

V606

# **Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen**

Mirjam Prayer

Jannis Vornholt

Durchführung: 11.05.2021

Abgabe: 18.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Bestimmung der Suszeptibilitäten . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>

# 1 Theorie

Das Ziel dieses Versuchs ist es, die Suszeptibilität  $\chi$  paramagnetischer Substanzen zu bestimmen. Der Diamagnetismus hängt mit dem atomaren Drehimpuls zusammen, dieser darf bei einem Paramagneten nicht verschwinden. Da Ionen seltener Erden Elektronen besitzen die einen großen Bahndrehimpuls haben und somit einen großen nicht verschwindenden Drehimpuls, nutzen wir in diesem Fall besagte Ionen seltener Erden.

**Theoretische Bestimmung von  $\chi$**  Im Vakuum gilt für die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  und die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  der Zusammenhang

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1)$$

mit der Induktionskonstanten  $\mu_0$ . Für die Magnetisierung  $\vec{M}$  gilt mit (1)

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H}. \quad (2)$$

Dabei ist  $\chi$  keine Konstante, sondern hängt von  $H$  und der Temperatur  $T$  ab. Um diese Temperaturabhängigkeit zu bestimmen, wird das mittlere magnetische Moment  $\bar{\mu}$  in Gleichung (3), mit Hilfe des Bohrschen Magneton  $\mu_B$ , dem Lande-Faktor  $g_J$  (7), der Boltzmann-Konstante  $k$  und der Gesamtdrehimpulsquantenzahl  $J$ , beschrieben,

$$\bar{\mu} = -\mu_B g_J \frac{\sum_{m=-J}^J m \exp\left(\frac{-\mu_B g_J m B}{kT}\right)}{\sum_{m=-J}^J \exp\left(\frac{-\mu_B g_J m B}{kT}\right)}, \quad (3)$$

woraus für  $M$  die Brillouin-Funktion (4) folgt.

$$M = \mu_0 N \bar{\mu}. \quad (4)$$

Der komplexe Zusammenhang in Gleichung (3) lässt sich für Zimmertemperaturen und Magnetfeldern der Größenordnung 1 Tesla näherungsweise vereinfachen, woraus sich für  $M$

$$M = \frac{1}{3} \mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N \frac{J(J+1)B}{kT}, \quad (5)$$

ergibt und mit Hilfe von Gleichung (1) und (2) die paramagnetische Suszeptibilität durch Gleichung (6) bestimmt werden kann.

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT}. \quad (6)$$

Der Lande-Faktor ist gegeben durch

$$g_J := \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \quad (7)$$

mit  $S$  der Spinquantenzahl des Atoms und  $L$  dem Bahndrehimpuls des Atoms.

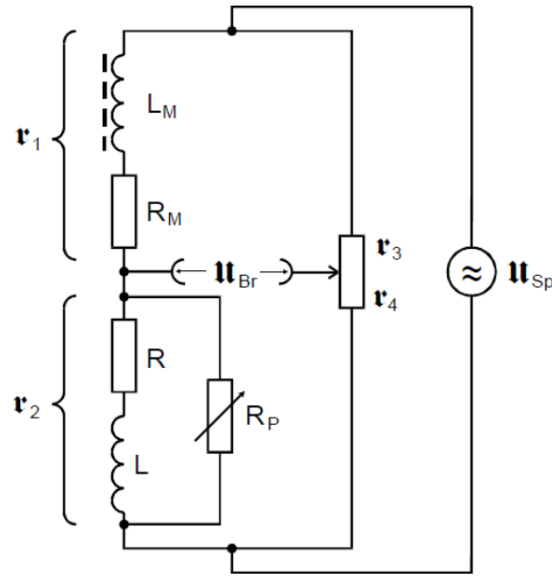


Abbildung 1: Schematische Brückenschaltung.

**Praktische Bestimmung von  $\chi$**  Für die praktische Messung von  $\chi$  werden zwei möglichst gleiche Spulen wie in Abbildung 1, als Brückenschaltung geschaltet. Dabei kann die Spule mit der Induktivität  $L_M$ , mit der Probe gefüllt werden.  $R$  und  $R_M$  stellen dabei die Verlustwiderstände der beiden Spulen dar. Für die erste Methode zur Bestimmung von  $\chi$ , wird die Brückenspannung abgeglichen, das heißt die Brückenspannung  $U_{Br}$  wird durch Variation von  $R_3$  möglichst gering gewählt. Anschließend wird die Probe in die Spule geschoben und die Brückenspannung gemessen. Die Suszeptibilität der Probe in der Spule, lässt sich nun für hohe Messfrequenzen berechnen.

$$\chi = 4 \frac{F U_{Br}}{Q U_{Sp}}. \quad (8)$$

Dabei sind  $U_{Sp}$  die Brückenspannung,  $F$  der Querschnitt der Spule und  $Q$  der Querschnitt der Probe.

Bei der zweiten Methode wird wieder erst die Brückenspannung abgeglichen und dann die Probe eingefügt. Danach wird jedoch nicht  $U_{Br}$  gemessen, sondern die Brückenspannung mit enthaltener Probe abgeglichen, als Versuch diese möglichst gering zu halten. Aus der Variation des Widerstandes  $R_3$  beim Abgleichen ohne und mit Probe  $\Delta R$  lässt sich nun ebenfalls  $\chi$  berechnen.

$$\chi = 2 \frac{\Delta R F}{R_3 Q}. \quad (9)$$

Dabei ist  $R_3$  der Widerstand  $R_3$  nach Abgleich der Brückenspannung ohne Probe.

**Selektivverstärker** Da die gemessene Brückenspannung sehr klein ist und somit in der selben Größenordnung wie die Störspannung an den Ausgangsklemmen der Brückenschaltung

tung ist, wird ein Selektivverstärker genutzt. Dieser Selektivverstärker lässt vorrangig eine bestimmte Frequenz bzw. einen gewissen Frequenzbereich passieren. Da die Signalspannung monofrequent ist, wird der Selektivverstärker so eingestellt, dass eben diese Signalfrequenz durchgelassen wird, wodurch ein Großteil der Störspannung abgeschirmt wird. Zudem verstärkt er das Signal um das Zehnfache, um genauere Messungen durchführen zu können. Als Maß der Wirksamkeit des Selektivverstärkers gilt die Breite der in Abbildung 2 dargestellten Filterkurve oder auch die Güte  $Q$

$$Q = \frac{v_0}{v_+ - v_-}. \quad (10)$$

$v_0$  ist die eigentlich gewünschte Durchlassfrequenz und sollte die Frequenz sein, bei der der Quotient der Ausgangsspannung  $U_A$  und der Eingangsspannung  $U_E$  eins ist bzw. sein Maximum erreicht.  $v_-$  und  $v_+$  sind die Frequenzen, bei denen wie in Abbildung 2 dargestellt, der Quotient  $\frac{U_A}{U_E}$  den Wert  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  besitzt.

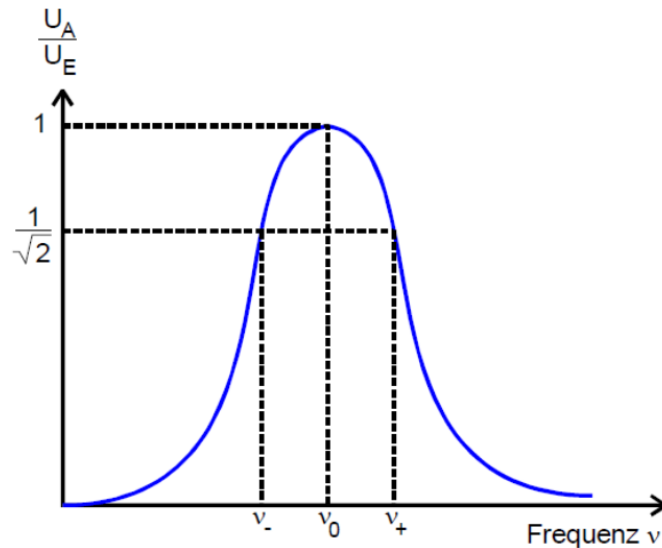
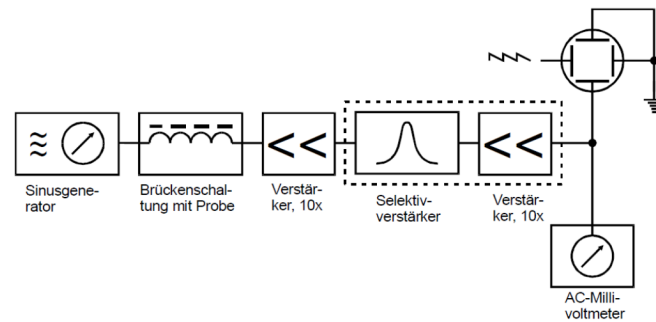


Abbildung 2: Filterkurve eines Selektivverstärkers.

