

V46

Faraday-Effekt

Yanick Sebastian Kind
yanick.kind@udo.edu

Till Willershausen
till.willershausen@udo.edu

Durchführung: 30.05.2022

Abgabe: 09.06.2022

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Bändermodell	3
1.2	Dotierung von Halbleitern	3
1.3	Die effektive Masse	4
1.4	Zirkulare Doppelbrechung und Faraday-Effekt	5
2	Durchführung	5
2.1	Justierung und Messung	6
3	Auswertung	7
3.1	Bestimmung der maximalen Feldstärke	7
3.2	Bestimmung der Winkeldifferenzen	8
3.3	Berechnung der effektiven Masse der Elektronen	10
4	Diskussion	12
	Literatur	12

1 Theorie

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der effektiven Massen der Leitungselektronen in n-dotiertem Galliumarsenid. Dazu wird der Faraday-Effekt verwendet. Dieser beschreibt die Drehung der Polarisationssebene eines Lichtstrahls, wenn dieser parallel zu einem Magnetfeld ein transparentes Medium durchläuft.

1.1 Bändermodell

In einem Festkörper sind Atomelektronen aus den inneren Schalen so stark an ihre Atome gebunden, dass sie wie bei freien Atomen nah um den Atomkern lokalisiert sind und somit nicht wesentlich von den anderen Atomen beeinflusst werden. Deshalb werden nur die Elektronen in den äußeren Schalen betrachtet, die durch die Wechselwirkung mit den Nachbarn delokalisiert sind und deshalb durch Blochwellen beschrieben werden können. Die delokalisierten Elektronen befinden sich in Energiebändern, welche spezifisch für den jeweiligen Festkörper sind. Wesentlich für Leitfähigkeit und andere Eigenschaften sind Valenz- und Leitungsband. Das Valenzband ist das letzte vollständig gefüllte Band. Das Leitungsband ist das erste ungefüllte Band. Falls Elektronen in dieses angeregt werden, werden diese zu freien Ladungsträgern und tragen zur Leitfähigkeit bei. Liegt zwischen Valenz- und Leitungsband eine Bandlücke (verbotener Bereich) $\Delta E_g \gg k_B T$, so können auch bei höheren Temperaturen keine Elektronen aus dem voll besetzten Band in das Leitungsband gelangen. Über den Wert der Bandlücke kann zwischen Leiter, Halbleiter und Nichtleiter unterschieden werden, wie in Abbildung 1 gezeigt. Leiter haben keine Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband, während Nichtleiter eine Bandlücke von $\Delta E_g > 5 \text{ eV}$ haben. Halbleiter bewegen sich dazwischen und können durch thermische oder anderweitige Anregung leitend werden. Bei Raumtemperatur ca. $T = 300 \text{ K}$ fangen einige Halbleiter schon an zu leiten. Jedoch benötigen die meisten Halbleiter deutlich höhere Temperaturen. Mithilfe der Boltzmann-Verteilung kann bei gegebener Temperatur die Anzahl der Ladungsträger im Valenzband bestimmt werden.

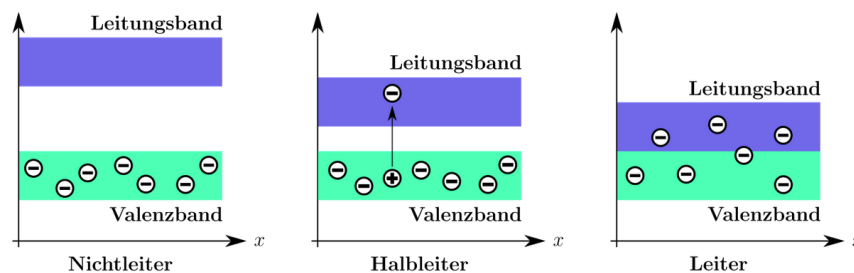


Abbildung 1: Unterscheidung nach Bandlücke.[4]

