

V25

## **Der Stern-Gerlach Versuch**

Mark Schöne  
mark.schoene@udo.edu

Henning Ptaszyk  
henning.ptaszyk@udo.edu

Durchführung: 21.06.2017

Abgabe: 27.06.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>4</b>
2.1	Versuchsaufbau und prinzipieller Ablauf . . . . .	4
2.2	Messvorgang . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Theorie

Der Stern-Gerlach-Versuch dient dazu nachzuweisen, dass bei Elektronen genau 2 Einstellmöglichkeiten für ihren Eigendrehimpuls, den Spin  $m_s$ , existieren. Dabei werden die Werte  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  angenommen.

Um diese Gegebenheit zu zeigen, wird im Experiment ein Strahl von Kaliumatomen durch ein räumlich inhomogenes Magnetfeld geschickt. Dabei kommt es zu einer Aufspaltung des Kaliumstrahls in zwei Teile. Diese Aufspaltung kommt dadurch zustande, dass auf die Atome eine magnetische Kraft  $F$  wirkt, die, je nach Orientierung des Spins des Elektrons auf der äußeren Schale, entweder eine Ablenkung in Magnetfeldrichtung oder in entgegengesetzter Richtung bewirkt. Eine solche Kraft wirkt immer dann auf ein Atom, wenn es ein magnetisches Moment  $\mu$  besitzt. Dieses setzt sich gemäß

$$\mu = \mu_I + \mu_L + \mu_S \quad (1)$$

zusammen. Dabei bezeichnen die Indizes jeweils die ursächlichen Drehimpulse. Durch  $I$  wird der Kernspin beschrieben, durch  $L$  der Bahndrehimpuls und durch  $S$  der Spin. In dem hier beschriebenen Anwendungsfall kann das aus dem Kernspin resultierende Moment  $\mu_I$  als vernachlässigbar klein gegenüber den übrigen angenommen werden. Da innerhalb einer "Elektronenschale" die Drehimpulsquantenzahlen  $l$  und  $s$  symmetrisch besetzt werden, tragen nur die Drehimpulse aus unvollständig besetzten Schalen effektiv bei. Im Fall des Kaliums befindet sich die in der einzigen unbesetzten Schale, der Äußeren, nur ein Elektron, dessen Bahndrehimpuls  $L$  gleich 0 ist. Das magnetische Moment des Kaliumatoms ist also nahezu ausschließlich durch den Spin des äußeren Elektrons festgelegt. Dadurch reduziert sich Zusammenhang (1) auf

$$\mu_S = \frac{-e}{2m} \cdot g_S \cdot \mathbf{S}. \quad (2)$$

Dabei bezeichnet  $\mathbf{S}$  den Spin und  $g_S$  das zugehörige gyromagnetische Verhältnis, welches für Elektronen im Allgemeinen einen Wert von ungefähr 2 annimmt.

Definiert man die Richtung des Magnetfelds entlang der z-Achse eines 3-dimensionalen Koordinatensystem, so ergibt sich die in dieser Richtung relevanten Komponente des magnetischen Moments

$$\mu_{s_z} = -g_S \cdot m_s \cdot \mu_B. \quad (3)$$

Dabei bezeichnet  $\mu_B$  die Natur-Konstante die als das Bohr'sche Magneton bezeichnet wird. Mithilfe von Gleichung (3) lässt sich die Kraft bestimmen, mit der die Kaliumatome in z-Richtung abgelenkt werden. Es ergibt sich

$$F_z = -m_{s_z} \mu_B \cdot \partial_z B. \quad (4)$$

## 2 Aufbau und Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau und prinzipieller Ablauf

Zur Durchführung des Stern-Gerlach-Versuchs wird eine in Abbildung 1 gezeigte Apparatur verwendet. Innerhalb der Apparatur, wird mit Hilfe einer Drehschieberpumpe und einer Turbomolekularpumpe, ein Vakuum erzeugt. Dies dient einerseits dazu, Stöße des im Experiment verwendeten Kaliumstrahls mit unerwünschten Teilchen zu vermeiden und andererseits ist ein möglichst geringer Druck im Bereich von ca.  $10^{-6}$  mbar notwendig um das gewünschte Strömungsverhalten eines idealen Gases zu erreichen. Letzteres kann bei einer Knudsenzahl, die sich invers-proportional zum Druck verhält, größer 1 gewährleistet werden.

