

605

## **Alkali-Spektren**

Ann-Sophie Schubert  
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke  
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 03.05.2016

Abgabe: 10.05.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Emissionsspektren . . . . .	4
2.1.1	Ein-Elektron-Spektren . . . . .	4
2.1.2	Strahlungsenergien . . . . .	4
2.1.3	Auswahlregeln . . . . .	5
2.1.4	Abschirmungszahlen . . . . .	6
2.2	Gitter . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
3.0.1	Aufbau des Gitterspektralapparates . . . . .	7
3.1	Beugungswinkel für Helium, Natrium, Kalium und Rubidium . . . . .	7
3.2	Eichung des Okularmiktometers . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Gitterkonstante . . . . .	8
4.2	Okularmikrometer . . . . .	9
4.3	Messung . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Ziel

Im folgenden Experiment soll mit Hilfe der Emissionsspektren der Alkalimetalle Natrium, Kalium und Rubidium die Abschirmungszahl  $\sigma$  bestimmt werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Emissionsspektren

#### 2.1.1 Ein-Elektron-Spektren

Für Alkalimetalle gilt die Ein-Elektron-Näherung, da über abgeschlossenen Elektronenschalen jeweils nur ein äußeres Elektron existiert, welches als Leuchtelektron bezeichnet wird. Es wird angenommen, dass die inneren Elektronen die Ladung der Protonen im Atomkern abschirmen. Es gilt:

$$z_{\text{eff}} = z - \sigma. \quad (1)$$

Dabei ist  $z$  die Kernladungszahl des jeweiligen Atoms.

#### 2.1.2 Strahlungsenergien

Um die Energieniveaus hinreichend genau beschreiben zu können, wird angenommen, dass diese von der Hauptquantenzahl  $n$  und den Nebenquantenzahlen  $l$  und  $j$  abhängig sind.  $l$  wird als Bahndrehimpulsquantenzahl und  $s$  als zum Spin des Elektrons zugehörige Quantenzahl bezeichnet. Der Spin eines Elektrons wird auch Eigendrehimpuls genannt, da er auch vorliegt, wenn das Elektron keine kinetische Energie besitzt. Er kann nur den Wert  $s = \pm \frac{1}{2}$  annehmen. Der Gesamtdrehimpuls  $j$  ergibt sich aus  $j = l \pm \frac{1}{2}$ . Dass es sich bei den Emissionsspektren um Linienspektren handelt, kann wie folgt erklärt werden: Das äußere Elektron kann durch Zuführen von Energie auf ein höheres Energieniveau gelangen. Gelangt es zurück auf das niedrigere Energieniveau, wird die Energiedifferenz als Elektromagnetische Strahlung emittiert. Da nur bestimmte Energieniveaus existieren, ergibt sich ein Linienspektrum. Mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung

$$\left( \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + U \right) \psi = E\psi \quad (2)$$

mit  $\psi$  als Wellenfunktion,  $P_i$  als Impulsoperator,  $U$  als Potential und  $m_i$  als Masse, wird eine Gleichung für die Energiewerte in Abhängigkeit der Quantenzahlen hergeleitet. Für den Hamilton-Operator des Atoms gilt:

$$H = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + U. \quad (3)$$

Bei Atomen mit großer Kernladungszahl müssen relativistische Effekte berücksichtigt werden, welche sich nur auf die kinetische Energie auswirken. Damit hängen die Energiewerte zusätzlich von  $l$  ab. Zur Vereinfachung werden diese als Störung behandelt, um die

Energieeigenwerte mittels quantenmechanischer Störungstheorie bestimmen zu können. Schließlich ergibt sich für die Energieeigenwerte

$$E_{n,l,j} = -R_{\infty} \left( \frac{(z - \sigma)^2}{n^2} + \alpha^2 \frac{(z - \sigma)^4}{n^3} \left( \frac{2}{2l + 1} - \frac{3}{4n} - \frac{j(j + 1) - l(l + 1) - (3/4)}{l(l + 1)(2l + 1)} \right) \right). \quad (4)$$

$R_{\infty}$  ist die Rydbergenergie und  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass  $j = l \pm \frac{1}{2}$ , folgt:

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left( \frac{(z - \sigma)^2}{n^2} + \alpha^2 \frac{(z - \sigma)^4}{n^3} \left( \frac{1}{j + (1/2)} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (5)$$

