

Versuch V603

Compton-Effekt

Richard Leven
richard.leven@udo.edu

Abgabe: 05.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Der Compton-Effekt	3
2.2	Erzeugung der Röntgenstrahlung	3
2.3	Die Bragg'sche Bedingung	4
2.4	Totzeit im Geiger-Müller-Zählrohr	4
2.5	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	4
3	Durchführung	4
3.1	Aufnahme des Röntgenspektrums	4
3.2	Bestimmung der Transmission	4
3.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	5
4	Auswertung	5
4.1	Kupfer K-Linien	5
4.2	Transmission	8
4.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	10
5	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Ziel

Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_C , mithilfe an Plexiglas gestreutem Röntgenlicht.

2 Theorie

2.1 Der Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt das physikalische Prinzip, wenn ein ausreichend energetisches Photon der Wellenlänge λ_1 auf ein Atom prallt und bei dem inelastischen Stoß mit einer niedrigeren Energie weiterfliegt. Dazu muss das Photon auf ein schwach gebundenes Elektron treffen, dem es einen Teil seiner Energie abgibt. Die Austrittswellenlänge wäre dann λ_2 , welche zusätzlich um den Winkel θ abgelenkt wird.

Die Gleichung für die Energie des Photons (in eV) lautet:

$$E_{\text{Photon}} = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19}} \quad (1)$$

Der Unterschied der Wellenlänge jenes Photons $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ kann auch über den Austrittswinkel θ bestimmt werden:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos \theta) \quad (2)$$

Hierbei ist der Vorfaktor $\frac{h}{m_e \cdot c}$ die sogenannte *Compton-Wellenlänge* λ_C . Die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ wird nach Gleichung 2 demnach bei $\theta = \pi$, also 180° maximal, nämlich $2 \cdot \lambda_C$.

2.2 Erzeugung der Röntgenstrahlung

Die charakteristische Röntgenstrahlung entsteht durch den Aufprall energiereicher Elektronen auf ein bestimmtes Material. Dazu werden die Elektronen von einer Glühkathode auf eine Anode, in einer evakuierten Umgebung, aus dem nötigen Material beschleunigt. Da energiereiche Elektronen ionisierende Strahlung sind, ionisieren sie das Anodenmaterial. Das führt dazu, dass ein energiereiches Elektron im Atom in einen energieärmeren Zustand versetzt wird, also in eine innere Schale wandert. Dieser Energieverlust wird als charakteristische Röntgenstrahlung emittiert. Deshalb besteht ein Spektrum der Strahlung aus klaren, scharfen Linien.

Im selben Spektrum findet sich aber auch ein kontinuierliches Spektrum von Röntgenlicht. Dies entsteht wegen der Bremsstrahlung, welche das beschleunigte Elektron auslöst, wenn es ins Coulomb-Feld des Atoms gerät und abgebremst wird. Da das Elektron bei diesem Prozess einen Teil, bis hin zur Gesamtenergie, in Form von Strahlung abgeben kann, wird ein kontinuierliches Spektrum emittiert.

2.3 Die Bragg'sche Bedingung

Um das Röntgenlicht zu analysieren, wird die Bragg'sche Reflexion verwendet. Hierbei werden die Photonen unter einem bestimmten Winkel α an einen Gitterkristall gesendet, sodass konstruktive Interferenz entsteht. Zusammen mit der Gitterkonstante d und der Beugungsordnung n , lässt sich damit die Wellenlänge nachweisen. Die Formel der Bragg'schen Bedingung lautet:

$$2d \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (3)$$

2.4 Totzeit im Geiger-Müller-Zählrohr

Das Geiger-Müller-Zählrohr besteht aus einem Zylinder gefüllt mit Gas, einer Wandkathode und einer Stabanode. Wenn ionisierende Strahlung mit dem Gas in Berührung kommt, werden Elektronen freigesetzt, die die Anode aufnimmt und als Signal weitergibt. Sind allerdings alle Gasatome angeregt, so wird die Intensität der Strahlung verfälscht. Die Zeit bis sich die Gasatome wieder neutralisieren, nennt man *Totzeit* τ . Zur Behebung des Fehlers reicht die Gleichung:

$$I = \frac{N}{1 - \tau N} \quad (4)$$

2.5 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Die Formel für die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung einer Messgröße x mit Fehler Δx lautet:

$$y(x + \Delta x) = y(x) + \frac{dy}{dx} \cdot \Delta x = y + \Delta y \quad (5)$$

