

Versuch 602

Röntgenemission und -absorption

1. Januar 1970

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Röntgenstrahlung	3
2.2	Abschirmung	3
2.3	Absorptionsspektrum	4
3	Durchführung und Aufbau	5
4	Auswertung	6
4.1	Versuchsvorbereitung	6
4.2	Bragg Bedingung	6
4.3	Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre	7
4.4	Absorption	10
5	Diskussion	10
	Literatur	11
6	Abbildungen	11
7	Tabellen	15

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Aufnahme von Röntgenspektren. Genauer betrachtet werden die Bragg-Beziehung, sowie Brems- und Charakteristischespektrum. Ebenfalls wird die Absorption verschiedener Elemente untersucht.

2 Theorie

Die Theorie folgt der Versuchsanleitung, [2].

2.1 Röntgenstrahlung

Bei Röntgenstrahlung handelt sich um hochfrequente elektromagnetische Wellen, üblicherweise in einem Wellenlängenbereich von mehreren 10 pm. Elektronen werden durch den glühelektrischen Effekt ¹ erzeugt, und in Richtung der Anode beschleunigt. Sobald die Elektronen auf das Coulomb-Potential des Kerns treffen, werden sie stark abgebremst. Dieser Bremsvorgang führt dazu, dass Strahlung emittiert wird, welche sich als Bremsstrahlung identifizieren lässt. Es wird zwischen 2 Spektren unterschieden: Ein nahezu kontinuierliches Spektrum, welches dadurch entsteht, dass die abgegebene Energie von der kompletten Abgabe bis hin zu gequantelten Teilen reicht. Diese Art der Strahlung wird Bremsstrahlung genannt. Die minimale auftretende Wellenlänge berechnet sich nach

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

und ergibt sich bei der vollständigen Abbremsung der Elektronen.

Das diskrete Spektrum kommt zustande indem das Anodenmaterial ionisiert wird. Die dadurch entstehende Lücke auf einer inneren Schale wird durch ein weniger stark gebundenes Elektron wieder aufgefüllt. Die so entstehende Energiedifferenz

$$\Delta E = \Delta E_m - \Delta E_n \quad (2)$$

entspricht der Differenz der Schalenenergien. Diese Energien sind diskret und äußern sich in Form von scharfen Peaks im Spektrum und sind charakteristisch für jedes Element. Die Bezeichnung der Linien folgt aus der Schale in welches das Elektron fällt und aus der es kommt. Das beobachtete Spektrum ist das sogenannte Emissionsspektrum.

2.2 Abschirmung

Da bei Atomen mit mehreren Elektronen die Valenzelektronen die einfallenden Elektronen vom positiven Kern fernhalten, verringert sich die Bindungsenergie des Elektrons der n-ten Schale auf

$$E_n = -R_{\infty} z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} . \quad (3)$$

¹siehe glühelektrischer Effekt, [1]

Dabei ist $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ die effektive Kernladungszahl und σ die Abschirmkonstante der jeweiligen Schale. R_{∞} bezeichnet die Rydberg-Konstante mit $R_{\infty} = 13,6 \text{ eV}$. Hiermit wird die Energie der K_{α} Linie, nach Gleichung (3), zu

$$E_{K_{\alpha}} = R_{\infty} (z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_{\infty} (z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2} \quad (4)$$

berechnet.

2.3 Absorptionsspektrum

Besitzt die Röntgenstrahlung eine Energie kleiner als 1 MeV, sind bei der Absorption der Compton-Effekt und der photoelektrische Effekt dominant. Steigt die Photonenenergie über die Bindungsenergie der nächst inneren Schale, steigt der Absorptionskoeffizient schlagartig an. Dieses rapide Ansteigen wird als Absorptionskante bezeichnet und ihre Lage berechnet sich nach

$$h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_{\infty} . \quad (5)$$

Aufgrund der Feinstruktur der Absorptionskanten muss die Bindungsenergie $E_{n,j}$ mit der Sommerfeld'schen Feinstrukturformel aus [2] berechnet werden.

Die Abschirmkonstante σ_L beschreibt, wie stark das Coulombpotential des Kerns durch die gebundenen Elektronen abgeschwächt wird. Sie berechnet sich nach

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}}} - \frac{5\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} , \quad (6)$$

mit der Sommerfeld'schen Feinstrukturkonstanten α und der Energiedifferenz der Schalen ΔE_L . Die Energie der Röntgenbremsstrahlung wird experimentell mittels der Braggreflektion bestimmt. Dabei wird das Röntgenlicht an einem Gitter gebeugt und interferiert. Bei einem bestimmten Winkel, dem sogenannten Glanzwinkel, tritt konstruktive Interferenz auf, welche nach

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (7)$$

und

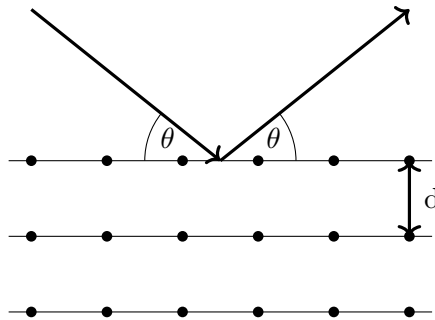
$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (8)$$

die Energie E gemäß

$$E = \frac{hc}{2d \sin(\theta)} \quad (9)$$

besitzt. Die Abbildung 1 stellt dies dar. Für die K-Linien können die Abschirmkonstanten σ_1 und σ_2 aus der Energiedifferenz $\Delta E_K = E_{K_{\alpha}} - E_{K_{\beta}}$ der beiden Linien errechnet werden.

