

V18

Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.11.2018

Abgabe: 20.12.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Wechselwirkung von Gamma-Strahlung mit Materie	3
2.1.1	Der Photoeffekt	5
2.1.2	Der Compton-Effekt	5
2.1.3	Paarerzeugung	7
2.2	Der Reinst-Germanium-Detektor	8
2.2.1	Aufbau und Voraussetzungen	8
2.2.2	Funktionsweise	9
2.2.3	Auflösungsvermögen und Effizienz	9
3	Aufbau	11
4	Durchführung	14
5	Auswertung	14
5.1	Kalibrierung des Detektors	14
5.2	Bestimmung der Effizienz des Detektors	16
5.3	Untersuchung des Spektrums von ^{137}Cs	19
5.4	Bestimmung der Aktivität einer unbekannten Probe	24
5.5	Identifizierung der aktiven Nuklide in einer Zerfallsreihe	26
6	Diskussion	28
	Literatur	29

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Energieauflösung und die Effizienz eines Germanium-Detektors zu bestimmen und über eine Analyse des Spektrums die verwendeten Proben zu identifizieren und ihre Aktivität zu bestimmen.

2 Theorie

Nach dem α - oder β -Zerfall eines instabilen Nuklids kommt es vor, dass der neu entstehende Kern in einem angeregten Zustand ist. Nach einer kurzen Zeit fällt er unter Aussendung eines γ -Quants in seinen Grundzustand zurück.

2.1 Wechselwirkung von Gamma-Strahlung mit Materie

Trifft ein solches γ -Quant auf Materie, dominieren drei Arten von Wechselwirkungen dabei für unterschiedliche Energien. Die Wahrscheinlichkeit für jede Art von Wechselwirkung lässt sich durch einen Wirkungsquerschnitt σ beschreiben, der anschaulich darstellt, dass die eingestrahnten Projektilteilchen (γ -Quanten) auf ein ausgedehntes Ziel um ein Targetteilchen (Absorberatom) treffen.

Die Wahrscheinlichkeit dW , dass ein Teilchen von dem Absorber eingefangen wird, lässt sich mit der Absorberschichtdicke dx und der Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit n ausdrücken durch:

$$dW = n\sigma dx. \quad (1)$$

Bei N Quanten, die auf den infinitesimal dicken Absorber auftreffen, folgt für die Zahl der absorbierten Teilchen:

$$dN = -N dW = -nN\sigma dx.$$

Daraus ergeben sich für einen Absorber der Dicke D die Anzahl der wechselgewirkten Quanten $N_2(D)$ und die Anzahl der noch verbliebenen Quanten $N(D)$:

$$N(D) = N_0 \exp(-n\sigma D), \quad (2)$$

$$N_2(D) = N_0(1 - \exp(-n\sigma D)). \quad (3)$$

Die Anzahl der auf den Absorber treffenden Quanten wird mit N_0 bezeichnet. Die Konstante $\mu = n\sigma$ wird auch als Extinktionskoeffizient bezeichnet und ihr Kehrwert liefert die mittlere Reichweite der Quanten im Absorber. In Abbildung 1 sind die Extinktionskoeffizienten $\mu = n\sigma$ der nachfolgend beschriebenen Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von der Energie der γ -Quanten zu sehen.

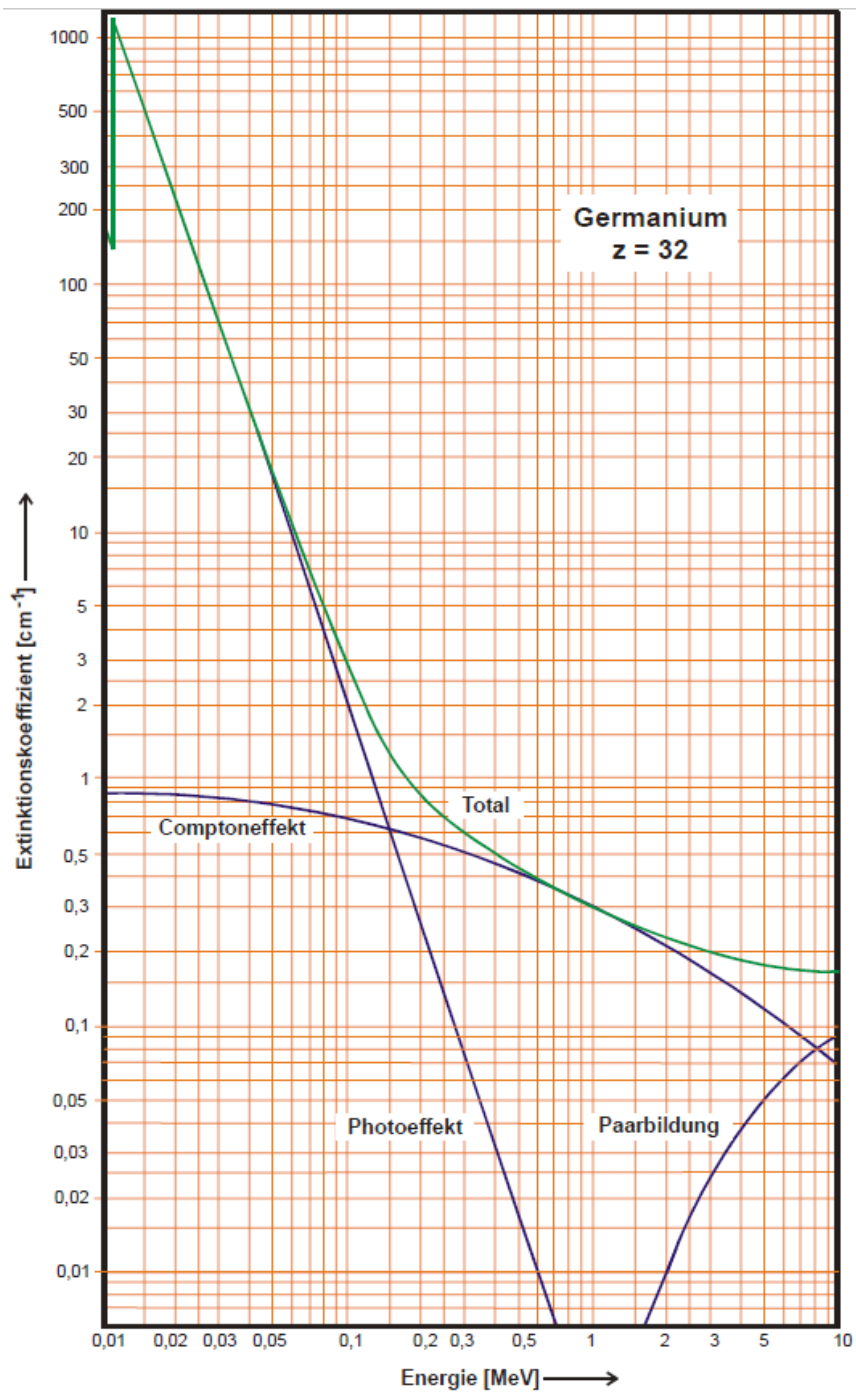


Abbildung 1: Energieabhängigkeit des Extinktionskoeffizienten μ für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsmechanismen [1].

2.1.1 Der Photoeffekt

Beim Photoeffekt trifft ein γ -Quant auf ein Hüllenelektron und schlägt dieses aus der Bindung des Kerns. Das γ -Quant, das bei diesem Prozess vollständig absorbiert wird, muss dafür mindestens die Bindungsenergie E_B besitzen, sodass gilt:

$$E_\gamma > E_B.$$

Findet die Reaktion in einer inneren Schale statt, fällt ein Elektron aus einem höheren Zustand unter Aussendung eines charakteristischen Röntgenquants, welches im Medium verbleibt, in das freigewordene Energieniveau. Somit kann angenommen werden, dass die vollständige Energie des γ -Quants deponiert wird, was bei einer Messung des Energiespektrums zu einem scharfen Peak führt. Für den Wirkungsquerschnitt gilt dabei mit der Kernladungszahl Z des Absorbers:

$$\sigma_{Ph} \propto \frac{Z^\alpha}{E_\gamma^\delta}$$

Es gilt $4 < \alpha < 5$. Der Exponent δ ist abhängig von der Energie der γ -Quanten. Für natürlich vorkommende γ -Strahlung gilt $\delta \approx 3,5$, für Energien $E_\gamma \geq 5 \text{ MeV}$ sinkt er auf $\delta \approx 1$. Der Wirkungsquerschnitt steigt außerdem immer sprunghaft an, wenn E_γ einen Wert erreicht, der ausreicht, um ein Elektron aus dem Atom herauszulösen. Die übrige Energie des γ -Quants wird vom Elektronen als kinetische Energie aufgenommen.

