

**V53**

## **Mikrowellen auf Hohlleitern**

Philipp Zolthoff  
philipp.zolthoff@tu-dortmund.de

Moritz Bosse  
moritz.bosse@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2021  
Zweitabgabe: 10.11.2021

Abgabe: 03.11.2021  
Finalabgabe: 30.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Mikrowellen und Elektromagnetische Wellen . . . . .	3
2.2	Reflexklystron . . . . .	3
2.3	Hohlleiter . . . . .	5
2.4	Stehwellenverhältnis . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Aufbau und Versuchsdurchführung</b>	<b>8</b>
3.1	Messung der einzelnen Moden . . . . .	9
3.2	Messung der Frequenz und Wellenlänge im Halbleiter . . . . .	9
3.3	Dämpfungsmessung . . . . .	10
3.4	Stehwellenverhältnismessung . . . . .	10
3.4.1	Direkte Methode . . . . .	10
3.4.2	3 dB-Methode . . . . .	11
3.4.3	Abschwächermethode . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>12</b>
4.1	Modenanalyse und Bandbreite . . . . .	12
4.2	Bestimmung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung . . . . .	15
4.3	Stehwellenverhältnismessung . . . . .	16
4.3.1	Direkte Methode . . . . .	16
4.3.2	3 dB-Methode . . . . .	17
4.3.3	Abschwächer-Methode . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>20</b>
	<b>Literatur</b>	<b>22</b>

# 1 Zielsetzung

Der Versuch behandelt die Erzeugung hochfrequenter elektromagnetischer Wellen, sogenannte Mikrowellen, durch ein Reflexklystron, deren anschließenden Transport durch einen Hohlwellenleiter und Mittel diesen maßgeblich zu modifizieren.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Mikrowellen und Elektromagnetische Wellen

Mikrowellen beschreiben elektromagnetische Wellen, die sich in einem Frequenzspektrum von 1 bis 300 GHz befinden. Sie sind, im Vergleich zu sichtbarem Licht, eher dem langwelligen Bereich zuzuordnen. Elektromagnetische Wellen lassen sich hinreichend durch die Maxwell-Gleichungen beschreiben, ohne jedoch dabei die Teilcheneigenschaften der Korpuskeltheorie zu berücksichtigen. Im folgenden Versuch wird sich ausschließlich auf die Welleneigenschaften bezogen. Charakteristisch für all diese Wellen ist die im Vakuum definierte Lichtgeschwindigkeit. Im Vakuum propagiert die Welle ausschließlich als Transversalwelle. Mit dieser Geschwindigkeit  $c$  - oder im Falle eines Mediums der entsprechend reduzierten Geschwindigkeit, lässt sich nun die Wellenlänge mithilfe der Frequenz  $f$  bestimmen.

$$\lambda = c/f \quad (1)$$

Das magnetische Feld verhält sich analog zum elektrischen, steht aber zu jedem Zeitpunkt senkrecht auf seiner elektrischen Komponente.

Große Anwendung finden diese „Mikrowellen“ unter anderem in der Funk - und Radartechnik. Zum Beispiel werden so durch abweichende Brechungsindizes und wechselnden Impedanzen, Informationen durch reflektierte Wellen gewonnen. Eine weitere Anwendung ist der Mikrowellenherd, der mit einer charakteristischen Frequenz von 2,455 GHz die Dipole von Wassermolekülen passend anregt und so Wärme erzeugt.

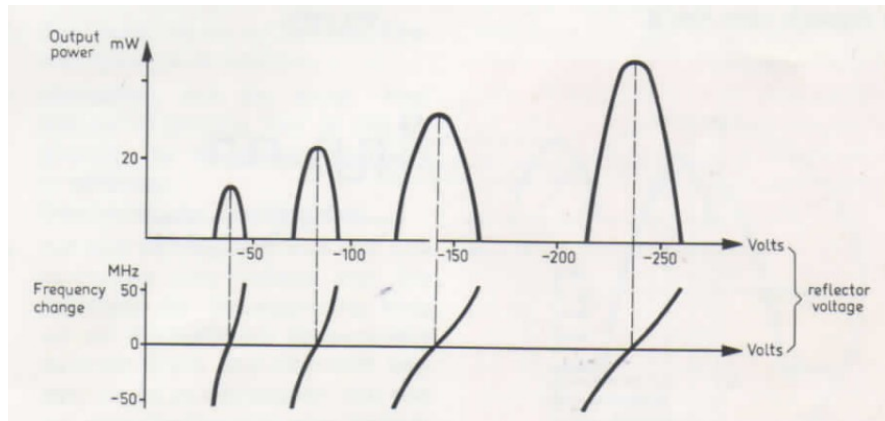
### 2.2 Reflexklystron

Das Reflexklystron ist ein Gerät, um hochfrequente Wellen entweder zu verstärken oder selbstständig anzuregen. Grundlage dazu sind zwei angeschlossene Spannungen, die zum einen die Resonator-kammer und zum anderen den vorgegebenen Reflektor elektrisch laden. Zudem wird eine Glühkathode verwendet, die gegen eine Austrittsarbeit, freie Elektronen löst und in Richtung des Reflektors, auf Grund eines angebrachten Beschleunigungsgitters, beschleunigt. Wolfram bietet sich hierfür aufgrund der hohen Schmelztemperatur sehr gut an. Durch die Ausrichtung des elektrischen Felds werden die emittierten Elektronen entweder weiter beschleunigt oder verlangsamt, was zu einer Modulation der Geschwindigkeit führt. Diese nun beschleunigten Elektronen gelangen zum Reflektor und werden anschließend in diese Kammer zurückgelenkt. Während die Beschleunigung von Elektronen den Resonator Energie kostet, gewinnt er diese in Form

von Bremsstrahlung zurück, wenn Elektronen gebremst werden. Eine für den Resonator optimale Laufzeit  $t$  für Energiegewinnung ist

$$t = \left(n + \frac{3}{4}\right) \cdot T \quad n \in \mathbb{N}_0. \quad (2)$$

Dabei kommen die  $\frac{3}{4}$  aus dem Abstand zum nächsten Schwingungsmaximum eines nicht geschwindigkeitmodulierten Elektrons. Damit die Elektronen bei einem Schwingungsmaximum wieder in der Resonator kammer ankommen, muss ein Phasenversatz dieser  $\frac{3}{4}$  Zeitverschiebung überbrückt werden. Die so entstehende Schwingung wird anschließend durch einen Hohlwellenleiter ausgekoppelt und weiter transportiert. Durch Änderungen