Abbildung 1: Braggreflektion an einem Kristall.²



3 Durchführung und Aufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Röntgenröhre (3), einem drehbar gelagertem Kristall (2) und einem verstellbaren Geiger-Müller-Zählrohr (1), gemäß Abbildung 2. Zunächst wird die Braggbedingung für einen Lithiumfluorid(LiF) Kristall überprüft. Dafür wird der Kristallwinkel auf 14° festgestellt und mit dem Geiger-Müller-Zählrohr wird die Intensität in $0,1^\circ$ -Schritten gemessen, indem die Impulse 20 s je Winkel gemessen werden.

Danach wird das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre in 2:1-Winkel-Kopplung von Kristall und Zählrohr aufgenommen, mit je 5 s Integrationszeit.

Das Absorptionsspektrum wird für 5 verschiedene Elemente genommen:

Zink($Z=30$), Zirkonium($Z=40$), Strontium($Z=38$), Brom($Z=35$) und Quecksilber($Z=80$).

Um das Absorptionsspektrum zu erhalten wird der jeweilige Absorber auf dem Geiger-Müller-Zählrohr befestigt und es wird wieder in einem geeigneten Winkelbereich das Spektrum aufgenommen.



Abbildung 2: Aufbau der verwendeten Röntgenröhre. [2]

²Die Skizze wurde mit Tikz erstellt.

4 Auswertung

4.1 Versuchsvorbereitung

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse aus den Vorbereitungsaufgaben zu finden. Die Literaturwerte E_k wurden aus [5] genommen. Die ursprünglich verwendeten Werte passten nicht mit dem vorgegebenen Wert überein. Eventuell liegt es an einer falschen Bezeichnung. Es werden die folgenden Formeln zur Umrechnung der Energie verwendet:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{hc}{2de_0E}\right) \quad (10)$$

$$\sigma = Z - \sqrt{\frac{E}{R_\infty}}. \quad (11)$$

Tabelle 1: Tabelle zu den Vorbereitungsaufgaben.

Element	Z	E_k / keV	θ_k / °	σ_k
Cu _α	29	8,048	22,486	
Cu _β	29	8,905	20,222	
Zn	30	9,673	18,555	3,331
Br	35	13,483	13,197	3,514
Sr	38	16,106	11,018	3,587
Zr	40	17,997	9,848	3,623

4.2 Bragg Bedingung

Bei einem festen Winkel des Kristalls von

$$\theta = 14^\circ \quad (12)$$

wird die gemessene Intensität in Abbildung 3 gegen den Winkel des Geiger-Müller-Zählrohrs aufgetragen. Die Messwerte stehen in Kapitel 7 in Tabelle 5. Es ergibt sich die Abweichung vom Theoriewert

$$\varphi = 28^\circ \quad (13)$$

zu

$$\Delta\varphi = 28^\circ - 27,6^\circ = 0,4^\circ, \quad (14)$$

mit der relativen Abweichung

$$\Delta\varphi\% = \frac{|\text{Soll} - \text{Ist}|}{\text{Soll}} \cdot 100\% \quad (15)$$

$$= \frac{28^\circ - 27,6^\circ}{28^\circ} \cdot 100\% = 1,43\%. \quad (16)$$

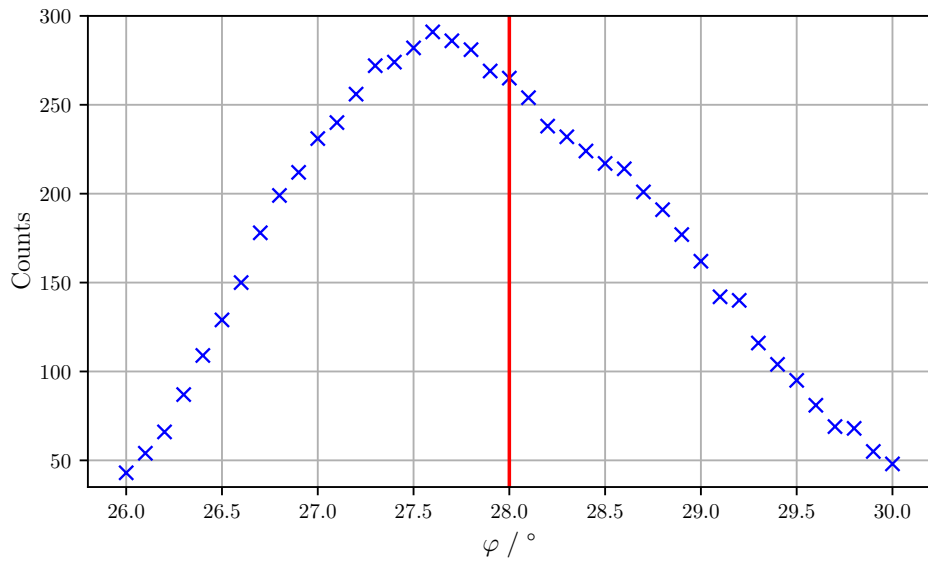


Abbildung 3: Messwerte und Theoriewert bei festem Winkel des Kristalls.

4.3 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Die Werte der Abbildung 4 stehen ebenfalls in Tabelle 5. Der Theoriewert der K_α -Linie liegt bei

$$\theta_t = 22,486^\circ, \quad (17)$$

vgl. Tabelle 1, der gemessene Wert liegt bei

$$\theta_m = 22,2^\circ. \quad (18)$$

Die relative Abweichung nach Gleichung (15) ergibt

$$\Delta\theta_\alpha = 1,27\%. \quad (19)$$

Für die K_β -Linie folgt:

$$\theta_t = 20,222^\circ \quad (20)$$

$$\theta_m = 20,2^\circ. \quad (21)$$

Die relative Abweichung ist hier

$$\theta_\beta = 0,11\%. \quad (22)$$

Der Bremsberg beginnt bei $\theta = 5^\circ$ und steigt bis $\theta = 10^\circ$ an. In Abbildung 5 in Kapitel 6 Anhang ist dies gut zu sehen, danach fallen die Werte und nähern sich wieder der 0 an. Die theoretische minimale Wellenlänge ist nach Gleichung (1)

$$\lambda_{\min,t} = 3,54 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (23)$$

mit den Konstanten aus [4], wie in allen anderen Rechnungen. Mit den Messwerten und Gleichung (1) folgt

$$\lambda_{\min,m} = 3,51 \cdot 10^{-11} \text{ m} . \quad (24)$$

Mit der Gitterkonstanten

$$d = 201,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (25)$$

folgt die Energie E mit Gleichung (9) zu

$$E = 35,317 \text{ keV} . \quad (26)$$

Der relative Fehler zum gegebenen Wert

$$E_t = 35 \text{ keV} \quad (27)$$

beträgt nach Gleichung (15)

$$\Delta U_{\%} = 0,9 \% . \quad (28)$$

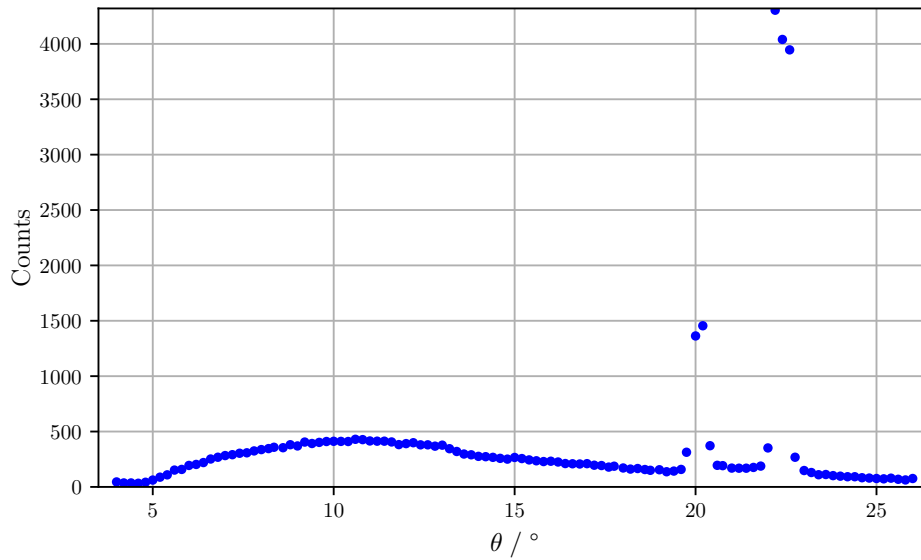


Abbildung 4: Messwerte bei 2:1 Kopplung.

Die Werte der „full width at half maximum“ Auswertung werden aus der Tabelle 5 genommen. Die Werte in Tabelle 2 folgen aus Geraden und Schnittpunkt Bestimmung, sowie Gleichung (9).

$$y = m \cdot x - b \quad (29)$$

$$E = \frac{\frac{\max}{2} - b}{m} \quad (30)$$

Tabelle 2: Energieauflösungsvermögen der Apperatur.

Linie	$\theta_1 / ^\circ$	E_1 / keV	$\theta_2 / ^\circ$	E_2 / eV	$\Delta E / \text{eV}$
K_β	19,849	9065,45	20,334	8857,78	207,67
K_α	22,091	8184,58	22,673	7985,13	199,45

Der Mittelwert nach

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \quad (31)$$

und dem Fehler nach

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=0}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (32)$$

führt zu

$$\Delta(\Delta E) = (204 \pm 4) \text{ eV} . \quad (33)$$

Die Energien der K_α und K_β -Linien sind mit der Gleichung (9) und den Winkeln von oben zu

$$E_{\alpha,\text{m}} = 8,146 \text{ keV} \quad (34)$$

$$E_{\alpha,\text{t}} = 8,048 \text{ keV} \quad (35)$$

$$E_{\beta,\text{m}} = 8,914 \text{ keV} \quad (36)$$

$$E_{\beta,\text{t}} = 8,905 \text{ keV} . \quad (37)$$

bestimmt worden. Die Abschirmkonstanten σ_k werden nach

$$\sigma_1 = Z_{\text{Cu}} - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} = 3.398 \quad (38)$$

und

$$\sigma_2 = Z_{\text{Cu}} - 2\sqrt{\frac{R_\infty(z_{\text{Cu}} - \sigma_1)^2 - E_\alpha}{R_\infty}} = 13.97 \quad (39)$$

mit unseren Messwerten bestimmt. Die Formeln folgen aus den Gleichungen (3) und (4).

4.4 Absorption

Aus den Abbildungen 6, 7, 8, 9 und 10 im Anhang werden die Winkel der K-Absorptionskante abgelesen und mit Gleichung (9) in die entsprechenden Energien umgeformt. Die Abschirmkonstanten σ_k werden nach Formel (3) bestimmt. In Abbildung 11 sind die Punktepaare $(Z^2|E_k)$ eingetragen. Die Ausgleichsrechnung, mit `scipy`, nach

$$E_k = m \cdot x + b \quad (40)$$

liefert

$$m = (12,04 \pm 0,16) \text{ eV} \quad (41)$$

$$b = (-1,2 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ eV} . \quad (42)$$

Tabelle 3: Werte der Absorptionsmessungen.

Element	Z	Z^2	$\varphi_k / ^\circ$	$\theta_k / ^\circ$	E_k / keV	σ_k	$\sigma_{k,t}$	$\Delta\sigma\%$
Zink	30	900	37,0	18,50	9,701	3,293	3,331	1,14
Brom	35	1225	26,2	13,10	13,581	3,400	3,514	3,24
Strontium	38	1444	22,0	11,00	16,132	3,559	3,587	0,78
Zirkonium	40	1600	19,5	9,75	18,176	3,442	3,623	5,00

Für Quecksilber wird σ_L mit (6) berechnet. Es folgen aus Abbildung 10 die Winkel und Energien in Tabelle 4. Die Theoriewerte stammen aus [5]. Mit der Sommerfeld'schen Feinstrukturkonstanten

$$\alpha = 7,297\,352\,566\,4 \cdot 10^{-3} , \quad (43)$$

von [3], ergeben sich

$$\sigma_L = 2.42 \quad (44)$$

$$\sigma_{L,t} = 3.58 . \quad (45)$$

Der Prozentuale Fehler nach (15) ist $\Delta\sigma_{L,\%} = 32,4\%$.

Tabelle 4: Werte der Absorptionsmessung für Quecksilber.

Linie	$\varphi / ^\circ$	$\theta / ^\circ$	E / keV	E_t / keV
L _{II}	25,2	12,6	14,11	14,215
L _{III}	29,6	14,8	12,05	12,290

5 Diskussion

Die Bestimmung des Maximums bei feststehendem Kristall führt zu einer Abweichung von $\Delta\varphi = 0,4^\circ$. Dieser Fehler wird bei der Beurteilung der weiteren Ergebnisse nicht berücksichtigt werden, da er bei jedem Messwert auftritt.

Die charakteristischen Linien der Cu-Röhre weisen einen prozentualen Fehler kleiner 1 % auf, dieser Fehler liegt vor allem an der Winkelauflösung des Geräts. Die Bestimmung der minimalen Wellenlänge liefert einen Wert der um $\Delta\lambda_{\%} = 0,8\%$ vom Theoriewert abweicht. Der Fehler der Energie liegt in der gleichen Größenordnung. Die bestimmte minimale Energieauflösung ist vor allem von den gewählten Winkelschritten abhängig, mit der verwendeten Schrittweite von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ wurde hier die kleinste verwendete Schrittweite benutzt.

Die Abschirmkonstanten für Kupfer passen gut mit den Literaturwerten überein. Die Abweichungen stammen aus der Energieauflösung und Winkelschrittweite.

$$\sigma_{1,m} = 3.398 \qquad \qquad \sigma_{1,t} = 3.411 \qquad (46)$$

$$\sigma_{2,m} = 13.968 \qquad \qquad \sigma_{2,t} = 13.121 \qquad (47)$$

Die Bestimmung der Rhydberg-Konstanten weist einen Fehler von $\Delta R_{\infty,\%} = 11,47\%$ nach Formel (15) auf. Das kann an den Fehlern der Abschirmkonstanten in Tabelle 3 liegen. Außerdem geht der Fehler der Energieauflösung noch mit ein. Der Fehler liegt aber für 4 Elemente mit je einer Messung im Rahmen eines statistischen Fehlers.

Die Absorptionskanten des Quecksilbers sind nicht stark ausgebildet, deswegen ist die Bestimmung der Absorptionswinkel schwierig. Die Ablesefehler und 'grobe' Winkeleinstellungen sind hier dominierend und führen zu der großen Abweichung von 32,4 %.

Verbesserungsmöglichkeiten um die Unsicherheiten zu minimieren wären zum einen eine längere Integrationszeit und zum anderen feinere Winkeleinstellungen zu wählen und mehrere Messungen durchzuführen.

Literatur

- [1] *Anleitung zu v504, Thermische Elektronenemission.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V504.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [2] *Anleitung zu v602, Röntgenemission und -absorption.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V602.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [3] *CODATA Value: fine-structure constant.* URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?alph> (besucht am 21.05.2018).
- [4] *Physikalische Konstanten in Scipy.* URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/constants.html> (besucht am 04.05.2018).
- [5] *X-ray absorption edges, characteristic X-ray lines and fluorescence yields.* URL: http://www.kayelaby.npl.co.uk/atomic_and_nuclear_physics/4_2/4_2_1.html (besucht am 18.05.2018).

