

Versuche 501 und 502

# **Elektronenstrahl in E - und B-Feld**

1. Januar 1970

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Kathodenstrahlröhre . . . . .	3
2.2	Elektronen im Elektrischen Feld . . . . .	3
2.3	Kathodenstrahl-Oszillograph . . . . .	4
2.4	Elektronen im Magnetfeld . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung zu Versuch 501</b>	<b>5</b>
4.1	Empfindlichkeit . . . . .	5
4.2	Kathodenstrahl-Oszillograph . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Auswertung zu Versuch 502</b>	<b>8</b>
5.1	Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
	<b>Literatur</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>Werte</b>	<b>10</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung von charakteristischen Größen von Elektronen, des Erdmagnetfeldes und das Beobachten von Elektronen in E- und B-Feldern.

## 2 Theorie

Die Theorie bezieht sich für die Kathodenstrahlröhre und elektrische Felder auf [1], für das Magnetfeld auf [2].

### 2.1 Kathodenstrahlröhre

In der benutzten Kathodenstrahlröhre werden die Elektronen mittels des Effekts aus V504 - Thermische Elektronenemission - mit einer indirekten Heizung aus der Kathode gelöst. Mittels eines Wehneltzylinders und verschiedenen Elektroden wird der Strahl fokussiert und die einzelnen Elektronen beschleunigt. Dies ist in Abbildung 1 zu sehen. Mit zwei weiteren, zueinander orthogonal ausgerichteten, Plattenpaaren kann der Strahl abgelenkt werden. Die Röhre ist bis auf einen Restdruck von  $p = 10^{-6}$  mbar evakuiert, damit die Elektronen erst auf dem Schirm wechselwirken.

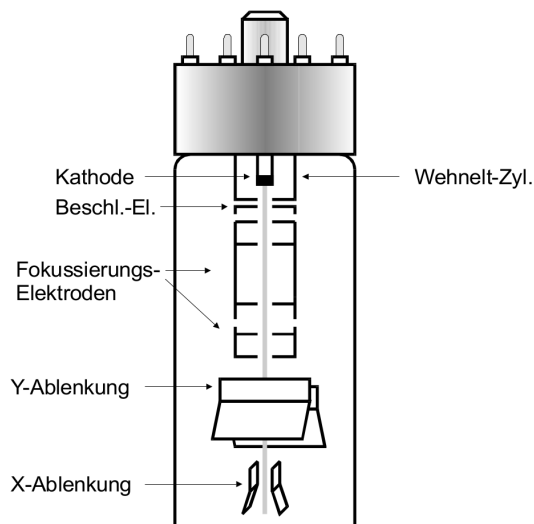


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Kathodenstrahlröhre, aus [1].

### 2.2 Elektronen im Elektrischen Feld

Zwischen den Ablenkplatten, mit dem Abstand  $d$  und der Länge  $p$ , liegt eine Spannung  $U_d$  an, die ein homogenes Feld in diesem Bereich erzeugt. Die elektrische Kraft

$$|\vec{F}| = |e_0 \vec{E}| = e_0 \frac{U_d}{d} \quad (1)$$

führt zu einer linearen Beschleunigung, z.B. in y-Richtung. Nach Durchlaufen der Strecke  $L$  zwischen Ablenkpunkt und Schirm ergibt sich für die Auslenkung

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_b} . \quad (2)$$

### 2.3 Kathodenstrahl-Oszillograph

Eine Kathodenstrahlröhre kann als Oszillograph verwendet werden, wenn in einer Ablenkrichtung eine Sägezahnspannung angelgt wird und in der anderen das zu untersuchende Signal. Stehen die Frequenzen der Sägezahnspannung und z.B. einer Sinuswelle im Verhältnis

$$n \nu_{\text{sä}} = m \nu_{\text{sin}} , \quad n, m \in \mathbb{N} \quad (3)$$

### 2.4 Elektronen im Magnetfeld

Die wirkende Kraft auf ein Elektron im Magnetfeld ist die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = -e_0 \vec{v} \times \vec{B} . \quad (4)$$

Bei senkrecht stehendem Magnetfeld ist die Kraft folglich am größten. Im Gegensatz zum Elektrischen Feld wirkt das Magnetfeld auf der gesamten Länge der Kathodenstrahlröhre. Die Elektronen bewegen sich aufgrund der linearen Querbeschleunigung in einer Kreisbahn mit Radius

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} , \quad (5)$$

dies folgt aus dem Gleichgewicht von Lorentz- und Zentrifugalkraft.  $v_0$  kann mit kinetischer und elektrischer Energie aus der Beschleunigungsspannung  $U_B$  nach

$$v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}} \quad (6)$$

bestimmt werden. Mit der Ablenkung  $D$  auf dem Schirm vom feldfreien Auftreffpunkt kann durch den Satz von Pythagoras die Formel

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B \quad (7)$$

hergeleitet werden.