## 2 Durchführung

Als erstes wird die Güte  $Q$  des Selektivverstärkers bestimmt. Dafür wird eine Sinusspannung durch des Selektivverstärker hindurch gemessen. Die Frequenz dieser Spannung wird Schritt für Schritt von 20kHz bis 40kHz erhöht, während der Selektivverstärker auf  $v_0 = 3,5\text{kHz}$  und  $Q = 100$  eingestellt bleibt. Anschließend wird die verwendete Sinussspannung durch ein Voltmeter bestimmt. Danach wird eine Schaltung wie in Abbildung 3, nur ohne den mittleren Verstärker aufgebaut. Die Brückenspannung wird abgeglichen, der variierte Widerstand abgelesen, so wie die eingehende Spannung notiert. Dann wird eine Probe in der Spule platziert, die nun eingehende Spannung notiert und die Brückenspannung

wieder abgeglichen. Auch der nun gewählte Widerstand wird notiert ebenso wie die nun eingehende Spannung. Diese Prozedur wird für zwei Proben je drei mal durchgeführt.



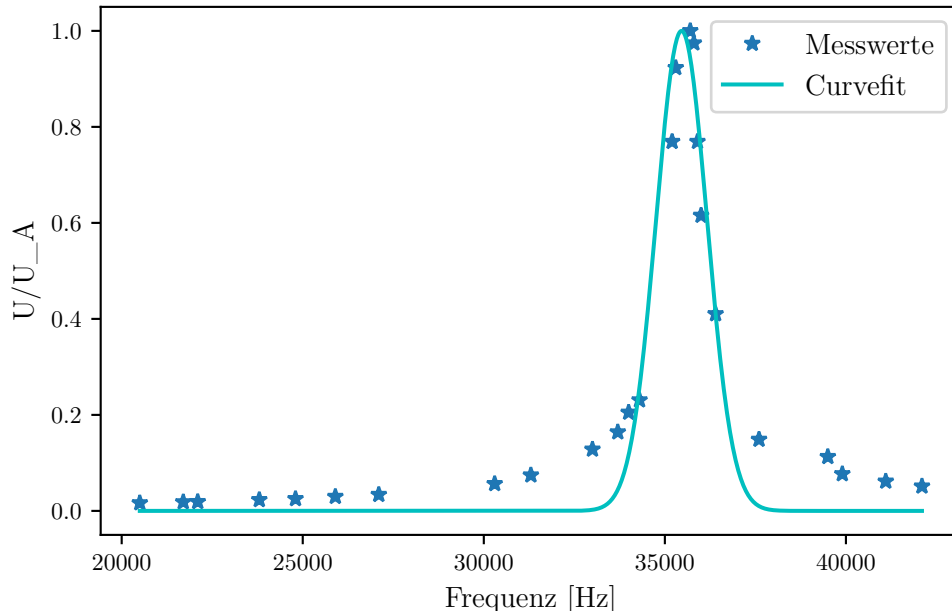
**Abbildung 3:** Schematische Messschaltung.

### 3 Auswertung

Zunächst soll der Selektivverstärker untersucht werden. Dabei wurden folgende Messwerte aufgenommen:

**Tabelle 1:** Messwerte des Selektivverstärkers

Frequenz [kHz]	Spannung [mV]
32	20.5
36	21.7
37	22.1
45	23.8
49	24.8
58	25.9
66	27.1
110	30.3
145	31.3
250	33
320	33.7
400	34
450	34.3
1500	35.2
1800	35.3
1950	35.7
1900	35.8
1500	35.9
1200	36
800	36.4
290	37.6
220	39.5
150	39.9
120	41.1
100	42.1



**Abbildung 4:** Filterkurve des Selektivverstärkers.

Diese Werte sind in Abbildung 4 dargestellt und durch einen Fit der Form  $y = e^{-b \cdot (x-a)^2}$  angenähert. Es ergeben sich die folgenden Parameter:

$$a = 35460.3 \pm 47.6$$

$$b = (1.01 \pm 0.13) \cdot 10^{-6}$$

Somit kann die Güte zu

$$Q = 12.78 \pm 2.8$$

bestimmt werden. Die Unsicherheiten wurden mittels numpy berechnet.

### 3.1 Bestimmung der Suszeptibilitäten

**Tabelle 2:** Messwerte für  $\text{Gd}_2\text{O}_3$

$U_0$ [V]	$R_0[\Omega]$	$U_m$ [V]	$R_m[\Omega]$
0.0034	2.25	0.005	1.25
0.0034	2.25	0.0047	1.225
0.0034	2.06	0.0044	1.255



**Tabelle 3:** Messwerte für  $\text{Dy}_2\text{O}_3$ 

$U_0$ [V]	$R_0[\Omega]$	$U_m$ [V]	$R_m[\Omega]$
0.0034	2.325	0.425	0.0028
0.0034	2.16	0.5	0.0028
0.0034	2.12	0.48	0.0028

In den Tabellen steht  $U_0$  für das Minimum der Brückenspannung und  $R_0$  für den zugehörigen Widerstand ohne Spule.  $U_m$  dagegen ist die Spannung, sobald eine Probe eingeführt wird und  $R_m$  den zum Minimum der Spannung anliegenden Widerstand. Aus den Mittelwerten der Messwerte und unter Verwendung der verschiedenen Methoden zur Berechnung der Suszeptibilität ergeben sich die folgenden Suszeptibilitäten:

**Tabelle 4:** Suszeptibilitäten

	$\chi_U$	$\chi_R$	$\chi_{theo}$
$\text{Gd}_2\text{O}_3$	0.0032	$0.015 \pm 0.005$	0.0069
$\text{Dy}_2\text{O}_3$	0.0035	$0.034 \pm 0.0035$	0.0126

Aufgrund der sehr geringen Abweichungen bei den durch die Spannung bestimmten Suszeptibilitäten wurden diese nicht aufgeführt. Die theoretischen Werte für die Suszeptibilität konnten aus den in Tabelle aufgelisteten Eigenschaften der verwendeten Materialien durch die in der Theorie hergeleitete Methode gewonnen werden.

**Tabelle 5:** Werte der Proben.

Stoff	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$m$ [g]	$l$ [cm]	$M$ [g/mol]	$Q$ [cm <sup>2</sup> ]
$\text{Dy}_2\text{O}_3$	7.8	15.1	17.3	372.9982	0.1119
$\text{Gd}_2\text{O}_3$	7.4	14.08	17.5	362.4982	0.1087

**Tabelle 6:** Quantenzahlen und Landé-Faktoren.

Stoff	$L$	$S$	$J$	$g_J$
$\text{Dy}_2\text{O}_3$	5	2.5	7.5	1.33
$\text{Gd}_2\text{O}_3$	0	3.5	3.5	2.0

## 4 Diskussion

Die Abweichung der aus den Widerständen und Spannungen bestimmten der Brückenschaltung bestimmten Suszeptibilitäten von den Theoriewerten ist in der folgenden Tabelle dargestellt.

**Tabelle 7:** Suszeptibilitäten

	$\chi_{theo} - \chi_U$	$\chi_{theo} - \chi_R$
	$\chi_{theo}$	$\chi_{theo}$
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.771	0.512 ± 0.0035
Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.863	0.609 ± 0.002

Die Theoriewerte unterscheiden sich um eine Größenordnung von den durch die Messungen gewonnenen Werten.

Dies kann unter Anderem darauf zurückgeführt werden, dass die Abmessungen der Probe nicht mit den Gegebenheiten innerhalb der Spule übereinstimmen, da die Probe nicht vollständig in die Messapparatur eingeführt werden kann.

Außerdem wurden erhebliche Mängel an dem Selektivverstärker oder am Sinusgenerator festgestellt. Bei einer Eingangsspannung von 0.33 V wurde bei einer zehnfachen Verstärkung der Maximalwert von 1.9 V gemessen. Die Verstärkung scheint also zwischen fünf- und sechsfach zu sein. Möglich ist auch, dass das exakte Maximum einfach nicht getroffen wurde, da der Sinusgenerator sich recht eigenwillig verhielt. Aufgrund eines Wackelkontaktes musste nach der Gütebestimmung der Selektivverstärker gewechselt werden, sodass nicht sicher ist, ob die zuvor berechnete Güte und auch die Verstärkung durch den Selektivverstärker sich so verhält, wie zuvor bestimmt.

Weitere Fehlerquellen sind der Innenwiderstand des Messgerätes und die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität.