

V301

# **Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen**

Christopher Krause  
christopher2.krause@tu-dortmund.de

Lucas Witthaus  
lucas.witthaus@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.12.2017      Abgabe: 18.01.2018  
Korrektur

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

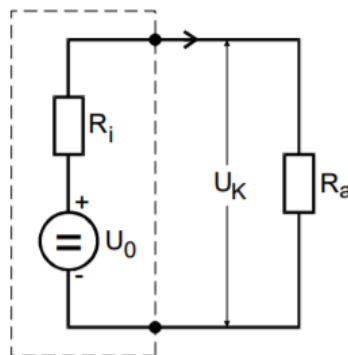
<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1 Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes einer Mo- nozelle . . . . .	5
4.2 Bestimmung der Spannung und des Innenwiderstandes mit einer Gegen- spannung . . . . .	6
4.3 Bestimmung der Klemmspannung und des Innenwiderstandes bei angeleg- ter Wechselspannung . . . . .	8
4.4 Systematische Fehler bei der einfachen Messung der Leerlaufspannung . .	10
4.5 Bestimmung des Belastungswiderstandes und der Leistung . . . . .	11
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden die Leerlaufspannungen und Innenwiderstände von verschiedenen Spannungsquellen untersucht.

## 2 Theorie

Eine Spannungsquelle liefert über einen endlichen Zeitraum eine konstante elektrische Leistung. Die Leerlaufspannung  $U_0$  liegt genau dann an den Klemmen der Spannungsquelle an, wenn kein Strom fließt. Falls über einen äußeren Lastwiderstand  $R_a$  Strom fließt, so sinkt die Leerlaufspannung auf die Klemmspannung  $U_k$  ab.



**Abbildung 1:** Darstellung einer Spannungsquelle mit Lastwiderstand. [1]

Dies ist mit dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz erklärbar:

$$\sum_n U_{0_n} = \sum_m R_m I_m \quad (1)$$

Mit  $U_0 = IR_j + IR_a$  folgt für die Klemmspannung:

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_j \quad (2)$$

$R_j$  ist dabei der Innenwiderstand der Spannungsquelle. Für hochohmige Voltmeter geht  $IR_a$  gegen 0 und somit  $U_k$  gegen  $U_0$ , weshalb zur Messung der Leerlaufspannung diese verwendet werden sollten.

Der Innenwiderstand von elektrischen Generatoren ist nicht unbedingt durch einen Gleichstromwiderstand gegeben, weshalb der Innenwiderstand dann differentiell ausgedrückt wird:

$$R_j = \frac{dU_k}{dI} \quad (3)$$

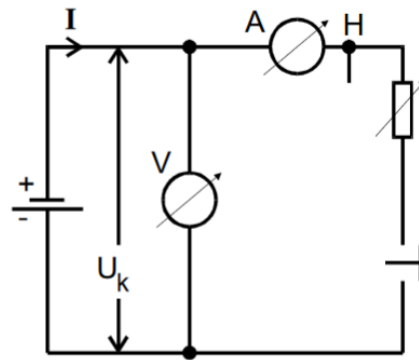
Die Spannungsquelle kann wegen des Innenwiderstandes keine beliebig hohe elektrische Leistungen abgeben. Die elektrische Leistung ist gegeben durch:

$$N = I^2 R_a = N(R_a) \quad (4)$$

Für  $R_a = R_j$  wird die Leistung maximal, wobei dann von Leistungsanpassung gesprochen wird.

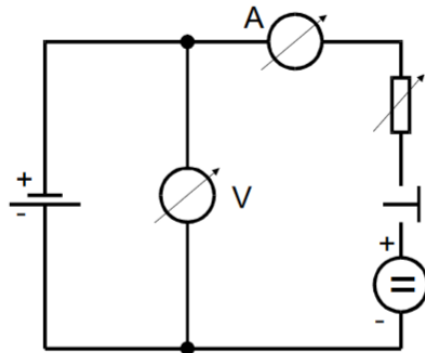
### 3 Durchführung

Zu Beginn wird mit einem Voltmeter die Leerlaufspannung der Monozelle gemessen. Der Eigenwiderstand des Voltmeters wird notiert.



**Abbildung 2:** Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes. [1]

Entsprechend Abbildung 2 wird die Monozelle nun in einen Stromkreis integriert. Der eingebaute Widerstand ( $0\Omega$ - $50\Omega$ ) wird stückweise variiert und die entsprechend gemessenen Werte von Stromstärke und Spannung abgelesen.



