

V603

Compton-Effekt

Samuel Haefs
samuel.haefs@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.05.2020

Abgabe: 05.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	6
4.1 Aufnahme eines Emissionsspektrum	6
4.2 Bestimmung der Transmission	7
4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge	8
5 Diskussion	9
6 Anhang	9
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons.

2 Theorie

Der Compton-Effekt beschreibt die Vergrößerung der Wellenlänge von γ -Strahlung bei Streuung an einem Elektron. Um die Compton-Wellenlänge zu bestimmen wird Röntgenstrahlung an einem Plexiglasquader gestreut und das Transmissionsverhalten beobachtet. Trifft Röntgenstrahlung auf Materie, so kann zum einen die kohärente Streuung / inelastische Streuung beobachtet werden und zum anderen die frequenzverschobene inkohärente Streuung (elastisch). Bei Ersteres trifft das Photon auf ein freies Elektron und gibt einen Teil seiner Energie ab und wird dabei um den Winkel θ gestreut. Mithilfe der Energie- und Impulserhaltung folgt für die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$

$$\begin{aligned}\Delta\lambda &= \lambda_2 - \lambda_1 \\ \Delta\lambda &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta).\end{aligned}\tag{1}$$

Dabei beschreibt λ_1 die Wellenlänge des einfallenden Photons, λ_2 die verschobene Wellenlänge des gestreuten Photons und θ den gestreuten Winkel.

Die Compton-Wellenlänge ist eine Konstante und wird nach

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}\tag{2}$$

bestimmt. Die Wellenlängenverschiebung wird für $\theta = 0^\circ$ minimal und für $\theta = 180^\circ$ maximal (siehe Gleichung 1).

Um Röntgenstrahlung zu erzeugen wird mithilfe einer Glühkathode Elektronen emittiert und auf eine Anode hin beschleunigt. Treffen die Elektronen auf die Anode entsteht Röntgenstrahlung. Das Elektron wird im Coulombfeld des Atoms gebremst (Bremspektrum). Dabei wird ein Photon abgegeben, dessen Energie der des Elektrons abgegebenen Energie entspricht.

Das charakteristische Spektrum beschreibt wie ein Elektron aus der äußeren Schale durch die Ionisierung des Anodenmaterials in die innere Schale springt. Bei diesem Prozess wird ein Photon abgegeben, dessen Energie die Energiedifferenz der beiden Atomschalen entspricht. Das charakteristische Spektrum besteht daher aus scharfen Linien, dessen Energie abhängig von dem Anodenmaterial ist. Um die Compton-Wellenlänge zu bestimmen, wird die Absorption und Transmission von Röntgenstrahlung durch Aluminium untersucht.

Die Intensität nach der Absorption von Photonen berechnet sich nach dem Delamber'schen Gesetz

$$I = I_0 e^{-\mu d}.\tag{3}$$

I_0 bezeichnet die auf die Aluminiumplatte mit der Dicke d einfallende Intensität. Der Absorptionskoeffizient μ hängt von der Paarbildung, dem Photoeffekt und dem Comptoneffekt ab.

Mithilfe der Bragg'schen Reflexion

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad (4)$$

kann die Wellenlänge λ bei bestimmter Beugungsordnung n bestimmt werden. Fällt

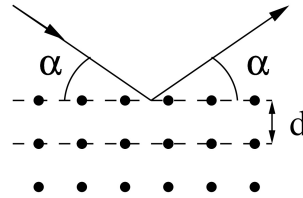


Abbildung 1: Bragg'sche Reflexion graphisch dargestellt. [1, S. 2]

Röntgenlicht auf ein 3D-Gitter, so werden die Photonen an jedem Atom des Gitters gebeugt (siehe Abb. 1). Bei einem bestimmten Winkel α , werden die Wellen perfekt überlagert (konstruktive Interferenz). Die Gitterkonstante kann hier als $d_{\text{LiF}} = 201,4 \text{ pm}$ angenommen werden.