2.1.2 Der Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt die elastische Streuung eines γ -Quants an einem als in Ruhe angenommenen Hüllenelektron. Das γ -Quant gibt dabei nur einen Teil der Energie ab und fliegt danach mit veränderter Frequenz abgelenkt weiter. Eine schematische Darstellung davon ist in Abbildung 2 zu sehen. Geschieht dieser Effekt an einem Elektron auf einem äußeren Energieniveau, so kann dieses aus der Bindung herausgeschlagen werden. Bei stärker gebundenen Elektronen verbleibt das Elektron im gebundenen Zustand. Der Energieübertrag lässt sich in Abhängigkeit des Winkels des auslaufenden γ -Quants bezüglich der Einfallsrichtung schreiben. Da Energie und Impuls erhalten sind, müssen die Gleichungen

$$\begin{aligned} h\nu + m_0 c^2 &= h\nu' + \gamma m_0 c^2 \\ \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos(\psi_\gamma) + \gamma m_0 v \cos(\psi_e) \\ 0 &= \frac{h\nu'}{c} \sin(\psi_\gamma) + \gamma m_0 v \sin(\psi_e) \end{aligned}$$

erfüllt sein. Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit, γ der Lorentzfaktor, ν und ν' die Frequenz des γ -Quants vor und nach dem Compton-Effekt und ψ_γ und ψ_e die Winkel des auslaufenden γ -Quants und des Elektrons bezüglich der

Einfallrichtung des γ -Quants. Umformen und Gleichsetzen ergibt für die Energie des einfallenden und des auslaufenden γ -Quants $E_\gamma = h\nu$ und $E_{\gamma'} = h\nu'$ mit

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$$

die Beziehung

$$E_{\gamma'} = E_\gamma \frac{1}{1 + \epsilon \cdot (1 - \cos(\psi_\gamma))}. \quad (4)$$

Die Energiedifferenz

$$E_e = E_\gamma - E_{\gamma'} = \frac{\epsilon \cdot (1 - \cos(\psi_\gamma))}{1 + \epsilon \cdot (1 - \cos(\psi_\gamma))} E_\gamma \quad (5)$$

ist somit die an das Elektron abgegebene Energie. Für $\psi_\gamma = 180^\circ$ ist sie maximal und beträgt

$$E_{e, \max} = \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon} E_\gamma. \quad (6)$$

Dieser Wert ist kleiner als E_γ . Somit wird nie die gesamte Energie des γ -Quants auf das Elektron übertragen. Im Energiespektrum äußert sich das durch ein breites Kontinuum an Energien, welches an der Compton-Kante bei $E_{\text{deponiert}} = E_{e, \max}$ vor dem Photopeak endet. Der Wirkungsquerschnitt des Compton-Effekts lässt sich über die Formel von Klein und Nishina beschreiben als

$$\sigma_{Co} = \frac{3}{4} \sigma_{Th} \left(\frac{1 + \epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2 + 2\epsilon}{1 + 2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) - \frac{1 + 3\epsilon}{(1 + 2\epsilon)^2} \right). \quad (7)$$

Dabei bezeichnet

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3} \pi \left(\frac{e_0}{4\pi\epsilon_0 c^2 m_e} \right)^2$$

den Thomson-Wirkungsquerschnitt, mit der Elementarladung e_0 , der Dielektrizitätskonstante ϵ_0 , der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c und der Ruhemasse des Elektrons m_e . Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dE}$ lässt sich beschreiben durch:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{\pi r_e^2}{m_0 c^2 \epsilon^2} \left(2 + \left(\frac{E_e}{E_\gamma - E_e} \right)^2 \left[\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{E_\gamma - E_e}{E_\gamma} - \frac{2(E_\gamma - E_e)}{\epsilon E_\gamma} \right] \right). \quad (8)$$

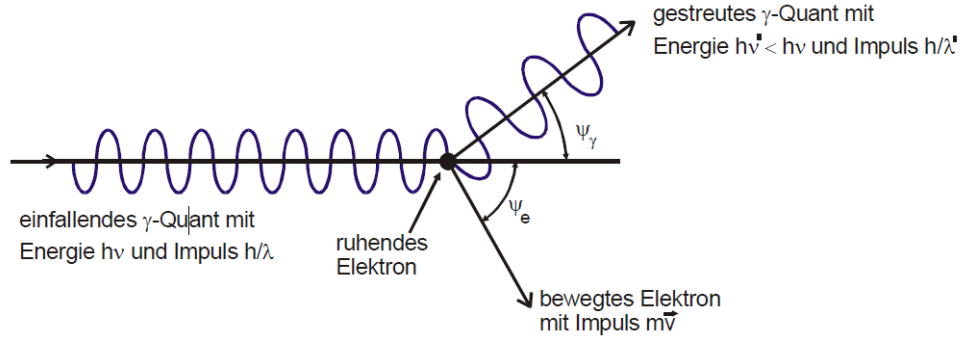


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Compton-Effekts [1].

2.1.3 Paarerzeugung

Eine weitere Möglichkeit ist, dass sich das γ -Quant im Coulombfeld eines Kerns in ein Elektron und ein Positron aufspaltet. Auf Grund der Impulserhaltung muss es einen Stoßpartner geben. Ist dieser ein Atomkern, so ist die zusätzlich benötigte Rückstoßenergie

$$E_r = \frac{p^2}{2M}$$

mit der Atommasse M gering, sodass die Energie des γ -Quants nur die Ruheenergie von Elektron und Positron übersteigen muss:

$$E_\gamma > 2m_0c^2.$$

Ist der Stoßpartner ein Hüllenelektron, muss die Atommasse durch die Elektronenmasse ersetzt werden, wodurch E_r wesentlich größer ist und nicht mehr vernachlässigt werden kann. In diesem Fall muss für die Energie des γ -Quants gelten:

$$E_\gamma > 4m_0c^2.$$

Da Elektron und Positron dieselbe Masse besitzen, wird die verbleibende Energie gleichmäßig aufgeteilt. Während das Elektron im Detektor durch Spannung abgesaugt wird, kann das Positron mit einem vorhandenen Hüllenelektron wieder zu zwei γ -Quanten annihilieren. Da diese den Detektor verlassen können ohne zu wechselwirken, können im Energiespektrum nicht nur eine Linie bei E_γ , sondern auch Linien bei $E_\gamma - m_0c^2$ und bei $E_\gamma - 2m_0c^2$ beobachtet werden.

Der Wirkungsquerschnitt ist abhängig davon, wo im Coulombfeld der Prozess stattfindet, da in den äußeren Schalen Abschirmungseffekte durch die Hüllenelektronen auftreten. Der wichtigste Fall für die γ -Spektroskopie ist die Paarbildung in Kernnähe. Hier gilt für den Wirkungsquerschnitt bei Energien $10 \text{ MeV} < E_\gamma < 25 \text{ MeV}$ näherungsweise mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante α

$$\sigma_P = \alpha r_e^2 Z^2 \left(\frac{28}{9} \ln(2\epsilon) - \frac{218}{27} \right). \quad (9)$$

2.2 Der Reinst-Germanium-Detektor

2.2.1 Aufbau und Voraussetzungen

Der Germanium-Detektor ist ein Halbleiterdetektor. Er besteht aus einem n- und einem p-dotierten Bereich. Am Übergang diffundieren auf Grund thermischer Energie bei endlicher Temperatur einzelne Elektronen und Löcher in die jeweils andere Schicht und rekombinieren dort, sodass eine Ladungsträger verarmte Zone entsteht. Die Raumladungen der Donatoren in der n-Schicht und der Akzeptoren in der p-Schicht erzeugen eine Potentialdifferenz U_D , die der Diffusion entgegenwirkt. Durch eine asymmetrische Dotierung und das Anlegen einer Spannung U lässt sich die Verarmungszone wesentlich verbreitern. Für den Teil der Verarmungszone, der in der n- bzw. p-Schicht liegt, gilt

$$d_n^2 = \frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0}{e} (U_D + U) \frac{n_A}{n_D (n_A + n_D)},$$
$$d_p^2 = d_n^2 \frac{n_D^2}{n_A^2},$$

mit den Dielektrizitätskonstanten ε_r und ε_0 , der Elementarladung e und der Akzeptoren- und Donatordichten n_A und n_D . Für $n_D \gg n_A$ ist die Breite der Verarmungszone gegeben durch

$$d = d_n + d_p \approx d_p \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0}{e} (U_D + U) \frac{1}{n_A}}. \quad (10)$$

Eine möglichst geringe p-Dotierung führt somit zu einer Verbreiterung der ladungsträgerarmen Zone, ebenso wie eine Erhöhung der angelegten Spannung. Durch thermische Energie entstandene Ladungsträger in der Verarmungszone können allerdings durch U beschleunigt werden. Es kommt zu Avalanche-Durchbrüchen und damit zu Signalen, auch wenn nichts detektiert wird. Um derartige Effekte zu vermeiden, wird der Detektor auf eine Temperatur von 77 K abgekühlt. Der hier verwendete Detektor ist ein koaxialer Reinst-Germanium-Detektor. Zur n-Dotierung wird die Oberfläche des Ge-Kristalls mit Lithium bedampft und der Pluspol der Spannung angeschlossen. Eine koaxiale Bohrung im Kristall wird mit Gold bedampft und der Minuspol der Spannung angeschlossen. Da der Kristall auf Grund seiner Reinheit selbst eine sehr geringe Akzeptordichte von $n_A = 10^{10} / \text{cm}^3$ aufweist, kommt es zur Ausbildung der Verarmungszone. Weiterhin ist der Detektor zur thermischen Isolation von einer Aluminium-Haube umgeben. Das führt dazu, dass nur γ -Quanten detektiert werden können, die genügend Energie besitzen, um diese Aluminium-Schicht und die Lithium-Schicht auf der Kristalloberfläche zu durchdringen. Der Querschnitt eines solchen Detektors ist in Abbildung 3 zu sehen.

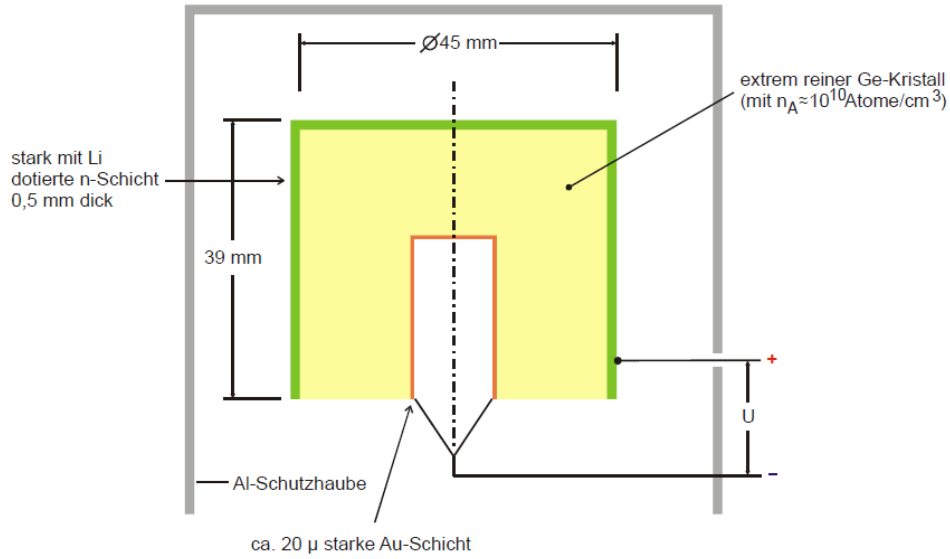


Abbildung 3: Querschnitt eines Germanium-Detektors mit Al-Ummantelung [1].

