

606

Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Ann-Sophie Schubert
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 10.05.2016

Abgabe: 17.05.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	4
2	Theorie	4
2.1	Suszeptibilität	4
2.2	Seltene Erden	5
3	Aufbau und Durchführung	5
3.1	Brückenschaltung	5
3.2	Selektivverstärker	6
4	Auswertung	7
4.1	Selektivverstärker	7
4.2	Bestimmung der Suszeptibilitäten	7
5	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Ziel

In diesem Versuch soll die magnetische Suszeptibilität von Gadolinium(III)-oxid, Neodym(III)-oxid und Dysprosium(III)-oxid ermittelt werden.

2 Theorie

2.1 Suszeptibilität

Wenn sich Materie in einem Magnetfeld \vec{H} befindet, wird das Feld durch die Magnetisierung \vec{M} , welche von den magnetischen Momenten der Atome ausgeht, überlagert. Es ergibt sich der Zusammenhang

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1)$$

für die magnetische Flussdichte im Medium. Die Materialeigenschaften werden in der Suszeptibilität χ zusammengefasst:

$$\vec{M} = \mu_0 \chi(\vec{H}, T) \vec{H} \quad (2)$$

Alle Atome weisen den sogenannten Diamagnetismus auf, dabei erzeugen die induzierten Momente ein dem ursprünglichen Magnetfeld entgegengerichtetes Feld und schwächen dieses dadurch ab ($\chi < 0$). Bei Atomen mit Eigendrehimpuls hingegen ist das erzeugte Feld aufgrund der Ausrichtung der Momente in derselben Richtung, daher wird das äußere Feld verstärkt (> 0).

Der Gesamtdrehimpuls der Atomhülle ist

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad (3)$$

der Drehimpuls des Atomkerns ist hier vernachlässigbar. Nach einiger Überlegung ergibt sich für das magnetische Moment der Atomhülle ein Wert von

$$|\vec{\mu}_j| \approx \mu_B \sqrt{J(J+1)} g_j \quad (4)$$

mit dem Landé-Faktor

$$g_j = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}, \quad (5)$$

wobei L die Bahndrehimpuls-, S die Spin- und J die Gesamtdrehimpulsquantenzahl und μ_B das Bohrsche Magneton darstellen. Nach weiteren Überlegungen zur Richtungsquantelung und temperaturabhängigen Besetzungswahrscheinlichkeiten erhält man

$$M = \mu_0 N \bar{\mu} = \frac{1}{3} \mu_0 \mu_B^2 g_j^2 N \frac{J(J+1) B}{k T} \quad (6)$$

mit der Teilchenzahl N für die makroskopische Magnetisierung. Demnach ist

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_j^2 N J(J+1)}{3 k T}. \quad (7)$$

2.2 Seltene Erden

Um die theoretischen Suszeptibilitäten der untersuchten Verbindungen zu berechnen, müssen die Quantenzahlen der jeweiligen Atome bekannt sein. Die Elektronen auf den äußeren Schalen können für den Paramagnetismus der Verbindungen keine Rolle spielen, da es sich um Kationen handelt. In allen Orbitalen außer dem 4f-Orbital sind die Spins und Drehimpulse abgesättigt, das heißt sie haben keinen Einfluss auf den Gesamtdrehimpuls und damit die Suszeptibilität. Um die Quantenzahlen zu bestimmen, werden die sogenannten Hundschen Regeln angewandt. Diese besagen, dass

1. sich der Gesamtspin \vec{S} aus der höchsten Summe der Einzelspins zusammensetzt, die nach dem Pauliverbot erlaubt ist,
2. sich der Gesamtbahndrehimpuls \vec{L} aus der höchsten Summe der Einzelbahndrehimpulse zusammensetzt, die nach dem Pauliverbot und Regel 1 erlaubt ist,
3. $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$, bei weniger als halbgefüllten Schalen, ansonsten $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Brückenschaltung

Um die Suszeptibilität der Verbindungen zu untersuchen, wird die Änderung der Induktivität einer Spule nach einbringen der Proben in deren Inneres gemessen. Die Induktivität einer schönen langen Zylinderspule ist gegeben als

$$L = \mu\mu_0 \frac{n^2}{l} F \quad (8)$$

mit der Windungszahl n , der Länge l und Querschnittsfläche F der Spule, sowie der magnetischen Permeabilität μ , die im Vakuum und genähert auch in Luft 1 ist. Da die Spule nicht komplett von der Probe ausgefüllt wird, ergibt sich eine effektive Induktivität von

