

V64

Moderne Interferometrie

Ann-Sophie Schubert
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 04. Juni 2017

Abgabe: 10. Juli 2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	4
2	Theorie	4
2.1	Brechungsindex von Gasen	4
2.2	Brechungsindex von Festkörpern	5
3	Aufbau und Durchführung	6
3.1	Aufbau	6
3.2	Justage	7
3.3	Durchführung	8
4	Auswertung	8
4.1	Kontrast	8
4.2	Brechungsindex der Glasplättchen	10
4.3	Brechungsindex von Luft	10
5	Diskussion	13
	Literatur	13

1 Ziel

Ziel dieses Versuchs ist es, mit Hilfe des Sagnac-Interferometers den Brechungsindex von Luft und den von Glas zu ermitteln. Außerdem soll der maximale Kontrast des Interferometers bestimmt werden.

2 Theorie

Bei Licht handelt es sich um eine elektromagnetische Welle. Somit können durch Gangunterschiede verschiedener Wellen Interferenzeffekte auftreten, welche mit einem Interferometer gemessen werden können.

2.1 Brechungsindex von Gasen

Der Brechungsindex eines Mediums ist wie folgt definiert

$$n = \frac{c_0}{v_{\text{ph}}}, \quad (1)$$

wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und v_{ph} die im jeweiligen Medium ist. Für die Phasengeschwindigkeit wiederum gilt $v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k}$ mit $\omega = 2\pi f$ und k als Wellenzahl. Für k ergibt sich daraus folgender Zusammenhang

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} n \quad (2)$$

mit λ_{vac} als Wellenlänge des Lichts im Vakuum. Trifft Licht nun auf ein Medium mit einem anderen Brechungsindex, so entsteht aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien eine Phasenverschiebung zwischen der Welle im Medium und der Welle außerhalb des Mediums.

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \Delta n L = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} (n - 1) L \quad (3)$$

Dabei ist L die Länge der Gaszelle. Wegen der Phasenverschiebung treten hinter Gaszelle Interferenzeffekte auf. Die Anzahl der Interferenzmaxima beziehungsweise -minima lässt sich aus der Phasenverschiebung berechnen.

$$M = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} = \frac{n - 1}{\lambda_{\text{vac}}} (2L) \quad (4)$$

Außerdem gilt für Gase das Lorentz-Lorenz-Gesetz, welches besagt, dass der Brechungsindex sowohl von der Temperatur als auch vom Druck abhängt.

2.2 Brechungsindex von Festkörpern

Um den Brechungsindex eines Plättchens zu bestimmen, wird dieses um einen Winkel Θ gedreht. Die durch das Plättchen laufende Welle erleidet wie zuvor eine Phasenverschiebung, da das Plättchen einen von Luft verschiedenen Brechungsindex besitzt. Zusätzlich muss das Licht aufgrund der Rotation des Plättchens um den Winkel Θ eine längere Strecke zurücklegen, bevor es auf das Plättchen trifft. Im Folgenden wird erläutert, wie sich daraus der Brechungsindex bestimmen lässt. Abbildung 1 zeigt die

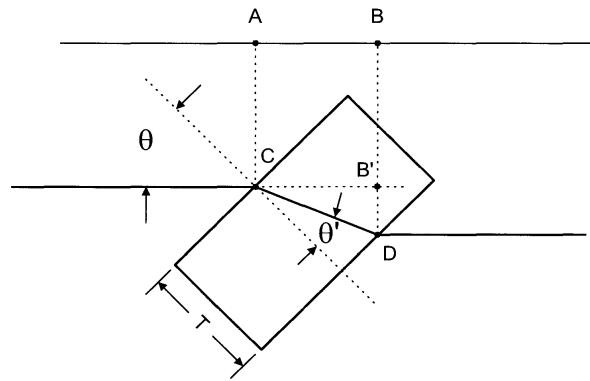


Abbildung 1: Geometrie eines Plättchens der Dicke T um den Winkel Θ gedreht [1].