3 Durchführung

3.1 Aufnahme des Röntgenspektrums

Es wird eine evakuierte Röhre mit Glühkathode und einer Kupferanode so ausgerichtet, dass die Röntgenstrahlen auf einen Lithiumfluorid-Kristall treffen. Der LiF-Kristall ist drehbar, sodass eine Reihe von Winkeln eingestellt werden können. Zuletzt wird ein Geiger-Müller-Zählrohr hinter dem LiF-Kristall angebracht, um die Impulse bei unterschiedlichen Kristallwinkeln messen zu können. Nun werden in Abschnitten von $\Delta\alpha = 0.1^\circ$ bei einer Integrationszeit von $t = 10s$ und einer Beschleunigungsspannung von $U = 35kV$ die Impulse des Geiger-Müller-Zählrohrs gemessen. Der Winkel wird von 8° bis 25° eingestellt.

3.2 Bestimmung der Transmission

Für die Bestimmung der Transmission wird ein Aluminium-Absorber verwendet. Es müssen 2 Messungen durchgeführt werden, eine mit und eine ohne Absorber. Die Winkel sind von $7^\circ - 10^\circ$ einzustellen, in Abschnitten von $\Delta\alpha = 0.1^\circ$. Die Integrationszeit

beträgt $t = 200s$, bei einer Beschleunigungsspannung von $U = 35kV$. Zuerst soll eine Totzeitkorrektur berechnet werden, dann sollen die neuen Werte in einem $T(\lambda)$ -Diagramm dargestellt werden.

3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Um die Compton-Wellenlänge zu bestimmen, wird der Versuch, wie in Abbildung 1 dargestellt, umgebaut. Der LiF-Kristall wird durch ein Plexiglasstreuer ersetzt. Es müssen drei Messungen vorgenommen werden: Einmal ohne Absorber, einmal zwischen Röntgenstrahler und Streuer und einmal zwischen Streuer und Zählrohr. Die Integrationszeit soll $t = 300s$, bei einer Spannung von $U = 35kV$, betragen. Aus den Messdaten sollen die Transmissionen berechnet werden und aus diesen ihre äquivalente Wellenlängen. Die Differenz der Wellenlänge ist die Compton-Wellenlänge.

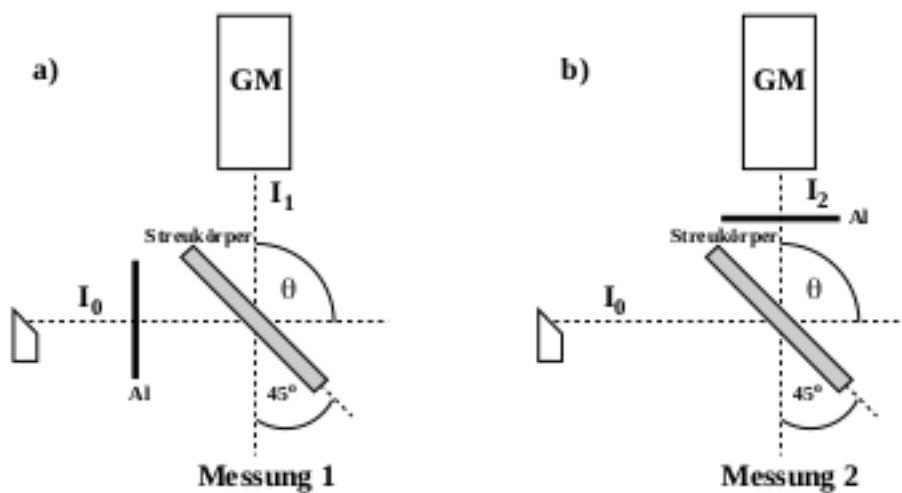


Abbildung 1: Umbau für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge. In a) sitzt der Absorber zwischen Strahler und Streuer, in b) zwischen Streuer und Zähler.

