

V204

Wärmeleitung von Metallen

Samuel Haefs

samuel.haefs@tu-dortmund.de

Max Koch

max.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.01.2020

Abgabe: 28.01.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Statische Methode	4
3.2 Dynamische Methode	4
4 Auswertung	5
4.1 Statische Methode	5
4.2 Dynamische Methode	7
5 Diskussion	10
6 Anhang	10
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Wärmeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl.

2 Theorie

Besitzt ein Körper an verschiedenen Stellen unterschiedliche Temperaturen, so kommt es zu einem Wärmetransport vom wärmeren zum kälteren Gebiet. Dieser Wärmetransport kann durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung geschehen. Im Folgenden wird letzteres behandelt.

Die Wärme wird über Phononen und freibewegliche Elektronen transportiert. Die transportierte Wärmemenge dQ in der Zeit dt eines Stabes mit rechteckigem Querschnitt berechnet sich nach

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

Der Stab hat die Länge L , die Querschnittsfläche A und das Material die Dichte ρ , die spezifische Wärme c und die Wärmeleitfähigkeit κ . Für die Wärmestromdichte gilt

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung. Die Temperaturleitfähigkeit $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$ gibt an, wie schnell sich der Temperaturunterschied ausgleicht. Die Lösung der Diffusionsgleichung ist abhängig von der Geometrie des Stabes und den Anfangsbedingungen.

In einem Stab der mit der Periode T abwechselnd erwärmt und abgekühlt wird, breitet sich eine Temperaturwelle der Form

$$T(x, t) = T_{\max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cdot \cos \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x$$

aus. Die Phasengeschwindigkeit der Welle beträgt

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\kappa\omega}{\rho c}.$$

Die Wärmeleitfähigkeit ergibt sich aus dem Amplitudenverhältnis $\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}$ an zwei Messstellen x_{nah} , x_{fern} und den Beziehungen $\omega = 2\pi/T$, $\phi = 2\pi\Delta t/T$ mit der Periodendauer T und der Winkelgeschwindigkeit ω :

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}} \quad (2)$$

Dabei ist Δx der Abstand und Δt die Phasendifferenz der Welle zwischen den Messstellen.

3 Durchführung

Die Grundplatte ist in Abb. 1 dargestellt. Auf ihr befinden sich vier rechteckige Probestäbe aus Aluminium, (2x) Messing und Edelstahl. Die Temperatur wird an zwei Stellen jedes Stabes gemessen. Die Grundplatte wird an einer Spannungsquelle und an ein 8-fach Temperatur Array, das mit dem GLX Datenlogger verbunden ist angeschlossen. Mit dem GLX Datenlogger können die Temperaturen gemessen und mit dem Xplorer GLX graphisch dargestellt und gespeichert werden. Die Abstände zwischen den beiden Thermoelementen auf den jeweiligen Stäben müssen gemessen werden.

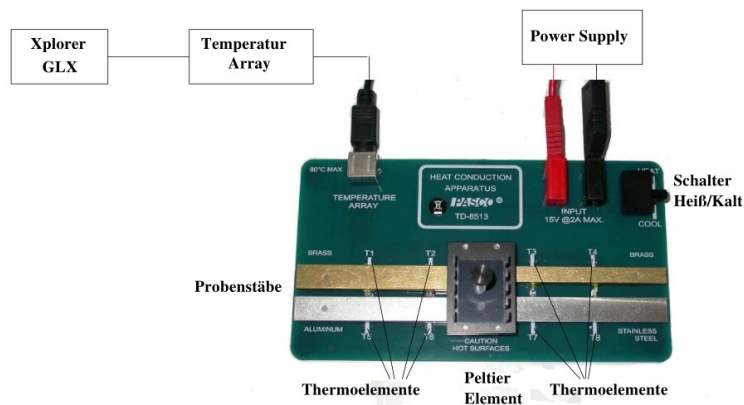


Abbildung 1: Die Grundplatte mit vier Probestäben und acht Thermoelementen. [1, S. 3]

3.1 Statische Methode

Die Spannungsquelle wird auf $U_p = 5\text{ V}$ (bei maximalem Strom I) eingestellt und der Schalter auf "HEAT" gestellt. Gleichzeitig wird die Messung für alle 8 Thermoelemente am Xplorer GLX mit der Abtastrate $\Delta t_{\text{GLX}} = 5\text{ s}$ gestartet. Dabei ist darauf zu achten, dass die Wärmeisolierung auf den Stäben liegt. Die Messung wird beendet, wenn die Temperatur des Thermoelements T7 45°C erreicht. Im Anschluss wird der Schalter auf "COOL" gestellt, um die Stäbe zu kühlen.

3.2 Dynamische Methode

Die dynamische Methode wird auch als Angström-Messverfahren bezeichnet. Der Probestab wird periodisch erhitzt. Dadurch breitet sich eine Temperaturwelle mit einer bestimmten Ausbreitungsgeschwindigkeit aus, aus welcher die Wärmeleitfähigkeit bestimmt werden kann.

Die Temperatur der Stäbe sollte nun unter 30°C sein. Die Abtastrate wird bei dieser Methode auf $\Delta t_{\text{GLX}} = 1\text{ s}$ gesetzt und die Spannungsquelle auf $U_p = 8\text{ V}$ (bei maximalem

Strom) eingestellt.

Zuerst soll die Messung mit einer Periodendauer von 80 s durchgeführt werden. Also wird die Messung gestartet, der Schalter auf "HEAT" gestellt und nach 40 s zurück auf "COOL". Nach weiteren 40 s ist die erste Periode um. Es sollten mindestens 10 Perioden gemessen werden.

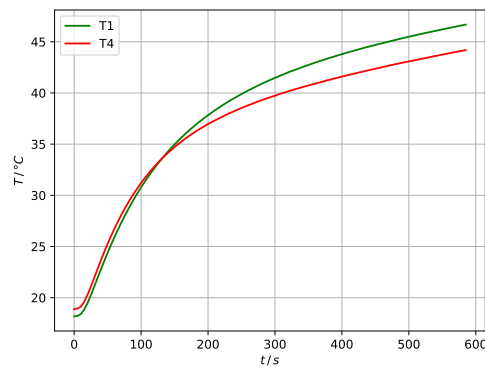
Um den Temperaturverlauf für Edelstahl zu messen ist eine Periodendauer von 200 s notwendig. Die Messung wird wie zuvor durchgeführt und beendet, wenn eins der Thermoelemente 80 °C anzeigt.

4 Auswertung

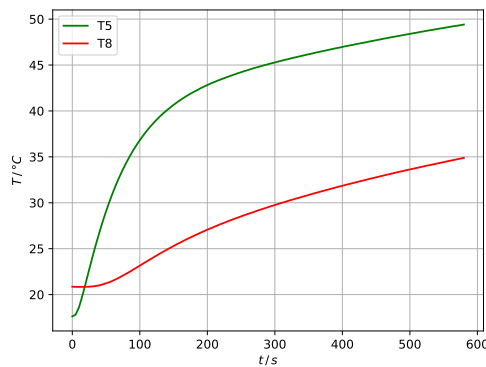
4.1 Statische Methode

Zunächst wird in diesem Abschnitt die statische Methode behandelt.

Abbildung 2: Vier Temperaturverläufe von unterschiedlichen Materialien.



(a) Der Temperaturverlauf an Thermoelement 1 und 4.



(b) Der Temperaturverlauf an Thermoelement 5 und 8.

Die aufgenommenen Temperaturverläufe sind in Abbildung 2 zu finden. Es fällt auf, dass alle Temperaturen einem exponentiellem Wachstum folgen. Nach einer Zeit von 150 s nimmt dieses aber stark ab und die Temperaturen streben gegen einen Sättigungswert. Dieser Wert ist bei jedem Material anders, die hier aufgenommenen Temperaturen nach 590 s sind:

$$T_1 = 46,59 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_4 = 44,04 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_5 = 48,82 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_8 = 34,98 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Die höchste Temperatur erreicht hier das Thermoelement 5. Der dazu gehörige Stab besteht aus Aluminium.

