# Versuch 353: Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Clara Sondermann clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 20.12.2022, Abgabe 10.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung						
2	Theorie						
	2.1	Relaxationsgleichungen	1				
		2.1.1 Die allgemeine Relaxationsgleichung					
		2.1.2 Anwendung auf einen RC-Kreis	1				
	2.2	Periodische Auslenkungen	2				
	2.3	Der RC-Kreis als Integrator	4				
3	Durchführung						
	3.1	Die Zeitkonstante des RC-Gliedes	4				
	3.2	Die Amplitude und Phasenverschiebung der Kondensatorspannung	6				
	3.3	Der RC-Kreis als Integrator	7				
4	Auswertung						
	4.1	Entladung des Kondensators	7				
	4.2	Phasenverschiebung und Amplitude im RC-Kreis	9				
	4.3	Der RC-Kreis als Integrator	10				
5	Diskussion						
	5.1	Fehlerabschätzung	13				
	5.2	Entladung des Kondensators					
	5.3	Phasenverschiebung und Amplitude					
	5.4						
Lit	teratı	ur	14				

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll das Relaxationsverhalten von RC-Kreisen untersucht werden. Zusätzlich wird die Zeitkonstante eines RC-Gliedes bestimmt. Außerdem werden die Amplitude der Kondensatorspannung und die Phasenverschiebung zwischen Kondensatorund Generatorspannung in Abhängigkeit der Frequenz ermittelt. Des Weiteren wird die Funktion eines RC-Gliedes als Integrator untersucht.

## 2 Theorie<sup>1</sup>

## 2.1 Relaxationsgleichungen

#### 2.1.1 Die allgemeine Relaxationsgleichung

Wird ein System aus seinem Ausgangszustand entfernt und kehrt in diesen zurück, wird von Relaxationsprozessen gesprochen. Die betrachtete Größe wird hier mit A bezeichnet, wobei A(t) zeitabhängig ist. Für die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit zur Zeit t gilt bei nicht-oszillatorischen Auslenkungen meist folgende Proportionalität

$$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = c \cdot [A(t) - A(\infty)],\tag{1}$$

wobei c eine Konstante ist. Durch Integration und Umformung der Gleichung (1) folgt die allgemeine Relaxationsgleichung

$$A(t) = [A(0) - A(\infty)] \cdot \exp(ct) + A(\infty), \tag{2}$$

wobei c < 0 gelten muss, damit A beschränkt ist.

#### 2.1.2 Anwendung auf einen RC-Kreis

Ein wichtiges Beispiel für nicht-periodische Relaxationsvorgänge ist die Auf- und Entladung (Schalter auf 2 bzw. 1) eines Kondensators über einen Widerstand, wie es in Abbildung 1 zu sehen ist. Dabei steht C und Q für die Kapazität und Ladung des Kondensators,  $U_{\rm C}$  für die Spannung am Kondensator und R gibt den Ohmschen Widerstand an. Die Strömstäke wird mit I bezeichnet,  $U_0$  gibt die angeschlossene Gleichspannung beim Aufladen an.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Unter Verwendung der Quelle [1].

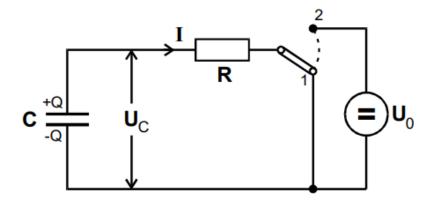


Abbildung 1: Schaltkreis zur Auf- und Entladung eines Kondensators [1].

Für den Entladevorgang eines Kondensators gilt die Randbedingung  $Q(\infty)=0.$  Zusammen mit

$$U_{\rm C} = \frac{Q}{C}, \qquad I = \frac{U_{\rm C}}{R}, \qquad dQ = -I dt$$
 (3)

ergibt sich somit gemäß Gleichung (2) die zeitliche Kondensatorladung

$$Q(t) = Q(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{4}$$

für den Entladevorgang.