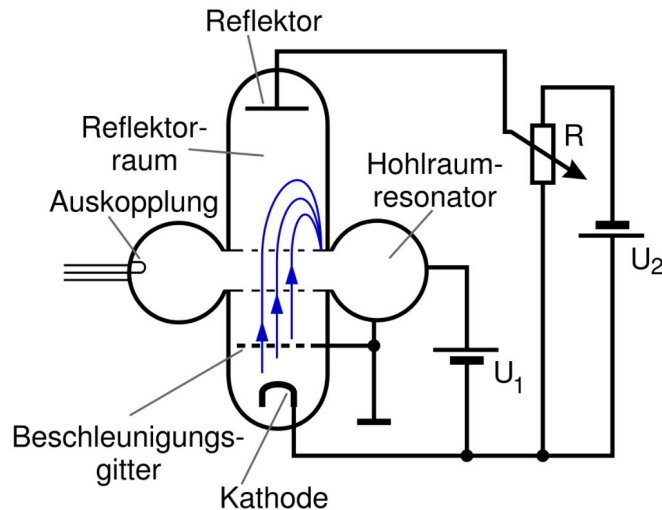


**Abbildung 1:** In diesem Diagramm ist die abgegriffene Leistung der Wellenmoden aus einem Reflexklystron abhängig von der angelegten Reflektorspannung dargestellt. Die entsprechende Frequenz ist darunter mit gleicher Abszisse dargestellt. Deutlich erkennbar sind hier die einzelnen Moden die durch die Modulation entstehen. Abbildung nach [1].

am internen Aufbau des Klystrons lassen sich die Moden durch Spannungsunterschiede verschieben, messbar als Hohlleitersignal  $P_{\text{textOutput}}$ , wobei

$$P_{\text{Output}}(V, t = 0) \sim P_{\text{Output}}(V, t = \tau).$$

Die Variabel  $\tau$  ist hier so gewählt, dass bei  $t = \tau$  wieder die vorher getroffene Mode beschrieben wird. Analog lässt sich die Frequenz durch den mechanischen Aufbau ändern. Eine größere Resonator kammer würde den Elektronen mehr Laufzeit bieten und so das „Bunching“ verlangsamen. Dies liegt vorallem an dem sich ändernden E-Feld, bei konstanter Reflektorspannung, aber größerem Abstand.



**Abbildung 2:** Schematischer Aufbau eines Reflexklystrons. Deutlich zu erkennen sind die blauen Pfeile, die verschiedene Elektronen abhängig von der angelegten Spannung im Hohlraumresonator darstellen. Diese Sammlung an Elektronen nennt sich „Bunching“. Abbildung nach [1].

## 2.3 Hohlleiter

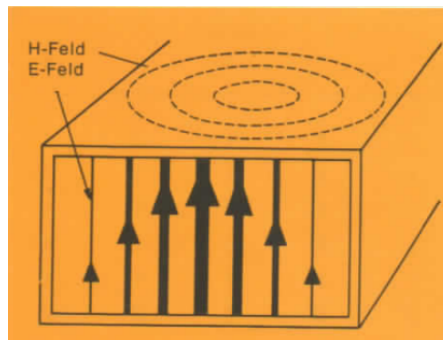
Für die Fortleitung von elektromagnetischer Strahlung gibt es einige Methoden. Eine davon ist die Verwendung von Hohlleitern. Sie sind besonders gebräuchlich bei der Verwendung von Mikrowellen, also bei Frequenzen im GHz-Bereich. Dies liegt vor allem daran, dass sie in diesem Bereich besonders verlustarm sind. Koaxialkabel stellen beispielsweise eine andere Möglichkeit dar, sie sind allerdings auf Grund der mit der Frequenz steigenden Absorption deutlich verlustanfälliger. Bei einem Hohlleiter wird ein leitender Stoff an der Außenseite angebracht, an dem die elektromagnetische Welle reflektiert werden kann. Diese Reflexion kann in der Theorie ohne Randeffekte natürlich unendlich oft wiederholt werden und würde so einen verlustfreien Leiter darstellen. Hohlleiter sind innen hohl und können für beliebige Anwendungen beispielsweise evakuiert werden, oder in den einfachsten Anwendungen mit Luft gefüllt sein. Wie eine elektromagnetische Welle in einem Leiter propagiert, hängt vollständig von den vorliegenden Randbedingungen ab. Mit diesen Randbedingungen lassen sich dann die Maxwell-Gleichungen für das elektrische-, sowie das magnetische Feld lösen. Die Form eines Hohlleiters ist beliebig für die Applikation wählbar. Der gängigste und auch in diesem Versuch verwendete Hohlleiter ist ein Rechteckhohlleiter.

Zunächst einige Überlegungen zu den Randbedingungen an einem Rechteckhohlleiter. Die ummantelnde Fläche des Hohlleiters kann als nahezu perfekt leitend angenommen werden. In der Regel wird dazu Kupfer oder Aluminium verwendet. Diese bildet eine Äquipotentialfläche, also muss die parallele Komponente des E-Feldes an jedem Rand des Leiters verschwinden. Daraus folgt, dass die Rotation des E-Feldes dort ebenfalls verschwindet und somit die tangentielle Komponente des B-Feldes ebenfalls verschwinden

muss. Die Bedingungen lauten also

$$\begin{aligned} E_{\parallel} &= 0, \\ B_{\perp} &= 0. \end{aligned}$$

Wenn nun also der Querschnitt eines Hohlleiters betrachtet wird, müssen diese Randbedingungen in jede einsichtbare Raumrichtung erfüllt sein. Daraus folgt, dass die typische transversale Form von EM-Wellen im Vakuum nicht mehr vorliegen kann, denn die E-, und B-Komponente müssen senkrecht aufeinander stehen. Allerdings sind die nötigen Freiheitsgrade nicht mehr gegeben, um auch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung zu stehen. In einem Rechteckhohlleiter ist also eine Komponente immer longitudinal. Beschrieben werden die Wellen durch verschiedene Moden, denn durch die Reflektion an den Wänden bilden sich stehende Wellen, die nun je nach Frequenz unterschiedlich viele Schwingungsbäuche ausbilden. Gekennzeichnet werden die einzelnen Moden in Rechteckhohlleitern durch  $\mathbf{TE}_{m,n}$  oder  $\mathbf{TM}_{m,n}$ . Dabei steht  $\mathbf{TE}$  für transversal elektrisch mit dementsprechend longitudinaler B-Komponente und  $\mathbf{TM}$  vice versa. Der Fall  $\mathbf{TEM}_{m,n}$  wurde bereits wie vorher erklärt ausgeschlossen. Die Zahlen  $m$  und  $n$  geben dabei die Mode an und sie können jede beliebige natürliche Zahl, sowie auch Null, annehmen. Sie beschreiben wie viele Wellenbäuche der stehenden Welle in beispielsweise  $x$ , und  $y$ -Richtung passen. Genauer gesagt stellen sie eine Bedingung der jeweiligen Wellenzahl in dessen Raumrichtung auf. Typischerweise werden in Hohlleitern Frequenzen verwendet, bei denen sich  $\mathbf{TE}_{1,0}$  oder  $\mathbf{TM}_{1,0}$  Wellen ausbilden. In der Abbildung 3 ist eine schematische Skizze einer solchen Mode dargestellt.



