

501/2

Elektronen im elektrischen und magnetischem Feld

Christopher Krause
christopher2.krause@tu-dortmund.de

Lucas Witthaus
lucas.witthaus@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.2018

Abgabe: 17.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre	3
2.2 Ablenkung eines Elektronenstrahls im E-Feld	4
2.3 Kathodenstrahl-Oszillograph	5
2.4 Elektronenbahnen im homogenen Magnetfeld	5
2.5 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	6
3 Durchführung	7
3.1 Elektronenstrahl im E-Feld	7
3.2 Elektronenstrahl im B-Feld	8
4 Auswertung	9
4.1 Bestimmung der Empfindlichkeit	9
4.2 Bestimmung der Frequenz der Sinusspannung	13
4.3 Berechnung der spezifischen Ladung aus der Ablenkung im Magnetfeld . .	13
4.4 Berechnung des Erdmagnetfelds aus der Elektronenablenkung	16
5 Diskussion	16
Literatur	17

1 Zielsetzung

In dem folgendem Versuch soll mithilfe von elektrischen und magnetischen Feldern ein Elektronenstrahl abgelenkt werden, um daraus verschiedene Größen zu ermitteln.

2 Theorie

2.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre

Eine Kathodenstrahlröhre besteht aus einer Elektronenkanone, einem Ablensystem und einem Nachweissystem.

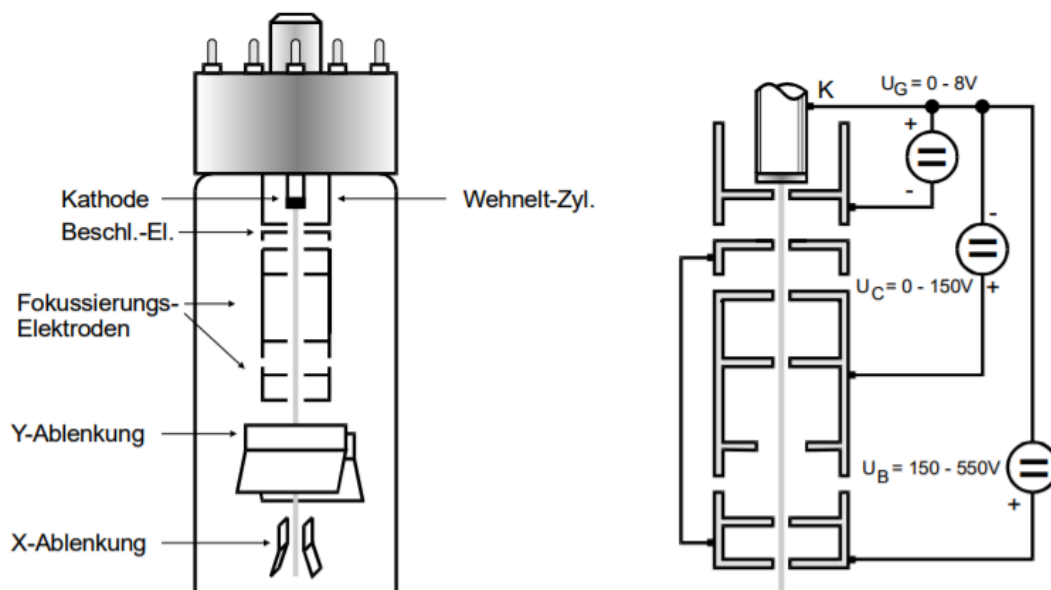


Abbildung 1: Aufbau einer Kathodenstrahlröhre(links) und Beschaltung einer Elektronenkanone (rechts) [1]

Durch Glühemission werden freie Elektronen erzeugt. Die Kathode wird über einen, mit Strom durchflossenen, Draht erhitzt. Mit dem negativen Potenzial des Wehnelt-Zylinders, welcher die Kathode umgibt, kann die Intensität des Elektronenstrahls gesteuert werden. Die vor dem Wehnelt-Zylinder liegende Elektrode besitzt ein hohes positives Potenzial gegenüber der Kathode und beschleunigt die Elektronen auf die Geschwindigkeit v_z . Aus dem Energiesatz folgt:

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} = e_0 U_B \quad (1)$$

Die inhomogenen elektrischen Felder der Fokussierungselektroden bündeln den Elektronenstrahl, welcher dann auf den Leuchtschirm fällt. Dadurch werden Aktivatorzellen angeregt und emittieren Lichtquanten. Der Auftreffpunkt des Strahls wird somit sichtbar.

Das Ablensystem wird von dem Elektronenstrahl auf dem Weg zum Leuchtschirm durchlaufen. Es besteht aus zwei Plattenpaaren die senkrecht aufeinander stehen. Wird eine elektrische Spannung an diese Platten angelegt, übt das elektrische Feld eine Kraft auf die Elektronen aus, welche daraufhin abgelenkt werden. Der Leuchtfleck auf dem Bildschirm verschiebt sich.

2.2 Ablenkung eines Elektronenstrahls im E-Feld

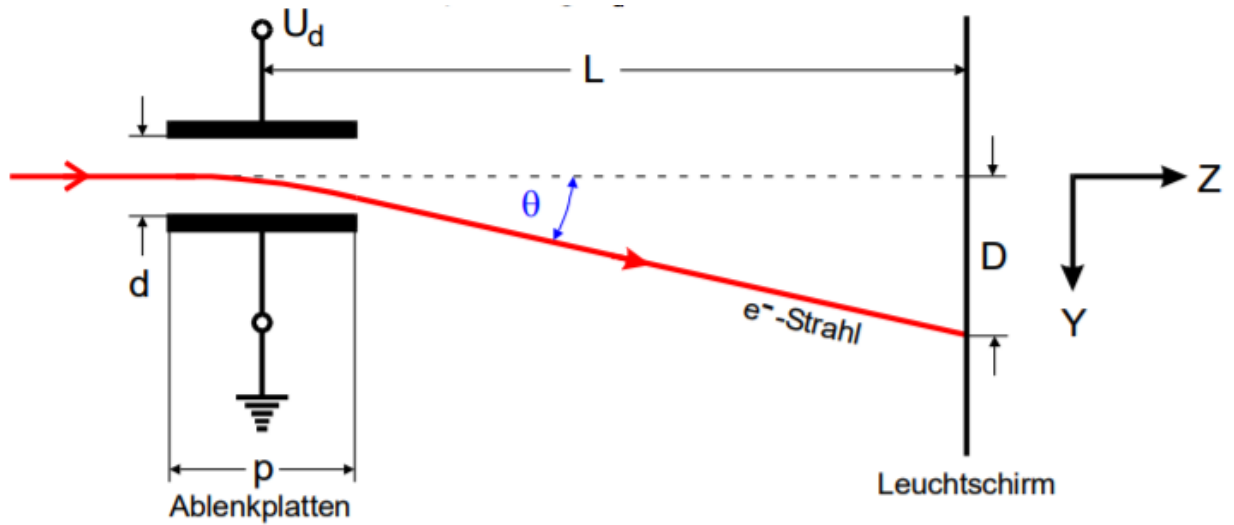


Abbildung 2: Ablenkung des Strahls durch das Ablensystem. [1]

Wenn der Plattenabstand d klein gegenüber der Plattenlänge p ist, so wird zwischen den Platten ein homogenes elektrisches Feld angenommen. Dessen Feldstärke beträgt:

$$E = \frac{U}{d} \quad (2)$$

Auf ein Elektron wird dann im homogenen E-Feld die Kraft:

$$|\vec{F}| = |e_0 \vec{E}| = e_0 \frac{U_d}{d} \quad (3)$$

Die Geschwindigkeit in Y-Richtung ist dann:

$$v_y = \frac{F}{m_0} \Delta t \quad (4)$$

Da die Elektronen weiterhin die Geschwindigkeit v_z in Z-Richtung haben, gilt für die Durchlaufdauer Δt des E-Feldes:

$$\Delta t = \frac{p}{v_z} \quad (5)$$

Mit Gleichung (3) und (4) folgt für v_y :

