

V21

# Optisches Pumpen

Julian Hochhaus  
julian.hochhaus@tu-dortmund.de

Niko Salewski  
niko.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.04.2018

Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Zusammenhang zwischen Drehimpuls, magnetischem Moment und Kernspin	3
1.2	Prinzip des optischen Pumpens . . . . .	4
1.3	Quadratischer Zeeman-Effekt . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	6
2.2	Versuchsbeschreibung . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
3.1	Berechnung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes . . . . .	8
3.2	Messung der Transparenz der Dampfzelle . . . . .	8
3.3	Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds und der Landéschen $g_F$ -Faktoren . . . . .	9
3.4	Bestimmung der Kernspins beider Isotope . . . . .	10
3.5	Quadratischer Zeeman-Effekt . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
	<b>Literatur</b>	<b>14</b>

# 1 Theorie

Das Ziel dieses Versuches ist die präzise Messung der Zeemann-Aufspaltung von zwei Rubidium-Isotopen mit Hilfe der Methode des optischen Pumpens.

In der Elektronenhülle eines Atoms können die Elektronen verschiedene Energieniveaus einnehmen. Dabei wird immer der energetisch günstigste Zustand angestrebt, sodass die innersten Schalen vollständig besetzt sind. Interessant für diesen Versuch sind die äußeren Niveaus, deren Besetzung eine Temperaturabhängigkeit aufweist. Seien nun die beiden Energieniveaus  $W_i$  und  $W_{i+1}$  ( $W_{i+1} > W_i$ ) gegeben. Dann erfüllen diese die Boltzmannsche Gleichung

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{g_{i+1}}{g_i} \frac{\exp(-W_{i+1}/k_B T)}{\exp(-W_i/k_B T)}, \quad (1)$$

wobei  $g_i$  dem statistischen Gewicht und  $N_i$  der Besetzungszahl des jeweiligen Energieniveaus,  $k_B$  der Boltzmann-Konstanten [2] und  $T$  der Temperatur im thermischen Gleichgewicht entspricht. Im Normalfall sollte folglich  $W_i$  eine höhere Besetzungszahl aufweisen. Mit dem optischen Pumpen wird eine Inversion ( $N_{i+1} > N_i$ ) möglich. Wenn diese Konstellation hergestellt wird, können Übergänge zwischen den beiden Niveaus induziert werden, bei denen ein Photon mit der Energie

$$h\nu = W_{i+1} - W_i, \quad (2)$$

emittiert wird. Die Frequenz wird hier  $\nu$  genannt und  $h$  entspricht dem Planckschen Wirkungsquantum [6].

## 1.1 Zusammenhang zwischen Drehimpuls, magnetischem Moment und Kernspin

Die Elektronenhülle des Atoms besitzt einen Drehimpuls  $\vec{J}$ , der sich aus dem Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  und dem Spin  $\vec{S}$  zusammensetzt. An diesen koppelt das zugehörige magnetische Moment

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J}, \quad (3)$$

mit dem Bohrschen Magneton  $\mu_B$  [5] und dem Landé-Faktor  $g_J$ . Die Zusammensetzung des magnetischen Momentes der Elektronenhülle gemäß der Russel-Saunders-Kopplung  $\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$  ermöglicht unter Verwendung des Kosinussatzes den Ausdruck

$$g_J = \frac{3,0023J(J+1) + 1,0023(S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (4)$$

für den Landé-Faktor.

Befindet sich das Atom in einem externen B-Feld, so tritt eine Aufspaltung der Bohrschen Energieniveaus (Lösungen der Schrödingergleichung ohne Spin) ein. Dieser Effekt wird Zeemann-Effekt genannt. Das B-Feld wirkt auf das magnetische Moment der Elektronenhülle und dieses führt eine Präzessionsbewegung in Feldrichtung aus,

wodurch sich eine Richtungsquantelung des Drehimpulses ergibt. Damit ergibt sich die Wechselwirkungsenergie

$$U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = M_J g_J \mu_B B, M_J \in \{J \in \mathbb{Z} \mid -J \leq M_J \leq J\}. \quad (5)$$

Die Orientierungsquantenzahl  $M_J$  folgt aus der Richtungsquantelung.

Bei dieser Überlegung wurde allerdings noch nicht der Einfluss des Kernspins  $\vec{I}$  berücksichtigt. Der Gesamtdrehimpuls des Atoms ergibt sich nämlich durch eine Drehimpulsaddition von dem Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle und dem Drehimpuls des Kerns:  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ .

Durch den Kernspin, der wieder ein magnetisches Moment impliziert, welches im B-Feld der Elektronenhülle wieder eine Richtungsquantelung aufweist, findet eine Aufspaltung in die sogenannte Hyperfeinstrukturaufspaltung statt. Jeder Zustand in dieser Struktur wird durch die Quantenzahl  $F \in \{F \in \mathbb{N} \mid |I - J| \leq F \leq I + J\}$  klassifiziert. In einem externen Magnetfeld ergeben sich schließlich  $2F + 1$  Zeemann-Niveaus. Gemäß des Kosinussatzes folgt aus der Vektoraddition der Ausdruck

$$g_F = g_J \frac{F(F + 1) + J(J + 1) - I(I + 1)}{2F(F + 1)} \quad (6)$$

für den Landé-Faktor.

