V204

Wärmeleitung von Metallen

 $Christopher\ Breitfeld\\ christopher.breitfeld@tu-dortmund.de$

 $\label{thm:continuous} Henry~Kr\"{a}merk\"{a}mper\\ henry.kraemerkaemper@tu-dortmund.de$

Durchführung: 15.06.2021 Abgabe: 28.07.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
3	Vorbereitung	4
4		
5	Auswertung5.1 Statische Methode	8
6	Diskussion	13
Lit	teratur	14

1 Einleitung

Im folgenden Versuch V204 soll die Wärmeleitung von den Metallen Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden.

2 Theorie

Bei Existenz eines Temperaturgefälles kommt es zu Wärmetransport hin zu abnehmender Temperatur. Wärmetransport kann durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung geschehen. Im folgenden Versuch wird nur die Wärmeleitung betrachtet. Die Wärmemenge, die durch einen Stab der Länge L und Querschnittsfläche A mit einer Dichte ρ und einer spezifischen Wärme c transportiert wird, lässt sich mit folgender Gleichung beschreiben:

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt. \tag{1}$$

Hierbei bezeichnet κ die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit. Daher folgt für die Wärmestromdichte:

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}. (2)$$

Hierbei gibt das Vorzeichen die Richtung des Wärmeflusses an, welcher von dem kälteren zu dem wärmeren Teil des Stabes fließt. Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung ergibt sich die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$
 (3)

Diese beschreibt die räumliche und zeitliche Entwicklung der Temperaturverteilung. Die Temperaturverteilung $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$ beschreibt die Geschwindigkeit, mit der ein Temperaturgefälle ausgeglichen wird. Durch eine periodische Erwärmung und Abkühlung eines sehr langen Stabes mit einer festen Periode T entsteht eine räumliche und zeitliche Temperaturwelle. Diese lässt sich dann mit folgender Gleichung beschreiben:

$$T(x,t) = T_{max}e^{-\sqrt{\frac{\omega\rho c}{2\kappa}}x}\cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega\rho c}{2\kappa}}x\right). \tag{4}$$

Diese Welle besitzt dann die Phasengeschwindigkeit v, für die gilt:

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. (5)$$

Die Dämpfung der Welle kann aus dem Amplitudenverhältnis $\frac{A_{\rm nah}}{A_{\rm fern}}$ sowie den Beziehungen $\omega=\frac{2\pi}{T^*}$ und $\phi=2\pi\frac{\Delta t}{T^*}$, wobei ϕ die Phase und T^* die Periodendauer meint,

berechnet werden. Die Amplituden werden an zwei Stellen $x_{\rm nah}$ und $x_{\rm fern}$ gemessen. Für die Wärmeleitung gilt dann

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \log(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{form}}})}.$$
 (6)

Hierbei bezeichnet Δx den Abstand zwischen $x_{\rm nah}$ und $x_{\rm fern}$, Δt die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen $x_{\rm nah}$ und $x_{\rm fern}$. Aus dem Kehrwert der Periodendauer T^* ergibt sich die Frequenz f der Welle:

$$f = \frac{1}{T^*}. (7)$$

Die Wellenlänge λ der Wärmewelle lässt sich durch die Phasengeschwindigkeit v und der Periodendauer T^* schreiben:

$$\lambda = v \cdot T^*. \tag{8}$$

3 Vorbereitung

In folgender Tabelle sind die vor Versuchsdurchführung recherchierten Werte für die Dichte ρ , die spezifische Wärmekapazität c sowie die Wärmeleitfähigkeit κ für die im Folgenden gelisteten Stoffe aufgeführt.

Tabelle 1: Die recherchierten Parameter für die angebenen Stoffe.[3],[2],[5]

Wert	Aluminium	Messing	Edelstahl	Wasser
$\rho[\mathrm{kg/m^3}]$	2710	8100-8700	7900	1000
$c[\mathrm{J/(kgK)}]$	896	389	477	4187
$\kappa[\mathrm{J/(mK)}]$	220	81-113	20-21	0,6

4 Durchführung

4.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem PCB, auf welchem acht Thermoelemente T1 bis T8 an drei Materialien Aluminium, Edelstahl und Messing angebracht sind. Die Materialien werden von einem Peltierelement geheizt beziehungsweise gekühlt. Der Betriebsmodus des Peltierelements kann über einen Schalter auf Heat oder Cool geregelt werden. An das Peltierelement ist für die statische Methode eine Spannung $U_P = 5$ V, für die dynamische Methode eine Spannung von $U_P = 8$ V angelegt. Die Daten der Thermoelemente werden mithilfe eines Datenloggers $Xplorer\ GLX$ aufgenommen. Der Versuchsaufbau ist in 1 zu erkennen.