2.2.2 Funktionsweise

Trifft ein geladenes Teilchen oder ein γ -Quant auf die Verarmungszone, deponiert es dort Energie. Dadurch können einige Elektronen die Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband überspringen und hinterlassen im Valenzband ein ebenfalls bewegliches Loch, sodass Elektronen-Loch-Paare entstehen. Diese Bandlücke beträgt für Germanium 0,67 eV, jedoch wird für die Erzeugung von Elektronen-Loch-Paaren eine Energie von $E_{ELP} = 2,9 \text{ eV}$ [1] benötigt, da dieser Prozess nur unter Anregung von Phononen geschieht. Durch die angelegte Spannung werden die Elektronen am Plus- und die Löcher am Minuspol gesammelt, bevor sie rekombinieren, was zu einem messbaren Ladungsimpuls führt, dessen Betrag ein Maß für die Anzahl der Elektronen-Loch-Paare und damit für die deponierte Energie ist.

2.2.3 Auflösungsvermögen und Effizienz

Im vom Detektor aufgezeichneten Spektrum eines γ -Strahlers können zwei Spektrallinien nur dann unterschieden werden, wenn ihre Mittelwerte mindestens um die Halbwertsbreite $\Delta E \cdot 1/2$ entfernt voneinander liegen. Wenn n die Anzahl der erzeugten Elektronen-Loch-Paare ist und $\bar{n} = \frac{E \cdot \gamma}{E_{ELP}}$, würde sich bei einer von den Phononen unkorrelierten Verteilung die Standardabweichung berechnen zu

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}}.$$

Die Anregung der Phononen wird durch den Fanofaktor F berücksichtigt. Für Germanium ist $F \approx 0,1$. Damit ist

$$\sigma = \sqrt{F\bar{n}} \approx \sqrt{0,1 \frac{E \cdot \gamma}{E_{ELP}}}.$$

Da $n \gg 1$ lässt sich die Poisson-Verteilung der Linien durch eine Gauß-Verteilung approximieren, sodass

$$\Delta E_{1/2} = \sqrt{8 \ln(2)} \frac{\sigma}{\bar{n}} E_{\gamma} \approx 0,74 \sqrt{E_{\gamma} E_{ELP}}. \quad (11)$$

Verschlechtert wird die Auflösung durch das thermische Rauschen, dass durch die angelegte Saugspannung vergrößert wird, jedoch durch Abkühlen des Detektors erheblich verringert werden kann. Ein weiterer Faktor ist, dass die Sammlung der Ladungsträger durch Feldinhomogenitäten behindert wird, was durch eine Erhöhung von U verringert werden kann. Unabhängig vom Detektor selbst verschlechtert auch das Rauschen des zur Signalweiterleitung angeschlossenen Verstärkers die Energieauflösung. Da alle diese Vorgänge unkorreliert ablaufen, addieren sich ihre Halbwertsbreiten quadratisch zu

$$H_{Ges} = \Delta E_{1/2}^2 + H_{the}^2 + H_{inh}^2 + H_{Ver}^2. \quad (12)$$

Die Effizienz Q gibt die Abhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit von der Energie der zu messenden γ -Quanten an. Sie lässt sich berechnen über

$$Q = \frac{Z}{WA} \frac{4\pi}{\Omega} \frac{1}{t}. \quad (13)$$

W ist die vom Strahler abhängige Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Spektrallinie, Z ist der Inhalt des Peaks und t ist die Messzeit. Die Aktivität A lässt sich aus der Aktivität zum Herstellungszeitpunkt und der seitdem vergangen Zeit berechnen:

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(\frac{-\ln(2)t}{\tau_{1/2}}\right), \quad (14)$$

mit der Halbwertszeit $\tau_{1/2}$. Für den Raumwinkel Ω , unter dem die Probe vom Detektor gesehen wird, gilt näherungsweise:

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right), \quad (15)$$

mit dem Radius r des Detektors und dem Abstand a der Probe zum Detektor.

Das Spektrum eines monochromatischen γ -Strahlers ist in Abbildung 4 zu sehen. Der Rückstreupeak im Compton-Kontinuum, welches an der Compton-Kante endet, entsteht dadurch, dass γ -Quanten bereits außerhalb des Detektors streuen und erst in diesen eindringen, nachdem sie bereits einen Teil ihrer Energie abgegeben haben. Der Photo-Peak liegt, abgeschnitten vom Kontinuum, in einem höheren Energiebereich.

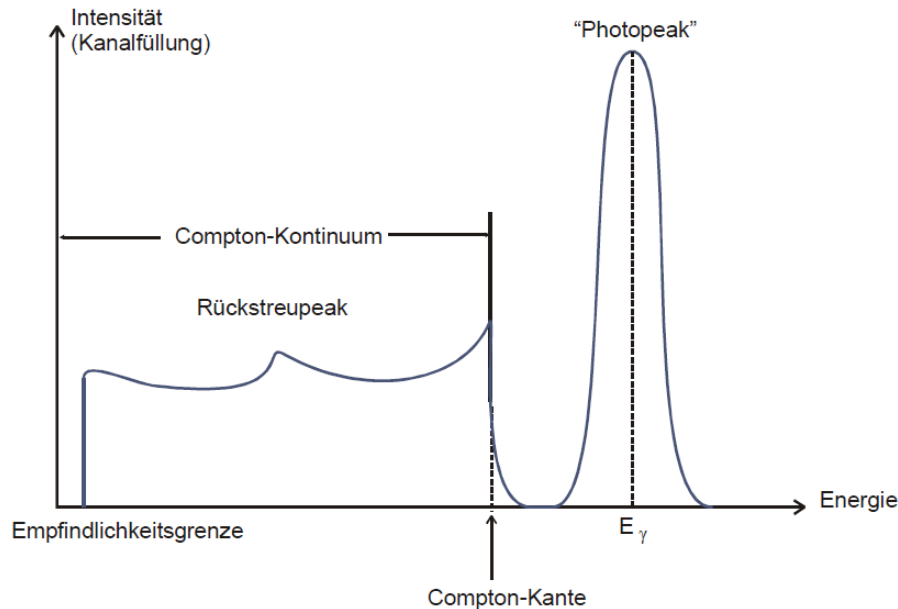


Abbildung 4: Spektrum eines monochromatischen γ -Strahlers [1].

3 Aufbau

Der an eine Hochspannung angeschlossene Detektor befindet sich zur Abschirmung der kosmischen Strahlung in einem Bleikasten, der im Inneren mit einer Kupferschicht ausgekleidet ist, um eventuelle β -Strahlung durch Blei-Isotope abzuschirmen. Um die durch Sammlung der Ladungsträger entstehenden Signale möglichst verlustfrei weiterzuleiten, wird über einen Operationsverstärker, der über eine Kapazität C rückgekoppelt wird, der Strom der ankommenden Elektronen in eine Spannung umgewandelt. Damit einzelne Impulse gemessen werden können, muss der Kondensator nach jedem Impuls entladen werden. Um das Verstärkerrauschen zu minimieren, wird dazu kein Widerstand verwendet, sondern die Gate-Drain-Schicht des Feldeffekttransistors nach jedem Puls mit einer über einen Schwellendiskriminator mit dem Verstärker verbundenen LED bestrahlt, wodurch er leitend wird und die Ladung abfließen kann. Das Schaltbild dieses Vorverstärkers ist in Abbildung 5 zu sehen. Über ein RC-Glied wird dieser an den Hauptverstärker gekoppelt, der die Spannungen über Hoch- und Tiefpässe glättet und auf 0 - 10 V verstärkt, da der angeschlossene Analog-Digital-Konverter(ADC) nur für diesen Bereich ausgelegt ist. Um zu verhindern, dass bei schnell hintereinander eintreffenden Pulsen ein verfälschtes Signal

aufgenommen wird, wird der Eingang des Konverters nach Ankommen des Spannungspulses über eine Steuereinheit gesperrt. Dadurch kommt es allerdings zu einer Totzeit in der keine Impulse detektiert werden können, sodass nicht die gesamte Aktivität einer Probe bestimmt werden kann. Der ADC selbst besteht aus einem Kondensator und einer Konstantstromquelle, die ihn mit einem gleichmäßigen Strom entlädt. Solange dieser Strom fließt, ist ein UND-Gatter geöffnet, durch das regelmäßige Pulse eines Quarz-Oszillators geschickt und von einem Binärzähler gezählt werden. Je länger das Gatter geöffnet ist, desto mehr Pulse kommen hindurch, sodass ihre Anzahl ein Maß für die im Detektor deponierte Energie ist und der Inhalt der entsprechenden Kanalnummer am Rechner um 1 erhöht wird. Der Aufbau des ADC ist in Abbildung 6 zu sehen. Um zu verhindern, dass der Detektor im ungekühlten Zustand an die Hochspannung angeschlossen wird, ist an seinem Gehäuse ein Temperaturfühler angebracht, der in diesem Fall die Hochspannung blockiert. Ein Block-Schaltbild des gesamten Aufbaus ist in Abbildung 7 zu sehen, wobei der Vielkanalanalysator den ADC und den Binärzähler bezeichnet, der an den Rechner angeschlossen ist.

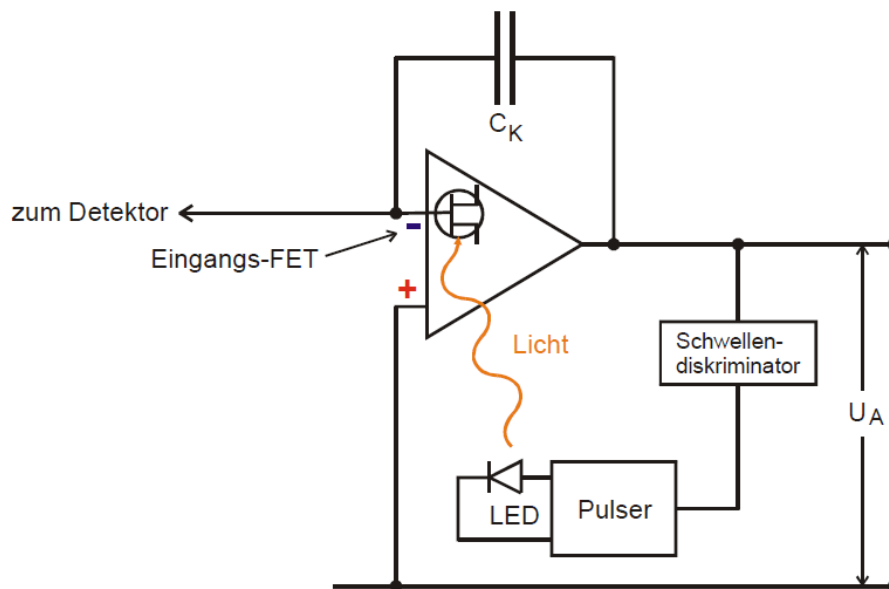


Abbildung 5: Schematischer Aufbau der Vorverstärkerschaltung [1].