Zu Beginn befindet sich das Kalium in einem Ofen<sup>1</sup>, der, bevor der Messvorgang begonnen wird, auf eine Temperatur von 190 °C geheizt wird. Die Messung der Temperatur erfolgt über ein Kupfer-Nickel-Thermoelement. Die Geschwindigkeitsverteilung der verdampften Kaliumatome lässt sich bei erfüllter Knudsen-Bedingung und im thermischen Gleichgewichtszustand durch die Geschwindigkeitsverteilung nach Maxwell und Boltzmann beschreiben. Dabei gilt für den geschwindigkeitsabhängigen Teilchenstrom der Zusammenhang

$$I(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi} \cdot \alpha^3} \cdot v^3 \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv. \quad (5)$$

Dabei bezeichnet  $\alpha$  die Geschwindigkeit mit der höchsten Wahrscheinlichkeit.

Nach dem Austreten aus dem Ofen, passieren die Kaliumatome ein Blendensystem, welches als Kollimator dient. Der nun fokussierte Strahl durchquert anschließend das räumlich inhomogene Magnetfeld, das mithilfe eines Elektromagneten erzeugt wird. Dabei weist der Magnet ein, wie in Abbildung 3 gezeigtes, Polschuhprofil auf. Näherungsweise lässt sich das Feld des Magneten als das zweier paralleler Drähte, die sich in einem Abstand von  $2 \cdot a^2$  befinden und von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden. Durch die anhand von Gleichung (4) gegebene Kraft werden die Atome, bei senkrechtem Eintreffen in einen Bereich konstanten Feldgradientens, auf eine Parabelbahn gebracht und dabei umgekehrt proportional zu ihrer Geschwindigkeit abgelenkt. Die Ablenkung  $s$ , die den Abstand der beiden Maxima zu der Position angibt, auf die der Strahl in Abwesenheit eines Magnetfelds trifft, ist gegeben durch

$$s = \mu_{sz} \cdot \frac{l \cdot L \cdot \left(1 - \frac{L}{2 \cdot l}\right)}{6 \cdot k_B \cdot T} \cdot \partial_z B \quad (6)$$

Hier steht  $l$  für den Abstand zwischen Blende 4<sup>3</sup> und Detektor,  $T$  für die Temperatur, auf die das Kalium im Ofen erhitzt wird, und  $L$  die Abmessung der Polschuhe. In Abbildung

---

<sup>1</sup>siehe Abbildung 2

<sup>2</sup>siehe Abbildung 3

<sup>3</sup>siehe Abbildung 1

3 ist im Abstand von  $1.3 \cdot a$  zur y-Achse ein Bereich eingezeichnet in dem der Gradient des Magnetfeldes als eine Konstante betrachtet werden kann. In diesem Bereich gilt

$$\partial_z B = 0.986 \cdot \frac{B}{a}. \quad (7)$$

Um die Auslenkung des Kaliumstrahls zu messen, wird die Intensität des Strahls, nach Durchlaufen des Magnetfelds, mit einem Langmuir-Taylor-Detektor gemessen. Dieser Detektor besteht aus einem beheizten Wolframdraht, der von einem Nickelzylinder umgeben ist. Zwischen Draht und Zylinder ist eine Abzugsspannung von ca. 50 V angelegt. Gelangen nun die neutral geladenen Atome zum Draht, werden sie dort ionisiert und direkt wieder vom Draht ausgesandt. Die nun entstandenen Kalium-Ionen werden dann durch die Abzugsspannung zum Zylinder beschleunigt, sodass ein zur Strahlintensität proportionales Signal gemessen werden kann. Der Detektor ist an einem Federbalk befestigt, mit dem es möglich ist den Detektor so zu schwenken, dass der Bereich, in dem Kaliumstrahl abgelenkt wird, hinreichend gut vermessen werden kann. Der Federbalk wird durch Drehen einer Spindel gesteuert. Dabei entspricht eine Umdrehung 1,8 mm.