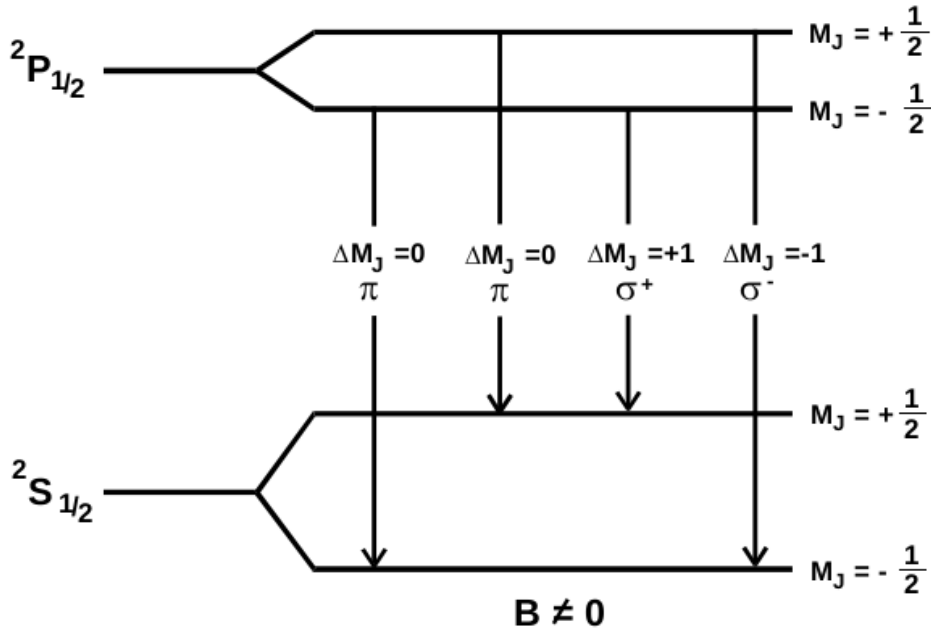
## 1.2 Prinzip des optischen Pumpens

Das optische Pumpen ermöglicht eine nicht-thermische Verteilung der Elektronen auf die verschiedenen Energieniveaus. Es werden energetisch günstigere Niveaus leerpumpt und höhere Niveaus besetzt. Dieser Prozess lässt sich gut anhand Abbildung von 1 erläutern. Hierbei werden die Übergänge zwischen den beiden Zuständen  $^2P_{\frac{1}{2}}$  und  $^2S_{\frac{1}{2}}$  betrachtet. Jedem Strahlenübergang, welcher jeweils die Auswahlregel  $\Delta M_J = 0, \pm 1$  erfüllt, ist eine Energie und ein Polarisationszustand zugeordnet. Bei den beiden  $\pi$ -Übergängen ( $\Delta M_J = 0$ ) wird jeweils linear polarisiertes Licht emittiert bzw. absorbiert. Des Weiteren entspricht der  $\sigma^+$ -Übergang ( $\Delta M_J = 1$ ) rechtszirkular- und der  $\sigma^-$ -Übergang ( $\Delta M_J = -1$ ) linkszirkular-polarisiertem Licht. Wenn nun, wie beim Versuch, rechtszirkular polarisiertes  $D_1$ -Licht (Licht der Wellenlänge  $\lambda = 794,8 \text{ nm}$  aus dem Spektrum der Rb-Spektrallampe) eingestrahlt wird, werden die Elektronen nach der Absorption aus dem Niveau  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = -\frac{1}{2}$  in das Niveau  $^2P_{\frac{1}{2}}, M_J = +\frac{1}{2}$  übergehen (Aufgrund der Auswahlregel  $\Delta M_J = 1$ ). Aus diesem emittieren die Elektronen unter Aussendung eines Photons nach kurzer Zeit wieder heraus in den Grundzustand.

Die Elektronen werden sowohl in das Niveau  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = -\frac{1}{2}$  als auch in das Niveau  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = \frac{1}{2}$  absorbiert.

Aufgrund der Auswahlregel durch das eingestrahlte Licht werden allerdings niemals Elektronen aus dem Niveau  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = \frac{1}{2}$  absorbiert und in das  $^2P_{\frac{1}{2}}, M_J = +\frac{1}{2}$ -Niveau gehoben.

Somit wird das energetisch günstigere  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = -\frac{1}{2}$ -Niveau zu Gunsten des  $^2S_{\frac{1}{2}}, M_J = \frac{1}{2}$ -Niveau leerpumpt.

