

V401: Das Michelson-Interferometer

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.06.2023, Abgabe 20.06.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----------|
| 1 Ziel | 1 |
| 2 Theorie | 1 |
| 2.1 Interferenz und Kohärenz | 1 |
| 2.2 Das Michelson-Interferometer | 1 |
| 3 Durchführung | 3 |
| 4 Auswertung | 4 |
| 4.1 Mittelwerte und Fehler | 4 |
| 4.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung | 4 |
| 4.3 Wellenlänge der Laserdiode | 4 |
| 4.4 Brechungsindex von Luft | 5 |
| 5 Diskussion | 6 |
| Literatur | 6 |
| Anhang | 7 |

1 Ziel

In diesem Versuch wird mit dem Michelson Morley Interferometer die Wellenlänge eines LASERs sowie der Brechungsindex gemessen.

2 Theorie¹

2.1 Interferenz und Kohärenz

Licht kann als Elektromagnetische Welle betrachtet werden. Eine sinnvolle Beschreibung geht zum Beispiel über die Beschreibung des elektrischen Feldes einer Welle

$$E(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t - \delta). \quad (1)$$

Deshalb können unter anderem auch Interferenzphänomene beobachtet werden, bei denen Licht sich durch destruktive Interferenz auslöscht bzw. durch konstruktive Interferenz verstärkt. Bei den meisten Lichtquellen können diese Interferenzphänomene nicht beobachtet werden. Das liegt daran, dass deren Licht aus einem breiten Lichtwellenspektrum zusammengesetzt ist. Die Minima eines Interferenzmusters der einen Wellenlänge werden durch Maxima von anderen Wellenlängen aufgehoben. Um gute Messungen mit Interferenz zu machen braucht man kohärentes Licht. Kohärentes Licht lässt sich annähernd durch eine einheitliche Frequenz, Wellenzahl und Phase (ω, k und δ) beschreiben. Um kohärentes Licht zu erhalten lassen sich LASER verwenden.

2.2 Das Michelson-Interferometer

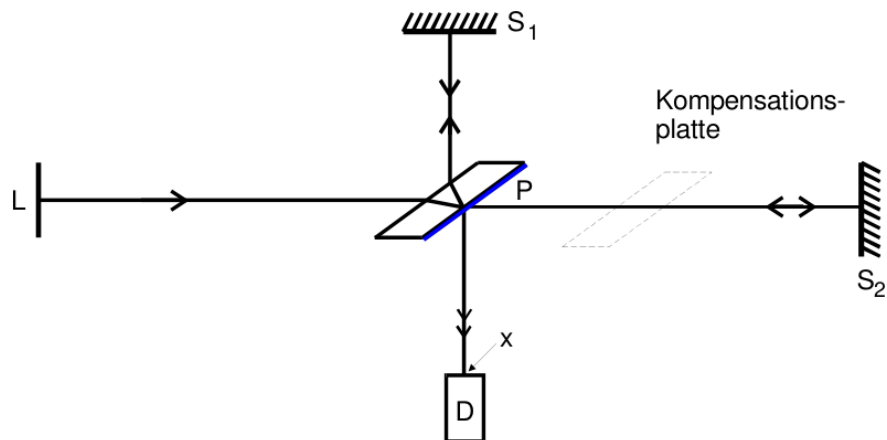


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau des Michelson Interferometers [1]

Ein Interferometer, teilt Licht in zwei Strahlen auf und führt sie wieder zusammen. Durch die Veränderung eines der beiden Wege entsteht eine Veränderung des Interferenzmusters. Aus dieser Veränderung können schließlich Rückschlüsse auf die Beschaffenheit

¹Unter Verwendung von [1].

der Lichtquelle gezogen werden. Das Michelson Interferometer verwendet hierzu einen halbdurchlässigen Spiegel, der in einem 45° -Winkel zu dem Einfallendem Licht aufgestellt ist. Wie in Abbildung 1 zu sehen wird der Lichtstrahl in zwei Arme aufgeteilt und von zwei Spiegeln wieder zurück reflektiert. Der Strahl, der in S_2 reflektiert wird würde die Glasscheibe des Spiegels nur einmal durchlaufen im Gegensatz zu dem S_1 Strahl der sie dreimal durchläuft. Um einer Phasenverschiebung durch diesen Unterschied entgegenzuwirken wird eine Glasscheibe im gleichen Winkel auch in den Weg des S_2 Strahls gelegt. Das Licht kann so am Detektor kohärent sein, wenn der Unterschied in den Weglängen der Arme kleiner der Kohärenzlänge ist. Aus der Addition von zwei Wellen, bei der der eine Arm um d länger ist als der andere ergibt sich für die Intensität folgender Term

$$I(d) = 2\text{const}E_0^2 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2d + \pi \right) \right). \quad (2)$$

Bei kontinuierlicher Vergrößerung um d schwankt $I(d)$ also zwischen 0 und dem Maximalwert. Verschiebt man den einen Spiegel in Strahlrichtung um das Stück Δd und zählt die Anzahl der Helligkeitsmaxima z ab dann gilt folgender Zusammenhang:

$$\Delta d = z \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

Die Beschaffenheit des einen Armes kann auch durch einföhrung eines Materials mit unterschiedlichem Brechungsindex geschehen. Zum Beispiel kann die Luft aus einer Kammer

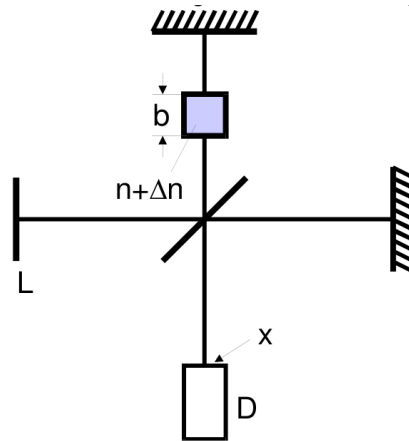


Abbildung 2: Michelson-Interferometer zur Bestimmung eines Brechungsindex [1]

(vgl. Abbildung 2) der tiefe b herausgezogen werden, wobei sich der Brechungsindex um Δn verändert. Mit n als Brechungsindex der Luft und $n + \Delta n$ ergibt sich wiederum ein Gleichung für die Anzahl der Maximumsdurchläufe.

$$b \cdot \Delta n = \frac{z\lambda}{2} \quad (4)$$

Aus der Thermodynamik und der idealen Gastheorie kann eine Gleichung für den Brechungsindex hergeleitet werden

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (5)$$

Hierbei sind p_0 und T_0 der Außendruck während der Druck in der Kammer von p nach p' geändert wird um die Änderung Δn zu erreichen.

3 Durchführung

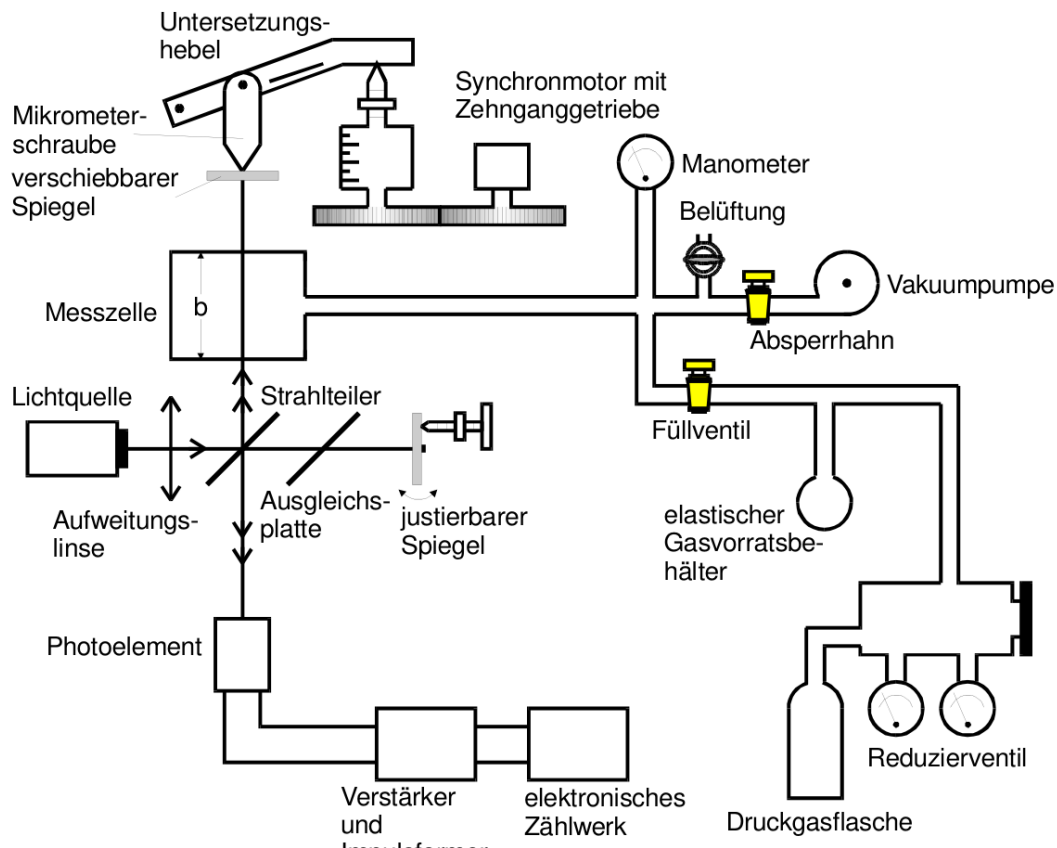


Abbildung 3: Schematischer Versuchsaufbau.