**Abbildung 3:** Darstellung einer  $\mathbf{TE}_{1,0}$ -Mode in einem Rechteckhohlleiter. Abbildung nach [1].

Durch die zuvor erwähnten Randbedingungen zeigt sich jetzt allerdings auch, dass es eine Grenzwellenlänge für jede Mode gibt, über der keine Welle innerhalb des Leiters mehr propagieren kann. Formal ergibt sich diese durch die Existenz einer reellen Wellenzahl in Ausbreitungsrichtung. Die Grenzwellenlänge eines Rechteckhohlleiters einer beliebigen Mode lautet

$$\lambda_g = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

Für den typischen  $\mathbf{TE}_{1,0}$ -Modus ergibt dies

$$\lambda_g = 2a,$$

was ebenfalls geometrisch einsichtbar ist.

Die longitudinale Komponente erfährt ebenfalls eine zur im freien Raum gestreckte Wellenlänge, welche durch

$$\lambda_h = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g}\right)^2}}$$

berechnet wird. Dabei gibt  $\lambda_0$  die Wellenlänge im freien Raum an. Aus der dispersionsfreien Beziehung 1 lässt sich nach Umformung auch die Frequenz in Ausbreitungsrichtung als

$$f = c \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_h}\right)^2 + \left(\frac{1}{2a}\right)^2} \quad (3)$$

angeben.

## 2.4 Stehwellenverhältnis

Häufig-, durch Reflexion von Hindernissen oder anderen Faktoren, treten Wellen als sogenannte „stehende Wellen“ auf. Bei Reflexion erfährt die rücklaufende Welle einen Phasensprung und formt so durch Superposition mit der einfallenden Welle eine Überlagerung. Die ursprüngliche Welle wird so periodisch verstärkt, abgeschwächt oder ganz annulliert. In der Anwendung treten solche Reflexionen vorallem durch Impedanzunterschiede oder materielle Störungen auf. Der daraus folgende Zusammenhang zwischen der Reflexionsamplitude  $I_{ref}$  und etwaigen Impedanzunterschieden  $\Delta Z$  führt zu einer Definition des „Stehwellenverhältnis“ SWR. (SWR für „Standing Wave Ratio“). Dieses Verhältnis beschreibt die Überlagerung der Wellen, also der resultierenden Amplitude, bei ihrer maximalen -und ihrer minimalen Auslenkung. Gemessen werden die Amplituden bei elektrischen Leitern meist direkt durch das elektrische Feld  $E$  oder der Spannung  $U$ , da diese proportional zueinander sind. Alternativ lassen sich die einzelnen Komponenten, die zu Superposition führen, getrennt betrachten. Hier entsteht das Verhältnis aus der maximal möglichen, verstärkten Amplitude  $|E_i| + |E_r|$  und dem abgeschwächten Anteil  $|E_i| - |E_r|$ . Der Betrag der einfallenden Feldstärke ist als  $E_i$  und der reflektierte als  $E_r$  gekennzeichnet. Dieses eignet sich also gut zur Quantisierung der Güte eines entsprechend leitenden Mediums. Bei einem Verhältnis von 1 wäre die Leitung perfekt abgestimmt.

$$\text{SWR} = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{|E_i| + |E_r|}{|E_i| - |E_r|}$$

Eine äquivalente Beschreibung ist durch die sogenannte „Dämpfung“ möglich. Diese hat die absolute Einheit dB und beschreibt das Verhältnis von optimaler -und, durch z.B. Reflexion, abgeschwächter Leistung  $P$ .

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

Auffallend ist, dass wenn das Verhältnis aus den Leistungen  $P_1$  und  $P_2$  eben genau 2 ergibt, eine Dämpfung von 3 dB folgt

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10}(2) \approx 3.$$

Dieser Zusammenhang kann durch

$$\text{SWR} = \sqrt{1 + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi(d_1-d_2)}{\lambda_h}\right)}} \quad (4)$$

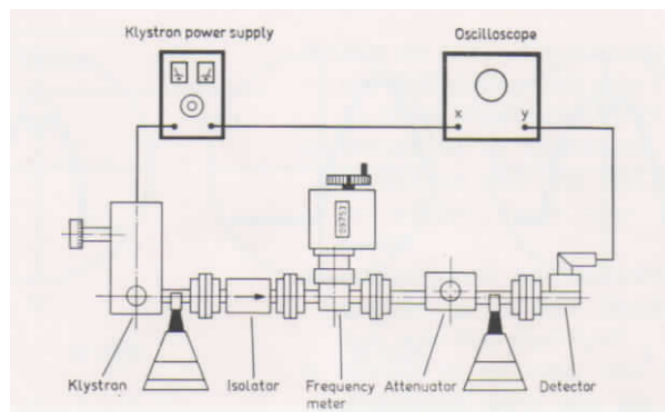
zum Stehwellenverhältnis führen, da die Leistung eng mit der elektrischen Spannung verknüpft ist. Hier ist  $\lambda_h$  die Wellenlänge im Hohlleiter und  $d_1$  und  $d_2$  sind die Abstände von einem gewählten Minimum, so dass sich die Leistung verdoppelt.

Alternativ können mit der „Abschwächer-Methode“ und zwei dB Werten das Verhältnis errechnet werden.

$$\text{SWR} = 10^{\frac{A_2-A_1}{20}} \quad (5)$$

### 3 Aufbau und Versuchsdurchführung

Der grundlegende Aufbau bleibt in den einzelnen Versuchsabschnitten gleich, dabei werden teilweise lediglich Geräte hinzugefügt oder getauscht. Für die Messung der verschiedenen Moden in Abhängigkeit von der Reflektorspannung  $U_R$  wird der allgemeinste Aufbau nach Abbildung 4 verwendet.



**Abbildung 4:** Grundlegender Aufbau zur Untersuchung von Mikrowellenstrahlung.  
Abbildung nach [1].

Zu sehen ist zunächst das Reflexklystron, welches an ein Netzteil angeschlossen ist. Die durch das Klystron erzeugten Mikrowellen werden über einen Hohlleiter aus dem Resonator ausgekoppelt und durch einen Einweggleichrichter geführt. Dieser dient dazu, dass keine Mikrowellen in das Klystron zurückreflektiert werden und somit für Ungenauigkeiten sorgen. Dahinter werden sowohl Frequenzmessgerät, als auch eine Dämpfung geschaltet.



Die Messung geschieht über einen Detektor, welcher mit einem Oszilloskop verbunden wird. Über den gesamten Versuchszeitraum wird die Kathodenspannung konstant bei  $U_K = 6,3\text{ V}$  belassen.

### 3.1 Messung der einzelnen Moden

Um die Moden der durch den Klystron erzeugten Mikrowellen zu messen, wird eine konstante Dämpfung von 30 dB am Dämpfungsglied eingestellt. Dabei lässt sich die angebrachte Dämpfungskurve verwenden. Ein Channel des Oszilloskop wird nun über ein BNC-Kabel am „0-30 V, 50 Hz ~“ Ausgang des Netzteils angeschlossen. Ein zweiter Channel wird mit dem Detektor wie in Abbildung 4 erkennbar verbunden. Es lässt sich ein  $x$ - $y$  Diagramm von der am Netzteil einstellbaren Reflektorspannung  $U_R$  und der Mikrowellenamplitude  $U_D$  anzeigen. Das Oszilloskop wird so konfiguriert, dass die ganzen Peaks erkennbar und die Amplitude leicht ablesbar ist.

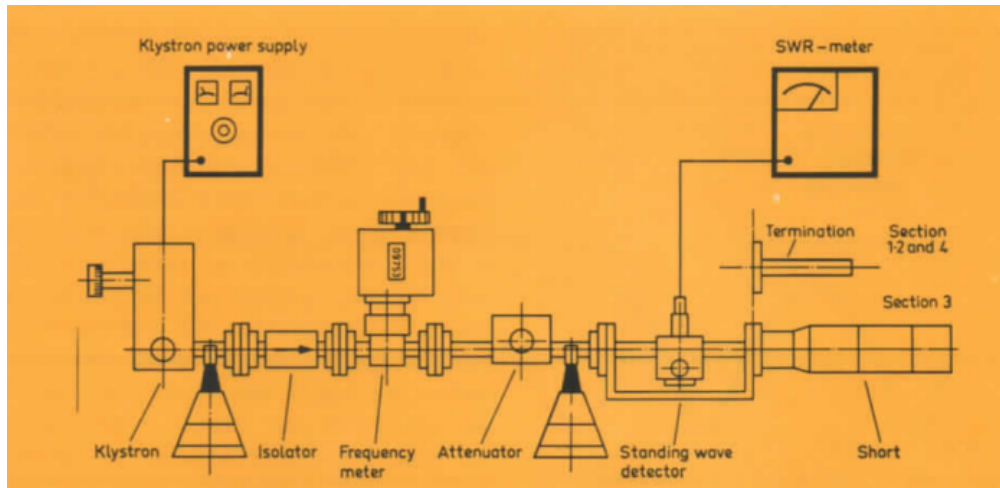
Nun lässt sich die erste Mode bei einer Reflektorspannung von  $U_R \approx 200\text{ V}$  finden. Dieser Peak wird auf dem Oszilloskop zentriert und somit lässt sich die Reflektorspannung  $U_R$  des Peaks bei genau diesem Punkt angeben. Sobald der Peak gefunden wurde, kann mit dem Frequenzmesser die Frequenz bestimmt werden. Dabei wird solange am Messgerät gedreht bis ein Dip in dem Peak der Mode entsteht. Dieser Messwert beschreibt nun also die Frequenz der Mode. Der Vorgang wird ebenfalls für die Ränder der Peaks gemacht und anschließend für zwei weitere Moden wiederholt.

### 3.2 Messung der Frequenz und Wellenlänge im Halbleiter

Um die Frequenz der Mikrowelle im Halbleiter zu messen, wird ein SWR-Meter verwendet, dazu wird der Aufbau wie in Abbildung 5 erkennbar angepasst. Hinter dem Dämpfungsglied wird eine weitere Sonde eingebaut welche direkt mit dem SWR-Meter über ein BNC-Kabel verbunden ist.

Die Dämpfung wird nun auf 20 dB eingestellt und am SWR-Meter wird die Dämpfung auf 40 dB angepasst. Da die Detektorsonde keine Frequenzen im Gigahertzbereich detektieren kann wird das Signal mit einer 1 kHz Rechteckspannung moduliert. Mit der verschiebbaren Sonde wird nun eine Stelle gesucht, bei der am SWR-Meter ein Maximum erkennbar ist. An dieser Stelle wäre jetzt am Oszilloskop ein Wellenberg erkennbar und die Frequenz lässt sich wieder über den Frequenzmesser durch Verschiebung des Dips bestimmen.

Für die Bestimmung der Wellenlänge genügt in der Theorie auch die Frequenz, dafür muss allerdings die Dispersion bekannt sein. Um die Wellenlänge im Hohlleiter dennoch auch ohne bekannte Dispersion experimentell bestimmen zu können, wird das Prinzip der stehenden Wellen ausgenutzt. Am Ende des Aufbaus wird der Mikrowellenabschluss mit einem Kurzschluss gewechselt. In dem Hohlleiter bildet sich nun eine stehende Welle und die Wellenlänge lässt sich so genauer bestimmen. Die Sonde wird dazu so verschoben,



**Abbildung 5:** Aufbau zur Bestimmung der Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung.  
Abbildung nach [1].

dass ein Minimum oder Maximum am SWR-Meter zu erkennen ist. Anschließend wird das daneben liegende Extremum gleicher Art gesucht. Beide Positionen der Sonde werden notiert.

### 3.3 Dämpfungsmessung

Für die Messung der Dämpfung des eingebauten Dämpfungsglieds wird der Kurzschluss wieder mit dem Abschluss getauscht. Zunächst wird die Schraube komplett herausgedreht, sodass in der Theorie, keine Dämpfung stattfindet. Das SWR-Meter wird auf 30 dB eingestellt und so konfiguriert, dass eine Dämpfung von Null angezeigt wird. In 2 dB Schritten wird nun bis 10 dB die Mikrometereinstellung des Dämpfungsglieds notiert.

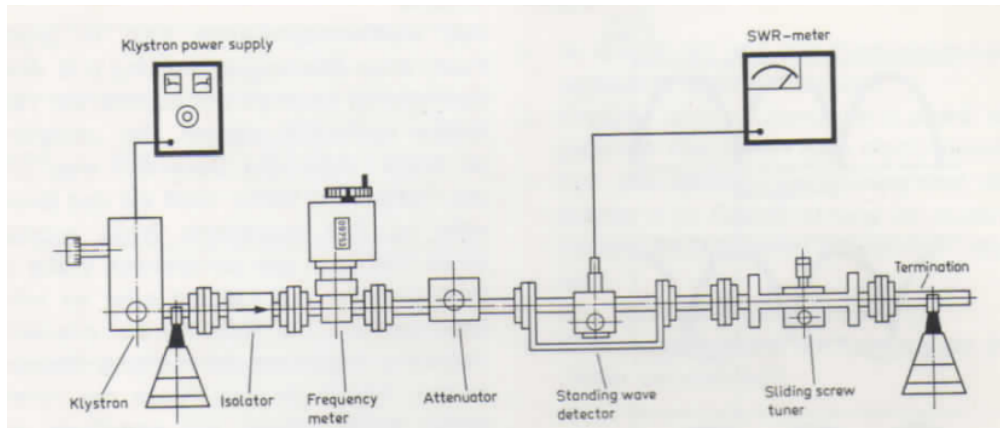
### 3.4 Stehwellenverhältnismessung

In dem Versuch werden drei verschiedene Methoden zur Bestimmung des Stehwellenverhältnis von Mikrowellen in Hohlleitern untersucht.

