

V21: Optisches Pumpen

Felix Geyer Rune Dominik
felix.geyer@tu-dortmund.de rune.dominik@tu-dortmund.de

Durchführung: 26. November 2018
Abgabe: 30. November 2018

1 Theorie

Im thermischen Gleichgewicht bei einer Temperatur T gilt zwischen den Besetzungszahlen N_1 und N_2 zweier Energieniveaus W_1 und W_2 der äußeren Elektronenschalen die Boltzmann-Gleichung

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\exp\left(-\frac{W_2}{kT}\right)}{\exp\left(-\frac{W_1}{kT}\right)}. \quad (1)$$

Die statischen Gewichte g_1 und g_2 geben hierbei an, wie viele Zustände im zugehörigen Energieniveau möglich sind. Die Vergleichsrelation zwischen N_1 und N_2 ist im thermischen Ggw. derer zwischen W_1 und W_2 entgegengesetzt, aus $W_1 < W_2$ folgt also $N_1 > N_2$, dennoch können hier Abweichungen auftreten. Dazu wird die Methode des optischen Pumpens genutzt. Hiermit lassen sich Änderungen an durch die Boltzmann Gleichung (1) vorgegebenen Verhältnis bis zur Inversion der Vergleichsrelation zwischen N_1 und N_2 hervorrufen. Die resultierende Verteilung ist nicht thermisch und ermöglicht das Induzieren von Strahlungsübergängen zwischen dem im obigen Beispiel energetisch ungünstigeren, aber im Inversionsfall dennoch stärker besetztem, Zustand W_2 und dem energetisch günstigeren Zustand W_1 , sodass ein Photon der Energie

$$h\nu = W_2 - W_1 \quad (2)$$

emittiert oder absorbiert wird. Eine Messung dieser Photonen ermöglicht nun Aussagen über die zugrundeliegenden Niveauunterschiede. Diese können beispielsweise durch Hyperfeinstruktur- oder Zeeman-Aufspaltung in einem Magnetfeld bedingt sein. Aufgrund des geringen Energieunterschiedes zwischen Energieniveaus in diesen Fällen liegt die Energie der emittierten Photonen weit unter der thermischen Energie $\propto kT$ des Systems, sodass Messungen mit hoher Präzision möglich sind.

1.1 Der Zeeman-Effekt

Dem Zeeman-Effekt, benannt nach seinem Entdecker PIETER ZEEMAN, liegt die Koppelung der Drehimpulse der Hüllenelektronen zugrunde. Zu Unterscheiden ist hier zwischen dem normalen und dem anomalen Zeeman-Effekt. Der normale Zeeman-Effekt tritt auf, wenn Atome mit abgeschlossenen Schalen untersucht werden. In diesem Fall kompensieren sich alle Drehimpulse. Im Allgemeinen ist dies natürlich nicht der Fall, sodass der anomale Zeeman-Effekt, der beispielsweise bei Wasserstoff und den Alkali-Metallen auftritt, betrachtet werden muss. Die Bahndrehimpulse \vec{L} und Spins \vec{S} der Elektronen koppeln dabei zu einem Gesamtdrehimpuls \vec{J} , der über das Bohrsche Magneton μ_B und den Lande-Faktor g_J durch

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J} \quad ; \quad |\vec{\mu}_J| = -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (3)$$

mit einem magnetischen Moment verknüpft ist. Das magnetische Gesamtdrehimpulsmoment bestimmt sich dabei aus den analog nach (3) bestimmten magnetischen Momenten

von Bahndrehimpuls und Spin durch

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S. \quad (4)$$

Mit den Lande-Faktoren $g_L = 1$ und $g_S = 2,00232$ und der Drehimpulsaddition folgt

$$g_J = \frac{3,0023J(J+1) + 1,0023(S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}, \quad (5)$$

sodass in einem Magnetfeld B eine Niveaufspaltung in $2J+1$ Niveaus der Energie

$$U_{\text{mag}} = m_J g_J \mu_B B \quad \text{mit} \quad m_J \in [-J, -J+1, \dots, J-1, J] \quad (6)$$

beobachtet werden kann. Dies wird als Zeeman-Effekt bezeichnet. Im Fall einer Hyperfeinstrukturaufspaltung muss dies noch modifiziert werden.