Das hier verwendete Michelson-Interferometer ist in Abbildung 3 zu sehen. Für eine lange Kohärenzlänge wird als Lichtquelle eine LASER-Diode mit einer Wellenlänge von $\lambda = (682 \pm 2) \text{ nm}$ verwendet. Zunächst der justierbare Spiegel am Ende des einen optischen Armes eingestellt um die hellsten Lichtpunkte auf dem Photoelement zusammenzubringen.

In dem Photoelement wird die Lichtintensität des zusammengeführten Lichtes gemessen. Intensitätsimpulse werden von einem Verstärker rechteckmäßig transformiert und anschließend von einem Impulszähler gezählt. Für die Messung der Wellenlänge wird ein

Spiegel mit einem Synchrotron Motor langsam in Richtung des Lasers bewegt. An der Mikrometerschraube wird die Auslenkung Δd der Schraube zwischen 4 mm und 9 mm eingestellt. Diese Messung wird 10 mal wiederholt und die Impulsanzahl wird notiert

Für die Messung des Brechungsindex der Luft wird die Messkammer der Tiefe $b = 50$ mm mit einer Handpumpe auf 600 mmHg evakuiert und anschließend die Luft wieder eingelassen. Für beide Prozesse wird die Impulsanzahl notiert.

4 Auswertung

4.1 Mittelwerte und Fehler

Das arithmetische Mittel \bar{c} und die Standardabweichung Δc einer Messreihe mit N Werten c_k errechnet sich gemäß der Formeln

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k, \quad \Delta c = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\bar{c} - c_k)^2}. \quad (6)$$

4.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Wenn zu Messdaten die Standardabweichung bekannt ist, und mit diesen Messdaten weiter gerechnet werden soll, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Angenommen, es gibt k Messwerte $x_i [i \in \mathbb{N}, i \leq k]$ mit den Standardabweichungen Δx_i und eine abgeleitete Größe $f(x_i)$. Dann ist der Fehler von f

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \quad (7)$$

Im Ergebnis ergibt sich der Mittelwert von f mit der errechneten Abweichung $\bar{f} \pm \Delta f$. Um Rechenfehler zu vermeiden, wird das Python [2] Paket `uncertainties` [3] verwendet. Hier wird die Fehlerfortpflanzung automatisch verrechnet, wenn die Variablen als `ufloat` definiert werden.

4.3 Wellenlänge der Laserdiode

Die gemessene Impulsanzahl z und die daraus resultierende Wellenlänge λ ist in Tabelle 1 zu sehen. Die Wellenlänge ergibt sich dabei aus Gleichung (3), wobei die Distanz Δd von der vom Mikrometerschraube abgelesen und mit der Hebeluntersetzung $\frac{1}{5,017}$ gewichtet wurde, um die tatsächliche Verschiebung zu erhalten. Da hier der an der Mikrometerschraube jeweils abgelesene Wert nicht genauer notiert wurde, wird für jeden Wert eine Ungenauigkeit von 0,02 mm anstelle des angegebenen Messfehlers 0,01 mm angenommen. Somit gilt jeweils $\Delta d = (5,00 \pm 0,02)$ mm. Die Abweichungen der einzelnen Wellenlängen ergeben sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (7).

Tabelle 1: Die Wellenlänge λ in Abhängigkeit der gemessenen Impulsanzahl z .

| z | λ/nm |
|------|---------------------|
| 2992 | $666,18 \pm 2,66$ |
| 2997 | $665,07 \pm 2,66$ |
| 3026 | $658,70 \pm 2,63$ |
| 2999 | $664,63 \pm 2,66$ |
| 3037 | $656,31 \pm 2,63$ |
| 2955 | $674,53 \pm 2,70$ |
| 2971 | $670,89 \pm 2,68$ |
| 3010 | $662,20 \pm 2,65$ |
| 2953 | $674,98 \pm 2,70$ |
| 2955 | $674,53 \pm 2,70$ |

Durch eine Mittelung (vgl. Gleichung (6)) ergibt sich schließlich die experimentell bestimmte Wellenlänge der Diode zu $\bar{\lambda} = (666,80 \pm 2,67) \text{ nm}$.