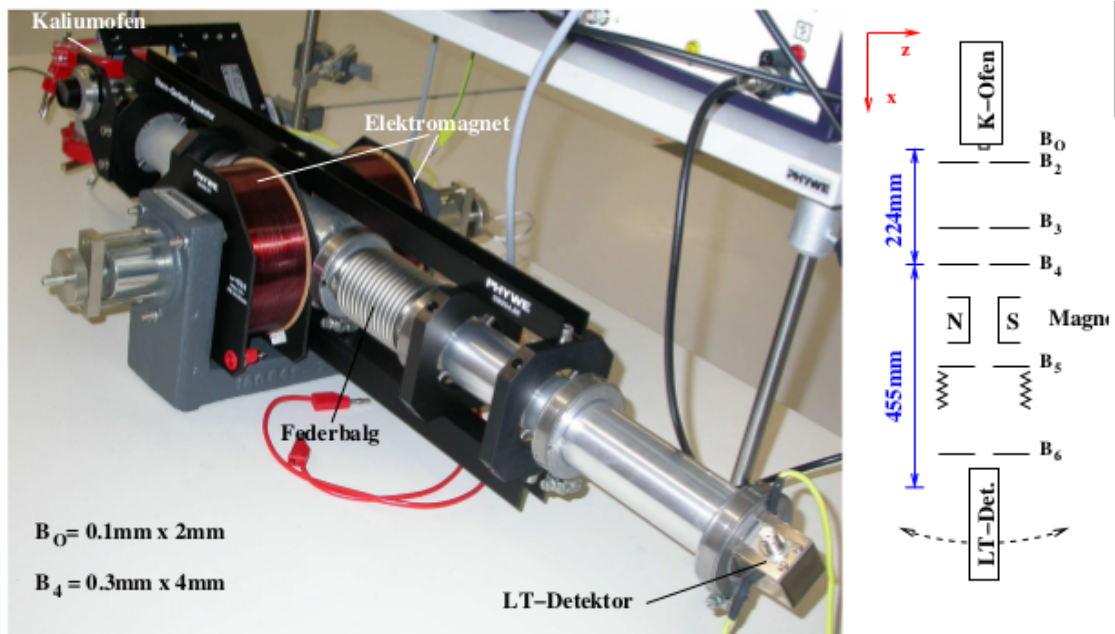
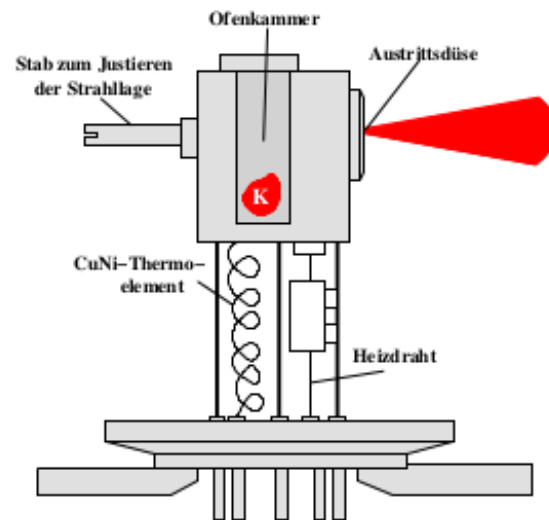
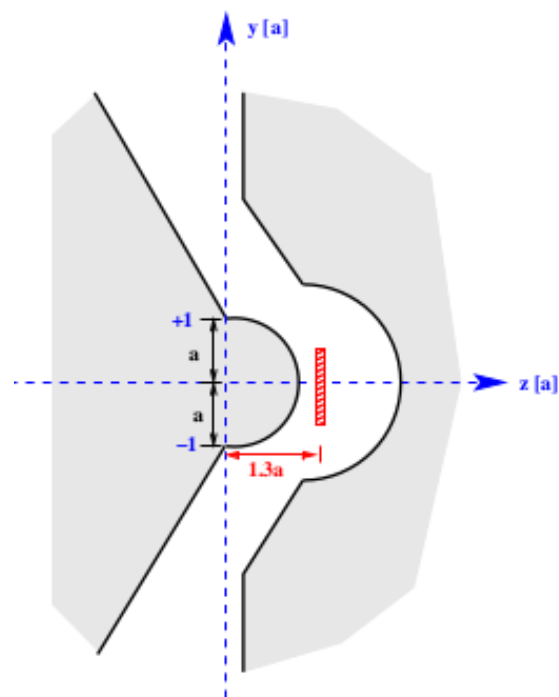


Abbildung 1: Fotografie sowie schematische Darstellung der Versuchsanordnung.[1]



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung des Kaliumofens.[1]



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung des verwendeten Magneten(Querschnitt).[1]

## 2.2 Messvorgang

Vor Messbeginn wird innerhalb der Versuchsanordnung ein Druck von  $4,5 \cdot 10^{-6}$  mbar hergestellt. Der Ofen wird bei einem Heizstrom von 0,6 A auf eine Temperatur von 190 °C gebracht. Der Draht des Langmuir-Taylor-Detektors wird bei einer von ca. 9,5 V beheizt.

Der erste Messvorgang wird bei ausgeschaltetem Magneten durchgeführt. Es werden Wertepaare von gemessener Spannung und Umdrehungen der Spindel aufgenommen. Dabei werden nach Möglichkeit beide Maxima des (aufgespaltenen) Strahls vermessen. Anschließend werden sieben weitere Messreihen bei eingeschaltetem Elektromagneten aufgenommen. Dabei werden die in Tabelle 1 angegebenen Werte für den Strom  $I$  beziehungsweise die Flussdichte  $B$  verwendet.

**Tabelle 1:** Einstellungen des Elektromagneten für die verschiedenen Messreihen.

Nummer der Messreihe	$I / \text{A}$	$B / \text{T}$
1	0.16	0.11
2	0.32	0.23
3	0.41	0.30
4	0.50	0.38
5	0.60	0.45
6	0.80	0.59
7	0.90	0.65

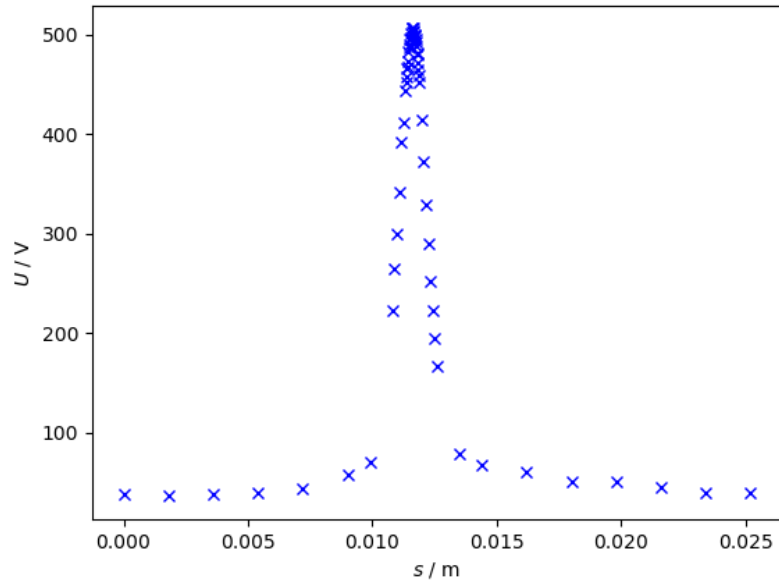
Alle benötigten theoretischen Informationen zur Anfertigung der Abschnitte 1 und 2 wurden der Versuchsanleitung [1] entnommen.

## 3 Auswertung

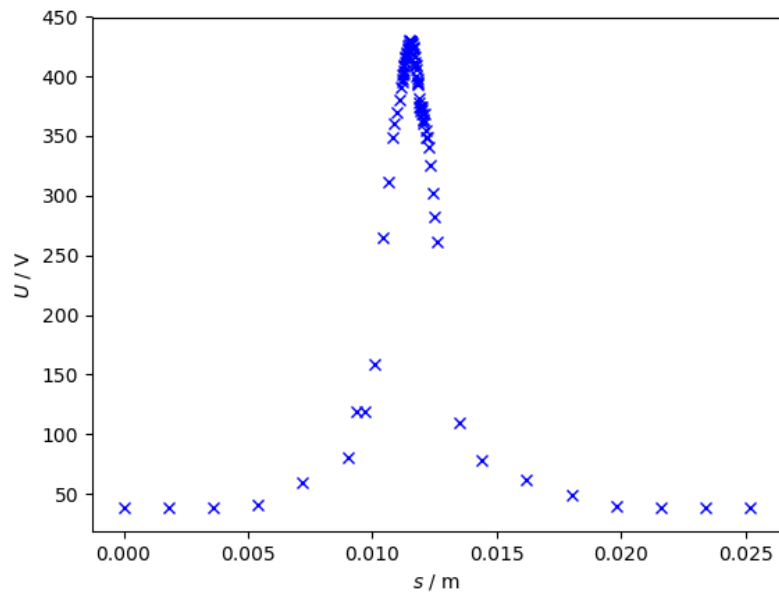
Die Abbildungen 4 bis 11 zeigen die aufgenommenen Intensitätsverteilungen. Im folgenden werden alle Ausgleichsrechnungen mit der Funktion *curve\_fit* aus dem Python Paket *scipy* durchgeführt. Um die Intensitätsmaxima möglichst präzise zu bestimmen, soll eine Ausgleichsrechnung mit der Fitfunktion

$$f(x) = a_1 \exp(-b_1(x - c_1)^2) + a_2 \exp(-b_2(x - c_2)^2) + d$$

durchgeführt werden. Da die Rechnungen ohne weiteres nicht konvergieren, werden die Positionen der Maxima möglichst präzise mit dem Mauszeiger aus den Diagrammen abgelesen. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 2 aufgeführt. Auch mit den abgelesenen Startwerten als Startparameter konvergieren die Rechnungen nicht. Um die Fitfunktion zu vereinfachen wird  $a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2$  gesetzt. Jedoch verbesserte diese Maßnahme das Konvergenzverhalten ebenfalls nicht. Aus diesem Grund werden im folgenden