1.2 Die Hyperfeinstrukturaufspaltung

Besitzt das beobachtete Atom nun noch einen von Null verschiedenen Kernspin \vec{I} , so koppelt dieser, ausreichend kleine äußere Magnetfelder vorausgesetzt, mit dem Gesamtdrehimpuls der Hüllenelektronen zum Gesamtdrehimpuls des Atoms

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}. \quad (7)$$

Auch hier ist wieder eine diskrete Anzahl an Werten für die Aufspaltung möglich. Die zugehörige Quantenzahl F hat einen Wertevorrat von $I+J$ bis $|I-J|$ in ganzzahligen Schritten, umfasst also $2J+1$ Werte für den Fall, dass $J < I$ und $2I+1$ Werte für $J > I$. Im Falle eines nicht verschwindenden Kernspins tritt nicht die im vorherigen Kapitel beschriebene Zeeman-Aufspaltung mit $m_J \in [-J, -J+1, \dots, J-1, J]$ auf. Die Quantenzahl m_J muss hier durch $m_F \in [-F, -F+1, \dots, F-1, F]$ ersetzt werden. Auch die Energien der Aufspaltung in (6) muss angepasst werden. Diese beträgt nun

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B \quad (8)$$

ersetzt werden. Der zugehörige Lande-Faktor g_F berechnet sich nach eine ähnlichen Ansatz wie oben zu

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (9)$$

Für stärkere Magnetfelder muss der Abstand zwischen den Zeeman-Niveaus (8) um Terme höherer Ordnung ergänzt werden. Erst hier wird die Aufspaltung von m_F abhängig:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + (g_F \mu_B B)^2 \frac{1 - 2m_F}{\Delta E_{\text{HF}}}, \quad (10)$$

wobei ΔE_{HF} den Abstand zwischen dem zu F und $F+1$ gehörigen Niveau der Hyperfeinstrukturaufspaltung bezeichnet.

1.3 Optisches Pumpen

In Atomen können nun verschiedene Übergänge zwischen Zeeman-Niveaus identifiziert werden, die den Auswahlregeln $\Delta m_J = 0, \pm 1$ gehorchen. Erstere werden dabei als π -Übergänge bezeichnet und emittieren parallel zum Magnetfeld, linear polarisiertes Licht. Die beiden verbleibenden σ^\pm -Übergänge emittieren zusätzlich in Richtung des Magnetfeldes rechts- (σ^+) oder links-zirkular (σ^-) polarisiertes Licht. Wird nun eine Probe mit Licht von geeigneter Polarisierung und Energie bestrahlt kann ausgewählt werden, welche Hüllenelektronen in welches Energieniveau gehoben werden sollen. Die angeregten Hüllenelektronen gehen nach kurzer Zeit wieder in ihren Grundzustand über. Da nun aber auch der Grundzustand aufgrund der Zeeman-Aufspaltung mehrere Unterniveaus besitzt, von denen nur Elektronen eines ausgewählten Niveaus angeregt wurden, welche aber alle im Zuge der Abregung (wieder) von Elektronen bevölkert werden, lehrt sich das durch das eingestrahlte Licht ausgewählte Niveau zum Vorteil der anderen. Dieser Inversionsprozess kann durch Beobachtung des den Versuchsaufbau durchquerenden Lichtes beobachtet werden. Solange sich noch Elektronen im anfangs ausgewählten Energieniveau befinden, erscheint das Medium für das einfallende Licht anfangs stärker, später schwächer opak. Sind alle Elektronen in ein höheres Niveau gepumpt, wird es lichtdurchlässig. Als Lichtquelle kommen insbesondere Spektrallampen infrage. Hierbei sind die Energieverteilungen breiter als die beobachtete Differenz zwischen Zeeman-Niveaus, sodass die benötigte Energie vorhanden ist.

1.3.1 Optisches Pumpen als Messmethode

In den vorherigen Überlegungen wurde immer von spontaner Emission ausgegangen. Dies ist nun die einzige Möglichkeit einen Übergang zwischen zwei Energieniveaus zu erhalten. Die zweite Möglichkeit liegt in der induzierten Emission, bei der durch Einstrahlung eines Photons, dessen Energie der des Übergangs entspricht, der Übergang erzwungen wird. In diesem Fall erhält man zwei Photonen der Übergangsenergie. Es lässt sich zeigen, dass die Wahrscheinlichkeit zur spontanen Emission $\propto \nu^3$ ist und im Energiebereich der Zeeman-Aufspaltung weit unter der Wahrscheinlichkeit für induzierte Emission liegt. Letztere kann daher genutzt werden, um Zeeman-Niveaus auszumessen. Wird dabei zuerst durch optisches Pumpen ein Niveau entleert und damit der Versuchsaufbau für das eingestrahlte Licht durchsichtig, kann durch Anlegen eines Magnetfeldes der Punkt erreicht werden, an dem induzierte Emission einsetzt. Dies ist der Fall, wenn

$$B = \frac{4\pi m}{eg_J} \nu \quad (11)$$

ist. Es setzt die Entleerung des vorher angereicherten Niveaus ein und der Versuchsaufbau wird wieder opak, die beobachtete Resonanz eignet sich also zum Ausmessen des Übergangs. Wird das Magnetfeld weiter erhöht, bleibt die induzierte Emission aus und es setzt wieder eine Inversion durch optisches Pumpen ein, das Medium wird also wieder durchsichtig. In der Praxis wird dafür ein frequenzveränderliches Hochfrequenzfeld (kurz

RF) genutzt. Eine weitere Resonanz lässt sich am Magnetfeldnullpunkt beobachten. Hier liegt keine Zeeman-Aufspaltung vor, das optische Pumpen ist also nicht möglich. Dieses Vorgehen ist auch bei Atomen mit nicht verschwindenden Kernspin möglich, hierbei nimmt nur die Vielfalt der Aufspaltungen zu. Da aber auch hier die oben beschriebenen Auswahlregeln greifen, kann die Methode auch hier angewandt werden.

1.3.2 Transiente Effekte

Die Methode des optischen Pumpens ist nicht auf statische Felder beschränkt. Sind Magnetfeld und RF-Frequenz auf den oben beschriebenen Resonanzfall eingestellt, lässt sich durch schnelles ein- und ausschalten die Präzessionsbewegung des Gesamtdrehimpulses \vec{F} um das effektive Magnetfeld $B_{\text{eff}} = B_{\text{RF}}$ beobachten. Diese geschieht mit der Frequenz $\nu = \gamma B_{\text{RF}}$ (der Larmorfrequenz) und im Resonanzfall gilt für Periodendauern zweier Isotope

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad (12)$$

mit den gyromagnetischen Verhältnissen

$$\gamma = g_F \frac{\mu_B}{h}. \quad (13)$$

1.3.3 Experimentelle Herausforderungen

Die Methode des optischen Pumpens bietet einige Fehlerquellen, die kompensiert werden müssen:

- In der Erklärung des Verfahrens des optischen Pumpens wurde davon ausgegangen, dass keine Übergänge zwischen den Zeeman-Aufspaltungen einzelner Niveaus stattfinden. Dies ist in der Realität nicht so, da die Spins der Elektronen durch Stöße mit anderen Atomen umklappen können, die magnetische Orientierungsquantenzahl der Aufspaltung m somit verändert wird. Dies lässt sich durch ein Puffergas im Versuchsaufbau kompensieren. Es bieten sich beispielsweise Edelgase an.
- Auch ohne Anlegen eines künstlichen äußeren Feldes ruft das Erdmagnetfeld eine Aufspaltung hervor, auch wenn ein optisches Pumpen eigentlich nicht möglich sein sollte. Durch zusätzliche Spulen lässt sich dieser Effekt kompensieren und das Erdmagnetfeld bestimmen.

2 Durchführung

Das oben vorgestellte Verfahren soll hier zu Messungen an den stabilen Rubidiumisotopen $^{85}_{37}\text{Rb}$ und $^{87}_{37}\text{Rb}$ genutzt werden.

2.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 gezeigt. Die Rubidiumprobe befindet sich dabei in einer Dampfzelle, deren Dampfdruck durch eine Heizung reguliert werden kann. Aus dem kollimierten Licht einer Rb-Spektrallampe wird mittels einem Interferenzfilters die D_1 -Linie ausgewählt, also die Spektrallinie, die zum Übergang zwischen dem ersten Angeregten und dem Grundzustand korrespondiert. Durch einen Polarisationsfilter und ein $\lambda/4$ -Plättchen wird zirkular polarisiertes erzeugt, welches die Dampfzelle durchstrahlt und auf einen Si-Photodetektor fokussiert wird, der an ein Oszilloskop angeschlossen ist. Die Dampfzelle ist in drei Helmholtzspulenpaaren gelagert, eine in vertikaler und zwei in horizontaler Ausrichtung. Die Vertikalfeldspule ist dabei zur Kompensation des Vertikalanteils des Erdmagnetfeldes gedacht. Dazu muss die Apparatur in Nord-Süd-Richtung gelagert werden. Bei den horizontalen Spulen handelt es sich um Horizontal- und Sweep-Spule. Beide Spulen sind zur Messung der Resonanzstelle gedacht und beide Magnetfelder überlagern sich.

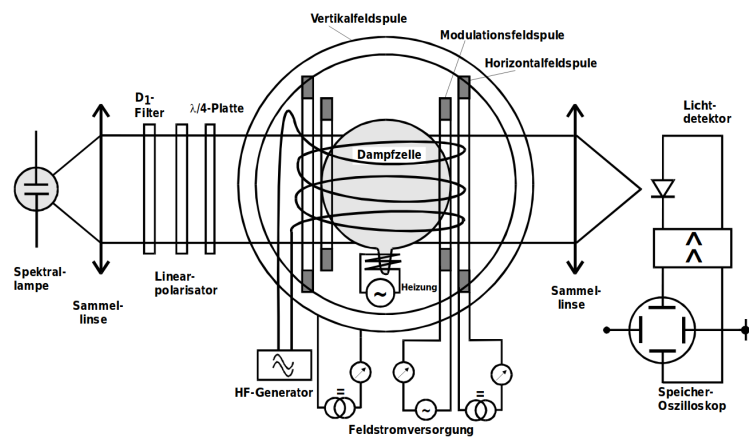


Abbildung 1: Verwendeter Versuchsaufbau [1].

2.2 Versuchsdurchführung

Der Strahlengang wird durch schrittweises Einsetzen der optischen Elemente auf maximale Intensität einjustiert und abgedeckt. Es werden Sweep-Spulenfeld und Photostrom auf das Oszilloskop gegeben. Durch drehen in Nord-Süd-Richtung und Variation des Vertikalfeldes wird das Erdmagnetfeld kompensiert. Sodann wird das Resonanzverhalten ausgemessen. Durch einen Sinusgenerator wird das RF-Feld dabei in 1 kHz-Schritten zwischen 100 kHz und 1 MHz gesteigert. Bei Frequenzen über 200 kHz wird der Sweep-Bereich durch das horizontale Feld auf die Resonanzen verschoben, der Spulenstrom wird am Potentiometer abgelesen. Es treten Resonanzen für beide Isotope auf, das Oszilloskop wird im XY-Modus betrieben. In einem zweiten Schritt wird durch Anlegen einer

zusätzliche Rechteckspannung das Feld an- und ausgeschaltet. Die Frequenz wird dabei auf die erste Resonanzstelle eingestellt. Dabei wird der zeitliche Verlauf des Signals beobachtet, das Oszilloskop also im YT-Modus betrieben und die zusätzliche Modulation wird durch Mittelung auf dem Oszilloskop herausgerechnet. Dies wird für beide Flanken des Signals und beide Isotope getan, wobei für die steigende Flanke ein Bild aufgenommen und für das an der abfallenden Flanke entstehenden Schwingverhalten die Periodendauer bestimmt wird.

3 Auswertung

3.1 Messung des Erdmagnetfeldes

Wie in der Durchführung bereits beschrieben, musste die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes kompensiert werden. Während der Messung wurde die Stärke des gesamten Horizontalfeldes (Sweepfeld + Horizontal) in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz von beiden Isotope gemessen. Zu diesem Zweck wurde der Strom erhöht, bis die jeweiligen Resonanzstellen zu sehen waren. Mit der Helmholtz-Gleichung

$$B = \mu_0 \frac{8 I N}{\sqrt{125} R}, \quad (14)$$

wobei I der Strom, N die Windungszahl der Helmholtzspule und R der Spulenradius ist, werden die Magnetfelder des Sweep-Feldes und des Horizontalfeldes ausgerechnet und addiert. Das Ergebnis wird gegen die RF-Frequenz aufgetragen, wie in Abbildung 2 zu sehen. Aus den y-Achsenabschnitten der Fits lässt sich die Stärke des horizontalen Erdmagnetfeldes ablesen. Die Parameter des linearen Fits sind in Tabelle 1 zu sehen.

Tabelle 1: Parameter des linearen Fits $f(x) = mx + b$ für die Plots aus Abbildung 2

Isotop	m / THz^{-1}	b / T
1	$(1,425 \pm 0,022) \cdot 10^{-10}$	$(-2,8 \pm 1,3) \cdot 10^{-6}$
2	$(2,151 \pm 0,022) \cdot 10^{-10}$	$(-3,1 \pm 1,4) \cdot 10^{-6}$

3.2 Berechnung der Landéschen g_F -Faktoren und der zugehörigen Kernspins

Zur Berechnung der Landéschen g_F -Faktoren wird

$$\begin{aligned} \omega_0 &= g_F \underbrace{\frac{\mu_B}{h}}_{m^{-1}} B_0 \\ \Rightarrow m &= \frac{h}{\mu_B g_F} \end{aligned}$$

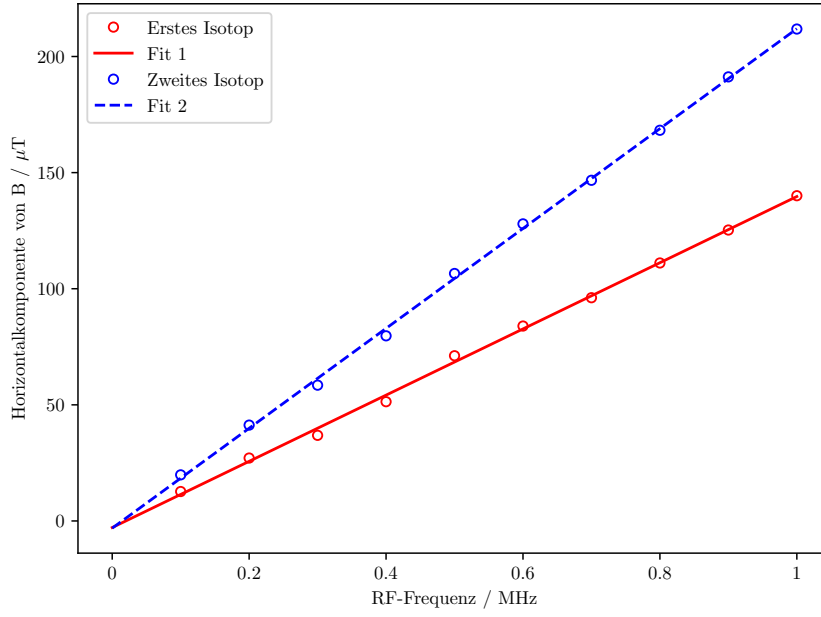


Abbildung 2: Stärke des Horizontalfeldes gegen die Resonanzfrequenz aufgetragen. Zusätzlich ist ein linearer Fit geplottet. Die erste Resonanzstelle wurde Isotop 1 zugeordnet, die zweite Resonanzstelle Isotop 2.

nach g_F umgestellt. Mit h als als Planckschen Wirkungsquantum und m als Steigung des Fits aus Tabelle 1 ergibt sich

$$g_F = \frac{h}{\mu_B m} \quad (15)$$

$$g_{F_1} = 0,501 \pm 0,008 \quad (16)$$

$$g_{F_2} = 0,3322 \pm 0,0035 \quad (17)$$

Um die Kernspins zu berechnen, muss als erstes der Faktor g_J aus (5) bestimmt werden. Aus (9) lässt sich dann I bestimmen. Mit $J, S = 0,5$, $L = 0$ ([1]) und (7) ergibt sich schließlich für die Kernspins

$$I_1 = 1,497 \pm 0,030 \quad (18)$$

$$I_2 = 2,514 \pm 0,031. \quad (19)$$

Im Vergleich mit den Literaturwerten ([2]) für den Kernspin $^{85}\text{Rb} = \frac{5}{2}$ und $^{87}\text{Rb} = \frac{3}{2}$ lässt sich in guter Übereinstimmung annehmen, dass die erste Resonanzstelle zu ^{87}Rb und die zweite zu ^{85}Rb korrespondiert.

3.3 Berechnung des Isotopenverhältnisses

In Abbildung 3 sind die beiden Resonanzstellen bei einer Frequenz von 100 kHz zu sehen. Dabei ist der erste Peak der Grundzustand, in dem die Transmission gegen 0 geht. Die

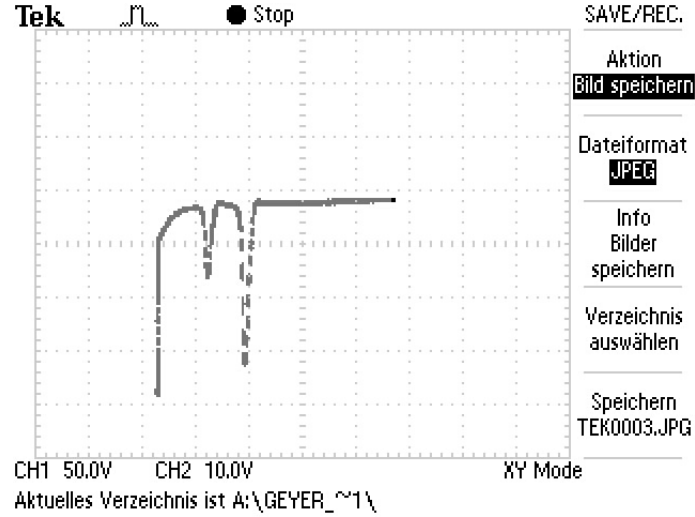


Abbildung 3: Typisches Signalbild bei einer Resonanzfrequenz von 100 kHz.

beiden folgenden Peaks korrespondieren zu ^{87}Rb bzw. zu ^{85}Rb . Um das Verhältnis der Amplituden zu bilden, wird das Bild in *GIMP* eingelesen und die Differenz zwischen der horizontalen Linie und der beiden Peaks gebildet. Es ergeben sich als „Tiefen“ $T_{1,2}$ der Peaks

$$T_1 = 71 \text{ px} \quad (20)$$

$$T_2 = 153 \text{ px} \quad (21)$$

in Pixeln. Damit folgt, dass die Verteilung bei $\sim 32\%$ (^{87}Rb) und $\sim 68\%$ (^{85}Rb) liegt. In der Natur liegen die Isotope in dem Verhältnis $\sim 72\%$ (^{85}Rb) und $\sim 28\%$ (^{87}Rb) vor [2].

3.4 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts

Zur Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts wird (10) ausgerechnet. Dabei wird das maximale gemessene magnetische Feld verwendet (140,05 μT für die erste Resonanzstelle und 211,83 μT für die zweite). Mit $m_F = 3$ für ^{85}Rb und $m_F = 2$ für ^{87}Rb und den entsprechenden Hyperfeinstrukturaufspaltungen aus [1] ergeben sich

$$U_{\text{HF}_1} = (4,06 \pm 0,06) \cdot 10^{-9} \text{ eV} \quad (22)$$

$$U_{\text{HF}_2} = (4,07 \pm 0,04) \cdot 10^{-9} \text{ eV}. \quad (23)$$

3.5 Auswertung der Periodendauer

In Abbildung 4 sind die gemessenen Periodendauern gegen die RF-Amplitude aufgetragen. Es wurde ein Fit der Form $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ angefertigt. Dabei ist zu beachten, dass die beiden ersten Messpunkte beider Messreihen nicht in den Fit oder den Plot eingeflossen sind, da im Falle der ersten Periode gar keine Schwingung zu erkennen war und in der zweiten Periode der Wert unter zu großer Ungenauigkeit aufgenommen wurde.

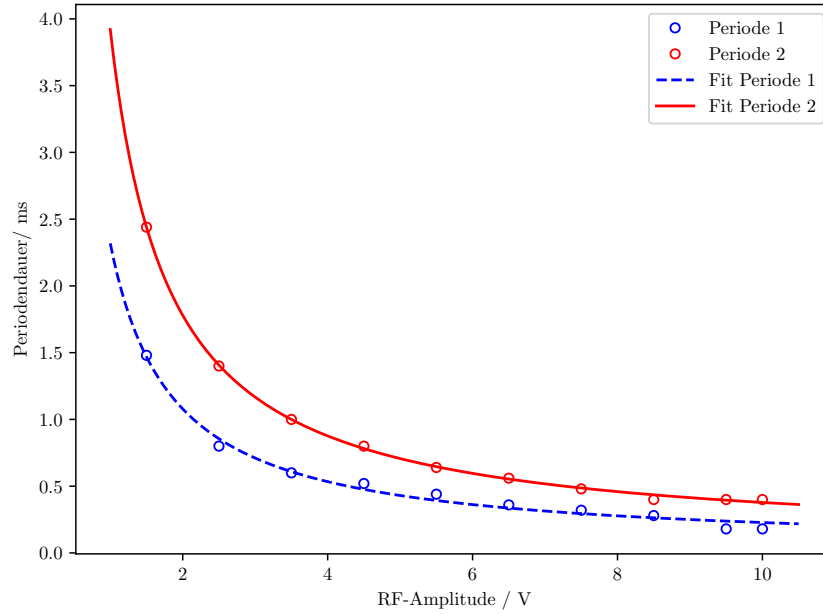


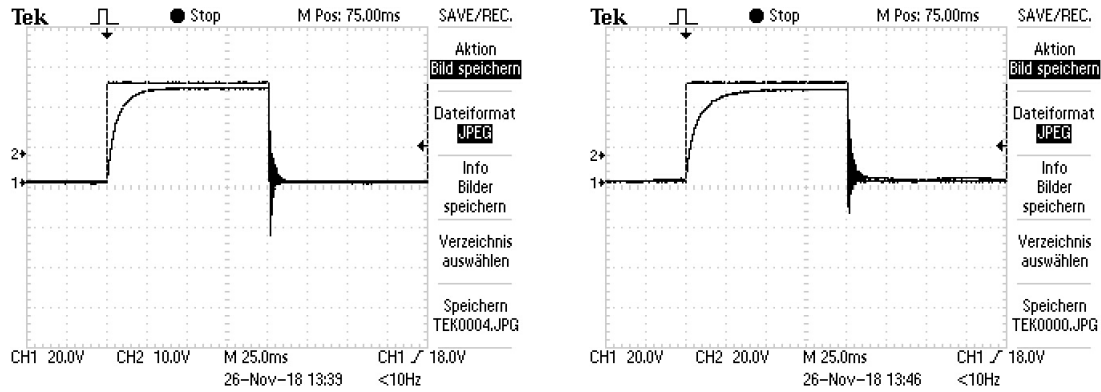
Abbildung 4: Periodendauer gegen die RF-Amplitude aufgetragen. Zusätzlich ist ein hyperbolischer Fit eingezeichnet.