3 Durchführung

Der experimentelle Aufbau ist in dem Röntgengerät integriert (siehe Abb. 2). Zum wesentlichen Bestandteil des Aufbaus gehört die Kupfer-Röntgenröhre, der Plexiglas-Streuer/LiF-Kristall und das Geiger-Müller-Zählrohr. Das Röntgengerät kann entweder über einen Computer gesteuert oder manuell bedient werden. Die Röntgenröhre soll eine Beschleunigungsspannung von 35 kV und einen Emissionsstrom von 1 mA erhalten. Um das Emissionsspektrum und die Transmissionskurve zu messen wird der LiF-Kristall in die vorgesehene Halterung gesteckt. Zuerst soll das Emissionsspektrum mithilfe des Computers gemessen werden. Dazu wird eine 2 mm Blende und der LiF-Kristall benötigt. Nun wird das Röntgenspektrum von 8° bis 25° in $0,1^\circ$ -Schritten gemessen. Die Messzeit pro Winkel beträgt 10 s.

Im Anschluss wird der Aluminium-Absorber vor die 2 mm Blende gesetzt und N_{Al} bei einer Messzeit von $t = 100 \text{ s}$ gemessen. Bei der selben Messzeit wird N_0 ohne Absorber gemessen. Die Zählrate muss von 7° bis 10° nach

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N} \quad (5)$$

korrigiert werden. Das Geiger-Müller-Zählrohr hat eine Totzeit von $90 \mu\text{s}$. Aus der Zählrate folgt die Transmission $T(\lambda) = \frac{I_{\text{Al}}}{I_0}$.

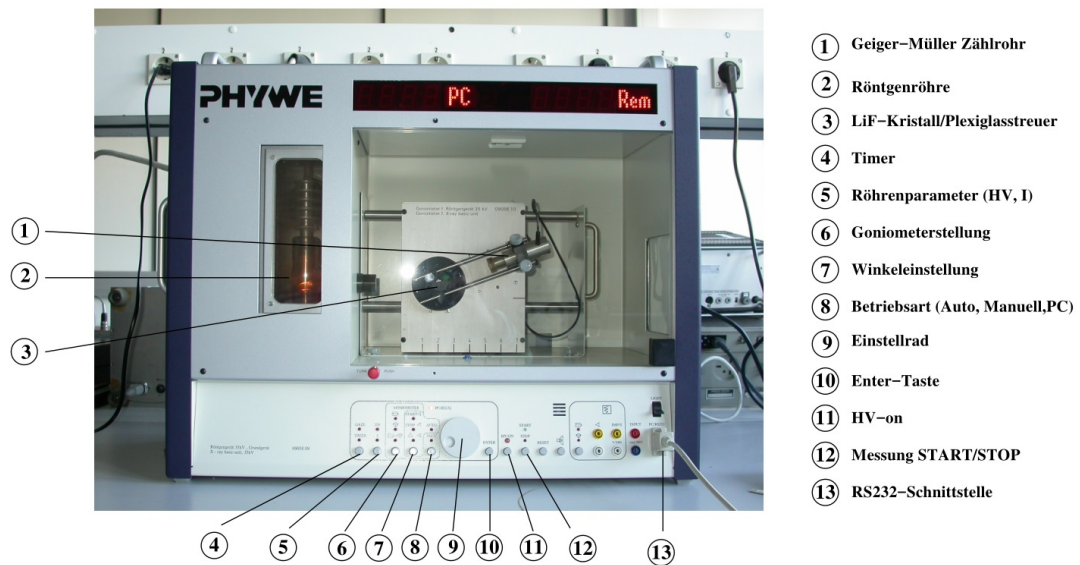


Abbildung 2: Aufbau eines Röntgengeräts. [1, S. 3]