#### 3.4.1 Direkte Methode

Um das Stehwellenverhältnis zu messen, liegt eine Methode nach den vorherigen Durchführungen nahe. Das verwendete SWR-Meter lässt sich direkt zur Messung des Stehwellenverhältnisses nutzen. Der Aufbau wird um ein Gleitschraubentransformator erweitert und der Kurzschluss mit dem Abschluss getauscht. Dieser Aufbau ist in Abbildung 6 zu erkennen.

Der Abschwächer wird wieder auf 20 dB und das SWR-Meter auf 40 dB eingestellt. Der Gleitschraubentransformator wird zunächst komplett herausgedreht und die Reflektorspannung wieder mit 1 kHz moduliert. Nun wird mit ansteigender Gleitschraubentiefe



**Abbildung 6:** Aufbau zur Bestimmung des Stehwellenverhältnisses. Abbildung nach [1].

in 2 mm Abständen der SWR-Wert notiert.

### 3.4.2 3 dB-Methode

Für diese Messmethode wird der Gleitschraubentransformator auf 9 mm gestellt und die Sonde so verschoben, dass ein Minimum am SWR-Meter angezeigt wird und die Verstärkung auf 3 dB kalibriert. Dies hat zur Folge, dass sobald die Verstärkung auf 0 dB steht eine doppelte Leistung gemessen wird. Die beiden Stellen, links und rechts, neben diesem Minimum werden abgefahren und die Distanz notiert. Da für die Berechnung auch die Wellenlänge der Mikrowelle wichtig ist, wird hier nochmal die Wellenlänge über die Abstände zweier Minima berechnet. Diese Stellen werden also ebenfalls festgehalten.

### 3.4.3 Abschwächermethode

Bei der Abschwächermethode bleiben die vorherigen Einstellungen der Geräte beibehalten und der Gleitschraubentransformator auf 9 mm belassen. Gesucht sind die einstellbaren Abschwächungen des Dämpfungsglieds bei denen der SWR-Meter ein gleiches Stehwellenverhältnis bei relativen Maximum und Minimum besitzt. Diese Differenz gibt also die Verstärkung der gemessenen Leistung an und kann somit auf das Stehwellenverhältnis zurückgeführt werden. Mit der Sonde wird ein Minimum abgefahren und das SWR-Meter so eingestellt, dass eine Verstärkung von 3 dB angezeigt wird. Die eingestellte Dämpfung wird notiert und anschließend wird das relative Maximum über die Sonde gefunden. Die Dämpfung wird solange geändert bis wieder eine 3 dB Verstärkung zu sehen ist.

## 4 Auswertung

### 4.1 Modenanalyse und Bandbreite

Die Spannungsmesswerte zur Darstellung der einzelnen Moden im Hohlleiter sind in den Tabellen 5 und 6 aufgelistet. Nun kann die gemessene Mikrowellenspannung, welche proportional zur Leistung ist, in Abhängigkeit der Reflektorspannung aufgetragen werden. Durch die drei Messwerte pro Mode werden jeweils Polynome zweiten Grades gefittet. Die Messwerte werden also interpoliert. Die Form sieht also folgendermaßen aus

$$U_m = A \cdot U_r^2 + B \cdot U_r + C.$$

Über einen Curvefit mit der Bibliothek Scipy [2] werden diese Koeffizienten bestimmt. Die jeweiligen Konstanten sind für die einzelnen Moden in der Tabelle 1 angegeben.

**Tabelle 1:** Koeffizienten der Ausgleichspolynome der Moden.

Mode	A [1/V]	B	C [V]
1	−0,0016	0,6563	−68,7500
2	−0,0005	0,1335	−8,7400
3	−0,0012	0,1657	−5,7400

Ebenfalls können die Frequenzshifts der einzelnen Moden aus den Tabellen 5 und 6 geplottet werden. Hier kann wieder eine Ausgleichsrechnung anhand eines Polynom zweiten Grades der Form

$$\Delta f = \tilde{A} \cdot U_r^2 + \tilde{B} \cdot U_r + \tilde{C}$$

durchgeführt werden. Die ermittelten Koeffizienten sind in der Tabelle 2 aufgetragen.

**Tabelle 2:** Koeffizienten der Ausgleichspolynome der Frequenzshifts.

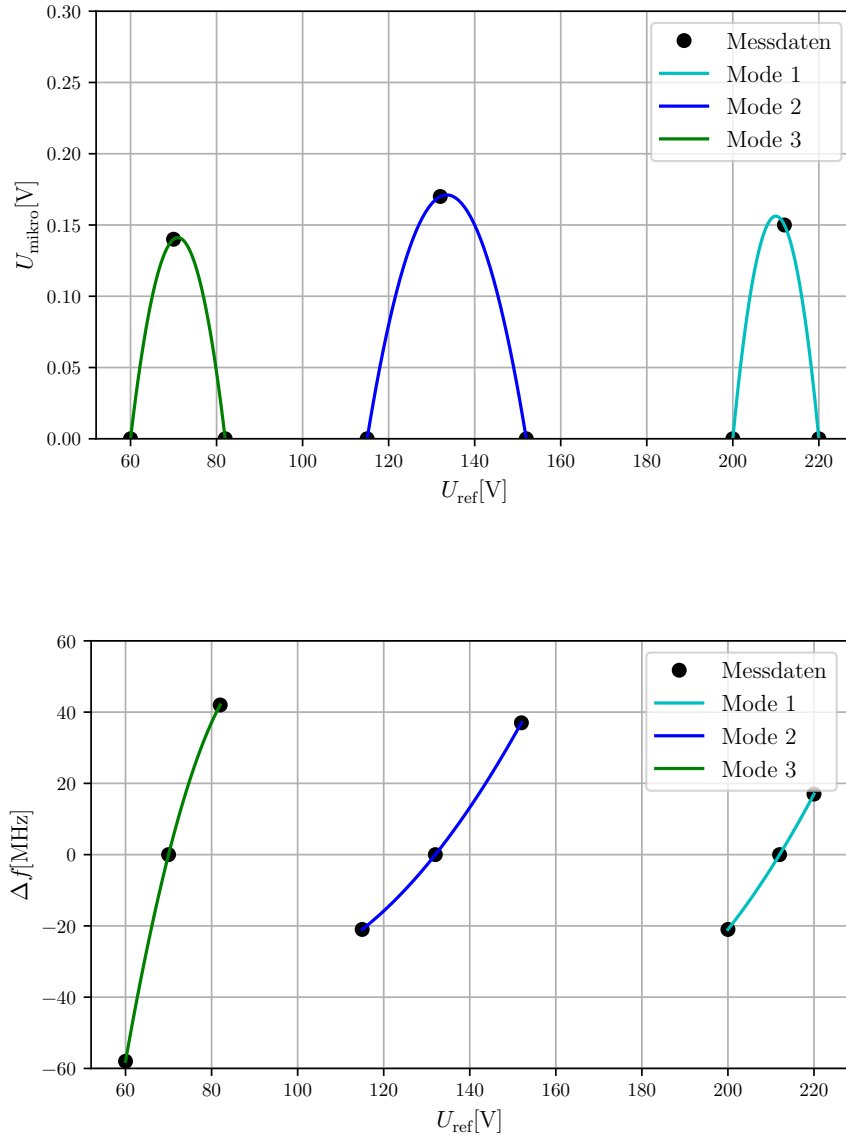
Mode	$\tilde{A}$ [MHz/V <sup>2</sup> ]	$\tilde{B}$ [MHz/V]	$\tilde{C}$ [MHz]
1	0,0188	−5,9500	424,0000
2	0,0166	−2,8683	89,1367
3	−0,1045	19,3909	−845,0909

