

V602

# **Röntgenemission und -absorption**

Julian Hochhaus  
julian.hochhaus@tu-dortmund.de

Niko Salewski  
niko.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 23.05.2017

Abgabe: 30.05.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	5
3.2 Versuchsbeschreibung . . . . .	6
3.2.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .	6
3.2.2 Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre . . . . .	6
3.2.3 Das Absorptionsspektrum . . . . .	6
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung . . . . .	8
4.2 Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre . . . . .	9
4.3 Das Absorptionsspektrum . . . . .	11
4.3.1 Absorber Zink . . . . .	11
4.3.2 Absorber Germanium . . . . .	12
4.3.3 Absorber Brom . . . . .	13
4.3.4 Absorber Zirkonium . . . . .	14
4.3.5 Absorber Gold . . . . .	15
4.3.6 Bestimmung der Rydbergkonstante . . . . .	15
<b>5 Diskussion</b>	<b>17</b>
<b>Literatur</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

Im vorliegenden Versuch wird das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre sowie das Absorptionsspektrum verschiedener Materialien untersucht.

# 2 Theorie

Unter Röntgenstrahlen werden elektromagnetische Strahlen im Wellenlängenbereich von etwa 1 pm bis 10 nm verstanden. Zur Erzeugung von Röntgenstrahlen werden Elektronen aus einer Glühkathode emittiert und innerhalb einer evakuierten Röhre zu einer Anode hin beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Anode werden die Elektronen abgebremst und geben ihre kinetische Energie zum einen als Wärmeenergie und zum anderen als elektromagnetische Strahlung ab.

Das entstehende sogenannte Bremsspektrum ist kontinuierlich, da die auftreffenden Elektronen sowohl nur einen Teil, als auch ihre gesamte kinetische Energie als elektromagnetische Strahlung, also als Photon emittieren können. Die maximal übertragene Energie beträgt  $E_{\max} = e_0 U_B = h\nu$ . Für die minimale Wellenlänge der emittierten Photonen ergibt sich daher

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (1)$$

Wird an die Glühkathode der Röntgenröhre eine größere Heizspannung angelegt, ergibt sich keine Änderung des kontinuierlichen Bremsspektrums, lediglich die Intensität des Photonenstroms wird größer.

Zudem kann Röntgenstrahlung auch auf eine zweite Art beim Auftreffen von Elektronen an der Anode erzeugt werden

Ein freies Elektron stößt hierbei gegen ein gebundenes Elektron auf einer inneren Schale eines Atoms des Anodenmaterials. Dieses wird herausgelöst und ein Elektron von einer äußeren Schale rückt in die entstehende Lücke nach. Es wird ein Photon emittiert, dessen Energie der Energiedifferenz  $h\nu = E_m - E_n$  zwischen den beiden Schalen entspricht. Im sogenannten charakteristischen Spektrum zeigen sich scharfe Linien mit materialspezifischer Charakteristik.

Diese Linien werden mit  $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$  bezeichnet. Dem griechischen Buchstaben kann dabei entnommen werden, von welcher Schale das zurückfallende Elektron stammt. Der Großbuchstabe bezeichnet die Schale auf der der Elektronenübergang endet. Aufgrund von Wechselwirkungen zwischen den Elektronen wird die anziehende Wechselwirkung zwischen dem Atomkern und einem Elektron verringert. Für die Bindungsenergie  $E_n$  eines Elektron auf der n-ten Schale gilt:

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

Hierbei ist  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$  die Rydbergenergie. Die Abschirmung wird berücksichtigt über die Verwendung der effektiven Kernladung  $Z_{\text{eff}} = z - \sigma_n$ . Es ist  $\sigma_n$  die Abschirmungskon-

stante. Die Abschirmkonstante lässt sich schließlich berechnen über:

$$\sigma_n = z - \sqrt{\frac{n^2 E_n}{R_\infty}}. \quad (3)$$

Dies ist allerdings nur eine Näherung. Wird eine Näherung höherer Ordnung betrachtet, ergibt sich für die Abschirmkonstante:

$$\sigma_k = z - \sqrt{\frac{E_k}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 \cdot z^4}{4}}. \quad (4)$$

Das charakteristische Spektrum hat aufgrund von unterschiedlichen Bahndrehimpulsen und Elektronenspin eine Feinstruktur, welche sich für jede charakteristische Linie des Spektrums in Abhängigkeit von der Anzahl der Elektronen auf der jeweiligen betrachteten Elektronenschale in einzelne Linien aufspaltet. Die Feinstruktur lässt sich allerdings im vorliegenden Experiment nicht auflösen.

Bei der Absorption von Röntgenstrahlen treten drei Effekte auf. Im vorliegenden Experiment können allerdings nur zwei dieser Effekte aufgrund der zu geringen Energie der verwendeten Röntgenstrahlen von unter 1 MeV nachgewiesen werden. Nicht beobachtet werden kann die Paarbildung. Bei dieser wird aus einem energiereichen Photon ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Bei den vorliegenden Energien sind dagegen der Photoeffekt und der Compton-Effekt die dominanten Prozesse. Der Photoeffekt tritt auf, sobald ein Photon mindestens die Bindungsenergie eines Hüllenelektron aufweist. Das Hüllenelektron wird dann aus seiner Bindung geschlagen. Die übrigbleibende Energie nach Überwindung der Bindungsenergie erhält das Elektron als kinetische Energie. Beim Compton-Effekt findet ein als elastisch angenommener Stoß zwischen dem Photon der Röntgenstrahlung und einem als annähernd frei angenommenen Elektronen des Absorbermaterials statt.

Hierbei gibt das Photon einen Teil seiner Energie an das Elektron ab und wird an diesem gestreut. Das Elektron kann sich nun mit der übertragenen Energie fortbewegen. Da allerdings nur lose gebundene Elektronen, zum Beispiel die Valenzelektronen, für den Compton-Effekt in Frage kommen, ist der Photoeffekt der dominante der beobachteten Prozesse.

Der Absorptionskoeffizient nimmt mit steigender Photonenenergie ab, steigt jedoch sprunghaft an, wenn das Energieniveau einer der Elektronenschalen des Atoms erreicht wird. Im Absorptionsspektrum bilden sich daher scharfe Absorptionskanten aus. Diese werden als  $K-$ ;  $L-$ ; ... Absorptionskanten bezeichnet, je nachdem von welcher Elektronenschale das ausgelöste Elektron stammt. Es bildet sich erneut eine Feinstruktur aus. Wird diese berücksichtigt, muss die Bindungsenergie über die Sommerfeldsche Feinstrukturformel berechnet werden:

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (5)$$

Es ist  $\alpha \approx \frac{1}{137}$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante,  $n$  die Hauptquantenzahl und  $j$  der Gesamtdrehimpuls des betrachteten Elektrons. Die Bestimmung der Abschirmkonstante  $\sigma_L$  aus der L-Kante ist unter Beachtung der Feinstruktur kompliziert, da hierfür die Abschirmzahlen jedes beteiligten Elektron betrachtet werden müssen.

Unter Verwendung der Energiedifferenz zwischen zwei L-Kanten  $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$  vereinfacht sich die Bestimmung der Abschirmkonstante zu

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Die Energie  $E$  der Röntgenstrahlung lässt sich über die Wellenlänge  $\lambda$  der Röntgenstrahlung über die Bragg'sche Reflexion bestimmen. Die Röntgenstrahlung fällt hierzu auf ein dreidimensionales Gitter mit einem bekannten Abstand  $d$  der Netzebenen (im vorliegenden Experiment ein LiF-Kristall). Die Photonen der einfallenden Röntgenstrahlen werden an jedem Atom des Gitters gebeugt, es findet somit eine Interferenz der an verschiedenen Netzebenen gebeugten Photonen statt. Beträgt der Gangunterschied zwischen zwei an verschiedenen Netzebenen reflektierten Strahlen ein  $n$ -Vielfaches der Wellenlänge des einfallenden Röntgenstrahls, so kommt es zu konstruktiver Interferenz. Um die Intensität der Strahlung zu messen, wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Für den sogenannten Glanzwinkel  $\theta$  unter dem der Strahl einfällt, kommt es zur konstruktiven Interferenz und es ergibt sich die Bragg-Bedingung, über die sich die Wellenlänge des einfallenden Strahls bestimmen lässt:

$$2d \sin \theta = n\lambda. \quad (7)$$

### 3 Durchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Dabei sind die wichtigsten Bestandteile die Kupfer-Röntgenröhre, ein Lithiumfluorid-Kristall und das Geiger-Müller-Zählrohr. Das Röntgengerät ist mit einem Rechner verbunden und kann mithilfe des Programms "Measure" bedient werden. Hier lässt sich der Kristallwinkel und der Drehmodus festlegen. Die Beschleunigungsspannung wird auf  $U_B = 35 \text{ kV}$  eingestellt. Es ist darauf zu achten, dass die Schlitzöffnung am Geiger-Müller-Zählrohr waagrecht ausgerichtet ist, damit nur ein Winkel gemessen wird und kein ganzes Spektrum. Bei den Messungen für die Untersuchung der Absorptionsspektren können die jeweiligen Absorber vor dem Geiger-Müller-Zählrohr angebracht werden.

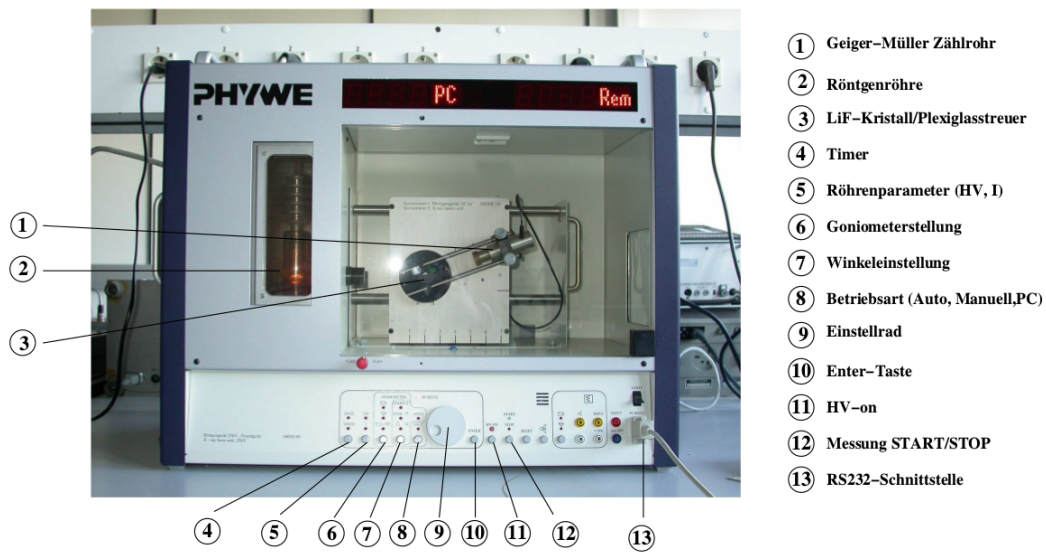


Abbildung 1: Aufbau der Versuchsanordnung. [5]

## 3.2 Versuchsbeschreibung

### 3.2.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung nach Formel (7) wird der feste Kristallwinkel  $\theta = 14^\circ$  eingestellt. Außerdem soll das Geiger-Müller-Zählrohr den Winkelbereich  $26^\circ \leq \alpha_{\text{GM}} \leq 30^\circ$  mit einer Schrittweite von  $\Delta\alpha = 0,1^\circ$  ablaufen. Als Integrationszeit pro Winkel werden  $\Delta t = 2\text{ s}$  verwendet. Die Messung kann gestartet werden und das Programm zeichnet die Anzahl der gemessenen Impulse in Abhängigkeit des vom Geiger-Müller-Zählrohr abgelaufenen Winkels auf.

### 3.2.2 Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

Bei der Bestimmung des Emissionsspektrums wird kein fester Kristallwinkel sondern der 2:1 Koppelmodus verwendet. Weiterhin wird der Winkelbereich  $4^\circ \leq \alpha_{\text{GM}} \leq 26^\circ$  mit einer Schrittweite von  $\Delta\alpha = 0,2^\circ$  bei einer Integrationszeit von  $\Delta t = 5\text{ s}$  eingestellt.

### 3.2.3 Das Absorptionsspektrum

Das Absorptionsspektrum soll für fünf verschiedene Absorber bestimmt werden. Davon sind vier Elemente mit Kernladungszahlen  $30 \leq Z \leq 50$  zu wählen. Hier stehen Germanium, Brom, Zink und Zirkonium zur Verfügung. Der weitere Absorber soll die Bedingung  $Z \geq 70$  erfüllen. Es wird Gold verwendet. Das Geiger-Müller-Zählrohr soll den Bereich  $\pm 2^\circ$  um den elementspezifischen, zuvor bestimmten Glanzwinkel ablaufen. Bei den Messungen wird eine Schrittweite von  $\Delta\alpha = 0,1^\circ$  und eine Integrationszeit von

$\Delta t = 20 \text{ sec}$  eingestellt.

## 4 Auswertung

In Tabelle 1 sind die Literaturwerte der verwendeten Absorber eingetragen. Die Literaturwerte für die Energien  $E_{\text{K,Lit}}$  wurden hierbei [1] entnommen. Aus der Bragg-Bedingung ergibt sich durch Umformen und Ausnutzung des Zusammenhangs  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c \cdot h}{E}$  für den Glanzwinkel

$$\theta = \arcsin \left( \frac{n \cdot \frac{c \cdot h}{E}}{2d} \right). \quad (8)$$

Die Abschirmkonstante wurde jeweils nach Formel (4) bestimmt. Hierbei wurde das

**Tabelle 1:** Literaturwerte zu den verwendeten Absorbern.

Absorber	$Z$	$E_{\text{Lit}}/\text{keV}$	$\theta_{\text{Lit}}$ in Grad	$\sigma_{\text{Lit}}$
Zn; K-Kante	30	9.65	18.6	3.57
Ge; K-Kante	32	11.10	16.09	3.68
Br; K-Kante	35	13.47	13.21	3.85
Zr; K-Kante	40	18.00	9.85	4.1
Au; L-II-Kante	79	13.73	12.95	56.85
Au; L-III-Kante	79	11.92	14.97	60.1

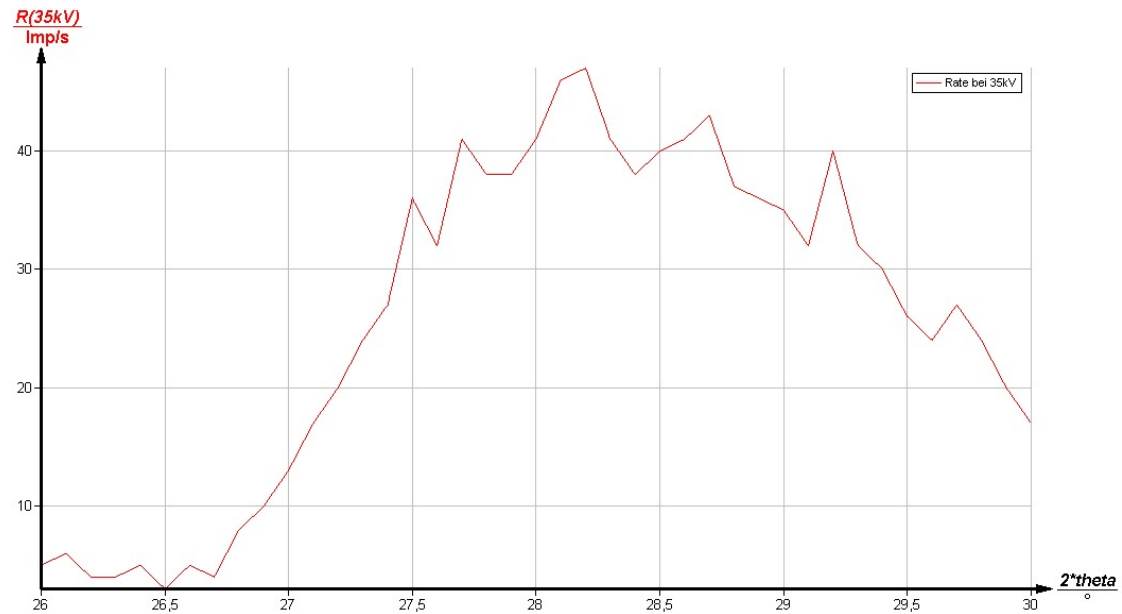
Plancksche Wirkungsquantum  $h$  nach [3], die Elementarladung nach [2] und die Lichtgeschwindigkeit nach [4] verwendet.

In den folgenden Messungen ergeben sich zum Teil Messunsicherheiten nur durch die Unsicherheit im Planckschen Wirkungsquantum. Da diese deutlich unterhalb der Messauflösung liegen, ist es nicht sinnvoll, diese Unsicherheit anzugeben, daher wird sie vernachlässigt.

Zudem wurden nach [6] die Literaturwerte für die Lage der Kennlinien bei einer Röntgenröhre mit Kupferanode verwendet, und erneut Glanzwinkel sowie Abschirmkonstante bestimmt. Die berechneten Theoriewerte finden sich in Tabelle 2.

**Tabelle 2:** Literaturwerte zur Lage der Kennlinien des charakteristischen Spektrums der Röntgenröhre bei Verwendung einer Kupferanode ( $Z = 29$ ).

Kennlinie	$E_{\text{K,Lit}}/\text{eV}$	$\theta_{\text{K,Lit}}$ in Grad	$\sigma_{\text{K,Lit}}$
$K_{,1}$	8048	22.49	4.87
$K_{,2}$	8028	22.55	4.9
$K$	8905	20.22	3.6



**Abbildung 2:** Gemessene Impulse in Abhängigkeit des abgelaufenen Winkels zur Überprüfung der Bragg-Bedingung.

#### 4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wird das Maximum der Messkurve in Plot 2 bestimmt. Um das Maximum möglichst genau bestimmen zu können sind die von der Messapparatur aufgenommenen Messdaten um das Maximum herum in Tabelle 3 aufgetragen. Das Maximum wird aus der Tabelle entnommen zu  $\alpha_{\max} = 2 \cdot \theta = 28.2^\circ$ . Da ein fester Kristallwinkel von  $\theta = 14^\circ$  für die Messung eingestellt wurde, entspricht das gefundene Maximum fast genau dem Sollwinkel von  $\alpha_{\text{Soll}} = 28^\circ$  und die Bragg-Bedingung kann bestätigt werden.