**Abbildung 3:** Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes mit Gegenspannung. [1]

Anschließend wird eine Gegenspannung wie in Abbildung 3 eingebunden. Die Messung von Strom und Spannung erfolgt analog.

Im letzten Teil des Versuchs wird dann wieder eine Schaltung wie in Abbildung 2 verwendet. Jedoch wird als Spannungsquelle keine Gleichspannung, sondern jeweils eine Rechteck- und eine Sinusspannung verwendet. Auch hier werden Strom und Spannung auf die gleiche Weise gemessen, jedoch werden andere Widerstände verwendet (Rechteckspannung: 20 - 250  $\Omega$ , Sinusspannung: 0,1 - 5 k  $\Omega$ ).

## 4 Auswertung

Die gemessene Leerlaufspannung der Monozelle beträgt 1,7 V. Der Innenwiderstand des Voltmeter beträgt 10 M $\Omega$ .

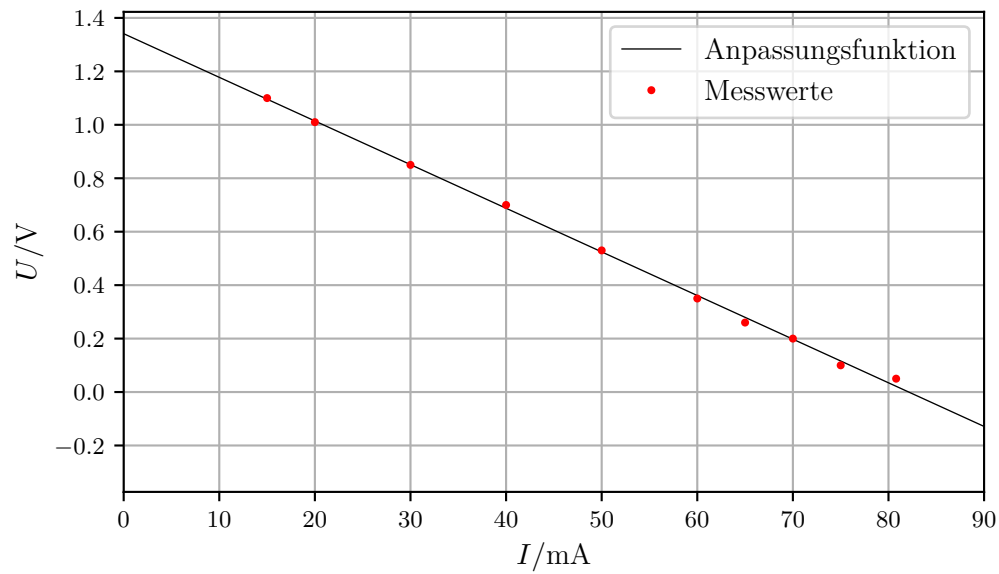
### 4.1 Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes einer Monozelle

In Tabelle 1 werden die gemessenen Spannungen  $U_K$  und die zugehörigen Stromstärken  $I$  dargestellt.

**Tabelle 1:** Gemessene Spannungen und Stromstärken

$I/\text{mA}$	$U/\text{V}$
80,8	0,05
75,0	0,10
70,0	0,20
65,0	0,26
60,0	0,35
50,0	0,53
40,0	0,70
30,0	0,85
20,0	1,01
15,0	1,10

Die Messwerte werden in einem Diagramm aufgetragen und eine lineare Regression wird durchgeführt. (Alle Fehler werden mit Python berechnet und alle Graphen mit Python erstellt.)



**Abbildung 4:** Lineare Regression von  $U_k$  in Abhängigkeit von der Stromstärke

Die Gerade kann durch die Gleichung  $y = ax + b$  beschrieben werden. Die Parameter  $a$  und  $b$  betragen:

$$-a = R_i = (16,3 \pm 0,2) \, \Omega$$

$$b = U_0 = (1,34 \pm 0,01) \, \text{V}$$

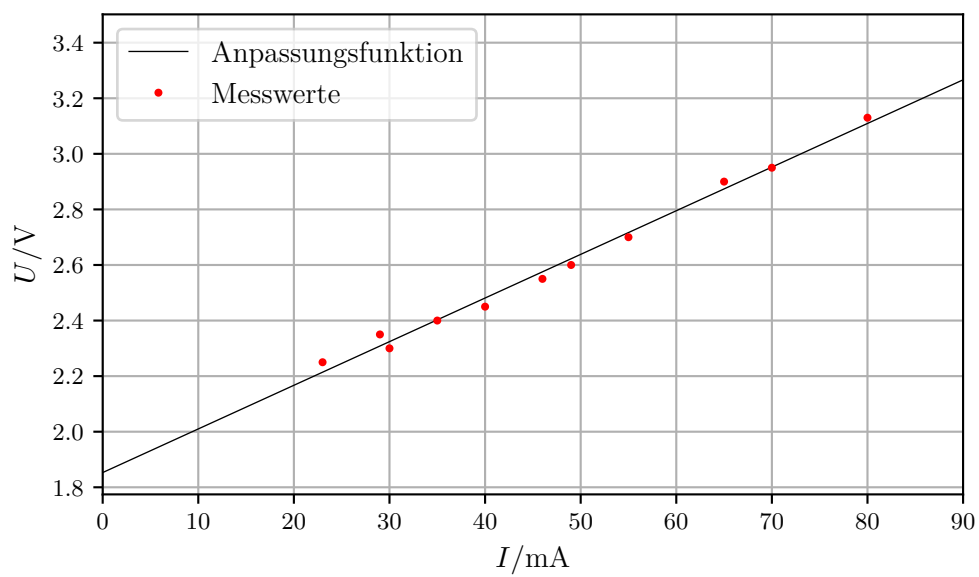
## 4.2 Bestimmung der Spannung und des Innenwiderstandes mit einer Gegenspannung

In Tabelle 2 werden die Messwerte  $U_k$  und  $I$  bei angelegter Gegenspannung dargestellt.

**Tabelle 2:** Gemessene Spannungen und Stromstärken bei angelegter Gegenspannung

$I/\text{mA}$	$U/\text{V}$
23,0	2,25
29,0	2,35
30,0	2,30
35,0	2,40
40,0	2,45
46,0	2,55
49,0	2,60
55,0	2,70
65,0	2,90
70,0	2,95
80,0	3,13

Die Messwerte werden in einem Diagramm aufgetragen und eine lineare Regression wird durchgeführt.



**Abbildung 5:** Lineare Regression von  $U_k$  in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Gegenspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung  $y = cx + d$  beschrieben. Die Parameter betragen:

$$c = R_i = (15,7 \pm 0,4) \Omega$$

$$d = U_0 = (1,85 \pm 0,02) \text{ V}$$

Der Fehler der Parameter wird mit Python berechnet.

### 4.3 Bestimmung der Klemmspannung und des Innenwiderstandes bei angelegter Wechselspannung

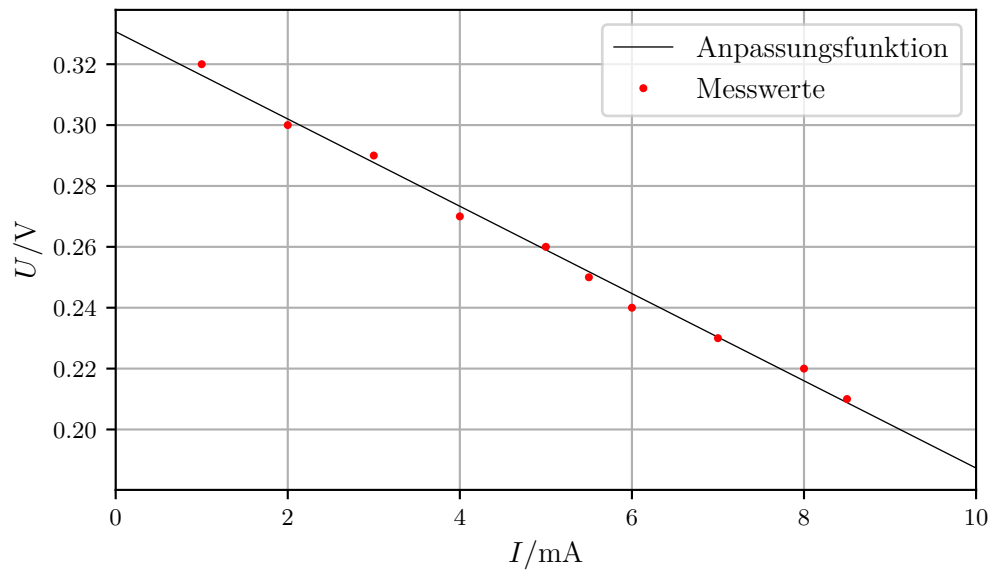
Die gemessenen Spannungen und Stromstärken der Sinusspannungsquelle und der Rechteckspannungsquelle werden in Tabelle 3 dargestellt.

**Tabelle 3:** Gemessene Spannungen und Stromstärken bei angelegter Wechselspannung

Rechteckspannung		Sinusspannung	
$I/\text{mA}$	$U/\text{V}$	$I/\text{mA}$	$U/\text{V}$
8,5	0,21	1,00	0,34
8,0	0,22	0,90	0,41
7,0	0,23	0,80	0,48
6,0	0,24	0,70	0,55
5,5	0,25	0,60	0,62
5,0	0,26	0,50	0,69
4,0	0,27	0,40	0,76
3,0	0,29	0,30	0,83
2,0	0,30	0,20	0,90
1,0	0,32	0,16	0,92

Die Messwerte werden jeweils in ein Diagramm eingetragen und es wird eine lineare Regression durchgeführt.





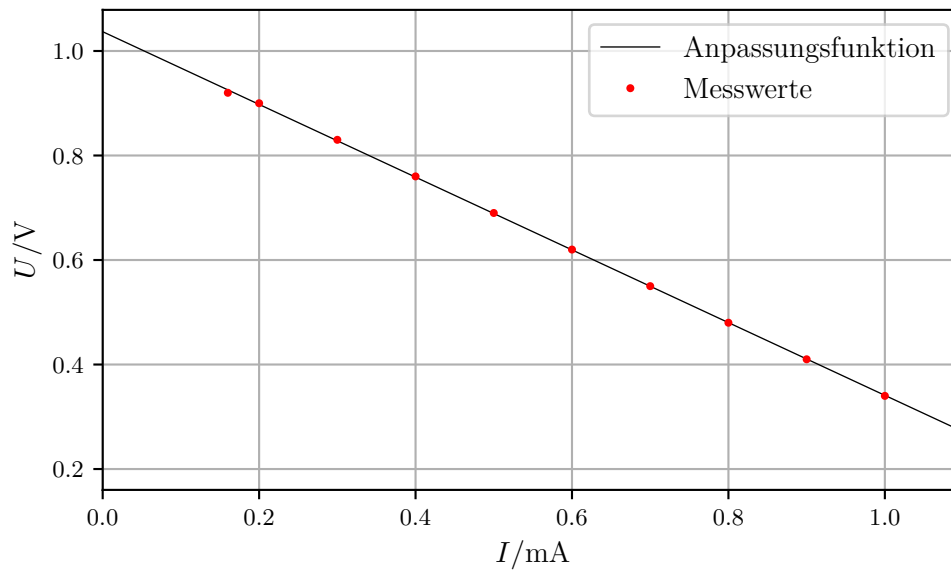
**Abbildung 6:**  $U_k$  in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Rechteckspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung  $y = ex + f$  beschrieben. Die Parameter  $e$  und  $f$  betragen:

$$-e = R_i = (14,3 \pm 0,4) \, \Omega$$

$$f = U_0 = (0,331 \pm 0,002) \, \text{V}$$

Für die Rechteckspannung wird analog vorgegangen.



**Abbildung 7:**  $U_k$  in Abhängigkeit von der Stromstärke bei angelegter Sinusspannung

Die Gerade wird durch die Gleichung  $y = gx + h$  beschrieben. Die Parameter  $g$  und  $h$  betragen:

$$g = -R_i = (696 \pm 3) \Omega$$

$$h = U_0 = (1,037 \pm 0,002) \text{ V}$$

#### 4.4 Systematische Fehler bei der einfachen Messung der Leerlaufspannung

Zur genauen Messung der Leerlaufspannung muss der Eingangswiderstand  $R_V$  möglichst groß sein. Da dieser jedoch nicht unendlich groß sein kann, wird ein systematischer Fehler gemacht. Nach Gleichung (2) ergibt sich für die tatsächliche Leerlaufspannung:

$$U_0 = U_k + \frac{U_k R_i}{R_V}$$

$U_k$  ist dabei nun die eigentlich gemessene Leerlaufspannung und für  $R_i$  wird der zuvor berechnete Innenwiderstand bei Gleichspannung eingesetzt. Der Fehler entspricht dann der Differenz  $U_0 - U_k$  und ergibt sich zu:

$$\Delta U_0 = \frac{U_k R_i}{R_V}$$

$$\Delta U_0 = (2,771 \pm 0,034) \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Mit dem Voltmeter sollte die Spannung nicht hinter dem Amperemeter (Punkt H, siehe Abbildung 2) abgegriffen werden, da dessen Widerstand die gemessene Spannung ändert. Es würde also nicht mehr nur die Klemmspannung gemessen werden.

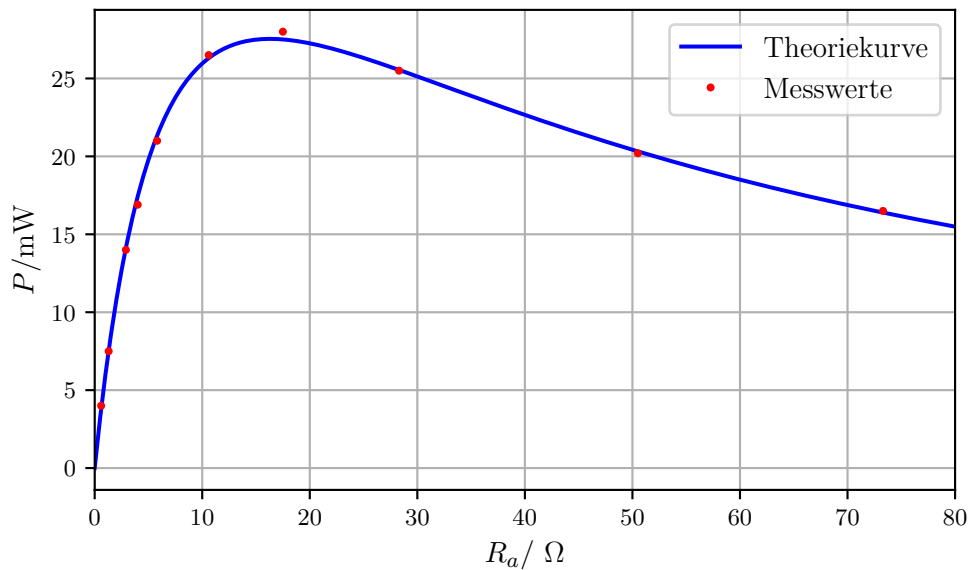
#### 4.5 Bestimmung des Belastungswiderstandes und der Leistung

In Tabelle 4 werden die Leistung und der Belastungswiderstand dargestellt.

**Tabelle 4:** Leistung und Belastungswiderstand

$P/\text{mW}$	$R/\Omega$
4.0	0.6
7.5	1.3
14.0	2.9
16.9	4.0
21.0	5.8
26.5	10.6
28	17.5
25.5	28.3
20.2	50.5
16.5	73.3

Die Leistung  $P = U_k \cdot I$  wird gegen den Belastungswiderstand  $R_a = \frac{U_k}{I}$  aufgetragen. Zudem wird in dem Diagramm die Theoriekurve für  $P = \frac{U_0^2 R_a}{(R_a + R_i)^2}$  dargestellt.



**Abbildung 8:** Berechnete Werte und Theoriekurve der Leistung der Monozelle

## 5 Diskussion

Die ermittelte Leerlaufspannung der Monozelle weicht mit 21.2% signifikant von der anfangs bestimmten Leerlaufspannung ohne Belastungswiderstand ab. Angesichts der Anzahl an Messwerten, sind statistische Fehler als primäre Fehlerquelle ausgeschlossen. Dies kann an einer ungenauen Eichung des Amperemeters liegen. Einen Vergleichswert für den Innenwiderstand gibt es nicht. Da die Messwerte präzise auf einer Geraden liegen, könnte der Widerstand eine kleine Abweichung zu dem realen Wert betragen. Das  $U_0$  aus der zweiten Messreihe weicht um 8.8% von der anfänglich bestimmten Leerlaufspannung ab, wobei eine größere Abweichung der Messpunkte von der Regressionsgerade erkennbar ist.

Die Messpunkte bei der Rechteckspannung verhalten sich linear. Bei der Sinusspannung ist nach der Theorie nicht zwingend ein linearer Zusammenhang gegeben, jedoch weisen die Messpunkte, welche sehr präzise auf der Regressionsgeraden liegen, daraufhin.

Der berechnete systematische Fehler ist sehr klein, daraus lässt sich schließen, dass der Eingangswiderstand des Voltmeter sehr groß ist, dass damit die Leerlaufspannung mit zuverlässiger Genauigkeit gemessen werden kann.

Die Messwerte der Leistung liegen im Rahmen der Messungenauigkeit auf der Theoriekurve. Systematische Fehler sind bei der Rechnung unbedeutend klein.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung des Versuchs V301-Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. 2017.