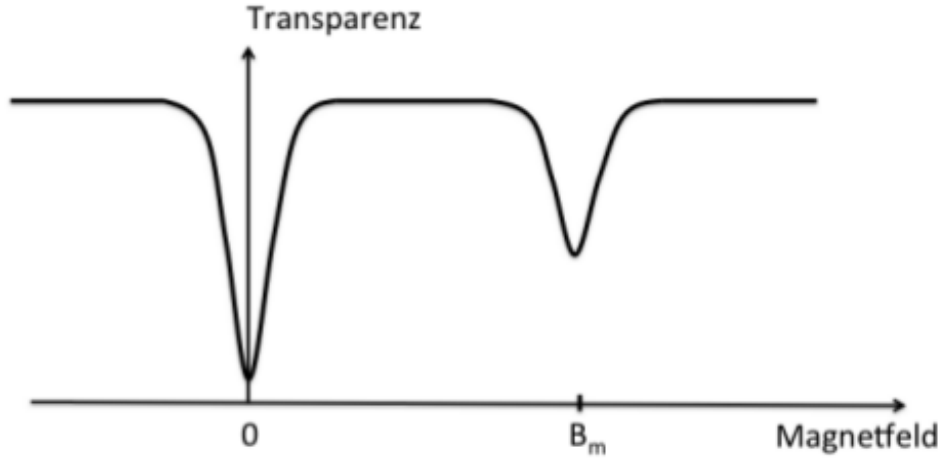


**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Niveaufenspaltung eines Atom ohne Kernspin im Magnetfeld.[10]

Bei dem Versuch wird die Transparenz, also die transmittierte Intensität des  $D_1$ -Lichtes, verwendet, um die Übergänge zwischen den Zeemann-Niveaus zu messen. Ein typischer Verlauf der Transparenz gegen das anliegende Magnetfeld ist in Abbildung 2 dargestellt. Bei  $B = 0$  fällt die Transparenz ab, weil dort kein Zeemann-Effekt auftritt. Zunächst wird mit dem rechtszirkular-polarisierten  $D_1$ -Licht die Besetzungsinversion erzeugt, sodass das energetisch günstigere Niveau nahezu leer ist. Damit können keine durch das  $D_1$ -Licht induzierten Übergänge stattfinden, sodass die Transparenz maximal wird. Nun ermöglicht das frequenzvariable Wechselfeld (RF-Feld) eine induzierte Emission bei

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \cdot \nu, \quad (7)$$

wobei  $m_0$  der Elektronenmasse [3],  $e_0$  der Elementarladung [4] und  $\nu$  der angelegten Frequenz entspricht. Bei dieser Resonanzfrequenz  $\nu$  wird die Inversion rückgängig gemacht. Und das energetisch günstigere Niveau ist wieder besetzt, was sich auch bei der Transparenz bemerkbar macht, die ein Minimum durchläuft, der durch die wieder ermöglichten Absorptionen des  $D_1$ -Lichtes durch das  $^2S_{1/2}, M_J = -\frac{1}{2}$  Niveau bedingt ist. Prinzipiell wäre auch eine Entleerung der Zeeman-Niveaus über spontane Emission denkbar. Allerdings liegt nach der Planckschen Formel für die Frequenz der Übergangswahrscheinlichkeit bei einem spontanen Prozess eine Abhängigkeit von  $\nu^3$  vor, sodass spontane Prozesse erst für hohe Frequenzen zu berücksichtigen sind. Die im Experiment ablaufenden spontanen Emissionen zwischen den Bohrschen Energie-



**Abbildung 2:** Darstellung eines typischen Transparenzverlaufs der Dampfzelle in Abhängigkeit vom angelegten RF-Wechselfeld. [10]

niveaus sind etwa um einen Faktor  $10^{25}$  häufiger als spontane Emissionen zwischen den Zeeman-Niveaus. Zwischen den Zeeman-Niveaus finden daher praktisch nur durch das RF-Feld induzierte Emissionsprozesse statt.

### 1.3 Quadratischer Zeeman-Effekt

Unter der Verwendung von Magnetfeldern mit großen Feldstärken müssen zur Beschreibung der Übergangsenergie  $U_{\text{HF}}$  weitere Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden. Dies ist notwendig, da bei großen Magnetfeldern der sogenannte Paschen-Back-Effekt eintritt, die Drehimpulse  $\vec{J}$  sowie  $\vec{I}$  einzeln an das Magnetfeld koppeln. Unter der Berücksichtigung von Korrekturtermen quadratischer Ordnung ergibt sich für die Übergangsenergie  $U_{\text{HF}}$ :

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}}. \quad (8)$$

Es ist hierbei ist  $\Delta E_{\text{Hy}}$  die Energiedifferenz in der Hyperfeinstruktur sowie  $M_F$  die Gesamtdrehimpulsquantenzahl des betrachteten Atoms ist.

## 2 Durchführung

### 2.1 Versuchsaufbau

Der prinzipielle Aufbau des Versuches ist in Abbildung 3 zu sehen. Als Lichtquelle wird eine Rb-Spektrallampe verwendet. Das Licht aus der Spektrallampe trifft zuerst auf eine Sammellinse zur Fokussierung und dann auf einen  $D_1$ -Filter, der die  $D_1$ -Linie aus dem Rubidium-Spektrum ( $\lambda = 794,8 \text{ nm}$ ) passieren lässt und so das notwendige  $D_1$ -Licht

