

V303

Der Lock-In-Verstärker

Philip Jaletzky
philip.jaletzky@udo.edu

Matthias Maile
matthias.maile@udo.edu

Durchführung: 01.06. 2021

Abgabe: 08.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
2.1	Untersuchung der Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers	4
2.2	Photodetektorschaltung	5
3	Auswertung	6
3.1	Untersuchung der Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung	6
3.2	Untersuchung der Auswirkung des Noise Generators	8
3.3	Messung der Lichtintensität einer LED	8
4	Diskussion	10
4.1	Diskussion der Phasenabhängigkeit	10
4.2	Diskussion zur Diodenintensität	10
	Literatur	10

Zielsetzung

In diesem Versuch soll der Umgang mit einem Lock-In-Verstärker erlernt werden. Im Anschluss dazu soll die Lichtintensität einer Leuchtdiode in Abhängigkeit von der Distanz untersucht werden.

1 Theorie

Ein Lock-In-Verstärker besteht prinzipiell aus einem Bandpassfilter, einem Signalmischer und einem Tiefpassfilter, wie es schematisch in Abbildung 1 dargestellt ist. Der Bandpassfilter befreit das verrauschte Nutzsignal U_{sig} von den hoch- und niedrigfrequenten Anteilen. Im Mischer wird das Nutzsignal dann mit einem Referenzsignal U_{ref} mit der Frequenz ω_0 multipliziert. Hinter dem Mischer ist ein Tiefpass ($\tau = RC \gg 1/\omega_0$) verschaltet, der das Mischsignal $U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}}$ integriert. Mit einem solchen Lock-In-Verstärker sind Güten in einem Bereich von $Q = 100000$ erreichbar, während eine reine Bandpass-Schaltung nur Güten in einem Bereich von $Q = 1000$ erreicht.

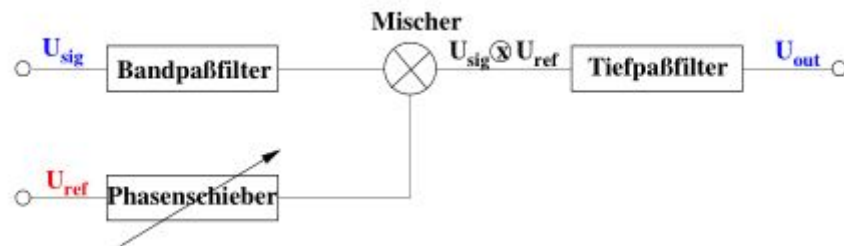


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Lock-In-Verstärkers[1]

Im Folgenden werden die Signal- und die Referenzspannung mathematisch betrachtet. Für die Signalspannung wird ein sinusförmiger Verlauf nach

$$U_{\text{sig}} = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (1)$$

angenommen. Die rechteckige Referenzspannung kann durch eine Fourierreihe, die sich aus den ungeraden Harmonischen der Grundfrequenz ω zusammensetzt, nach Gleichung 2 angenähert werden:

$$U_{\text{ref}} = \frac{4}{\pi} (\sin(\omega \cdot t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega \cdot t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega \cdot t) + \dots) \quad (2)$$

Im Mischer werden diese beiden Signale multipliziert, sodass sich das Signal

$$U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} \cdot U_0 (1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega \cdot t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega \cdot t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega \cdot t) \dots) \quad (3)$$

ergibt. Im nachgeschalteten Tiefpass werden nun die Oberwellen des gemischten Signals unterdrückt. So entsteht eine Ausgangsspannung, die proportional zur Signalspannung

ist:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \quad (4)$$

Wenn eine Phasendifferenz ϕ zwischen Signal- und Referenzspannung besteht, erhält man in Gleichung 4 zusätzlich einen Faktor für die Phase:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cdot \cos(\phi) \quad (5)$$

Die Ausgangsspannung wird also für eine Phase von $\phi = 0$ maximal.

2 Durchführung

In der Durchführung des Versuchs wird zuerst eine Schaltung aufgebaut mit deren Hilfe die generelle Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers untersucht wird. Im zweiten Versuchsteil wird eine Photodektorschaltung aufgebaut, mit der die Lichtintensität einer LED in Abhängigkeit des Abstandes zwischen der LED und der genutzten Photodiode untersucht wird.

2.1 Untersuchung der Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers

Der schematische Aufbau der genutzten Schaltung für die Untersuchung der Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers ist in Abbildung 2 dargestellt.

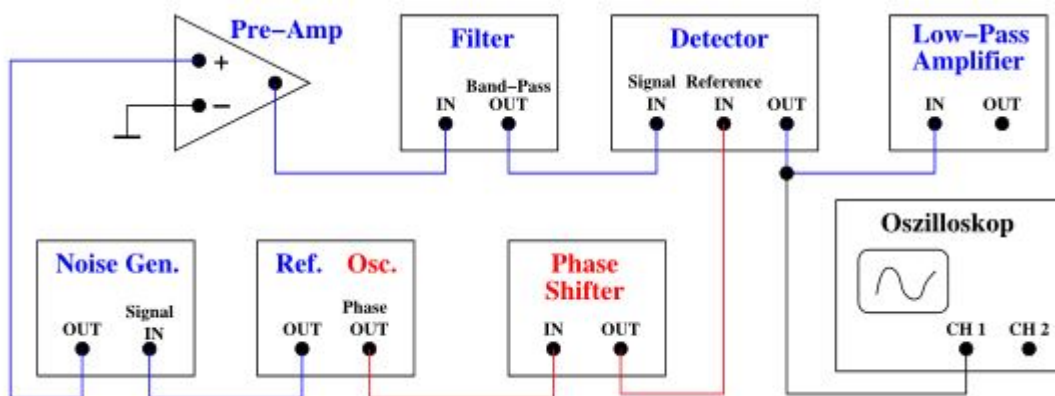


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Messschaltung zur Untersuchung der Funktionsweise eines Lock-In-Verstärkers. [1]

Zur praktischen Realisierung der Schaltung aus Abbildung 2 wird die Apparatur aus Abbildung 3 genutzt. Dazu werden die Anschlüsse entsprechend Abbildung 2 verschaltet.

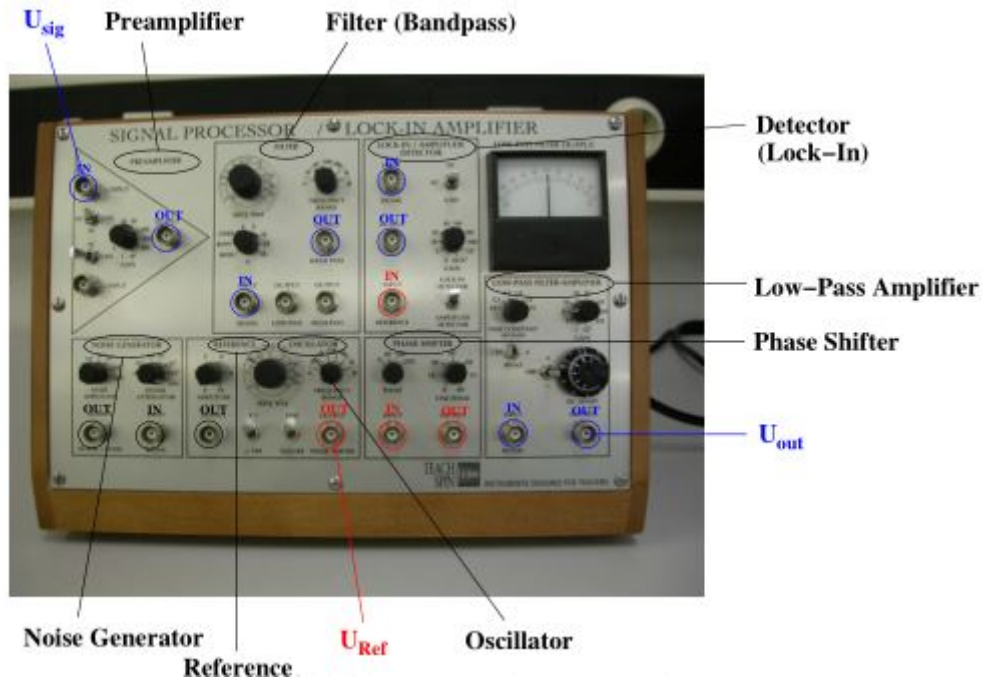


Abbildung 3: Schaltapparatur für die Realisierung eines Lock-In-Verstärkers. [1]

Im ersten Teil der Messung wird der Noise Generator nicht genutzt, damit die Abhängigkeit zwischen der Phase der Referenzspannung und der Ausgangsspannung untersucht werden kann. Dabei werden sieben Messwerte zu der Phase der Referenzspannung und der Ausgangsspannung notiert.

Im Anschluss wird der Noise-Generator angeschaltet, um den Einfluss eines zusätzlichen Rauschens auf die Spannung zu untersuchen. Dazu wird auf dem Oszilloskop ein Bild der Spannung mit eingeschaltetem Noise-Generator und ein Bild ohne Noise-Generator aufgenommen.

2.2 Photodetektorschaltung

Für die Untersuchung der Lichtintensität der genutzten LED wird eine Photodetektorschaltung nach Abbildung 4 aufgebaut.

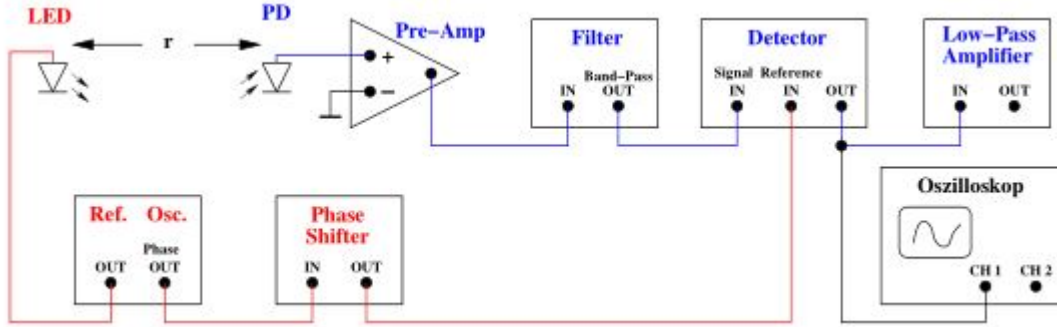


Abbildung 4: Schematischer Aufbau der Photodetektorschaltung zur Untersuchung der Lichtintensität der LED. [1]

Bei dieser Schaltung wird dann der Abstand zwischen LED und Photodiode nach und nach variiert und dabei werden Messwerte von dem Abstand zwischen LED und Photodiode sowie der gemessenen Spannung notiert.

3 Auswertung

3.1 Untersuchung der Phasenabhängigkeit der Ausgangsspannung

Im ersten Teil wurde der Zusammenhang zwischen Ausgangsspannung und der Phase der Referenzspannung untersucht. Dabei wurden sieben Messwerte aufgenommen, welche in Abbildung 5 dargestellt sind. Die Messdaten sind zusätzlich auch in Tabelle 1 abgedruckt.

Tabelle 1: Messergebnisse zur Lichtintensität der LED.

ϕ/deg	ϕ/rad	U/V
0	0	38
60	$\frac{\pi}{3}$	27
120	$\frac{2\pi}{3}$	27
180	π	-38
240	$\frac{4\pi}{3}$	-28
300	$\frac{5\pi}{3}$	-28
360	2π	38

Die Amplitude wird durch einen Cosinus beschrieben. Daher liegt eine Fitfunktion der Form

$$U(\phi) = a \cdot \sin(b \cdot \phi + c) + d \quad (6)$$

nahe. Der Curve Fit aus scipy hat dabei die Parameter

$$a = (42,3 \pm 10,2) \text{ V} \quad b = (0,96 \pm 0,12) \quad c = (0,86 \pm 0,49) \quad d = (2 \pm 7,8) \text{ V} \quad (7)$$

errechnet

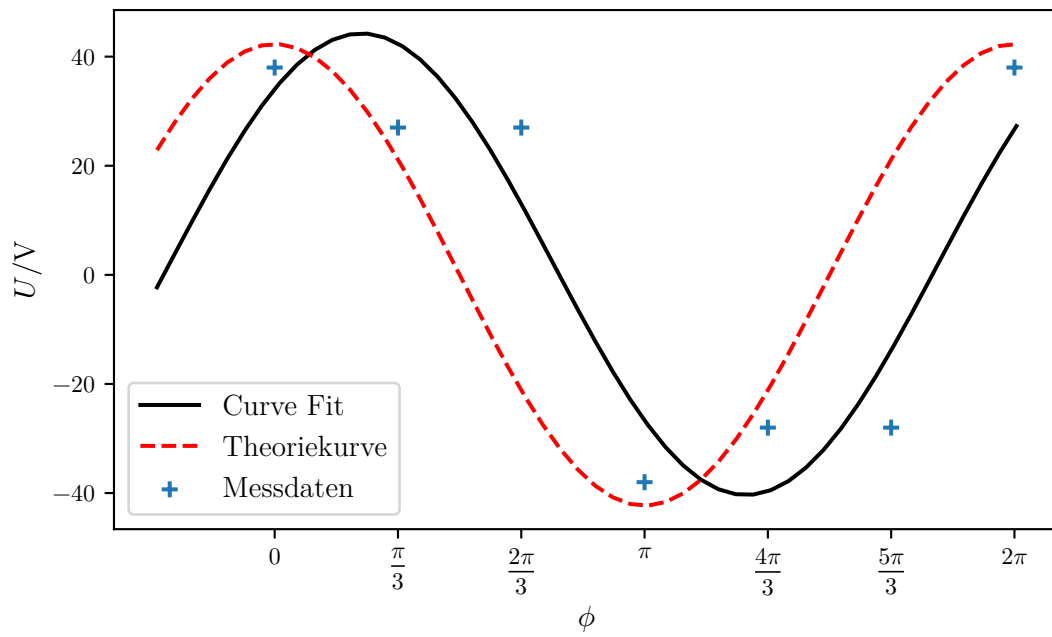
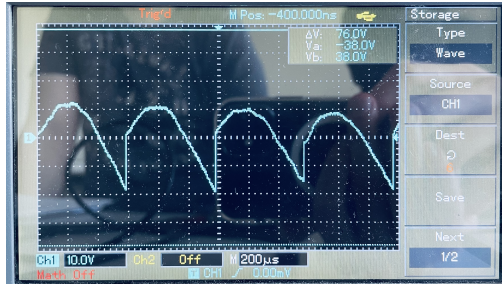


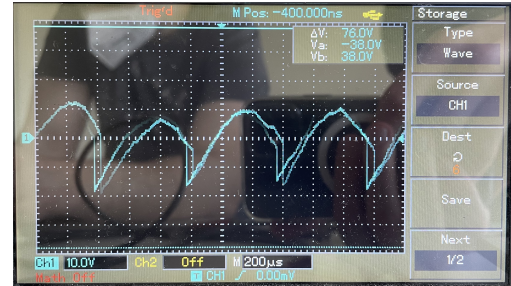
Abbildung 5: Messdaten und Curve Fit für den Zusammenhang zwischen Ausgangsspannung und Phase der Referenzspannung. In rot ist zusätzlich die in Abschnitt 1 errechnete Theoriekurve $U(\phi) \propto \cos(\phi)$ gezeichnet.

3.2 Untersuchung der Auswirkung des Noise Generators

Neben den quantitativen Untersuchungen wurde auch der Effekt des Noise Generators untersucht. Dabei sind die zwei Aufnahmen jeweils mit und ohne Noise Generator in Abbildung 6 abgebildet.



(a) Oszillographenaufnahme ohne Rauschgenerator.



(b) Oszillographenaufnahme mit Rauschen.

Abbildung 6: Aufnahmen mit und ohne Rauschgenerator.

3.3 Messung der Lichtintensität einer LED

Mit der in Abschnitt 2 beschriebenen Apparatur wurden die in Tabelle 2 gedruckten Messdaten aufgenommen. Aufgrund der Ausbreitung der Lichtwellen wird hier eine Fitfunktion der Form

$$f(d) = \frac{a}{d} + b \quad (8)$$

verwendet.

Der Curve Fit hat hier die Parameter

$$a = (637 \pm 51, 2) \frac{\text{V}}{\text{cm}} \quad b = (-20, 7 \pm 3, 5) \text{ V} \quad (9)$$

gefunden. Zusätzlich wurde ein alternativer Fit mit einem $1/x^2$ Abfall durchgeführt. Die Fitfunktion

$$g(d) = \frac{a'}{d^2} + b' \quad (10)$$

wurde dabei mit den Paramtern

$$a' = (4988 \pm 147, 4) \frac{\text{V}}{\text{cm}} \quad b' = (-3 \pm 0, 82) \text{ V} \quad (11)$$

angepasst. Die Messdaten sowie Ausgleichskurve sind in Abbildung 7 dargestellt.

Tabelle 2: Messergebnisse zur Lichtintensität der LED.

$d/(\text{cm})$	U/V
9,55	54
11	38
12	30
13	26
14	20
15	18
17	16
20	10
25	5
30	3
35	2

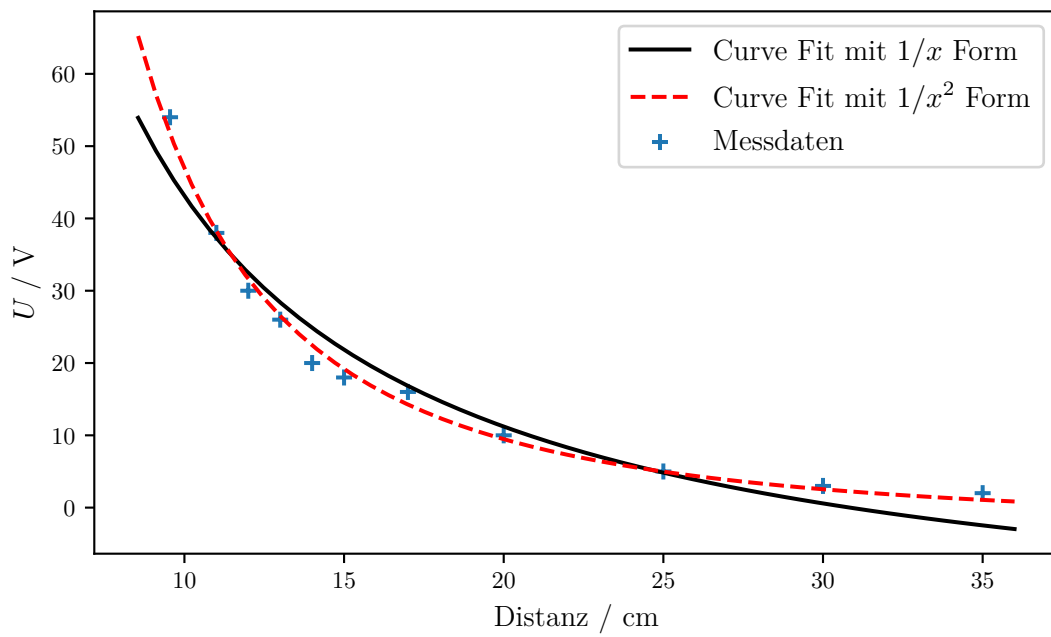


Abbildung 7: Messdaten und Curve Fit der Lichtintensität in Abhängigkeit von der Distanz.

4 Diskussion

4.1 Diskussion der Phasenhängigkeit

Im ersten Teil wurde der Zusammenhang zwischen Referenzphase und Amplitude untersucht. Die Messdaten (Tabelle 1) sind konsistent mit der Periodizitätsbedingung

$$U(\phi) = U(\phi + 2\pi) \approx -U(\phi + \pi). \quad (12)$$

Dies spiegelt sich auch im Fitparameter $b = 0,96 \pm 0,12 \approx 1$ wieder. Problematisch stellte sich die Identifikation eines Cosinus dar. Fit- und Theoriekurve sind um einen Phasenfaktor von $\Delta\phi \approx \pi/4$ verschoben. Dies lässt sich auf den Koeffizient $c = 0,86 \pm 0,49 \approx \pi/4$ schieben. Um aus dem Sinus der Fitfunktion einen Cosinus zu erhalten wäre fast das doppelte $c_{\text{Theo}} = \pi/2 \approx 1,57$ nötig gewesen.

Die Skalenfaktoren in y-Richtung a und d stimmen mit der optischen Beobachtung einer geringen y-Verschiebung überein. In den Fitparametern wird das durch das Verhältniss der Parameter mit $d \ll b$ deutlich.

Für eine exaktere Bestimmung wären mehr Messwerte nötig gewesen, wobei dann jedoch das Aliasing problematisch werden würde.

4.2 Diskussion zur Diodenintensität

Im dritten Teil wurde der Abfall der Diodenintensität in Abhängigkeit von der Beobachterdistanz d untersucht. Dabei wurden die zwei Funktionen

$$U(d) = \frac{a}{d} + b, \quad a = (637 \pm 51, 2) \frac{\text{V}}{\text{cm}} \quad b = (-20, 7 \pm 3, 5) \text{ V} \quad (13)$$

und

$$g(d) = \frac{a'}{d^2} + b' \quad a' = (4988 \pm 147, 4) \frac{\text{V}}{\text{cm}} \quad b' = (-3 \pm 0, 82) \text{ V} \quad (14)$$

berechnet. Optisch ist die zweite Kurve sehr viel näher an den Messwerten in Abbildung 7 dran. Auch sind die relativen Unsicherheiten sehr viel kleiner. Damit konnte die $1/x$ -Gesetzmäßigkeit experimentell nicht bestätigt werden.

Auffällig sind bei beiden Fits die Werte $b < b' < 0$. Die entspräche einem Raum mit negativem Untergrund, welcher offensichtlich nicht möglich ist. Die Messung sollte wahrscheinlich unter besseren Bedingungen (Raum verdunkeln) durchgeführt werden, um mögliche Fehlerquellen auszuschließen. Alternativ könnte auch eine Aufnahme des Untergrunds aufgenommen werden und von den Messwerten abgezogen werden um diese Variable gänzlich auszuschließen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 303: Der Lock-In-Verstärker.*