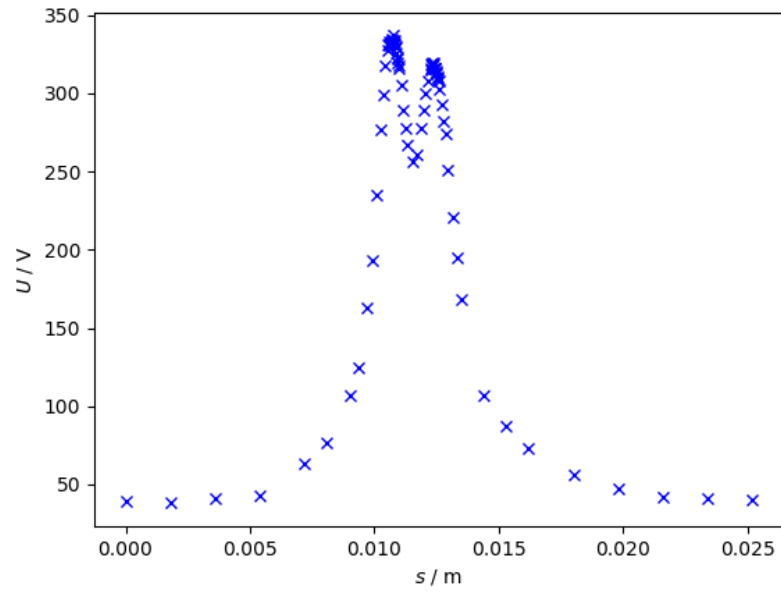


**Abbildung 4:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors ohne Magnetfeld.

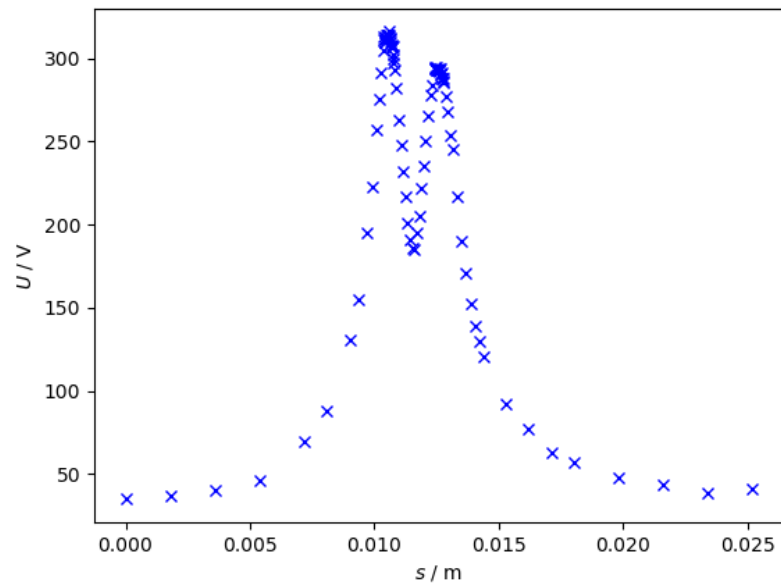


**Abbildung 5:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,11$  T.

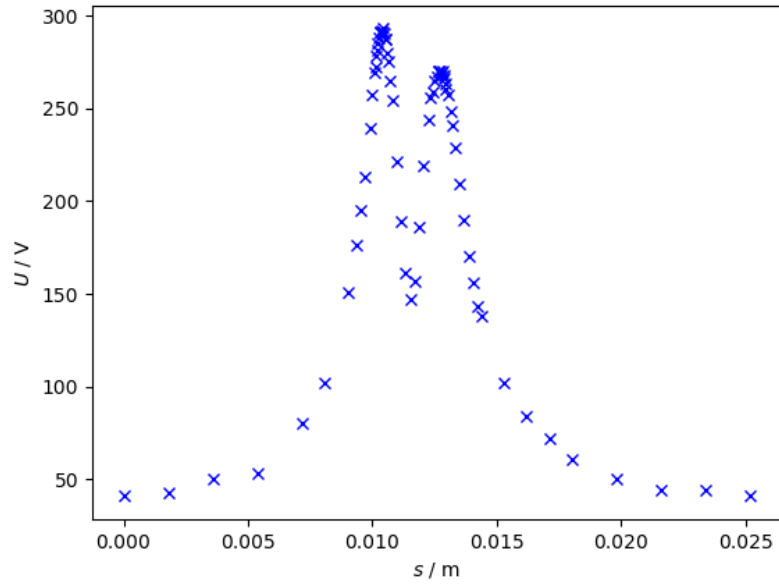




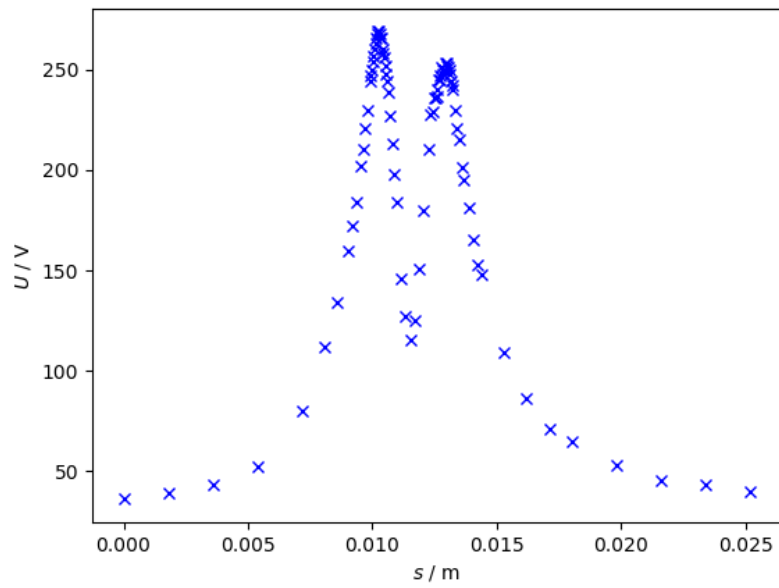
**Abbildung 6:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,23$  T.