Die Abbildung 7 zeigt nun die Messwerte sowie die passenden Ausgleichspolynome. Diese lassen bereits auf die Bandbreite schließen. Um diese zu berechnen werden die um die Hälfte reduzierten maximalen Spannungen jeder Mode benötigt. Diese können gemessen oder beispielsweise über die zuvor bestimmten Ausgleichsfunktionen genähert werden. Für die Bandbreite  $B$  gilt ganz allgemein

$$B = f' - f'' \quad (6)$$

und die Abstimm-Empfindlichkeit  $A$  ist definiert als

$$A = \frac{f' - f''}{V' - V''}. \quad (7)$$



**Abbildung 7:** Der obere Graph stellt die parabelähnlichen, gefundenen Ausgleichsfunktionen zur Bestimmung der Detektorspannung dar. Die schwarzen Punkte sind die gefundenen Messwerte bei entsprechender Reflektorspannung  $U_{ref}$  in Volt. Durch die gefundenen Parameter in 1 lässt sich so eine Funktion finden, die den Verlauf wiedergibt. Analog für die Frequenzbestimmung formen die gefundenen Parameter in 2 drei passende Ausgleichsfunktionen in einem passenden Intervall für die entsprechende Reflektorspannung  $U_{ref}$ . Durch eine vertikale Linie sind die Moden mit der zugehörigen Frequenzverschiebung verbunden.

Dabei gibt  $f'$  die halbe Maximumsfrequenz links vom Maximum und  $f''$  rechts davon an. Das gleiche gilt für die Spannungen  $V'$  und  $V''$ . Die über die Funktionen genäherten Werte sind in der Tabelle 3 angegeben. Aus diesen Werten lassen sich nun die Bandbreiten

**Tabelle 3:** Koeffizienten der Ausgleichspolynome der Frequenzshifts.

Mode	$f'$ [MHz]	$f''$ [MHz]	$V'$ [V]	$V''$ [V]
1	9019,40	9046,80	202,79	217,21
2	9022,61	9063,76	120,38	146,63
3	9007,77	9076,90	63,19	78,18

und Abstimm-Empfindlichkeit leicht über die Gleichungen 6 und 7 berechnen. In der folgenden Tabelle 4 sind die Ergebnisse notiert.

**Tabelle 4:** Bandbreiten und Abstimm-Empfindlichkeiten.

Mode	Bandbreite $B$ [MHz]	Abstimm-Empfindlichkeit $A$ [MHz/V]
1	27,40	1,90
2	41,15	1,57
3	69,13	4,61

Aus der vorherigen Modenanalyse lässt sich nun auch die Länge zwischen Hohlraumresonator und Reflektoranode  $L$  berechnen. Dazu müssen die Moden bekannt sein. Die höchste Reflektorspannung bei der eine Mode erkennbar ist, sollte also die kleinste aller gemessenen Moden sein. Da wir mit dem Detektor nur das elektrische Feld messen, verwenden wir hier also die Moden  $\mathbf{TE}_{n,0}$ . Die beschleunigten Elektronen haben durch das Beschleunigungsgitter eine mittlere Geschwindigkeit erhalten. Dies lässt sich aber auf das neutral modulierte Elektron, um welches sich das Bündel bildet, mit Geschwindigkeit  $v_n$  beschränken. Jene die eine höhere Geschwindigkeitsmodulation erfahren haben, werden statistisch von denen die abgebremst werden, herausgekürzt. Dies gilt nur für eine rein sinusförmige Schwingung im Resonator. Die mittlere Geschwindigkeit hinter dem Gitter lässt sich also durch ein Elektron ohne Geschwindigkeitsmodulation beschreiben. Es gilt

$$e \cdot U_B = \frac{1}{2} m_e v_n^2. \quad (8)$$

Die Flugdauer der Elektronen lässt sich angeben durch

$$\frac{t_0}{2} = \frac{v_n}{a}, \quad (9)$$

dabei ist  $a$  die Beschleunigung, welche durch die angelegten Spannungen induziert wird. Aus der Energiebetrachtung

$$m_e a \cdot L = e \cdot (U_b + U_R) \quad (10)$$

lässt sich nun  $a$  berechnen. Mit  $v_n$  aus Gleichung 8 und  $a$  aus Gleichung 10, sowie der Beziehung 2 folgt nun

$$\left(n + \frac{3}{4}\right) T = 2 \sqrt{\frac{2eU_b}{m_e}} \cdot \frac{m_e L}{e(U_b + U_R)}.$$

Eine Umformung nach  $L$  liefert

$$L = \sqrt{\frac{e}{2m_e U_b}} \cdot \frac{(U_b + U_R)}{2f} \cdot \left(n + \frac{3}{4}\right). \quad (11)$$

Um die Länge jedoch unabhängig von der Modenzahl zu bestimmen, lässt sich die Differenz zwischen der Mode  $n + 1$  und  $n$  bilden und nach  $L$  umformen. Es ergibt sich

$$L = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{2m_e U_b}} \cdot \left( \frac{f_{n+1}}{U_b + U_{R,n+1}} - \frac{f_n}{U_b + U_{R,n}} \right)^{-1} \quad (12)$$

Es lässt sich somit also auch wieder die Modenzahl  $n$  bestimmen, da eine Berechnung von  $L$  ohne  $n$ -Abhängigkeit möglich ist. Durch Umformung von Gleichung 11 nach  $n$  ergibt sich

$$n = 2 \left( \sqrt{\frac{2m_e U_b}{e}} \cdot \frac{fL}{U_b + U_R} - \frac{3}{8} \right). \quad (13)$$

Die erste Mode wurde bei einer Reflektorspannung von  $U_R = 212 \text{ V}$  gefunden. Die Spannung des Beschleunigungsgitter  $U_b$  beträgt nach [1]  $300 \text{ V}$ . Dann ergibt sich nach Gleichung 12 eine Resonatorlänge von

$$L = 2,616 \text{ mm}. \quad (14)$$

Die Moden lassen sich nun ebenfalls über Gleichung 13 bestimmen, dabei gibt der Index die jeweilige Messreihe an

$$\begin{aligned} n_1 &= 4,642, \\ n_2 &= 5,642, \\ n_3 &= 6,523. \end{aligned}$$