1.2 Dotierung von Halbleitern

In einen reinen Halbleiter können Fremdatome eingebaut werden, um dessen elektronische Eigenschaften stark zu verändern. Dabei wird zwischen einbringen von Donatoren (n-

Dotierung) und Akzeptoren (p-Dotierung) unterschieden. Bei der n-Dotierung werden Fremdatome mit einem zusätzlichen Valenzelektron eingebaut. Das zusätzliche Elektron ist über viele Gitteratome delokalisiert und kann deshalb als frei angesehen werden. Es genügt also eine geringe Energie um das Elektron aus dem Donatorniveau in das Leitungsband anzuheben. Im Bänderschema des dotierten Halbleiters liegt das Donatorniveau somit dicht unter der Leitungsbandkante, wie in Abbildung 2 dargestellt ist. Bei einer p-

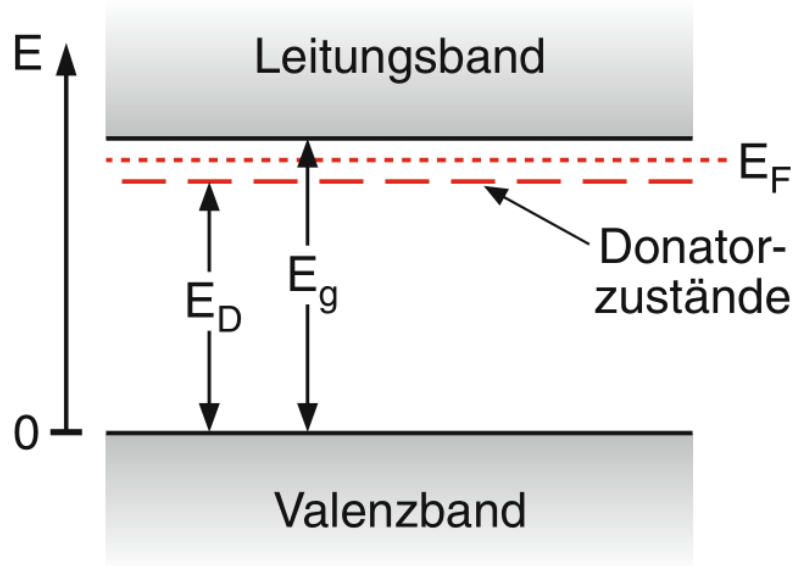


Abbildung 2: Bändermodell mit Donatorniveau.[2]

Dotierung hingegen wird ein Fremdatom mit einem Valenzelektron weniger eingebaut. Es entsteht somit ein Akzeptatorniveau dicht oberhalb des Valenzbands.

1.3 Die effektive Masse

Für freie Elektronen gilt die Dispersionsrelation

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} \quad (1)$$

mit der Energie E und der Wellenzahl k des Elektrons. In einem Kristall verhalten sich Elektronen der äußeren Schalen wie freie Teilchen, jedoch werden sie mit einer veränderten Masse modelliert, der sogenannten effektiven Masse m^* . In quadratischer Näherung lässt sich die effektive Masse mit

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk_i dk_j} \right)^{-1} \quad (2)$$

berechnen.

1.4 Zirkulare Doppelbrechung und Faraday-Effekt

Eine linear polarisierte Welle kann als Überlagerung einer rechts und einer links zirkularen Welle dargestellt werden. Trifft diese nun auf ein optisch aktives Medium, kommt es zu einer Drehung der Polarisationssebene der Welle. Dieses Phänomen heißt zirkulare Doppelbrechung. In dem aktiven Medium wird die Phasengeschwindigkeit einer Drehrichtung erhöht, sodass die Polarisationssebene beim Austreten gedreht ist. Die Polarisationsrichtung ändert sich mit der zurückgelegten Strecke im Medium (der Dicke des Mediums).