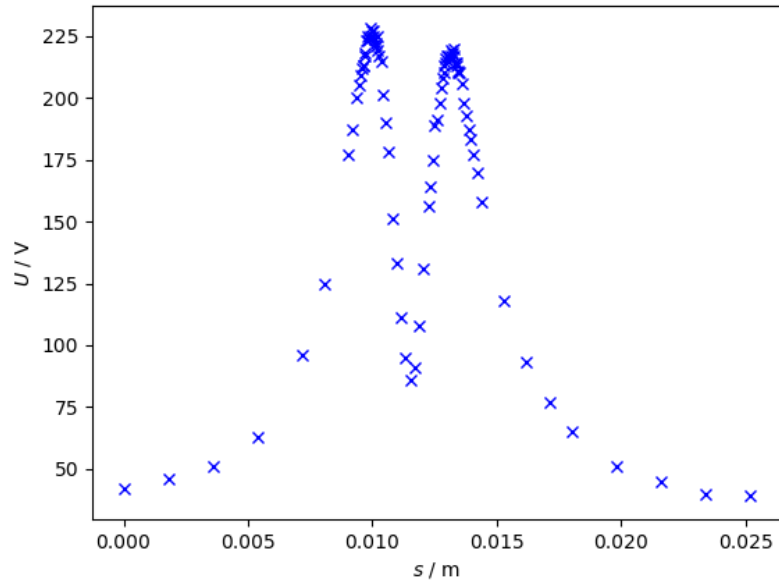
**Abbildung 7:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,30$  T.



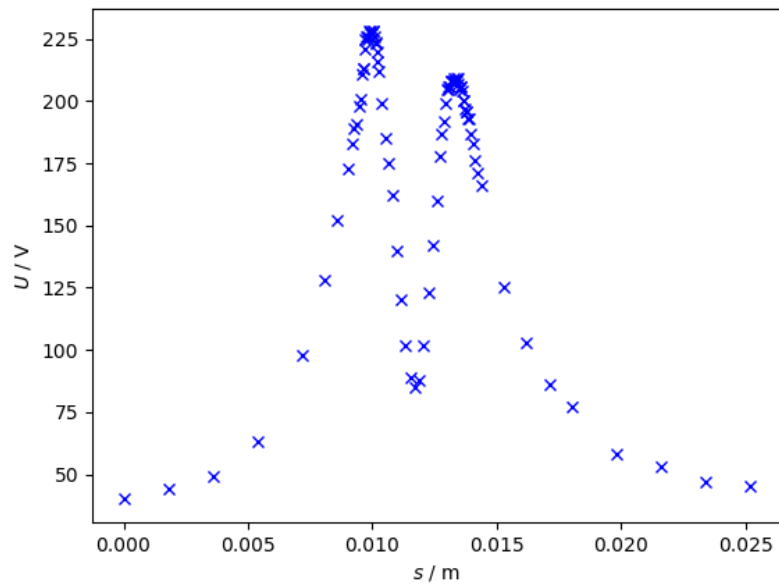
**Abbildung 8:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,38$  T.