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z} \quad (6)$$

Der Winkel Θ des Elektronenstrahls nach dem Durchlaufen des E-Feldes ist $\Theta = \frac{v_y}{v_z}$. Für die Verschiebung D des Leuchtfleckes gilt dann:

$$D = L\Theta = \frac{e_0}{m_0} L \frac{U_d}{U_B} \quad (7)$$

Mit Gleichung (1) folgt:

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B} \quad (8)$$

Die Verschiebung D ist somit proportional zu zur Ablenkspannung U_d .

2.3 Kathodenstrahl-Oszillograph

Um eine Kathodenstrahlröhre zu einem Kathodenstrahl-Oszillograph zu erweitern wird eine Sägezahnspannung an die Ablenkplatten für die horizontale Ablenkung angelegt. Dieser kann die Zeitabhängigkeit von Wechselspannungen darstellen. Stehen die Frequenzen der beiden Spannungen in einem geeigneten Verhältnis gilt:

$$n\nu_S = m\nu_W \quad (9)$$

2.4 Elektronenbahnen im homogenen Magnetfeld

Bewegt sich ein Teilchen mit der Ladung q und der Geschwindigkeit \vec{v} im homogenen Magnetfeld \vec{B} , so wirkt die Lorentz-Kraft F_L auf dieses Teilchen.

$$F_L = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (10)$$

Die Bahn des Teilchen wird zu einer Kreisbahn, wenn die Bewegungsrichtung komplett senkrecht auf der Richtung des Magnetfeldes steht. Der Krümmungsradius r ist durch das Gleichgewicht von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft festgelegt.

$$e_0 v_0 B = \frac{m_0 |\vec{v}|^2}{r} \quad (11)$$

Da $|v| = v_0$ gilt, folgt daraus:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} \quad (12)$$

Die rechte Seite ist konstant und somit auch der Krümmungsradius.

2.5 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

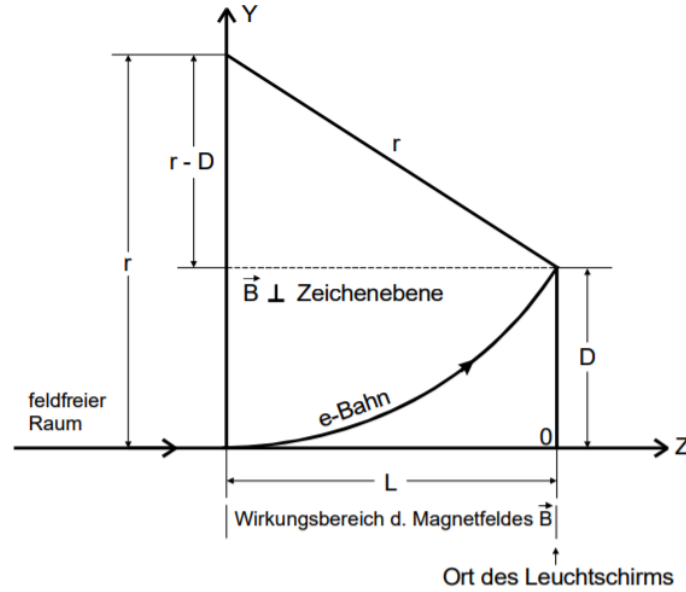


Abbildung 3: Ablenkung des Strahls im Magnetfeld. [1]

Aus der Abbildung (3) kann der Krümmungsradius mit dem Satz des Pythagoras bestimmt werden. Es gilt:

$$L^2 + (r - D)^2 = r^2 \quad (13)$$

Aus Gleichung (12) folgt daraus:

$$\frac{L^2 + D^2}{2D} = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} \quad (14)$$