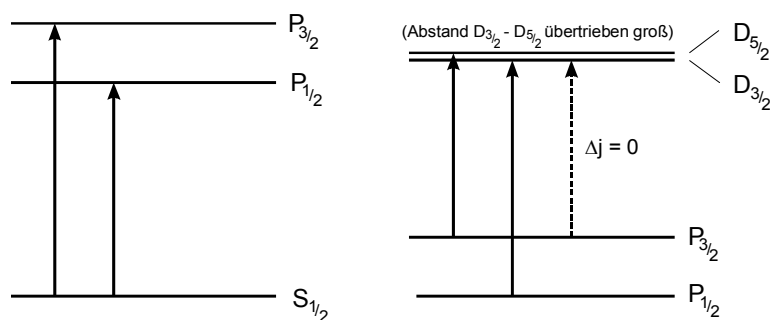
Für  $l = 0$  gilt:

$$E_{n,(1/2)} = -R_{\infty} \left( \frac{(z - \sigma)^2}{n^2} + \alpha^2 \frac{(z - \sigma)^4}{n^3} \left( 1 - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (6)$$

Die Gleichungen 5 und 6 werden Sommerfeldsche Feinstrukturformeln in erster Näherung genannt.

### 2.1.3 Auswahlregeln

Für die Übergänge zwischen den Energieniveaus gelten unterschiedliche Übergangswahrscheinlichkeiten. Es existieren keine Übergänge ohne Änderung des Bahndrehimpulses  $l$ . Außerdem muss immer  $\Delta l = \pm 1$  gelten. Übergänge ohne Änderung des Gesamtdrehimpulses  $j$  sind möglich, allerdings unwahrscheinlich. Die Änderung der Hauptquantenzahl  $n$  ist uneingeschränkt. Jedoch werden Übergänge mit großem  $\Delta n$  zunehmend unwahrscheinlicher. Die in Alkalispektren auftretenden Dublett-Strukturen, die sich durch zwei nah nebeneinander liegende Linien äußern können darauf zurückgeführt werden, dass Energieniveaus mit gleichem  $l$  und unterschiedlichem  $j$  in einem kleineren Abstand zueinander liegen als die mit unterschiedlichem  $l$ .



**Abbildung 1:** Mögliche Übergänge in Ein-Elektron-Spektren[1].

Abbildung 1 zeigt mögliche Übergänge zwischen den Energieniveaus.

### 2.1.4 Abschirmungszahlen

Bei der Abschirmungszahl soll zwischen der Konstante der vollständigen Abschirmung  $\sigma_1$ , welche alle Elektronen berücksichtigt und der Konstante der inneren Abschirmung  $\sigma_2$ , welche nur die Elektronen auf der Schale des Leuchtelektrons berücksichtigt, unterschieden werden. Um  $\sigma_2$  bestimmen zu können, muss der Abstand  $\Delta E_D$  der beiden Linien des Dubletts bekannt sein.

$$\Delta E_D = \frac{R_\infty \alpha^2}{n^3} (z - \sigma_2)^4 \frac{1}{l(l+1)} \quad (7)$$

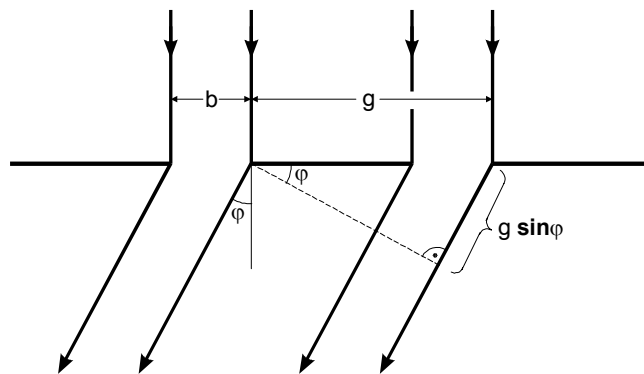
Mit  $E = \frac{hc}{\lambda}$  ( $h$  ist das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $\lambda$  die Wellenlänge) folgt für  $\Delta E_D$ :

$$\Delta E_D = hc \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \approx hc \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (8)$$