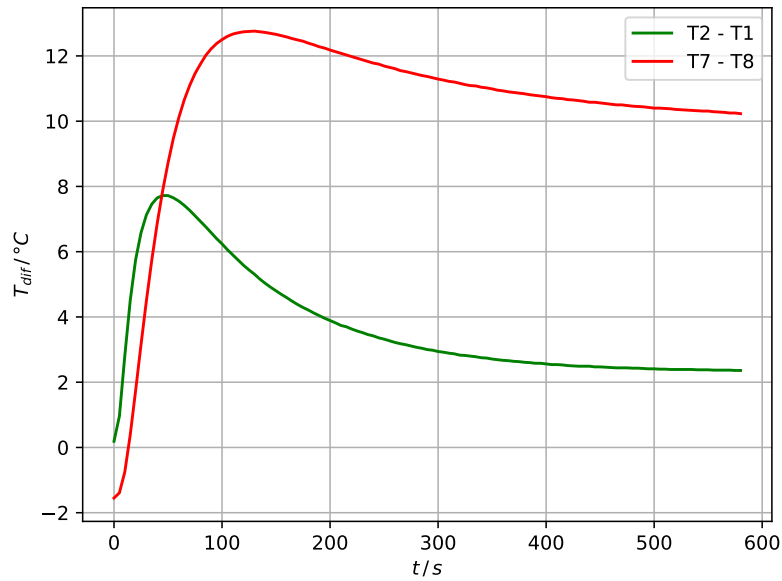
Nun soll die Wärme berechnet werden die in der Zeit t durch zwei der Stäbe geflossen ist. Dazu wird (1) genutzt. Die nötigen Wärmeleitfähigkeiten der beiden Metalle werden dabei aus der Quelle [4] entnommen. Die Abmessung der Stäbe sind in [1] zu finden. Der Abstand zwischen den Thermoelementen ist jeweils 3 cm. In der Tabelle 1 sind die berechneten Ergebnisse zu finden.

Tabelle 1: Die Wärmedifferenz der verschiedenen Thermoelemente des Stabes.

t / s	$\frac{\delta Q_{21}}{\delta t} / \text{W}$	$\frac{\delta Q_{87}}{\delta t} / \text{W}$
50	-1,235	-0,279
150	-0,768	-0,405
250	-0,531	-0,374
350	-0,433	-0,351
450	-0,395	-0,337

Aus der Temperaturdifferenz von T_1 und T_2 sowie T_7 und T_8 ergeben sich außerdem zwei Graphen. Diese sind in Abbildung 4 zu sehen.

Abbildung 4: Die Temperaturdifferenzen der vier gemessenen Temperaturen.



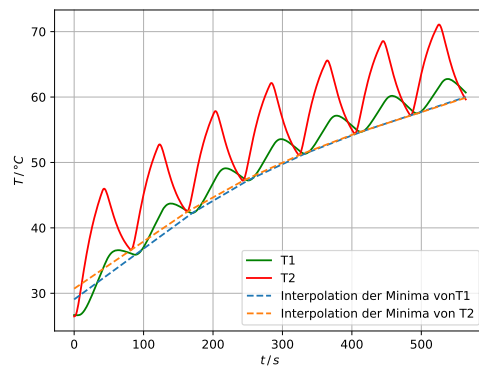
4.2 Dynamische Methode

Nun soll mit den, durch die dynamische Methode ermittelten Werten, die Wärmeleitfähigkeit κ von Edelstahl und Messing ermittelt werden. Die Temperaturverläufe an den Thermoelementen dieser beiden Stäbe sind in Abbildung 5 zu finden

Zu erwähnen ist, dass die Periodendauer, welche zum Aufnehmen der Werte für Abbildung 6a, 80 s beträgt wohingegen die Periodendauer der anderen Abbildung 200 s beträgt. Die Interpolationen, der Minima aller Graphen wurden mit der Python Bibliothek scipy [2] durchgeführt. Durch diese wurde eine Funktion erstellt, welche die Minima interpoliert. Mit dieser Funktion kann wiederum die absolute Amplitude der Temperaturen berechnet werden. Mit (2) wird nun die Wärmeleitfähigkeit der beiden Metalle bestimmt. Dabei wurden die Dichte der beiden Metalle, sowie die spezifische Wärmekapazität aus [1] entnommen. Der Abstand Δx zwischen den Thermoelementen beträgt 3 cm. Die Tabelle 2 zeigt die Amplituden und die Phasenverschiebung der Wärmekurve des Messings, sowie die damit berechnete Wärmeleitfähigkeit.

Abbildung 5: Zwei Temperaturverläufe von zwei Metallen.

(a) Der Temperaturverlauf der beiden Thermoelemente des Messingstabes.



