

Versuch 504

Thermische Elektronenemission

1. Januar 1970

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie, nach [1]	3
2.1	Glühelektrischer Effekt	3
2.2	Sättigungsstrom	3
2.3	Raumladungsgleichung	4
2.4	Kennlinie der Hochvakuumdiode	5
2.5	Anlaufstrom	5
2.6	Kathodentemperatur	5
3	Durchführung und Aufbau	5
4	Auswertung	6
4.1	Kennlinien	6
4.2	Kathodentemperaturen	7
4.3	Austrittsarbeit	7
4.4	Maximalstrom: 2,5 A	8
4.4.1	Raumladungsdichte	8
4.4.2	Anlaufstrom	9
5	Diskussion	10
	Literatur	10
6	Werte	10

1 Zielsetzung

Ziel ist die Messung von thermisch emittierten Elektronen einer Diode.

2 Theorie, nach [1]

2.1 Glüh elektrischer Effekt

Beim glüh elektrischen Effekt geht es darum, mithilfe von Wärme, Elektronen aus einem Metall zu lösen. Metalle können häufig als kristalliner Festkörper beschrieben werden, das bedeutet sie bestehen aus einem Ionengitter. Dabei sind die Metallionen im inneren praktisch vollständig ionisiert. Das Gitterpotential ist dadurch weitestgehend konstant und unterscheidet sich vom Außenraum um den Betrag φ . Die Ionen, sogenannte Leitungselektronen, können sich frei bewegen. Sie sind für die Leitfähigkeit des Metalls verantwortlich. Die Elektronenemission kann aus quantenmechanischer Betrachtung durch das Potentialtopfmodell erklärt werden.

Die Elektronen befinden sich in einem Potentialtopf¹ der Höhe ξ und müssen die Austrittsarbeit $e_0 \xi^2$ leisten um den Potentialtopf zu verlassen.

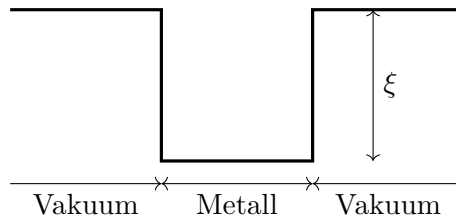


Abbildung 1: Potentialtopfmodell eines Metalls.

Die spontane Emission lässt sich mittels der Fermi-Dirac'schen Verteilungsfunktion darstellen.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\xi}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

Sie gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Zustand, im thermischen Gleichgewicht, die Energie E annimmt.

2.2 Sättigungsstrom

Um den Sättigungsstrom zu berechnen, also den Strom, welcher pro Zeit -und Flächeneinheit aus dem Metall fließt, wird die Richardson-Gleichung verwendet. Sie stellt diesen Zusammenhang in Abhängigkeit von der Temperatur dar

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{e_0 \varphi}{kT}\right) . \quad (2)$$

¹Die Skizze wurde mit Tikz erstellt.