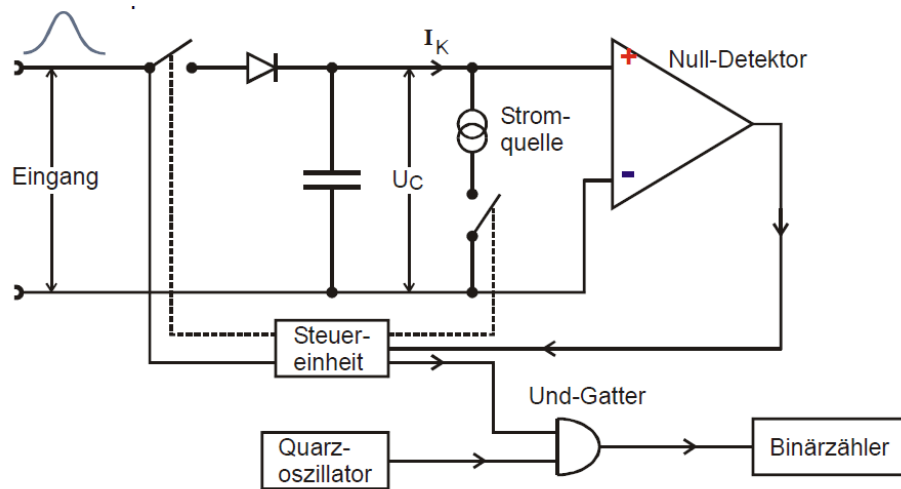


Abbildung 6: Schematischer Aufbau des Analog-Digital-Konverters [1].

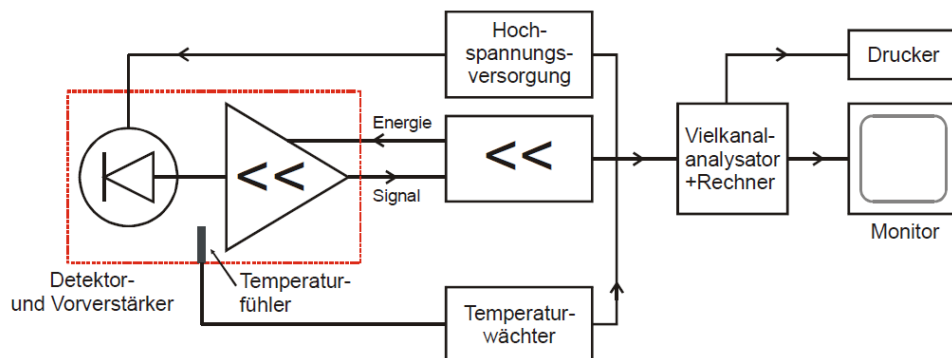


Abbildung 7: Schematischer Aufbau der gesamten Schaltung [1].

4 Durchführung

Die Messzeit t ist bereits um die Totzeit bereinigt. Zur Bestimmung der Energiekalibrierung des Detektors wird über eine Messzeit von $t = 2723\text{ s}$ das Spektrum einer ^{152}Eu -Probe aufgenommen. Es wird die Peaklage und der -inhalt und daraus die Effizienz des Detektors bestimmt. Das Spektrum eines ^{137}Cs -Strahlers wird über eine Messzeit von $t = 4543\text{ s}$ aufgenommen und die Energieauflösung des Detektors bestimmt. Das Spektrum einer unbekannten Quelle wird über einen Zeitraum von $t = 6312\text{ s}$ aufgenommen, um sie als ^{125}Sb oder ^{133}Ba zu identifizieren und ihre Aktivität zu bestimmen. Das Spektrum eines unbekannten Minerals wird für $t = 4489\text{ s}$ aufgenommen, um die aktiven Nuklide einer Zerfallsreihe über die Verteilung der Peaks zu bestimmen.

5 Auswertung

Die Graphen werden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [6] erstellt. Die Fehlerrechnung wird mithilfe von Uncertainties [4] durchgeführt.

5.1 Kalibrierung des Detektors

Der Detektor wird mit einem ^{152}Eu -Strahler kalibriert, da dieser ein linienreiches Spektrum für eine möglichst exakte Kalibrierung besitzt. Für die Kalibrierung wird das γ -Spektrum der Probe über eine Messdauer von 2723 s aufgenommen. Das Spektrum ist in Abbildung 8 zu sehen. Je eine Ausgleichsrechnung für die einzelnen Energiepeaks der Form

$$N(K) = a \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{K-b}{\sigma}\right)^2\right) + c \quad (16)$$

ergibt die Werte in Tabelle 1. Der Parameter a gibt dabei die Höhe der Peaks, b die Position und c die Höhe des Untergrundes an. Die Standardabweichung σ ist gemäß der Gaußschen Glockenkurve ein Maß für die Breite des Peaks.

Den Werten von b werden die entsprechenden Energien aus der Literatur [5] zugeordnet. Für die weiteren Ausgleichsrechnungen werden nur die Peaks mit einer Emissionswahrscheinlichkeit über 2% berücksichtigt, da der Untergrund die Ergebnisse verfälscht.

Die Energieabhängigkeit der Kanäle wird über eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$E_\gamma(K) = m \cdot K + n$$

bestimmt. Dabei werden die Unsicherheiten der Werte aufgrund ihrer geringen Größe nicht mit berücksichtigt. In Abbildung 9 sind die Energien gegen K aufgetragen. Für die Parameter ergibt sich:

$$\begin{aligned} m &= (0,402\,916 \pm 0,000\,021) \text{ keV}, \\ n &= (-3,04 \pm 0,04) \text{ keV}. \end{aligned}$$

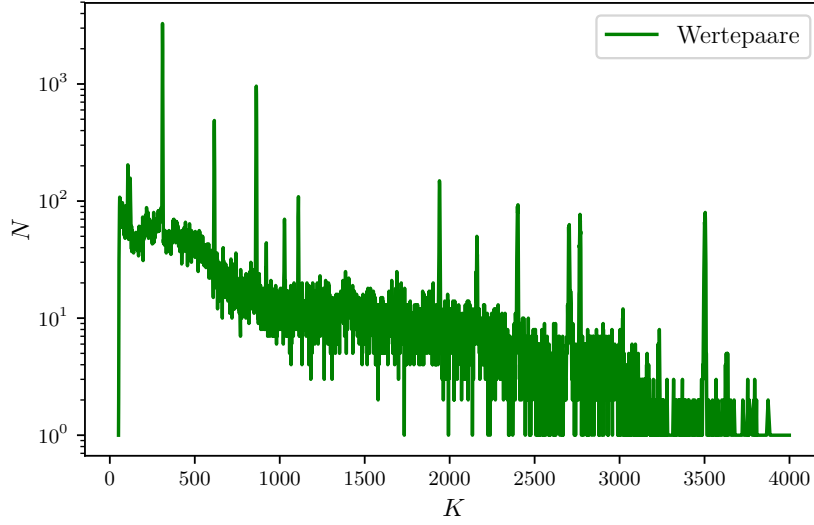


Abbildung 8: Das Spektrum eines ^{152}Eu -Strahlers, bei einer Messzeit von 2723 s, mit der Kanalnummer K und der Anzahl der im Kanal nachgewiesenen Ereignisse N .

Tabelle 1: Die Parameter der gefitteten Peaks des Spektrums von ^{152}Eu mit den zugeordneten Energien und Wahrscheinlichkeiten aus der Literatur [5].

$E_{\gamma}^{\text{lit}}/\text{keV}$	$W/\%$	b	σ	a	c
121.7817 ± 0.0003	28.531 ± 0.176	309.883 ± 0.008	1.121 ± 0.008	3213 ± 18	68 ± 6
244.6974 ± 0.0008	7.549 ± 0.046	614.957 ± 0.020	1.353 ± 0.022	455 ± 6	24.5 ± 2.0
295.9387 ± 0.0017	0.440 ± 0.005	741.73 ± 0.16	0.92 ± 0.17	18.8 ± 2.9	18.9 ± 0.9
344.2785 ± 0.0012	26.590 ± 0.206	862.023 ± 0.023	1.554 ± 0.026	970 ± 13	15 ± 6
367.7891 ± 0.0020	0.859 ± 0.006	920.44 ± 0.22	1.84 ± 0.25	28 ± 4	11.2 ± 1.3
411.1165 ± 0.0012	2.237 ± 0.013	1027.80 ± 0.12	1.74 ± 0.14	59 ± 4	12.2 ± 1.9
443.9606 ± 0.0016	2.827 ± 0.016	1109.51 ± 0.09	1.72 ± 0.10	71 ± 4	10.8 ± 1.8
688.6700 ± 0.0050	0.856 ± 0.007	1716.5 ± 0.6	3.0 ± 0.7	8.8 ± 1.5	8.8 ± 0.7
778.9045 ± 0.0024	12.928 ± 0.087	1940.48 ± 0.06	2.10 ± 0.07	139 ± 4	10.1 ± 1.6
867.3800 ± 0.0030	4.228 ± 0.032	2160.30 ± 0.24	2.62 ± 0.27	32.5 ± 2.8	9.1 ± 1.2
964.0570 ± 0.0050	14.510 ± 0.079	2400.01 ± 0.10	3.04 ± 0.11	90.3 ± 2.6	4.6 ± 0.8
1085.8370 ± 0.0100	10.115 ± 0.057	2702.63 ± 0.24	3.37 ± 0.27	49 ± 4	5.8 ± 1.3
1112.0760 ± 0.0030	13.667 ± 0.091	2767.47 ± 0.12	3.45 ± 0.13	69.1 ± 2.2	2.7 ± 0.8
1212.9480 ± 0.0110	1.415 ± 0.009	3017.7 ± 0.5	3.4 ± 0.6	7.2 ± 1.0	1.8 ± 0.6
1299.1420 ± 0.0080	1.633 ± 0.012	3232.0 ± 0.6	4.4 ± 0.7	4.6 ± 0.6	0.78 ± 0.20
1408.0130 ± 0.0030	20.868 ± 0.108	3502.36 ± 0.10	4.00 ± 0.10	74.3 ± 1.5	0.6 ± 0.5
1457.6430 ± 0.0110	0.497 ± 0.005	3629.7 ± 0.7	6.1 ± 0.8	3.3 ± 0.4	0.27 ± 0.13

