# Versuch 01

## Lebensdauer kosmischer Myonen

Jonah Nitschke Sebastian Pape lejonah@web.de sepa@gmx.de

> Durchführung: 22.11.2017 Abgabe: 1. Januar 1970

### 1 Zielsetzung

Der vorliegende Versuch behandelt die Ermittlung der Lebensdauer kosmischer Myonen. Zu Beginn wird in die Theorie des Versuches eingeleitet. Anschließend wird die Messapparatur und die Durchführung der Messung beschrieben. Abschließend werden die gemessenen Ergebnisse ausgewertet und abschließend diskutiert.

### 2 Theorie

Myonen  $\mu$  sind Leptonen der zweiten Generation und besitzen eine Masse von  $\approx 106\,\mathrm{MeV}$ . Sie entstehen zum Großteil in der oberen Atmosphäre durch Pion-Zerfälle und besitzen resultierend aus dem Zerfall, eine hohe kinetische Energie.

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_{\mu} \tag{1}$$

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_{\mu} \tag{2}$$

Myonen sind ca. 207 mal so schwer wie Elektronen. Myonen zerfallen nach den folgenden Zerfallsgleichungen.

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_{\mu} \tag{3}$$

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_{\mu} \tag{4}$$

#### 2.1 Lebensdauer

Die Lebensdauer  $\tau$  eines instabilen Teilchens beschreibt die Zeit, nach der eine Teilchenpopulation auf  $\frac{1}{e}$  ihrer ursprünglichen Anzahl abgefallen ist. Der Zerfall eines Teilchens ist ein stochastischer Prozess, der durch ein Exponentialgesetz der Form:

$$N(t) = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5}$$

beschrieben wird. Die Zerfallskonstante  $\lambda$  entspricht der reziproken Lebensdauer.

Die Funktion ?? ist die Lösung der folgenden Differentailgleichung.

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda \cdot N \tag{6}$$

Dabei wird angesetzt, dass die Anzahl der Teilchen N pro Zeit t proportional zu der Zerfallskosntante  $\lambda$  ist. Das Vorzeichen erklärt sich dadurch, dass die Anzahl aufgrund des Zerfallsprozesses mit der Zeit abnimmt.

### 3 Versuchsaufbau

Damit die Lebensdauer von Myonen bestimmt werden kann, dürfen nur Myonen gemessen werden, von denen die Einlaufzeit in den Versuchsaufbau bekannt ist und weiterhin deren Zerfallszeit nach eindringen gemessen wurde. Somit sind nur Myonen, die auch in dem Versuchsaufbau zerfallen relevant für die Messung. Im Folgenden wird der verwendete Versuchsaufbau beschrieben, der das Herausfiltern dieser relevanten Ereignisse ermöglicht.

Grundlegend wird für die Detektion von Teilchen ein Szintillator verwendet. Ionisierende Teilchen, die den Szintillator durchqueren, wechselwirken mit den Atomen des Szintillatormaterials. Durch diese Wechselwirkung können die Atome im Szintillator in einen angeregten Zustand überführt werden. Myonen haben eine hohe kinetische Energie und können mehrere MeV ihrer kinetischen Energie an das Szintillatormaterial abgeben. Die angeregten Szintillatoratome geben bei dem Übergang von dem angeregten Zustand in den Grundzustand einen Lichtquant ab, der von einer optisch an den Szintillator gekoppelten Photokathode registriert werden kann. An der Photokathode liegt ein sekundärer Elektronenvervielfältiger (SEV) an. Der SEV verstärkt die Signale aus der Photokathode, damit sie detektiert werden können.