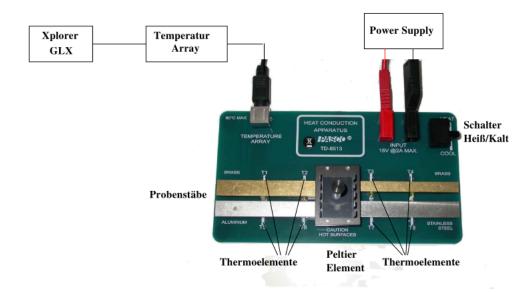


Abbildung 1: Foto des Versuchsaufbaus.[4]

4.2 Die statische Methode

Hier wird an zwei Punkten jeder Metallprobe die Temperatur als Funktion der Zeit gemessen. Durch den aufgenommenen Temperaturverlauf wird die Wärmeleitfähigkeit bestimmt. Der Datenlogger wird auf eine Abtastrate von $\Delta t_{GLX}=10$ s gestellt. Die Sensoren werden im Home-Verzeichnis unter dem Reiter Digital angezeigt. Das Netzteil wird auf eine Spannung von $U_P=5$ V eingestellt. Die Messung wird beendet, wenn das Thermoelement T7 eine Temperatur von 45° C anzeigt.

4.3 Die dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode oder dem Angström-Messverfahren wird der Probenstab periodisch geheizt. Aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle lässt sich dann die Wärmeleitfähigkeit bestimmen. Die Sensoren können wieder im Reiter Digital des Datenloggers eingesehen werden. Der Datenlogger wird auf eine Abtastrate von $\Delta t_{GLX}=2$ s eingestellt. Es wird eine Messung durchgeführt, bei der die Probenelemente mit 80s-Perioden geheizt und gekühlt werden. Nun wird das Netzteil auf $U_P=8$ V und maximalen Strom eingestellt. Die Messung wird erneut durchgeführt und erst bei mindestens 10 Perioden eingestellt. Eine dritte Messung wird mit einer Periodendauer von 200s durchgeführt. Diese wird nach mindestens 6 Perioden beendet. Anschließend werden die Elemente abgekühlt.

5 Auswertung

5.1 Statische Methode

Im Folgenden werden die nach Kapitel 4.2 aufgenommenen Messdaten der statischen Methode ausgewertet. In Abbildung 2 sind die Messdaten der fernen Thermoelemente für die verschiedenen Stäbe als (t-T)-Diagramm dargestellt.

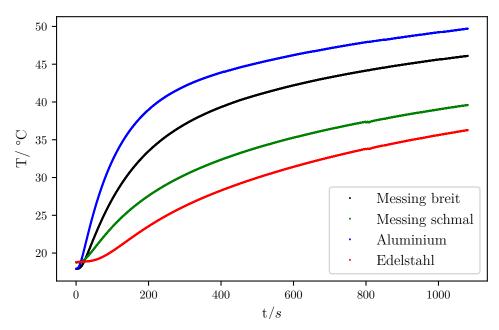


Abbildung 2: Temperaturverlauf der fernen Thermoelemente.

Es ist zu erkennen, dass alle Graphen zu Beginn exponentiell ansteigen und dann stark abflachen. Dabei nimmt die Temperatur von Aluminium am schnellsten zu, gefolgt von dem breiteren Messingstab. Die Temperaturkurve des Edelstahls steigt dabei noch langsamer als die des schmaleren Messingstabes. Nach dem Abflachen der Kurven ist die Steigung für alle Metalle ähnlich. In Tabelle 2 sind die Temperaturen der fernen Thermoelemente nach einer Messzeit von $t=700\,\mathrm{s}$ aufgelistet.

Tabelle 2: Temperaturen an den fernen Thermoelementen bei $t=700\,\mathrm{s}.$

$T_{\text{Messing,b}}[^{\circ}\text{C}]$	$T_{\rm Messing,s}[^{\circ}{\rm C}]$	$T_{\rm Alu}[^{\circ}{\rm C}]$	$T_{\rm Stahl}[^{\circ}{\rm C}]$
43,26	36,41	47,11	32,68

Die Messdaten aus Tabelle 2 stützen die Beobachtung von Abbildung 2, dass Aluminium die größte und Edelstahl die geringste Wärmeleitfähigkeit besitzt.