Die Parameter des Fits sind in Tabelle 2 dargestellt. Für den Quotienten $b(^{85}\text{Rb})/b(^{87}\text{Rb})$

Tabelle 2: Parameter des hyperbolischen Fits

Isotop	a / ms	b / V ms	c / V
^{87}Rb	$0,03 \pm 0,05$	$1,93 \pm 0,34$	$0,16 \pm 0,21$
^{85}Rb	$0,062 \pm 0,019$	$3,09 \pm 0,13$	$0,20 \pm 0,05$

ergibt sich $1,60 \pm 0,29$. In Abbildung 5a und Abbildung 5b sind die ansteigenden Flanken der Periodendauern zu sehen.



(a) Ansteigende Flanke der Periodendauer für ^{87}Rb .

(b) Ansteigende Flanke der Periodendauer für ^{85}Rb .

Abbildung 5: Ansteigende Flanken der Periodendauern für beide Isotope.

4 Diskussion

Zur Messung des Erdmagnetfeldes lässt sich sagen, dass die gefitteten Werte um eine Größenordnung zu klein sind. An sich wird aus Abbildung 2 ersichtlich, dass der Fit gut funktioniert hat. Möglicherweise hat ein anderes, stärkeres Magnetfeld, z.B. vom Faraday-Versuch, einen Einfluss auf diese Messung gehabt.

Dass der Fit gut funktioniert hat, zeigt sich auch an der Bestimmung der Landéschen g_F -Faktoren und den Kernspins, die aus der Steigung der Geraden aus Abbildung 2 berechnet werden. Der Vergleich mit den Literaturwerten zeigt, dass sich Diese in der Fehlertoleranz der errechneten Werte befinden.

Das aus dem Amplitudenverhältnis berechnete Isotopenverhältnis weicht von dem Natur gegebenen Verhältnis ab. Der Anteil an ^{85}Rb ist in der Natur um etwa vier Prozentpunkte höher, dementsprechend ist der Anteil an ^{87}Rb um etwa vier Prozentpunkte zu hoch.

Die Abschätzung des quadratischen Zeemaneffektes bei den hier verwendeten Magnetfeldern hat Werte von ungefähr 10^{-9} eV ergeben. Dies war zu erwarten, da die in diesem Versuch verwendeten externen Magnetfelder nicht ausreichen, um die Spin-Bahn-Kopplung aufzubrechen. Deshalb liegen die Energien des Effekts in einem niedrigen Bereich.

Zu den Periodendauern lässt sich sagen, dass die Messwerte gut zu dem Fit in Abbildung 4 passen. Auch der Quotient der Parameter $b_2/b_1 = 1,60 \pm 0,29$ enthält in seiner Fehlertoleranz den theoretischen Wert von 1,5. Durch eine wiederholte Messung der Periodendauern in möglicherweise kleineren Schrittweiten könnte der Hyperbel-Fit verbessert. Vor allem mit feineren Schrittweiten im Bereich < 2 V ließe sich die abfallende Flanke der Hyperbel besser modellieren.

Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. *V21: Optisches Pumpen*. Abgerufen am 25. November 2018. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V21n_TeachSpin_new.pdf.
- [2] Internetchemie. *Rubidium-Isotope*. Abgerufen am 02. Dezember 2018. URL: <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/rubidium-isotope.php>.