Durch den Faraday Effekt können durchsichtige, isotrope Substanzen optisch aktiv werden. Dazu wird ein Magnetfeld benötigt, welches parallel zur Strahlrichtung ist. Der Drehwinkel lässt sich berechnen über

$$\alpha = V B d \quad (3)$$

mit der für den Stoff charakteristischen Größe V (Verdet-Konstante), der magnetischen Flussdichte B und der Materialdicke d . Die Richtung der Faraday-Drehung hängt dabei von der Richtung des Magnetfelds ab. Mikroskopisch werden durch das Magnetfeld die freien Ladungsträger auf Kreisbahnen gezwungen. Die Rotation der Ladungsträger führt dann zu einer bevorzugten Umlaufrichtung der zirkular polarisierten EM-Wellen und so zu einer Rotation der Polarisationssebene. Somit ist die Doppelbrechung des Faraday-Effekts auch abhängig von der Anzahl an freien Ladungsträgern N . Für quasifreie Ladungsträger ergibt sich für die Faradayrotation pro Einheitslänge $\theta_{frei} = \frac{\theta}{L}$ die Näherung

$$\theta_{frei} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3} \frac{\lambda^2}{(m^*)^2} \frac{NB}{n} \quad (4)$$

mit der Elementarladung e_0 , der Influenzkonstante ε_0 , der effektiven Masse m^* , der Magnetfeldstärke B , dem Brechungsindex n und der Lichtwellenlänge λ .

2 Durchführung

Der Versuch ist wie in Abbildung 3 aufgebaut. Als Lichtquelle dient eine Halogen-Lampe (12 V; 50 W). Mit Hilfe von Interferenzfiltern kann die Strahlung monochromatisiert werden. Es liegen 9 Interferenzfilter von 1,06 μm bis 2,65 μm vor. Mit Hilfe eines Glan-Thompson Prismas aus Kalkspat wird das Licht linear-polarisiert. In einem großen Elektromagnet wird in einem Luftspalt die Probe eingeführt. Für ein zeitlich konstantes Magnetfeld wird die Wicklung des Magneten mit einem Konstantstromgerät gespeist. Ein doppelter Drehwinkel kann mit einer Umpolung des Feldes erreicht werden. Die Lichtintensität wird mit Photowiderständen aus PbS gemessen. Vor den Photowiderständen wird ein weiteres Glan-Thompson Prisma platziert, sodass der Strahl in zwei um 90° rotierte linear polarisierte Strahlen aufgeteilt wird. Durch einen Differenzverstärker werden die Lichtintensitäten von den beiden Photowiderständen subtrahiert und verstärkt. Um Rauschspannungen an den Photowiderständen zu reduzieren, wird der Strahl mit einem

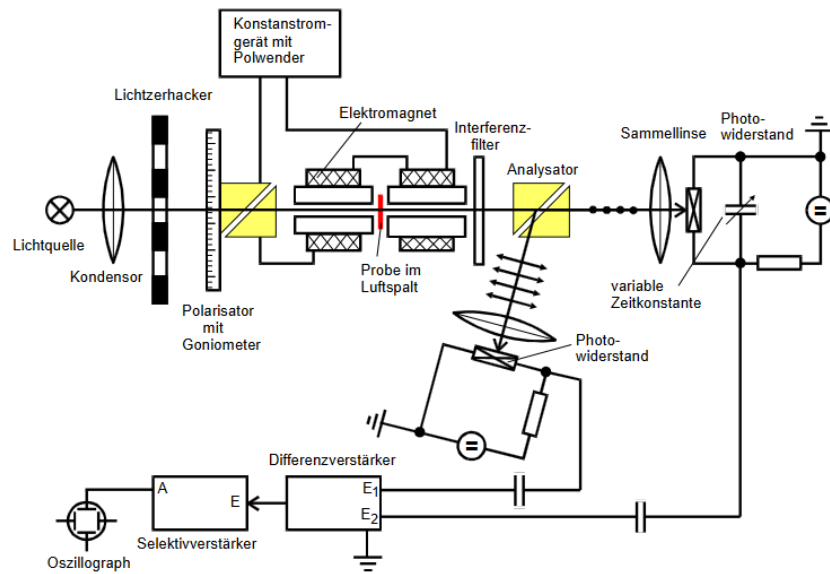


Abbildung 3: Unterscheidung nach Bandlücke.[3]

Lichtzerhacker gepulst und am Ende an einen Selektivverstärker auf die Zerhackerfrequenz eingestellt. Das Ausgangssignal des Selektivverstärkers wird an ein Oszilloskop angeschlossen. Bei einer minimalen Differenzspannung ist die Polarisationssebene bei einem Winkel von 45° .

2.1 Justierung und Messung

Der erste Teil der Justage prüft die Arbeitsweise der Polarisationsvorrichtung. Dazu wird geschaut, ob bei einer Drehung des Polarisators die Lichtintensität des durchgehenden Strahls bei geeigneter Stellung verschwindet. Ist dies nicht der Fall, wird das Analysatorprisma vorsichtig um seine vertikale Achse gedreht bis die Lichtintensität verschwindet.

Im nächsten Schritt werden die Lichtschutzhauben zwischen Sammellinse und Photowiderstand entfernt. Durch Rotation des Polarisators sollte das Licht zwischen den Photowiderständen hin und her geschaltet werden können.

Zuletzt wird der Selektivverstärker auf die Lichtzerhackerfrequenz eingestellt. Dafür wird einer der Photowiderstände an den Selektivverstärker angeschlossen und mit Hilfe der Frequenzstellknöpfe auf den maximalen Wert eingestellt. Dabei wird eine Zerhackerfrequenz von etwa $f = 450 \text{ Hz}$ eingestellt. Der Gütefaktor wird für die Messung auf $Q = 100$ gestellt.

Zuerst wird nach der Justage die Kraftflussdichte $B(z)$ in Richtung des einfallenden Lichtes in der Nähe des Luftspaltes mit einer Hallsonde vermessen. Daraufhin wird die Faraday-Rotation an einer hochreinen GaAs-Probe ($d = 5,11 \text{ mm}$) und zwei n-dotierten GaAs-Proben mit $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ beziehungsweise $d = 1,36 \text{ mm}$ (Probe 1) und $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ beziehungsweise $d = 1,296 \text{ mm}$ (Probe 2) gemessen. Dabei wird

für jede Probe die Faraday-Rotation jeweils mit den neun Interferenzfiltern und beiden Magnetfeldpolungen vermessen.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der maximalen Feldstärke

Die gemessenen Feldstärken sind in Abhängigkeit von dem Abstand in Abbildung 4 graphisch dargestellt und in Tabelle 1 tabelliert. Anhand Tabelle 1 lässt sich eine maximale Feldstärke von 428 mT erkennen. Da die Probe bei der maximalen Feldstärke positioniert ist, wird in den folgenden Abschnitten mit diesem Wert für das Magnetfeld gerechnet.