Ganz analog folgt für den Aufladevorgang mit den Randbedingungen

$$Q(0) = 0, Q(\infty) = CU_0$$

die Formel

$$Q(t) = CU_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right). \tag{5}$$

für die Ladung am Kondensator.

Sowohl beim Auf- als auch beim Entladevorgang bezeichnet

$$\tau = RC \tag{6}$$

die sogenannte Zeitkonstante des Relaxationsvorgangs. Da sich während des Zeitintervalls  $\tau$  die Kondensatorladung genau um 1/e ändert, ist  $\tau$  somit ein Maß dafür, wie schnell das System gegen den Endzustand  $Q(\infty)$  geht.

## 2.2 Periodische Auslenkungen

Für die periodische Auslenkung von physikalischen Systemen aus ihrer Ruhelage ist ein RC-Kreis mit angelegter Wechselspannung wie er in Abbildung 2 zu sehen ist ein wichtiges Beispiel. Hier wird statt einer konstanten Gleichspannung eine Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \tag{7}$$

mit Amplitude  $U_0$  und Kreisfrequenz  $\omega$  angelegt.

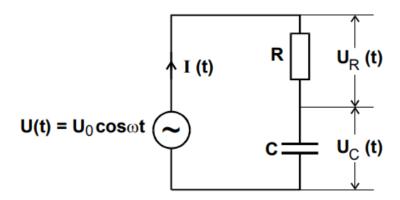


Abbildung 2: Schaltbild für den schwingenden RC-Kreis [1].

Falls  $\omega << \frac{1}{\tau}$  gilt, sind die Spannungen am Generator und am Kondensator nahezu in Phase. Wird die Frequenz  $\omega$  erhöht, so entsteht eine Phasenverschiebung  $\phi$  zwischen den beiden Spannungen. Weiterhin nimmt die Amplitude der Kondensatorspannung ab. Aus den Gesetzen (3) ergibt sich

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}.$$
 (8)

Zusammen mit dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz über Generator- U, Widerstand-  $U_{\rm R}$  und Kondensatorspannung  $U_{\rm C}$  sowie dem Ansatz

$$U_{\rm C} = A(\omega)\cos(\omega t + \phi(\omega)) \tag{9}$$

folgt schließlich

$$U_0 \cos(\omega t) = -A(\omega) \cdot \omega \cdot \tau \cdot \sin(\omega t + \phi) + A(\omega) \cdot \cos(\omega t + \phi). \tag{10}$$

Dabei wird angenommen, dass die Spannungsquelle keinen Innenwiderstand hat. Da die Gleichung (10) zu jeder Zeit t gelten muss, lassen sich verschiedene Werte für  $\omega t$  einsetzen. Für  $\omega t = \frac{\pi}{2}$  folgt damit für die Phasenverschiebung die Frequenzabhängigkeit

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega\tau). \tag{11}$$

Für kleine  $\omega$  geht  $\phi$  gegen 0, für große  $\omega$  asymptotisch gegen  $\frac{\pi}{2}$ . Im Falle  $\omega = \frac{1}{\tau}$  gilt  $\phi = \frac{\pi}{4}$ .

Außerdem ergibt sich mit  $\omega t + \phi = \frac{\pi}{2}$  die Spannungsamplitude

$$A(\omega) = -\frac{\sin(\phi)}{\omega \tau} U_0 \tag{12}$$

am Kondensator. Zusammen mit Gleichung (11) folgt hieraus schließlich

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}. (13)$$

Die Gleichungen (4) und (13) lassen sich durch eine Fouriertransformation in einander überführen.

## 2.3 Der RC-Kreis als Integrator

Eine Schaltung wie sie in Abbildung 2 zu sehen ist kann unter der Voraussetzung

$$\omega >> \frac{1}{\tau} \tag{14}$$

die angelegte Wechselspannung U(t) integrieren. Da im Idealfall nur Frequenzen unterhalb einer Grenzfrequenz beitragen, wird dies im Allgemeinen auch Tiefpass genannt. Ausgehend vom zweiten Kirchhoffschen Gesetz sowie Gleichung (8) ergibt sich

$$U(t) = \tau \cdot \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t} + U_{\mathrm{C}}.\tag{15}$$

Aus der Voraussetzung (14) folgt

$$|U_{\rm C}| << |U_{\rm R}|,$$
  $|U_{\rm C}| << |U|,$  (16)

wodurch für die Generatorspannung

$$U(t) = \tau \cdot \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{C}}}{\mathrm{d}t}$$

genähert werden kann. Somit folgt schließlich

$$U_{\rm C}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^t U(t') \, \mathrm{d}t'. \tag{17}$$

# 3 Durchführung

#### 3.1 Die Zeitkonstante des RC-Gliedes

Im ersten Veruchsteil soll die Zeitkonstante  $\tau$  eines RC-Gliedes bestimmt werden. Hierzu wird der Entladevorgang des Kondensators bei angelegter Rechteckspannung untersucht. Die entsprechende Schaltung mitsamt Oszilloskop ist in Abbildung 3 zu sehen.

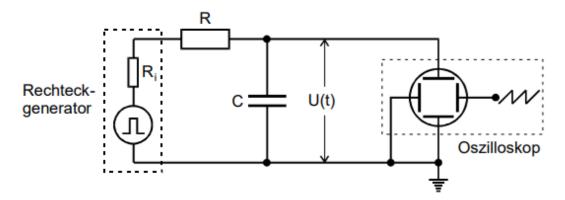


Abbildung 3: Schaltung zur Bestimmung der Zeitkonstanten [1].

Der Entladeprozess beginnt, sobald die Rechteckspannung auf Null zurück gesprungen ist, und dauert so lange, wie sie auf Null verharrt². Somit werden stets Ausschnitte des eigentlich unendlich langen Vorgangs beobachtet. Für eine höhere Ablesegenauigkeit werden Rechteckfrequenz f und Ablenkgeschwindigkeit des Kathodenstrahls so eingestellt, dass ein ganzer Abschnitt möglichst groß auf dem Oszilloskop zu erkennen ist. Dabei muss auch die Position des Spannungsnullpunktes bekannt sein. Diese kann ermittelt werden, indem eine gegen  $\tau$  große Frequenz f eingestellt wird, da  $U_{\rm C}$  somit praktisch auf Null sinkt. Eine geeignete Darstellung am Oszilloskop ist in Abbildung 4 einzusehen.

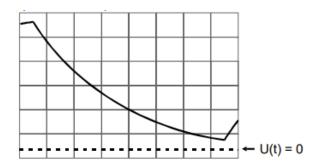


Abbildung 4: Geeignete Darstellung des Spannungsverlaufs am Kondensator [1].

Für die hier protokollierte Messreihe wird die Rechteckfrequenz auf  $f=30,7\,\mathrm{Hz}$  gestellt. Das Triggersignal wird DC gekoppelt. Die Pegel Voltdiv und Timdiv werden so eingestellt, dass auf der vertikalen Achse ein Kästchen  $0,2\,\mathrm{V}$  und auf der horizontalen Achse  $2\,\mathrm{ms}$  entspricht. Mit dem Regler zum Anpassen der x-Position wird die Kurve so verschoben, dass in Abhängigkeit von der verschobenen Zeit die Spannung an der y-Achse schrittweise abgelesen und notiert werden kann.

 $<sup>^2</sup>$ Ganz analog kann zur Bestimmung von  $\tau$  auch der Aufladevorgang untersucht werden. Dieser beginnt beim Sprung der Generatorspannung von Null auf den Maximalwert und dauert so lange, wie sie auf diesem Wert verbleibt.

## 3.2 Die Amplitude und Phasenverschiebung der Kondensatorspannung

Im zweiten Teil des Versuchs wird die Amplitude A der Kondensatorspannung und die Phasenverschiebung  $\phi$  zwischen Generator- und Kondensatorspannung eines RC-Gliedes bei angeschlossener Sinusspannung in Abhängigkeit der Frequenz untersucht. Hierfür wird ein Zweikanal-Oszillograph wie er in Abbildung 5 zu sehen ist angeschlossen. Das Triggersignal beider Kanäle wird AC gekoppelt. Der Kondensator wird an Kanal 1 und der Generator an Kanal 2 angeschlossen.

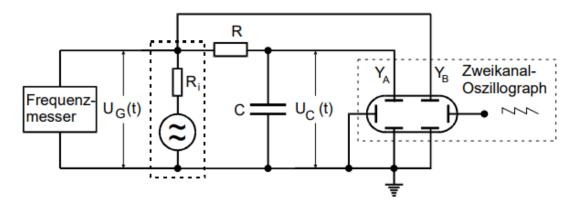
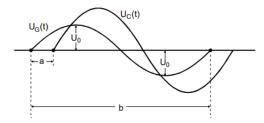


Abbildung 5: Schaltung zur Messung der Amplitude und Phasenverschiebung [1].

Es werden mehrere Frequenzen  $\omega$  zwischen ca. 0 Hz und 1000 Hz eingestellt. Dabei müssen je nach Größenordnung die Regler Timediv und Voltdiv angepasst werden. Zum leichteren Ablesen der einzelnen Werte können die Graphen erneut mittels des x-Positionsreglers verschoben werden. Generell ist darauf zu achten, dass beide Graphen symmetrisch zur x-Achse liegen. Am Oszilloskop ergibt sich in etwa ein Graph wie in Abbildung 6.



**Abbildung 6:** Darstellung zur Bestimmung von  $\phi$  [1].

Es wird festgestellt, dass die Amplitude der Generatorspannung einen konstanten Wert  $U_0=1,55\,\mathrm{V}$  unabhänig von  $\omega$  hat. Die Amplitude der Kondensatorspannung A kann sofort abgelesen werden. Zur Bestimmung der Phasenverschiebung  $\phi$  muss zunächst der zeitliche Abstand  $a=\Delta t$  der beiden Nulldurchgänge bestimmt werden. Die Schwingungsdauer b lässt sich mittels  $b=\frac{1}{\omega}$  ermitteln. Somit ergibt sich

$$\phi = 2\pi \frac{a}{b}.\tag{18}$$

## 3.3 Der RC-Kreis als Integrator

Im dritten Versuchsteil soll die Funktion eines RC-Kreises als Integrator unter der Voraussetzung (14) verifiziert werden. Die hierfür eingestellte Frequenz beträgt  $\omega = 2001\,\mathrm{Hz}$ . Die Schaltung ist analog zu Abbildung 6, wobei die beiden Triggersignale DC gekoppelt werden. Es werden jeweils eine Rechteck-, Sinus- und Dreiecksspannung auf das RC-Glied gegeben. Von den beiden auf dem Zweikanal-Oszilloskop angezeigten Spannungen wird für jede angeschlossene Spannungsform ein Foto gemacht.

## 4 Auswertung

## 4.1 Entladung des Kondensators

Wie in Abschnitt 3.1 beschreiben werden die Werte des Oszillatorbildes aufgenommen. In Tabelle 1 werden die Spannungen zunächst als Kästcheneinheit aufgeschrieben. Ein Kästchen auf dem Oszilloskop entspricht 0,2 V. Um eine bessere Auswertung zu er-

Tabelle 1: Der Entladevorgang des RC-kreises

$t/{\it K\"{a}}$ stchen	$U/{\it K\"{a}}$ stchen	$t/\mathrm{ms}$	U/V	$(U+\mid U(\infty)\mid)/\nabla$
0	2,7	0,0	0,54	1,302

$t/{\rm K\ddot{a}stchen}$	$U/{\rm K\ddot{a}stchen}$	$t/\mathrm{ms}$ $U/\mathrm{V}$	$\big(U + \mid U(\infty) \mid \big) / \mathbf{V}$
0	2,7	0,0 0,54	1,302
$0,\!2$	0,0	0,4 $0,00$	0,762
0,6	-2,3	1,2  -0,46	0,302
0,8	-3,0	1,6  -0,60	$0,\!162$
1,0	-3,3	2,0  -0,66	$0,\!102$
$1,\!2$	-3,4	2,4  -0,68	0,082
$^{1,4}$	-3,5	2,8  -0,70	0,062
1,6	-3,6	3,2  -0,72	$0,\!042$
1,8	-3,7	3,6  -0,74	0,022
2,0	-3,8	4,0  -0.76	0,002
$^{2,2}$	-3,8	4,4  -0.76	0,002
$^{2,4}$	-3,8	4,8  -0.76	0,002
3,0	-3,8	6,0  -0.76	0,002
3,6	-3,8	7,2  -0,76	0,002
4,0	-3,8	8,0  -0.76	0,002
5,0	-3,8	10,0  -0,76	0,002

möglichen wird zusätzlich auf die Messergebnisse der Betrag des Endladungsniveaus  $U(\infty) = -0.762 \,\mathrm{V}$  addiert. Das ist legitim, da jedes mögliche Spannungsniveau als Nullniveau gewählt werden kann. Außerdem wird der Logarithmus der Spannungen gebildet um den erwarteten exponentiellen Verlauf mit einer linearen Regression anzunähern. Hierzu wird die numpy Funktion polyfit [2] verwendet.

$$\begin{split} U(t) &= U(0) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) + \left|U(\infty)\right| \\ \ln(U(t)) &= \ln(U(0)) \frac{-t}{RC} + \ln(U(\infty)) \end{split}$$

Die lineare Regression ergibt eine Funktion der Form

$$y = at + b$$

mit

$$a = -\ln \bigl( U(0) \bigr) \cdot \frac{1}{RC} \qquad \qquad b = \ln \bigl( \mid U(\infty) \mid \bigr)$$

Die Werte aus der Regression lauten

$$a = (-0.74 \pm 0.11) \, 1/\text{ms}$$
  $b = -0.96 \pm 0.28$ 

Daraus folgt eine Zeitkonstante von

$$\tau_a = RC = -\frac{a}{\ln(U(0))} = (2.81 \pm 0.42) \text{ms}$$
 (19)

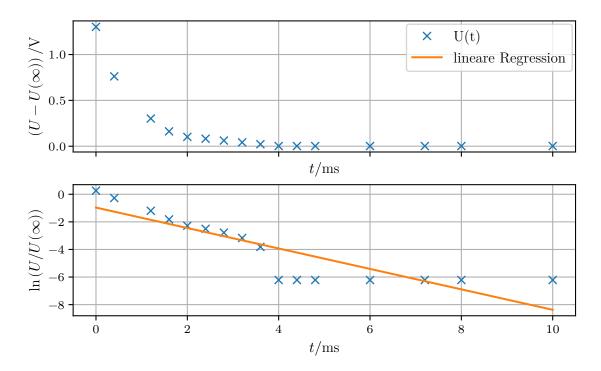


Abbildung 7: Graphische Darstellung des Entladevorgangs der Spule

#### 4.2 Phasenverschiebung und Amplitude im RC-Kreis

In Tabelle 2 werden die Messergebnisse aufgelistet. Die Spalte "Kästchenwerte" enthält die Einstellungen des Oszilloskops. Je nach Einheit sind dort die Einstellungen Timediv und Voltdiv für die aktuelle und die folgenden Zeilen notiert. Die Amplituden  $A(\omega)$ 

Kästchenwerte	$f/\mathrm{Hz}$	$A(\omega)/\mathrm{K\ddot{a}st.}$	$\Delta t/\mathrm{K\ddot{a}st.}$	$T/\mathrm{ms}$	$A(\omega)/{ m V}$	$\Delta t/\mathrm{ms}$	$\Phi/2\pi$
0.5  ms  0.5  V	30,2	1,2	0,2	33,1	0,60	1,00	0,0302
$0.2\mathrm{ms}$	60,1	1,1	0,4	16,6	$0,\!55$	0,80	0,0481
	99,9	1,0	0,3	10,0	$0,\!50$	0,60	$0,\!0599$
	159,9	0,8	0,2	6,3	0,40	0,40	0,0640
	200,5	0,7	0,2	5,0	$0,\!35$	0,40	0,0802
$0.2\mathrm{V}$	250,3	1,5	0,2	4,0	0,30	$0,\!40$	0,1001
	299,9	1,3	0,2	3,3	$0,\!26$	$0,\!40$	$0,\!1200$
$0.5\mathrm{ms}$	$351,\!8$	1,3	0,6	$^{2,8}$	$0,\!24$	$0,\!30$	$0,\!1055$
	407,1	1,1	0,6	$^{2,5}$	$0,\!22$	$0,\!30$	$0,\!1221$
	500,2	0,9	0,5	$^{2,0}$	0,18	$0,\!25$	$0,\!1251$
	600	0,8	0,4	1,7	0,16	$0,\!20$	$0,\!1200$
	700	0,6	0,4	1,4	0,12	$0,\!20$	0,1400
$0.1\mathrm{V}$	800	1,2	0,3	$1,\!25$	0,12	$0,\!15$	$0,\!1200$
	900	1,0	0,3	1,1	0,10	$0,\!15$	$0,\!1350$
$0.2\mathrm{ms}$	1001	0,9	0,7	1,0	0,09	$0,\!14$	0,1401

Tabelle 2: Messergebnisse bei verschiedenen Sinusschwingungen

werden durch die Amplitude der generierten Schwingung  $U_0$  geteilt und in Abbildung 8 in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega$  dargestellt. Um den zusammenhang für  $A(\omega)$  darzustellen kann Gleichung 13 verwendet werden. Nach  $A(\omega)/U_0$  umgestellt ergibt sich

$$\frac{A(\omega)}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

Mit der scipy.optimize Funktion curvefit [3] wird der optimale Wert für  $\tau$  ermittelt. Es ergibt sich

$$\tau_{\rm b} = (6.86 \pm 1.13) \,\text{ms}$$
 (20)

Die durch die einfache Ausgleichsrechnung entstehende Kurve (Abb. 8) ist um einen konstanten Faktor zu groß. Wenn diese Kurve mit dem Faktor 0,4 multipliziert wird passt sie wiederum sehr gut zu den Messergebnissen. Da hier wohl eine Dämpfung gleichmäßig auf alle Messergebnisse gewirkt hat, ist dadurch keine direkte Verzerrung des Wertes für  $\tau$  zu erwarten.

In Abbildung 9 wird die Phasenverschiebung  $\Phi$  in Abhängigkeit von der Frequenz f dargestellt. In der Ausgleichsrechnung für diesen Zusammenhang wird die Gleichung 11 verwendet. Da in dieser Gleichung davon ausgegangen wird, dass die Phasenunterschiede

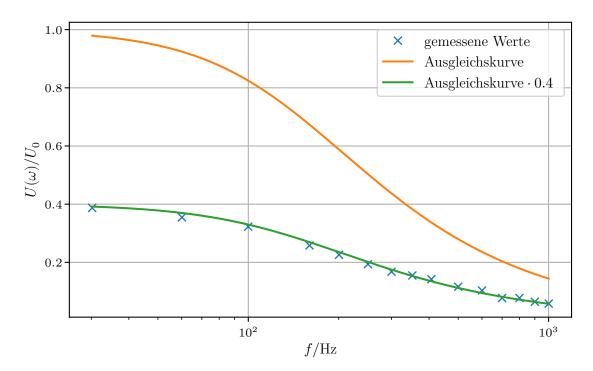


Abbildung 8: Graphische Darstellung Amplitude in Abhängigkeit von der Frequenz.

als negative Zahlen notiert wurden, und dass keine Dämpfung stattfindet wird ein Korrekturfaktor a eingeführt. Die Gleichung, die sich ergibt lautet

$$\Phi(\omega) = a \cdot \arctan(-\omega \tau_c).$$

Es ergeben sich die Parameter

$$\tau_c = (6.87 \pm 0.94) \text{ms}$$
  $a = -0.5976186 \pm 0.02437771$  (21)

In Abbildung 10 wird die mit  $U_0$  normierte Amplitude mit der Phasenverschiebung  $\phi$  in einem Polarplot dargestellt. Aus den vorherigen Regressionen lässt sich eine Ausgleichskurve an dem Polarplot zusammenführen.

## 4.3 Der RC-Kreis als Integrator

In den Abbildungen 11, 12 und 13 wird der Zusammenhang als Integrationsglied deutlich. Aus der Hochfrequenten sinusschwingung (Abb. 13) entsteht einen um  $\pi/2$  verschobene Schwingung bzw eine Kosinusschwingung. Die Rechteckspannung (Abb. 11) wird zu einer Dreiecksspannung integriert und die Dreieckspannung (Abb. 12) zu einer Folge von Parabelbögen.

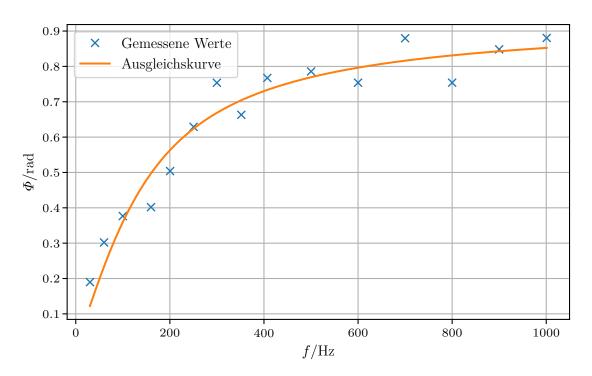
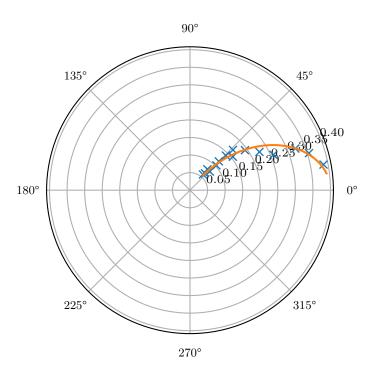
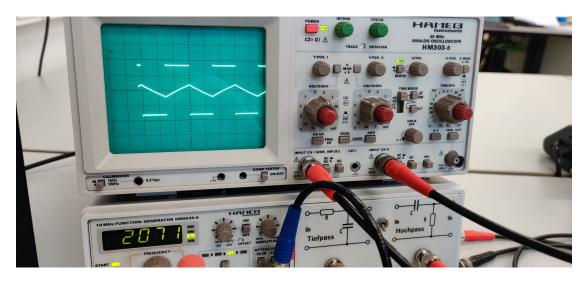


Abbildung 9: Die Phasenverschiebung in Abhängigkeit von der Frequenz



**Abbildung 10:** Polarplot mit der Kombination aus  $A(\omega)$  und  $\varPhi$  und den jeweiligen Regressionen



 ${\bf Abbildung\ 11:}\ {\bf Rechteck spannung\ regt\ Dreieck schwingung.}$ 

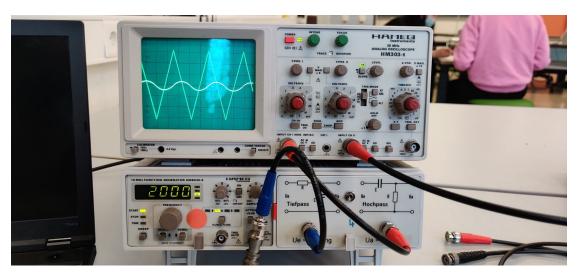


Abbildung 12: Dreiecksschwingung regt Parabelschwingung an.

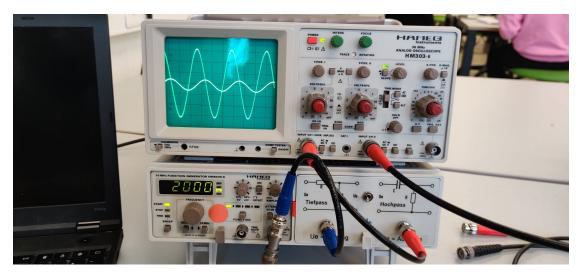


Abbildung 13: Sinusschwingung regt Kosinusschwingung an.

## 5 Diskussion

## 5.1 Fehlerabschätzung

Es muss angemerkt werden, dass beim Ablesen am Oszilloskop Ablesefehler auftreten, wodurch ein möglicher systematischer Fehler entsteht. Bei einer hinreichend großen Abbildung des Spannungsverlaufs, bei der alle relevanten Werte erkennbar sind, sind diese Fehler allerdings ziemlich gering.

## 5.2 Entladung des Kondensators

Nach Gleichung (19) kann die Zeitkonstante des RC-Kreises zu  $\tau_a=(2.81\pm0.42){\rm ms}$  bestimmt werden. Da allerdings durch eine Genauigkeit von 2 Nachkommastellen der Spannung U in Tabelle 1 die letzten sieben Werte für U gleich groß sind, ist die lineare Regression in Abbildung 7 nicht sehr genau. Durch die ersten Messwerte kann dennoch wie in Gleichung (4) erwartet ein exponentieller Abfall gezeigt werden.

## 5.3 Phasenverschiebung und Amplitude

In diesem Versuchsteil hat das Groundlevel am Oszilloskop geschwankt. Auch wenn beim Ablesen hierauf geachtet wurde, kann durch das Schwanken dennoch ein systematischer Fehler entstanden sein.

Wie in Gleichung (20) angegeben errechnet sich die optimale Zeitkonstante in diesem Versuchsteil zu  $\tau_{\rm b}=(6.86\pm1.13){\rm ms}$ . Im Vergleich zu  $\tau_a$  ergibt sich etwa ein Faktor 2,5. Diese Diskrepanz lässt vermutlich sich durch den Generatorinnenwiderstand von  $R_{\rm i}=600\,\Omega$  erklären. Durch den Innenwiderstand entsteht ein gewisser Spannungsabfall im Schaltkreis, der eigentlich im Kirchhoffschen Gesetz in Abschnitt 2.2 berücksichtigt

werden muss. Somit ergibt sich eine Spannung  $U_{\text{neu}}$ , die kleiner als  $U_0$  ist und diese in Gleichung (13) ersetzen muss.

Dies geht mit der Tatsache einher, dass für die Ausgleichsrechnung in Abschnitt 4.2 mit einem Faktor  $0.4 = \frac{1}{2.5}$  als Dämpfung multipliziert werden muss. Die Dämpfung entspricht also genau dem Spannungsunterschied durch den Innenwiderstand  $R_{\rm i}$ . Mit der angepassten Ausgleichsrechnung in Abbildung 8 kann somit die Gleichung (13) als Frequenzabhängigkeit der Amplitude verfiziert werden.

Mit der Abbildung 9 kann auch die Gleichung (11), die die frequenzabhängige Phasenverschiebung beschreibt, verifizieren. Der Korrekturfaktor a lässt sich auch hier durch die Dämpfung erklären. Die Fehlerbalken der berechneten Zeitkonstante  $\tau_{\rm c}=(6.87\pm0.94){\rm ms}$  mitsamt des Fehlers in Gleichung (21) liegt vollständig in dem angegebenen Fehlerbereich der optimalen Konstanten  $\tau_b$ . Es kann also von einer hohen Genauigkeit für die Zeitkonstante ausgegangen werden.

Anhand des Polarplots 10 kann der Zusammenhang zwischen Phasenverschiebung  $\phi$  und Amplitude A visualisiert werden.

## 5.4 RC-Kreis als Integrator

Anhand der Abbildungen 11, 12 und 13 lässt sich für eine ausreichend hohe Frequenz die Funktion eines RC-Kreises als Integrator verifizieren.

## Literatur

- [1] Versuch 353: Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Charles R. Harris u. a. "Array programming with NumPy". In: Nature 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2.
- [3] Pauli Virtanen u. a. "SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python". In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## **Anhang**