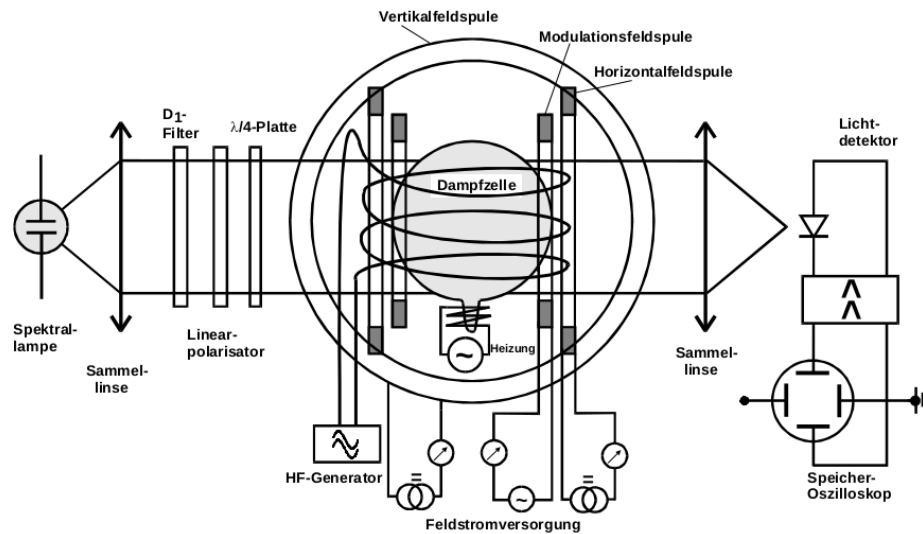


Abbildung 3: Prinzipieller Aufbau des Versuchs.[10]

erzeugt. Die rechtszirkulare Polarisation wird durch den darauffolgenden Polarisationsfilter und eine  $\frac{\lambda}{4}$ -Platte ermöglicht. In der Dampfzelle befindet sich der Rb-Dampf, der mit einem Ofen geheizt wird. An der Dampfzelle sind drei Helmholtz-Spulenpaare zur Erzeugung von Magnetfeldern angebracht. Eins ist vertikal ausgerichtet ( $R = 11,735 \text{ cm}$ ,  $N = 20$ ) und dient zum Ausgleich der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes. Die anderen beiden Spulenpaare erzeugen horizontale Magnetfelder und sind aufeinander aufgewickelt. Es handelt sich um die Sweep-Spule ( $R = 16,39 \text{ cm}$ ,  $N = 11$ ) mit variierbarem Spulenstrom und die Horizontalfeld-Spule ( $R = 15,79 \text{ cm}$ ,  $N = 154$ ). Außerdem ist durch die RF-Spule noch ein Helmholtz-Spulenpaar gegeben, welches das Wechselfeld zur Anregung der induzierten Emission erzeugt.

Für die Transparenzmessung ist hinter der Dampfzelle wieder eine Sammellinse zur Fokussierung des  $D_1$ -Lichtes auf einen Lichtdetektor angebracht. Der Lichtdetektor ist an einen Eingang eines Oszilloskopes angeschlossen. An einer Kontrollvorrichtung können alle Spulenströme, sowie der Startwert des horizontalen Magnetfeldes und die Dauer eines Durchlaufes eingestellt werden.

## 2.2 Versuchsbeschreibung

Eine halbe Stunde vor der Messung wird der Ofen eingeschaltet, um den richtigen Dampfdruck zu erzeugen. Daraufhin werden die optischen Objekte so justiert, dass die Intensität maximal wird. Dafür müssen an der Kontrollvorrichtung alle "GAIN"-Knöpfe auf "1" gestellt werden. Nach der Justierung wird eine schwarze Decke über den Aufbau gelegt, um externes Licht abzuschirmen.

Als zweiter Schritt wird der gesamte Aufbau in Nord-Süd-Richtung gedreht, damit die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes entweder parallel oder antiparallel zur Horizontalfeldspule ausgerichtet ist. Dann wird die vertikale Komponente des Erdma-

gnetfeldes mit der Vertikalfeldspule kompensiert. Hierzu soll auf dem Oszilloskop ein möglichst scharfer Peak zu erkennen sein. Dies geschieht mit abwechselnder Justierung der Position des Aufbaus in Nord-Süd-Richtung und dem Einstellen des Spulenstroms der Vertikalfeldspule. Hierfür muss der untere Schalter für die Sweep-Spule auf "CONTINUOUS" und der Obere auf "START" gestellt werden. Weiterhin muss für beide Kanäle am Oszilloskop DC-Kopplung eingestellt sein. Der "GAIN" soll auf 20, der "GAIN MULTIPLIER" auf x10 und der "METER MULTIPLIER" soll auf x2 geschaltet sein. Der Wert für den eingestellten Spulenstroms wird notiert und nicht mehr verändert.

Nun wird das gesamte Horizontalfeld in Abhängigkeit von den Resonanzfrequenzen der beiden Rubidium-Isotope gemessen. Hierfür wird die Frequenz (Sinus-Spannung) des RF-Felds im Bereich von 100 kHz–1 MHz in 100 kHz-Schritten variiert. Für höhere Frequenzen (ab 200 kHz) wird ein zusätzliches Horizontalfeld benötigt, damit die Resonanzen im Sweep-Feld-Bereich liegen. Es werden jeweils die Frequenzen für die beiden Resonanzen notiert. Der Strom bei dem die Resonanzen auftreten kann am Potentiometer abgelesen werden, wobei eine Umdrehung 0,1 A entspricht.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Berechnung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes

Mithilfe des abgelesenen Spulenstroms der Vertikalfeldspule, welcher benötigt wurde um die Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds bestmöglich zu kompensieren, lässt sich diese bestimmen.

Abgelesen wurde am Potentiometer ein Strom von  $I = 0,231$  A.

Nach der Versuchsanleitung [10] haben die Spulen der Vertikalfeldspule jeweils einen Radius von  $R = 11,735$  cm und eine Windungszahl von  $N = 20$ .

Mit der Formel zur Berechnung des B-Felds eines Helmholtz-Spulenpaars [9];

$$B = \mu_0 \cdot \frac{8 \cdot I \cdot N}{\sqrt{125} \cdot R} \quad (9)$$

ergibt sich somit für die Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds  $B_{\text{vertical}} = 35,4 \cdot 10^{-6}$  T. Hierbei wurde die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  der CODATA entnommen. [5]

#### 3.2 Messung der Transparenz der Dampfzelle

Die Abbildung 4 zeigt ein typisches Oszilloskopbild der Transparenzmessung der Dampfzelle. Da ohne anliegendes Feld keine Zeeman-Aufspaltung stattfindet, bildet sich für  $B = 0$  ein sehr deutlicher Nullpeak. Hier wird das Licht der Rubidium-Spektrallampe nahezu vollständig in der Dampfzelle absorbiert. Zudem sind zwei weitere Minima der Transparenz zu erkennen.

Bei diesen Minima erzeugt das hochfrequente Wechselfeld (RF-Feld) gerade genau elektromagnetische Wellen, welche die passende Energie haben, um die vollgepumpten Niveaus zu entleeren und somit die erneute Absorption des Spektrallampenlichts in der Dampfzelle zu ermöglichen, sodass die Transparenz erneut sinkt.



Die notwendige Energie zum Leeren der Niveaus ist dabei abhängig von den Energiedifferenzen zwischen den Niveaus der Zeeman-Aufspaltung der Rubidium-Isotope.

Anhand der Tiefe der Transparenzminima soll das Verhältnis der Rubidium-Isotope in der Dampfzelle bestimmt werden.

Mithilfe des Pointer-Tools in der Bildbearbeitungssoftware GIMP [14] wird anhand der Pixelposition der Minima in y-Richtung bezüglich der maximalen Transparenz das Amplitudenverhältnis der beiden Isotope bestimmt.

Abgelesen wird für das erste Minimum eine Tiefe von 287Pixel und für das zweite Minimum eine Tiefe von 496Pixel. Es wird jeweils ein Ablesefehler von 2% angenommen und als Unsicherheit für die weitere Berechnung mit berücksichtigt.

Somit ergibt sich ein Amplitudenverhältnis von

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{287 \pm 5.8}{496 \pm 9.9} \approx 0.58 \pm 0.02$$

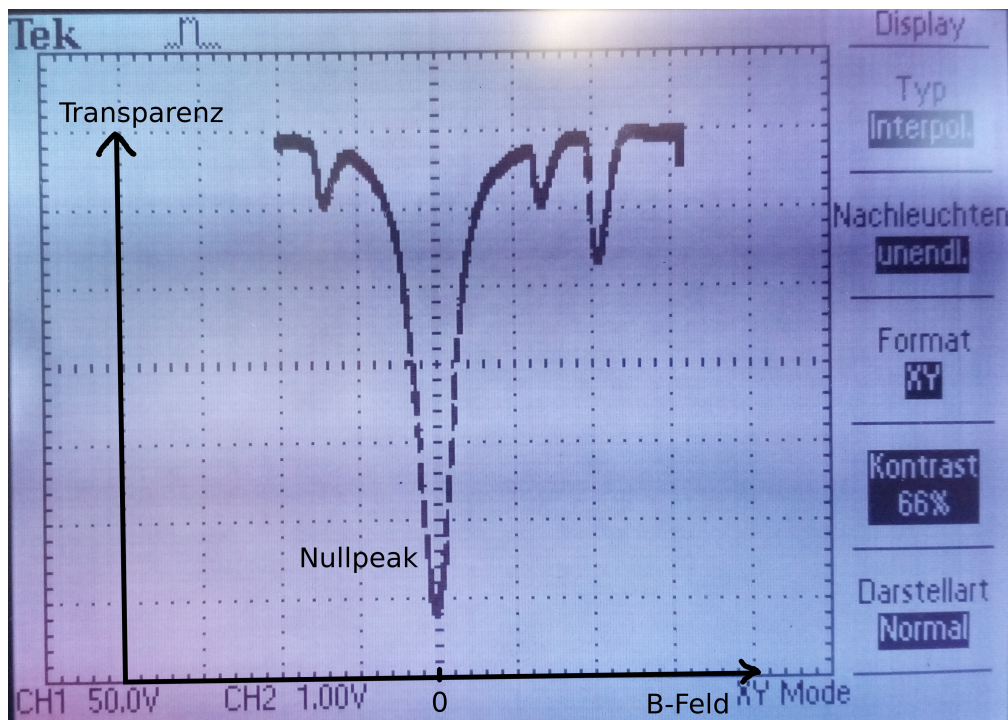


Abbildung 4: Transparenzmessung der Dampfzelle

### 3.3 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds und der Landéschen $g_F$ -Faktoren

Zur Bestimmung der Landé-Faktoren und der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds werden die Frequenzen des angelegten RF-Feldes gegen die Magnetfeldstärken in den

Resonanzen der beiden Isotope aufgetragen.