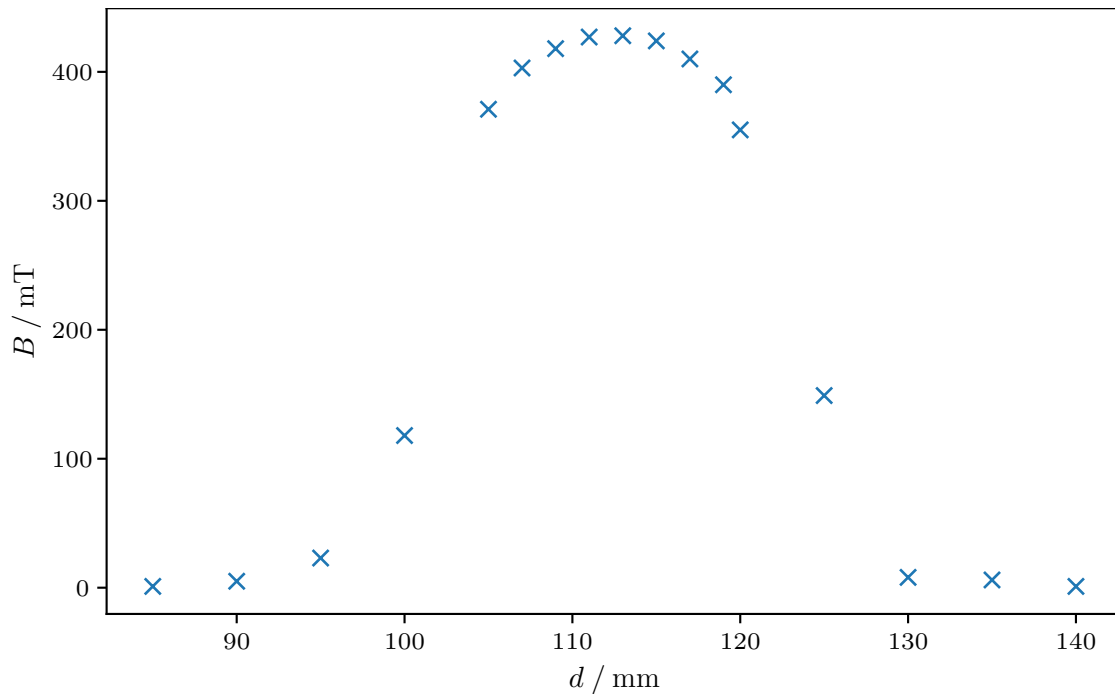


Abbildung 4: Gemessene magnetische Feldstärke in Abhängigkeit von dem Abstand.

Tabelle 1: Gemessene magnetische Feldstärke in Abhängigkeit von dem Abstand.

d / mm	B / mT
85	1
90	5
95	23
100	118
105	371
107	403
109	418
111	427
113	428
115	424
117	410
119	390
120	355
125	149
130	8
135	6
140	1

3.2 Bestimmung der Winkeldifferenzen

In Tabelle 2 sind die gemessenen Winkel in Abhängigkeit von der Wellenlänge aufgetragen. Um nun den Rotationswinkel pro Einheitslänge zu erhalten, wird der Betrag der Differenz der beiden Winkel bei den verschiedenen Polungen genommen und halbiert, so dass

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}|\theta_1 - \theta_2|$$

berechnet wird. Dies auf die Länge der Probe normiert, ergibt die Abbildung 5.

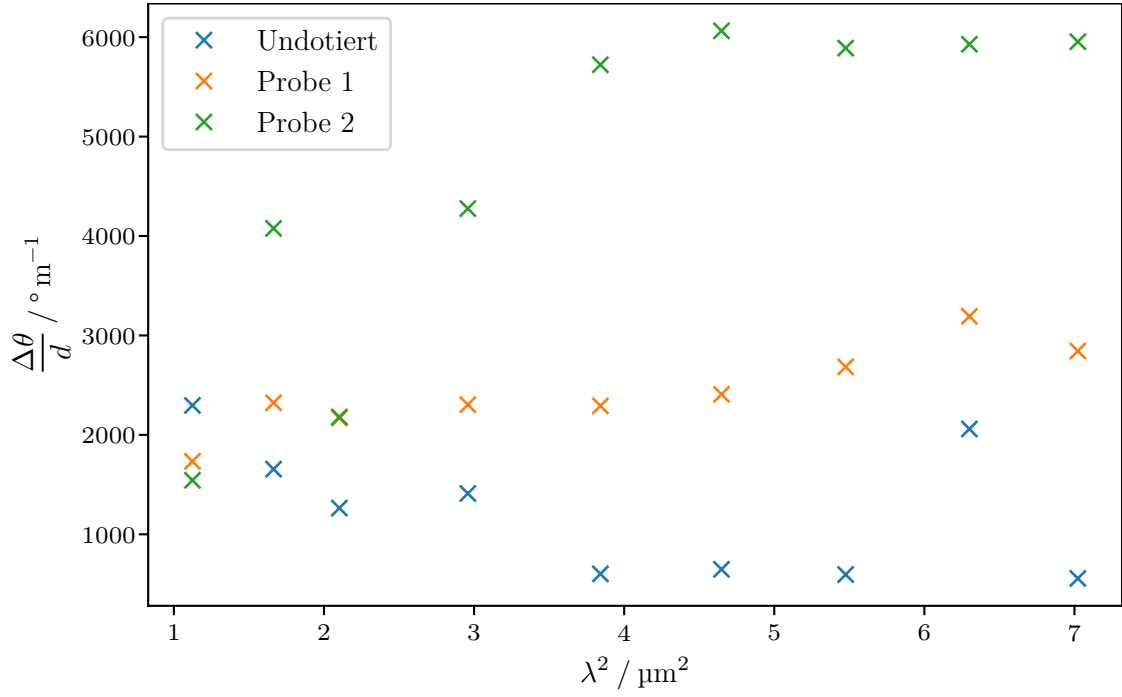


Abbildung 5: Gemessene Winkel in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Tabelle 2: Gemessene Winkel in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

$\lambda / \mu\text{m}$	Probe 1		Probe 2		Probe 3	
	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
1,060	67,833	91,300	77,517	81,517	74,767	79,483
1,290	70,917	87,833	74,000	84,567	75,100	81,417
1,450	74,083	87,000	75,417	81,067	76,667	82,567
1,720	74,433	88,850	73,600	84,683	74,833	81,100
1,960	71,567	77,717	67,633	82,467	70,200	76,433
2,156	70,750	77,367	65,583	81,300	67,450	74,000
2,340	45,000	51,083	40,733	56,000	43,000	50,300
2,510	13,433	34,483	24,633	40,000	26,633	35,317
2,650	61,017	66,700	59,233	74,667	59,633	67,367

3.3 Berechnung der effektiven Masse der Elektronen

Um die effektive Masse der Elektronen m^* zu bestimmen wird die Gleichung (4) gefittet. Die Ausgleichsgerade nimmt dabei die Form

$$\theta_{\text{frei}} = a\lambda^2 + b \quad (5)$$

an, wobei a und b die Fitparameter sind. Fortan kann die effektive Masse gemäß

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3 NB}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3 n a}} \quad (6)$$

berechnet werden. Dabei ist e_0 die Elementarladung, N die Donatorenkonzentration, B die magnetische Feldstärke, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, c die Lichtgeschwindigkeit, n der Brechungsindex von Galliumarsenid und a der Fitparameter aus Gleichung (5). Der dabei bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ verwendete Brechungsindex von GaAs beträgt $n = 3.374$ [1]. Dabei wird von dem auf eine Einheitslänge normierte Rotationswinkel der dotierten Probe der auf eine Einheitslänge normierte Rotationswinkel der undotierten Probe abgezogen, damit nur der Einfluss der freien Elektronen erfasst wird. Hierbei muss