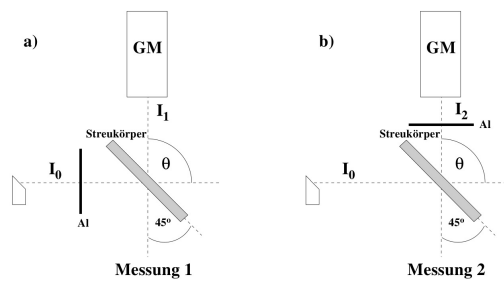


Abbildung 3: Experimenteller Aufbau graphisch veranschaulicht. [1, S. 4]

Nun wird die 2 mm Blende durch eine 5 mm Blende ersetzt und der LiF-Kristall durch einen Plexiglas-Streuer ausgetauscht. Der Kristall wird auf 45° und das Geiger-Müller-Zählrohr auf 90° eingestellt (siehe Abb. 3) und im Anschluss die Intensität I_0 der Cu-Röhre manuell gemessen.

Die Messzeit beträgt bei der folgenden Messung $t = 300$ s. Zuerst soll die Transmission $T_1 = \frac{I_1}{I_0}$ für die noch nicht gestreute Röntgenstrahlung gemessen werden. Dazu wird der Aluminiumabsorber in den Strahlengang zwischen Röntgengerät und Streukörper gebracht (siehe Abb. 3). Danach wird der Aluminiumabsorber in den Strahlengang zwischen Streukörper und Geiger-Müller-Zählrohr gebracht (siehe Abb. 3) und die Transmission $T_2 = \frac{I_2}{I_0}$ für die gestreute Röntgenstrahlung bestimmt.

4 Auswertung

4.1 Aufnahme eines Emissionsspektrum

In Tab. 2 und 3 ist das gemessene Emissionsspektrum aufgelistet. Die Daten wurden bei einer Integrationszeit von $t = 10$ s pro Winkel aufgenommen. Die Beschleunigungsspannung beträgt $U = 35$ kV, der Emissionsstrom $I = 1$ mA und die Gitterkonstante $d_{\text{LiF}} = 201,4$ pm.

Die gemessenen Daten sind in Abb. 4 graphisch dargestellt. Tritt das Photon in das Coulombfeld vom Atom ein, so wird es verlangsamt (siehe Bremsberg). Die charakteristischen Linien entsprechen dem veränderten Energie-Niveau der Elektronen. Die Energie

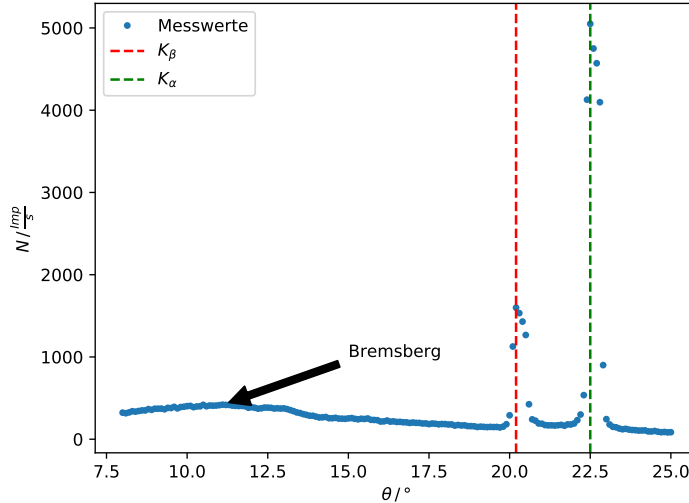


Abbildung 4: Emissionsspektrum graphisch dargestellt. [6]

berechnet sich nach

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (6)$$

Der erste Peak befindet sich bei $\theta, N = (20.2, 1599.0)$ und der zweite bei $\theta, N = (22.5, 5050.0)$. Daraus folgt für die Energie Gleichung 6

$$E_1 = 1,4282 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

$$E_2 = 1,2887 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

, wobei λ aus Gleichung 4 folgt. Der Literaturwert für die K_α -Linie [7] beträgt

$$E_\alpha = 1,2914 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

und für die K_β -Linie [7]

$$E_\beta = 1,4291 \cdot 10^{-15} \text{ J.}$$

4.2 Bestimmung der Transmission

Die Zählrate wird in $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ -Schritten mit Aluminum-Absorber N_{Al} und ohne N_0 gemessen. Die Messwerte sind in Tab. 4 aufgeführt. Es wurde eine Integrationszeit von $t = 200 \text{ s}$ verwendet. Die Messunsicherheit berechnet sich nach

$$\Delta N = \frac{\sqrt{N \cdot t}}{t}. \quad (7)$$

Für die folgenden Fehlerrechnungen wird das Plugin uncertainties [5] verwendet. Die Wellenlänge λ ergibt sich sofort aus dem Winkel θ (Gleichung 4). Nach Beachtung der Totzeit des Geiger-Müller-Zählrohrs von $t = 90 \mu\text{s}$, ergeben sich die korrigierten Zählraten I_{Al}, I_0 5. Die Transmission berechnet sich nach

$$T = \frac{I_{\text{Al}}}{I_0}.$$

Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung

$$T = a \cdot \lambda + b \quad (8)$$

ergeben sich folgende Parameter:

$$a = (-1,461 \pm 0,025) \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{m}}$$

$$b = 1,189 \pm 0,016$$

Die Messdaten und die Ausgleichsgerade sind in der Abb. 5 dargestellt.

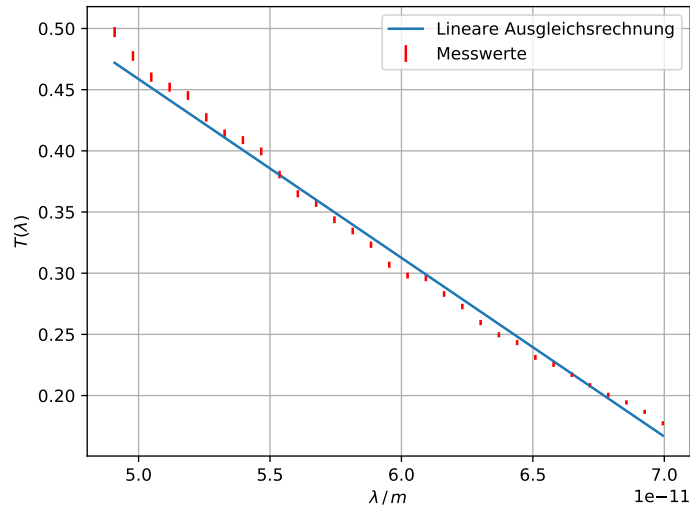


Abbildung 5: Messdaten und lineare Ausgleichsrechnung für $T(\lambda)$. [3] [4]

4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Die folgenden Zählraten wurden gemessen:

$$I_0 = 2731 \text{ Impulse}$$

$$I_1 = 1180 \text{ Impulse}$$

$$I_2 = 1024 \text{ Impulse}$$

Dabei wurde I_0 ohne Absorber, I_1 mit Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer und I_2 mit Absorber zwischen Streuer und Geiger-Müller-Zählrohr gemessen. Die Transmissionen ergeben sich direkt aus den Verhältnissen

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = \frac{1180}{2731}$$

und

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = \frac{1024}{2731}.$$

Nun wird die lineare Gleichung 8 nach λ umgestellt

$$\lambda = \frac{T - b}{a} \quad (9)$$

und die Transmissionen eingesetzt um die jeweiligen Wellenlängen zu bestimmen:

$$\lambda_1 = (5,18 \pm 0,14) \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = (5,57 \pm 0,14) \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Die Compton-Wellenlänge λ_c folgt nun aus der Differenz der Wellenlängen λ_1 und λ_2

$$\lambda_c = (3,91 \pm 0,07) \cdot 10^{-12} \text{ m}. \quad (10)$$

5 Diskussion

Das Emissionsspektrum in Unterabschnitt 4.1 entspricht der theoretischen Erwartung. Zuerst tritt Bremsstrahlung auf (siehe Abb. 4, Bremsberg), dann kommt die charakteristische Strahlung (Peaks) durch Übergänge zwischen Energieniveaus der inneren Elektronenhülle hinzu. Die theoretischen Werte stimmen mit den Messwerten überein (siehe Tab. 1).

	E_{th} / J	$E_{\text{exp}} / \text{J}$	Abweichung / %
K_{α} -Linie	$1,2914 \cdot 10^{-15}$	$1,2887 \cdot 10^{-15}$	0.21
K_{β} -Linie	$1,4291 \cdot 10^{-15}$	$1,4282 \cdot 10^{-15}$	0.06

Tabelle 1: Die experimentell gemessenen Werte und Theoriewerte [7] im Vergleich.

Die Transmission als Funktion der Wellenlänge in Unterabschnitt 4.2 entspricht einer linearen Funktion. Die Messwerte weichen kaum von der linearen Funktion ab und es kann von einem linearen Zusammenhang zwischen der Transmission $T(\lambda)$ und der Wellenlänge λ ausgegangen werden.

Die experimentell bestimmte Compton-Wellenlänge $\lambda_{\text{c,exp}} = (3,91 \pm 0,07) \cdot 10^{-12} \text{ m}$ weicht um 60,91 % vom Literaturwert $\lambda_{\text{c,th}} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ [2] ab. Grund können Ungenauigkeiten der Messgeräte sein. Das Geiger-Müller-Zählrohr könnte auch zusätzliche Photonen gemessen haben (z.B. Licht). Genauere Werte können durch Abschirmung vor äußerer Strahlung erzielt werden.

Bei einem sichtbaren Bereich des Spektrums ist der Versuch nicht durchführbar, da die Photonen nicht genügend Energie aufweisen um ein Elektron in ein anderes Energieniveau zu bringen.

6 Anhang

$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$
8,0	323,0	11,0	414,0	14,0	274,0
8,1	316,0	11,1	420,0	14,1	264,0
8,2	326,0	11,2	417,0	14,2	266,0
8,3	340,0	11,3	417,0	14,3	270,0
8,4	335,0	11,4	409,0	14,4	255,0
8,5	343,0	11,5	406,0	14,5	255,0
8,6	350,0	11,6	404,0	14,6	260,0
8,7	350,0	11,7	405,0	14,7	251,0
8,8	366,0	11,8	400,0	14,8	250,0
8,9	357,0	11,9	383,0	14,9	248,0
9,0	371,0	12,0	389,0	15,0	253,0
9,1	371,0	12,1	382,0	15,1	257,0
9,2	372,0	12,2	372,0	15,2	248,0
9,3	364,0	12,3	376,0	15,3	242,0
9,4	381,0	12,4	385,0	15,4	249,0
9,5	379,0	12,5	384,0	15,5	246,0
9,6	393,0	12,6	382,0	15,6	252,0
9,7	375,0	12,7	373,0	15,7	236,0
9,8	391,0	12,8	376,0	15,8	234,0
9,9	395,0	12,9	373,0	15,9	231,0
10,0	402,0	13,0	375,0	16,0	215,0
10,1	405,0	13,1	366,0	16,1	217,0
10,2	390,0	13,2	354,0	16,2	227,0
10,3	398,0	13,3	341,0	16,3	214,0
10,4	400,0	13,4	326,0	16,4	217,0
10,5	418,0	13,5	318,0	16,5	210,0
10,6	401,0	13,6	305,0		
10,7	410,0	13,7	296,0		
10,8	408,0	13,8	286,0		
10,9	409,0	13,9	285,0		

Tabelle 2: Das Cu-Emissionsspektrum bei einer Beschleunigungsspannung von $U = 35 \text{ kV}$ und $I = 1 \text{ mA}$.

$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta / ^\circ$	$N / \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$
16,6	211,0	19,6	149,0	22,6	4750,0
16,7	206,0	19,7	143,0	22,7	4571,0
16,8	205,0	19,8	153,0	22,8	4097,0
16,9	198,0	19,9	182,0	22,9	901,0
17,0	203,0	20,0	291,0	23,0	244,0
17,1	199,0	20,1	1127,0	23,1	179,0
17,2	198,0	20,2	1599,0	23,2	151,0
17,3	191,0	20,3	1533,0	23,3	145,0
17,4	192,0	20,4	1430,0	23,4	130,0
17,5	184,0	20,5	1267,0	23,5	121,0
17,6	191,0	20,6	425,0	23,6	126,0
17,7	188,0	20,7	241,0	23,7	117,0
17,8	181,0	20,8	225,0	23,8	112,0
17,9	185,0	20,9	192,0	23,9	110,0
18,0	184,0	21,0	188,0	24,0	105,0
18,1	179,0	21,1	172,0	24,1	106,0
18,2	180,0	21,2	168,0	24,2	107,0
18,3	166,0	21,3	169,0	24,3	95,0
18,4	173,0	21,4	166,0	24,4	94,0
18,5	167,0	21,5	170,0	24,5	100,0
18,6	169,0	21,6	174,0	24,6	91,0
18,7	160,0	21,7	164,0	24,7	85,0
18,8	159,0	21,8	180,0	24,8	88,0
18,9	157,0	21,9	179,0	24,9	83,0
19,0	149,0	22,0	191,0	25,0	85,0
19,1	153,0	22,1	232,0		
19,2	150,0	22,2	300,0		
19,3	147,0	22,3	536,0		
19,4	150,0	22,4	4128,0		
19,5	148,0	22,5	5050,0		

Tabelle 3: Das Cu-Emissionsspektrum bei einer Beschleunigungsspannung von $U = 35 \text{ kV}$ und $I = 1 \text{ mA}$.

$\theta/^\circ$	$N_{\text{Al}}/\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta/^\circ$	$N_0/\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$
7,0	113,5	7,0	226,0
7,1	112,0	7,1	232,0
7,2	112,0	7,2	240,5
7,3	113,5	7,3	248,0
7,4	115,0	7,4	255,0
7,5	113,5	7,5	262,0
7,6	113,0	7,6	269,0
7,7	114,5	7,7	276,0
7,8	114,0	7,8	281,0
7,9	112,0	7,9	289,5
8,0	109,5	8,0	295,0
8,1	109,0	8,1	300,0
8,2	108,0	8,2	308,5
8,3	106,0	8,3	311,0
8,4	104,5	8,4	317,0
8,5	101,5	8,5	324,0
8,6	100,0	8,6	328,5
8,7	100,5	8,7	332,5
8,8	97,5	8,8	337,0
8,9	95,0	8,9	340,5
9,0	92,5	9,0	348,0
9,1	89,5	9,1	350,0
9,2	88,0	9,2	353,0
9,3	84,5	9,3	356,5
9,4	83,0	9,4	359,0
9,5	81,0	9,5	363,5
9,6	78,5	9,6	367,0
9,7	76,0	9,7	369,0
9,8	74,0	9,8	370,5
9,9	72,0	9,9	375,0
10,0	68,5	10,0	375,5

Tabelle 4: Gemessene Rate bei variiertem Winkel θ einmal mit Aluminium-Absorber (N_{Al}) und einmal ohne (N_0).

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V603 - Compton-Effekt*. 2014.
- [2] *Fundamentale Physikalische Konstanten - Gesamtliste*. URL: www.uni-due.de.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [7] *Untersuchung der charakteristischen Spektren in Abhängigkeit von der Ordnungszahl des Elements: K-Linien*. URL: www.ld-didactic.de.