Die Wärmeströme $\Phi = \Delta Q/\Delta t$ werden mit Gleichung (1) berechnet. Dafür werden für fünf Zeitpunkte $t \in \{100, 200, 300, 400, 500\}$ die Temperaturdifferenzen zwischen den fernen und nahen Thermoelementen berechnet. Die Querschnittsfläche A ist dabei das Produkt aus der Breite und der Höhe der Metallstäbe. Diese Werte werden aus der Versuchsanleitung [4] entnommen. Dabei ergibt sich

$$\begin{split} A_{breit} &= 48 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{m}^2 \\ A_{schmal} &= 28 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{m}^2 \; . \end{split}$$

Durch Messung ergibt sich für den Abstand Δx zwischen den Thermoelementen $\Delta x = 0.03\,\mathrm{m}$. In Tabelle 3 sind die Wärmeströme der Metalle für die verschiedenen Zeiten aufgelistet.

Tabelle 3: Wärmestrom für Messing, Aluminium und Edelstahl zu verschiedenen Zeiten.

	Messing, breit		Messing, schmal		Aluminium		Edelstahl	
t[s]	$T_1[K]$	$\Phi_{12}[\mathrm{W}]$	$T_4[K]$	$\Phi_{34}[\mathrm{W}]$	$T_5[K]$	$\Phi_{56}[\mathrm{W}]$	$T_8[{ m K}]$	$\Phi_{78}[\mathrm{W}]$
100	300,3	1,09	296,6	-0,40	305,4	0,79	293,4	-0,32
200	306,6	0,80	300,7	-0,35	312,1	$0,\!33$	296,7	-0.38
300	310,2	$0,\!65$	303,5	-0,32	315,2	$0,\!16$	299,4	-0,36
400	$312,\!5$	$0,\!57$	305,5	-0,29	317,0	0,10	301,4	-0.34
500	314,1	$0,\!53$	307,1	-0,28	318,3	0,07	303,1	-0,33

Die Vorzeichen beschreiben dabei die Richtung des Flusses von den jeweils inneren Elementen $T_2,\,T_3,\,T_6$ und T_7 zu den Äußeren $T_1,\,T_4,\,T_5$ und $T_8.$

In Abbildung 3 ist die Temperaturdifferenz ΔT_{St} zwischen den nahen und den fernen Thermoelementen in Abhängigkeit von der Zeit t für den breiten Messing- und den Edelstahlstab dargestellt.

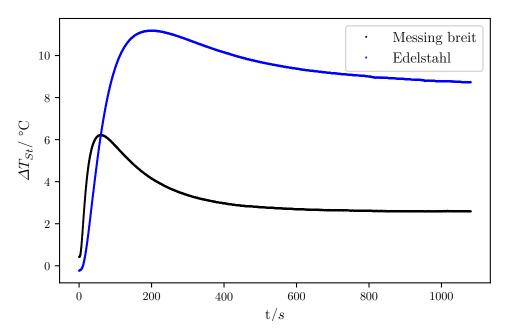
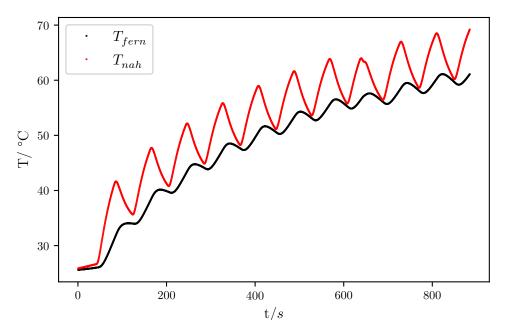


Abbildung 3: Temperaturdifferenz T_{St} zwischen dem breiten Messingstab und dem Edelstahlstab.

Es ist zu erkennen, dass die Temperaturdifferenz für beide Metalle zu Beginn nahe null ist. Beide Graphen steigen dann stark an, bis sie nach einem Maximum abflachen und sich einer konstanten Grenztemperatur nähern. Die Kurve des Messingstabes erreicht dabei das Maximum früher und der Funktionswert ist deutlich geringer als bei der Edelstahlkurve. Auch die Grenztemperatur des Edelstahl ist deutlich größer als die des Messings.

5.2 Dynamische Methode

In Abbildung 4 sind die Temperaturverläufe des breiteren Messingstabes graphisch aufgetragen. Dabei wurde der Stab nach Kapitel 4.3 mit einer Periodendauer von $80\,\mathrm{s}$ geheizt.