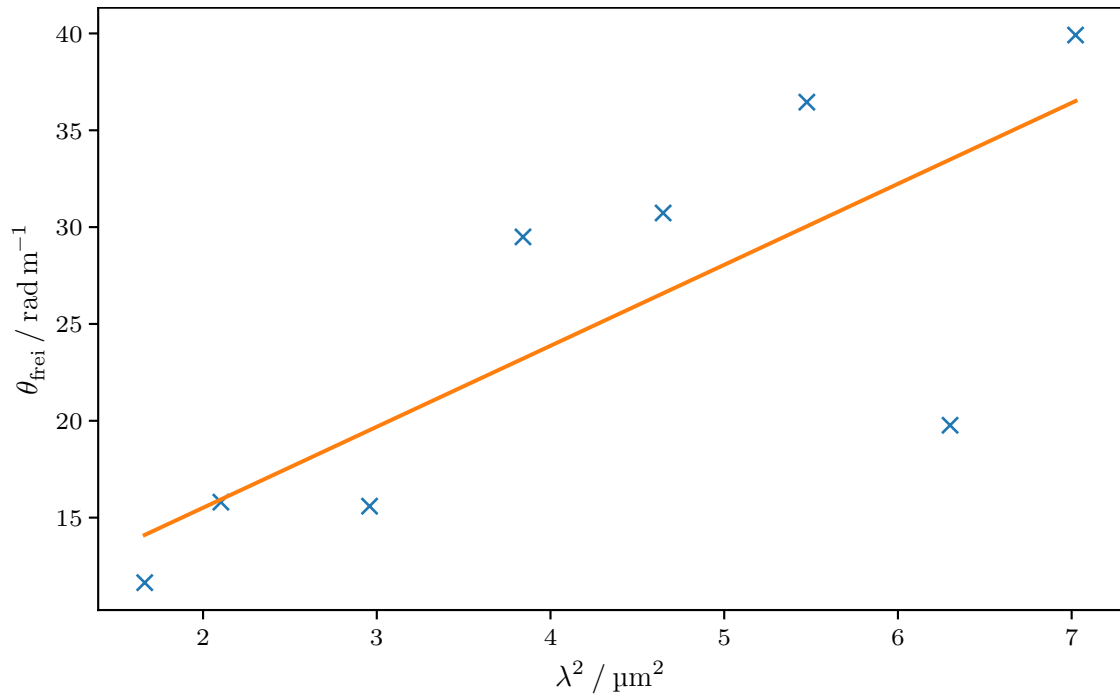


Abbildung 6: Berechneter und gefitteter Rotationswinkel θ_{frei} in Abhängigkeit λ^2 für $N = 1,2 \cdot 10^{26} \text{ 1/m}^3$, $d = 1,36 \text{ mm}$ (Probe 1).

angemerkt werden, dass der Messwert bei $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ ausgelassen wurde, da dieser für die undotierte Probe zu große Abweichungen zeigt und somit negative θ_{frei} zustande

kommen würden. Die Parameter ergeben sich für die Probe 1 zu

$$a_1 = (4\,181\,114\,927\,968,37 \pm 1\,411\,811\,947\,216,78) \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$b_1 = (7,15 \pm 6,53) \frac{1}{\text{m}} .$$

Für die Probe 2 können die Parameter zu

$$a_2 = (11\,428\,079\,332\,614,04 \pm 4\,068\,409\,943\,872,25) \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$b_2 = (19,70 \pm 18,82) \frac{1}{\text{m}} .$$

berechnet werden. Mit Hilfe von Gleichung (6) ergeben sich die effektiven Massen zu