Ist U_B ein Beschleunigungspotenzial der Kathodenstrahlröhre, so gilt nach dem Energiesatz:

$$v_0 = \sqrt{2U_B e_0 / m_0} \quad (15)$$

Daraus folgt für Gleichung (14):

$$\frac{L^2 + D^2}{2D} = \frac{m_0}{e_0 B} \sqrt{2U_B e_0 / m_0} \quad (16)$$

Die magnetische Flussdichte des Helmholtz-Feldes ist im Innern des Spulenpaares wie folgt definiert:

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} \quad (17)$$

Wobei R der Spulenradius, N die Windungszahl, μ_0 die magnetische Feldkonstante und I der Spulenstrom ist.

3 Durchführung

3.1 Elektronenstrahl im E-Feld

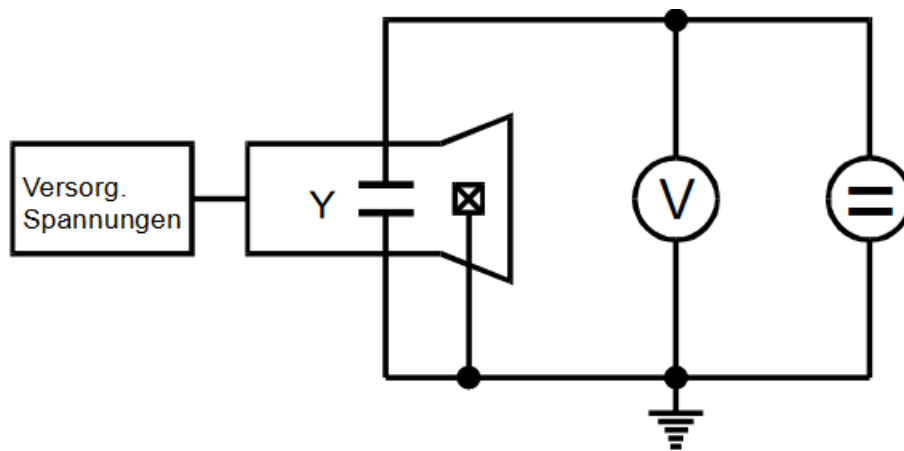


Abbildung 4: Schaltung einer Kathodenstrahlröhre. [1]

Die Elektronenkanone der Elektronenstrahlröhre wird entsprechend Abbildung 1 an eine Heizspannung U_G sowie die weiteren Fokussierungs- und Beschleunigungsspannungen angeschlossen. Anschließend werden auch die Ablenkplatten der Röhre, wie in Abbildung 4 zu erkennen, mit Spannung versorgt und geerdet.

Die Fokussierungsspannungen werden nun so eingestellt, dass ein möglichst kleiner leuchtender Punkt auf dem Detektorschirm zu sehen ist. Bei konstanter Beschleunigungsspannung wird dann die Ablenkspannung variiert, sodass der Punkt auf der untersten der 9 äquidistanten Linien des Schirms liegt. Die Ablenkspannung dieser Konfiguration wird notiert. Anschließend wird der Punkt auf die nächst höhere Linie gelegt und die Spannung erneut gemessen. Dieser Vorgang wird für alle der 9 besagten Linien und für insgesamt 5 unterschiedliche Beschleunigungsspannungen wiederholt.