6 Abbildungen

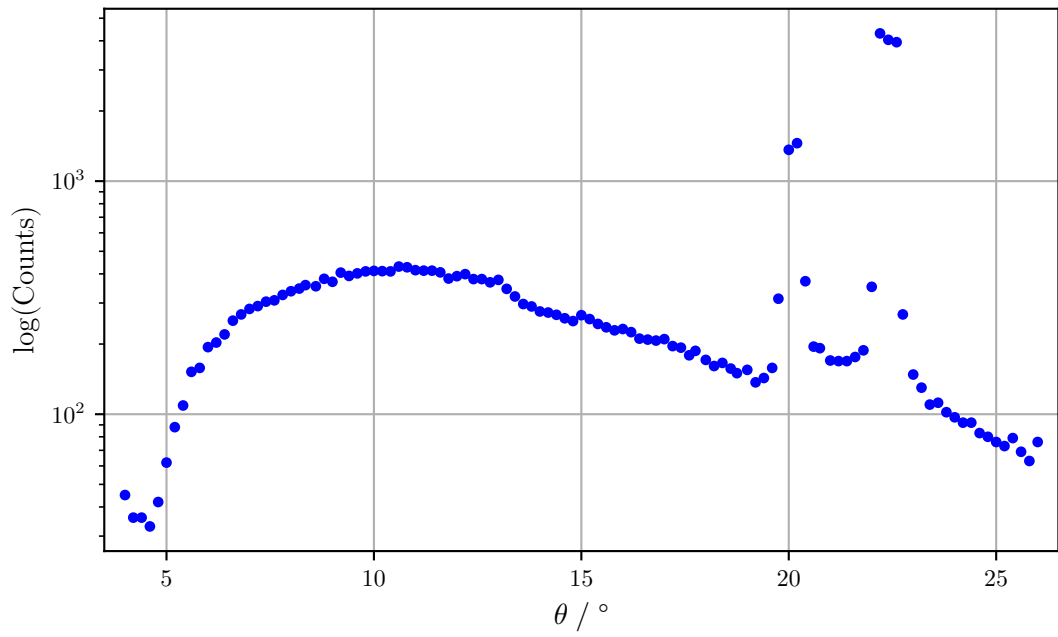


Abbildung 5: Messwerte bei 2:1 Kopplung mit logarithmischer y-Achse.

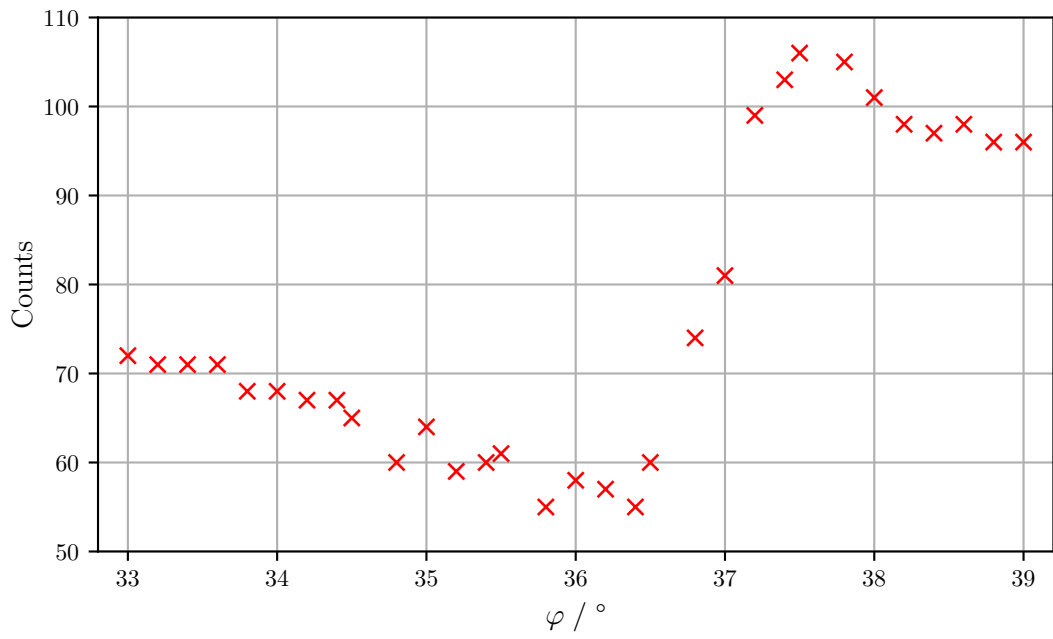


Abbildung 6: Absorptionsspektrum von Zink.

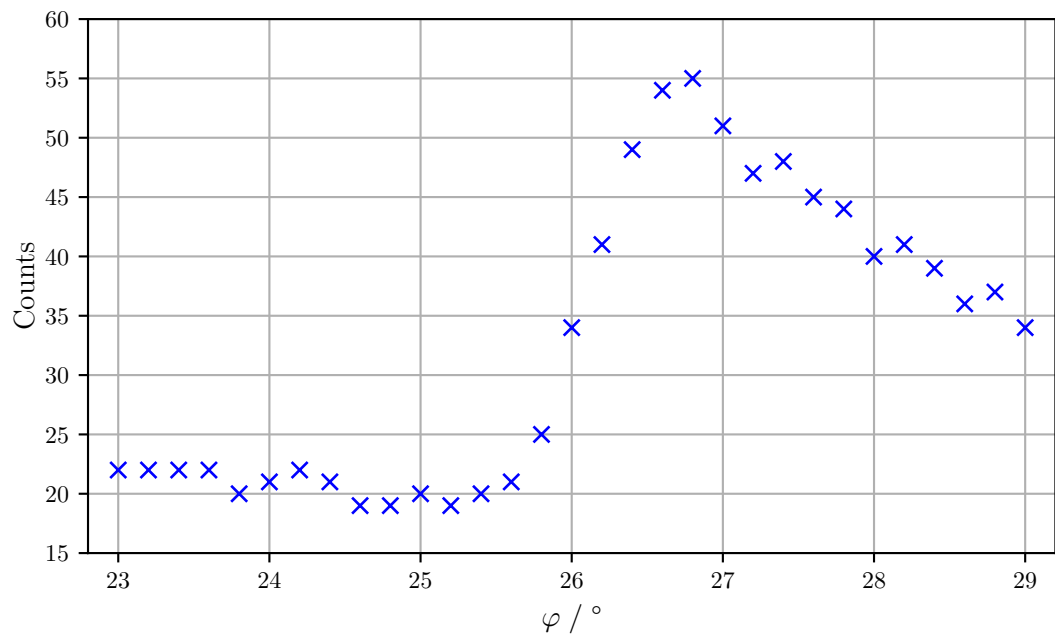


Abbildung 7: Absorptionsspektrum von Brom.

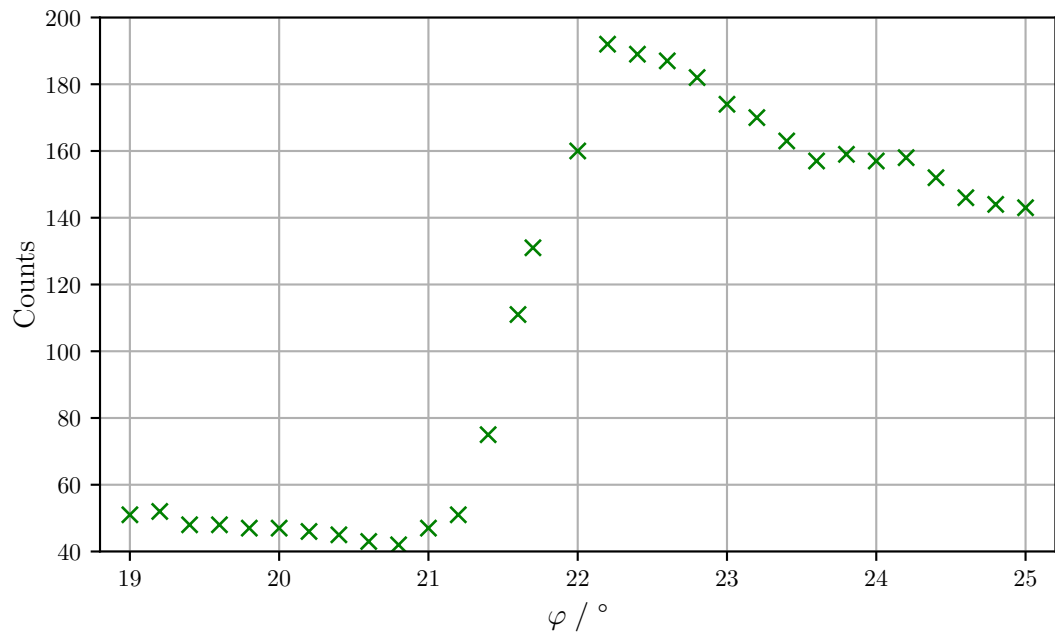


Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Strontium.

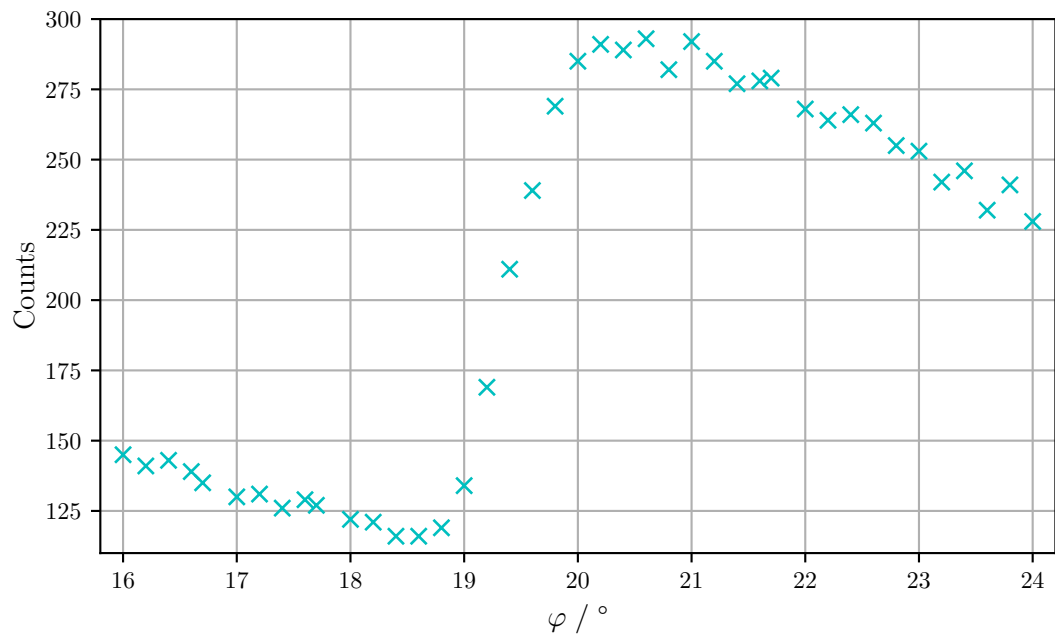


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Zirkonium.

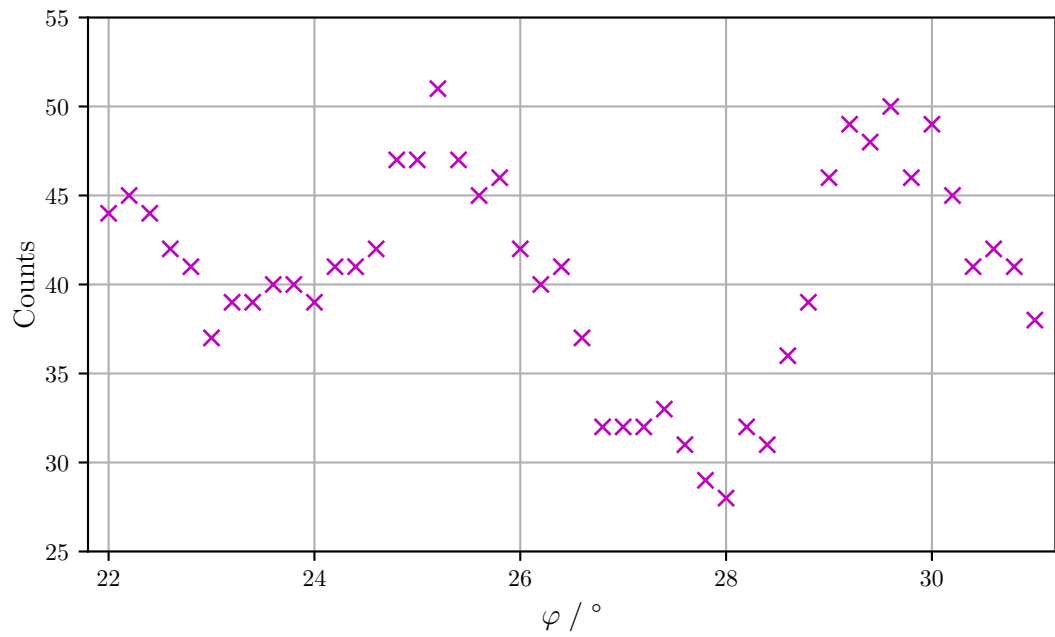


Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Quecksilber.

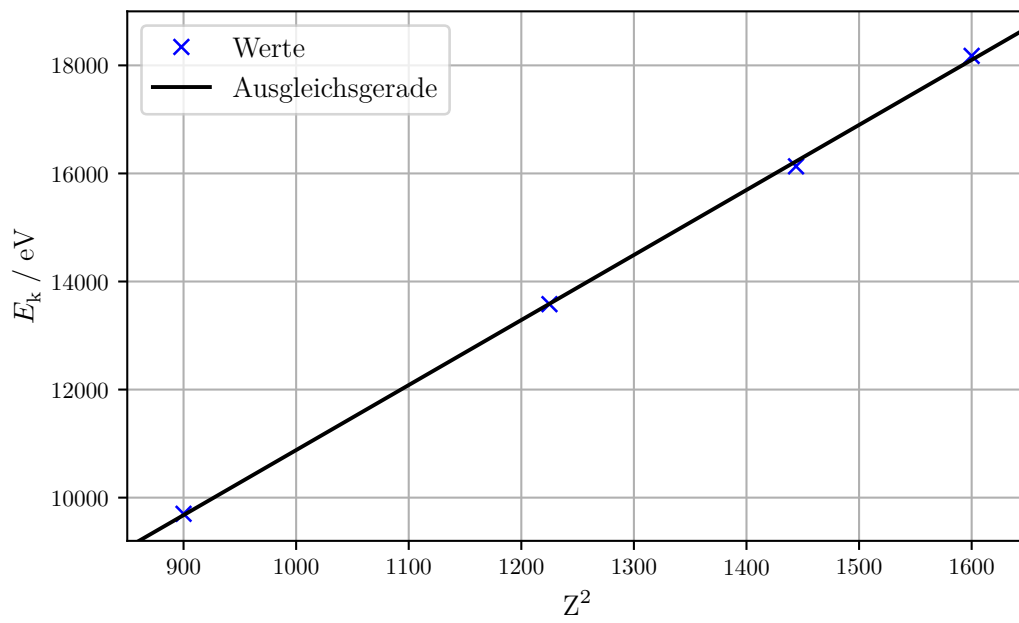


Abbildung 11: Plot der Absorptionskanten.

7 Tabellen

Tabelle 5: Messwerte der Bragg und Emissionsspektrum Messung. $\varphi = 2 \cdot \theta$

Bragg		Emissionsspektrum					
$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts
26,0	43,0	8,0	45,0	24,4	399,0	40,8	372,0
26,1	54,0	8,4	36,0	24,8	380,0	41,2	195,0
26,2	66,0	8,8	36,0	25,2	380,0	41,5	192,0
26,3	87,0	9,2	33,0	25,6	368,0	42,0	170,0
26,4	109,0	9,6	42,0	26,0	377,0	42,4	169,0
26,5	129,0	10,0	62,0	26,4	345,0	42,8	169,0
26,6	150,0	10,4	88,0	26,8	320,0	43,2	176,0
26,7	178,0	10,8	109,0	27,2	297,0	43,6	188,0
26,8	199,0	11,2	152,0	27,6	290,0	44,0	352,0
26,9	212,0	11,6	158,0	28,0	276,0	44,4	4304,0
27,0	231,0	12,0	194,0	28,4	273,0	44,8	4040,0
27,1	240,0	12,4	203,0	28,8	267,0	45,2	3946,0
27,2	256,0	12,8	220,0	29,2	258,0	45,5	268,0
27,3	272,0	13,2	252,0	29,6	251,0	46,0	148,0
27,4	274,0	13,6	268,0	30,0	266,0	46,4	130,0
27,5	282,0	14,0	283,0	30,4	256,0	46,8	110,0
27,6	291,0	14,4	291,0	30,8	244,0	47,2	112,0
27,7	286,0	14,8	304,0	31,2	236,0	47,6	102,0
27,8	281,0	15,2	308,0	31,6	229,0	48,0	97,0
27,9	269,0	15,6	325,0	32,0	232,0	48,4	92,0
28,0	265,0	16,0	337,0	32,4	225,0	48,8	92,0
28,1	254,0	16,4	346,0	32,8	211,0	49,2	83,0
28,2	238,0	16,7	358,0	33,2	209,0	49,6	80,0
28,3	232,0	17,2	354,0	33,6	207,0	50,0	76,0
28,4	224,0	17,6	381,0	34,0	210,0	50,4	73,0
28,5	217,0	18,0	370,0	34,4	196,0	50,8	79,0
28,6	214,0	18,4	405,0	34,8	193,0	51,2	69,0
28,7	201,0	18,8	392,0	35,2	179,0	51,6	63,0
28,8	191,0	19,2	402,0	35,5	187,0	52,0	76,0
28,9	177,0	19,6	410,0	36,0	171,0		
29,0	162,0	20,0	412,0	36,4	161,0		
29,1	142,0	20,4	411,0	36,8	166,0		
29,2	140,0	20,8	410,0	37,2	157,0		
29,3	116,0	21,2	430,0	37,5	150,0		
29,4	104,0	21,6	427,0	38,0	155,0		
29,5	95,0	22,0	415,0	38,4	137,0		
29,6	81,0	22,4	413,0	38,8	143,0		
29,7	69,0	22,8	413,0	39,2	158,0		
29,8	68,0	23,2	406,0	39,5	313,0		
29,9	55,0	23,6	382,0	40,0	1363,0		
30,0	48,0	24,0	391,0	40,4	1455,0		

Tabelle 6: Messwerte der Absorptionsmessungen.

Brom		Strontium		Zink		Zirkonium		Quecksilber	
$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts	$\varphi / ^\circ$	Counts
23,0	22	19,0	51	33,0	72	16,0	145	22,0	44
23,2	22	19,2	52	33,2	71	16,2	141	22,2	45
23,4	22	19,4	48	33,4	71	16,4	143	22,4	44
23,6	22	19,6	48	33,6	71	16,6	139	22,6	42
23,8	20	19,8	47	33,8	68	16,7	135	22,8	41
24,0	21	20,0	47	34,0	68	17,0	130	23,0	37
24,2	22	20,2	46	34,2	67	17,2	131	23,2	39
24,4	21	20,4	45	34,4	67	17,4	126	23,4	39
24,6	19	20,6	43	34,5	65	17,6	129	23,6	40
24,8	19	20,8	42	34,8	60	17,7	127	23,8	40
25,0	20	21,0	47	35,0	64	18,0	122	24,0	39
25,2	19	21,2	51	35,2	59	18,2	121	24,2	41
25,4	20	21,4	75	35,4	60	18,4	116	24,4	41
25,6	21	21,6	111	35,5	61	18,6	116	24,6	42
25,8	25	21,7	131	35,8	55	18,8	119	24,8	47
26,0	34	22,0	160	36,0	58	19,0	134	25,0	47
26,2	41	22,2	192	36,2	57	19,2	169	25,2	51
26,4	49	22,4	189	36,4	55	19,4	211	25,4	47
26,6	54	22,6	187	36,5	60	19,6	239	25,6	45
26,8	55	22,8	182	36,8	74	19,8	269	25,8	46
27,0	51	23,0	174	37,0	81	20,0	285	26,0	42
27,2	47	23,2	170	37,2	99	20,2	291	26,2	40
27,4	48	23,4	163	37,4	103	20,4	289	26,4	41
27,6	45	23,6	157	37,5	106	20,6	293	26,6	37
27,8	44	23,8	159	37,8	105	20,8	282	26,8	32
28,0	40	24,0	157	38,0	101	21,0	292	27,0	32
28,2	41	24,2	158	38,2	98	21,2	285	27,2	32
28,4	39	24,4	152	38,4	97	21,4	277	27,4	33
28,6	36	24,6	146	38,6	98	21,6	278	27,6	31
28,8	37	24,8	144	38,8	96	21,7	279	27,8	29
29,0	34	25,0	143	39,0	96	22,0	268	28,0	28
						22,2	264	28,2	32
						22,4	266	28,4	31
						22,6	263	28,6	36
						22,8	255	28,8	39
						23,0	253	29,0	46
						23,2	242	29,2	49
						23,4	246	29,4	48
						23,6	232	29,6	50
						23,8	241	29,8	46
						24,0	228	30,0	49
								30,2	45
								30,4	41
								30,6	42
								30,8	41
								31,0	38