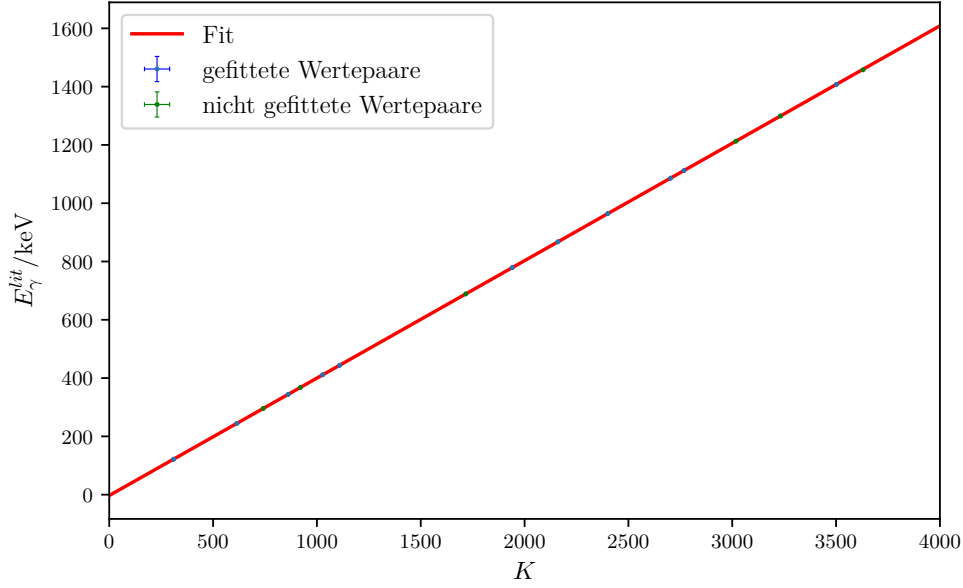


Abbildung 9: Die Energie E_γ gegen die Kanalnummer K aufgetragen, wobei die Unsicherheit des einzelnen Wertepaares sich durch die Unsicherheit der Position der Gaußkurve und der Unsicherheit des Literaturwertes für E_γ ergibt.

5.2 Bestimmung der Effizienz des Detektors

Zur Bestimmung der Effizienz wird die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q berechnet. Dafür müssen die Aktivität A , der Raumwinkel Ω , sowie der Inhalt Z der Peaks bestimmt werden.

Nach Herstellerangaben beträgt die Aktivität der Probe am 01.10.2000 $(4,13 \pm 0,06)$ kBq und besitzt eine Halbwertszeit von (4943 ± 5) d [1]. Betrachtet man die Zeitdifferenz von (6626 ± 1) d zur Versuchsdurchführung am 21.11.2018, ergibt sich mit Formel (14) eine aktuelle Aktivität von:

$$A_{Eu} = (1,631 \pm 0,024) \text{ kBq.}$$

Der Raumwinkel Ω bestimmt sich nach Formel (15) zu:

$$\frac{\Omega}{4\pi} = 0,016$$

Dabei ist der Radius $r = 2,25$ cm und der Abstand der Probe zum Detektor ergibt sich zu $a = 8,31$ cm [1]. Der Flächeninhalt Z der Gaußkurven bestimmt sich nach

$$Z = a\sqrt{2\pi\sigma^2} \quad (17)$$

mit den Werten für a und σ aus Tabelle 1. Mithilfe von Formel (13) und den Literaturwerten für die Wahrscheinlichkeiten [5] wird Q bestimmt. Mithilfe der Energiekalibrierung werden die Energien E_γ der Peaks über die Kanalnummern bestimmt. Die Ergebnisse

sind in Tabelle 2 eingetragen.

In Abbildung 10 wird Q gegen E_γ aufgetragen und es wird eine Ausgleichsrechnung der Form

$$Q(E_\gamma) = q \cdot \left(\frac{E_\gamma}{1 \text{ keV}} \right)^p$$

durchgeführt. Dabei wird zusätzlich der erste Wert nicht mit in die Ausgleichsrechnung mit einbezogen, da hier die Energie unter 150 keV liegt. Es ergeben sich die Parameter:

$$q = 81 \pm 12,$$

$$p = -1,025 \pm 0,023.$$

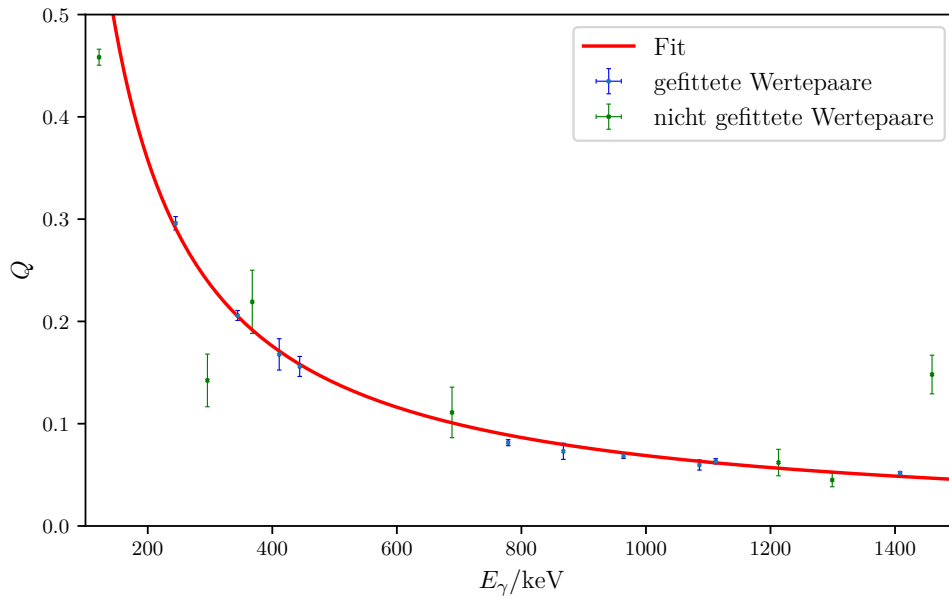


Abbildung 10: Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q gegen die Energie E_γ aufgetragen.

Tabelle 2: Die berechneten Peakinhalte Z , die berechneten Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten Q , sowie die berechneten Energien E_γ . Zudem die aus der Literatur entnommenen Energien E_{γ}^{lit} und Emissions-Wahrscheinlichkeiten W [5].

E_γ/keV	$E_\gamma^{\text{lit}}/\text{keV}$	$W/\%$	Z	Q
121.82 ± 0.04	121.7817 ± 0.0003	28.531 ± 0.176	9030 ± 60	0.458 ± 0.008
244.74 ± 0.04	244.6974 ± 0.0008	7.549 ± 0.046	1543 ± 25	0.296 ± 0.007
295.82 ± 0.08	295.9387 ± 0.0017	0.440 ± 0.005	43 ± 8	0.142 ± 0.026
344.28 ± 0.03	344.2785 ± 0.0012	26.590 ± 0.206	3780 ± 70	0.206 ± 0.005
367.82 ± 0.10	367.7891 ± 0.0020	0.859 ± 0.006	130 ± 19	0.22 ± 0.04
411.08 ± 0.06	411.1165 ± 0.0012	2.237 ± 0.013	259 ± 24	0.168 ± 0.016
444.00 ± 0.05	443.9606 ± 0.0016	2.827 ± 0.016	304 ± 19	0.156 ± 0.010
688.56 ± 0.22	688.6700 ± 0.0050	0.856 ± 0.007	66 ± 15	0.111 ± 0.025
778.81 ± 0.03	778.9045 ± 0.0024	12.928 ± 0.087	727 ± 24	0.081 ± 0.003
867.38 ± 0.10	867.3800 ± 0.0030	4.228 ± 0.032	213 ± 23	0.073 ± 0.008
963.96 ± 0.05	964.0570 ± 0.0050	14.510 ± 0.079	687 ± 23	0.0686 ± 0.0026
1085.89 ± 0.11	1085.8370 ± 0.0100	10.115 ± 0.057	420 ± 40	0.060 ± 0.005
1112.02 ± 0.06	1112.0760 ± 0.0030	13.667 ± 0.091	597 ± 23	0.0632 ± 0.0026
1212.85 ± 0.19	1212.9480 ± 0.0110	1.415 ± 0.009	61 ± 13	0.062 ± 0.013
1299.18 ± 0.24	1299.1420 ± 0.0080	1.633 ± 0.012	51 ± 8	0.045 ± 0.007
1408.12 ± 0.06	1408.0130 ± 0.0030	20.868 ± 0.108	744 ± 17	0.0517 ± 0.0015
1459.41 ± 0.28	1457.6430 ± 0.0110	0.497 ± 0.005	51 ± 7	0.148 ± 0.019

5.3 Untersuchung des Spektrums von ^{137}Cs

Es wird das Spektrum von ^{137}Cs bei einer Messzeit von 4543 s aufgenommen. Das Spektrum ist in Abbildung 11 zu sehen. Der Rückstreupeak wird obwohl es sich nicht um einen Gaußpeak handelt wie der Photopeak als Gaußförmig genähert. Das dies eine gute Näherung ist, lässt sich anhand der Fehler in Tabelle 3 erkennen. Es werden also der Photopeak und der Rückstreupeak mithilfe zweier Ausgleichsrechnungen gemäß Formel (16) untersucht. Es ergeben sich die Werte aus Tabelle 3. Die Energien bestimmen sich wie zuvor über die Kalibrierung aus dem Parameter b .

