

V603

Compton-Effekt

Philip Jaletzky
philip.jaletzky@udo.edu

Matthias Maile
matthias.maile@udo.edu

Durchführung: 22.06.2021

Abgabe: 29.06.2021

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Röntgenstrahlung	3
1.2	Bragg Reflexion	3
1.3	Compton-Effekt	4
2	Durchführung	5
2.1	Aufnahme des Emissionsspektrums der Röntgenröhre	5
2.2	Experimentelle Bestimmung der Transmission und der Compton-Wellenlänge	5
3	Auswertung	6
3.1	Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre	6
3.2	Transmission	7
3.3	Compton-Wellenlänge	10
4	Diskussion	10
5	Compton-Effekt bei sichtbarem Licht	11
	Literatur	11

Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons

1 Theorie

1.1 Röntgenstrahlung

Die Röntgenstrahlung wird hier in einer evakuierten Röntgenröhre erzeugt. In dieser werden mit einer Glühkathode freie Elektronen erzeugt, die dann zu der positiv geladenen Anode hin beschleunigt werden. Durch das Auftreffen der Elektronen auf die Anode und dem Abbremsen dieser im Coulombfeld der Anodenatome, entsteht ein Bremsspektrum. Bei dieser Abbremsung wird ein Photon (Röntgenquant) ausgesendet, welches die Energie besitzt, die das abgebremste Elektron verloren hat. Außerdem wird das Anodenmaterial durch die Elektronen ionisiert, sodass dieses ebenfalls Photonen emittieren kann, wenn ein Elektron aus einer äußeren Schale in eine innere zurückfällt. In diesem Fall ist die Energie des Photons gerade die Energiedifferenz der beiden Energieniveaus. Daher besteht das charakteristische Spektrum des Anodenmaterials aus festen Linien, deren Energie charakteristisch für das Anodenmaterial der Röntgenröhre ist.

Die Absorption von Photonen durch Materie einer bestimmten Dicke d kann durch das Delamber'sche Gesetz

$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu d) \quad (1)$$

beschrieben werden, wobei I_0 die einfallende Intensität darstellt. Der Absorptionskoeffizient setzt sich aus den Koeffizienten verschiedener Effekte nach

$$\mu = \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Com}} \quad (2)$$

zusammen, dabei beziehen sich die Absorptionskoeffizienten auf den Photoeffekt, die Paarbildung und den Comptoneffekt.

1.2 Bragg Reflexion

Mit der Bragg-Reflexion kann die Wellenlänge der Röntgenstrahlung untersucht werden.

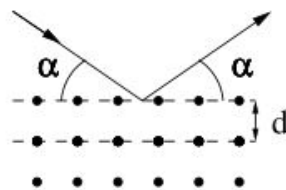


Abbildung 1: Bragg-Reflexion der Röntgenstrahlung an einem Kristallgitter. [3]

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, wird die Röntgenstrahlung an einem Kristallgitter gebeugt, sodass die Strahlen bei einem Glanzwinkel α konstruktiv interferieren und die gebeugte Wellenlänge in n-ter Beugungsordnung mit der Bragg-Bedingung

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad (3)$$

berechnet werden kann.

1.3 Compton-Effekt

Es hat sich experimentell gezeigt, dass sich die Wellenlänge von γ -Strahlung bei Streuung an einem Elektron zu längeren Wellenlängen verschiebt. Dieser Effekt wird auch als Compton-Effekt bezeichnet. In diesem Versuch wird die Compton-Wellenlänge mit Hilfe von Röntgenstrahlen bestimmt. Dazu werden die Röntgenstrahlen an einem Plexiglasquader gestreut, um aus dem Transmissionsverhalten die Comptonwellenlänge zu bestimmen.

Bei der Compton Streuung wechselwirkt ein Photon mit einem freien Elektron und gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab, wobei es um den Winkel θ gestreut wird. Dieser Vorgang ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt.

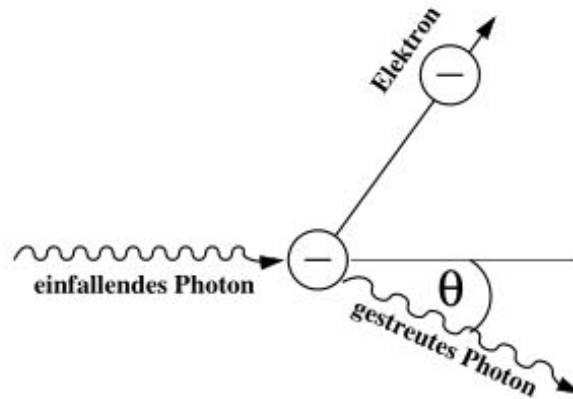


Abbildung 2: Photon und Elektron beim Compton-Effekt. [3]