 ${\bf Abbildung \ 4:} \ {\bf Temperaturverl\"{a}} {\bf ufe} \ {\bf des} \ {\bf breiteren} \ {\bf Messingstabes} \ {\bf mit} \ {\bf einer} \ {\bf Periodendauer} \ {\bf von} \ {\bf 80 \, s.}$

Aus dem Graphen werden mittels scipy.signal [1] die Amplituden $A_{\rm nah}$ und $A_{\rm fern}$ und die Phasenverschiebung Δt zwischen $T_{\rm nah}$ und $T_{\rm fern}$ bestimmt. Diese Werte sind in Tabelle 4 aufgelistet.

Tabelle 4: Amplituden A und Phasenverschiebung Δt von Messing.

$A_{\rm nah}[{ m K}]$	$A_{\rm fern}[{\rm K}]$	$\Delta t[\mathbf{s}]$	$\kappa [{ m W/mK}]$
5,99	0,10	28,5	12,39
6,92	$0,\!57$	20,5	$28,\!24$
$7,\!27$	0,92	19,0	$36,\!80$
$7,\!57$	1,18	16,0	$48,\!60$
$7,\!83$	1,39	15,0	55,74
8,00	$1,\!57$	14,5	$61,\!22$
8,06	1,68	14,5	$63,\!57$
$7,\!55$	1,92	18,5	57,06
8,34	1,84	13,5	70,85
8,31	1,92	13,5	73,08

Vollkommen analog sind in Abbildung 5 die Temperaturverläufe für Aluminium dargestellt. Die abgelesenen Werte finden sich in Tabelle 5.

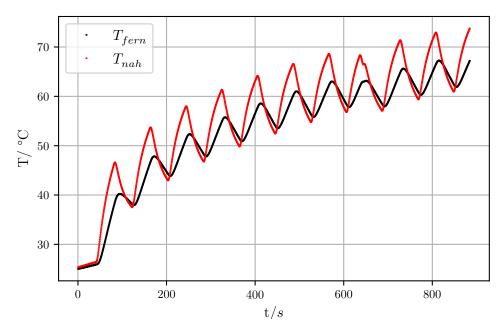


Abbildung 5: Temperaturverläufe des Aluminiumstabes mit einer Periodendauer von $80\,\mathrm{s}.$

Tabelle 5: Amplituden A und Phasenverschiebung Δt von Aluminium.

$A_{\rm nah}[{\rm K}]$	$A_{\rm fern}[{\rm K}]$	$\Delta t[{ m s}]$	$\kappa [{ m W/mK}]$
9,06	2,26	11,5	70,78
10,73	3,96	8,5	133,39
$11,\!20$	$4,\!53$	7,5	$166,\!48$
$11,\!47$	4,85	7,0	$187,\!58$
11,68	5,03	7,0	$191,\!65$
11,79	$5,\!29$	7,0	201,46
11,79	$5,\!20$	7,0	$197,\!24$
$11,\!25$	$5,\!18$	14,0	104,09
11,97	$5,\!31$	7,0	198,64
11,94	$5,\!36$	7,0	$201,\!59$

 Mit

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{9}$$

und

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(N-1)}} \sum_{k=1}^{N} (x_k - \bar{x})^2 \tag{10}$$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{11}$$

lassen sich nun die Mittelwerte und die zugehörigen Unsicherheiten berechnen. Es ergibt sich für den breiten Messingstab

$$\begin{split} \bar{A}_{\rm messing,b,fern} &= (1,\!31 \pm 0,\!62)\,\mathrm{K} \\ \bar{A}_{\rm messing,b,nah} &= (7,\!58 \pm 0,\!72)\,\mathrm{K} \\ \overline{\Delta t}_{\rm messig} &= (17,\!35 \pm 4,\!61)\,\mathrm{s} \end{split}$$

und für den Aluminiumstabe

$$\begin{split} \bar{A}_{\rm alu,fern} &= (4.70 \pm 0.96) \, {\rm K} \\ \bar{A}_{\rm alu,nah} &= (11.29 \pm 0.87) \, {\rm K} \\ \overline{\Delta t}_{\rm alu} &= (8.36 \pm 2.44) \, {\rm s} \; . \end{split}$$

