

Beugung am Spalt

Fabian Koch
fabian3.koch@udo.edu

Tom Rosenstein
tom.rosenstein@udo.edu

Durchführung: 24.04.18

Abgabe: 08.05.18

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Einzelspalt	6
4.2 Doppelspalt 1	8
4.3 Doppelspalt 2	11
5 Diskussion	13
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist es mithilfe der Beugungsbilder die Spaltbreite b von Spalten zu bestimmen. Untersucht wird dafür ein Einzelspalt, sowie zwei unterschiedliche Doppelspalte. Bei den untersuchten Doppelspalten ist weiterhin der Spaltabstand s zu ermitteln. Abschließend soll das Beugungsbild eines Doppelspaltes mit dem eines Einzelspaltes verglichen werden.

2 Theorie

Betrachtet man das Verhalten von Lichtwellen an Objekten deren Dimensionen ungefähr der Größe der Wellenlänge λ des Lichtes entsprechen, so kann man an diesen Objekten Beugungserscheinungen beobachten. In diesem Versuch handelt es sich dabei um unterschiedlich geartete Spalte. Um die Beugungserscheinungen beschreiben zu können, kann zwischen zwei Arten von Beugungen unterschieden werden; der Fresnel- und der Fraunhofer-Beugung. In diesem Versuch wird die Fraunhofersche Beugung betrachtet, da ihre Beschreibung mathematischer einfacher ist. Die Fraunhofersche Beugung kann verwendet werden, wenn die Lichtquelle ins Unendliche, bzw. relativ zur Spaltgröße weit entfernt platziert wird. Der Strahlengang kann dann als parallel angenommen werden. In einem Punkt P hinter dem Spalt, z.B. auf einem Schirm, interferieren dann nur die Lichtwellen, die unter dem gleichen Winkel ϕ gebeugt werden. Dies ist in Abbildung 1 dargestellt.

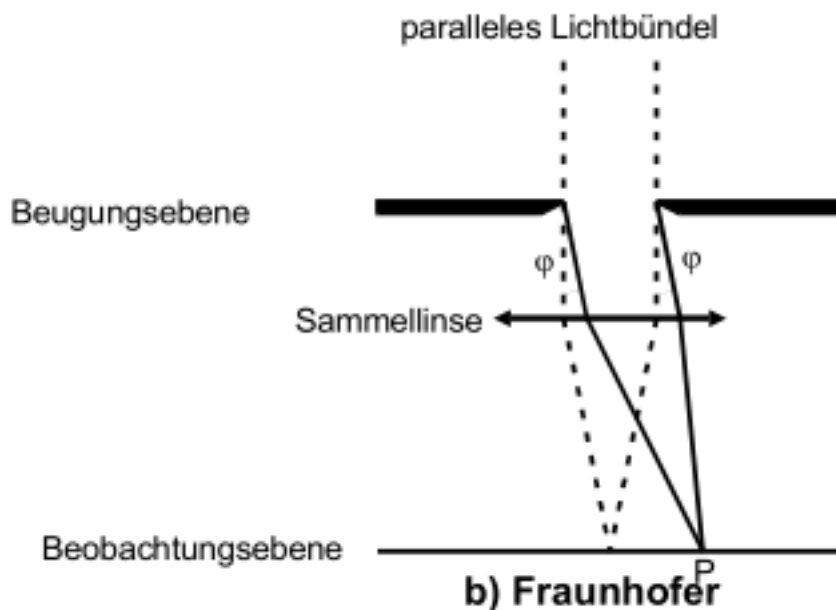


Abbildung 1: Darstellung der Fraunhoferschen Beugung am Einzelspalt, entnommen der Versuchsanleitung [1, S. 31].

Dieses Verhalten kann durch das Huygnssche Prinzip der Elementarwellen und der Interferenz von Wellen erklärt werden. Das Huygnssche Prinzip besagt, dass von jedem Punkt einer Wellenfront zu jedem Zeitpunkt neue Kugelwellen ausgehen, welche sich ebenfalls wieder überlagern und eine neue Wellenfront bilden. Den Zustand eines beliebigen Punktes innerhalb dieses Wellenfeldes erhält man durch Überlagerung sämtlicher Elementarwellen, welche zur gleichen Zeit an diesem Punkt ankommen. Die beobachteten Beugungserscheinungen am Spalt können somit darauf zurückgeführt werden, dass sich das Licht nach Durchtritt durch den Spalt nicht mehr nur in seine Einfallsrichtung ausbreiten kann. Somit muss über sämtliche Elementarwellen mit gleichem Beugungswinkel ϕ summiert werden. Da es sich bei den Strahlenbündeln um infinitesimale Wellenfronten handelt, geht die Summe in eine Integration über den kompletten Spalt über. Es wird davon ausgegangen, dass es sich bei den einfallenden Wellen um ebene Wellen der Gestalt:

$$A(z, t) = A_0 \exp \left\{ i \left(\omega t - 2\pi \frac{z}{\lambda} \right) \right\} \quad (1)$$

handelt. Bei zwei Strahlen die den Abstand x zueinander innerhalb des Spaltes aufweisen, stellt sich ein Phasenunterschied δ ein. Dieser beträgt

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda} \quad (2)$$

und ist in Abbildung 2 dargestellt:

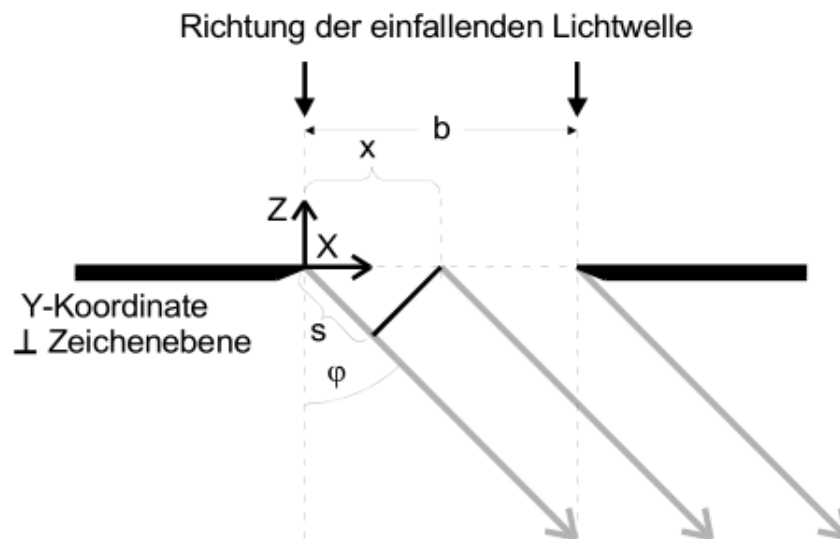


Abbildung 2: Der Gangunterschied zweier Strahlen im Einzelspalt, entnommen der Versuchsanleitung [1, S. 32].

Nach Ausführen der Integration und einiger Umformungen ergibt sich für die Amplitude des in ϕ -Richtung abgelenkten Strahles:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left\{ i \left(\omega t - 2\pi \frac{z}{\lambda} \right) \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{ib\pi \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin(\phi)} \cdot \sin \left\{ \frac{b\pi \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (3)$$

Die beiden komplexen Exponentialfunktionen stellen Phasenfunktionen dar und sind für die experimentelle Betrachtung irrelevant. Für die Überprüfung wurde die zeitlich gemittelte Intensität $I(\phi)$ betrachtet. Die Amplitude B lässt sich nicht direkt messen. Hierfür wird $I(\phi) \propto B(\phi)^2$ verwendet. Es gilt somit:

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{b\pi \sin(\phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{b\pi \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (4)$$

Ein Doppelspalt kann analog berechnet werden. Dafür werden zwei Einzelspalte überlagert. Der Abstand zwischen den Spalten beträgt s . Es ergibt sich dann für die Intensitätsverteilung $I(\phi)$:

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left\{ \frac{s\pi \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi \sin(\phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{b\pi \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (5)$$

3 Durchführung

Bei diesem Experiment wird als Lichtquelle ein He-Ne-Laser mit Wellenlänge $\lambda = 635 \text{ nm}$ verwendet. Dieser befindet sich in Deckung mit dem zu untersuchenden Spalt und dem verschiebbaren Photoelement. Die Spalte werden kurz hinter dem Laser in einer Vorrichtung befestigt. Es wird ein fester Einzelspalt und zwei unterschiedliche Doppelspalte untersucht. Das Photoelement befindet sich in einigem Abstand hinter dem Spalt. Es ist auf einer verschiebbaren Plattform angebracht. Diese kann auf $10 \mu\text{m}$ genau eingestellt werden. Dies geschieht durch Drehen einer Trommel, welche an dem Messverschiebereiter befestigt ist. Das Photoelement ist mit einem Amperemeter verbunden, welches die Messung des Stroms in Abhängigkeit von der Intensitätsverteilung des durch den Spalt gebeugten Lichtes ermöglicht. Der generelle Aufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.

Für die eigentliche Messung wird der Spalt in der entsprechenden Vorrichtung fixiert. Um eine optimale Intensitätsverteilung zu gewährleisten, wird das Beugungsbild zunächst an einer Abschirmung abgefangen und der Spalt dann so verschoben, dass die Verteilung gut erkennbar ist. In diesem Zuge wird auch der Dunkelstrom I_D gemessen. Die Abschirmung wird entfernt und der Strom in Abhängigkeit von der Position des Verschiebereiters gemessen. Dafür wird das Beugungsbild in geeigneten Teilschritten abgefahren. Bei dem Einzelspalt werden die ersten Nebenmaxima mitgemessen, bei den Doppelspalten die zweiten. In der Nähe der größten Veränderung sollte am genauesten gemessen werden.

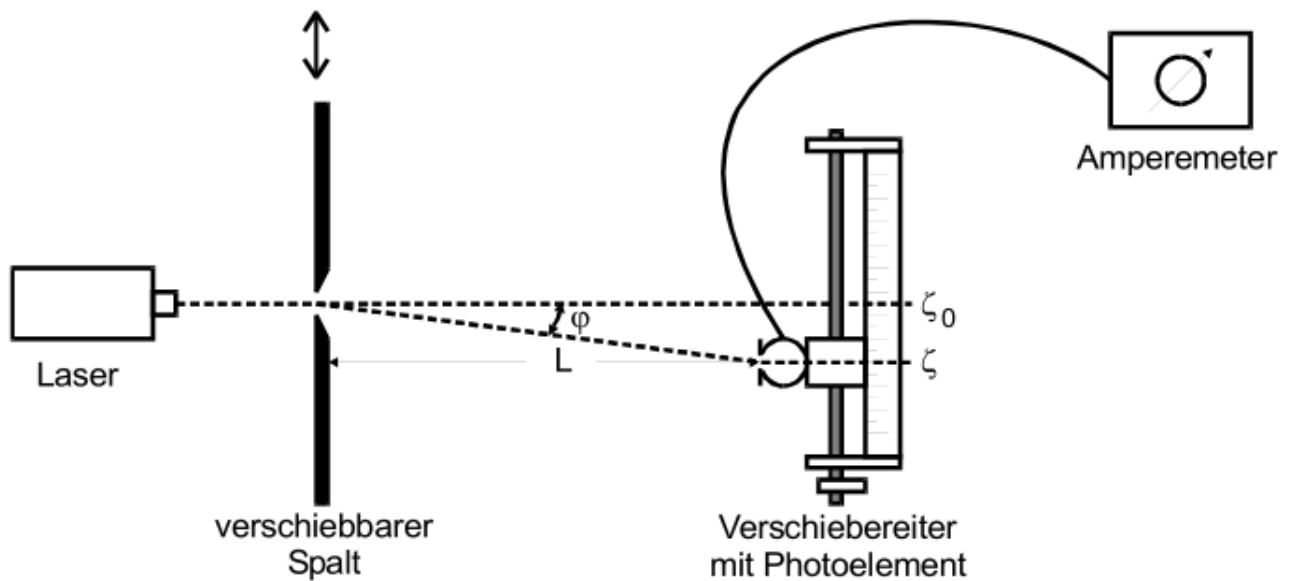


Abbildung 3: Der generelle Versuchsaufbau, entnommen der Versuchsanleitung [1, S. 36].

4 Auswertung

In der nachfolgenden Auflistung sind die gemessenen Werte für den Abstand zwischen den Spalten und dem verwendeten Photoelement L , der Wellenlänge des verwendeten He-Ne-Lasers λ , sowie des Dunkelstromes I_D zusammengetragen:

$$L = 99,5 \text{ cm}$$

$$\lambda = 635 \text{ nm}$$

$$I_D = 21 \text{ nA}$$

4.1 Einzelspalt

Um die Spaltbreite des Einzelspaltes berechnen zu können, wird eine Ausgleichsrechnung nach Gleichung (4) vorgenommen. Die der Messung zu Grunde liegenden Daten können Tabelle 1 entnommen werden.

Der Winkel ϕ kann nicht direkt gemessen werden. Er wird durch

$$\phi \approx \frac{x - x_{\max}}{L} \quad (6)$$

angenähert. Der Fit wird mittels SciPy [2] durchgeführt und ist in Abbildung 4 dargestellt. Der Dunkelstrom $I_D = 21 \text{ nA}$ wird von den Daten der Tabelle abgezogen. Für die so gefundenen Parameter ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 1: Einzelspalt

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
39.2	0.30	24.0	2.05
39.0	0.35	23.5	2.05
38.5	0.35	23.0	2.00
38.0	0.40	22.5	1.95
37.5	0.35	22.0	1.90
37.0	0.40	21.5	1.80
36.5	0.40	21.0	1.70
36.0	0.40	20.5	1.55
35.5	0.40	20.0	1.40
35.0	0.40	19.5	1.25
34.5	0.40	19.0	1.10
34.0	0.40	18.5	0.90
33.5	0.40	18.0	0.80
33.0	0.40	17.5	0.70
32.5	0.40	17.0	0.65
32.0	0.45	16.5	0.60
31.5	0.45	16.0	0.60
31.0	0.50	15.5	0.60
30.5	0.60	15.0	0.60
30.0	0.65	14.5	0.60
29.5	0.75	14.0	0.60
29.0	0.90	13.5	0.60
28.5	1.05	13.0	0.60
28.0	1.20	12.5	0.60
27.5	1.30	12.0	0.55
27.0	1.50	11.5	0.55
26.5	1.65	11.0	0.50
26.0	1.80	10.5	0.50
25.5	1.90	10.0	0.45
25.0	2.00	9.5	0.45
24.5	2.05	9.0	0.45

$$\Delta\phi = (3,35 \pm 0,64) \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$b_{\text{Einzelspalt}} = (0,022 \pm 0,001) \text{ mm}$$

$$b_{\text{Einzelspalt, Hersteller}} = 0,075 \text{ mm}$$

Es ergibt sich eine Abweichung von 70,67 % für die gemessene Breite b des Einzelspaltes und den Herstellerangaben.

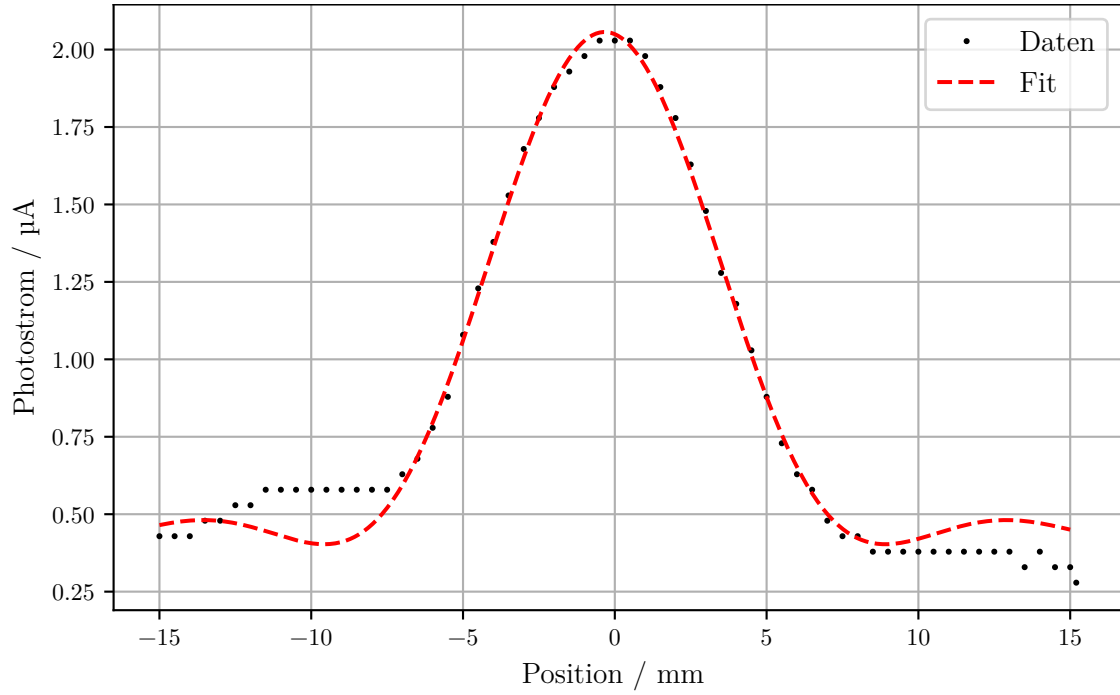


Abbildung 4: Die Messwerte des Einzelspaltes, sowie der entsprechende Fit.

4.2 Doppelspalt 1

Zur Ermittlung der Spaltbreite und des Spaltabstandes des Doppelspaltes werden die in Tabelle 2 befindlichen Daten mit Gleichung (5) gefittet. Dabei wird wieder der Dunkelstrom von den gemessenen Stromstärken abgezogen und der Winkel ϕ wieder mit (6) angenähert. Scipy [2] liefert für den in Abbildung 5 zu sehenden Fit folgende Werte:

$$\Delta\phi = (1,15 \pm 2,68) \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$b_{\text{Doppelspalt 1}} = (0,049 \pm 0,003) \text{ mm}$$

$$b_{\text{Doppelspalt 1, Hersteller}} = 0,15 \text{ mm}$$

$$s_{\text{Doppelspalt 1}} = (0,220 \pm 0,008) \text{ mm}$$

$$s_{\text{Doppelspalt 1, Hersteller}} = 0,25 \text{ mm}$$

So ergibt sich eine Abweichung von 67,3 %, für die Breite b , und 12 %, für den gemessenen Spaltabstand s .

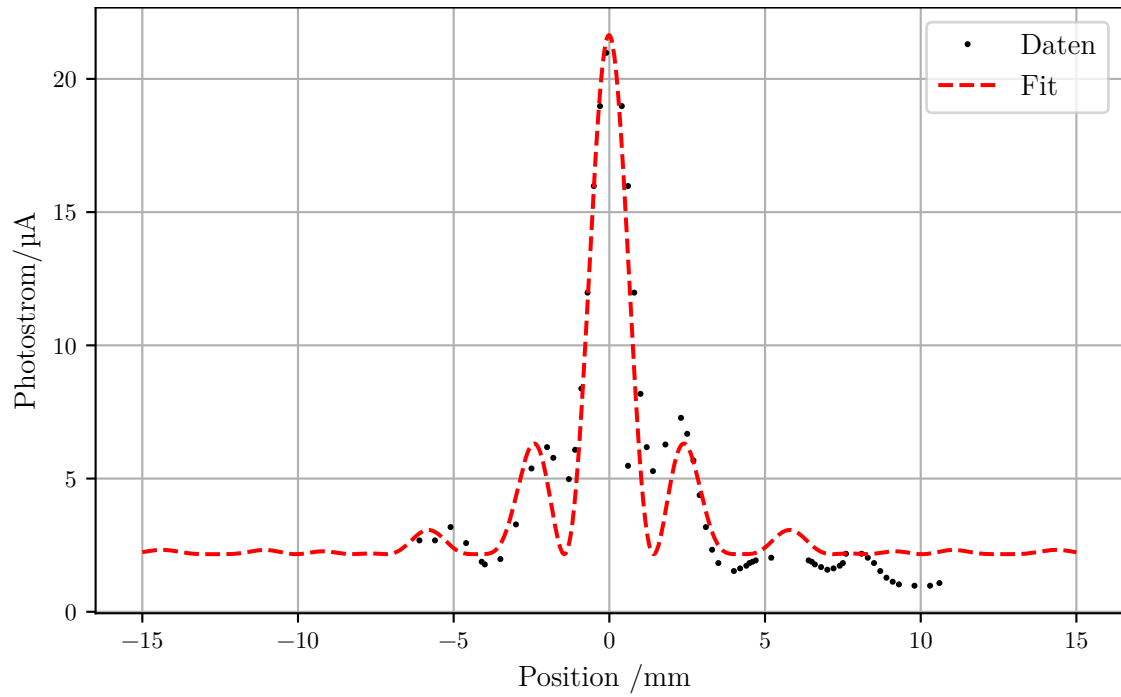


Abbildung 5: Die Messwerte des ersten Doppelspaltes, sowie der entsprechende Fit.

Tabelle 2: Doppelspalt 1

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
34.2	1.10	26.3	5.70
33.9	1.00	26.1	6.70
33.4	1.00	25.9	7.30
32.9	1.05	25.4	6.30
32.7	1.15	24.2	5.50
32.5	1.30	25.0	5.30
32.3	1.55	24.8	6.20
32.1	1.85	24.6	8.20
31.9	2.05	24.4	12.00
31.7	2.20	24.2	16.00
31.2	2.20	24.0	19.00
31.1	1.85	23.5	21.00
31.0	1.75	23.3	19.00
30.8	1.65	23.1	16.00
30.6	1.60	22.9	12.00
30.4	1.70	22.7	8.40
30.2	1.80	22.5	6.10
30.1	1.90	22.3	5.00
30.0	1.95	21.8	5.80
28.8	2.05	21.6	6.20
28.3	1.95	21.1	5.40
28.2	1.90	20.6	3.30
28.1	1.85	20.1	2.00
28.0	1.75	19.6	1.80
27.8	1.65	19.5	1.90
27.6	1.55	19.0	2.60
27.1	1.85	18.5	3.20
26.9	2.35	18.0	2.70
26.7	3.20	17.5	2.70
26.5	4.40		

4.3 Doppelspalt 2

Es wird analog zu 4.2 vorgegangen. Die genutzten Messwerte befinden sich in Tabelle 3. Der Fit ist in Abbildung 6 zu sehen und die bestimmten Werte sind:

$$\Delta\phi = (3,05 \pm 2,81) \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$b_{\text{Doppelspalt 2}} = (0,054 \pm 0,006) \text{ mm}$$

$$b_{\text{Doppelspalt 2, Hersteller}} = 0,15 \text{ mm}$$

$$s_{\text{Doppelspalt 2}} = (0,505 \pm 0,014) \text{ mm}$$

$$s_{\text{Doppelspalt 2, Hersteller}} = 0,50 \text{ mm}$$

Dies entspricht einer Abweichung von 64 %, für die Breite b , und 0,01 % für den Abstand s .

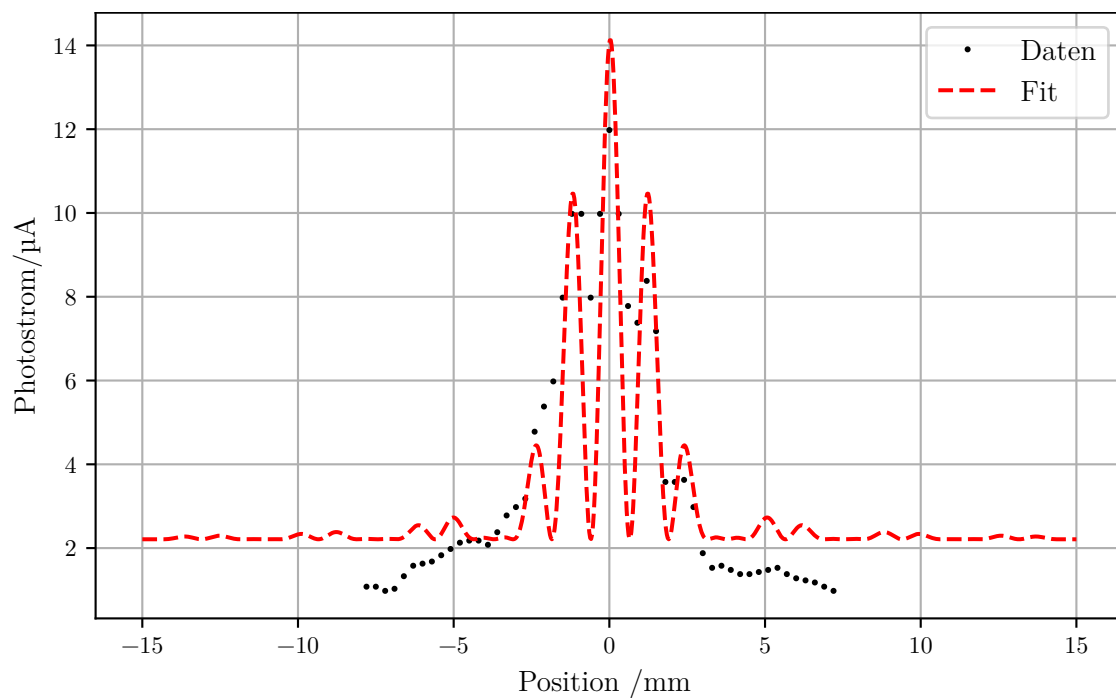


Abbildung 6: Die Messwerte des zweiten Doppelspaltes, sowie der entsprechende Fit.