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} \quad (9)$$

mit der Querschnittsfläche der Probe Q . Demnach ist die Induktivitätsdifferenz, die gemessen werden muss

$$\Delta L = \mu_0 \chi Q \frac{n^2}{l}. \quad (10)$$

Dies geschieht mithilfe einer Brückenschaltung wie in Abb. 1. Die Brückenspannung ergibt sich zu

$$U_{Br} = \frac{R_4 R_1 - R_3 R_2}{(r_1 + r_2)(r_3 + r_4)} U_{Sp}. \quad (11)$$

Mit einigen Zwischenschritten kann der Zusammenhang

$$\chi = \frac{U_{Br}}{U_{Sp}} \frac{4l}{\omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left(\mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)} \quad (12)$$

für die Suszeptibilität hergeleitet werden, der für $\omega \rightarrow \infty$ zu

$$\chi \approx 4 \frac{F U_{\text{Br}}}{Q U_{\text{Sp}}} \quad (13)$$

genähert werden kann. Neben der Brückenspannung nach Einführen der Probe soll die Suszeptibilität weiterhin durch die Widerstandsänderung ermittelt werden, die nötig ist, um die Brücke wieder abzugleichen. Mithilfe der Ableichbedingung

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (14)$$

kann dafür

$$\chi = 2 \frac{\Delta R}{R_3} \frac{F}{Q} \quad (15)$$

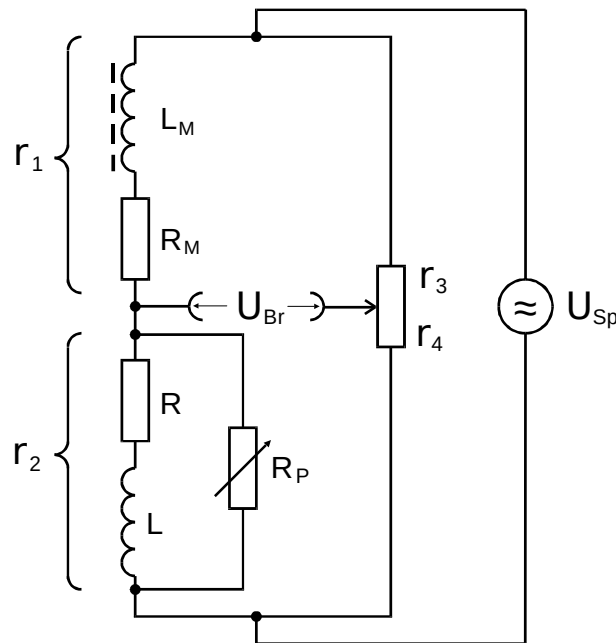


Abbildung 1: Brückenschaltung für die Messung der Induktivitätsdifferenz [1].

3.2 Selektivverstärker

Um die sehr kleine Brückenwechselspannung vor dem Rauschhintergrund messen zu können, ist ein selektiver Verstärker mit möglichst hoher Güte nötig, der die ungewollten Störspannungen ausblendet. Dieser wird zu Beginn des Versuchs vermessen. Der Aufbau ist in Abb. 2 skizziert.

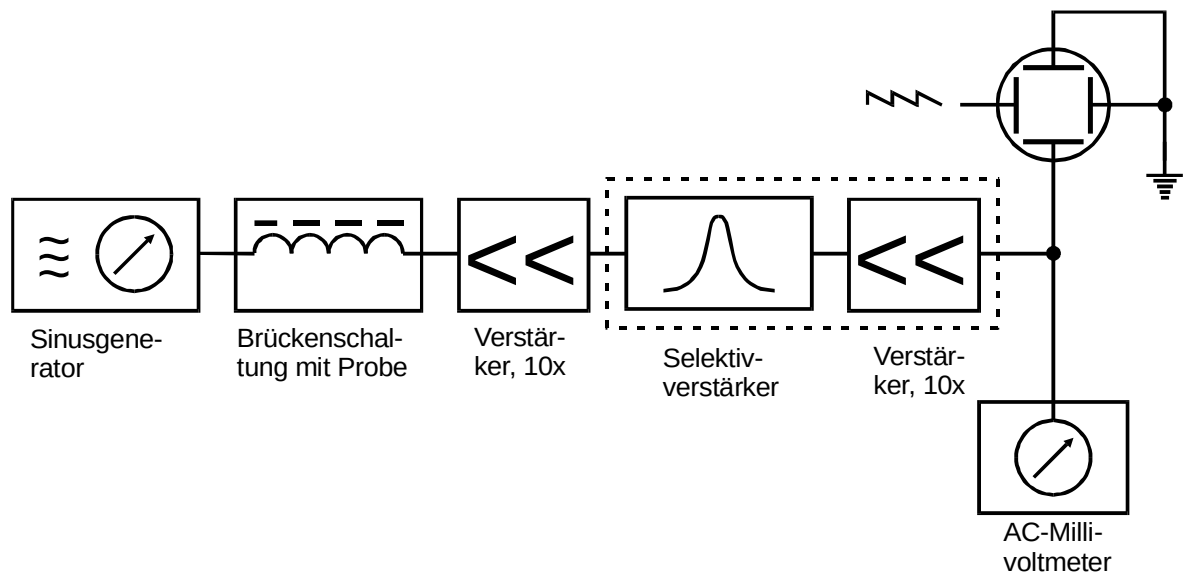


Abbildung 2: Blockschaltbild der verwendeten Messapparatur [1].