**Tabelle 3:** Aufgenommene Messdaten um das Maximum zur Bestätigung der Bragg-Bedingung.

$2 \cdot \theta / ^\circ$	Impulse/s
27,7	41,0
27,8	38,0
27,9	38,0
28,0	41,0
28,1	46,0
28,2	47,0
28,3	41,0
28,4	38,0
28,5	40,0
28,6	41,0
28,7	43,0

## 4.2 Das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

In Abbildung 3 ist das aufgenommene Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre dargestellt. Wie unschwer zu erkennen ist, war vor dem Geiger-Müller-Zählrohr bei der Messung des Emissionsspektrum noch ein Absorber angebracht, die benötigten Kennlinien des Emissionsspektrum sind dennoch ebenso wie der Grenzwinkel noch eindeutig zu erkennen. Die beiden sehr großen Abweichungen vom kontinuierlichen Bremsspektrum bei etwa  $\theta = 7^\circ$  und bei etwa  $\theta = 13,8^\circ$  sind durch den Absorber verursacht.

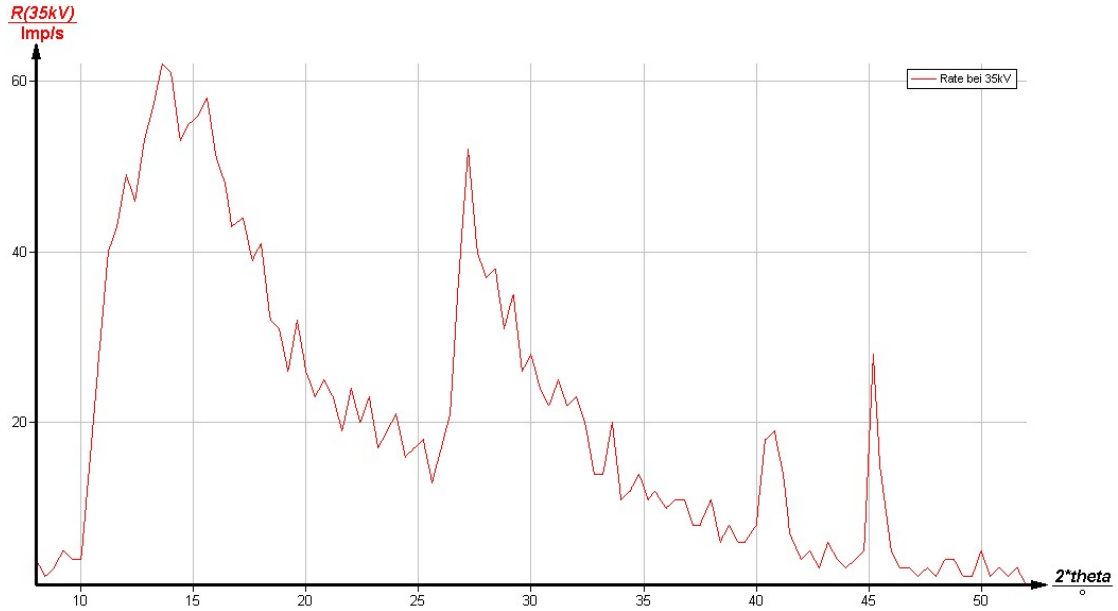
Aus den zu den Graphen gehörigen Messdaten wird das Maximum der  $K_\beta$ -Linie zu  $\theta = 20,4^\circ$  und das Maximum der  $K_\alpha$ -Linie zu  $\theta = 22,6^\circ$  bestimmt. Die zugehörigen Messdaten finden sich aus Übersichtlichkeitsgründen im Anhang. Der Beginn des Bremsspektrums wird nach den Messdaten bei  $\theta_{\text{Grenz}} = 5,2^\circ$  angenommen. Da das Bremsspektrum kontinuierlich ist, erstreckt es sich über alle Winkel größer dem Grenzwinkel. Über den Grenzwinkel lässt sich mit Formel (7) die minimale Wellenlänge der Röntgenstrahlung bestimmt. Es ergibt sich:

$$\lambda_{\min} = 36,5 \text{ pm.}$$

Über die Beziehung  $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$  ergibt sich die maximale Energie der Röntgenstrahlung zu:

$$E_{\max} = 33\,962 \text{ eV.}$$

Aus den Messdaten im Anhang wird die Halbwertsbreite beider sichtbarer Linien des charakteristischen Spektrums entnommen. Hierfür werden die Maxima der beiden Kennlinien bestimmt und in gemessenen Impulsen pro Sekunde angegeben. Diese liegen bei  $K_{\beta, \max} = 19 \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$  und  $K_{\alpha, \max} = 28 \frac{\text{Imp}}{\text{s}}$ . Da für die Höhe des halben Maximums jeweils keine Messpunkte vorliegen, wird zwischen den beiden umliegenden Messpunkten eine Ausgleichsgrade bestimmt und für die halbe maximale Höhe der jeweiligen Kennlinie ausgewertet. Die Energieauflösung des Versuchs wird als kleinste aufzulösende Energie