4.4 Brechungsindex von Luft

Zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft sind gemäß Gleichung 5 der Normaldruck $p_0 = 1,0132 \text{ bar}$ und die Normaltemperatur $T_0 = 273,15 \text{ K}$ notwendig [1]. Die Temperatur im Laborraum wird auf etwa $T = 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$ geschätzt. Ferner wird der Druck in der Messzelle jeweils um $\Delta p = p - p' = 600 \text{ Torr} = 0,7999 \text{ bar}$ verändert und die Kammertiefe beträgt $b = 50 \text{ mm}$. Mit Gleichung (4) ergibt sich schließlich folgende Formel für den Brechungsindex

$$n = 1 + \frac{z\bar{\lambda}Tp_0}{2bT_0\Delta p}, \quad (8)$$

wobei für z die Anzahl der gemessenen Impulse und für $\bar{\lambda}$ die oben bestimmte Wellenlänge der Laserdiode eingesetzt wird. In Tabelle 2 ist n in Abhängigkeit von z zu sehen, wobei die Fehler auf n erneut aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (7) folgen.

Die Werte für den Brechungsindex werden analog zu oben nach Gleichung (6) gemittelt, sodass der experimentell bestimmte Brechungsindex für Luft $\bar{n} = 1,000\,289\,1 \pm 0,000\,005\,0$ folgt.

Tabelle 2: Der Brechungsindex n in Abhängigkeit der gemessenen Impulsanzahl z .

| z | n |
|-----|-----------------------------------|
| 37 | $1,000\,335\,4 \pm 0,000\,005\,7$ |
| 34 | $1,000\,308\,2 \pm 0,000\,005\,3$ |
| 37 | $1,000\,335\,4 \pm 0,000\,005\,7$ |
| 32 | $1,000\,290\,1 \pm 0,000\,005\,0$ |
| 20 | $1,000\,181\,3 \pm 0,000\,003\,1$ |
| 33 | $1,000\,299\,1 \pm 0,000\,005\,1$ |
| 34 | $1,000\,308\,2 \pm 0,000\,005\,3$ |
| 36 | $1,000\,326\,3 \pm 0,000\,005\,6$ |
| 24 | $1,000\,217\,5 \pm 0,000\,003\,7$ |
| 32 | $1,000\,290\,1 \pm 0,000\,005\,0$ |

5 Diskussion

Der gegebene Literaturwert für die Wellenlänge der Laserdiode beträgt $\lambda_{\text{lit}} = (682 \pm 2) \text{ nm}$. Der gemessene Wert von $\bar{\lambda} = (666,80 \pm 2,67) \text{ nm}$ weicht um $\frac{|\lambda_{\text{lit}} - \bar{\lambda}|}{\lambda_{\text{lit}}} = 2,2\%$ vom Literaturwert ab. Der Fehlerbereich der Messung enthält nicht den Literaturwert oder den Fehlerbereich davon. Ein systematischer Fehler, der aufgetaucht sein könnte ist, dass durch berühren des Tisches oder andere Störungen zu viele Impulse gezählt wurden. Dadurch könnte das Ergebnis für die Wellenlänge nach unten hin verfälscht worden sein.

Der Literaturwert für den Brechungsindex von Luft beträgt laut [4] $n_{\text{lit}} = 1,000\,292$. Die Messung ergab einen Brechungsindex von $\bar{n} = 1,000\,289\,1 \pm 0,000\,005\,0$. Der Fehlerbereich dieser Messung überlappt mit dem Theoriewert. Eine Erklärung für die Bessere Messung als bei der Wellenlänge kann sein, dass sich durch die insgesamt kürzere Messzeit weniger Gelegenheiten ergeben haben das Messergebnis zu verfälschen.

Literatur

- [1] *Versuch 401 - Das Michelson-Interferometer*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Python*. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Eric O. LEBIGOT. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Chemie.de - Brechzahl*. URL: https://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html#Brechzahl_der_Luft_und_anderer_Stoffe.

Anhang

13.06.23

Teil 1: Verteilung Volumen-Nach Gut

Von 1000 g zu 100 g & 10 g

4-5 g

| | |
|---------------------|------|
| 1. H ₂ | 2952 |
| 2. H ₂ O | 2952 |
| 3. H ₂ | 3026 |
| 4. H ₂ O | 2952 |
| 5. H ₂ | 3026 |
| 6. H ₂ O | 2952 |
| 7. H ₂ | 2952 |

Teil 2

1000 mm (Gedächtnis)

1. H₂O
 32 || 2. H₂O | 34 |
| 3. H₂O | 32 |
| 4. H₂O | 32 |
| 5. H₂O | 20 |
| 6. H₂O | 32 |
| 7. H₂O | 34 |
| 8. H₂O | 32 |
| 9. H₂O | 24 |
| 10. H₂O | 32 |
| Rechnung: 5 H₂O (32 g) | |