(b) Der Temperaturverlauf an den beiden Thermoelementen des Edelstahlstabes.

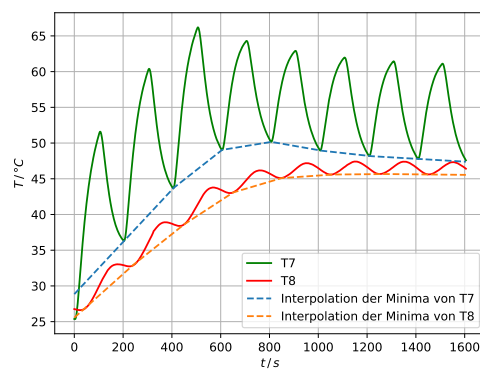


Tabelle 2: Die berechneten absoluten Amplituden und der Phasenunterschied der Temperaturwelle von Messing, sowie dessen Wärmeleitfähigkeit.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
12.186	2.632	20	47.156
13.178	3.858	16	73.540
13.010	3.852	15	79.171
12.970	3.925	14	86.388
12.784	3.923	13	94.122
12.752	3.923	13	94.328
12.527	3.673	13	90.639

Im Mittel ergibt sich für Messing eine Wärmeleitfähigkeit von

$$\kappa = (80,763 \pm 6,316) \frac{\text{W}}{\text{mK}}.$$

Zur Mittelung der Werte aus Tabelle 2 wird die Numpy Funktion 'mean' genutzt [3]. Zur Berechnung des Fehlers des Mittelwertes wird die scipy Funktion 'sem' genutzt [2]. Zusätzlich wird die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium bestimmt. Die dazu gemessenen Werte sind in Tabelle 3 zu finden. Die benötigten Literaturwerte wurden aus [1] entnommen. Auch hier ist der Abstand zwischen den Thermoelementen 3 cm.

Tabelle 3: Die berechneten absoluten Amplituden, sowie die jeweiligen Phasenverschiebungen und die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
14.588	3.183	10	68.769
16.366	7.122	8	157.121
16.025	7.692	8	178.114
15.946	7.689	7	205.134
15.608	7.577	6	239.665
15.668	7.548	7	204.577
15.421	7.308	7	200.087

Durch die Werte aus der Tabelle 3 ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit des Aluminiums ein Wert von

$$\kappa = (179,071 \pm 20,751) \frac{\text{W}}{\text{mK}}.$$

Die letzte Messreihe die ausgewertet wird ist die des Edelstahl. Die Werte dazu sind in Tabelle 4 zu finden. Sie zeigt die Amplituden und den Phasenunterschied der Wärmekurve des Edelstahl.

Tabelle 4: Die berechneten absoluten Amplituden, der Phasenunterschied und die jeweilige Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl.

$A_{\text{nah}} / ^\circ\text{C}$	$A_{\text{fern}} / ^\circ\text{C}$	$\Delta t / \text{s}$	$\kappa / \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
18.873	2.284	62	10.998
20.323	2.587	57	12.257
19.796	2.561	60	11.735
14.695	2.018	50	14.508
13.356	1.836	48	15.119
13.399	1.790	44	16.260
13.470	1.763	41	17.275
13.530	1.754	41	17.191

Im Mittel ergibt sich aus den Werten der Tabelle 4 eine Wärmeleitfähigkeit von

$$(14,418 \pm 0,879) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

für Edelstahl.

5 Diskussion

Die bestimmten Wärmeleitfähigkeiten

$$\begin{aligned}\kappa_{\text{messing}} &= (80,763 \pm 6,316) \frac{\text{W}}{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{aluminium}} &= (197,071 \pm 20,751) \frac{\text{W}}{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{edelstahl}} &= (14,418 \pm 0,879) \frac{\text{W}}{\text{mK}}\end{aligned}$$

weichen von den aus [4] entnommen Literaturwerten ab. Diese sind

$$\begin{aligned}\kappa_{\text{messing}} &= 81-105 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{aluminium}} &= 220 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \\ \kappa_{\text{edelstahl}} &= 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}\end{aligned}$$

Damit weicht κ_{messing} 0.30%, $\kappa_{\text{aluminium}}$ 11.63% und $\kappa_{\text{edelstahl}}$ 38% vom Literaturwert ab. Alle liegen dabei unter den Literaturwerten, was darauf schließen lässt, dass einige Wärme durch die unzureichend isolierte Messvorrichtung entwichen ist. Außerdem musste während der dynamischen Messung die Spannung der Wärmequelle verringert werden, da sonst die Grundplatte zu heiß geworden wäre. Dies führt zusätzlich zu Abweichungen zwischen Literaturwerten und Messwerten, da die Amplituden der Wärmewelle dann nicht mehr dem anfänglichen Muster folgen.

6 Anhang

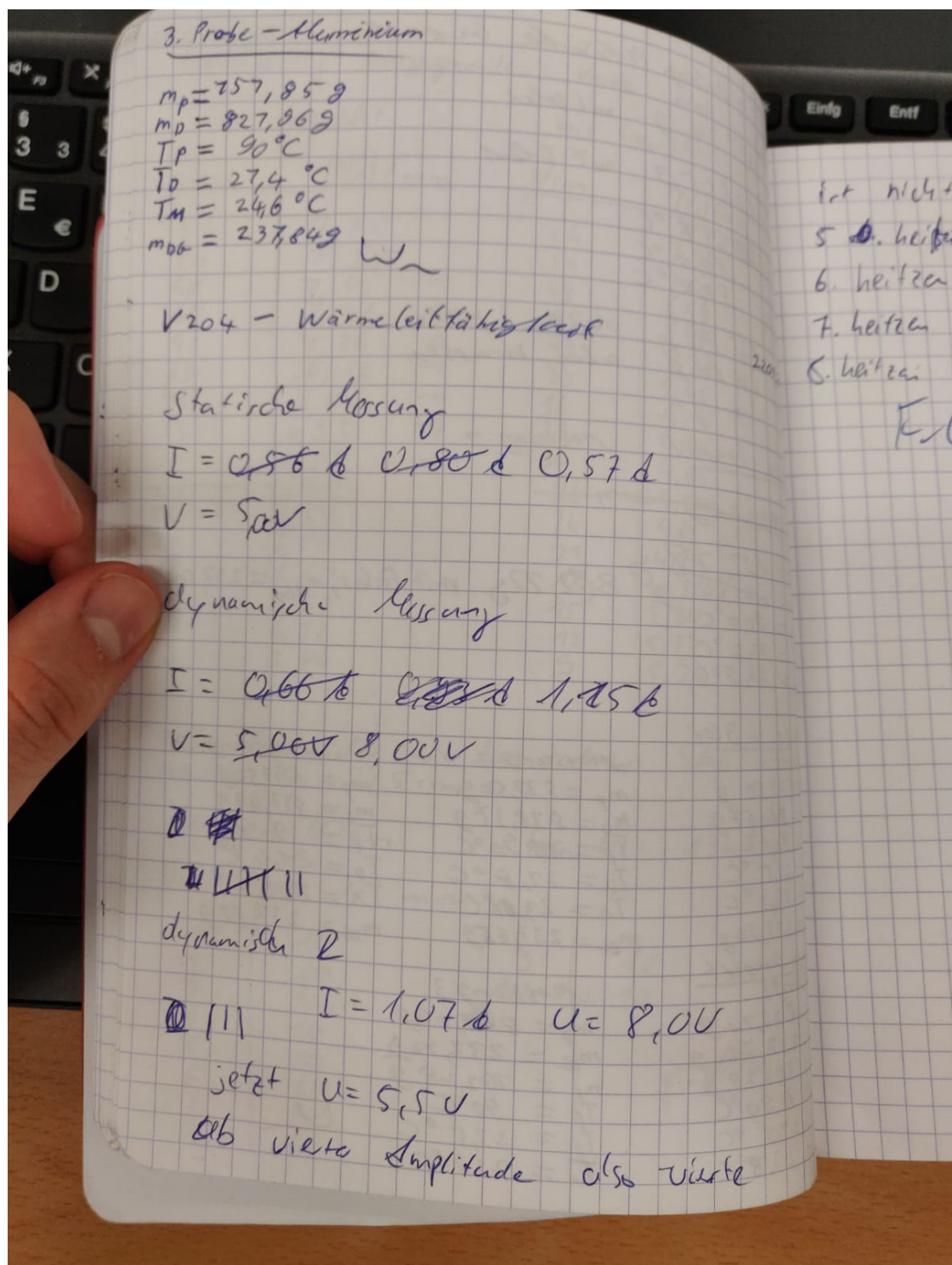


Abbildung 7: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 1).