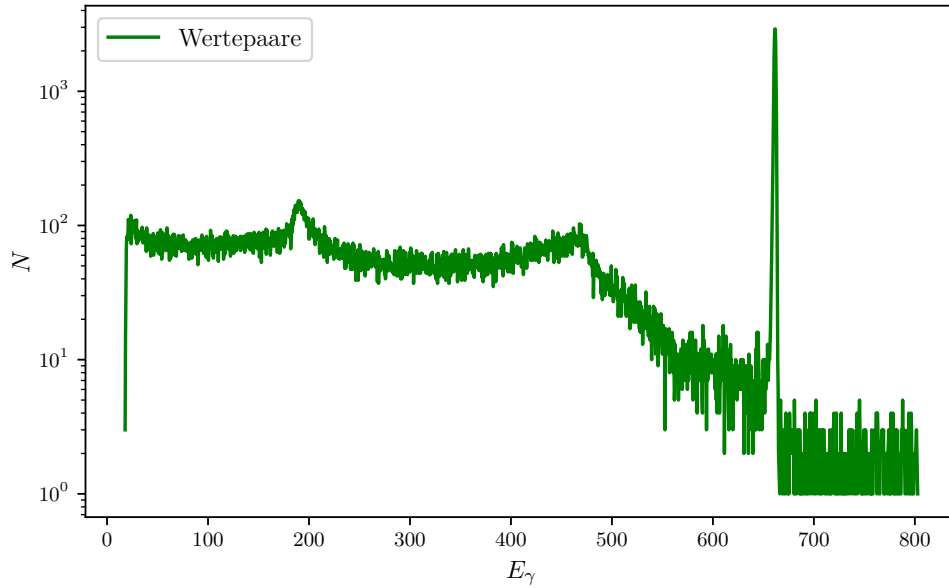


Abbildung 11: Das Spektrum eines ^{137}Cs -Strahlers, bei einer Messzeit von 4543 s.

Tabelle 3: Die Parameter der gefitteten Peaks des Spektrums von ^{137}Cs mit den ermittelten Energien, wobei es sich beim zweiten Peak um den Rückstreupeak handelt.

b	σ	a	c	E_γ/keV
1649.21 ± 0.04	2.17 ± 0.04	2980 ± 40	20 ± 16	661.45 ± 0.03
481.2 ± 0.7	14.5 ± 0.8	63 ± 3	77.9 ± 1.2	190.83 ± 0.27

Des Weiteren werden die Halbwerts- und die Zehntelwertsbreite des Photopeaks bestimmt. Hierzu werden die linke und die rechte Flanke des Peaks durch Geraden der Form

$$N(K) = mK + n \quad (18)$$

approximiert (vergleiche Abbildung 12 und 13). Die Werte sind in Tabelle 4 eingetragen, wobei sie von oben nach unten durchnummeriert sind. Mit einer Peakhöhe von $H = 2913$

ergeben sich die in Energien umgerechneten Breiten zu:

$$B_{1/2} = \frac{H/2 - n_2}{m_2} - \frac{H/2 - n_1}{m_1} \equiv (2,18 \pm 0,04) \text{ keV},$$

$$B_{1/10} = \frac{H/10 - n_4}{m_4} - \frac{H/10 - n_3}{m_3} \equiv (4,07 \pm 0,13) \text{ keV}.$$

Dabei ergeben sich die Fehler aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Betrachtet man das Verhältnis der Breiten, so ergibt sich ein Wert von

$$\frac{B_{1/10}}{B_{1/2}} = 1,87 \pm 0,07.$$

Dies entspricht dem Wert des Verhältnisses bei einer Gaußkurve von 1,823. Der theoretische Wert für die Halbwertsbreite ergibt sich mit Formel (11) zu:

$$B_{1/2,theo} = (1,031\,352 \pm 0,000\,019) \text{ keV}.$$

Dies entspricht weniger als der Hälfte des experimentellen Wertes.

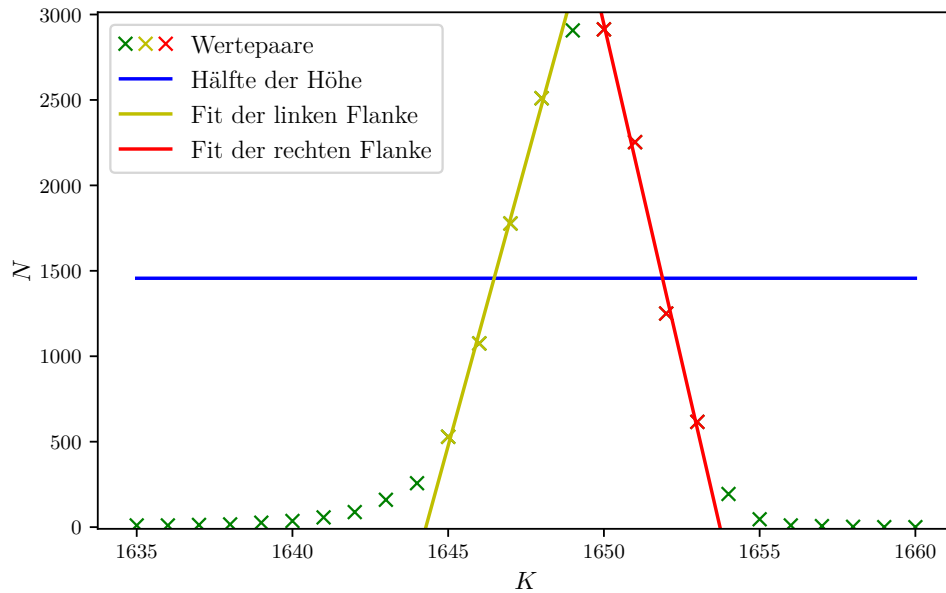


Abbildung 12: Die Bestimmung der Halbwertsbreite des ^{137}Cs -Strahlers. Die gelben Werte werden in die Ausgleichsrechnung der linken Flanke mit einbezogen, die roten in die der Rechten. Die grünen Werte werden in den Ausgleichsrechnungen nicht berücksichtigt.

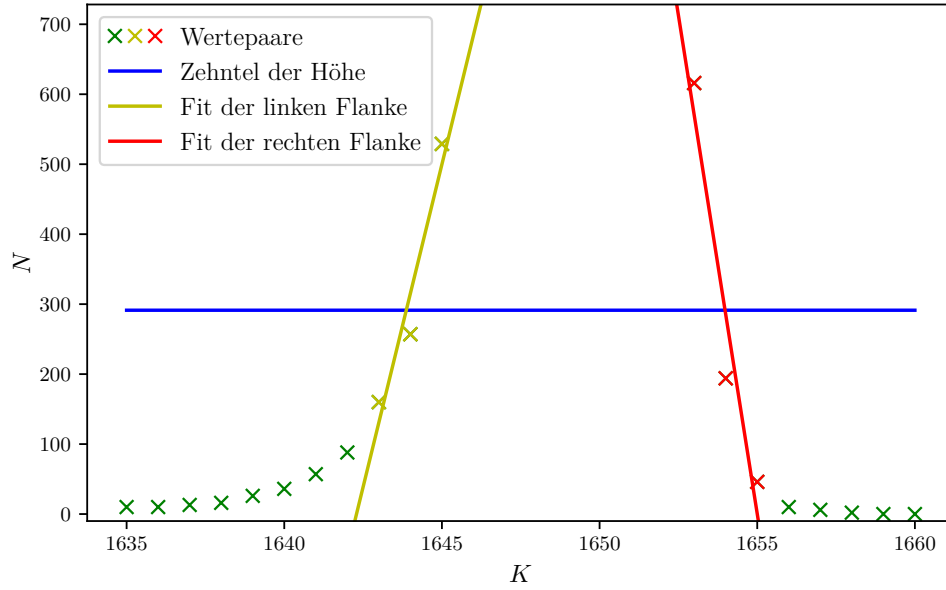


Abbildung 13: Die Bestimmung der Zehntelwertsbreite des ^{137}Cs -Strahlers. Die gelben Werte werden in die Ausgleichsrechnung der linken Flanke mit einbezogen, die roten in die der Rechten. Die grünen Werte werden in den Ausgleichsrechnungen nicht berücksichtigt.

Tabelle 4: Die Parameter der Ausgleichsgeraden zur Bestimmung der Halbwertsbreite (HWB) und Zehntelwertsbreite (ZWB) des Vollenergiepeaks des Spektrums von ^{137}Cs .

	m	n
HWB links	660 ± 40	-1090000 ± 60000
HWB rechts	-790 ± 60	1310000 ± 90000
ZWB links	190 ± 60	-300000 ± 90000
ZWB rechts	-290 ± 80	470000 ± 130000

Als nächstes wird das Compton-Kontinuum untersucht. Die theoretische Lage der Compton-Kante berechnet sich mit der Energie des Photopeaks mit Formel (6) zu:

$$E_{Compton, Theo} = (477,147 \pm 0,019) \text{ keV.}$$

Der Experimentelle Wert wird über den Schnittpunkt zweier Geraden der Form (18) bestimmt (vergleiche Abbildung 14). Mit den Parametern aus Tabelle 5 ergibt sich ein Wert von:

$$E_{Compton, Exp} = (469,8 \pm 1,0) \text{ keV.}$$

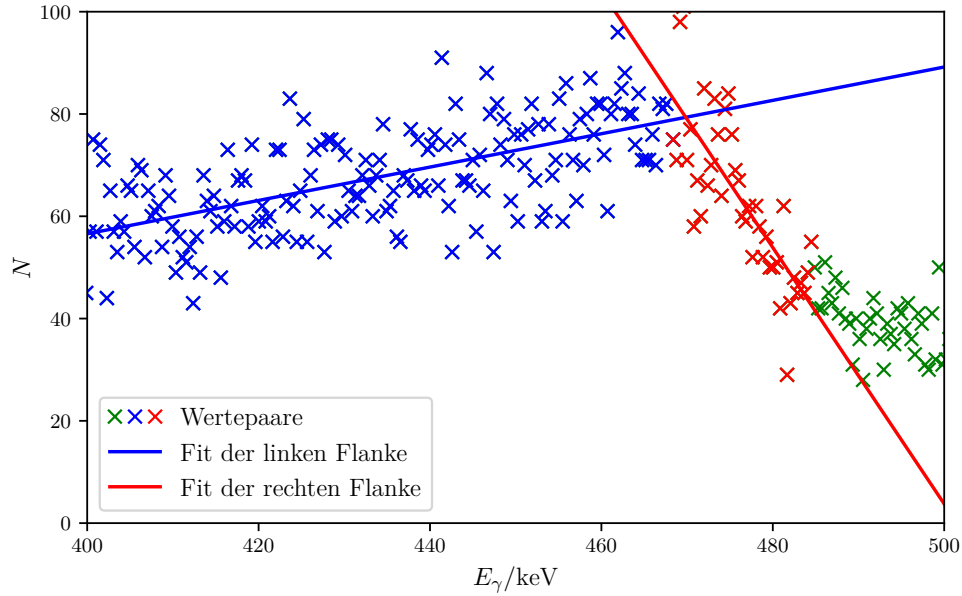


Abbildung 14: Die Bestimmung der Position der Compton-Kante des ^{137}Cs -Strahlers. Die blauen Werte werden in die Ausgleichsrechnung der linken Flanke mit einbezogen, die roten in die der Rechten. Die grünen Werte werden in den Ausgleichsrechnungen nicht berücksichtigt.

Tabelle 5: Die Parameter der gefitteten Geraden zur Bestimmung der Position der Compton-Kante des Spektrums von ^{137}Cs .

	m	n
linke Flanke	0.33 ± 0.04	-74 ± 14
rechte Flanke	-2.5 ± 0.4	1260 ± 160

Es werden die Inhalte des Kontinuums und des Photopeaks ermittelt. Der Inhalt des Photopeaks berechnet sich nach Formel (17). Die Anzahl der Ereignisse im Bereich des Compton-Kontinuums wird bestimmt, indem die Daten durch eine Ausgleichskurve nach Formel (8), welche durch einen Streckungsfaktor a und einen Achsenabschnitt b ergänzt wurde, approximiert werden (vergleiche Abbildung 15). Es ergeben sich die Parameter:

$$a = (4,99 \pm 0,22) \cdot 10^{32},$$

$$b = (15,4 \pm 1,9) \frac{\text{m}^2}{\text{keV}}.$$

Die Integration der Kurve liefert den Inhalt des Kontinuums. Es ergeben sich für die Inhalte die Werte:

$$I_{Photo} = (1,62 \pm 0,03) \cdot 10^4,$$

$$I_{Compton} = (5,95 \pm 0,07) \cdot 10^4.$$

Das ergibt ein Verhältnis der Inhalte von:

$$\frac{I_{Compton}}{I_{Photo}} = 3,67 \pm 0,07.$$

Der theoretische Wert des Verhältnisses V_{theo} bestimmt sich mit dem Extinktionskoeffizienten des Photopeaks von 0,0075/cm und dem des Kontinuums von 0,37/cm gemäß Abbildung 1, sowie Formel (3) zu:

$$V_{theo} = 26,5 \pm 1,8.$$

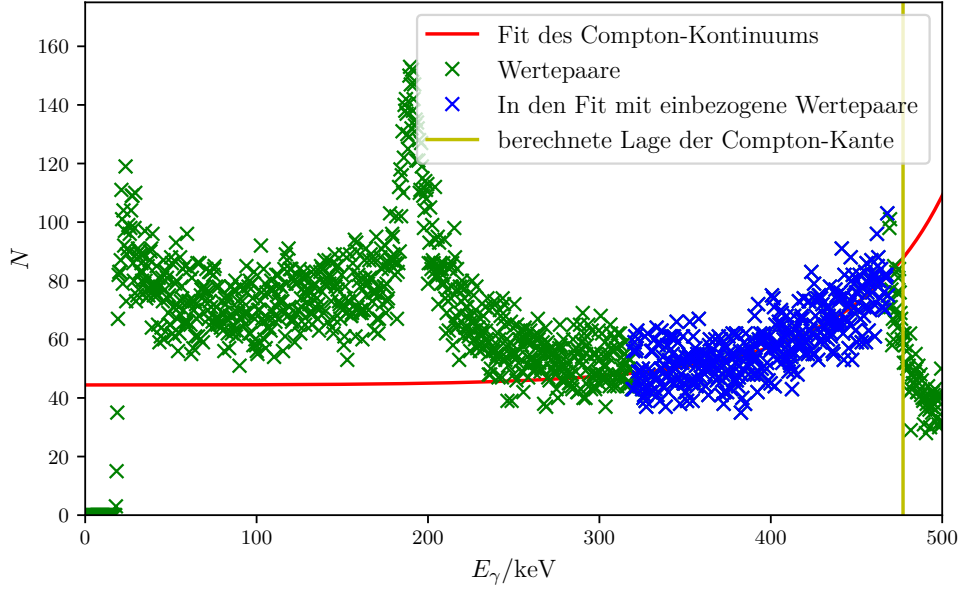


Abbildung 15: Die Approximation des Compton-Kontinuums des ^{137}Cs -Strahlers.

5.4 Bestimmung der Aktivität einer unbekannten Probe

Es wird die Aktivität einer weiteren Probe bestimmt. Das Spektrum wird über eine Messzeit von 6312 s aufgenommen und ist in Abbildung 16 zu sehen. Mit den Ergebnissen wird geklärt, ob es sich um eine ^{125}Sb - oder eine ^{133}Ba -Probe handelt. Dazu werden die Peaks des Spektrums durch Formel (16) approximiert. Die Parameter befinden sich in Tabelle 6. Die bestimmten Energien werden mit der Literatur [3] verglichen. Es ist zu erkennen, dass es sich bei der Probe um ^{133}Ba handelt.

Gemäß Formel (13) wird die Aktivität ermittelt. Dabei wird Z nach Formel (17) berechnet. Werden die Ergebnisse der Aktivitäten der Peaks mit einer Energie über 150 keV aus Tabelle 7 gemittelt, so ergibt sich eine mittlere Aktivität von:

$$A_{Ba} = (1263 \pm 9) \text{ Bq.}$$

Tabelle 6: Die Parameter der gefitteten Peaks des Spektrums mit den ermittelten Energien. Zudem die aus der Literatur entnommenen Energien E_{γ}^{lit} [3].

b	σ	a	c	E_{γ}/keV	$E_{\gamma}^{\text{lit}}/\text{keV}$
208.63 ± 0.04	1.06 ± 0.04	5600 ± 170	220 ± 60	81.02 ± 0.05	80.9979 ± 0.0011
693.562 ± 0.011	1.311 ± 0.011	709 ± 6	27.0 ± 0.7	276.41 ± 0.04	276.3989 ± 0.0012
759.247 ± 0.011	1.407 ± 0.012	1501 ± 11	23 ± 4	302.87 ± 0.03	302.8508 ± 0.0005
891.107 ± 0.008	1.505 ± 0.008	4000 ± 17	19 ± 6	356.00 ± 0.03	356.0129 ± 0.0007
960.125 ± 0.019	1.639 ± 0.021	493 ± 5	5.8 ± 1.9	383.81 ± 0.03	383.8485 ± 0.0012

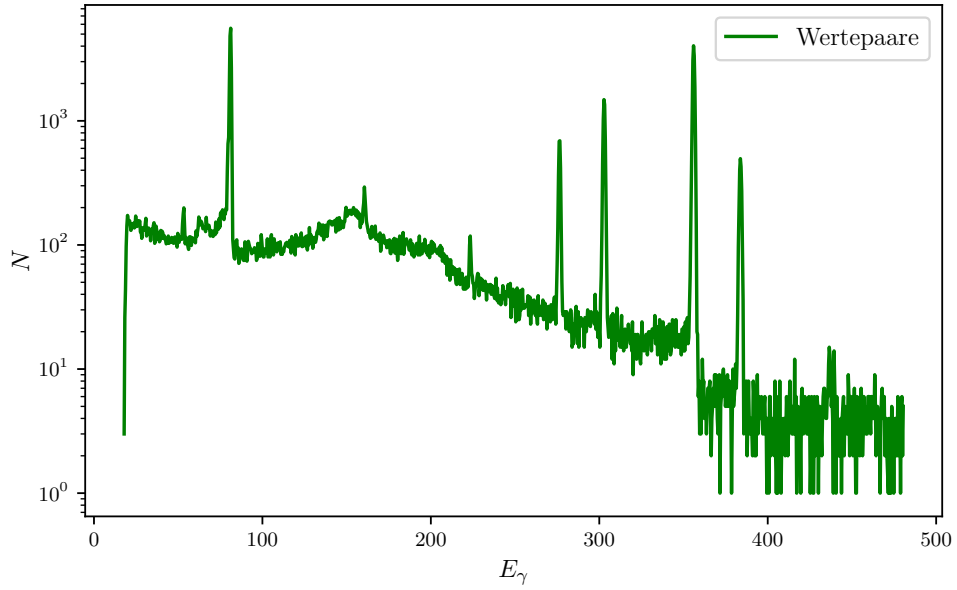


Abbildung 16: Das Spektrum des Strahlers, bei einer Messzeit von 6312 s.

Tabelle 7: Die berechneten Peakinhalte Z , die mit den Vollenergienachweiswahrscheinlichkeiten Q berechneten Aktivitäten A , sowie die berechneten Energien E_γ . Zudem die aus der Literatur entnommenen Energien E_γ^{lit} und Emissions-Wahrscheinlichkeiten W [3].