4 Auswertung

4.1 Kupfer K-Linien

Die Energien der Kupfer K_α und K_β Linie betragen [2]:

- $E_{K_\alpha} = 8,038 \text{ keV}$
- $E_{K_\beta} = 8,905 \text{ keV}$

Gemäß Gleichung 1 ergeben sich die Wellenlängen

- $\lambda_\alpha = 154,248 \text{ pm}$
- $\lambda_\beta = 139,230 \text{ pm}$

für die charakteristische Kupferlinien.
Mit der Gleichung 3 und Gleichung 1 wird so diesen Wellenlängen ein Bragg-Winkel zugeordnet:

$$\alpha_{K_\alpha} \approx 22,517^\circ$$

$$\alpha_{K_\beta} \approx 20,225^\circ$$

Die Gitterkonstante beträgt $d_{LiF} = 201,4 \text{ pm}$.

In Abbildung 2 sind die beiden K-Linien dargestellt.

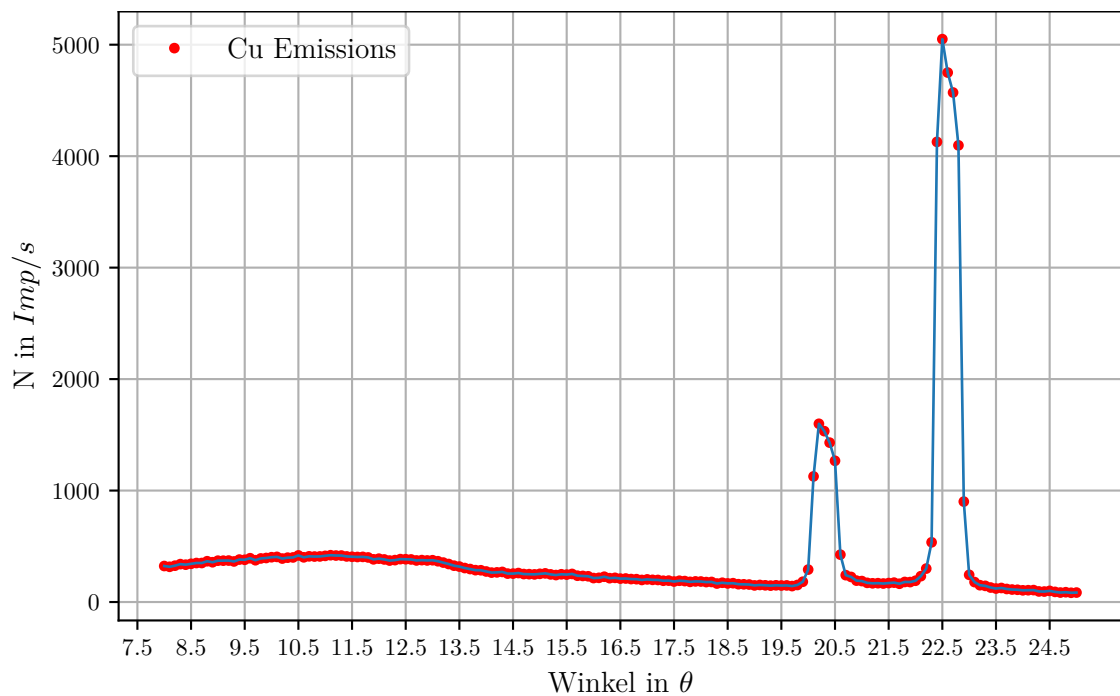


Abbildung 2: Plot über die Verteilung der Impulse pro Sekunde beim Winkel θ . Es sind eindeutig zwei Peaks zu erkennen, die die charakteristische Kupferlinien K_α und K_β sind. Es ist ebenfalls der Bremsberg bei 7° bis ca. $15,5^\circ$ zu erkennen.

