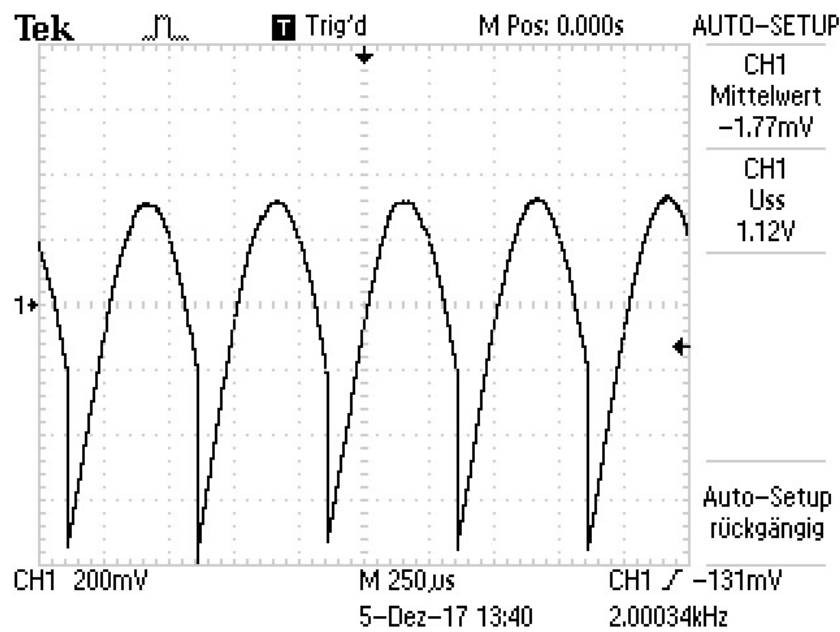


Abbildung 14: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{6}$

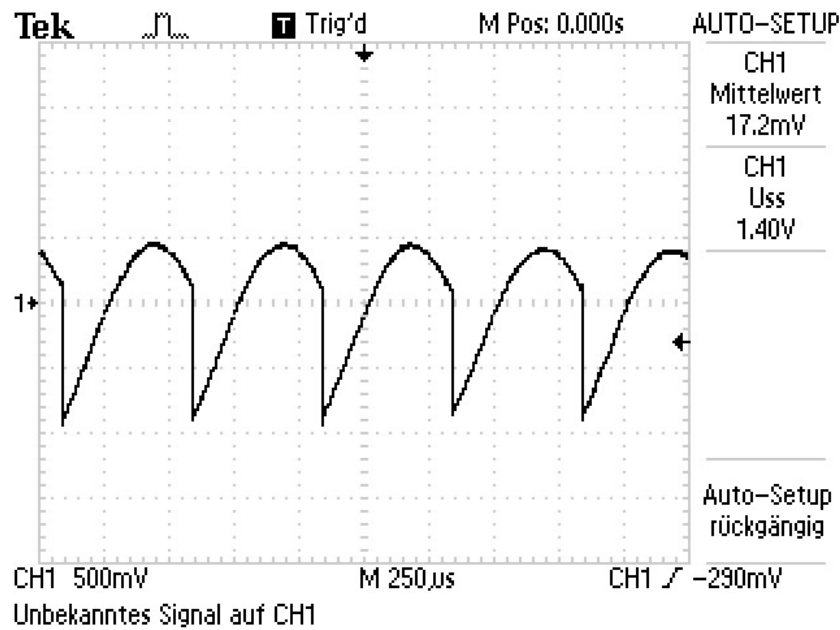


Abbildung 15: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{4}$

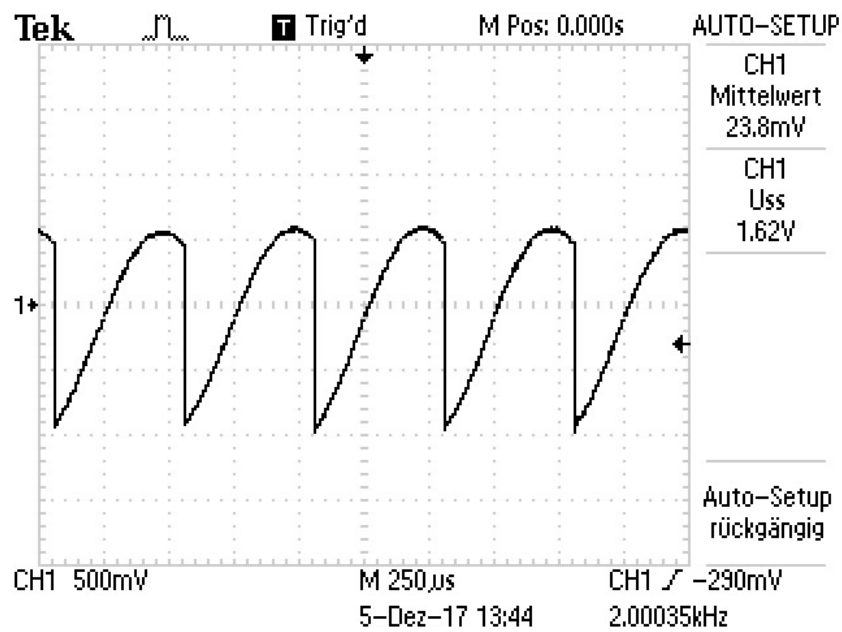


Abbildung 16: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{3}$

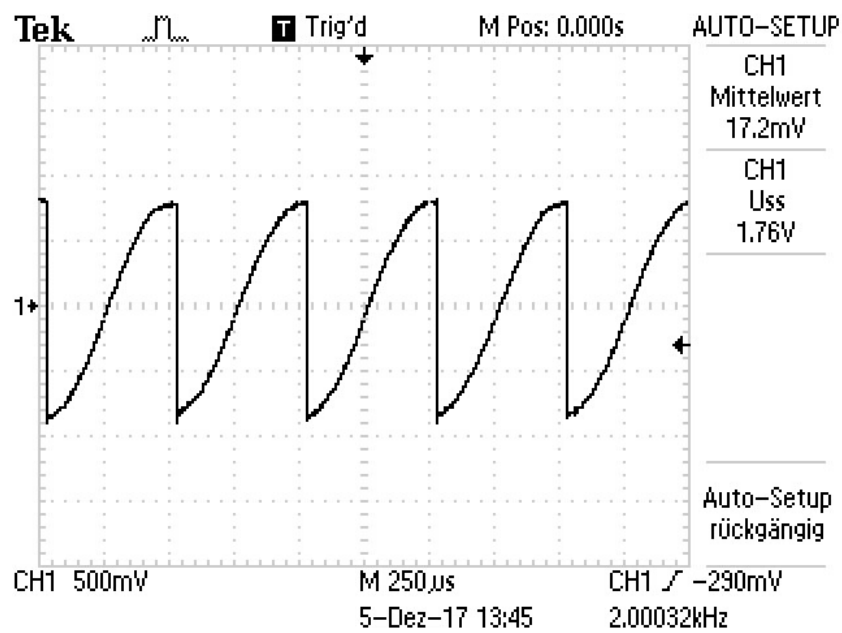


Abbildung 17: Ausgangsspannung  $U_{\text{out}}$  eines verrauschten Signals bei einer Phasenverschiebung von  $\phi = \frac{\pi}{2}$



## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 303: Der Lock-In Verstärker*. [Online; aufgerufen am 06.12.2017]. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/LockIn.pdf>.