Dabei verändert sich die Wellenlänge des Photons um $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ mit einfallender Wellenlänge λ_1 und Compton verschobener Wellenlänge λ_2 . Aus der Energie- und Impulserhaltung erhält man für die Wellenlängendifferenz:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (4)$$

Wie zu erkennen ist, wird $\Delta\lambda$ für $\theta = 0^\circ$ mit $\Delta\lambda = 0$ minimal und für $\theta = 180^\circ$ mit $\Delta\lambda = 2(h/m_e c) = 2\lambda_c$ maximal. Die konstante Länge $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ wird auch Compton-Wellenlänge des Elektrons genannt.

2 Durchführung

Für den Versuch wird die in Abbildung 3 zu sehende Apparatur genutzt.

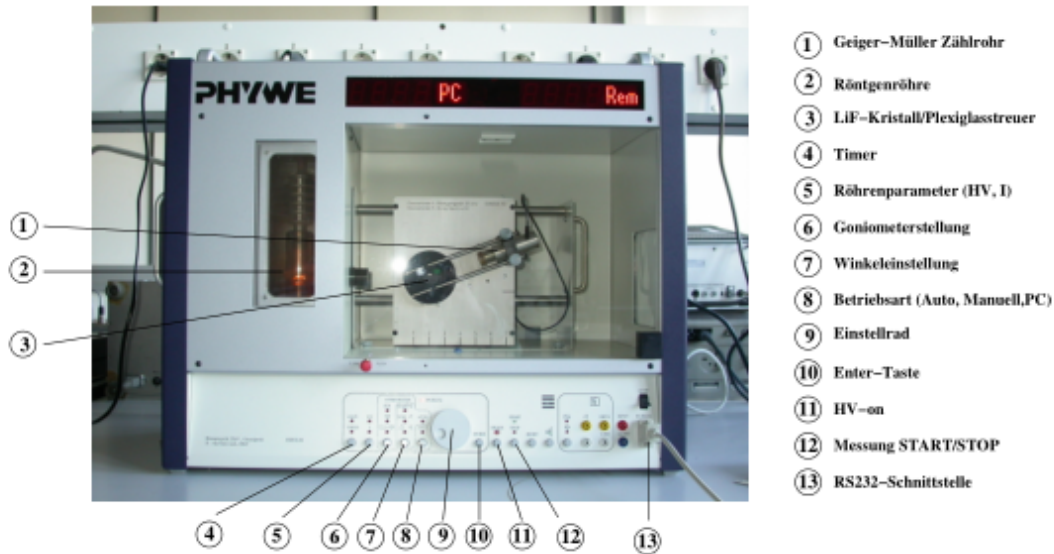


Abbildung 3: Apparatur zur Erzeugung und Messung von Röntgenstrahlung. [3]

Die zu sehende Apparatur besteht im Wesentlichen aus einer Röntgenröhre, einem LiF-Kristall bzw. einem Plexiglasstreuer und einem Geiger-Müller-Zählrohr. Für alle folgenden Messungen werden eine Beschleunigungsspannung von 35 kV und ein Emissionsstrom von 1 mA eingestellt.

2.1 Aufnahme des Emissionsspektrums der Röntgenröhre

Für die Bestimmung des Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre, wird an der Apparatur das Programm *measure* ausgewählt. Für die Messung werden eine 2 mm-Blende und der LiF-Kristall in die Apparatur eingebaut. Dann wird der Winkel des LiF-Kristalls in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$, bei einer Integrationszeit von $t = 10$ s, erhöht .

2.2 Experimentelle Bestimmung der Transmission und der Compton-Wellenlänge

Nun wird die Transmission $T(\lambda)$ eines Aluminium-Absorbers bestimmt. Dazu wird der Absorber vor der Blende befestigt und es wird in einem Intervall von $\alpha = [7^\circ, 10^\circ]$ in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ mit Integrationszeit $t = 200$ s die Zählrate gemessen. Dabei wird sowohl die Zählrate ohne Absorber $N_0(\alpha)$, als auch die Zählrate mit Absorber $N_{Al}(\alpha)$ gemessen.

Aufgrund der Totzeit des Geiger-Müller-Zählrohrs $\tau = 90 \mu\text{s}$ muss eine Totzeitkorrektur

nach

$$I = \frac{N}{1 - \tau N} \quad (5)$$

vorgenommen werden.

Die weiteren Messungen werden manuell ohne das Rechnerprogramm durchgeführt. Für den manuellen Betrieb wird das Röntgengerät auf Manuell umgeschaltet und das RS232-Kabel entfernt.