Geometrie des Strahlengangs durch das Plättchen, welches um den Winkel Θ gedreht ist. Über geometrische Beziehungen und das Brechungsgesetz von Snellius lässt sich für die Phasenverschiebung in Abhängigkeit von Θ folgende Gleichung herleiten

$$\Phi(\Theta) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left(\frac{n - \cos(\Theta - \Theta')}{\cos(\Theta')} - (n - 1) \right). \quad (5)$$

Für kleine Winkel lässt sich diese Gleichung als

$$\Phi(\Theta) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left(\frac{n-1}{2n} \Theta^2 + O(\Theta^4) \right) \quad (6)$$

nähern. Auch hier soll aus der Phasenverschiebung die Anzahl der Interferenzmaxima beziehungsweise -minima bestimmt werden, was mit

$$M \approx 2 \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{2n} \Theta^2 \quad (7)$$

erfolgt. Alternativ kann der Brechungsindex über

$$n = \frac{\alpha^2 + 2(1 - \cos\Theta)(1 - \alpha)}{2(1 - \cos\Theta - \alpha)} \quad (8)$$

berechnet werden. Dabei entspricht $\alpha = \frac{M(\Theta)\lambda_{\text{vac}}}{2T}$.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

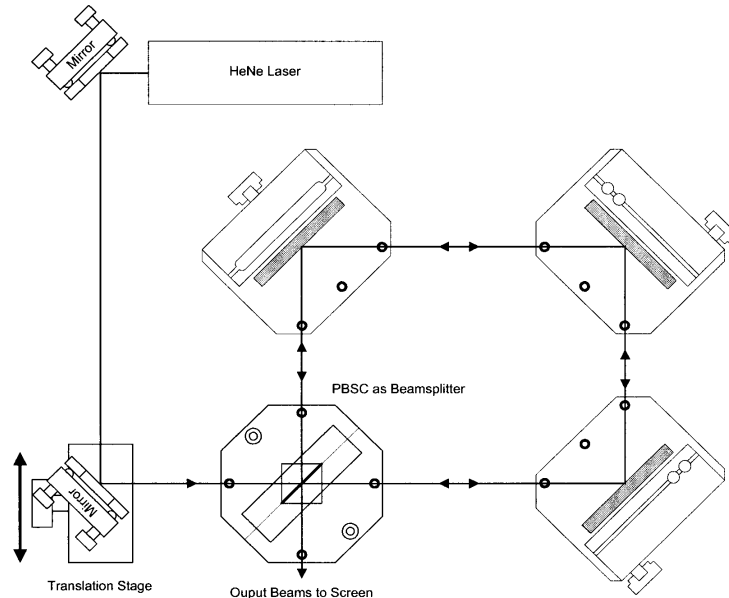


Abbildung 2: Aufbau eines Sagnac-Interferometers [1].

In Abbildung 2 dargestellt. Dieser besteht aus einem HeNe Laser der Wellenlänge $\lambda = 632,990 \text{ nm}$, zwei Spiegeln, die das Licht auf den polarisierenden Strahlteiler lenken und drei weiteren Spiegeln, die gemeinsam mit dem Strahlteiler ein Rechteck bilden. Die verwendete Gaszelle besitzt eine Länge von $L = (100,0 \pm 0,1) \text{ mm}$.

Zunächst soll die Funktionsweise eines polarisierenden Strahlteilers erläutert werden. Dieser besteht aus zwei Prismen mit den Winkeln 45° , 45° und 90° , welche an ihrer Hypotenuse miteinander verbunden sind. Der so entstehende Würfel ist in Abbildung 3 zu sehen. Das auf den Strahlteiler treffende Licht wird entsprechend seiner Polarisationsrichtung aufgeteilt. Der um 90° abgelenkte Anteil ist in vertikaler Richtung polarisiert, während der Anteil mit unveränderter Richtung in horizontaler Richtung polarisiert ist. Auch dies ist in Abbildung 3 zu sehen.