## 2.2 Gitter

Ein Gitter setzt sich aus einer Vielzahl von Spalten in einem lichtundurchlässigem Material zusammen. Trifft Licht auf das Gitter, wird es gebeugt (siehe Abbildung 2). Der Winkel, um den das Licht abgelenkt wird, ist abhängig von der Gitterkonstante  $g$  und der Wellenlänge  $\lambda$  des einfallenden Lichts. Es entstehen Maxima und Minima unterschiedlicher Ordnungen  $k$ . Es gibt Haupt- und Nebenmaxima. Durch Erhöhung der Anzahl der Gitteröffnungen kann der Abstand zwischen zwei Minima verringert werden. Somit können die Nebenmaxima bei einer großen Anzahl von Öffnungen vernachlässigt werden. Zwischen dem Winkel, unter welchem ein Hauptmaximum entsteht, und der Wellenlänge besteht folgender Zusammenhang:

$$\sin \phi = k \frac{\lambda}{g}. \quad (9)$$



**Abbildung 2:** Beugung einer ebenen Welle an Spaltöffnungen der Breite  $b$ [1].

## 3 Aufbau und Durchführung

### 3.0.1 Aufbau des Gitterspektralapparates

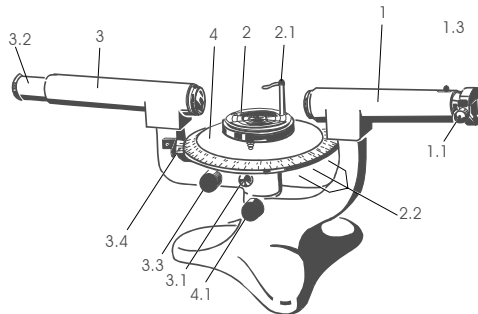


Abbildung 3: Gitterspektralapparat[1].

Abbildung 3 zeigt den Aufbau des verwendeten Gitterspektralapparates. Dieser besteht aus einem Kollimatorrohr 1 mit Spaltblende 1.1, einem Gittertisch 2, einem schwenkbarem Fernrohr 3 und einer Teilkreisplatte 4. Die Lichtquelle wird vor dem Spalt 1.1 positioniert. Die Strahlen werden durch eine Objektivlinse gebündelt, treffen auf das Gitter, wo diese gebeugt werden. Durch das Fernrohr, welches aus einer Objektiv- und einer Okularlinse mit Fadenkreuz besteht, kann man die vom Gitter gebeugten Strahlen beobachten. Das Fernrohr wird so bewegt, dass die gewünschten Spektrallinien zu sehen sind. Der entsprechende Winkel wird an der Teilkreisplatte abgelesen.

### 3.1 Beugungswinkel für Helium, Natrium, Kalium und Rubidium

Zunächst werden mit dem Gitterspektralapparat die Beugungswinkel der Spektrallinien von Helium gemessen. Dazu wird die Helium-lampe vor den Spalt gestellt. Das Fernrohr wird zunächst so eingestellt, dass die dunkelrote Linie des Spektrums sichtbar ist. Der dazugehörige Winkel wird an der Teilkreisplatte abgelesen und notiert. Dies wird für alle weiteren Linien des Spektrums wiederholt. Anschließend sollen die Mittelwerte der Dubletts von Natrium, Kalium und Rubidium ausgemessen werden. Bei Natrium wird ein rotes, ein gelbes und ein grünes Dublett ausgemessen und bei Kalium zwei gelbe und zwei grüne Dubletts. Bei Rubidium wird das Dublett zwischen der dritten und der vierten Linie gemessen.

### 3.2 Eichung des Okularmikrometers

Zur Eichung des Okularmikrometers werden die grünen und violetten Spektrallinien verwendet. Der Abstand der Spektrallinien wird mit einem Okularmikrometer ausgemessen. Dazu wird das Fadenkreuz mit dem Drehknopf mit 100 eingravierten Strichen an der Seite des Fernrohrs verschoben. Die erhaltene Differenz der Wellenlängen der Dublettlinien liegt zunächst in Einheiten der Teilung des Okularmikrometers vor. Die

tatsächliche Wellenlänge berechnet sich mit der Gleichung

$$\Delta\lambda = \frac{\cos \bar{\phi}}{\cos \phi_{1,2}} \frac{\Delta s}{2 \Delta t} (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (10)$$

## 4 Auswertung

Um die Eigenschaften der untersuchten Stoffe herausfinden zu können, müssen zuerst einige Apparaturparameter anhand von einem bekannten Spektrum (Helium) bestimmt werden.

### 4.1 Gitterkonstante

Die Gitterkonstante  $g$  des Reflexionsgitters wird bestimmt, indem die Reflexionswinkel der Spektrallinien aus Tabelle 1 gemessen werden. Dabei berechnet sich  $\phi$  gemäß der Versuchsanleitung als

$$\phi = \gamma + \beta - 180^\circ \quad (11)$$

mit

$$\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad (12)$$

und

$$\alpha = 400^\circ - \delta \quad (13)$$

bzw.

$$\gamma = 400^\circ - \delta', \quad (14)$$

wobei  $\delta^{(')}$  den jeweils abgelesenen Winkel auf dem Goniometer bezeichnet.  $\alpha$  ist der Winkel der Totalreflexion und liegt bei dieser Messung bei

$$\alpha = 62,2^\circ. \quad (15)$$

Die Gitterkonstante ergibt sich schließlich aus

$$g = \frac{\lambda}{\sin \beta + \sin \phi} \quad (16)$$

und ist ebenfalls in Tabelle 1 eingetragen. Der gemittelte Wert lautet

$$g_1 = (865 \pm 4) \text{ nm}. \quad (17)$$

Alternativ kann  $g$  auch als Steigung der Ausgleichsgeraden in Abb. 4 bestimmt werden, dann ergibt sich ein Wert von

$$g_2 = (842 \pm 2) \text{ nm}. \quad (18)$$

Da sich dort anhand des  $\sin \phi$ -Achsenabschnitts allerdings auch ein Wert für  $\sin \beta$  ergibt, der mit

$$\sin \beta_1 = 0.873 \quad (19)$$



deutlich vom zuvor rechnerisch bestimmten Wert von

$$\sin \beta_2 = 1.028 \quad (20)$$

unterscheidet, wird mit dem durch Mittelung bestimmten  $g$  fortgefahren.

**Tabelle 1:** Messdaten und Ergebnisse aus dem ersten Aufgabenteil.

$\lambda/\text{nm}$	$\gamma/^\circ$	$\phi/\text{rad}$	$g/\text{nm}$
706,5	280,8	-0,033 16	858,3
667,8	283,5	-0,080 29	860,5
587,6	289,0	-0,1763	863,0
504,8	294,7	-0,2758	864,4
501,6	295,0	-0,2810	866,4
492,2	295,7	-0,2932	867,7
471,3	297,2	-0,3194	869,1
447,1	298,9	-0,3491	869,4
438,8	299,4	-0,3578	867,1

## 4.2 Okularmikrometer

Für die genaue Bestimmung des Abstandes zweier Dublettlinien wird das Okularmikrometer verwendet. Um dort Wellenlängenunterschiede abmessen zu können, muss das Gerät zunächst geeicht werden. Dies geschieht wiederum anhand des Heliumspektrums, genauer anhand der zwei grünen und der zwei violetten Linien. Die Messung findet sich in Tabelle 2. Anhand dieser wird die Eichgröße bestimmt, deren Mittelwert sich zu

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta t \cos \overline{\phi_{1,2}}} = (1,48 \pm 0,02) \cdot 10^{-11} \text{ nm/Skt} \quad (21)$$

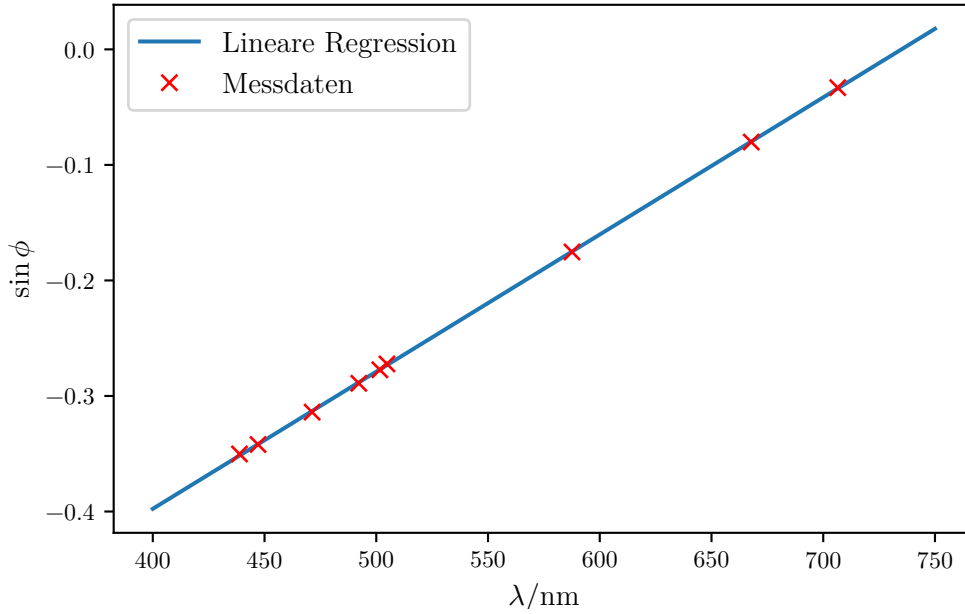
ergibt.