## 4.2 Bestimmung von Frequenz, Wellenlänge und Dämpfung

Aus den gemessenen Abständen zwischen den Minima der stehenden Wellen im Hohlleiter lässt sich die Wellenlänge im Hohlleiter  $\lambda_h$  über

$$\Delta x = \frac{\lambda_h}{2}$$

berechnen. Mit den Messwerten aus Tabelle 7 und einer zusätzlichen Messunsicherheit von 0,3 mm ergibt sich dadurch ein Wert von

$$\lambda_h = (49,0 \pm 0,8) \text{ mm.}$$

Zusammen mit der gegebenen Innenabmessung der längeren Seite des Hohlleiters

$$a = (22,860 \pm 0,046) \text{ mm}$$

lässt sich nun über die Gleichung 3, die Frequenz der longitudinalen Komponente berechnen. Es ergibt sich

$$f_h = (8,97 \pm 0,07) \text{ GHz.}$$

Über die klassische Beziehung

$$v_{\text{phase}} = f_h \cdot \lambda_h$$

lässt sich ebenfalls noch die Phasengeschwindigkeit bestimmen und es zeigt sich, dass mit

$$v_{\text{phase}} = (1,466 \pm 0,014) c$$

die Phasengeschwindigkeit schneller als die Lichtgeschwindigkeit  $c$  ist.

Für die Bestimmung der Dämpfungskurve werden die gemessenen dB und Gleitschraubentiefwerte aus der Tabelle 8 in ein Diagramm geplottet. Dafür wird wie zuvor ein Polynom zweiten Grades an die Theoriewerte gefittet. Die Form sieht wieder wie folgt aus

$$D = ax^2 + bx + c.$$

Dabei steht das  $D$  für die Dämpfung in dB und die ermittelten Koeffizienten sind

$$\begin{aligned} a &= (1,70 \pm 0,19) \frac{\text{dB}}{\text{mm}^2}, \\ b &= (0,46 \pm 0,45) \frac{\text{dB}}{\text{mm}}, \\ c &= (0,03 \pm 0,24) \text{ dB.} \end{aligned}$$

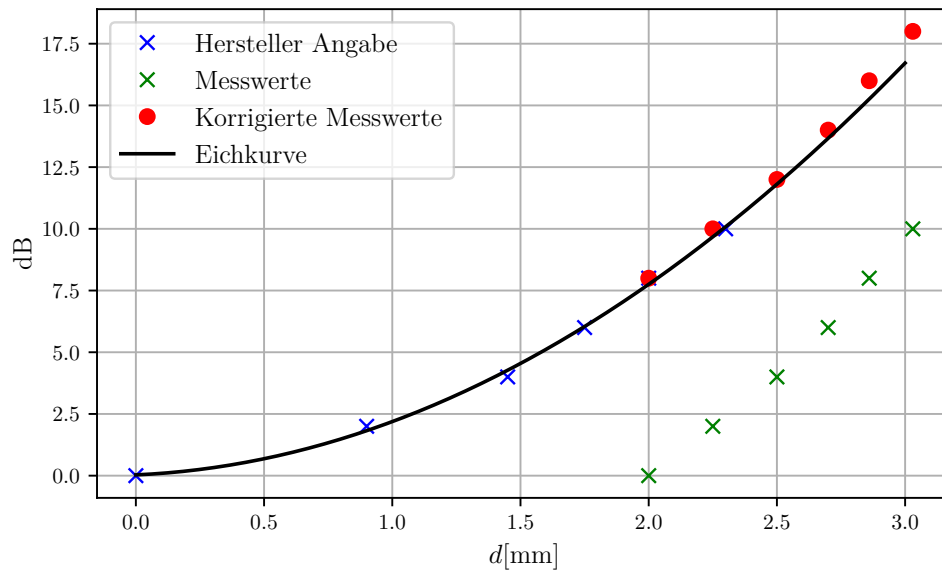
Die gemessenen Werte, sowie das Ausgleichspolynom sind in der Abbildung 8 zu erkennen. Erkennbar ist der Offset zwischen den gemessenen und den theoretischen Werten, weshalb ebenfalls korrigierte Messwerte aufgetragen wurden. Diese werden in der Diskussion näher erläutert.

## 4.3 Stehwellenverhältnismessung

### 4.3.1 Direkte Methode

Die Ergebnisse der direkten Methode sind in der Tabelle 9 eingetragen. Sie dienen nachher als Vergleich zu den anderen Messmethoden.





**Abbildung 8:** Abbildung zur Dämpfungskurve mit den gemessenen und Theoriewerten, sowie einem Ausgleichspolynom. Ergänzt wurden die korrigierten Messwerte.

#### 4.3.2 3 dB-Methode

Alle Messungen zur 3 dB-Methode sind in der Tabelle 10 aufgetragen. Hier wird wieder die Hohlleiterwellenlänge  $\lambda_h$  benötigt welche wieder über die vorherige Methode der stehenden Welle zu

$$\lambda_h = 2 \cdot (\text{Min}_2 - \text{Min}_1) = 47,60 \text{ mm}$$

bestimmt wird. Über die Gleichung 4 lässt sich nun ein Stehwellenverhältnis von

$$\text{SWR} = 8,987$$

berechnen.

#### 4.3.3 Abschwächer-Methode

Die für diese Methode nötigen Messwerte werden der Tabelle 11 entnommen.  $A_1$  und  $A_2$  stehen für die gemessenen Dämpfungen bei den verschiedenen Einstellungen und führen mit der Gleichung (5) zu dem Stehwellenverhältnis von

$$\text{SWR} = 14,125.$$

## 5 Diskussion

Zunächst lässt sich folgendes an dem Versuchsaufbau und der Durchführung anmerken. An jeder Stelle, bei der ein weiteres Messgerät eingebaut ist, entstehen mögliche Reflekti-

onsstellen, die mögliche Ungenauigkeiten liefern. Daher ist es wichtig, die Verstärkung am SWR-meter in Zusammenhang mit der einstellbaren Dämpfung am Dämpfungsglied richtig zu kalibrieren.

Die einzelnen Bauelemente sollten ebenfalls immer gut verschraubt sein. Dies ist leicht zu bemerken, wenn der Hohlleiter bewegt wird und anschließend am SWR-meter eine große Schwankung entsteht. Unterstützt werden kann dies mit Halterungen unter den Bauelementen, um ein Absinken und dadurch auftretende Spalte zu vermeiden.

Über die Genauigkeit von beispielsweise Einweggleichrichter, sowie Abschluss lässt sich nicht viel sagen. Die Werte bei herausgedrehter Dämpfung scheinen allerdings nicht stark gestört zu sein.