Im nächsten Schritt wird die 2 mm Blende durch eine 5 mm Blende und der LiF-Kristall durch den Plexiglas-Streuer ersetzt. Dann wird der Kristall auf 45° und das Geiger-Müller Zählrohr auf 90° (siehe Abbildung 4) gestellt und die Intensität I_0 der Cu-Röhre gemessen.

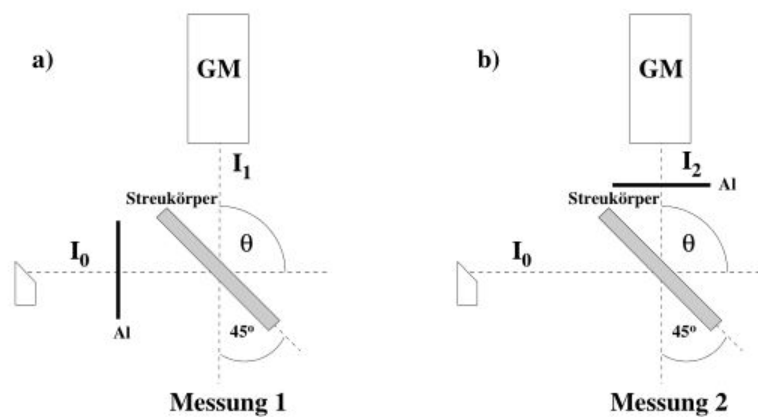


Abbildung 4: Aufbau für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge. [3]

Nun wird zuerst die Transmission $T_1 = I_1/I_0$ der ungestreuten Wellenlänge λ_1 gemessen, indem der Absorber zwischen Röntgenröhre und Plexiglasstreuer eingebaut wird (Abbildung 4a).

Für die gestreute Röntgenstrahlung mit Wellenlänge λ_2 wird anschließend die Transmission $T_2 = I_2/I_0$ bestimmt, indem der Aluminium-Absorber nach Abbildung 4b zwischen Plexiglasstreuer und Geiger-Müller-Zählrohr gebracht wird.

Bei der Bestimmung der Transmissionen wird jeweils mit einer Integrationszeit von $t = 300$ s gemessen.

3 Auswertung

3.1 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Als erstes wurde das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre aufgezeichnet, um es hier auswerten zu können. Als Messwerte wurden die vorgegebenen Messwerte verwendet.

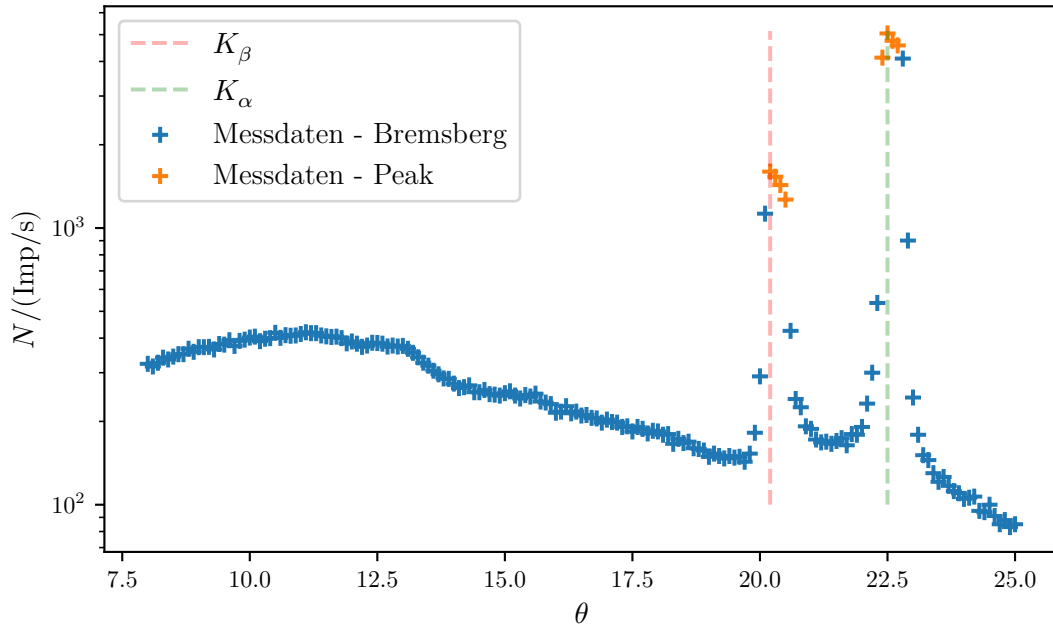


Abbildung 5: Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre.