**Tabelle 2:** Eichmessung des Okularmikrometers.

$\Delta\lambda/\text{nm}$	$\Delta t/\text{Skt}$	$\overline{\phi_{1,2}}/\text{rad}$	$(\Delta\lambda(\Delta t \cos \overline{\phi_{1,2}})^{-1})/(\text{nm/Skt})$
3,2	221	-0,2784	$1,510 \cdot 10^{-11}$
8,3	606	-0,3534	$1,460 \cdot 10^{-11}$

## 4.3 Messung

Mit den nun kalibrierten Messinstrumenten werden einige Dublettlinien von Natrium, Kalium und Rubidium vermessen. Aus dem gemessenen mittleren Winkel wird die mittlere Wellenlänge bestimmt, aus dem mit dem Okularmikrometer gemessenen Abstand die



**Abbildung 4:** Auftragung des Sinus der gemessenen Winkel über die Wellenlänge der jeweiligen Spektrallinie.

Wellenlängendifferenz zwischen den Linien. Über (8) wird daraus der Unterschied der Energieniveaus  $\Delta E_D$  bestimmt. Dieser wird in

$$\sigma_2 = z - \sqrt[4]{l(l+1) \cdot \Delta E_D \cdot \frac{n^3}{R_\infty \alpha^2}} \quad (22)$$

eingesetzt und ergibt dadurch die gesuchte Abschirmungszahl, was aus (7) gefolgert wird. Die Konstanten entstammen [2]. Die Ergebnisse der Auswertung finden sich in Tabelle 3. Gemittelt ergeben sich für Natrium  $\sigma_2 = 7,47 \pm 0,02$  und für Kalium  $\sigma_2 = 12,97 \pm 0,03$ .

**Tabelle 3:** Tabelle der Messergebnisse.

$\gamma/^\circ$	$\phi/\text{rad}$	$\lambda/\text{nm}$	$\Delta s/\text{Skt}$	$\Delta\lambda/\text{nm}$	$\Delta E_D/\text{meV}$	$\sigma_2$
Natrium ( $z = 11, n = 3, l = 1$ )						
113,0	-0,1414	$619 \pm 3$	40	$0,587 \pm 0,009$	$1,901 \pm 0,03$	$7,550 \pm 0,02$
111,2	-0,1728	$592 \pm 2$	43	$0,628 \pm 0,010$	$2,222 \pm 0,04$	$7,413 \pm 0,02$
109,8	-0,1972	$571 \pm 2$	39	$0,567 \pm 0,009$	$2,155 \pm 0,04$	$7,440 \pm 0,02$
Kalium ( $z = 19, n = 4, l = 1$ )						
110,7	-0,1815	$585 \pm 2$	149	$2,17 \pm 0,03$	$7,884 \pm 0,1$	$12,89 \pm 0,03$
110,5	-0,1850	$582 \pm 2$	139	$2,03 \pm 0,03$	$7,426 \pm 0,1$	$12,98 \pm 0,03$
107,4	-0,2391	$536 \pm 2$	120	$1,73 \pm 0,03$	$7,465 \pm 0,1$	$12,97 \pm 0,03$
107,2	-0,2426	$533 \pm 2$	115	$1,66 \pm 0,03$	$7,226 \pm 0,1$	$13,02 \pm 0,03$
Rubidium ( $z = 37, n = 5, l = 1$ )						
112,8	-0,1457	$615 \pm 3$	680	$9,98 \pm 0,2$	$32,69 \pm 0,6$	$26,69 \pm 0,05$

## 5 Diskussion

Die Instrumente konnten mit (innerhalb der Messung) kleinen Abweichungen kalibriert werden. Da die tatsächlichen Apparaturkonstanten nicht bekannt sind, kann keine Aussage über die Qualität der Werte getroffen werden, allerdings sind sie plausibel, da die später ermittelten Wellenlängen sich im sichtbaren Bereich befinden. Die Energiedifferenzen und Abschirmungszahlen weisen innerhalb der Messung eine geringe Abweichung auf. Auch hier kann mangels Literaturwerten leider keine weitere Aussage über deren Genauigkeit getroffen werden.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 605: Alkalispektren*.
- [2] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor und David B. Newell. „CODATA recommended values of the fundamental physical constants“. In: (2014). URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.