**Abbildung 3:** Aufgenommenes Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre.

**Tabelle 4:** Daten zur Berechnung der Halbwertsbreite.

Kennlinie	Steigung $m/\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	Achsenabschnitt $b/\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	$\theta$ in Grad	Energie $E_i/\text{eV}$
$K_{\alpha,1}$	57.5	-2571.0	22.48	8050.7
$K_{\alpha,2}$	20.0	-895.0	22.73	7967.9
$K_{\beta,1}$	25.0	-992.0	20.03	8986.7
$K_{\beta,2}$	23.3	-947.3	20.50	8787.8

definiert. Da im vorliegenden Versuch Röntgenstrahlen gemessen werden, wäre die kleinstmögliche Auflösung zwischen zwei Röntgenquanten verschiedener Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  gerade dadurch bestimmt, dass das Intensitätsmaximum von  $\lambda_1$  genau im Intensitätsminimum von  $\lambda_2$  liegen muss. Zwischen ihnen muss also genau die Wellenlängendifferenz vorliegen, die gleich der Halbwertsbreite des Intensitätsmaximum ist. Da die Wellenlänge verknüpft ist mit der Energie über  $\lambda = \frac{hc}{E}$ , gilt selbiges für die zugehörigen Energien. Daher ergibt sich mit den ermittelten Daten nach Tabelle 4 jeweils über  $\Delta E = E_2 - E_1$  die Energieauflösung der Messung. Die zu den Winkeln  $\theta$  gehörigen Energien  $E$  wurden erneut nach Formel (7) berechnet. Die Energieauflösung der Messung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\Delta E_\alpha &= 82,8 \text{ eV}, \\ \Delta E_\beta &= 198,9 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Mit der Energiedifferenz  $\Delta E_{\alpha-\beta}$  der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie ergibt sich die Abschirmkonstante schließlich nach Formel (4). Hierfür muss angenommen werden, dass  $E_{K_\beta} \approx E_K(\sigma_1)$  gilt. Damit ergibt sich für das Energieniveau  $E_K(\sigma_2) = E_{K_\beta} - E_{K_\alpha}$ . Es ergibt sich für die zugehörigen Abschirmzahlen aus den nach den Messdaten bestimmten Werten für  $\theta_\alpha = 22,6^\circ$  und  $\theta_\beta = 20,4^\circ$ :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 3,71, \\ \sigma_2 &= 21,86.\end{aligned}$$

### 4.3 Das Absorptionsspektrum

#### 4.3.1 Absorber Zink

Das Absorptionsspektrum von Zink ist in Abbildung 4 aufgetragen. Es ergibt sich die K-Kante bei dem Winkel

$$\theta_{\text{Zn,K}} = 18,8^\circ$$

als Mittelwert von  $18,6^\circ$  und  $19^\circ$ . Mit Formel (7) und dem Zusammenhang  $E = \frac{hc}{\lambda}$ , wobei  $h$  das Planck'sche Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist, lässt sich die Absorptionsenergie durch

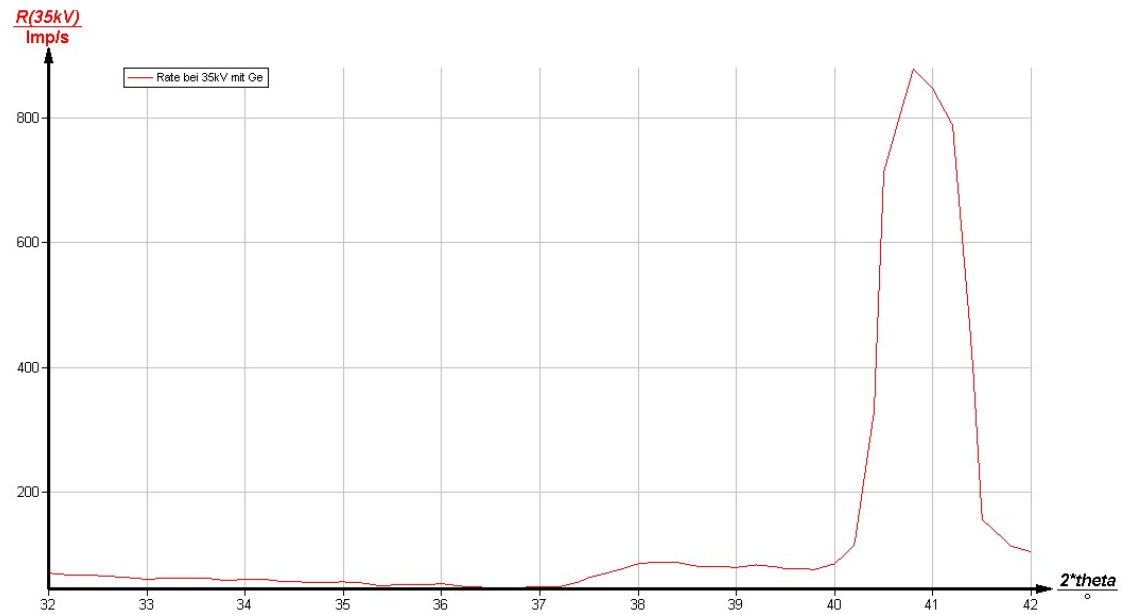
$$E = \frac{hc}{2d \sin \theta} \quad (9)$$

ermitteln. Damit ergibt sich die Absorptionsenergie von Zink zu

$$E_{\text{Zn,K}} = 9,55 \text{ keV}.$$

Mit Formel (4) ergibt sich die Abschirmkonstante von Zink zu

$$\sigma_{\text{Zn}} = 3,71.$$



**Abbildung 4:** Aufgenommenes Absorptionsspektrum mit dem Absorber Zink.

#### 4.3.2 Absorber Germanium

Das Absorptionsspektrum von Germanium ist in Abbildung 5 dargestellt. Es wird die K-Kante als Mittelwert von  $\theta_1 = 16,0^\circ$  und  $\theta_2 = 16,6^\circ$  zu

$$\theta_{\text{Ge,K}} = 16,3^\circ$$

bestimmt. Damit ergibt sich nach Formel (9) die Absorptionsenergie von Germanium zu

$$E_{\text{Ge,K}} = 10,97 \text{ keV.}$$

Weiterhin lässt sich mit Formel (4) die Abschirmzahl von Germanium zu

$$\sigma_{\text{Ge}} = 3,86$$

berechnen.