Diese sind in Abbildung 5 grafisch dargestellt. Für die K_i -Kanten wurde die Scipy Funktion zur peak-Findung verwendet. Diese ergab die Winkel

$$\theta_{K_\alpha} = (22,5 \pm 0,25)^\circ \quad \theta_{K_\beta} = (20,2 \pm 0,25)^\circ. \quad (6)$$

Die Breite der beiden Peaks wurde von Scipy mit

$$W_\alpha = 4,75 \quad W_\beta = 4,9 \quad (7)$$

angegeben. Da sich diese auf die Anzahl Messwerte bezieht, welche diskret sind, können die Breiten beide auf $W = 5$ aufgerundet werden. Die Abweichungen in Gleichung 6 folgen aus dieser Rundung.

Da dies in erster Ordnung ist folgt die Wellenlänge des Lichts mit

$$\lambda = 2d \sin \theta. \quad (8)$$

Die zugehörige Energie der Kanten folgen dann mit gausscher Fehlerfortpflanzung aus dem Zusammenhang $E = hc/\lambda$. Für die oben ermittelten Winkel folgen die Energien

$$E_{K_\alpha} = (8040 \pm 80)\text{eV} \quad E_{K_\beta} = (8910 \pm 110)\text{eV}. \quad (9)$$

3.2 Transmission

Auch in diesem Teil wurde mit vorgegebenen Messwerten gearbeitet. Diese sind in Tabelle 1 angegeben. Zur Bereinigung der Daten muss die Totzeitkorrektur

α [°]	N_0 [Imp/s]	N_{Al} [Imp/s]
7.0	226.0	113.5
7.1	232.0	112.0
7.2	240.5	112.0
7.3	248.0	113.5
7.4	255.0	115.0
7.5	262.0	113.5
7.6	269.0	113.0
7.7	276.0	114.5
7.8	281.0	114.0
7.9	289.5	112.0
8.0	295.0	109.5
8.1	300.0	109.0
8.2	308.5	108.0
8.3	311.0	106.0
8.4	317.0	104.5
8.5	324.0	101.5
8.6	328.5	100.0
8.7	332.5	100.5
8.8	337.0	97.5
8.9	340.5	95.0
9.0	348.0	92.5
9.1	350.0	89.5
9.2	353.0	88.0
9.3	356.5	84.5
9.4	359.0	83.0
9.5	363.5	81.0
9.6	367.0	78.5
9.7	369.0	76.0
9.8	370.5	74.0
9.9	375.0	72.0
10.0	375.5	68.5

Tabelle 1: Gegebene Messwerte zur Transmission.

$$I_i = \frac{N_i}{1 - \tau N_i}$$

für das Geiger-Müller-Zählrohr angewendet werden. Die Messdaten sind in Abbildung 6 grafisch dargestellt. Für den nachfolgenden Teil wird eine Ausgleichsgerade der Form

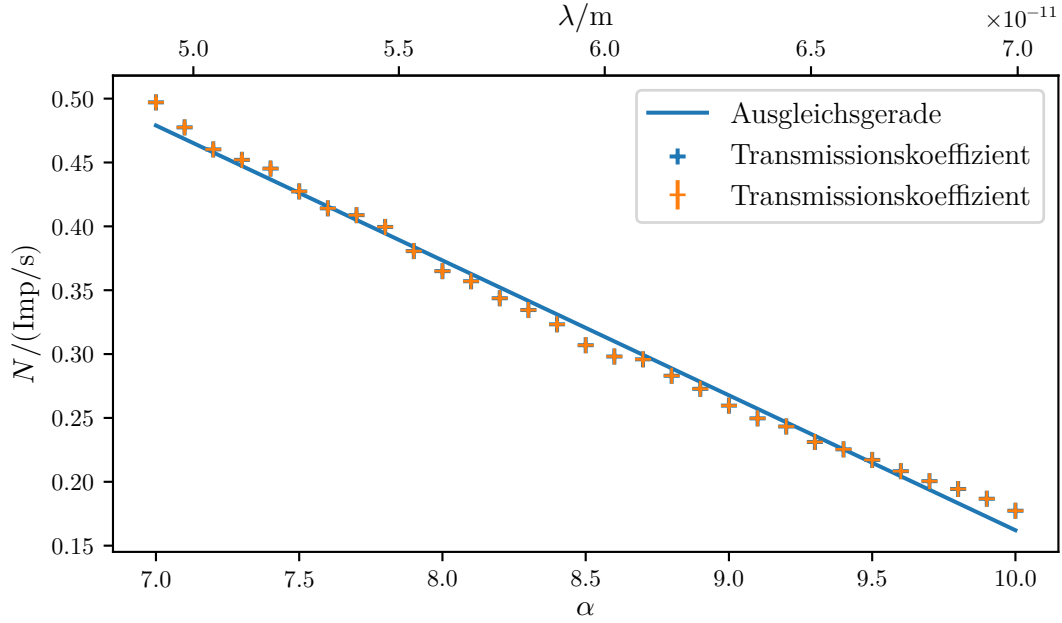


Abbildung 6: Transmissionskoeffizient in Abhängigkeit vom Kristallwinkel α .