Der Betrag des Magnetfeldes der verwendeten Helmholtzspulen kann über

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} , \quad (8)$$

mit Windungszahl  $N$ , Radius  $R$  und Strom  $I$  berechnet werden.

### 3 Durchführung und Aufbau

In der ersten Messreihe werden für 5 verschiedene Beschleunigungsspannungen die Ablenkspannungen notiert bei denen der Strahl jeweils auf einer der äquidistanten Linien des Schirms liegt.

Für die zweite Messung wird ein Sägezahnspannungsgenerator, mit variabler Frequenz, an den X-Eingang angeschlossen. Die Frequenz wird über einen Frequenzzähler ermittelt. Am Y-Eingang wird ein Sinusgenerator mit unbekannter Frequenz angeschlossen. Die Frequenz der Sägezahnspannung wird so variiert, dass eine stehende Welle auf dem Schirm sichtbar wird.

Bei der ersten Messung mit der Helmholtzspule wird der Strahl auf die oberste Linie ausgelenkt, um dann das Magnetfeld des Helmholtzspulenpaars so zu variieren, dass der Strahl wieder auf den Linien liegt.

Bei der letzten Messung wird das Kathodenstrahlrohr erst in Nord-Süd Richtung orientiert und der Auftreffpunkt wird notiert. Anschließend wird die Orientierung zu Ost-West geändert und mit dem Helmholtzspulenpaar der Auftreffpunkt wieder auf den ersten Punkt gelenkt. Als letztes wird mit einem Kompass der Inklinationswinkel des Erdmagnetfeldes zur Ausrichtung der Kathodenstrahlröhre bestimmt.

### 4 Auswertung zu Versuch 501

#### 4.1 Empfindlichkeit

Zuerst wird die Äquidistanzliniennummer  $n$  gegen die jeweilige gemessene Ablenkspannung  $U_d$ , je Beschleunigungsspannung, gezeichnet und mit

$$U_d = a \cdot n + b \quad (9)$$

angenähert. Die Empfindlichkeit ist der Kehrwert der Steigung  $a$ . Es ergeben sich mit den Werten aus Tabelle 3 aus Kapitel 7 Werte die Werte in Tabelle 1.

**Tabelle 1:** Werte der Empfindlichkeitsbestimmung.

$U_B / \text{V}$	$a / 10^{-3} \text{ m/V}$	$b / 10^{-2} \text{ m}$
500	$0,669 \pm 0,003$	$2,218 \pm 0,006$
450	$0,73 \pm 0,02$	$2,52 \pm 0,05$
400	$0,853 \pm 0,004$	$2,752 \pm 0,007$
350	$0,964 \pm 0,006$	$3,31 \pm 0,01$
300	$1,1125 \pm 0,0009$	$3,37 \pm 0,01$

Mit den Werten aus Tabelle 1 und einer linearen Ausgleichsrechnung wird die Empfindlichkeit  $D/U_d$  bei den einzelnen Beschleunigungsspannungen gegen  $1/U_B$  aufgetragen. Der