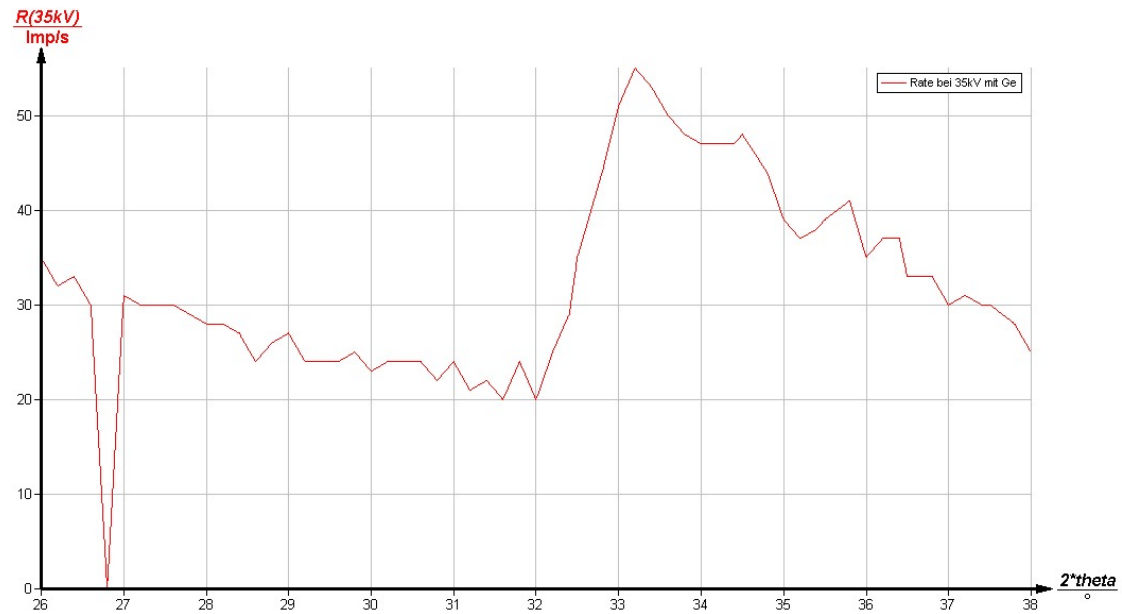


Abbildung 5: Aufgenommenes Absorptionsspektrum mit dem Absorber Germanium.

#### 4.3.3 Absorber Brom

Das Absorptionsspektrum von Brom ist in Abbildung 6 dargestellt. Es ergibt sich wieder analog wie bei Zink und Germanium die K-Kante als Mittelwert von  $13,1^\circ$  und  $13,6^\circ$  zu

$$\theta_{\text{Br,K}} = 13,35^\circ.$$

Damit ergibt sich die Absorptionsenergie mit Formel (9) zu

$$E_{\text{Br,K}} = 13,33 \text{ keV}.$$

Die Abschirmkonstante ergibt sich analog wie zuvor zu

$$\sigma_{\text{Br}} = 4,02.$$



Abbildung 6: Aufgenommenes Absorptionsspektrum mit dem Absorber Brom.

#### 4.3.4 Absorber Zirkonium

In Abbildung 7 ist das Absorptionsspektrum von Zirkonium dargestellt. Es ergibt sich die K-Kante bei

$$\theta_{Zr,K} = 10,0^\circ,$$

als Mittelwert von  $9,7^\circ$  und  $10,3^\circ$ . Es ergibt sich die Absorptionsenergie von Zirkonium zu

$$E_{Zr,K} = 17,73 \text{ keV}.$$

Es ergibt sich die Abschirmkonstante zu

$$\sigma_{Zr} = 4,38.$$

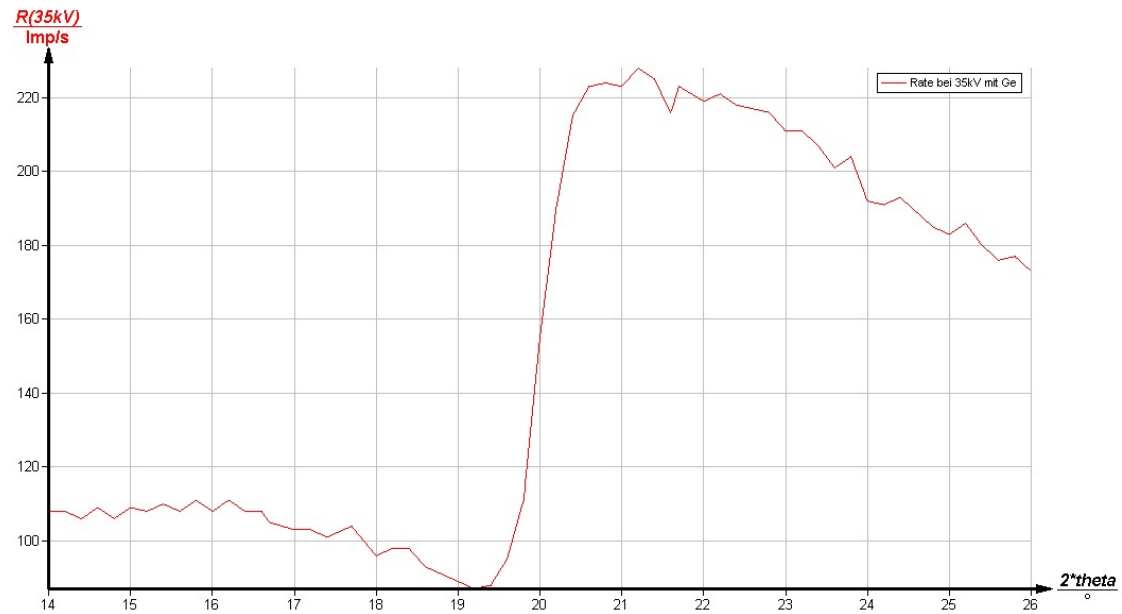


Abbildung 7: Aufgenommenes Absorptionsspektrum mit dem Absorber Zirkonium.