$$T(x) = a \cdot x + b$$

benötigt. Der Scipy curve_fit ergab hier die Fitparameter

$$a = (-1,518 \pm 0,024) \cdot 10^{10} \quad b = (1,225 \pm 0,014). \quad (10)$$

Diese beziehen sich allerdings auf die Funktion $N(\lambda)$, also auf die obere x-Achsen Skala in Abbildung 6.

3.3 Compton-Wellenlänge

Für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge müssen drei weitere Werte gemessen werden. Hier wurden folgende Werte aufgezeichnet:

ohne Al-Absorber	$I_0 = 2731$ Impulse
mit Al-Absorber zw. Röntgenröhre und Streuer	$I_0 = 2731$ Impulse
ohne Al-Absorber zw. Streuer und GM-Rohr	$I_0 = 2731$ Impulse

Daraus lassen sich die Transmissionen

$$T_1 = 0,432 \quad T_2 = 0,375 \quad (11)$$

berechnen. Die Ausgleichsgerade aus dem vorherigen Abschnitt lässt sich umformen zu

$$\alpha = \frac{T - b}{a}.$$

Mit der Braggschen Bedingung folgt

$$\lambda = 2d \sin \alpha.$$

Mit den Fitparametern und den errechneten Transmissionen folgen die Wellenlängen

$$\lambda_1 = (5,219 \pm 0,12) \cdot 10^{-11} \text{m} \quad \lambda_2 = (5,595 \pm 0,13) \cdot 10^{-11} \text{m}. \quad (12)$$

Die Comptonwellenlänge ist dann die Differenz

$$\Delta\lambda = (3,76 \pm 0,06) \cdot 10^{-12} \text{m}.$$

4 Diskussion

Die wesentlichen Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengefasst. Die relative Abweichung

	Messwert	Literaturwert
E_{K_α} [eV]	8040 ± 80	8060
E_{K_β} [eV]	8910 ± 110	8920
λ_C [pm]	$3,76 \pm 0,06$	2,43

Tabelle 2: Ergebnisse von Messung bzw. Auswertung und zugehörige Literaturwerte [2] [1].

für die Energiewerte liegt bei 0,25% für K_α bzw. 0,11% für K_β . Das deutet auf eine sehr gute Messung hin. Die Abweichung der Compton-Wellenlänge liegt jedoch bei 54,73%. Da hier aber eine sehr kleine Größe bestimmt werden sollte, ist ein kleiner relativer Fehler sehr schwierig.

Eine Fehlerquelle steckt hier in der Verwendung des Geiger-Müller-Zählrohrs. Es wurde keine Untergrundrate gemessen oder angegeben, wodurch die Werte einen gewissen Fehler nach oben aufweisen können. Ferner ist die Berechnung der Comptonwellenlänge numerisch instabil, so können kleine Fehler in den ursprünglichen Messwerten in einem großen Fehler in λ_C resultieren. Das ist der Tatsache geschuldet, dass sie die Differenz zweier Größen ist, welche um etwa eine Größenordnung größer sind. Es wurde auch nur eine Messreihe gemacht, durch mehrfache Wiederholung wäre eine genauere Bestimmung von λ_C möglich.

Anhand dem Ergebnis für die K -Kanten wird aber deutlich, dass die Messung insgesamt gut ablief, was der Durchführung durch einen Computer geschuldet sein dürfte.

5 Compton-Effekt bei sichtbarem Licht

Optisches Licht hat Wellenlänge im Bereich der Nanometer, welche mehrere Größenordnungen über dem Picometer liegt, der Größenordnung der Comptonwellenlänge. Daher ist kein Compton-Effekt bei sichtbarem Licht zu erwarten.

Literatur

- [1] *Compton Wellenlänge*. 2021. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ecomwl> (besucht am 30.06.2021).
- [2] *Energien der K-Linien Kupfer*. 2021. URL: https://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p6/p6354_d.pdf (besucht am 04.05.2021).
- [3] *Versuchsanleitung, V603: Compton-Effekt*. Fakultät Phyik, TU Dortmund.