$$m_1^* = (8,91 \pm 1,51) \cdot 10^{-32} \text{ kg}$$

$$m_2^* = (8,24 \pm 1,47) \cdot 10^{-32} \text{ kg} .$$

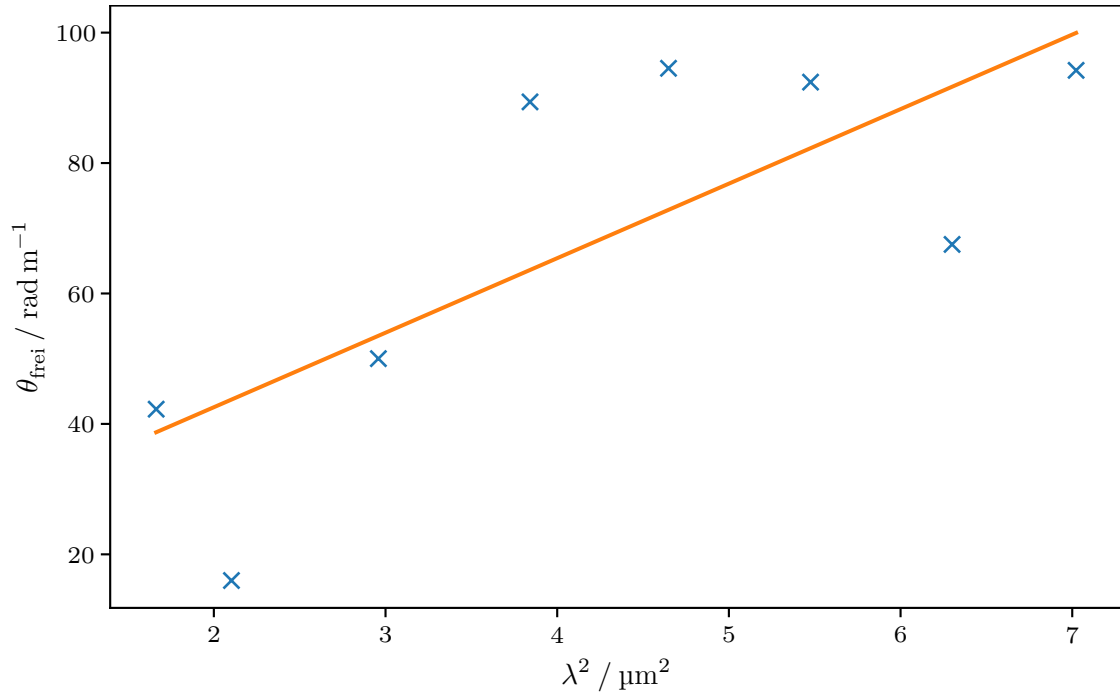


Abbildung 7: Berechneter und gefitteter Rotaionswinkel ausgehende von den freien Elektronen θ_{frei} in Abhängigkeit λ^2 für $N = 2,8 \cdot 10^{26} \text{ 1/m}^3$, $d = 1,296 \text{ mm}$ (Probe 2).

4 Diskussion

Zu dem Abschnitt 3.1 lässt sich sagen, dass die maximale Feldstärke mit Hilfe der Hall-Sonde sehr genau bestimmt werden konnte, so dass die folgenden Auswertungen mit einer guten Ausgangslage bestritten werden konnten. In Abschnitt 3.2 wird auffällig, dass die Differenz der Winkel bei $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ der ersten Probe sehr groß ist, so dass dieser für die Bestimmung der effektiven Massen ausgelassen werden musste. Mögliche Ursachen dafür könnten eine falsche Justage der Apparaturen wie z.B. Halterung für den Interferenzfilter sein. Ebenfalls lassen sich in Abbildung 5 Schwankungen erkennen. Dies könnte auf die Nulltarierung mit dem Oszilloskop zurückgeführt werden, da die Intensitätsdifferenz nie verschwand sondern ein Minimum annahm. Somit lässt sich nicht immer feststellen, ob bei diesem Winkel das Minimum ist oder nicht. Ebenfalls könnte die beschädigte Probe (Probe 1) eine Quelle für Ungenauigkeiten sein. Diese Probe war nur in Teilen wieder in die Halterung eingeklebt worden, da sie zuvor beschädigt wurde. Allgemein lässt sich sagen, dass eine hohe Winkelauflösung mit dem Goniometer erzielt werden konnte.

Literatur

- [1] Filmetrics A KLA Company. *Brechungsindex von Gallium Arsenide*. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide>.
- [2] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3. Atome, Moleküle und Festkörper*, 5. Auflage. Springer Spektrum, 2021. ISBN: 3662490943.
- [3] TU Dortmund. *V46, Faraday-Effekt*.
- [4] *Einteilung anhand der Lage der Bänder*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/B%C3%A4ndermodell>.