Mit Gleichung (6) kann nun die Wärmeleitfähigkeit κ bestimmt werden. Die zugehörige Unsicherheit wird mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 (\Delta x_i)^2}.$$
 (12)

mit den Unsicherheiten ΔA und Δt . Es folgt

$$\Delta\kappa = \sqrt{\left(\frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \ln\left(\frac{\bar{A}_{\rm nah}}{\bar{A}_{\rm fern}}\right)^2}\right)^2 \left(\left(\frac{\Delta \bar{A}_{\rm fern}}{\bar{A}_{\rm fern}}\right) + \left(\frac{\Delta \bar{A}_{\rm fern}}{\bar{A}_{\rm fern}}\right)\right) + \left(\frac{\rho c (\Delta x)^2}{(\overline{\Delta t})^2 \ln\left(\frac{\bar{A}_{\rm nah}}{\bar{A}_{\rm fern}}\right)}\right) \left(\Delta \overline{\Delta t}\right)^2} \; .$$

Damit ergeben sich für die Wärmeleitfähigkeiten von Messing und Aluminium

$$\begin{split} \kappa_{\rm messing} &= (47,\!42 \pm 12,\!61) \, \frac{\rm W}{\rm m\, K} \\ \kappa_{\rm alu} &= (154,\!4 \pm 45,\!1) \, \frac{\rm W}{\rm m\, K} \; . \end{split}$$

Für Edelstahl ist das Vorgehen recht analog, nur die Periodendauer ist nach Kapitel 4.3 auf 200 s erhöht. In Abbildung 6 sind die Temperaturverläufe der Thermoelemente dargestellt.

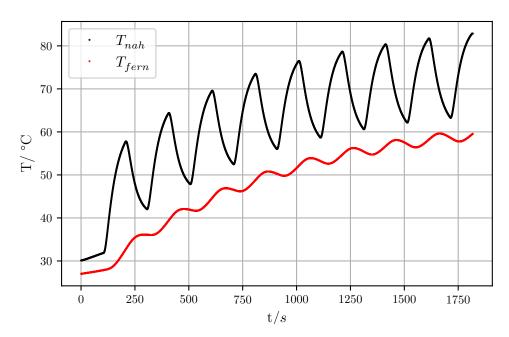


Abbildung 6: Temperaturverläufe des Edelstahlstabes mit einer Periodendauer von $200\,\mathrm{s}.$

Die Amplituden und Phasendifferenzen werden abermals mit *scipy.signal* [1] ausgewertet und sind in Tabelle 6 dargestellt.

Tabelle 6: Amplituden A und Phasenverschiebung Δt von Edelstahl.

$A_{\rm nah}[{ m K}]$	$A_{\rm fern}[{ m K}]$	$\Delta t[\mathbf{s}]$	$\kappa[{\rm W/mK}]$
15,75	0,10	81	3,51
$16,\!53$	$0,\!42$	71	$5,\!52$
17,07	0,72	63	$7,\!22$
$17,\!47$	1,00	58	8,68
$17,\!82$	1,30	55	10,00
18,02	$1,\!52$	52	11,09
18,18	1,71	50	$12,\!18$
$18,\!46$	1,86	49	12,80

Die Mittelwerte und deren Unsicherheiten sind nach den Gleichungen (9) und

$$\begin{split} \bar{A}_{\rm stahl} &= (17,\!41 \pm 0,\!92)\,{\rm K} \\ \bar{A}_{\rm stahl} &= (1,\!08 \pm 0,\!63)\,{\rm K} \\ \overline{\Delta t}_{\rm stahl} &= (59,\!94 \pm 11,\!19)\,{\rm s}\;. \end{split}$$

Die Wärmeleitfähigkeit ist dann nach Gleichung (6) und (12)

$$\kappa_{\rm stahl} = (8.64 \pm 1.61) \, \frac{\rm W}{\rm m\, K} \; . \label{eq:kappa}$$

Die Wellenlänge der Temperaturwelle wird mit Gleichung (5) berechnet, wobei

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

mit den Periodendauern $T_1=80\,\mathrm{s}$ und $T_2=200\,\mathrm{s}$ ausgenutzt wird, sodass die Wellenlänge durch

$$\lambda = \sqrt{\frac{4\pi\kappa T}{\rho c}}$$

ausgedrückt wird. Einsetzen ergibt

$$\begin{split} \lambda_{\rm messing} &= (0.122 \pm 0.016)\,{\rm m} \\ \lambda_{\rm alu} &= (0.249 \pm 0.036)\,{\rm m} \\ \lambda_{\rm stabl} &= (0.052 \pm 0.005)\,{\rm m} \;. \end{split}$$

6 Diskussion

In der folgenden Tabelle 7 sind die Ergebnisse aus Kapitel 5 noch einmal zusammengefasst.