Das gesamte B-Feld ergibt sich hierbei aus der Addition von Horizontalfeld und dem Feld der Sweep-Spule.

Die jeweiligen Magnetfeldstärken ergeben sich wiederum mit der Formel für die Helmholtzspule (9).

In Tabelle 1 sind die gemessenen Stromstärken von Horizontalfeldspule und Sweep-Feldspule für beide Transparenzminima eingetragen.

Die daraus berechneten Magnetfeldstärken befinden sich ebenso in Tabelle 2 wie die Frequenz des RF-Felds.

Das gesamte Magnetfeld, welches nötig ist um die Transparenzminima zu erzeugen, setzt sich zusammen aus dem Feld  $B_m$ , welches notwendig ist, um die gepumpten Niveaus wieder zu leeren und der lokalen Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds  $B_{\text{Erde}}$ :

$$B_{\text{ges}} = B_m + B_{\text{Erde}}.$$

Analog zu Formel (7) ergeben sich die  $g_F$  über die Feldstärke des RF-Felds wie folgt:

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_F} \cdot \nu.$$

Anhand obiger Überlegungen zeigt sich also ein linearer Zusammenhang zwischen dem gesamten anliegenden Magnetfeld  $B_{\text{ges}}$  und der Frequenz des RF-Wechselfelds:

$$B_{\text{ges}} = a \cdot \nu + B_{\text{Erde}}.$$

In Abbildung 5 sind die gemessenen gesamten B-Felder gegen die Frequenz des RF-Felds aufgetragen. Zudem wurde eine lineare Regression mittels python/scipy [12] durchgeführt.

Die  $g_F$ -Faktoren ergeben sich anschließend über den Steigungsparameter  $a$  mit

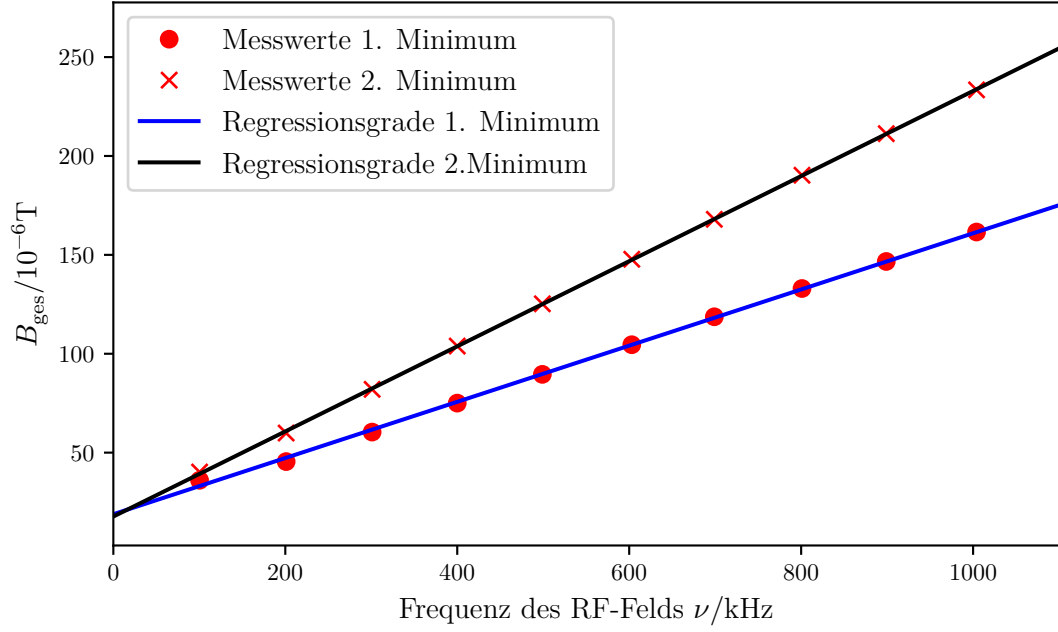
$$g_F = \frac{4\pi m_0}{e_0 a}.$$

Die Elementarladung und die Ruhemasse des Elektron wurden der CODATA entnommen; [4] bzw. [3]. In Tabelle 3 finden sich die bestimmten Regressionsparameter und die daraus berechneten Landé-Faktoren. Der Mittelwert (gebildet mittels python/numpy [13]) der y-Achsenabschnitte der Ausgleichsgrade beider Isotope ergibt die lokale Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds zu  $B_{\text{Erde, ges}} = (18,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-6} \text{ T}$ .

### 3.4 Bestimmung der Kernspins beider Isotope

Das hier betrachtete Rubidium ist ein Alkalimetall und hat daher ein einzelnes Elektron auf einer s-Schale (bei Rubidium ist dies die 5s-Schale), welches den Gesamtspin der Elektronenhülle bestimmt.

Somit hat die Elektronenhülle keinen Drehimpuls, also  $L = 0$  und ihr Gesamtspin ergibt



**Abbildung 5:** Transparenng der Dampfzelle

**Tabelle 1:** Im Experiment gemessene Ströme der Sweep-Spule und der Horizontalfeldspule für die Transparenzminima beider Isotope sowie die Frequenz des angelegten RF-Wechselfelds

RF-Wechselfeld/kHz	$I_{\text{Horizontal},1}/\text{mA}$	$I_{\text{Horizontal},2}/\text{mA}$	$I_{\text{Sweep},1}/\text{mA}$	$I_{\text{Sweep},2}/\text{mA}$
100	0	0	597	666
201	35	35	245	484
301	56	56	187	545
400	76	76	139	617
499	91	91	162	753
603	116	116	47	763
699	88	159	688	473
801	101	182	736	508
899	149	207	265	493
1004	156	237	410	424

**Tabelle 2:** Aus den gemessenen Strömen berechnete B-Felder für die Horizontalfeldspule und die Sweep-Spule  $B_{\text{Swp}}$  in den Transparenzminima beider Isotope

RF-Feld/kHz	$B_{\text{Horizontal},1}/10^{-6}\text{T}$	$B_{\text{Horizontal},2}/10^{-6}\text{T}$	$B_{\text{Swp},1}/10^{-6}\text{T}$	$B_{\text{Swp},2}/10^{-6}\text{T}$
100,3	36,03	40,19	0,00	0,00
201,0	14,79	29,21	30,69	30,69
301,0	11,28	32,89	49,11	49,11
400,0	8,39	37,23	66,65	66,65
499,0	9,78	45,44	79,80	79,80
603,0	2,84	46,05	101,73	101,73
699,0	41,52	28,54	77,17	139,44
801,0	44,42	30,66	88,57	159,61
899,0	15,99	29,75	130,67	181,53
1004,0	24,74	25,59	136,81	207,84

**Tabelle 3:** Regressionsparameter und Landé-Faktoren beider Isotope

	Steigungsparameter $a_i / 10^{-12}\text{T/Hz}$	$g_{\text{F}}$	$B_{\text{Erd}}/10^{-6}\text{T}$
Isotop 1	$142.06 \pm 1.49$	$0.503 \pm 0.005$	$18.86 \pm 0.92$
Isotop2	$215.19 \pm 0.61$	$0.332 \pm 0.001$	$17.69 \pm 0.38$

sich zu  $J = S = 1/2$ . Da für den Gesamtspin des Atoms  $F = I + J$  gilt, ergibt sich mit Formel (6):

$$I = \frac{g_{\text{J}}}{2 \cdot g_{\text{F}}} - \frac{1}{2}$$

Es ist  $g_{\text{J}} = g_{\text{S}} = 2.00232$  nach Versuchsanleitung [10]. Für die beiden Isotope ergibt sich:

$$I_{\text{Isotop1}} = 1.491 \pm 0.021 \approx \frac{3}{2}$$

$$I_{\text{Isotop2}} = 2.515 \pm 0.009 \approx \frac{5}{2}$$

Da der Kernspin nur Vielfache von  $\frac{1}{2}$  annimmt, wurde jeweils auf das nächste Vielfache gerundet.

Ein Vergleich mit der Literaturwerten der Kernspins zeigt, dass es sich bei  $I_{\text{Isotop1}}$  um  $^{87}\text{Rb}$  und bei  $I_{\text{Isotop2}}$  höchstwahrscheinlich um  $^{85}\text{Rb}$  handelt [1].

### 3.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

Der quadratische Zeeman-Effekt spielt nur für große Magnetfelder eine Rolle.

Im Folgenden wird dieser anhand der hier verwendeten Rubidium-Isotope und den genutzten Magnetfeldern abgeschätzt. Mit  $M_{\text{J}} = 0$ ,  $E_{\text{Hy}} \approx 1 \cdot 10^{-24} \text{ J}$  [10],  $g_{\text{F}} \approx 0.5$

und Magnetfeldern von maximal  $B = 250 \cdot 10^{-6} \text{ T}$  würden sich über den quadratischen Zeeman-Effekt nach Formel (8) ein Korrekturterm der Übergangsenergie  $U_{\text{HF}}$  in der Größenordnung  $U_{\text{HF}} \approx 1 \cdot 10^{-31} \text{ J}$  ergeben.

Der normale Zeeman-Effekt ist etwa in der Größenordnung  $U_{\text{HF}} \approx 1 \cdot 10^{-27} \text{ J}$  und damit vier Größenordnungen größer. Daher spielt der quadratische Zeeman-Effekt im vorliegenden Experiment keine Rolle.

## 4 Diskussion

Das Experiment ist äußerst empfindlich für äußere Einflüsse. Leichte Bewegungen oder Positionsänderungen in der Nähe des Experiments verursachten große Schwankungen im Oszilloskopbild.