E_γ/keV	$E_\gamma^{\text{lit}}/\text{keV}$	$W/\%$	Z	Q	A/Bq
81.02 ± 0.05	80.9979 ± 0.0011	32.95 ± 0.33	14900 ± 600	0.90 ± 0.05	510 ± 40
276.41 ± 0.04	276.3989 ± 0.0012	7.16 ± 0.05	2329 ± 18	0.257 ± 0.006	1290 ± 40
302.87 ± 0.03	302.8508 ± 0.0005	18.34 ± 0.13	5290 ± 50	0.234 ± 0.005	1260 ± 30
356.00 ± 0.03	356.0129 ± 0.0007	62.05 ± 0.19	15090 ± 80	0.198 ± 0.004	1250 ± 25
383.81 ± 0.03	383.8485 ± 0.0012	8.94 ± 0.07	2024 ± 26	0.183 ± 0.004	1257 ± 29

5.5 Identifizierung der aktiven Nuklide in einer Zerfallsreihe

Anhand des Spektrums eines unbekannten Strahlers wird versucht einige aktive Nuklide einer Zerfallsreihe zu bestimmen. Das Spektrum des Strahlers wurde über einen Zeitraum von 4489 s aufgenommen und ist in Abbildung 17 zu sehen. Es wird wie bei der Untersuchung von ^{133}Ba vorgegangen. Die Parameter der Ausgleichsrechnung befinden sich in Tabelle 8. Durch Vergleich der berechneten Energien mit der Literatur [1] lassen sich ^{234}Th , ^{226}Ra , ^{214}Pb und ^{214}Bi als aktive Nuklide identifizieren. Die Werte für Z und A werden analog zu ^{133}Ba berechnet und befinden sich in Tabelle 9

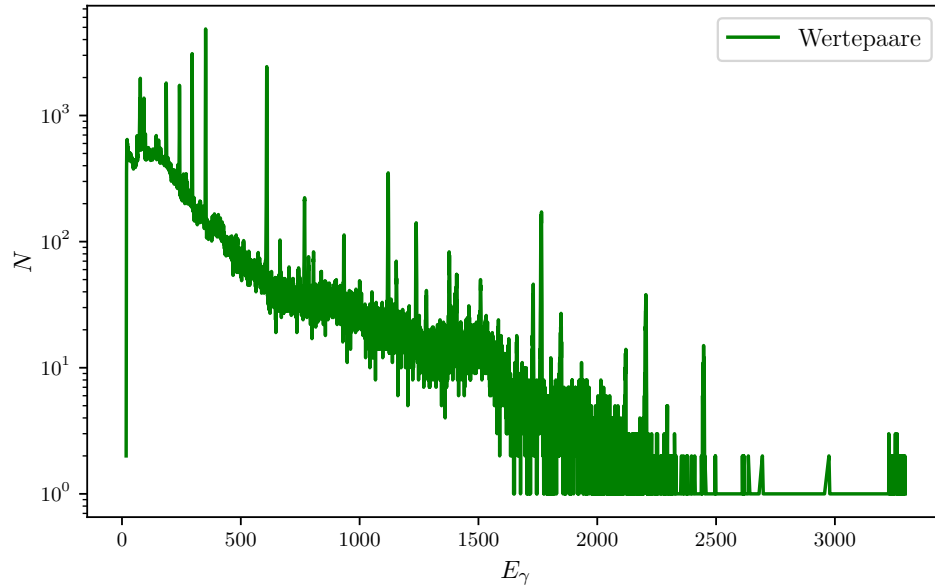


Abbildung 17: Das aufgenommene Spektrum einer unbekannten Probe, bei einer Messzeit von 4489 s.

Tabelle 8: Die Parameter der gefitteten Peaks des unbekannten Spektrums mit den ermittelten Energien.

b	σ	a	c	E_γ/keV
237.41 ± 0.14	1.20 ± 0.14	810 ± 80	589 ± 24	92.62 ± 0.07
469.349 ± 0.025	1.375 ± 0.028	1449 ± 24	423 ± 8	186.07 ± 0.04
608.182 ± 0.026	1.310 ± 0.027	1478 ± 26	273 ± 8	242.01 ± 0.04
740.278 ± 0.010	1.371 ± 0.010	2982 ± 18	194 ± 6	295.23 ± 0.03
880.925 ± 0.012	1.500 ± 0.013	4620 ± 40	150 ± 9	351.90 ± 0.03
1519.301 ± 0.021	2.089 ± 0.022	2478 ± 22	52 ± 7	609.11 ± 0.03
1913.96 ± 0.08	2.54 ± 0.09	188 ± 5	36.1 ± 1.6	768.13 ± 0.04
2325.40 ± 0.15	3.04 ± 0.16	81 ± 4	28.3 ± 1.1	933.90 ± 0.07
2787.46 ± 0.05	3.09 ± 0.05	334 ± 5	21.5 ± 1.3	1120.07 ± 0.04
3426.36 ± 0.26	3.63 ± 0.28	59 ± 4	16.8 ± 1.3	1377.49 ± 0.11
3485.8 ± 0.4	3.5 ± 0.6	19.1 ± 2.0	16.0 ± 1.7	1401.45 ± 0.14
3752.41 ± 0.29	3.9 ± 0.4	34.1 ± 2.3	14.4 ± 0.9	1508.87 ± 0.13
4299.91 ± 0.24	4.74 ± 0.26	32.2 ± 1.5	3.9 ± 0.6	1729.46 ± 0.11
4386.30 ± 0.12	4.71 ± 0.13	163 ± 4	3.9 ± 1.2	1764.27 ± 0.08
5477.59 ± 0.20	5.72 ± 0.21	33.8 ± 1.1	1.2 ± 0.4	2203.97 ± 0.12

Tabelle 9: Die zu den aus der Literatur entnommenen Energien E_γ^{lit} und Emissions-Wahrscheinlichkeiten W [1] zugeordneten Energien, sowie die zugehörigen Elemente.

Element	E_γ/keV	$E_\gamma^{\text{lit}}/\text{keV}$	$W/\%$
^{234}Th	92.62 ± 0.07	93	4
^{226}Ra	186.07 ± 0.04	186	4
^{214}Pb	242.01 ± 0.04	242	4
^{214}Pb	295.23 ± 0.03	295	19
^{214}Pb	351.90 ± 0.03	352	36
^{214}Bi	609.11 ± 0.03	609	47
^{214}Bi	768.13 ± 0.04	769	5
^{214}Bi	933.90 ± 0.07	935	3
^{214}Bi	1120.07 ± 0.04	1120	17
^{214}Bi	1377.49 ± 0.11	1378	5
^{214}Bi	1401.45 ± 0.14	1400	4
^{214}Bi	1508.87 ± 0.13	1509	2
^{214}Bi	1729.46 ± 0.11	1728	3
^{214}Bi	1764.27 ± 0.08	1764	17
^{214}Bi	2203.97 ± 0.12	2204	5

6 Diskussion

Der bei der Kalibrierung bestimmte lineare Zusammenhang zwischen den Kanälen und Energien zeigt nur geringe Unsicherheiten. Die Standardabweichungen der bestimmten Peaks in Tabelle 1 fallen mit maximal $6,1 \pm 0,8$ gering aus. Daraus folgt aus der Gaußförmigkeit der Kurven, dass die Peaks nur geringe Halbwertsbreiten besitzen. Dies lässt auf die hohe Auflösung des Reinst-Germaniumdetektors schließen.

Um Unsicherheiten zu minimieren, war darauf zu achten, einen Strahler mit möglichst reichhaltigem Spektrum zur Kalibrierung zu verwenden. Die Unsicherheiten, welche nach der Poisson-Statistik eigentlich auf die Höhe der einzelnen Kanäle genommen werden würden, wurden vernachlässigt, da sie häufig geringer als der Fehler durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung sind, oder zumindest in der selben Größenordnung liegen.

Die Untersuchung des Spektrums von ^{137}Cs ergab die erwarteten Werte. Die experimentell bestimmten Werte liegen bei allen untersuchten Größen in der Nähe der theoretisch bestimmten Werte. Beim Vergleich des bestimmten Verhältnis von Zehntel und Halbwertsbreite mit dem Verhältnis, welches eine Gaußkurve besitzt, ist zu erkennen, dass diese nah beieinander liegen. Daher können die vermessenen Peaks gut durch Gaußkurven angenähert werden.

Es ist jedoch zu erkennen, dass die experimentelle Halbwertsbreite doppelt so groß ausfällt wie die theoretisch bestimmte. Die Ursache hierfür sind die in Kapitel 2.2.3 beschriebenen Halbwertsbreiten aufgrund von Rauscheffekten $H.R$, $H.I$ und $H.E$, aus welchen sich die Energieauflösung $H.Ges$ gemäß (12) ergibt. Da der Detektor gekühlt wird, ist die Halbwertsbreite des Rauschens infolge von Leckströmen $H.R$ vernachlässigbar klein. Daher wird die zusätzliche Halbwertsbreite des Rauschens entweder durch den Verstärker ($H.E$) oder durch Inhomogenitäten im Feld ($H.I$) verursacht.

Anhand der bestimmten Verhältnisse zwischen experimentellem und theoretischem Auftreten von Photo- und Comptoneffekt ist zudem zu erkennen, dass sich die Wahrscheinlichkeit eines Photoeffekts bei höheren Energien nicht so schnell verringert wie theoretisch angenommen. Dies lässt sich dadurch erklären, dass das γ -Quant zunächst durch den Compton-Effekt Energie verliert und dann ein Photoeffekt stattfindet, dessen Wahrscheinlichkeit bei geringeren Energien steigt.

Die Spektren der beiden untersuchten unbekannten Proben stimmen gut mit den Spektren der zugeordneten Elemente überein. Die bestimmten Aktivitäten der Barium-Probe liegen wie in Tabelle 7 zu sehen abgesehen vom ersten Wert sehr nah beisammen. Dass der erste Wert von den Anderen abweicht, liegt daran, dass die verwendete Formel zur Bestimmung der Aktivität in diesem Energiebereich noch nicht gültig ist. Der Fehler auf den gemittelten Wert der Aktivität $A_{Ba} = (1263 \pm 9) \text{ Bq}$ ist somit gering, weshalb es sich um eine geeignete Methode zur Aktivitätsbestimmung zu handeln scheint.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V18.pdf> (besucht am 25.06.2018).
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [3] Yu. Khazov, A. Rodionov und F.G. Kondev. „Nuclear Data Sheets for $A = 133$ “. In: *Nuclear Data Sheets* 112.4 (2011), S. 855–1113. ISSN: 0090-3752. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nds.2011.03.001>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0090375211000202>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 13.11.2017).
- [5] M.J. Martin. „Nuclear Data Sheets for $A = 152$ “. In: *Nuclear Data Sheets* 114.11 (2013), S. 1497–1847. ISSN: 0090-3752. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nds.2013.11.001>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0090375213000744>.
- [6] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 13.11.2017).