Tabelle 7: Zusammenfassung der Ergebnisse für κ .

Probe	$\kappa[\mathrm{W/(mK)}]$	$\kappa_{ m lit}[{ m W/(mK)}][5]$	p[%]
Messing	$47,\!42\!\pm\!12,\!61$	81-113	41.45-58.04
Aluminium	$154,4 \pm 45,1$	220	29.82
Edelstahl	$8,64 \pm 1,61$	20-21	56.8-58.9

Tabelle 8: Zusammenfassung der Ergebnisse für λ .

Probe	$\lambda[\mathrm{m}]$	$\lambda_{\mathrm{lit}}[\mathrm{m}][5]$	p[%]
Messing	$0,1218\ \pm0,0162$	0,1938	37,14
Aluminium	$0,2486\ \pm0,0363$	$0,\!3067$	18,95
Edelstahl	$0,0521 \pm 0,0049$	0,0812	$35,\!87$

Dabei sind die Abweichungen p von den Literaturwerten mit

$$p = \frac{x_{\text{lit}} - x}{x_{\text{lit}}} \cdot 100$$

berechnet worden. λ_{lit} meint hier λ berechnet unter Verwendung des Literaturwertes κ 1.

Die berechneten Werte weichen alle vergleichsweise stark von den Literaturwerten ab. Im Folgenden sind mögliche Gründe aufgelistet.

• Zusammensetzung der Metalle

Wie in Tabelle 7 zu erkennen, gibt es keinen diskreten Wert für die Wärmeleitfähigkeit von Messing und Edelstahl. Die Wärmeleitfähigkeit ist vielmehr abhängig von der Zusammensetzung der Legierung. Da die genauen Eigenschaften der Proben nicht bekannt sind, kann der Fehler nur sehr grob abgeschätzt werde.

• Isolierung der Proben

Die Isolierung oberhalb der Stäbe erfasst nicht deren ganze Länge, sodass wahrscheinlich ein Teil der Wärme an die Umgebung abgestrahlt wurde.

• Abkühlen der Proben

Vor jeder Messung wurden die Stäbe auf unter 30 °C abgekühlt. Es hatten jedoch nach dem Abkühlen nicht alle Stäbe die gleiche Temperatur, sodass die Startemperaturen voneinander abweichen. Dieses Problem trat auch innerhalb einzelner Stäbe auf. Dort gab es schon zu Beginn der Messung eine Temperaturdifferenz zwischen dem nahen und dem fernen Thermoelement, was bei Edelstahl besonders deutlich wird (vgl.Abb.6).

• Wechsel der Proben

Um den Abkühlvorgang zeitlich zu umgehen wurde teilweise die Probe gewechselt, also vor einer Messung die warme Probe gegen eine Probe mit Raumtemperatur ausgetauscht. Es könnte kleine Abweichungen in den Materialeigenschaften der Proben geben.

• Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Auffällig sind die hohen Unsicherheiten der Wärmeleitfähigkeiten. Diese folgen aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (12), da mit drei Größen gerechnet wird, welche wiederum Unsicherheiten besitzen. Gerade $\overline{\Delta t}$ besitzt dabei recht große Unsicherheiten, was der recht fehleranfälligen Datenentnahme aus den Temperaturverläufen geschuldet sein könnte.

• Umschalten zwischen Cool und Heat

Da das Umschalten zwischen Cool und Heat nicht automatisiert, sondern von den Experimentierenden mittels Stoppuhr vorgenommen wurde, spielt ein menschlicher Fehler in die Messergebnisse ein. Somit ist die Periodendauer T nicht immer exakt gleich lang gewesen.

Literatur

[1] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.

- [2] Spezifische Wärmekapazität ausgewählter Stoffe. 2021. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Liste_der_spezifischen_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4ten.html (besucht am 21.06.2021).
- [3] Tabellensammlung Chemie: Dichte fester Stoffe. 2021. URL: https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe (besucht am 21.06.2021).
- [4] Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 204 Wärmeleitung von Metallen. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021.
- [5] Wärmeleitfähigkeit Metalle. 2021. URL: https://www.schweizer-fn.de/stoff/wleit_metall/wleit_metall.php (besucht am 14.06.2021).