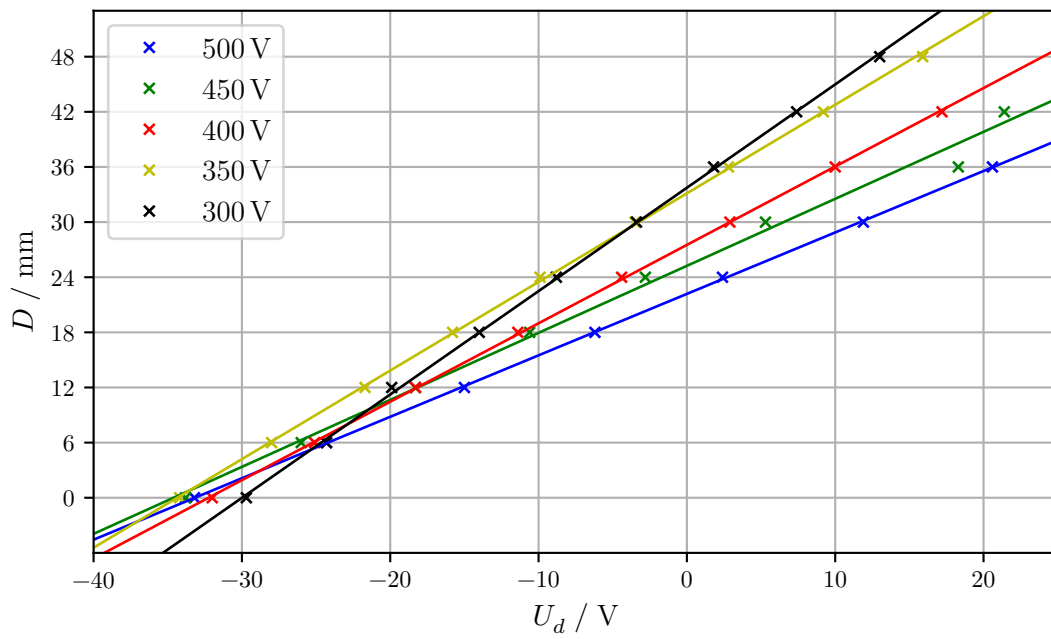


Abbildung 2: Messwerte und Fits.

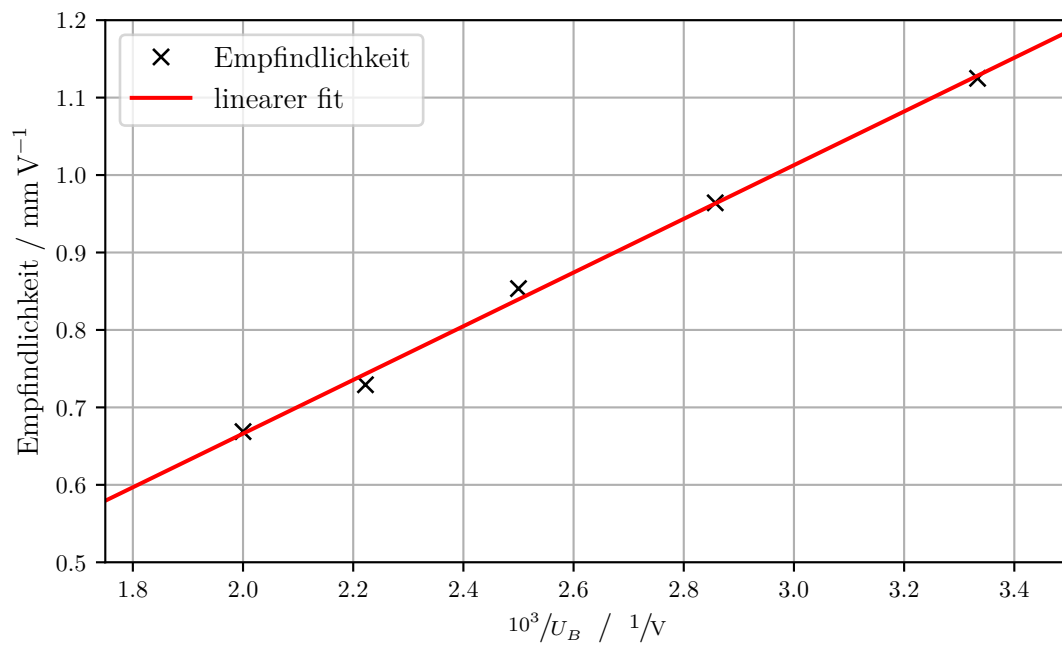


Abbildung 3: Linearer Fit der Empfindlichkeit.

Abstand zwischen zwei Äquidistanzlinien beträgt  $D = 6 \text{ mm}$ . Damit folgen die Fitwerte

$$a = (0,347 \pm 0,011) \text{ m} \quad (10)$$

$$b = (-2,7 \pm 2,9) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{V}} . \quad (11)$$

Die Materialkonstante  $M$  der Kathodenstrahlröhre berechnet sich gemäß

$$M = \frac{pL}{2d} = 0,3575 \text{ m} , \quad (12)$$

mit Ablenkplattenlänge

$$p = 1,9 \text{ cm} , \quad (13)$$

dem Abstand des Schirms zu den Ablenkplatten

$$L = 14,3 \text{ cm} \quad (14)$$

und dem Plattenabstand

$$d = 0,38 \text{ cm} . \quad (15)$$

Die prozentuale Abweichung des Fitwertes zum Materialwert berechnet sich nach

$$\% = \frac{|\text{Soll} - \text{Ist}|}{\text{Soll}} \cdot 100 = \frac{|0.3575 - 0.347|}{0.3575} \cdot 100 = 2,9 \% . \quad (16)$$

## 4.2 Kathodenstrahl-Oszillograph

Von den genommenen Werten waren bei den verwendeten Frequenzen stehende Wellen zu sehen, bei den weiteren lediglich stehende Knoten. Es ergeben sich die Werte für die Frequenzverhältnisse nach Gleichung (3) zu denen in Tabelle 2.

**Tabelle 2:** Werte für die Frequenzbestimmung.

Verhältnis	$\nu_{\text{sä}} / \text{Hz}$	$\nu_{\text{sin}} / \text{Hz}$
0,5	39,93	79,86
1	79,8	79,8
2	159,7	79,85

Mit dem Mittelwert nach

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \quad (17)$$

und der Abweichung mit

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (18)$$

ergibt sich

$$\nu_{\text{sin}} = (79,84 \pm 0,02) \text{ Hz} . \quad (19)$$

## 5 Auswertung zu Versuch 502

Zunächst wird das B-Feld gegen  $D/(L^2 - D^2)$  gefittet. Dabei werden die Daten aus Tabelle 4 verwendet. In Abbildung 4 sind die Werte sowie die Fitfunktionen dargestellt.

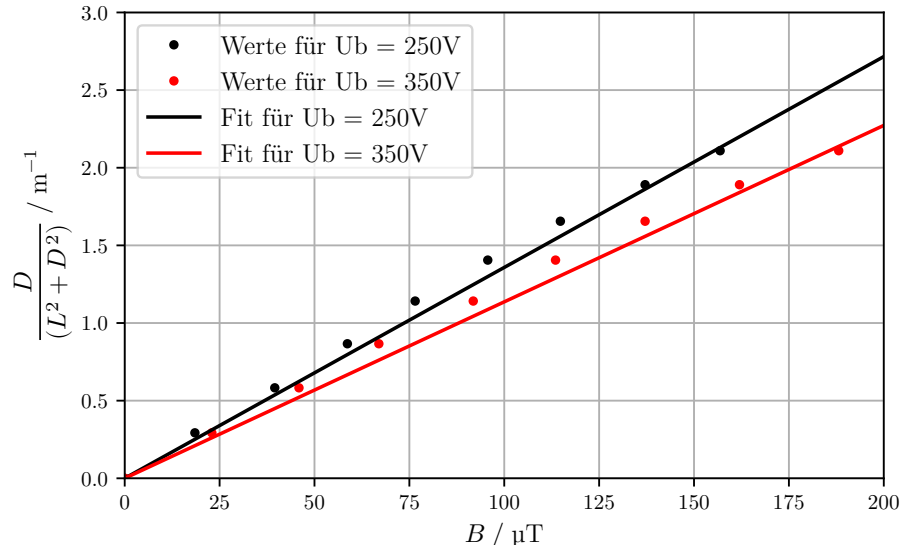


Abbildung 4: B-Feld gegen  $\frac{D}{L^2 + D^2}$ .

Es wird ein linearer Fit verwendet, die Steigung  $a$  ist somit

$$a_{250} = (13,6 \pm 0,3) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{T m}}, \quad b_{250} = (0,05 \pm 0,03) \frac{1}{\text{m}}, \quad (20)$$

$$a_{350} = (11,4 \pm 0,3) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{T m}}, \quad b_{350} = (0,06 \pm 0,03) \frac{1}{\text{m}}. \quad (21)$$

Ein Umstellen der Gleichung (7) resultiert in dem Zusammenhang

$$\frac{e_0}{m_0} = 8 U_B \left( \frac{\frac{D}{L^2 - D^2}}{B} \right)^2 \quad (22)$$

für die spezifische Elementarladung. Aus der Ausgleichsrechnung wird die Steigung als Proportionalitätskonstante genommen, was die Gleichung zu

$$\frac{e_0}{m_0} = 8a^2 U_B \quad (23)$$

vereinfacht.



Die beiden Werte für die spezifische Elektronenladung, die für die beiden Beschleunigungsspannungen herauskommen sind dann

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{250} = -3,69 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (24)$$

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{350} = -3,62 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} . \quad (25)$$

Der Mittelwert nach (17) und (18) liefert

$$\overline{\left(\frac{e_0}{m_0}\right)} = (-3,65 \pm 0,04) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} . \quad (26)$$

## 5.1 Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes

Die totale Magnetfeldstärke des Helmholtzspulenpaares berechnet sich gemäß Gleichung (8). Um die Horizontalkomponente zu berechnen muss die totale Intensität durch den Cosinus des Inklinationswinkels geteilt werden.

$$B_{\text{hor}} = \frac{B_{\text{total}}}{\cos 80^\circ} = 59,49 \mu\text{T} \quad (27)$$

## 6 Diskussion

Die Auswertung zu Versuch 501 liefert bezüglich der Empfindlichkeitsmessung eine prozentuale Abweichung zum Literaturwert von 2,9 %, der Literaturwert liegt in der 1- $\sigma$ -Umgebung unseres Wertes. Die Abweichung kann an der Bündelung des Strahles liegen, die nicht über die Höhe des Schirms gleich blieb. Eine weitere Fehlerquelle sind die Ablenkplatten im Kathodenstrahlrohr welche nicht vollständig parallel sind, sondern an den Enden etwas auseinandergehen. Dem zufolge ist das elektrische Feld am Ende der Platten inhomogen, was in einer Störung der Elektronenbahn resultiert. Zudem traf der Elektronenstrahl ohne anliegende Felder nicht mittig auf dem Schirm auf.

Mithilfe des Kathodenstrahl-Oszillographen wurde die Sinusfrequenz zu  $(79,84 \pm 0,02) \text{ Hz}$  bestimmt. Der angegebene Frequenzbereich vom Generator liegt zwischen 80 Hz und 90 Hz, unsere Berechnung passt somit zur Vorgabe. Eine Fehlerquelle, welche die Auswertung erschwert, ist die Tatsache, dass keine sauberen Frequenzverhältnisse einzustellen sind, da nur ein Bruchteil der Schwingungsbildes auf dem Schirm zu erkennen war. Zudem konnten nur drei Werte genommen werden.

Die in Versuch 502 bestimmte spezifische Elektronenladung weicht um 107 % ab. Der Mittelwert ist

$$(-3,65 \pm 0,04) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} , \quad (28)$$

der Literaturwert aus [3] ist

$$-1,758\,820\,024 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} . \quad (29)$$

Die Abweichung des Wertes stammt aus einem unbekannten systematischen Fehler, da die beiden berechneten Werte nicht stark voneinander abweichen.

Die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes liefert 59,49  $\mu\text{T}$ . Die Abweichung zum Literaturwert von 48,99  $\mu\text{T}$  [4] beträgt 21 %, nach Formel (16). Die Messung ist erstaunlich genau, da der Kompass zur Messung des Inklinationswinkel sehr schwergängig funktioniert hat und auch weitere Bemühungen einen vernünftigen Winkel zu erlangen nicht genau waren.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu v501, Elektronen im elektr. Feld.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [2] *Anleitung zu v502, Elektronen im magn. Feld.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [3] *Fundamental Physical Constants.* URL: [https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme%7Csearch\\_for=electron](https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme%7Csearch_for=electron) (besucht am 14.05.2018).
- [4] *IGRF Declination Calculator.* URL: <http://isdc.gfz-potsdam.de/geomagnetism/igrf-declination-calculator/> (besucht am 14.05.2018).

## 7 Werte

**Tabelle 3:** Messwerte der Leuchtfleckverschiebung.

	500 V	450 V	400 V	350 V	300 V
$D$ / Anzahl	$U_d$ / V	$U_d$ / V	$U_d$ / V	$U_d$ / V	$U_d$ / V
0	-33,2	-33,8	-32,0	-34,2	-29,7
1	-24,3	-26,0	-25,1	-28,0	-24,3
2	-15,0	-18,3	-18,3	-21,7	-19,9
3	-6,2	-10,6	-11,4	-15,8	-14,0
4	2,4	-2,8	-4,4	-9,9	-8,8
5	11,9	5,3	2,9	-3,5	-3,4
6	20,6	18,3	10,0	2,8	1,8
7		21,4	17,2	9,2	7,4
8				15,9	13,0

**Tabelle 4:** Werte des Spulenstroms des Helmholtzspulenpaars.

D / Anzahl	$B = 250 \text{ V}$	$B = 350 \text{ V}$
	I / A	I / A
1	0,29	0,36
2	0,62	0,72
3	0,92	1,05
4	1,20	1,44
5	1,50	1,78
6	1,80	2,15
7	2,15	2,54
8	2,46	2,95

**Tabelle 5:** Abhängigkeit des B-Feld von der Ablenkung.

$\frac{D}{(L^2+D^2)}$	B = 250 V		B = 350 V	
	I / A	B / $\mu\text{T}$	I / A	B / $\mu\text{T}$
1/m				
0	0	0	0	0
0,535	0,290	18,49	0,360	22,960
1,051	0,620	39,54	0,720	45,920
1,532	0,920	58,67	1,050	66,960
1,966	1,200	76,53	1,440	91,830
2,343	1,500	95,66	1,780	113,500
2,661	1,800	114,80	2,150	137,100
2,919	2,150	137,10	2,540	162,000
3,121	2,460	156,90	2,950	188,100