Für die Peaks gilt:

$$K_\alpha \text{ bei ca. } 22,5^\circ$$

$$K_\beta \text{ bei ca. } 20,2^\circ$$

Mithilfe der Gleichung 3 ergeben sich aus den Winkeln folgende Wellenlängen:

$$\lambda_{K_\alpha} \text{ bei ca. } 154,145 \text{ pm}$$

$$\lambda_{K_\beta} \text{ bei ca. } 139,086 \text{ pm}$$

Daraus ergeben sich die Energien:

$$E_{K_\alpha} \text{ bei ca. } 8,043 \text{ keV}$$

$$E_{K_\beta} \text{ bei ca. } 8,914 \text{ keV}$$

4.2 Transmission

Zuerst wird die Totzeit-Korrektur, nach Gleichung 4 auf die Messwerte angewendet. Die Transmission ergibt sich aus dem Quotienten von I_{At}/I_0 .

In Tabelle 1 ist die Transmission der korrigierten Werte für den Winkel θ und der daraus folgenden Wellenlänge λ aufgeführt. Die Wellenlänge wurde mithilfe der Gleichung 3 berechnet. Die Fehler wurden mittels Gleichung 5 für jedes einzelne T berechnet. Ein Rechenbeispiel ist bei Gleichung 7.

Die Werte sind in Abbildung 3 dargestellt, wobei die Ausgleichsgerade die Steigung $m = (-0.0152 \pm 0.0002) \frac{T}{\lambda}$ und den y-Achsenabschnitt $n = (1.2302 \pm 0.0138) T$ hat, wobei diese Parameter mithilfe von Pythons *polyfit* Funktion [1] ermittelt wurden. Die Ausgleichsgerade ist also die Funktion:

$$T(\lambda) = m \cdot \lambda + n \quad (6)$$

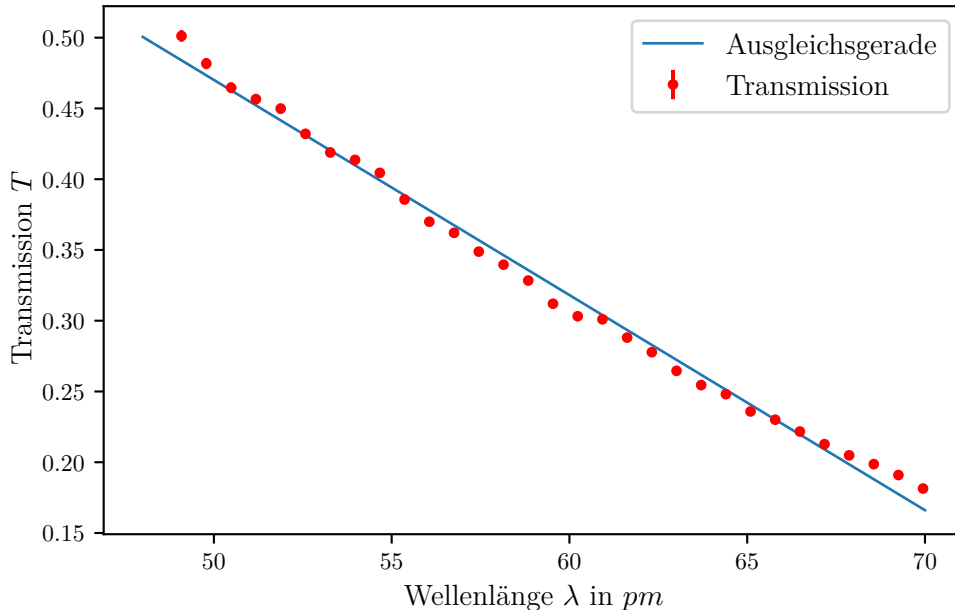


Abbildung 3: Die Transmission ist hier gegen die Wellenlänge aufgetragen. Mit zunehmender Wellenlänge nimmt diese linear ab.

Tabelle 1: Transmission der korrigierten Werte, sowie die dazugehörigen Wellenlängen.