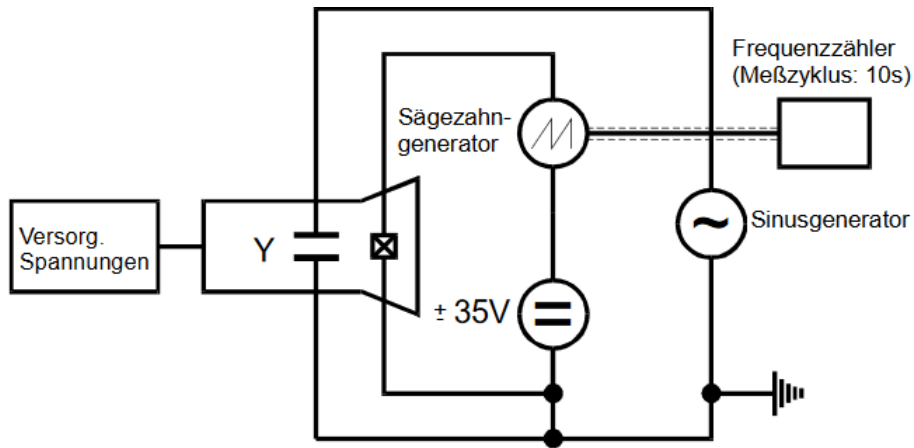


Abbildung 5: Prinzipielle Schaltung eines Kathodenstrahl-Oszilloskops . [1]

Im zweiten Teil des Versuchs werden die Ablenkplatten dann an eine Sägezahnspannung (X-Richtung) und eine Sinusspannung (Y-Richtung) angeschlossen (Abbildung 5). Durch Variation der Frequenz der Sägezahnspannung wird dann versucht die gewünschten Frequenzverhältnisse der Spannungen herzustellen. Erkannt werden diese an den stehenden Bildern auf dem Detektorschirm sowie der dann auf ihm abzählbaren Anzahl an dargestellten Halbwellen. Die entsprechenden Frequenzen der Sägezahnspannung sowie die maximalen Strahlauslenkungen der Sinusspannung dieser Konfigurationen werden mithilfe eines Frequenzzählers bzw. der Markierungen des Detektorschirms gemessen und notiert.

3.2 Elektronenstrahl im B-Feld

Bei diesem Versuch wird eine Elektronenstrahlröhre mittig zwischen ein Helmholtz-Spulenpaar gestellt. Sie wird dabei so ausgerichtet, dass die Flugrichtung der Elektronen senkrecht zum entstehenden Magnetfeld verläuft und die Achse der Röhre in Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes zeigt. Diese wird mit dem Deklinatorium-Inklinatorium festgestellt. Nun wird die Kathodenstrahlröhre wieder, wie im ersten Abschnitt des oben stehenden Versuchs bereits erklärt, an die unterschiedlichen Spannungsquellen angeschlossen (Abbildung 1/4). Anschließend wird durch Anpassung der Fokussierungsspannungen wieder ein möglichst kleiner leuchtender Punkt auf dem Detektorschirm erzeugt. Dieser wird mithilfe der an die Ablenkplatten angelegten Spannungen auf die unterste der 9 äquidistanten Linien des Schirms abgelenkt. Nun wird Strom auf die Helmholtz-Spulen gegeben. Die Stromstärke wird so eingestellt, dass der Punkt nun auf der nächst höheren Linie liegt. Der entsprechende Wert wird notiert und der Vorgang wird auch für die verbleibenden Linien wiederholt. Die gesamte Messung wird für die zwei gefragten Beschleunigungsspannungen durchgeführt.

Zur Messung des Erdmagnetfeldes wird die Apparatur vorerst gleich aufgebaut. Der leuchtende Punkt wird in diesem Fall nun aber auf einen beliebigen Punkt des Detektorschirms gelegt. Dieser wird sich gemerkt. Dann wird die Elektronenstrahlröhre samt Spulen aus der Nord-Süd-Ausrichtung in eine Ost-West-Ausrichtung gedreht. Der Punkt hat sich nun durch den Einfluss des Erdmagnetfeldes verschoben. Durch Anlegen eines Stroms auf die Helmholtz-Spulen und das dadurch entstehende Magnetfeld wird dieser nun wieder in seine Ausgangsposition zurückgelenkt. Der benötigte Spulenstrom wird gemessen. Anschließend wird noch mit dem Deklinatorium-Inklinatorium der Inklinationswinkel des Erdmagnetfeldes bestimmt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Empfindlichkeit

Die Tabellen 1 bis 5 stellen die Daten für die gemessenen Verschiebungen in Abhängigkeit von der Ablenkspannung dar.