Bei der Bestimmung der einzelnen Moden ließen sich die Mikrowellenspannungen gut am Oszilloskop ablesen und deuten auf keine großen systematischen Fehler. Das gleiche gilt für die Frequenz nach dem Frequenzmessgerät, welches gut eingestellt werden konnte. Die Ergebnisse zeigen, wie zu erwarten war, höhere Modenzahlen für kleinere Reflektorspannungen. Es zeigt sich, dass die erste Mode bereits einer höheren Hohlleitermode von  $n > 4$  entspricht. Die Bandbreite nimmt mit steigender Mode zu, wie in der Tabelle 4 zu erkennen ist. Eine Modenanalyse mit diesem Messprinzip scheint also sinnvolle Ergebnisse zu liefern. Dennoch sind drei Messwerte pro Mode das mindeste für die Bestimmung eines brauchbaren Ausgleichspolynoms und könnte somit beliebig erhöht werden.

Die Frequenz und Wellenlängenmessungen beruhen alle auf nur zwei Messwerten, sorgen somit also für besonders hohe methodische Ungenauigkeiten. Es gibt keinen Grund diesen Wert als nicht tragbar anzusehen, allerdings ist es sinnvoll, beliebig viele weitere Minima zu messen und über diese zu mitteln. Der Fehler auf die gegebene Innenhohlleiterabmessung  $a$  entspricht hier die Ungenauigkeit auf die Messung mit einer Schieblehre. Die errechnete Hohlleiterfrequenz von  $f_h = (8,968 \pm 0,010)$  GHz. scheint allerdings sehr plausibel. Die prozentuale Abweichung zur Messung mit dem Frequenzmessgerät beträgt  $\Delta f = (0,75 \pm 0,11) \%$ .

Bei der Auswertung der Dämpfungskurve zeigt sich deutlich, dass das SWR-meter bei herausgedrehter Dämpfung nicht perfekt auf 0 dB kalibriert wurde. Dies liegt daran, dass die Dämpfungskurve zunächst langsam ansteigt und somit die ersten Werte nahezu Null anzeigen. Der Nullpunkt lässt sich somit nur sehr ungenau bestimmen, was in der Grafik 8 zu sehen ist. Eine Möglichkeit, um den Offset zu verringern, wäre beispielsweise eine feste Dämpfung am Dämpfungsglied einzustellen und diese am SWR-meter so umzustellen, dass sie als genau diese angezeigt wird. Danach kann zurück zu 0 dB gedreht werden und es lässt sich ein nur geringer Offset vermuten. In unserem Fall beträgt der Offset knapp 8 dB. Diese Werten liegen dennoch sehr gut auf der ermittelten Ausgleichskurve.

Die drei verwendeten Methoden zur Bestimmung des Stehwellenverhältnisses zeigen unterschiedliche Genauigkeiten in verschiedenen Messbereichen. Dabei ist die direkte Methode besser verwendbar für kleinere Dämpfungen und die 3 dB, sowie Abschwächermethode für größere. In der Theorie sollten bei dem Aufbau der direkten Methode

keine Reflektionen auftreten, die Messsonde zeigt somit nur kleine Änderungen des SWR-Werts bei Verschiebung der Sonde. Durch die eingebauten Geräte kommt es dennoch bereits zu Reflexionsmöglichkeiten, somit muss der SWR-Meter in diesem Zustand auf ein Stehwellenverhältnis von 1,0 kalibriert werden. Da die direkte Methode für größere Dämpfungen keine guten Angaben macht ist unter anderem an dem Messwert für die Gleitschraubentiefe von 9 mm bei der direkten Methode im Vergleich zu den anderen erkennbar. Sie liefert dort ein SWR von  $\infty$  während die beiden anderen Methoden noch konkrete Werte geben. Über die Notwendigkeit der Messwerte für  $\text{SWR} > 10$  lässt sich allerdings streiten, da elektrische Leiter mit solchen SWR-Werten in der Anwendung bereits unbrauchbar sind.

Die prozentuale Abweichung auf das SWR zwischen 3 dB, und Abschwächermethode beträgt 36,38 % wie in der Tabelle 12 eingetragen.

## 6 Anhang

**Tabelle 5:** Gemessene Reflektorspannung mit zugehörigen Amplitudenmaxima der Detektorspannung und Frequenz beim Abtasten nach einzelnen Moden in einem Spannungintervall von 50-250V.

Mode	Reflektorspannung $U_R$ [V]	Detektorspannung $U_{\text{Mikrowelle}}$ [mV]	Frequenz $f$ [MHz]
1	212	150	9036
2	132	170	9038
3	80	140	9045

**Tabelle 6:** Gemessene Reflektorspannung und Frequenz an den linken und rechten Rändern der einzelnen Moden in einem Spannungintervall von 50-250V.

	linker Rand		rechter Rand	
Mode	Spannung $U_{lM}$ [V]	Frequenz $f_{lM}$ [MHz]	Spannung $U_{rM}$ [V]	Frequenz $f_{rM}$ [MHz]
1	220	9053	200	9015
2	152	9075	115	9017
3	82	9087	60	8987

**Tabelle 7:** Abstände der gefunden Minima mit der errechneten Differenz.

Minimum	Abstand $d$ [mm]	Differenz der Abstände $\Delta d$ [mm]
1	51,00	24,5
2	75,50	

**Tabelle 8:** Messreihe zur Bestimmung und Überprüfung der Dämpfung des Dämpfungsglieds mit Hilfe der SWR.

SWR - Ausschlag [dB]	Mikrometereinstellung [mm]	Maße aus Eichkurve [mm]
0	2,00	0,00
2	2,25	0,90
4	2,50	1,45
6	2,70	1,75
8	2,86	2,00
10	3,03	2,30

**Tabelle 9:** Stehwellenmessung direkt mit dem SWR - Messgerät.

	3	5	7	9
SWR	1,06	1,3	2,8	$\infty$

**Tabelle 10:** Stehwellenmessung mit der 3-dB-Methode.

Abstand $d_1$ [mm]	Abstand $d_2$ [mm]	Min <sub>1</sub> [mm]	Min <sub>2</sub> [mm]	$\lambda_h$ [mm]	SWR
63,5	61,8	67,0	90,8	23,8	

**Tabelle 11:** Stehwellenmessung mit der Abschwäche-Methode.

$A_1$ [dB]	$A_2$ [dB]	$A_2 - A_1$ [mm]	SWR
20	43	23	14,13

**Tabelle 12:** Vergleich der Stehwellenverhältnisse bei einer Gleitschraubentiefe von 9 mm.

Methode	SWR	Abweichung	SWR <sub>3dB</sub> $\sim$ SWR <sub>A</sub>	[%]
3 dB-Methode	8.987		36.38	
Abschwächer-Methode	14.125			
Direkt	$\infty$			

## Literatur

- [1] *Experimente mit Mikrowellen 1*. Philips. 2021.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.