#### 4.3.5 Absorber Gold

Das Absorptionsspektrum von Gold ist in Abbildung 8 dargestellt. Es werden die L-Kanten bei

$$\begin{aligned}\theta_{\text{Au,LII}} &= 13,0^\circ, \\ \theta_{\text{Au,LIII}} &= 15,2^\circ,\end{aligned}$$

als Mittelwert von  $12,8^\circ$  und  $13,2^\circ$  bzw.  $14,9^\circ$  und  $15,5^\circ$  abgelesen. Es ergeben sich mit Formel (9) wieder die Absorptionsenergien von Gold zu

$$\begin{aligned}E_{\text{Au,LII}} &= 13,68 \text{ keV}, \\ E_{\text{Au,LIII}} &= 11,74 \text{ keV}.\end{aligned}$$

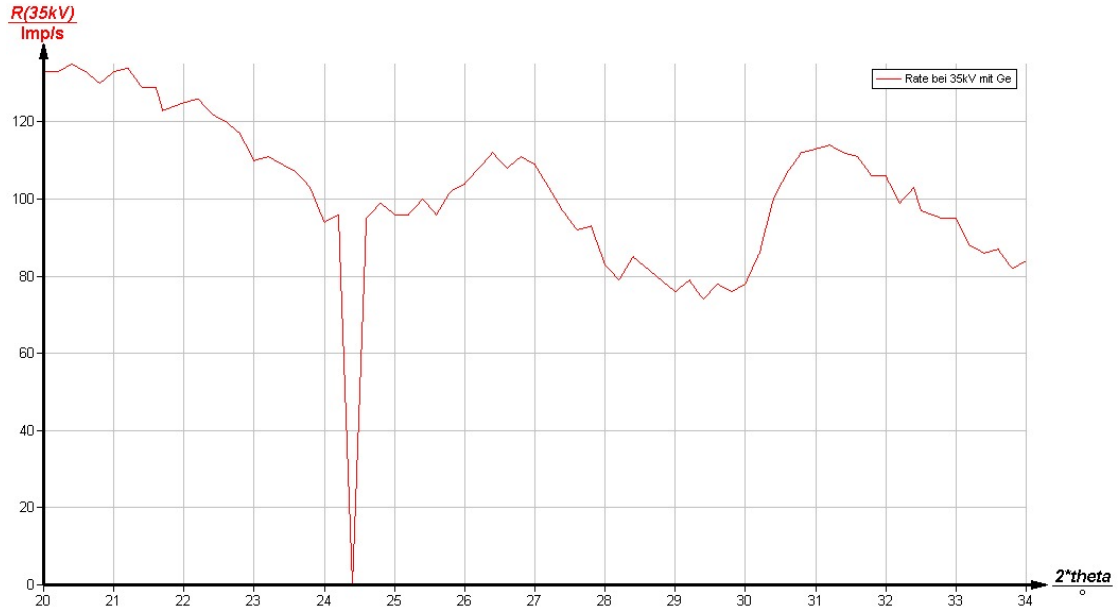
Mit Formel (6) lässt sich die Abschirmkonstante von Gold zu

$$\sigma_{\text{Au}} = 2,78$$

bestimmen.

#### 4.3.6 Bestimmung der Rydbergkonstante

Zur Bestimmung der Rydbergkonstanten wird die Wurzel aus der Energie der bestimmten K-Kanten  $\sqrt{E_K}$  gegen die Kernladungszahlen  $Z$  aufgetragen. Nach Gleichung (2) besteht



**Abbildung 8:** Aufgenommenes Absorptionsspektrum mit dem Absorber Gold.

zwischen beiden Größen ein linearer Zusammenhang mit der Wurzel der Rydberg-Energie als Vorfaktor. In Tabelle 5 finden sich die verwendeten Daten, in Abbildung 9 sind selbige samt einer Ausgleichsgeraden  $y = m \cdot x + b$  graphisch dargestellt. Die Ausgleichsrechnung wurde mit python/scipy [7] durchgeführt. Mit den Geradenparametern:

$$m = \sqrt{R_\infty} = (3,55 \pm 0,01) \sqrt{\text{eV}},$$

$$b = (-8 \pm 2) \sqrt{\text{eV}},$$

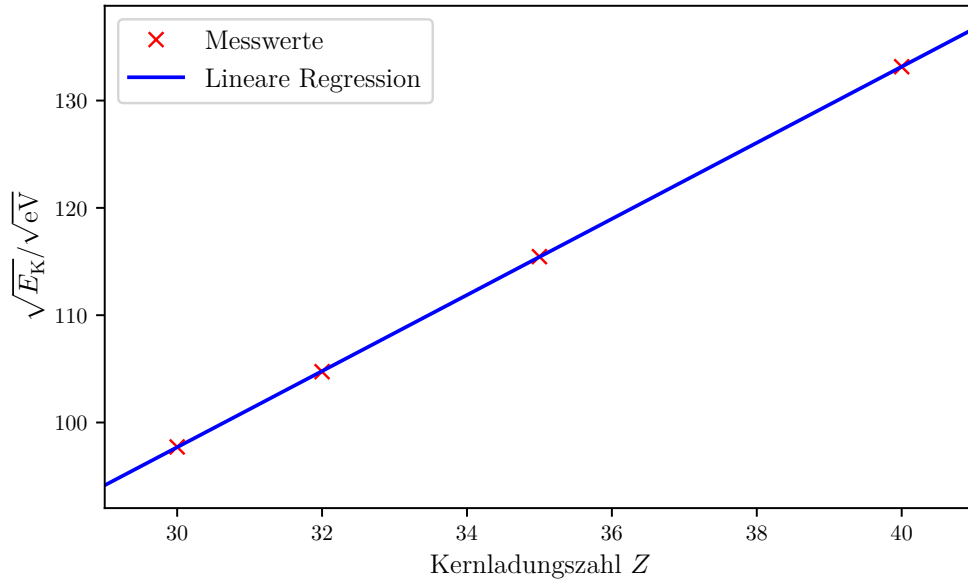
ergibt sich die Rydberg-Energie zu:

$$R_\infty = (12,57 \pm 0,04) \text{ eV}. \quad (10)$$

**Tabelle 5:** Messdaten zur Bestimmung der Rydberg-Energie

$E_K/\sqrt{\text{eV}}$	Kernladungszahl $Z$
97,72	30
104,74	32
115,46	35
133,15	40





**Abbildung 9:** Lineare Ausgleichsrechnung zur bestimmung der Rydberg-Energie.

## 5 Diskussion

Beim Vergleich des experimentell bestimmten Grenzwinkels des Emissionsspektrum der Röntgenröhre und der daraus berechneten maximalen Energie  $E_{\text{Ex.};\text{max}} = 33\,962\text{ eV}$  zeigt sich eine hohe Übereinstimmung mit dem erwarteten Wert.