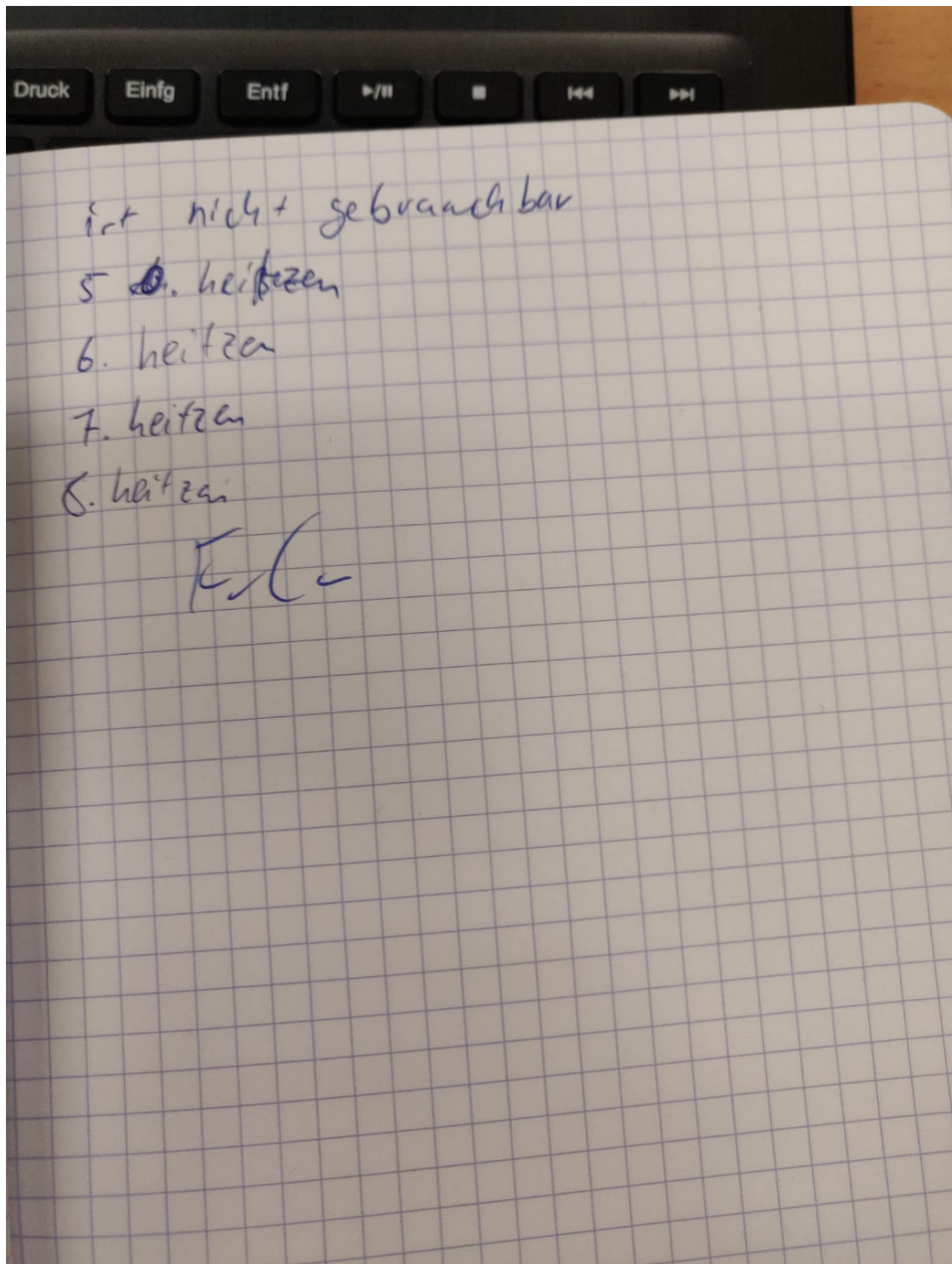


Abbildung 8: Originaldaten aus dem Laborheft (Seite 2).

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V204 - Wärmeleitung von Metallen*. 2014.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] *Wärmeleitfähigkeit - Metalle*. URL: https://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit_metall/wleit_metall.php (besucht am 26.01.2020).