Tabelle 3: Doppelspalt 2

x / mm	$I / \mu\text{A}$	x / mm	$I / \mu\text{A}$
32.2	1.00	24.4	8.00
31.9	1.10	24.1	10.00
31.6	1.20	23.8	10.00
31.3	1.25	23.5	8.00
31.0	1.30	23.2	6.00
30.7	1.40	22.9	5.40
30.4	1.55	22.6	4.80
30.1	1.50	22.3	3.20
29.8	1.45	22.0	3.00
29.5	1.40	21.7	2.80
29.2	1.40	21.4	2.40
28.9	1.50	21.1	2.10
28.6	1.60	20.8	2.20
28.3	1.55	20.5	2.20
28.0	1.90	20.2	2.15
27.7	3.00	19.9	2.00
27.4	3.65	19.6	1.85
27.1	3.60	19.3	1.70
26.8	3.60	19.0	1.65
26.5	7.20	18.7	1.60
26.2	8.40	18.4	1.35
25.9	7.40	18.1	1.05
25.6	7.80	17.8	1.00
25.3	10.00	17.5	1.10
25.0	12.00	17.2	1.10
24.7	10.00		

5 Diskussion

Der Vergleich der ermittelten Werte mit den Herstellerangaben liefert folgendes:

$$\begin{aligned} b_{\text{Einzelspalt,gemessen}} &= (0,022 \pm 0,001) \text{ mm} & b_{\text{Einzelspalt,Hersteller}} &= 0,075 \text{ mm} \\ &\Rightarrow \text{Abweichung} = 70.67\% \\ b_{\text{Doppelspalt 1,gemessen}} &= (0,049 \pm 0,003) \text{ mm} & b_{\text{Doppelspalt 1,Hersteller}} &= 0,15 \text{ mm} \\ &\Rightarrow \text{Abweichung} = 67.3\% \\ s_{\text{Doppelspalt 1,gemessen}} &= (0,220 \pm 0,008) \text{ mm} & s_{\text{Doppelspalt 1,Hersteller}} &= 0,25 \text{ mm} \\ &\Rightarrow \text{Abweichung} = 12\% \\ b_{\text{Doppelspalt 2,gemessen}} &= (0,054 \pm 0,006) \text{ mm} & b_{\text{Doppelspalt 2,Hersteller}} &= 0,15 \text{ mm} \\ &\Rightarrow \text{Abweichung} = 64\% \\ s_{\text{Doppelspalt 2,gemessen}} &= (0,505 \pm 0,014) \text{ mm} & s_{\text{Doppelspalt 2,Hersteller}} &= 0,50 \text{ mm} \\ &\Rightarrow \text{Abweichung} = 0.01\% \end{aligned}$$

Es ist zu beobachten, dass die Abweichungen bei den Spaltbreiten sehr hoch ausfallen. Dies kann verschiedene Ursachen haben. Zum Einen könnte der Fehler auf wechselnde Lichtverhältnisse bei der Messung zurückgehen, welche die Messung verfälschen. Zum Anderen ist es möglich, dass zu wenig Messwerte aufgenommen wurden, was das Fitten beeinträchtigt und somit das Ergebnis verschlechtert hat. Dafür sprechen die Abweichungen im Aussehen der Fitfunktion und der Messwerte in den Abbildungen 4, 5 und 6. Gegen diese Annahmen spricht jedoch, dass die Abweichung der Spaltabstände bei den Doppelspalten sehr gering ist. Da die Spaltbreite nur das Beugungsmuster des Einzespalt, beziehungsweise der Einzelspalte, welche sich beim Doppelspalt überlagern, beeinflusst, ist davon auszugehen, dass es einen systematischen Fehler beim Messen oder beim Ermitteln der Breite gegeben haben muss. Alles in allem wurde das Prinzip der Beugung am Spalt deutlich, zur Überprüfung der Herstellerangaben mit hinreichender Genauigkeit müsste jedoch eine erneute Messung durchgeführt werden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch V406: Beugung am Doppelspalt*. 2018.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.