**Abbildung 9:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,45$  T.



**Abbildung 10:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,59$  T.

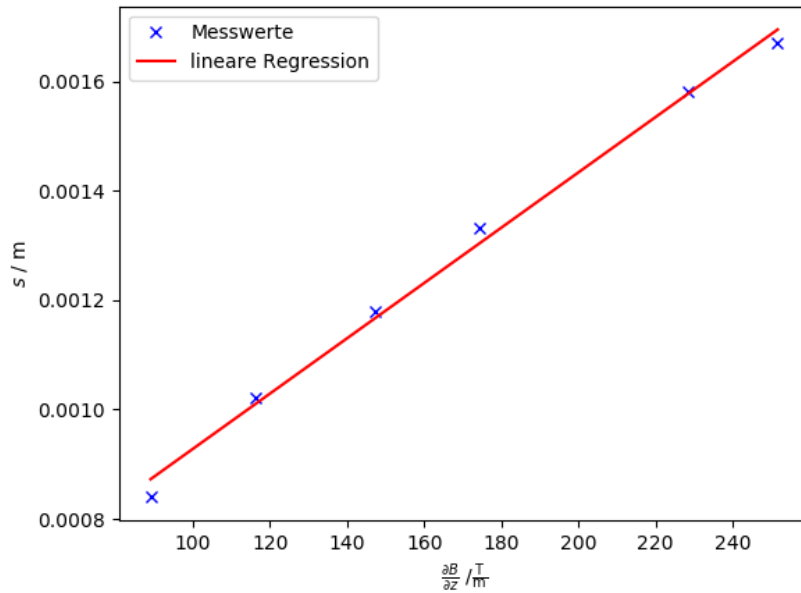


**Abbildung 11:** Intensitätsverteilung der Kaliumatome abhängig von der Auslenkung des Detektors mit Magnetfeld  $B = 0,65$  T.

**Tabelle 2:** Gemessene Lagen der Intensitätsmaxima  $s_1$  und  $s_2$  beim Magnetfeld  $B$ , sowie die mittleren Abstände  $\frac{s_2-s_1}{2}$  der Maxima von der Nullposition.

$B$ in T	$s_1$ in mm	$s_2$ in mm	$\frac{s_2-s_1}{2}$ in mm
0.23	10.7086	12.3886	0.8400
0.30	10.5543	12.5965	1.0211
0.38	10.3943	12.7545	1.1801
0.45	10.2490	12.9138	1.3324
0.59	10.0221	13.1821	1.5800
0.65	9.9415	13.2806	1.66955

die abgelesenen Werte verwendet. In Abbildung 12 werden die mittleren Abstände der Intensitätsmaxima von der Nullposition gegen die entsprechenden Magnetfeldgradienten aufgetragen. Dabei wurde die in Abbildung 5 dargestellte Messreihe nicht mit einbezogen,



**Abbildung 12:** Mittlerer Abstand der Intensitätsmaxima von der Nullposition in Abhängigkeit des Magnetfeldgradienten und die zugehörige lineare Ausgleichsrechnung.

da keine Maxima auszumachen waren. Eine lineare Ausgleichsrechnung liefert für die Steigung der Ausgleichsgerade den Wert  $a = (5,05 \pm 0,19) \cdot 10^{-6} \text{ 1/T}$ . Mit Gl. (6) und Gl. (3) folgt für das Bohrsche Magneton der Wert

$$\mu_B = (6,59 \pm 0,25) \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

Dabei wurde die Fortpflanzung der Abweichung vom Python Paket *uncertainties* berechnet.

## 4 Diskussion

Die in Abschnitt 3 aufgeführten Abbildungen zeigen alle die erwartete Aufspaltung des Teilchenstrahls. Auffällig ist, dass jeweils das linke Intensitätsmaximum eine höhere Intensität besitzt als das rechte. Dies könnte mit dem Zeemann-Effekt zusammenhängen, der für eine Aufspaltung der Energieniveaus des äußeren Elektrons sorgt. Auf welche Weise die Energie des äußeren Elektrons dafür sorgen könnte, dass eine Ablenkungsrichtung bevorzugt wird, und ob eine solche Wechselwirkung von messbarer Größenordnung ist, müssen weitere Untersuchungen klären. Der berechnete Wert für das Bohr'sche Magneton  $\mu_B = (6,59 \pm 0,25) \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$  weicht um 28,9% vom Literaturwert  $\mu_{B,\text{Lit}} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$  [2] ab. Dieser Wert spiegelt die Größenordnung des Bohr'schen Magnetons sehr gut wieder. Vor allem im Bereich der Intensitätsmaxima wurden die Intensitätsverteilungen sehr detailliert aufgezeichnet. Daher wird die Ursache für die Abweichung nicht im Messvorgang gesehen. Um eine höhere Präzision in der Auswertung zu erzielen müsste eine bessere Methode gefunden werden, um die Intensitätsverteilungen durch eine Fitfunktion anzunähern. Dazu sind jedoch vertiefte Kenntnisse der nötigen numerischen Methoden erforderlich.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung, Versuch V25: Der Stern-Gerlach-Versuch*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/SternGerlach.pdf>.
- [2] *Fundamental Physical Constants, Bohr magneton*. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mub>. Aufgerufen am 26.06.2017.