Das aus dem Strahlteiler austretende Licht trifft jeweils auf einen Spiegel, welcher dieses auf einen weiteren Spiegel ablenkt, sodass es erneut auf den polarisierenden Strahlteiler trifft. Somit ergeben sich im Interferometer zwei Teilstrahlen mit unterschiedlicher Polarisation und entgegengesetzter Laufrichtung. Beim erneuten Auftreffen auf den polarisierenden Strahlteiler werden beide Strahlen so abgelenkt, dass sie auf der bisher nicht durchstrahlten Seite wieder austreten. Wird ein Polarisationsfilter hinter dieser Seite aufgestellt, gelangen die beiden Strahlen in die gleiche Polarisationssebene, sodass Interferenzeffekte möglich sind. Diese werden mittels Photodiode gemessen. Alternativ zum Polarisationsfilter kann ein zweiter polarisierender Strahlteiler verwendet werden.

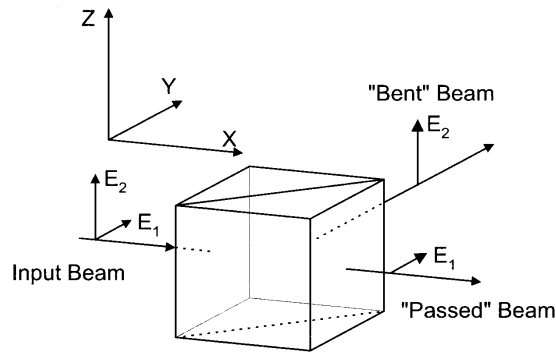


Abbildung 3: Polarisierender Strahlteiler mit eingezeichneten Achsen [1].

Der Strahl wird erneut in zwei Teilstrahlen aufgeteilt und von zwei Photodioden gemessen. Die beiden gemessenen Intensitäten werden voneinander subtrahiert. So heben sich auf beide Teilstrahlen wirkende Störungen gegenseitig auf. Dies sorgt für erhöhte Stabilität, weshalb diese Methode in diesem Versuch verwendet wird.

3.2 Justage

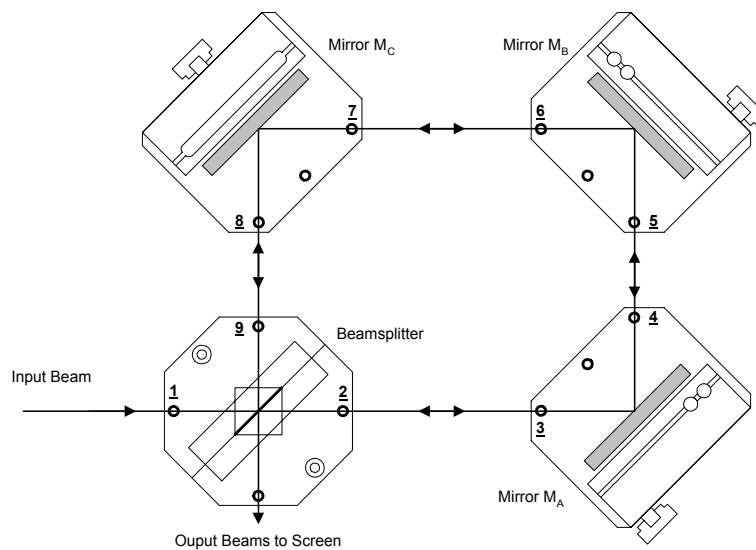


Abbildung 4: Sagnac-Interferometer mit eingezeichneten möglichen Positionen der Justierhilfen, sowie benannte Spiegel [1].

In Abbildung 4 ist der Aufbau mit beschrifteten Spiegeln und Positionen der Justierhilfen dargestellt, um zu verstehen, wie die Justierhilfen platziert werden müssen. Es ist wichtig, dass alle Spiegel den Strahl um jeweils 90° ablenken. Der Ablenkungswinkel kann mit einer Schraube auf der Rückseite der Spiegel verändert werden.

Um zu überprüfen, ob der Teilstrahl ohne Richtungsänderung gerade auf den Spiegel M_A trifft, werden die Justierhilfen an den Stellen 2 und 3 positioniert und der abgelenkte Teilstrahl wird verdeckt. Anschließend wird der andere Teilstrahl verdeckt und die Justierhilfen bei 8 und 9 platziert. Nun soll das Interferometer so justiert werden, dass der Spiegel M_B den Strahl um 90° reflektiert. Dazu werden die Justierhilfen bei 5 und 6 angebracht. Der Strahl soll jeweils durch die mittlere Öffnung verlaufen. Nach Entfernen der Justierhilfen ist auf Spiegel M_B ein Lichtpunkt zu erkennen. Außerdem soll überprüft werden, ob das Licht zwischen den Spiegeln in beide Richtungen läuft. Dazu wird ein Blatt Papier zwischen den Spiegeln M_A und M_B beziehungsweise M_B und M_C platziert. Bei korrekter Justage ist nur ein Lichtpunkt zu sehen, weil die entgegen gesetzte laufenden Teilstrahlen übereinander liegen. Nun wird ein Teilstrahl verschoben, sodass eine Probe im Strahlengang positioniert werden kann, ohne den anderen Teilstrahl zu beeinflussen. Abschließend wird dafür gesorgt, dass die aus dem polarisierenden Strahlteiler austretenden Teilstrahlen wieder übereinander liegen, damit Interferenz möglich ist. Dies ist mit den Schrauben an M_A und M_B möglich.

3.3 Durchführung

Für die Ermittlung des Brechungsindex der Glasplättchen wird die Anzahl der Interferenzmaxima in Abhängigkeit des Winkels, um den diese rotiert werden gemessen. Es wird für kleine Winkel von 0° bis 10° in 2° -Schritten jeweils drei mal gemessen, um einen Mittelwert bilden und somit den Fehler berücksichtigen zu können. Die Anzahl der Interferenzmaxima wird dabei nach jeder Messung erneut auf null gesetzt.

Um den Brechungsindex der Luft zu evaluieren, wird die Gaszelle zunächst evakuiert. Anschließend wird langsam wieder Luft eingelassen und es werden im Bereich von 100 mbar bis 1000 mbar 10 Messwerte mit gleicher Druckdifferenz aufgenommen. Hier wird die Anzahl der Interferenzmaxima über den gesamten Druckbereich gemessen.

4 Auswertung

4.1 Kontrast

Die Messung des Kontrasts

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (9)$$

in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel des ersten Filters ist in Tabelle 1 dargestellt, wobei die angegebene Photodiodenspannung proportional zur Intensität I ist. Die daraus bestimmten Kontraste sind ebenfalls in Abbildung 5 aufgetragen und mit

$$f(x) = A|\sin(\omega x + \phi)| \quad (10)$$

gefittet. Es ergibt sich daraus ein Kontrastmaximum bei

$$\phi = 47,66^\circ = 0,8318 \text{ rad.} \quad (11)$$

Der Filter wird daraufhin auf ebendieses Maximum justiert.

Tabelle 1: Messdaten und Ergebnisse der Kontrastmessung.

$\phi/^\circ$	U_{\min}/mV	U_{\max}/mV	K
-15	204	523	0,439
0	476	529	0,0527
15	323	611	0,308
30	175	879	0,668
45	54	893	0,886
60	51	717	0,867
75	134	442	0,535
90	177	214	0,0946
105	89	200	0,384
120	37	234	0,727
135	34	324	0,810
150	81	473	0,708
165	227	583	0,440
180	436	525	0,0926
195	320	737	0,395

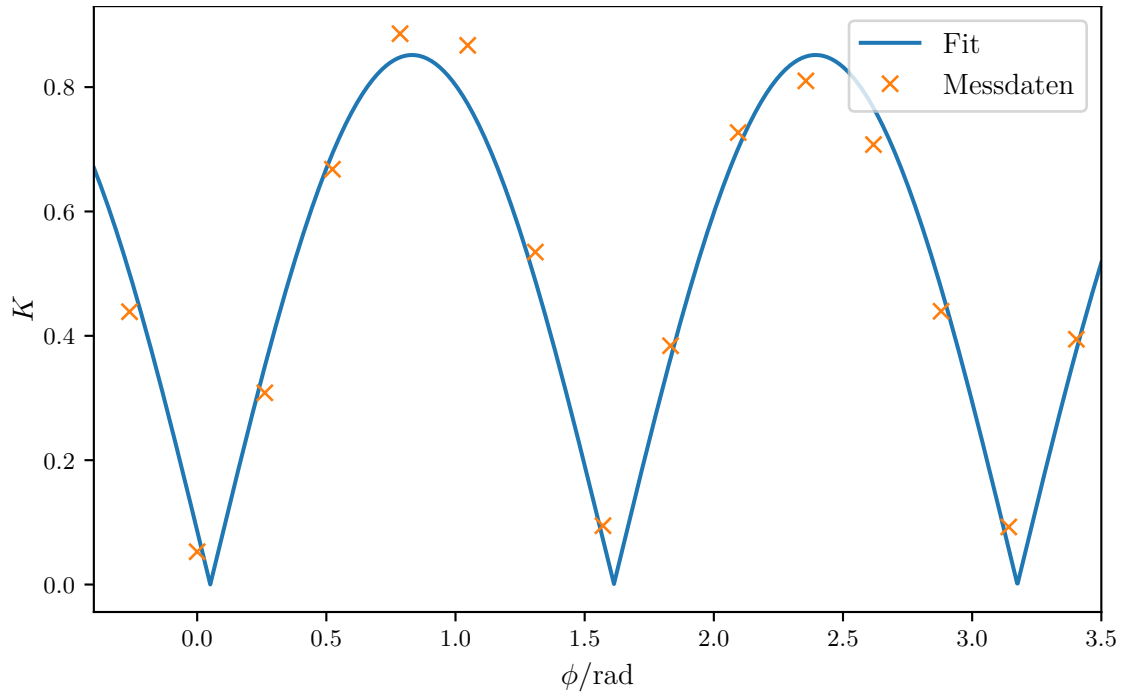


Abbildung 5: Kontrast in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel, mit Fit.

4.2 Brechungsindex der Glasplättchen

Nach der Justage wird der Doppelglashalter in den Strahlengang des Interferometers gebracht und die *Fringes* in Abhängigkeit vom Winkel gemessen. Es ergeben sich die Werte in Tabelle 2, die auch in Abbildung 6 dargestellt sind. Dabei ist M die gemittelte und aufsummierte Anzahl von Interferenzmaxima. Um aus diesen Daten den Brechungsindex des Glases zu bestimmen wird (7) zu

$$M = \frac{\Delta\phi_+ + \Delta\phi_-}{2\pi} \quad (12)$$

$$= \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{2n} ((\alpha + \theta)^2 - (\alpha - \theta)^2) \quad (13)$$

$$= \frac{2T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{n} \alpha\theta \quad (14)$$

umgeschrieben, um die Beeinflussung beider Teilstrahlen durch die verschiedenen Plättchen zu modellieren. Dabei ist α der Winkel, den beide Plättchen jeweils zur Strahlensenkrechten verdreht sind. In unserem Fall bedeutet das

$$\alpha = 10^\circ. \quad (15)$$

Im Folgenden kann eine Ausgleichsrechnung an die Messdaten durchgeführt werden. Mit

$$T = 1 \text{ mm}, \quad (16)$$

$$\lambda_{\text{vac}} = 632,990 \text{ nm} \quad (17)$$

ergibt diese einen Brechungsindex von

$$n_{\text{Glas}} = 1,544 \pm 0,002 \quad (18)$$

für das Glas.

Tabelle 2: Messdaten und Ergebnisse der Glasmessung.

$\phi/^\circ$	M_1	M_2	M_3	M
2	7	7	7	$7,00 \pm 0,$
4	7	6	7	$13,7 \pm 0,5$
6	7	7	7	$20,7 \pm 0,5$
8	7	7	7	$27,7 \pm 0,5$
10	6	7	7	$34,3 \pm 0,7$

4.3 Brechungsindex von Luft

Für die Luft-Messung wird eine Gaszelle im Strahlengang zuerst evakuiert und dann wieder mit Luft gefüllt, dabei wird für verschiedene Drücke die Zahl der vorbeiziehenden

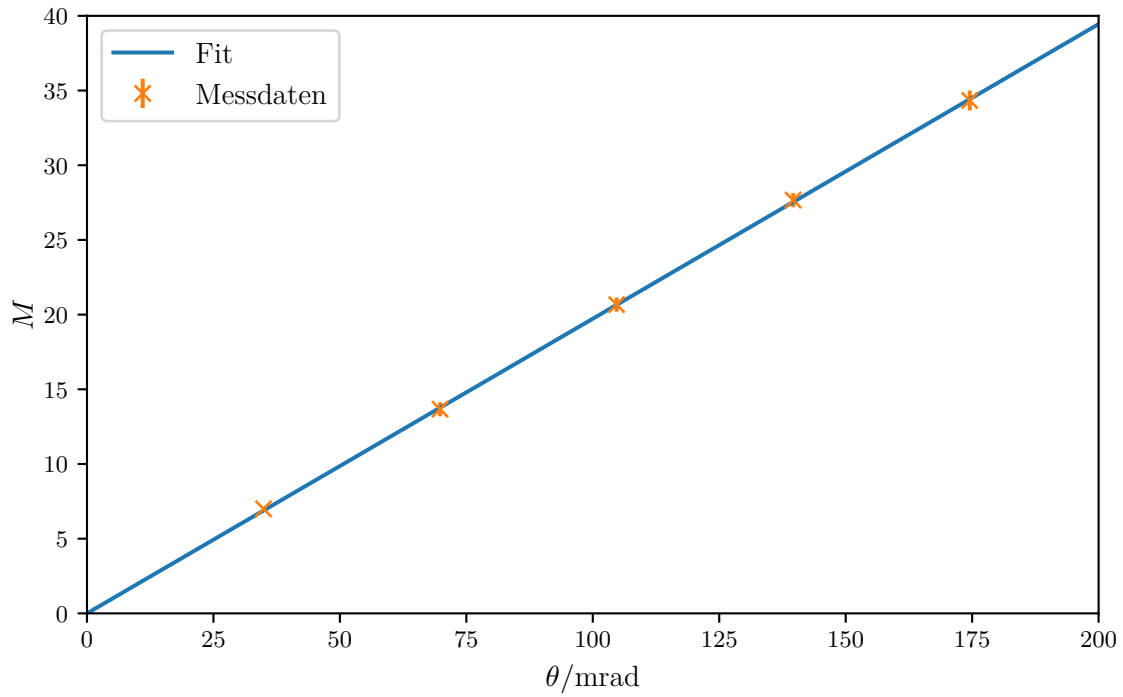


Abbildung 6: Messdaten und Fit der Glasmessung.

Interferenzextrema notiert. Die Messdaten finden sich in Tabelle 3 und Abbildung 7. Zur Bestimmung des Brechungsindex wird dann die Messung mittels linearer Regression auf den Normaldruck

$$p_{\text{norm}} = 1013,25 \text{ hPa} \quad (19)$$

entsprechend

$$M(p_{\text{norm}}) = 42,43 \quad (20)$$

extrapoliert. Mithilfe von (4) kann dann ein Brechungsindex

$$n_{\text{Luft}} = 1,000\,132\,4 \pm 0,000\,000\,1 \quad (21)$$

ermittelt werden.

Tabelle 3: Messdaten der Luftmessung.

p/hPa	M_1	M_2	M_3	M
100	4	4	4	$4,000 \pm 0,$
200	8	9	8	$8,333 \pm 0,5$
300	12	14	12	$12,67 \pm 0,9$
400	16	17	17	$16,67 \pm 0,5$
500	20	21	21	$20,67 \pm 0,5$
600	25	26	25	$25,33 \pm 0,5$
700	29	30	29	$29,33 \pm 0,5$
800	33	34	34	$33,67 \pm 0,5$
900	37	38	38	$37,67 \pm 0,5$
1000	41	42	42	$41,67 \pm 0,5$

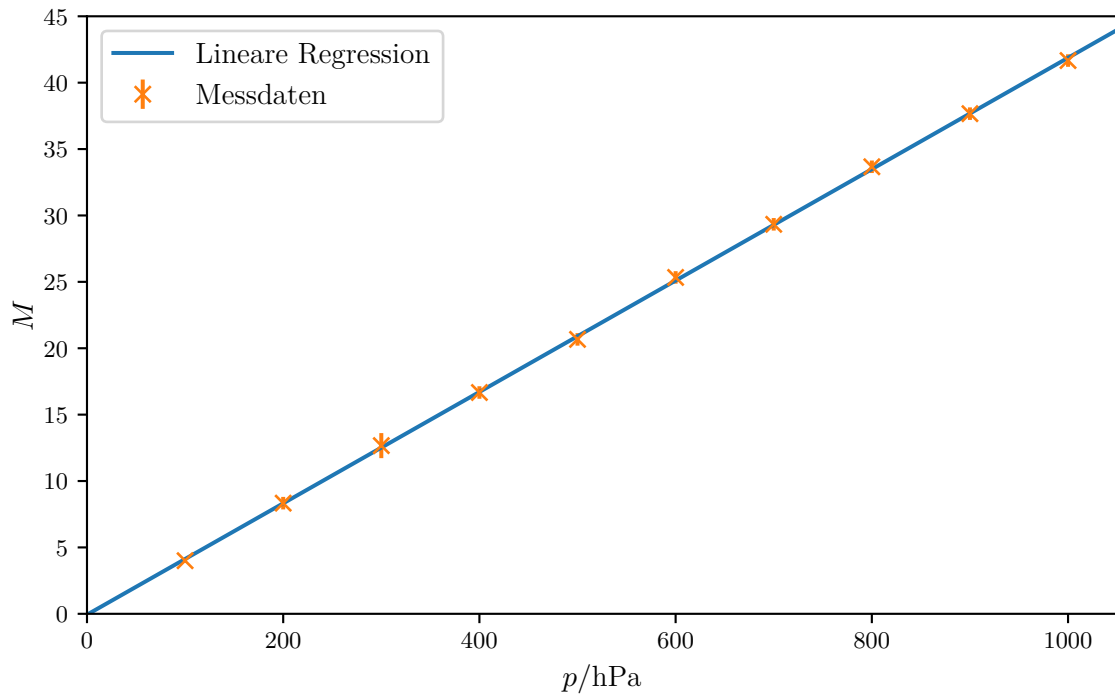


Abbildung 7: Messdaten und lineare Regression der Glasmessung.

5 Diskussion

Es konnten Kontrastwerte nahe

$$K = 0,9 \quad (22)$$

erreicht werden, was angesichts eines maximalen Kontrasts von $K = 1$ zufriedenstellend ist. Der Verlauf des Kontrasts in Abhängigkeit vom Polarisationswinkel entspricht wie erwartet annähernd einer $|\sin|$ -Funktion. Die Abweichungen zwischen den Messwerten der ersten und zweiten „Halbwelle“ kann nicht durch zeitliche Fluktuationen erklärt werden, da diese lediglich im Bereich von $\Delta K \approx 0.001$ liegen.

Die Ausgleichsrechnung bezüglich der Glasmessung passt gut zu den Messdaten. Der bestimmte Brechungsindex

$$n_{\text{Glas}} = 1,544 \pm 0,002 \quad (23)$$

liegt nahe am in der Anleitung angegebenen Referenzwert

$$n_{\text{Glas}}^{\text{ref}} = 1,5[1]. \quad (24)$$

Somit kann die Messung als hinlänglich angenommen werden.

Der Luft-Brechungsindex

$$n_{\text{Luft}} = 1,000\,132\,4 \pm 0,000\,000\,1 \quad (25)$$

liegt ebenfalls nahe an der Referenz

$$n_{\text{Luft}}^{\text{ref}} = 1,0003[1]. \quad (26)$$

Da der Brechungsindex der Luft stark von Umgebungsbedingungen wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit abhängt, die nicht berücksichtigt werden, kann kein besseres Ergebnis erwartet werden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 64: Moderne Interferometrie*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Interferometrie.pdf> (besucht am 08.07.2017).
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.