4 Auswertung

4.1 Selektivverstärker

Um die Güte des Selektivverstärkers zu bestimmen, wird die Ausgangsspannung U_A gegen die Frequenz f aufgetragen. Die Messwerte hierzu befinden sich in Tabelle 1.

In Abbildung 3 ist die Filterkurve des Selektivverstärkers graphisch dargestellt. Die Güte berechnet sich wie folgt:

$$Q = \frac{f_0}{f_+ - f_-}. \quad (16)$$

Dabei ist f_0 die Durchlassfrequenz und f_+ und f_- liegen jeweils an der Stelle, wo die Ausgangsspannung auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache des Maximums erreicht hat. Mit

$$f_0 = 35,2 \text{ kHz} \quad (17)$$

$$f_+ = 35,4 \text{ kHz} \quad (18)$$

$$f_- = 35,05 \text{ kHz} \quad (19)$$

$$(20)$$

ergibt sich eine Güte von $Q = 100,571$.

4.2 Bestimmung der Suszeptibilitäten

Um zu berücksichtigen, dass die aus staubförmigem Material bestehenden Proben nur eingeschränkt dicht gestopft werden können, wird der Querschnitt Q_{real} berechnet.

$$Q_{\text{real}} = \frac{m}{L\rho} \quad (21)$$

Tabelle 1: Messwerte zur Ausgangsspannung U_A und zur Frequenz f

U_A/mV	f/kHz
30	30
31	40
32	50
33	70
34	140
35	690
36	220
37	100
38	60
39	45
40	35
33.5	100
34.5	250
35.5	580
36.5	140
37.5	80
33.75	120
34.25	180
34.75	370
35.25	1183
35.75	340
36.25	180
35.1	925
35.2	1200
35.3	1100
35.4	830
34.9	500

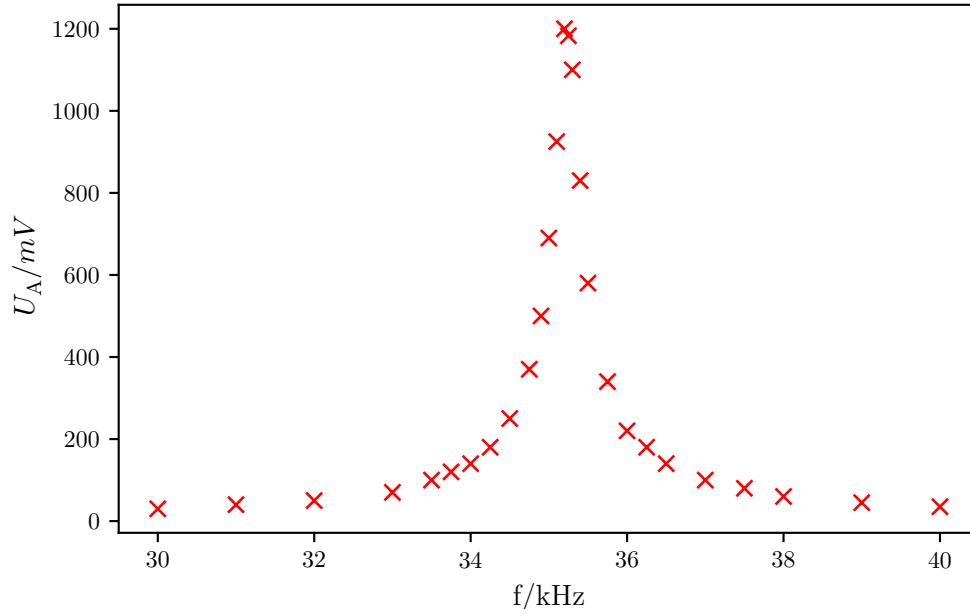


Abbildung 3: Filterkurve des Selektivverstärkers.