Bei der Bestimmung des Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre war noch ein Absorber vor dem Geiger-Müller-Zählrohr angebracht. Dies spielte bei der Bestimmung der zur Auswertung notwendigen Winkel kaum eine Rolle. Aufgrund des Absorbers kam es lediglich zu einem zusätzlichen Absorptionsspektrum, welches dem Emissionsspektrum überlagert war, allerdings vor allem in Bereichen, welche für die Betrachtung des Emissionsspektrums weniger interessant waren.

Die Cu-Röntgenröhre wurde mit einem Beschleunigungspotential von  $U_B = 35\text{ kV}$  betrieben. Es wurde daher eine maximale Energie der Röntgenstrahlung von  $E_{\text{max}} = 35\text{ keV}$  erwartet. Es zeigt sich eine Abweichung von 3% für die maximale Energie.

Da allerdings das Emissionsspektrum nur in Winkelschritten von  $\Delta\theta = 0.2^\circ$  aufgenommen wurde, könnte der Grenzwinkel auch genau zwischen zwei Messpunkten liegen. Bei  $\theta = 5.0^\circ$  liegt noch die gleiche Anzahl an pro Sekunde registrierten Impulsen wie für die vorherigen Messpunkte vor. Dies wird als Grundrauschen angenommen. Bei dem als Grenzwinkel angenommenen Winkel von  $\theta_{\text{Grenz}} = 5.2^\circ$  liegt allerdings schon die vierfache Anzahl an registrierten Impulsen vor. Der tatsächliche Grenzwinkel könnte vielmehr genau zwischen den Messpunkten liegen.

Die berechnete Auflösung der Messung von  $\Delta E_\alpha = 82,8\text{ eV}$  beziehungsweise  $\Delta E_\beta = 198,9\text{ eV}$  liegt zumindest über der Auflösung der Messung welche durch den Einstellwinkel der

Schrittweite limitiert wird. Trotzdem scheint gerade im Falle von  $\Delta E_\alpha$  ein sehr knapp bemessenes Fehlerintervall vorzuliegen. Während der Messung, besonders der Absorptionsspektren, kam es immer wieder zu kleinen Messstörungen. Würde eine der Messstörung zufällig an einem der kritischen, betrachteten Punkte auftreten, wäre das angegebene Vertrauensintervall hinfällig. Zudem könnten die jeweiligen Maxima des charakteristischen Spektrums genau verfehlt worden sein, sodass sich bei einer Folgemessung mit gleichem Versuchsaufbau zufällig andere Halbwertsbreiten ergeben könnten. In Anbetracht dessen scheint die Messauflösung  $\Delta E_\beta$  zumindest ein sinnvoller Wert, da sie einen Fehlerbereich von etwa zwei Messpunkten des  $\theta$ -Winkels umfasst und somit zumindest einen zufälligen Messfehler bei einem Einstellwinkel noch abdecken würde.

Ein Vergleich der experimentell bestimmten Werte für die Abschirmkonstante  $\sigma$  und die Energie  $E_K$  in Tabelle 6 zeigt zumeist nur recht geringe Abweichungen gegenüber den Theoriewerten. Im Falle größerer Fehler sind diese auf Ablesefehler bei der graphischen Bestimmung der entsprechenden Absorptionskanten zurückzuführen.

**Tabelle 6:** Vergleich der experimentell bestimmten Werte mit den Theoriewerten.

Absorber	$E_{\text{Lit}}/\text{keV}$	$E_{\text{Ex.}}/\text{keV}$	$\Delta E$	$\sigma_{K,\text{Lit}}$	$\sigma_{K,\text{Ex.}}$	$\Delta\sigma$
Zn; K-Kante	9.65	9.55	1%	3.57	3.71	4%
Ge; K-Kante	11.10	10.97	1%	3.68	3.86	5%
Br; K-Kante	13.47	13.33	1%	3.85	4.02	4%
Zr; K-Kante	18.00	17.73	2%	4.1	4.38	7%
Au; L-II-Kante	13.73	13.68	0.4%	-	-	-
Au; L-III-Kante	11.92	11.74	2%	-	-	-

Bei der Bestimmung der Ryberg-Energie zeigt sich eine Abweichung von etwa 8% ( $R_{\text{Theo},\infty} = 13,6\text{ eV}$  und  $R_{\text{Ex.},\infty} = (12,57 \pm 0,04)\text{ eV}$ ). Zudem liegt der Theoriewert im Fehlerintervall des experimentell bestimmten Werts.

Zu Beachten ist, dass eigentlich in der Formel (2) mit  $z_{\text{eff}}$  gerechnet wird. Zur Berechnung der Rydberg-Energie wurde allerdings die Kernladungszahl  $Z$  verwendet, da die Abschirmkonstante  $\sigma$  bereits über den Theoriewert der Rydberg-Energie bestimmt wurde.

Bei der Betrachtung der Messdaten zum Emissionsspektrum fällt zudem auf, dass die eingestellte Schrittweite  $\Delta\alpha = 0,4^\circ$  durch den Versuchsaufbau nicht immer korrekt realisiert wurde. Ein negativer Einfluss wird hierdurch allerdings nicht verursacht, da die Messauflösung durch diese Ungenauigkeit erhöht wurde.

## Literatur

- [1] University of Washington Biomolecular Structure Center. *X-ray Absorption Edges*. URL: [http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS\\_periodic.html](http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html) (besucht am 28.05.2017).
- [2] CODATA value: elementary charge. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e> (besucht am 15.05.2017).

- [3] CODATA value: Planck constant. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?h> (besucht am 21.05.2017).
- [4] CODATA value: speed of light in vacuum. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?c> (besucht am 21.05.2017).
- [5] TU Dortmund. *Versuch 602, Röntgenemission-und -absorption*. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/RoentgenAbs.pdf> (besucht am 28.05.2017).
- [6] Georg-August-Universität Göttingen. *Röntgenstrahlung*. URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4385#sec5> (besucht am 25.05.2017).
- [7] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.