Winkel θ	Wellenlänge λ in pm	Transmission T	Fehler von T
7,0	49,089	0,501	0,004
7,1	49,787	0,482	0,004
7,2	50,484	0,465	0,004
7,3	51,182	0,457	0,004
7,4	51,879	0,450	0,004
7,5	52,576	0,432	0,003
7,6	53,273	0,419	0,003
7,7	53,970	0,414	0,003
7,8	54,666	0,404	0,003
7,9	55,363	0,386	0,003
8,0	56,059	0,370	0,003
8,1	56,755	0,362	0,003
8,2	57,451	0,349	0,003
8,3	58,147	0,340	0,003
8,4	58,842	0,328	0,003
8,5	59,538	0,312	0,003
8,6	60,233	0,303	0,002
8,7	60,928	0,301	0,002
8,8	61,623	0,288	0,002
8,9	62,317	0,278	0,002
9,0	63,012	0,265	0,002
9,1	63,706	0,255	0,002
9,2	64,400	0,248	0,002
9,3	65,094	0,236	0,002
9,4	65,788	0,230	0,002
9,5	66,481	0,222	0,002
9,6	67,174	0,213	0,002
9,7	67,868	0,205	0,002
9,8	68,560	0,199	0,002
9,9	69,253	0,191	0,002
10,0	69,945	0,181	0,002

4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Es werden 3 Impulsraten betrachtet. I_0 für den Fall, dass kein Absorber vorhanden ist, I_1 wenn der Aluminium-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer ist und I_2 , wenn dieser zwischen Streuer und Zählrohr liegt. Da die Anzahl der Röntgenquanten Poisson-Verteilt ist, wird jedem Impuls ein Fehler von $\Delta N = \sqrt{N}$ zu geordnet. Um den Fehler der vorliegenden Impulsraten zu bestimmen, muss die Gleichung 4 nach dem Impuls N umgestellt werden. Daraus ergeben sich die Impulse mit ΔN :

$$N_0 = 2730.33 \pm 52.25$$

$$N_1 = 1179.87 \pm 34.35$$

$$N_2 = 1023.91 \pm 32$$

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung in Gleichung 5 wird nun der fehlerbehaftete Wert der Impulsraten ermittelt:

$$\Delta I = \frac{d}{dN} \left(\frac{N}{(1 - a \cdot N)} \right) \cdot \Delta N \quad \text{mit} \quad a = 90 \cdot 10^{-9} \text{ sec} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{(1 - a \cdot N)^2} \cdot \Delta N \quad (8)$$

Wenn die Werte für N_0 , N_1 und N_2 in Gleichung 7 eingesetzt werden, ergeben sich die Werte der Impulsraten mit Fehler:

$$I_0 = 2731 \pm 52.278$$

$$I_1 = 1180 \pm 34.349$$

$$I_2 = 1024 \pm 31.999$$

Hieraus ergeben sich die Transmissionen:

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = 0.432 \pm 0.015$$

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = 0.375 \pm 0.014$$

Somit muss die Gleichung 6 nur noch nach λ umgestellt werden, um die Wellenlänge für die Transmissionen zu erhalten:

$$\lambda_1 = \frac{T_1 - n}{m} = (52.513 \pm 1.508) \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = \frac{T_2 - n}{m} = (56.263 \pm 1.490) \text{ pm}$$

Die Compton Wellenlänge wäre demnach:

$$\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = (3.75 \pm 1.35)\text{pm} \quad (9)$$

Eine Totzeit-Korrektur ist hier nicht nötig, da die *Imp*/s vom höchsten Wert I_0 , lediglich ca. 9.1 *Imp/s* beträgt und die Totzeit von 90 μs lediglich die 4te Nachkommastelle verändert. Die theoretische Compton-Wellenlänge beträgt nach Gleichung 2 ca. 2,426 pm.

5 Diskussion

Die gemessenen charakteristischen Kupfer K-Linien weichen von den Literaturwerten([2]) nur leicht ab:

K_α weicht ca. 0.06% ab.

K_β weicht ca. 0.1% ab.

Die Coulomb-Wellenlänge wird durch Gleichung 2 bestimmt und beträgt $2.426pm$. Die gemessene Coulomb-Wellenlänge in Gleichung 9 weicht im Mittel um 54.58% davon ab, allerdings ist der Fehler davon sehr groß, sodass dieser Angabe nicht viel beizumessen ist.

Literatur

- [1] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [2] *Phywe, Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer*. Eingesehen am 03.05.2020. URL: http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf.