

V603

Der Compton-Effekt

Sonia Chander
sonia.chander@tu-dortmund.de

Jana Schlücking
jana.schluecking@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.06.2021

Abgabe: 22.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Der Compton-Effekt	3
2.2 Erzeugung von Röntgenstrahlung	3
2.3 Transmission und Absorption bei Aluminium	4
2.4 Bragg Bedingung	4
3 Durchführung	4
3.1 Aufnahme eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre	5
3.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge	5
3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge	6
4 Auswertung	6
4.1 Aufnahme des Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre	6
4.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge	8
4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge	11
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Compton-Wellenlänge λ_C eines Elektrons mithilfe von Röntgenstrahlen bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Der Compton-Effekt

Ein Photon, das sich an einem Elektron streut und danach eine verlängerte Wellenlänge aufweist, beschreibt den Compton-Effekt. Bei diesem inelastischen Stoß überträgt das Photon Energie an das Elektron und wird um den Winkel θ abgelenkt. Hierdurch wird die Wellenlänge des Photons verlängert. Die Differenz $\Delta\lambda$ der einfallenden und der Compton Wellenlänge kann durch Energie- und Impulserhaltung ausgedrückt werden. Es gilt:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \theta). \quad (1)$$

Der Bruch $\frac{h}{m_e \cdot c}$ ist eine konstante Länge, die sogenannte Compton-Wellenlänge eines Elektrons. An (2) wird ersichtlich, dass bei $\theta = 0^\circ$ die Differenz $\Delta\lambda = 0$ und somit minimal ist. Bei $\theta = 180^\circ$ ist sie maximal, $\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_C$. Dieser Vorgang wird durch Abbildung 1 anschaulich dargestellt.

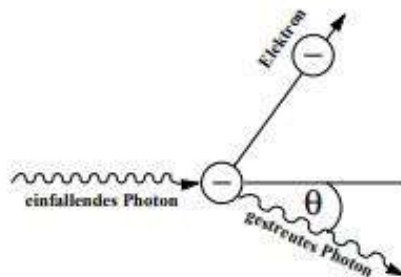


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Compton-Effekts.[1]

2.2 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Die für den Versuch benötigten Röntgenstrahlen werden mithilfe einer evakuierten Röhre aus einer Glühkathode erzeugt. In dieser werden Elektronen emittiert und auf eine Anode hin beschleunigt. Die Röntgenstrahlung entsteht bei Auftreffen der Elektronen auf die Anode und setzt sich aus dem kontinuierlichen Bremspektrum sowie der charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials zusammen. Das Bremspektrum resultiert aus der Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atoms. Ein Photon bzw. Röntgenquant wird durch dieses Abbremsen emittiert. Da seine Energie genau dem Energieverlust des abgebremsten Elektrons entspricht und das Elektron entweder einen Teil oder auch

seine ganze kinetische Energie abgeben kann, entsteht das sogenannte kontinuierliche Bremsspektrum.

Das Anodenmaterial wird so ionisiert. Ein Elektron aus einer äußeren Schale kann nach Emittieren eines Photons in eine Innere fallen. Hierbei hat das Photon genau die Energiedifferenz der beiden Energieniveaus, somit entsteht kein kontinuierliches sondern ein Spektrum aus scharfen Linien. Dieses sogenannte charakteristische Spektrum hängt vom Anodenmaterial der Röntgenröhre ab.

2.3 Transmission und Absorption bei Aluminium

Mithilfe der Absorption und Transmission von Röntgenstrahlung durch Aluminium kann die Compton-Wellenlänge bestimmt werden. Diese sind von der Wellenlänge abhängig. Es besteht ein antiproportionaler Zusammenhang zwischen Transmission und Wellenlänge, bei großer Wellenlänge ist die Transmission klein. Somit ist die Transmission bei der Compton verschobenen Wellenlänge kleiner als bei der einfallenden. Für die Absorption der Photonen in einer Materie der Dicke d gilt für die Intensität I das Delambersche Gesetz:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d},$$

wobei I_0 die einfallende Intensität und μ den Absorptionskoeffizienten beschreibt. Dieser Absorptionskoeffizient setzt sich durch Addition der Absorptionskoeffizienten für Paarbildung μ_{Paar} , Photoeffekt μ_{Photo} und Comptoneffekt μ_{Com} zusammen.

2.4 Bragg Bedingung

Mithilfe der Bragg'schen Reflexion kann die Energie E und somit die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung bestimmt werden. Hierbei fällt Röntgenlicht auf ein dreidimensionales Gitter. Jedes Gitteratom sorgt für eine Beugung der Photonen. Dadurch interferieren die Strahlen miteinander. Konstruktive Interferenz passiert beim sogenannten Glanzwinkel α . Ist die Gitterkonstante d bekannt, kann mit der Bragg'schen Bedingung, siehe (2), die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung und somit die Energie E bestimmt werden.

$$2 \cdot d \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (2)$$

3 Durchführung

Für die Versuchsdurchführung wird die Apparatur in Abbildung 2 verwendet. Sie besteht hauptsächlich aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall bzw. hier einen Plexiglas-Streuer und einem Geiger-Müller-Zählrohr. Der Versuch kann über einen Rechner verlaufen. Hierfür wird am PC das Programm measure genutzt. Bei jedem Versuchsteil wird die Messart, der Drehmodus, der anzufahrende Kristallwinkel und die Integrationszeit eingestellt. Die Beschleunigungsspannung beträgt bei allen Messungen 35 kV und der Emissionsstrom 1 mA.

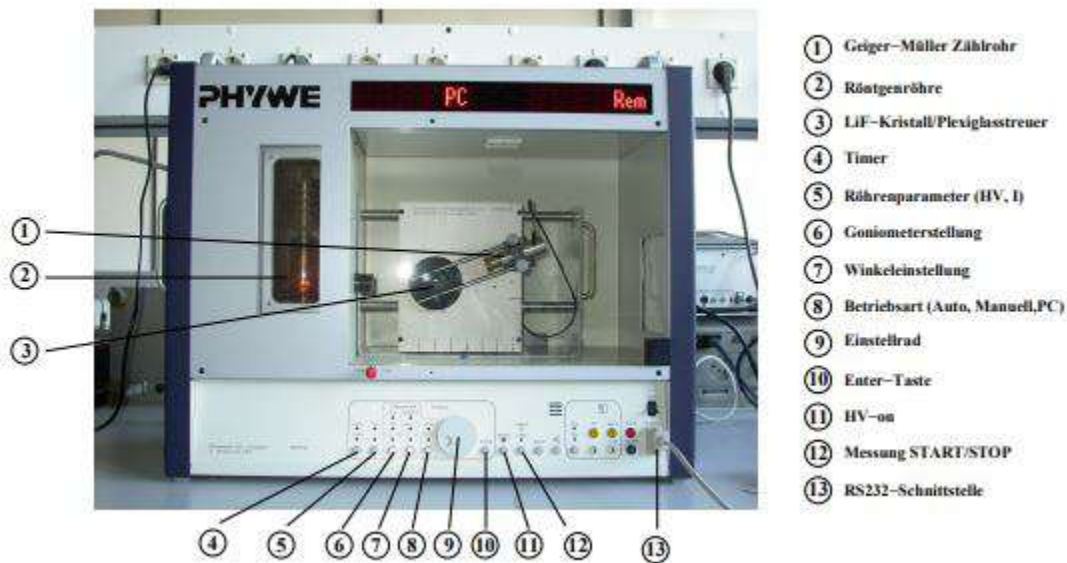


Abbildung 2: Die Messapparatur bestehend aus einer Kupfer-Röntgenröhre, einem LiF-Kristall bzw. einem Plexiglas-Streuer und einem Geiger-Müller-Zählrohr.
[1]

3.1 Aufnahme eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre

Eine 2 mm Blende und ein LiF-Kristall werden hier verwendet. Das Emissionsspektrum wird nun aufgenommen indem der Winkel des LiF-Kristalls um $\Delta\alpha = 0.1^\circ$ und mit einer Integrationszeit von $t = 10\text{ s}$ variiert wird.

3.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Der Aluminium-Absorber N_{Al} wird vor die 2 mm Blende gesetzt. Die Zählrate der Röntgenstrahlung wird nun gemessen, dabei befindet sich der Kristallwinkel in einem Winkelbereich von $\alpha = [7^\circ, 10^\circ]$. Dieser Kristallwinkel wird in $\Delta\alpha = 0.1^\circ$ Schritten und einer Integrationszeit von $t = 200\text{ s}$ verändert. Dieselbe Messung wird ohne Aluminium-Absorber N_0 wiederholt.

Es folgt eine Korrektur der gemessenen Zählrate mit der Totzeit $\tau = 90\text{ }\mu\text{s}$ des Geiger-Müller Zählrohrs:

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N}, \quad (3)$$

hierbei steht I wiederum für eine Zählrate.

Im weiteren Versuchsdurchlauf wird eine manuelle Messung durchgeführt. Hierzu wird das RS232-Kabel entfernt und das Röntgengerät auf Manuell gestellt. Die vorzunehmenden Einstellungen erfolgen am Einstellknopf, siehe Abbildung 2 und werden mit ENTER bestätigt. Oben an der Messapparatur befindet sich eine Anzeige zum Ablesen der gemessenen

Zählrate.

3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Die Transmission der ungestreuten und gestreuten Röntgenstrahlung soll untersucht werden. Hierzu wird die 2 mm Blende durch eine 5 mm Blende ersetzt. Zudem wird der LiF-Kristall mit einem Plexiglas-Streuer ausgetauscht. Der Streuer wird auf 45° und das Geiger-Müller-Zählrohr auf 90° gesetzt, siehe Abbildung 3. Nun wird die Intensität I_0 der Kupfer-Röhre gemessen.

Zunächst wird die Transmission T_1 der ungestreuten Röntgenstrahlung betrachtet. Wie in Abbildung 3a zu sehen, wird der Aluminium-Absorber in den Strahlengang zwischen Röntgen und Streuer gesetzt.

Um die Transmission T_2 der gestreuten Röntgenstrahlung zu untersuchen, wird der Aluminium-Absorber in den Strahlengang zwischen Streukörper und Geiger-Müller-Zählrohr gebracht, siehe Abbildung 3b.

Die Integrationszeit beträgt $t = 300$ s. Die Zählraten werden notiert.

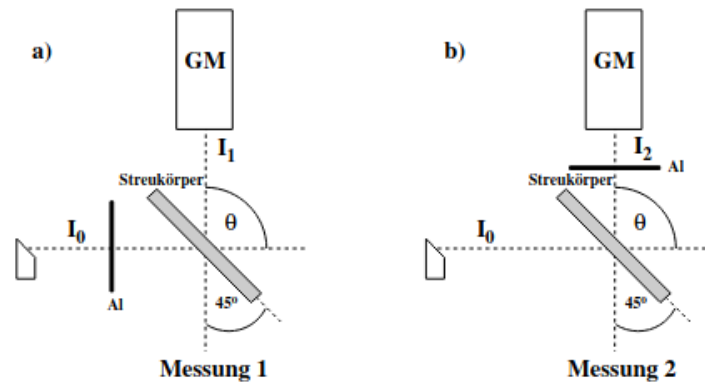


Abbildung 3: Der experimentelle Aufbau der Messung mit dem Plexiglasstreuer. [1]

4 Auswertung

4.1 Aufnahme des Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

Es werden in einem Winkelbereich von $8^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$ die Zählraten bei einer Integrationszeit von $t = 10$ s aufgenommen, die Daten sind in der Tabelle 1 zu finden.

Die Daten aus Tabelle 1 sind in der Abbildung 4 eingezeichnet. Es ist das Bremsspektrum der Röntgenstrahlung zu erkennen, sowie die charakteristischen K_α - und K_β -Peaks. Diese

Tabelle 1: Die Messwerte des Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
8,0	323,0	11,5	406,0	14,9	248,0	18,3	166,0	21,7	164,0
8,1	316,0	11,6	404,0	15,0	253,0	18,4	173,0	21,8	180,0
8,2	326,0	11,7	405,0	15,1	257,0	18,5	167,0	21,9	179,0
8,3	340,0	11,8	400,0	15,2	248,0	18,6	169,0	22,0	191,0
8,4	335,0	11,9	383,0	15,3	242,0	18,7	160,0	22,1	232,0
8,5	343,0	12,0	389,0	15,4	249,0	18,8	159,0	22,2	300,0
8,6	350,0	12,1	382,0	15,5	246,0	18,9	157,0	22,3	536,0
8,7	350,0	12,2	372,0	15,6	252,0	19,0	149,0	22,4	4128,0
8,8	366,0	12,3	376,0	15,7	236,0	19,1	153,0	22,5	5050,0
8,9	357,0	12,4	385,0	15,8	234,0	19,2	150,0	22,6	4750,0
9,0	371,0	12,5	384,0	15,9	231,0	19,3	147,0	22,7	4571,0
9,1	371,0	12,6	382,0	16,0	215,0	19,4	150,0	22,8	4097,0
9,2	372,0	12,7	373,0	16,1	217,0	19,5	148,0	22,9	901,0
9,3	364,0	12,8	376,0	16,2	227,0	19,6	149,0	23,0	244,0
9,4	381,0	12,9	373,0	16,3	214,0	19,7	143,0	23,1	179,0
9,5	379,0	13,0	375,0	16,4	217,0	19,8	153,0	23,2	151,0
9,6	393,0	13,1	366,0	16,5	210,0	19,9	182,0	23,3	145,0
9,7	375,0	13,2	354,0	16,6	211,0	20,0	291,0	23,4	130,0
9,8	391,0	13,3	341,0	16,7	206,0	20,1	1127,0	23,5	121,0
9,9	395,0	13,4	326,0	16,8	205,0	20,2	1599,0	23,6	126,0
10,0	402,0	13,5	318,0	16,9	198,0	20,3	1533,0	23,7	117,0
10,1	405,0	13,6	305,0	17,0	203,0	20,4	1430,0	23,8	112,0
10,2	390,0	13,7	296,0	17,1	199,0	20,5	1267,0	23,9	110,0
10,3	398,0	13,8	286,0	17,2	198,0	20,6	425,0	24,0	105,0
10,4	400,0	13,9	285,0	17,3	191,0	20,7	241,0	24,1	106,0
10,5	418,0	14,0	274,0	17,4	192,0	20,8	225,0	24,2	107,0
10,6	401,0	14,1	264,0	17,5	184,0	20,9	192,0	24,3	95,0
10,7	410,0	14,2	266,0	17,6	191,0	21,0	188,0	24,4	94,0
10,8	408,0	14,3	270,0	17,7	188,0	21,1	172,0	24,5	100,0
10,9	409,0	14,4	255,0	17,8	181,0	21,2	168,0	24,6	91,0
11,0	414,0	14,5	255,0	17,9	185,0	21,3	169,0	24,7	85,0
11,1	420,0	14,6	260,0	18,0	184,0	21,4	166,0	24,8	88,0
11,2	417,0	14,7	251,0	18,1	179,0	21,5	170,0	24,9	83,0
11,3	417,0	14,8	250,0	18,2	180,0	21,6	174,0	25,0	85,0
11,4	409,0								

markanten Punkte sind in der Abbildung gekennzeichnet. Diese Stellen lauten:

$$\begin{aligned} \text{für } K_\alpha: \quad \theta_\alpha &= (22,5 \pm 0,1)^\circ & \Rightarrow E_\alpha &= (8043 \pm 34) \text{ eV} \\ N_\alpha &= 5050 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für } K_\beta: \quad \theta_\beta &= (20,2 \pm 0,1)^\circ & \Rightarrow E_\beta &= (8910 \pm 40) \text{ eV} \\ N_\beta &= 1599 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

Die Energien werden mithilfe der Bragg-Bedingung und dem Zusammenhang für Photonen $E = \frac{hc}{\lambda}$ über die Formel berechnet

$$E = \frac{h \cdot c}{2d \cdot \sin(\theta)}.$$

Hier beschreibt h das Planck'sche Wirkungsquantum und c die Lichtgeschwindigkeit.

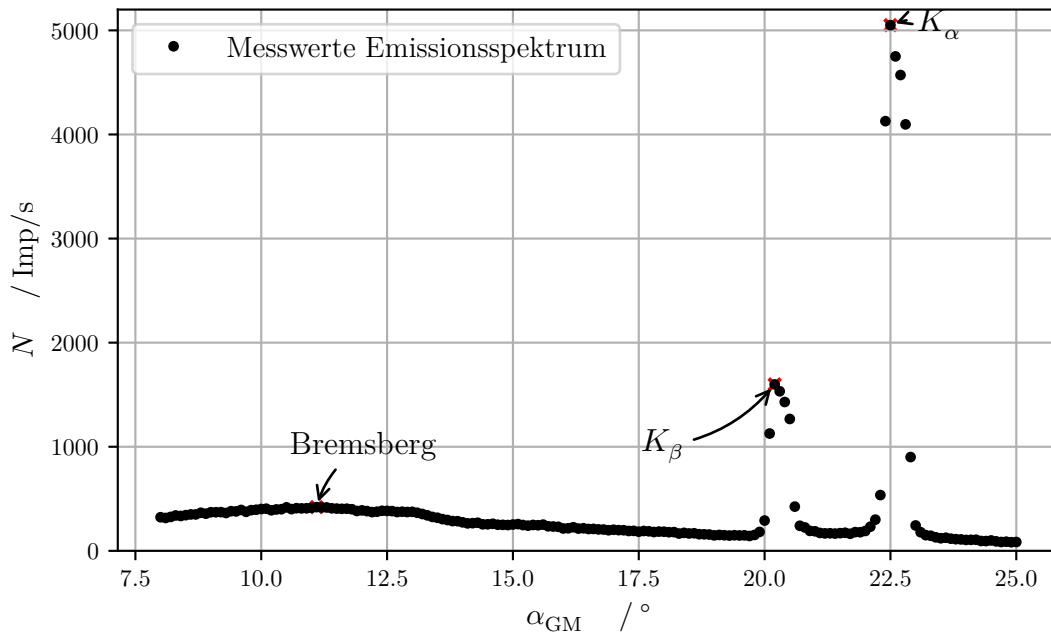


Abbildung 4: Die Messdaten des Emissionsspektrum aufgetragen gegen den Winkel.

4.2 Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge

Zur Bestimmung der Transmission wird die Zählrate für Winkel im Bereich von $7^\circ - 10^\circ$ bei einer Integrationszeit von $t = 200 \text{ s}$ einmal mit Aluminiumabsorber (N_{Al}) und einmal ohne (N_0) aufgenommen, in der Tabelle 2 sind die Messdaten zu finden.

Tabelle 2: Die Daten der Zählratenmessung bei verändertem Winkel mit und Aluminiumabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N_0 / \text{Imp/s}$	$N_{\text{Al}} / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N_0 / \text{Imp/s}$	$N_{\text{Al}} / \text{Imp/s}$
7,0	226,0	113,5	8,6	328,5	100,0
7,1	232,0	112,0	8,7	332,5	100,5
7,2	240,5	112,0	8,8	337,0	97,5
7,3	248,0	113,5	8,9	340,5	95,0
7,4	255,0	115,0	9,0	348,0	92,5
7,5	262,0	113,5	9,1	350,0	89,5
7,6	269,0	113,0	9,2	353,0	88,0
7,7	276,0	114,5	9,3	356,5	84,5
7,8	281,0	114,0	9,4	359,0	83,0
7,9	289,5	112,0	9,5	363,5	81,0
8,0	295,0	109,5	9,6	367,0	78,5
8,1	300,0	109,0	9,7	369,0	76,0
8,2	308,5	108,0	9,8	370,5	74,0
8,3	311,0	106,0	9,9	375,0	72,0
8,4	317,0	104,5	10,0	375,5	68,5
8,5	324,0	101,5			

In der Tabelle 2 sind auch die Messunsicherheiten eingetragen, es liegt eine Poisson-Verteilung bei der Anzahl der Röntgenquanten vor. Die Zählraten werden nun mit einer Totzeitkorrektur bereinigt

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N},$$

wobei $\tau = 90 \mu\text{s}$ die Totzeit des benutzten Geiger-Müller-Zählrohr ist. Die Transmission berechnet sich dann über $T = \frac{I_{\text{Al}}}{I_0}$.

Die Wellenlänge λ berechnet sich aus dem Winkel über die Bragg Bedingung, die Beugungsordnung ist $n = 1$ und die Gitterkonstante für einen LiF-Kristall $d = 201,4 \text{ pm}$. Die Transmission ist in der Abbildung 5 bzw Abbildung 6 gegen die Wellenlänge aufgetragen.

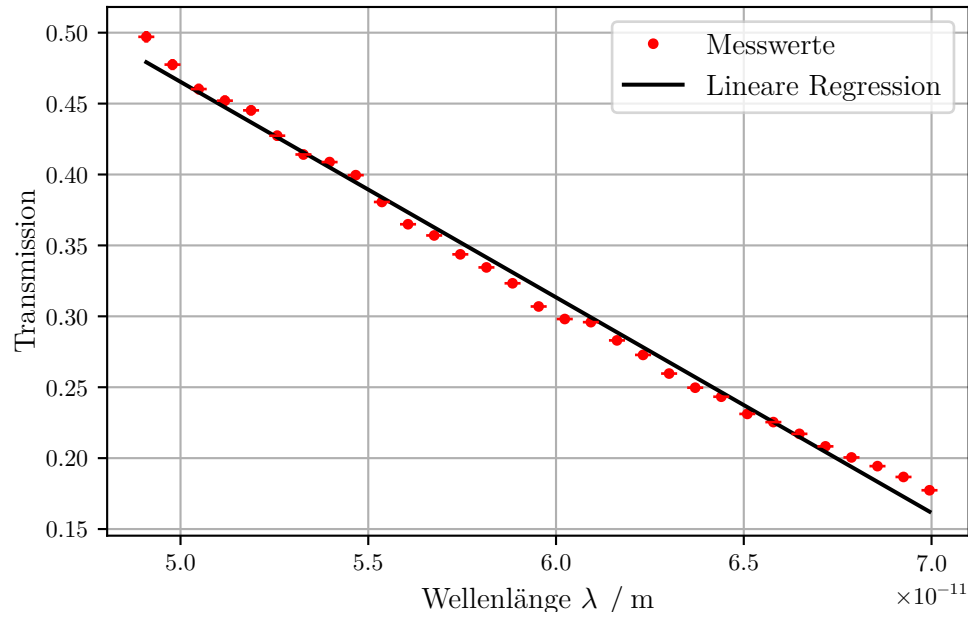


Abbildung 5: Die Transmissions aufgetragen gegen die Wellenlänge λ inklusive einer linearen Ausgleichsrechnung. Die Fehler sind bestimmt als $\Delta N = \sqrt{\frac{N}{t}}$.

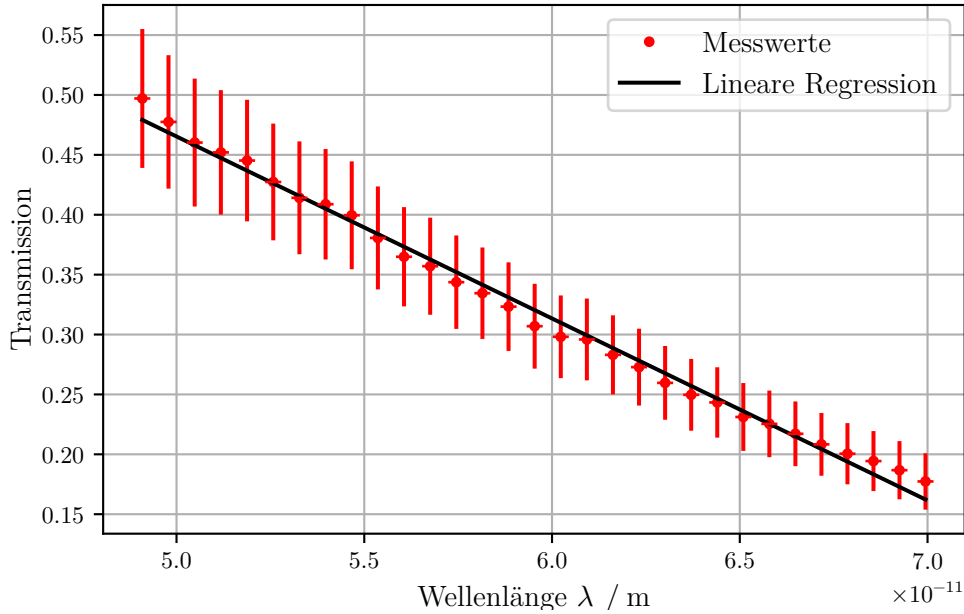


Abbildung 6: Die Transmissions aufgetragen gegen die Wellenlänge λ inklusive einer linearen Ausgleichsrechnung. Die Fehler sind bestimmt als $\Delta N = \sqrt{N}$.

Es wird außerdem eine lineare Ausgleichsrechnung $T = a \cdot \lambda + b$ mit python durchgeführt, welche auch in Abbildung 5 eingezeichnet sind. Die Koeffizienten ergeben sich zu:

$$a = (-15,195 \pm 0,239) \cdot 10^9 \text{ 1/m}$$

$$b = 1,225 \pm 0,014$$

4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Die Impulse werden bei einer Integrationszeit von $t = 300 \text{ s}$ für I_0 ohne Aluminiumabsorber, für I_1 mit Aluminiumabsorber zwischen der Röntgenröhre und dem Plexiglas-Streuer und für I_2 mit Aluminiumabsorber zwischen dem Plexiglas-Streuer und dem Geiger-Müller-Zählrohr aufgenommen. Es ergeben sich folgende Werte:

$$I_0 = 2731 \pm 50$$

$$I_1 = 1180 \pm 34$$

$$I_2 = 1024 \pm 32$$

Aus diesen Messwerten lassen sich die Transmission berechnen:

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = 0,432 \pm 0,015$$

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = 0,375 \pm 0,014$$

Nun wird die Wellenlänge λ zu den Transmissionen errechnet. Die lineare Abhängigkeit $T(\lambda) = a \cdot \lambda + b$, welche in der Teilaufgabe 4.2 ermittelt wird, wird so genutzt

$$\lambda = \frac{(T - b)}{a}$$

mit den Koeffizienten

$$a = (-15,195 \pm 0,239) \cdot 10^9 \text{ 1/m}$$

$$b = 1,225 \pm 0,014.$$

Es ergeben sich die Werte:

$$\lambda_1 = (52,2 \pm 1,6) \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = (55,9 \pm 1,6) \text{ pm}$$

Damit lässt sich die Compton-Wellenlänge bestimmen: $\lambda_c = \lambda_2 - \lambda_1 = (3,8 \pm 1,1) \text{ pm}$.

5 Diskussion

Die aus dem Emissionsspektrum ermittelten Daten für die Energien des K_α - und K_β -Linien sind in der Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 3: Die Daten der Energien im Vergleich mit den Literaturwerten.

Linie	$E_{K,\text{exp}}/\text{eV}$	$E_{K,\text{lit}}/\text{eV}$ [2]	$\Delta E/\%$
α	8043 ± 34	8048,1	0,1
β	8910 ± 40	8906,9	-0,1

Es ist auffällig, dass die Theoriewerte sehr genau getroffen werden. Da die Aufnahme der Daten über einen Röntgenapparat passiert, welcher auch die Winkel des LiF-Kristalls eingestellt, ist von kleinen systematischen Fehlern auszugehen. Außerdem wird in Winkelabschnitten von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ gemessen, sodass die Bestimmung des K_α und K_β Winkels recht genau ist.

Die experimentell ermittelte Comptonwellenlänge $\lambda_{c, \text{exp}} = (3,8 \pm 1,1) \text{ pm}$ zeigt eine Abweichung von 54,9 % zur theoretischen Compton-Wellenlänge $\lambda_{c, \text{lit}} = \frac{h}{m_e \cdot c} = 2,42 \text{ pm}$. Diese Abweichung ist vielleicht damit erklärbar, dass die Wellenlängen zu den jeweiligen Transmissionen mit den Werten der Ausgleichsrechnung berechnet werden und sich somit die Fehler fortpflanzen. Es wird keine Totzeitkorrektur für die Impulsdaten gemacht, da aufgrund der geringen Anzahl bei einer recht hohen Integrationszeit wahrscheinlich sehr wenige Impulse nicht vom Geiger-Müller-Zählrohr registriert werden.

Der Compton-Effekt tritt nicht im sichtbaren Spektrum auf, da die Zunahme der Wellenlänge relativ zu ihr sehr gering ist. Dadurch scheint die Streuung ohne Energieverlust abzulaufen und es ist kein Compton-Effekt nachweisbar.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V603: Der Compton-Effekt*. 2021.
- [2] *X-ray Transistion Energies Database*. 2020. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html> (besucht am 20.06.2021).