Es könnten daher prinzipiell unbemerkte systematische Fehler aufgetreten sein.

Da das Amplitudenverhältnis nur aus einem abfotografierten Oszilloskopbild bestimmt wurde und der Wert maximaler Transparenz nicht ganz eindeutig bestimmbar ist, sind besonders hier Ablesefehler nicht auszuschließen.

In der Dampfkammer lag ein Isotopenverhältnis von  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{85}\text{Rb}} \approx 0.58 \pm 0.02$  vor.

Natürlich kommt ein Verhältnis von  $\frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{85}\text{Rb}} \approx 0.39$  vor [1].

Nach unserer Messung ist also die Konzentration von  ${}^{87}\text{Rb}$  deutlich höher, als seine Konzentration im natürlichen Vorkommen.

Die vorliegende Messung zeigt eine Abweichung von etwa 33% im Verhältnis der Rubidium-Isotope im Vergleich zum natürlichen Vorkommen.

Wie bereits erwähnt, könnte das bestimmte Amplitudenverhältnis allerdings aufgrund von Ablesefehlern ungenau sein.

In Tabelle 4 findet sich ein Vergleich der experimentell bestimmten Werte mit den Theoriewerten.

Die größte Abweichung zeigt sich in der Bestimmung der Vertikalkomponente des Erdmagnetfelds. Der experimentelle Wert errechnete sich lediglich über einen Messwert, ein Fehler hierbei würde sich also direkt deutlich auswirken.

Alle anderen experimentellen Werte liegen sehr nah an den Theoriewerten, besonders in der Messung der Kernspins und der Landéschen Faktoren (Abweichungen  $< 1\%$ ) scheint daher kein systematischer Fehler vorzuliegen.

Die Theoriedaten der Magnetfeldstärken des Erdmagnetfelds wurden hierbei mit dem Deklinationsrechner des GFZ Potsdam für Dortmund ermittelt [11]. Die Theoriewerte der Kernspins ergeben sich nach [1], die Theoriewerte der Landéschen Faktoren nach [7] für  ${}^{87}\text{Rb}$  und [8] für  ${}^{85}\text{Rb}$ .

**Tabelle 4:** Vergleich der bestimmten Größen mit den Literaturwerten

Messgröße	Experiment	Theorie	prozentuale Abweichung
Erdmagnetfeld, vertikal	35 400 nT	45 012,9 nT	21.3%
Erdmagnetfeld, horizontal	$(18,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-6} \text{ T}$	19 304,4 nT	5.2%
Kernspin $I$ $^{87}\text{Rb}$	$1.491 \pm 0.021$	$\frac{3}{2}$	0.5%
$g_F$ von $^{87}\text{Rb}$	$0.503 \pm 0.005$	$\frac{1}{2}$	0.6%
Kernspin $I$ $^{85}\text{Rb}$	$2.515 \pm 0.009$	$\frac{5}{2}$	0.6%
$g_F$ von $^{85}\text{Rb}$	$0.332 \pm 0.001$	$\frac{2}{3}$	0.4%

## Literatur

- [1] FH Münster-University of Applied Science. *Häufigkeit und Kernspin der Nuklide der Elemente*. URL: [https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/Kernspin\\_und\\_Haeufigkeit\\_Nuklide.pdf](https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/Kernspin_und_Haeufigkeit_Nuklide.pdf) (besucht am 21.04.2018).
- [2] CODATA value: Boltzmann constant. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?k> (besucht am 24.04.2018).
- [3] CODATA value: electron mass. URL: [https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me%7Csearch\\_for=electron+mass](https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me%7Csearch_for=electron+mass) (besucht am 20.04.2018).
- [4] CODATA value: elementary charge. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e> (besucht am 15.05.2017).
- [5] CODATA value: magnetic constant. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mu0> (besucht am 18.04.2018).
- [6] CODATA value: Planck constant. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?h> (besucht am 21.05.2017).
- [7] Los Alamos National Laboratory Daniel A. Steck Theoretical Division (T-8). *Rubidium 87 D Line Data*. URL: <http://www.steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.1.6.pdf> (besucht am 21.04.2018).
- [8] Oregon Center for Optics Daniel A. Steck und University of Oregon Department of Physics. *Rubidium 85 D Line Data*. URL: <http://www.steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.1.6.pdf> (besucht am 21.04.2018).
- [9] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper*. Experimentalphysik / Wolfgang Demtröder. Springer, 2005. ISBN: 9783540214731.
- [10] TU Dortmund. *Versuch 21, Optisches Pumpen*. 2016. URL: [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V21n\\_TeachSpin\\_new.pdf](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V21n_TeachSpin_new.pdf) (besucht am 19.04.2018).
- [11] Helmholtz-Zentrum Potsdam - Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ. *GFZ Potsdam-IGRF-declination calculator*. URL: <http://www-app1.gfz-potsdam.de/cgi-bin/igrf.pl> (besucht am 21.04.2018).

- [12] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [13] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [14] The GIMP Development Team. *GNU Image Manipulation Program*. Version 2.8.21. 20. Apr. 2018. URL: <https://www.gimp.org/>.