Das Filtern der Ereignisse von Myonen, die auch in dem Szintillator zerfallen, geschieht durch eine logische Schaltung. Diese Schaltung ist in Abb. ?? durch die beiden AND-Gatter und den Monoflop/Univibrator realisiert. Anliegende Spannungen werden im Folgenden als HIGH und das Fehlen von Spannungen als LOW bezeichnet. Wenn ein HIGH aus der Koinzidenz (vgl. Abb. ??), deren Funktion im Verlauf der Durchfürhung noch erklärt wird, in die untere Schaltung einläuft wird zunächst der rechte Eingang des 1. und 2. UND-Gatter auf HIGH gesetzt. Das aus der Koinzidenz stammende HIGH wird mit einer Verzögerung von 30 ns an den Univibrator abgegeben. An dem einen Ausgang des Univibrators, der mit dem 1. UND verbunden ist, liegt im LOW Zustand ein HIGH an (vgl. Abb. ??; OUT). Der zweite Ausgang ist mit dem 2. UND verbunden und gibt im LOW Zustand des Univibrators ein LOW weiter (OUT). Somit sind an dem 1. UND beide Eingänge mit einem HIGH belegt und das Startsignal wird an einen Zeit-Amplituden-Konverter und Impulszähler gegeben. Der Impulszähler zählt lediglich die Anzahl der eintreffenden Startsignale. Der Zeit-Amplituden-Konverter wandelt die vergehende Zeit zwischen einem HIGH an dem Starteingang und einem HIGH an dem Stoppeingang in eine dazu proportionalen Impuls. Die Zeit wird in der Höhe des Impulses kodiert. Ein einlaufendes HIGH in den Univibrator kehrt die HIGH und LOW Signale an den Ausgängen um. Nach einer einegstellten Zeit  $T_{\rm s}$  geht der Monoflop in seinen Grundzustand zurück.  $T_{\rm s}$  stellt die Suchzeit des Intervalls einer

Myonenlebensdauermessung dar. In dem Versuch wird  $T_{\rm s}=10\,\rm \mu s$  gewählt. Der linke Eingang des 2. UND-Gatters empfängt, nachdem der Monoflop ein HIGH erhalten hat, ebenfalls ein HIGH, welches für die eingestellte Zeit  $T_{\rm s}$  anliegt. Wird in diesem Zeitraum ein weiteres Signal von der Koinzidenz an den rechten Eingang des 2. UND-Gatters geleitet wird ein HIGH an den Stoppeingang des Zeit-Impuls-Konverters gegeben und die Zeitmessung ist abgeschlossen. Die in einem Impuls kodierte Zerfallszeit wird in ein Vielkanalanalysator gegeben, welcher mit einem Computer verbunden ist. Der Rechner verarbeitet das Signal mit geeigneter Software.

In dem Versuch sollen nur die durch Myonen erzeugten Ereignisse behandelt werden. Jedoch werden durch thermische Prozesse in dem Photkathoden statischtisch verteilt Elektronen gelöst, welche von den SEV als Myonenereignisse interpretiert werden. Um dieses thermische Rauschen zu unterdrücken gibt es zwei parallel angewendete Mechanismen. Die thermischen Störungen lösen in der Regel eine niederigere Spannung als die Myonenereignisse aus, je nachdem an welcher Dynode des Photomultipliers das Elektron ausgelöst wird. Durch einen Diskriminator werden nur Ereignisse durchgelassen, die einen einstellbaren Schwellenwert  $U_0$  übersteigen. Damit können thermische Ereignisse signifikant unterdrückt werden. Zudem werden die Ereignisse die den Schwellenwert des Diskriminatoren sind Verzögerungen angebracht, damit Materialeigenschaften der Diskriminatoren kompensiert werden können.

Der zweite rauschunterdrückende Mechanismus ist die Koinzidenz. Diese lässt nur nahezu gleichzeitig einlaufende Signale passieren. Die einlaufenden Signale dürfen einen Zeitversatz von  $\Delta t_{\rm k} \approx 4\,{\rm ns}$  besitzen. Die thermisch gelösten Elektronen entstehen in einer Phtotkathode bzw. SEV, somit gibt es in der Regel kein zeitgleiches Signal des anderen SEV. So kann das thermische Rauschen mithilfe der Koinzidenz ebenfalls unterdrückt werden.

Der Versuch wird mit dem Aufbau aus Abb. ?? durchgeführt. In dem realen Aufbau ist ein weiterer Verzögerer vor dem rechten Diskriminator angebracht, sodass eine Verzögerung der beiden Messkanäle relativ zu einander eingestellt werden kann.

Der in Abb. ?? dargestellte Doppelimpulsgenerator wird für die Kalibration des Vielkanalanalysators verwendet, worauf in der Durchführung näher eingegangen wird.

Es wird ein organischer Szintillator verwendet, da dieser im Vergleich zu einem anorganischen Szintillator eine kürzere Totzeit besitzt. Insgesamt fasst der Szintillatortank 50l und ist in Toluol gelöst.

### 3.1 Durchführung

Zu Beginn des Versuches wird der Versuchsaufbau gemäß Abb. ?? aufgebaut. Dabei wird der Aufbau während des Aufbauens mit einem Zwei-Kanal-Oszilloskop auf seine Funktionsfähigkeit überprüft werden. Die Schwellenwerte  $U_0$  der Diskriminatoren werden

so eingestellt, dass die Impulsrate aus beiden Kanälen ungefähr übereinstimmt. Für das Zählen der Impulsrate werden die Messkanäle an den Impulszähler angeschlossen. Die Impulsrate sollte zwischen 20 und 40 Impulsen pro Sekunde liegen. Falls der aufgenommene Wert nicht in diesem Intervall liegt, kann die Schewellenspannung  $U_0$  variiert werden, bis die Impulsrate den Anforderungen genügt.

Weiterhin gilt es, die Verzögerer die vor dem Diskriminatoren montiert sind abzugleichen, sodass die materialbedingte Verzögerung der beiden Messkanäle kompensiert wird. Dies ist essentiell für die Arbeitsweise der Koinzidenz. Dafür werden jeweils fünf Messwerte für die Einstellungsmöglichkeit der Verzögerer genommen. Währenddessen wird die Impulsrate mittels des angeschlossenen Impulszählers, welcher hinter der Koinzidenz liegt aufgenommen. Die Verzögerung, bei der die Impulsrate maximal ist, ist die von nun an einzustellende.

Die Koinzidenzapparatur kann durch Vergleich der vor und hinter der Koinzidenz registrierten Impulse überprüft werden. Stimmen beide Werte überein ist die Funktion als Rauschunterdrücker nicht gewährleistet und die Einstellungen müssen verändert werden.

Der Zeit-Amplituden-Konverter kann überprüft werden, indem vor die Koinzidenz ein Doppelimpulsgenerator geschaltet wird. Der zeitliche Abstand der Doppelimpulse kann in Stufen von 0,1µs variiert werden. Die Funktionsfähigkeit des Doppelimpulsgenerators kann mit Hilfe des Zwei-Kanal-Oszilloskopen überprüft werden. Der Zeit-Amplituden-Konverter arbeitet einwandfrei, wenn an seinem Ausgang Spannungsimpulse entstehen, die proportional zu der eingestellten Zeit des Doppelimpulsgenerators sind. Mit dem Zwei-Kanal-Oszilloskop ist die Arbeitsfähigkeit des Zeit-Amplituden-Konverters zu überprüfen.

Der Vielkanalanalysator wird justiert durch eine Kalibirerungsmessung. Dafür werden mit dem Doppelimpulsgenerator Spannungsimpulse erzeugt. Es werden soviele Werte aufgenommen, bis sich auf dem Rechner deutlich erkennbare Balken in den Kanälen entstanden sind. Die Zeit der aufeinanderfolgenden Doppelimpulse wird in Schritten von  $1\,\mu s$  erhöht von 0 bis auf  $9.9\,\mu s$ .

Abschließend wird die Messapparatur für insgesamt  $\approx 22\,\mathrm{h}$  angeschaltet. Dabei ist zu beachten, dass die beiden Eingänge des Impulszählers gleichzeitig gestartet und beendet werden.

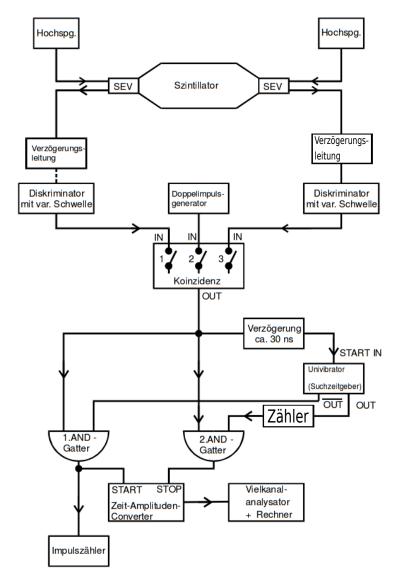


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau  $[{\bf anleitung01}]$ 

### 4 Auswertung

In dem folgenden Abschnitt sollen mithilfe der aufgenommenen Daten die Lebensdauer der Myonen bestimmt werden. Die Fehlerrechnung wird mit dem Paket uncertainties in Python durchgeführt. Da die Werte bei Berechnung des Plateaus sowie Ermittlung der Lebensdauer fehlerbehaftet sind, wird für die Regression ein gewichteter Fit mit dem Packet curve\_fit durchgeführt.

### 4.1 Einstellung der Verzögerungszeit

Um die Zählrate der Koinzidenzapparatur zu maximieren, wird während der Kalibrierung des Versuches die Verzögerungszeit  $T_{\rm VZ}$  varriert. Die am Ausgang der Apparatur gemessene Anzahl an Signalen wird in Tabelle ?? wiedergegeben und ist in Abbildung ?? graphisch dargestellt. In den Bereichen, bei denen die Zählrate stark erhöht war wurden mehrere Messwerte genommen, allerdings ist in Tabelle ?? immer nur der gemittelte Wert eingetragen. Die jeweiligen Zeiten sind mit einem Sternchen markiert. Ein negatives Vorzeichen bei der Verzögerungszeit entspricht einer Verzögerung bei dem linken SEV und ein positives Vorzeichen dementsprechend einer Verzögerung bei dem rechten SEV. Es handelt sich um Anzahlen, deshalb sind die Zahlen auf natürliche Zahlen gerundet. Als Fehler wird für den Wert n immer  $\sqrt{n}$  angenommen.

Tabelle 1: Messwerte bei Einstellung der Verzögerungszeit.

$T_{ m VZ}$ in ns	$N(T_{ m VZ})\pm\Delta N$	$T_{ m VZ}$ in ns	$N(T_{ m VZ})\pm\Delta N$
-24	$6 \pm 2$	0*	$177 \pm 8$
-22	$2 \pm 1$	1*	$175 \pm 7$
-20	$12 \pm 3$	2*	$176 \pm 7$
-18	$10 \pm 3$	$4^*$	$181 \pm 7$
-16	$37 \pm 6$	6*	$179 \pm 7$
-14	$54 \pm 7$	8*	$168 \pm 6$
-12	$86 \pm 9$	10	$140\pm12$
-10*	$129 \pm 8$	12	$120\pm11$
-8*	$152\pm6$	14	$63 \pm 8$
-6*	$166 \pm 6$	16	$40 \pm 6$
-4*	$172\pm7$	18	$0 \pm 0$
-2*	$173 \pm 7$	20	$0 \pm 0$
-1*	$181\pm8$	0	0

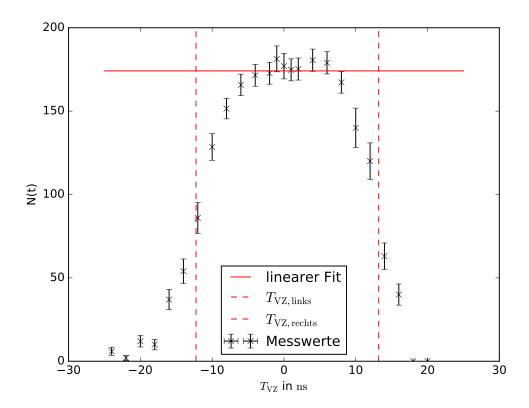


Abbildung 2: Plateau für die Impulsrate bei varrierter Verzögerungszeit.

$$N(T_{\rm VZ}) = 0 \cdot T_{\rm VZ} + N_{\rm max} \tag{7}$$

Durch die Werte im Intervall  $T_{\rm VZ} \in \{-6,8\}$  wird ein linearer Fit ohne Steigung gelegt, so dass sich gemäß Formel (??) ein Maximalwert von  $N_{\rm max} = (174 \pm 2)$  Impulsen pro Sekunde ergibt.

Um die Breite des Plateaus zu beschreiben wird die Halbwertsbreite verwendet. Dafür wird durch die Werte im Intervall  $T_{\rm VZ} \in \{-18, -6\}$  sowie  $T_{\rm VZ} \in \{8, 18\}$  ein linearer Fit der Form ?? verwendet.

$$N(T_{\rm VZ}) = A \cdot T_{\rm VZ} + B. \tag{8}$$

Es ergeben sich für die linke und rechte Seite des Plateaus folgende Parameter:

$$A_L = (13.8 \pm 0.7) \, \frac{1}{\text{ns}} \tag{9}$$

$$B_L = (256 \pm 9) \tag{10}$$

$$A_R = (18 \pm 2) \frac{1}{\text{ns}} \tag{11}$$

$$B_R = (325 \pm 21). \tag{12}$$

(13)

Für die Halbwertbreite werden die Zeiten berechnet, bei der genau  $N_{\rm max}/2$  Counts gezählt werden. Damit ergeben sich folgende Wert:

$$T_{\text{VZ,links}} = (-12.2 \pm 0.9) \,\text{ns}$$
 (14)

$$T_{\rm VZ.rechts} = (13.2 \pm 1.6) \,\text{ns}.$$
 (15)

(16)

Für das Plateau ergibt sich eine Breite von ca. 25.4 ns, was ungefähr der doppelten Breite der Impulslänge entspricht. Für die weiteren Messungen wurde eine Verzögerungszeit von  $T_{\rm VZ}=$  -4 ns eingestellt.

Tabelle 2: Belegte Kanäle bei der Kalibrierung mit eingestelltem Dopppelimpulsabstand.

$\Delta t_{ m DI}$ in ns	0.3	1	2	3	4	5
Kanal	14	45*/46	90	135	179*/180	$224 \\ 7247$
Impulse	3295	1096/6716	4560	7319	1128/7332	
$\Delta t_{ m DI}$ in ns	6	7	8	9	10	
Kanal	269	314	358*/359	403	444	
Impulse	8216	5595	255/5993	5455	7892	

### 4.2 Kalibrierung des Vielkanalanalysators

Im nächsten Abschnitt wird die Kalibrierung des Vielkanalanalysators ausgewertet. Die gemessenen Werte sind in Tabelle ?? eingetragen.  $\Delta t_{\rm DI}$  gibt dabei den am Doppelimpulsgenerator eingestellten zeitlichen Abstand an.

Bei einigen Abständen wurden mehrere Kanäle gefüllt. Eigentlich muss hierfür eine Fehlerrechnung durchgeführt werden, im Folgendem wird jedoch die Zuordnung von Impulsen bei der Kalibrierung in die mit einem Sternchen markierten Kanäle ignoriert und der Kanal mit den meisten Impulsen verwendet. Somit wird eine fehlerfreie Zuteilung der Kanäle zu den entsprechenden Zeiten angenommen, weshalb keine Fehlerrechnung durchgeführt wird. Die Ergebniss sind graphisch in Abbildung ?? dargestellt.

$$t(K) = A \cdot K + B \tag{17}$$

Mithilfe von Formel (??) wird eine lineare Regression durchgeführt, damit ermitteln werden kann, zu welchem Kanal welcher zeitliche Abstand gehört. Für die Parameter A und B ergeben sich folgende Wert:

$$A = (0.02247 \pm 0.00005) \,\mu\text{s} \tag{18}$$

$$B = (-0.032 \pm 0.014) \,\,\mu\text{s} \tag{19}$$

### 4.3 Bestimmung der Lebensdauer von kosmischen Myonen

In dem letzten Abschnitt der Auswertung wird die Lebensdauer der Myonen bestimmt. Die Messung wurde über einen Zeitraum von  $T_{\rm ges}=81591$  s durchgeführt. Dabei sind  $N_{\rm Start}=1444133$  Startimpulse, sowie  $N_{\rm Stop}=4255$  Stopimpulse registriert worden. Die eingestellte Suchzeit beträgt  $T_{\rm Search}=10\,\mu \rm s$ . Mit diesen Werten lässt sich der Untergrund berechnen. Sollte innerhalb der Suchzeit ein zweites Myon in den Szintillator eintreten, kann ein eigentlich nicht auftretender Zerfall von der Apparatur felhinterpretiert werden.

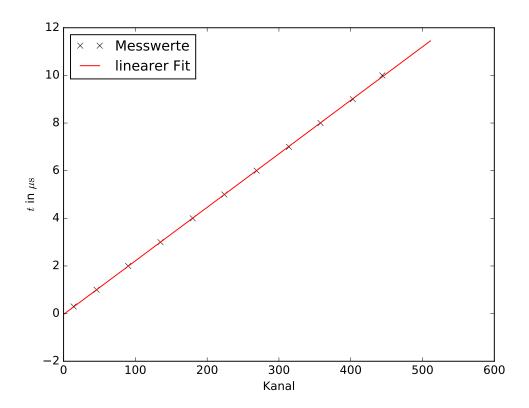


Abbildung 3: Grafische Darstellung der Kanalbelegung und lineare Regression.

Somit ist der Untergrund proportional zur eingestellten Suchzeit und ergibt sich wie folgt:

$$R = \frac{N_{\text{Start}}}{T_{\text{ges}}} = 17,7 \frac{\text{Impulse}}{\text{s}}$$
 (20)

$$N_{\text{Search}} = R \cdot T_{\text{Search}}$$
 (21)

$$W(1) = N_{\text{Search}} \cdot \exp\left(N_{\text{Search}}\right) \tag{22}$$

$$U_{\rm ges} = W(1) \cdot N_{\rm Start}. \tag{23}$$

Zuerst wird die Rate der pro Sekunde ausgelösten Startsignale bestimmt (vgl. (??)), mit der dann die Anzahl von in der Suchzeit ausgelösten Signale (vgl. (??)) bestimmt wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass k Myonen in der Suchzeit eintreffen ist gemäß einer Poisson-Verteilung gegeben. Somit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, dass ein weiteres Myon eintrifft W = 0.00018 %. Gemäß Formel (??) lässt sich dann die Anzahl der dem Untergrund zuzuordnenden Startsignale berechnen. Da sich die Untergrund Signale gleich auf jeden Kanal verteilen, ergeben sich pro Kanal  $U_1 = 0.499$  Signale.

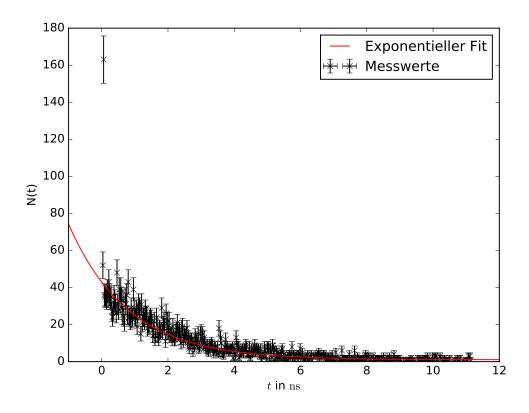


Abbildung 4: Gemessene Anzahl an Impulsen pro Kanal.

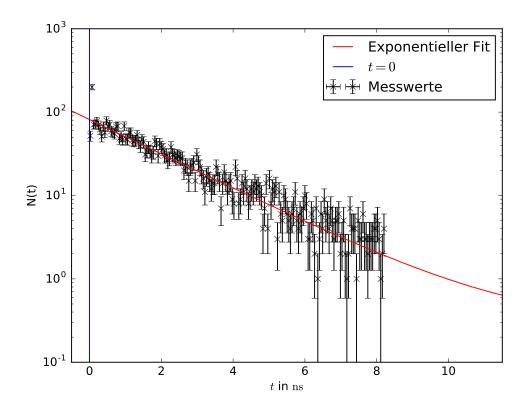


Abbildung 5: Gemessene Anzahl an Impulsen pro Kanal in logarithmischer Darstellung.

Im Folgenden wird dieser Wert jedoch nicht verwendet, sondern lediglich mit einem durch die Regression ermittelten Wert verglichen. Die gemessene Verteilung der Stopsignale auf die Kanäle ist in Tabelle?? dargestellt.

In der Auswertung werden immer zwei benachbarte Kanäle zu einem Kanal zusammengefasst, um bei dem gewichteten Fit keine Singularitäten zu erzeugen. Dabei ist die Zeit des neuen Kanals die gemittelte Zeit aus den beiden Einzelzeiten. Zudem werden von den neuen Werte nur die ersten 184 Kanäle verwendet, da danach auch hier mehrere Kanäle ohne Counts auftreten.

Jedem Kanal mit der Anzahl n wird als Ungenauigkeit  $\sqrt{n}$  zugeteilt. Da hier ein gewichteter Fit durchgeführt wird, rufen Kanäle ohne gemessenen Count dabei eine Singularität hervor.

$$N(t) = N_0 \cdot \exp{-\lambda \cdot t} + U_2 \tag{24}$$

Für die Auswertung der in Abbildung ?? dargestellten Werte wird an die Funktion (??) gefittet. Die Parameter ergeben sich zu:

$$N_0 = (81 \pm 2) \tag{25}$$

$$\lambda = (0,477 \pm 0,019) \cdot 10^{6} \frac{1}{s}$$
 (26)  
 
$$U_{2} = (0,3 \pm 0,5).$$
 (27)

$$U_2 = (0, 3 \pm 0, 5). \tag{27}$$

Durch die bestimmte Zerfallskonstante  $\lambda$  lässt sich dann die mittlere Lebensdauer  $\tau$  der Myonen bestimmen:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = (2.10 \pm 0.08) \,\mu\text{s}.$$
 (28)

### 5 Diskussion

Die bestimmten Werte sind in Tabelle ?? und ?? zu sehen. In der Auswertung wurde der Untergrund auf zwei verschiedene Arten bestimmt, wobei der eine ungefähr doppelt so groß ist. Beim Vergleich der bestimmten Lebensdauer ist ein Abweichung von ca. 18 % gegenüber dem Literaturwert zu sehen. Der Literaturwert liegt zudem nicht im Fehlerintervall des bestimmten Wertes.

Für diese Abweichung gibt es mehrere mögliche Ursachen. Einerseits hat sich schon in der Kalibrierung gezeigt, dass einige Zeiten mehreren Kanälen zugeordnet werden. Um dieses Fehler zu berücksichtigen hätte auch hier eine Fehlerrechnung durchgeführt werden müssen, worauf in der Auswertung jedoch verzichtet wurde. Eine weitere Ungenauigkeit wird dadurch hervorgerugen, dass Myonen sich mit den Szintillator-Atomen zu einem angeregten myonischen Atom verbinden und nicht innerhalb der Suchzeit zerfallen, was im Rahmen der Auswertung ebenfalls nicht berücksichtigt wurde.

Tabelle 3: Ergebnisse für den Untergrund

$U_1$	$\Delta U_1$	$U_2$	$\Delta U_2$	$rac{U_1}{U_2}$		
0,4993	0,0004	0,3	0,5	$1.7\pm2,\!6$		

Tabelle 4: Ergebniss für die Lebensdauer und Vergleich mit dem Literaturwert. [Taulit]

$ au_{ m \mu,exp}$	$ au_{ m \mu,lit}$	$rac{ au_{\mu, ext{exp}}}{ au_{\mu, ext{lit}}}$			
$2,10 \pm 0,08$	$2,\!20\pm0$	$0,95 \pm 0,04$			

### 6 Messwerte

Tabelle 5: Gemessene Impulse pro Kanal.

1	- 80	81 -	160	161 -	240	241 -	- 320	321 -	400	401 -	480	481 -	- 512
K	C	K	С	K	C	K	C	K	C	K	С	K	$\mathbf{C}$
1	0	81	16	161	5	241	3	321	0	401	0	481	1
2	0	82	17	162	13	242	2	322	1	402	2	482	0
3	0	83	29	163	10	243	4	323	1	403	1	483	0
4	52	84	16	164	5	244	6	324	1	404	1	484	2
5	163	85	20	165	4	245	7	325	6	405	0	485	0
6	36	86	22	166	3	246	2	326	1	406	0	486	0
7	35	87	19	167	6	247	$\mid 4 \mid$	327	2	407	0	487	0
8	36	88	11	168	8	248	2	328	2	408	1	488	0
9	34	89	26	169	12	249	3	329	2	409	0	489	1
10	38	90	16	170	7	250	2	330	2	410	0	490	0
11	35	91	22	171	8	251	1	331	2	411	1	491	0
12	43	92	16	172	7	252	3	332	2	412	1	492	1
13	36	93	22	173	5	253	2	333	1	413	0	493	0
14	34	94	14	174	6	254	4	334	0	414	1	494	1
15	35	95	15	175	7	255	$\mid 4 \mid$	335	$\mid 4 \mid$	415	1	495	3
16	27	96	15	176	7	256	3	336	1	416	0	496	0
17	24	97	12	177	7	257	3	337	1	417	1	497	3
18	27	98	19	178	8	258	8	338	2	418	2	498	1
19	35	99	14	179	2	259	1	339	1	419	0	499	0
20	33	100	12	180	7	260	$\mid 4 \mid$	340	2	420	1	500	0
21	31	101	12	181	5	261	3	341	0	421	0	501	0
22	26	102	16	182	3	262	1	342	6	422	1	502	0
23	48	103	17	183	13	263	3	343	2	423	0	503	0
24	31	104	21	184	9	264	3	344	1	424	0	504	0
25	28	105	16	185	8	265	$\mid 4 \mid$	345	0	425	0	505	0
26	39	106	15	186	8	266	1	346	3	426	0	506	0
27	32	107	17	187	2	267	$\mid 4 \mid$	347	2	427	2	507	0
28	39	108	13	188	6	268	3	348	0	428	0	508	0
29	34	109	10	189	5	269	7	349	1	429	1	509	0
30	25	110	18	190	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	270	3	350	2	430	0	510	0
31	33	111	19	191	7	271	3	351	2	431	2	511	0
32	24	112	11	192	7	272	5	352	1	432	1	512	0
33	21	113	15	193	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	273	2	353	1	433	1		
34	34	114	14	194	7	274	1	354	2	434	1		
35	31	115	13	195	7	275	$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$	355	1	435	0		
36	36	116	15	196	9	276	$\begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}$	356	$\begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}$	436	2		
37	25	117	18	197	8	277	$\begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$	357	$\begin{vmatrix} 4 \end{vmatrix}$	437	2		
38	43	118	10	198	4	278	$\begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}$	358	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	438	1		
39	24	119	13	199	4	279	4	359	$\begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$	439	1		
40	24	120	7	200	4	280	1	360	2	440	3		

1 -	- 80	81 -	160	161 -	240	241 -	320	321 -	400	401 -	- 480	481	- 512
K	C	K	C	K	C	K	C	K	C	K	C	$ \overline{K} $	$\overline{C}$
41	22	121	12	201	8	281	0	361	3	441	2		
42	29	122	11	202	2	282	2	362	0	442	1		
43	23	123	12	203	5	283	3	363	1	443	1		
44	24	124	10	204	7	284	4	364	0	444	0		
45	39	125	5	205	4	285	1	365	$\mid 2 \mid$	445	0		
46	29	126	10	206	7	286	0	366	0	446	1		
47	24	127	8	207	5	287	3	367	3	447	3		
48	24	128	14	208	9	288	0	368	1	448	0		
49	28	129	12	209	5	289	3	369	1	449	1		
50	19	130	11	210	7	290	3	370	2	450	3		
51	26	131	10	211	7	291	0	371	0	451	3		
52	31	132	15	212	6	292	4	372	0	452	2		
53	29	133	7	213	7	293	4	373	2	453	1		
54	28	134	8	214	4	294	5	374	2	454	0		
55	15	135	15	215	3	295	2	375	2	455	0		
56	31	136	16	216	7	296	3	376	2	456	0		
57	21	137	10	217	1	297	3	377	2	457	3		
58	24	138	15	218	3	298	3	378	2	458	2		
59	24	139	9	219	4	299	0	379	$\mid 2 \mid$	459	0		
60	22	140	13	220	3	300	4	380	0	460	0		
61	28	141	10	221	8	301	4	381	3	461	1		
62	25	142	8	222	6	302	3	382	1	462	0		
63	25	143	7	223	3	303	3	383	0	463	2		
64	18	144	9	224	1	304	2	384	1	464	1		
65	20	145	6	225	8	305	1	385	1	465	0		
66	19	146	5	226	8	306	2	386	$\mid 2 \mid$	466	1		
67	23	147	8	227	7	307	3	387	$\mid 2 \mid$	467	0		
68	24	148	9	228	1	308	2	388	0	468	1		
69	23	149	8	229	7	309	3	389	3	469	0		
70	21	150	10	230	5	310	2	390	1	470	2		
71	14	151	9	231	2	311	2	391	0	471	0		
72	17	152	6	232	9	312	4	392	2	472	0		
73	22	153	4	233	7	313	1	393	0	473	0		
74	12	154	8	234	6	314	1	394	1	474	0		
75	14	155	8	235	1	315	1	395	$\mid 4 \mid$	475	0		
76	24	156	6	236	2	316	2	396	2	476	1		
77	20	157	6	237	6	317	5	397	0	477	1		
78	14	158	8	238	5	318	0	398	2	478	0		
79	12	159	4	239	2	319	0	399	0	479	0		
80	18	160	18	240	$\mid 4 \mid$	320	2	400	$\mid 2 \mid$	480	2		