² e_0 = Elementarladung

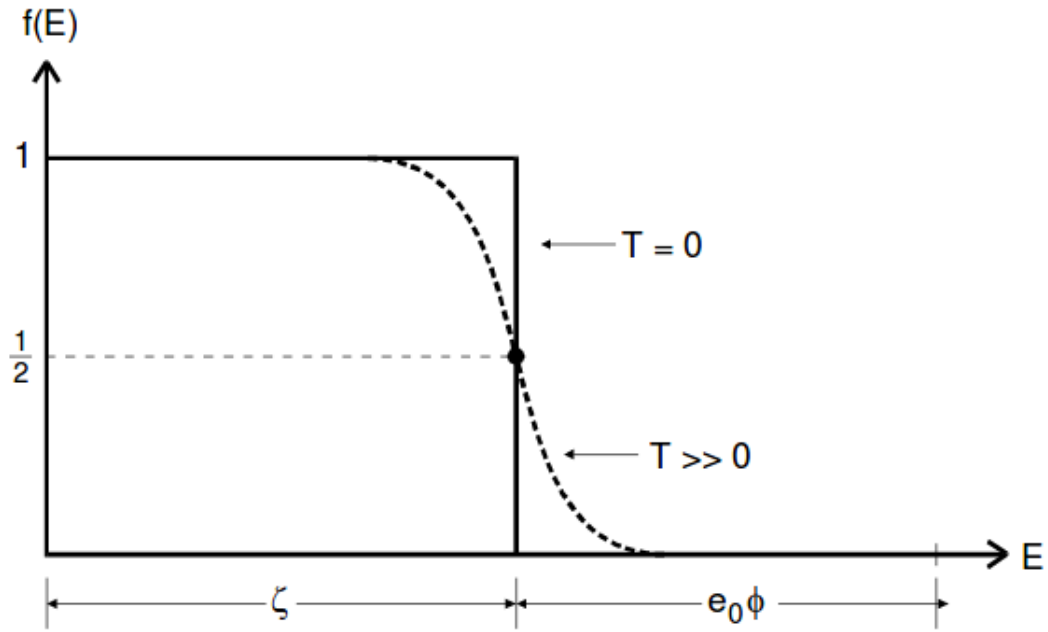


Abbildung 2: Fermi-Dirac'sche Verteilungsfunktion[1].

Um den Sättigungsstrom fehlerfrei messen zu können, müssen die aus der Metalloberfläche herausgelösten Elektronen abgesaugt werden, damit sie nicht mit dem Gas wechselwirken. Dies wird zusätzlich durch ein elektrisches Feld ermöglicht. Eine solche Apparatur wird Hochvakuumdiode genannt und sie wird als Gleichrichter verwendet. Hochvakuumdioden können Temperaturen von bis zu 3000 K erreichen.

2.3 Raumladungsgleichung

Da die Elektronen wegen der Kathodenspannung eine beschleunigte Bewegung ausführen, hängt die Raumladungsdichte vom Ort ab. Bei gegebener Kontinuitätsbedingung der Stromdichte

$$j = -\rho v, \quad (3)$$

gilt also: Die Raumladungsdichte beeinflusst die Feldstärke zwischen Anode und Kathode. Als Ansatz wird die Poisson-Gleichung

$$\Delta V = -\frac{1}{\varepsilon_0} \rho \quad (4)$$

verwendet. Einfache Umformungen führen auf das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz der Form

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{2 \frac{\varepsilon_0}{m_0}} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2}. \quad (5)$$

Es zeigt den Zusammenhang zwischen der Stromdichte und der Anodenspannung.

2.4 Kennlinie der Hochvakuumdiode

Die Kennlinie einer Hochvakuumdiode besteht aus drei Abschnitten. Dem Anlaufstromgebiet, dem Raumladungsgebiet und dem Sättigungsstromgebiet. Die Kennlinie wird dazu verwendet um zum einen die Austrittsarbeit der Kathode und zum anderen die Kathodentemperatur zu bestimmen.

2.5 Anlaufstrom

Der Anodenstrom ungleich Null bei $V = 0$ kommt dadurch zustande, dass die Elektronen eine Eigengeschwindigkeit besitzen. Sie besitzen den Energieüberschuss

$$\Delta E = E - (\xi + e_0 \varphi) \quad (6)$$

welcher als kinetische Energie verstanden werden kann. Dadurch können sie gegen ein Gegenfeld ankommen. Dieser Strom wird folglich als Anlaufstrom bezeichnet.

2.6 Kathodentemperatur

Um die Kathodentemperatur zu berechnen, wird die Leistungsbilanz des Heizstromfadens herangezogen. Die zugeführte Leistung beträgt

$$N_{zu} = V_A \cdot I_A \quad (7)$$

Die zugeführte Leistung wird in Strahlungsleistung und Wärmeleitung abgegeben. Dabei kann die Wärmeleitung aus

$$N_{WL} = A \eta \sigma T^4 \quad (8)$$

berechnet werden.

Nun kann aus

$$V_A \cdot I_A = A \eta \sigma T^4 + N_{WL} \quad (9)$$

die Temperatur der Kathode berechnet werden.

3 Durchführung und Aufbau

Zuerst werden, um eine Kennlinienschar der Hochvakuumdiode zu erhalten, fünf verschiedene Heizleistungen zwischen 2 A und 2,4 A in 0,1 A Schritten eingestellt. Bis zum Sättigungsstrom werden Wertepaare über ein Amperemeter und ein Voltmeter aufgenommen. Um das Anlaufstromgebiet zu untersuchen, wird die Polung am Voltmeter umgekehrt. In 0,1 A-Schritten wurden von 0 bis 1 A, bei 2,5 A Diodenstrom, Wertepaare aufgenommen.

4 Auswertung

4.1 Kennlinien

Die Grenzwerte, die jeweiligen Sättigungsströme, der Kennlinien folgen aus dem Plot 3 und den Wertetabelle 3 im Kapitel 6 Werte zu:

Tabelle 1: Sättigungsströme der Kennlinien.

Heizspannung U_h / V	Heizstrom I_h / A	Sättigungsstrom I_s / mA	Temperatur T / K
4,35	2,0	0,095	1935,59
4,60	2,1	0,2	1992,58
4,95	2,2	0,45	2059,12
5,40	2,3	0,82	2133,80
5,65	2,4	1,5	2184,74

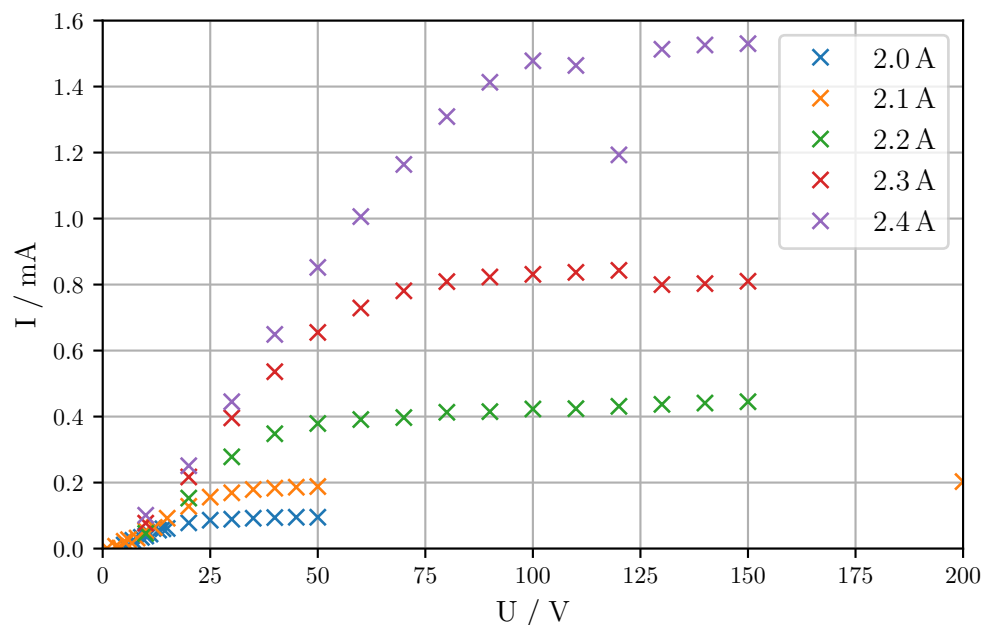


Abbildung 3: Kennlinien bei verschiedenen Strömen.

4.2 Kathodentemperaturen

Die Temperaturen der Kathode werden mit Formel (9), umgestellt zu

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_h U_h - N_{WL}}{A \eta \sigma}}, \quad (10)$$

und mit den Konstanten

$$N_{WL} = 0,9 \text{ W} \quad (11)$$

$$A = 0,35 \text{ cm}^2 \quad (12)$$

$$\eta = 0.28, \quad (13)$$

aus [1],

$$\sigma = 5,670\,367 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4}, \quad (14)$$

aus [3], bestimmt. Die Temperaturen stehen in Tabelle 1 weiter oben.

4.3 Austrittsarbeit

Die Formel (2) wird nach Φ umgestellt,

$$e_0 \Phi = -\frac{k_B T}{e_0} \ln \left(\frac{I_s h^3}{4\pi A e_0 m_e k_B^2 T^2} \right) \quad (15)$$

mit den Konstanten aus [3]

$$e_0 = 1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (16)$$

$$m_e = 9,109\,383\,56 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (17)$$

$$k_B = 1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \quad (18)$$

$$h = 6,626\,070\,04 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \quad (19)$$

ergeben sich für die Heizströme, sortiert nach der Nachkommastelle des Stroms:

Tabelle 2: Werte der Austrittsarbeit.

Φ_0 / eV	Φ_1 / eV	Φ_2 / eV	Φ_3 / eV	Φ_4 / eV
3,540 979 03	3,527 375 83	3,512 928 42	3,543 097 26	3,522 860 87

Der Mittelwert

$$\Phi_m = (3,529 \pm 0,006) \text{ eV} \quad (20)$$

bestimmt sich nach

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^5 \Phi_i \quad (21)$$

mit dem Fehler

$$\Delta \bar{\Phi} = \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} \sum_{k=1}^5 (\Phi_k - \bar{\Phi})^2} . \quad (22)$$

Die prozentuale Abweichung zum Literaturwert

$$\Phi_{\text{Wolfram}} = 4,54 \text{ eV} , \quad (23)$$

aus [2], beträgt

$$\Delta \Phi = \frac{4.54 - 3.529}{4.54} \cdot 100 \% = 22,3 \% . \quad (24)$$

4.4 Maximalstrom: 2,5 A

4.4.1 Raumladungsdichte

Die Theoriekurve für die Raumladungsdichte in der Abbildung 4 wurde mit Formel (5) und den Konstanten (16), (17),

$$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,817\,620\,389 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \quad (25)$$

aus [3] und dem Anoden-Kathodenabstand

$$a = 3 \text{ cm} \quad (26)$$

bestimmt. Der Exponent ergibt sich mit Scipy zu

$$y = 1,501 \pm 0,004 . \quad (27)$$

Der Theoriewert ist

$$y_{\text{T}} = 1.5 . \quad (28)$$

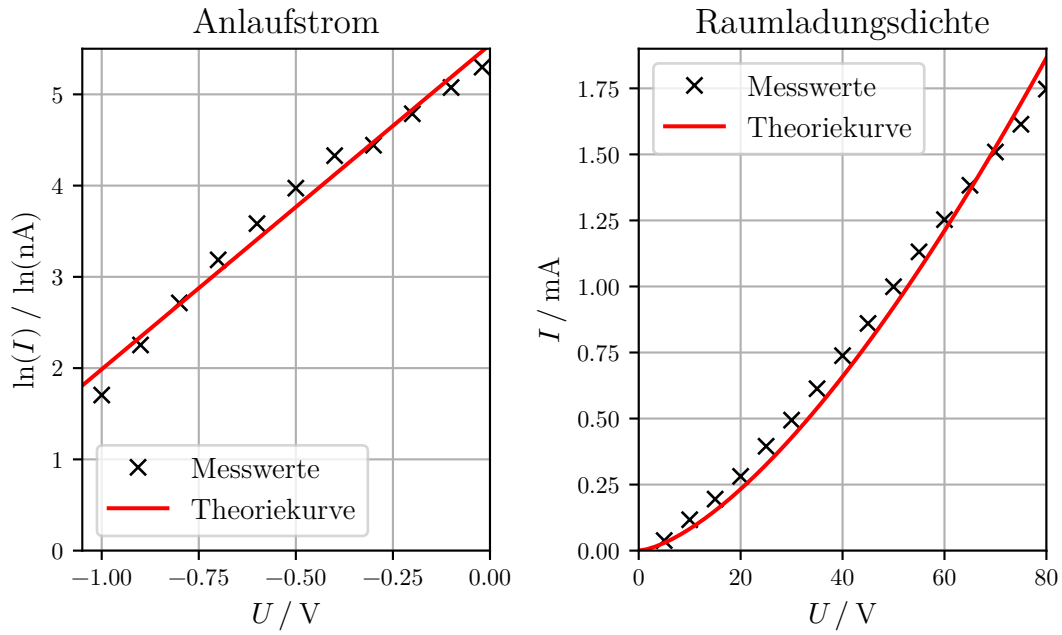


Abbildung 4: Anlaufstrom und Raumladungsdichte bei 2,5 A.

4.4.2 Anlaufstrom

Die eingestellten Werte der Spannung werden mit

$$U_k = U_m + I_m \cdot R_i \quad (29)$$

in die tatsächlichen Spannungen umgerechnet. m bezeichnet die Messwerte und R_i den Innenwiderstand des Nanoamperemeters:

$$R_i = 1 \text{ M}\Omega . \quad (30)$$

Die Stromachse wird in Abbildung 4 logarithmiert, sodass ein linearer Fit nach

$$\ln(I) = mV + b \quad (31)$$

mit

$$m = 3,6 \pm 0,2 \quad (32)$$

$$b = 5,5 \pm 0,1 \quad (33)$$

angewandt werden kann. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 4 im Kapitel 6 Werte. Die Temperatur der Diode kann mit Umstellen des Exponentens der Formel (5) zu

$$T = \frac{e_0}{k_B m} = (3260 \pm 150) \text{ K} \quad (34)$$

mit dem Fehler nach der Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{j=0}^K \left(\frac{df}{dy_j} \Delta y_j \right)^2} = \frac{e_0}{k_B m^2} \quad (35)$$

und

$$k_B = 1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}, \quad (36)$$

aus [3] berechnet werden.

Der Spannungsabfall am Innenwiderstand muss bei der Verwendung des Nanoampere-meters berücksichtigt werden, da die Verhältnisse hier anders liegen und es nicht mehr vernachlässigbar ist.

5 Diskussion

Die Aufnahme der Kennlinien bringt gute Ergebnisse hervor, lediglich kleine Schwankungen sind zu erkennen, die an dem sensiblen Aufbau liegen. Der stark abweichende Wert der 2,4 A-Kennlinie wurde zweimal so gemessen.

Die berechneten Temperaturen der einzelnen Kennlinien sind sinnvoll, da sie mit steigender Stromstärke ebenfalls steigen. Literaturwerte oder Formeln zum Vergleich, sind hierfür nicht gegeben.

Die Messung der Austrittsarbeit hat einen systematischen Fehler, da die Abweichung der berechneten Werte zueinander nicht groß ist.

Die Bestimmung des Exponenten im Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetz hat sehr gut geklappt. Der Theoriewert liegt in der 1- σ -Umgebung unseres Messwertes.

Die Temperatur der Kathode bei 2,5 A ist wieder ohne Vergleichswert, liegt aber über den Temperaturwerten bei niedrigeren Strömen. Der Sprung zwischen den Temperaturen bei 2,4 A und 2,4 A liegt ebenfalls an dem vermuteten systematischen Fehler der Austrittsarbeit, da diese auf die Temperaturen angewiesen ist.

Literatur

- [1] *Anleitung zu v504, Thermische Elektronenemission*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V504.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [2] *Austrittsarbeit - Lexikon der Physik*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/austrittsarbeit/1067> (besucht am 05.05.2018).
- [3] *Physikalische Konstanten in Scipy*. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/constants.html> (besucht am 04.05.2018).

6 Werte

Tabelle 3: Messwerte der Kennlinien.

2 A		2,1 A		2,2 A		2,3 A	2,4 A
U / V	I / mA	U / V	I / mA	U / V	I / mA	I / mA	I / mA
5	11	1	0,001	10	0,046	0,077	0,101
7	25	3	0,007	20	0,153	0,217	0,251
9	34	4	0,015	30	0,278	0,396	0,445
10	38	5	0,022	40	0,348	0,536	0,649
11	44	6	0,027	50	0,379	0,655	0,852
13	56	8	0,032	60	0,391	0,728	1,006
14	60	10	0,054	70	0,397	0,781	1,164
15	61	12	0,064	80	0,413	0,809	1,309
20	78	15	0,092	90	0,415	0,823	1,413
25	86	20	0,128	100	0,423	0,831	1,478
30	89	25	0,156	110	0,424	0,837	1,464
35	92	30	0,169	120	0,431	0,843	1,193
40	94	35	0,179	130	0,437	0,800	1,513
45	95	40	0,183	140	0,441	0,803	1,526
50	95	45	0,186	150	0,445	0,810	1,530
		50	0,188				
		200	0,203				

Tabelle 4: Messwerte bei 2,5 A.

Anlaufstrom				Raumladungsgebiet	
U_m / V	U_k / V	I / nA	$\ln(I)$	U / V	I / mA
-1,0	-1,0000	5,5	1,705	5	0,038
-0,9	-0,9000	9,52	2,253	10	0,117
-0,8	-0,8000	15,1	2,715	15	0,195
-0,7	-0,7000	24,2	3,186	20	0,281
-0,5	-0,6000	36,0	3,584	25	0,395
-0,5	-0,5001	53,1	3,972	30	0,494
-0,4	-0,4001	75,8	4,328	35	0,613
-0,3	-0,3001	85,0	4,443	40	0,738
-0,2	-0,2001	120,0	4,787	45	0,860
-0,1	-0,1002	160,0	5,075	50	0,999
-0,02	-0,0202	200,0	5,298	55	1,131
				60	1,253
				65	1,383
				70	1,509
				75	1,614
				80	1,747