L ist die Länge der Probe, m die Masse und ρ die Dichte. Die entsprechenden Werte sind in 2 zu finden. Die Messwerte zu den verschiedenen Widerständen und Spannungen sind in 3 dargestellt. U_1 ist dabei die abgegliche Brückenspannung ohne Probe, U_2 Brückenspannung mit Probe, U_3 die abgegliche Brückenspannung mit Probe, R_1 der Widerstand ohne und R_2 mit Probe. Die Speisespannung beträgt $U_{Sp} = 0,98V$ und der Querschnitt der Spule $F = 86,6 \cdot 10^{-6}m^2$.

Tabelle 2: Masse, Länge, Dichte und Querschnitt der Proben.

Probe	$m/10^{-3}kg$	L/m	$\rho/10^3kg/m^3$	$Q/10^{-6}m^2$
Gd_2O_3	14,08	0,147	7,4	12,94
Nd_2O_3	9	0,149	7,24	8,34
Dy_2O_3	18,5	0,149	7,8	1,59

χ_1 berechnet sich nach Gleichung 13 und χ_2 nach Gleichung 15. Mit den gemittelten Werten für die Spannungen und Widerstände aus Tabelle 3 ergeben sich für die drei Proben die Werte in 4.

Zusätzlich sollen die Suszeptibilitäten mit Gleichung 7 berechnet werden. Dazu müssen zunächst die Quantenzahlen und daraus der Landé-Faktor g_J nach Gleichung 5 bestimmt

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Suszeptibilitäten.

Probe	U_1/mV	U_2/mV	U_3/mV	$R_1/5\text{ m}\Omega$	$R_2/5\text{ m}\Omega$
Gd_2O_3	4,65	38,0	5,80	719	559
-	4,70	38,5	5,30	720,5	557
-	4,60	39,0	5,50	720,0	554
Nd_2O_3	4,65	8,9	4,70	720,0	688
-	4,65	8,5	4,65	717,5	717
-	4,65	8,0	4,75	714,0	698
Dy_2O_3	4,65	91,5	9,10	719,5	338
-	4,70	89,0	9,30	718,0	337
-	4,65	89,0	9,50	719,5	339

Tabelle 4: Berechnete Suszeptibilitäten.

Probe	χ_1	χ_2
Gd_2O_3	$0,00925 \pm 0,00008$	$0,01105 \pm 0,00010$
Nd_2O_3	$0,00153 \pm 0,00010$	$0,0027 \pm 0,00013$
Dy_2O_3	$0,03608 \pm 0,00035$	$0,04003 \pm 0,00008$

werden. Die Ergebnisse sind in 5 aufgeführt. Für N aus Gleichung 7 gilt:

$$N = \frac{2\rho N_A}{M} \quad (22)$$

mit M als molare Masse und $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$ als Avogadro-Konstante [2].

Tabelle 5: Quantenzahlen der Proben.

-	L	S	J	g_j	$N/10^{28}$
Gd_2O_3	0	3,5	3,5	2	2,459
Nd_2O_3	6	1,5	4,5	0,72	2,591
Dy_2O_3	5	2,5	7,5	4/3	2,519

Für die Suszeptibilitäten ergeben sich damit die Werte in Tabelle 6.

Die Abweichungen der berechneten Werte χ_1 und χ_2 von den Theoriewerten $\chi_{\text{theoretisch}}$ sind in Tabelle 7 aufgeführt.

Tabelle 6: Theoriewerte für die Suszeptibilitäten.

Probe	$\chi_{\text{theoretisch}}$
Gd_2O_3	0,014
Nd_2O_3	0,003
Dy_2O_3	0,025

Tabelle 7: Abweichungen der berechneten Suszeptibilitäten χ_1 und χ_2 von den Theoriewerten.

Probe	Abweichung χ_1	Abweichung χ_2
Gd_2O_3	$(51,4 \pm 1,3)\%$	$(26,7 \pm 1,2) \%$
Nd_2O_3	$(97,0 \pm 13)\%$	$(10,0 \pm 50)\%$
Dy_2O_3	$(44,3 \pm 1,4)\%$	$(60,1 \pm 0,03)\%$

5 Diskussion

Die berechnete Güte weicht um $(0,0571)\%$ von der gegebenen Güte in der Anleitung ($Q = 100$) ab. Die mit Hilfe der Brückenspannung berechneten Suszeptibilitäten liegen in der gleichen Größenordnung wie die, die mit Hilfe des Widerstands berechnet werden. Auch die Theoriewerte befinden sich in dieser Größenordnung. Die große Abweichung bei χ_2 von Nd_2O_3 kann durch die Differenz der drei gemessenen Widerstände R_2 erklärt werden.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 606: Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen*.
- [2] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor und David B. Newell. „CODATA recommended values of the fundamental physical constants“. In: (2014). URL: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.