Tabelle 1: Gemessene Verschiebung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung mit $U_B = 200\text{V}$

U_d/V	D/mm
-19,72	0
-16,00	6
-12,50	12
-9,14	18
-5,72	24
-2,02	30
1,69	36
5,41	42
9,12	48

Tabelle 2: Gemessene Verschiebung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung mit $U_B = 250V$

U_d/V	D/mm
-24,6	0
-20,3	6
-16,3	12
-11,8	18
-7,5	24
-2,9	30
1,8	36
6,8	42
11,8	48

Tabelle 3: Gemessene Verschiebung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung mit $U_B = 300V$

U_d/V	D/mm
-29,5	0
-24,6	6
-19,1	12
-14,2	18
-9,2	24
-3,9	30
1,6	36
7,4	42
13,3	48

Tabelle 4: Gemessene Verschiebung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung mit $U_B = 350V$

U_d/V	D/mm
-34,1	0
-28,2	6
-22,5	12
-16,2	18
-10,1	24
-4,1	30
2,0	36
8,7	42
15,2	48

Tabelle 5: Gemessene Verschiebung in Abhängigkeit von der Ablenkspannung mit $U_B = 400\text{V}$

U_d/V	D/mm
-32,2	6
-25,2	12
-18,2	18
-11,4	24
-4,2	30
2,9	36
10,5	42
17,8	48

Mit den Messwerten wird eine lineare Regression durchgeführt, welche in Abbildung 6 zusehen ist.

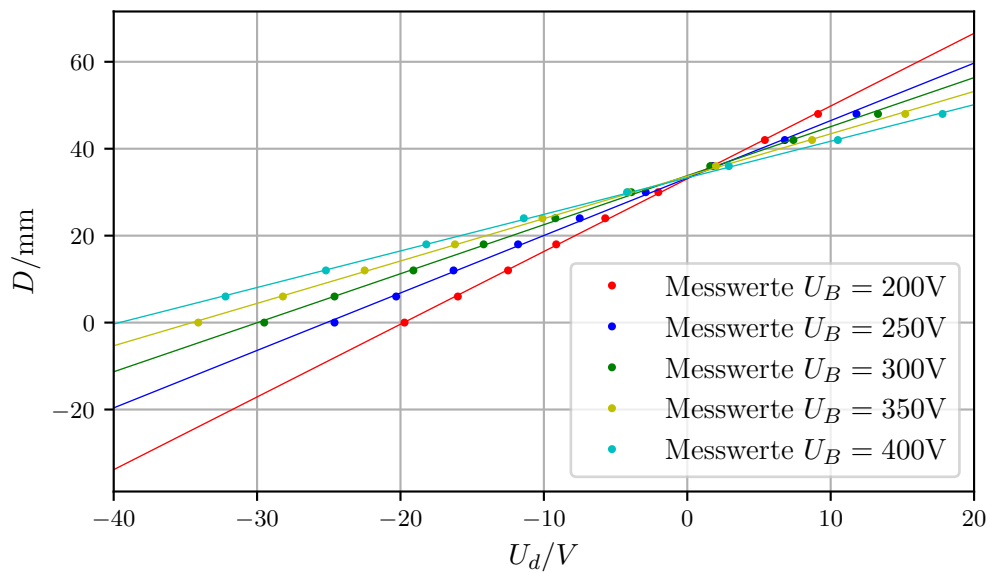


Abbildung 6: Empfindlichkeiten bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen

Mit Python wird die Steigung der Geraden berechnet.

Tabelle 6: Empfindlichkeiten bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen

U_B/V	$\frac{D}{U_d}/10^{-3}\frac{\text{m}}{\text{V}}$
200	$1,67 \pm 0,01$
250	$1,32 \pm 0,02$
300	$1,13 \pm 0,01$
350	$0,98 \pm 0,01$
400	$0,84 \pm 0,01$

Nun wird werden die ermittelten Empfindlichkeiten gegen $\frac{1}{U_B}$ aufgetragen. Eine weitere lineare Regression wird durchgeführt.

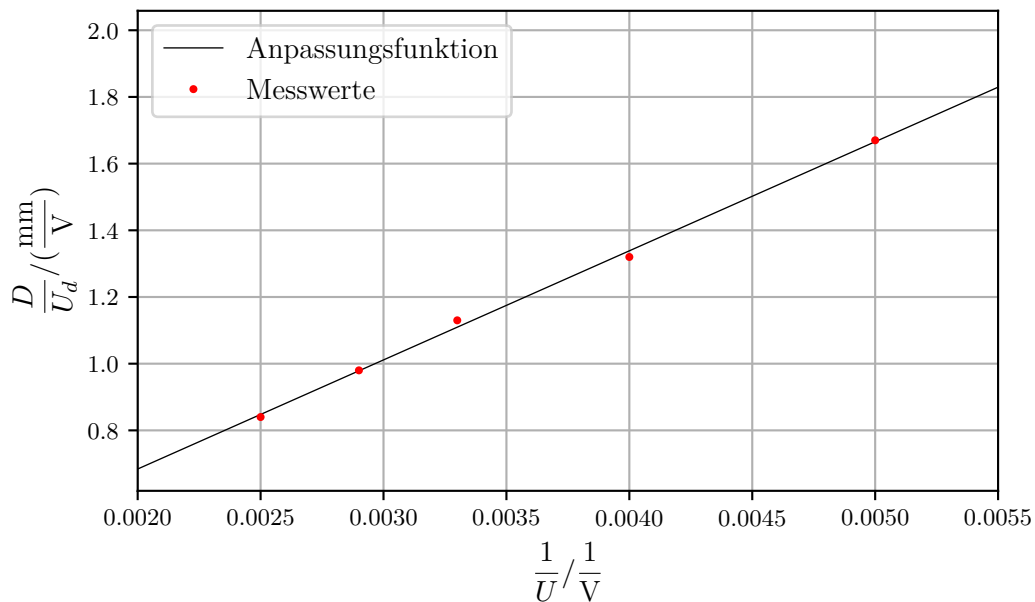


Abbildung 7: Gegen $1/U_B$ aufgetragene Empfindlichkeiten

Die Steigung a beträgt:

$$a = (0,327 \pm 0,008) \text{ m}$$

Der Plattenabstand der Ablenkplatten ist $d = 0,38\text{cm}$. Die Länge der Platten beträgt $p = 1,9\text{cm}$ und der Abstand dieser zum Leuchtschirm beträgt $L = 14,3\text{cm}$.

Die Größe $\frac{pL}{2d}$ beträgt dann:

$$\frac{pL}{2d} = 0,358\text{m}$$

Die Abweichung dieses Wertes zu a beträgt 8,7 %.

4.2 Bestimmung der Frequenz der Sinusspannung

Die Sägezahnfrequenzen ν_S und die Strahlauslenkung s wurden für die 4 verschiedenen n gemessen.

Tabelle 7: Empfindlichkeiten bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen

n	$\nu_S / \frac{1}{s}$	s / mm
1/2	40,00	9
1	79,98	9
2	159,93	9
3	239,87	9

Mit Gleichung (9) folgt daraus, dass die Frequenz der Sinusspannung näherungsweise 80Hz ist. Aus Gleichung (8) folgt: $U_d = \frac{DU_B}{a}$. Da das zugehörige U_B nicht gemessen wurde, kann der Scheitelwert der Sinusspannung nicht berechnet werden.

4.3 Berechnung der spezifischen Ladung aus der Ablenkung im Magnetfeld

Tabelle 8 stellt die gemessenen Werte für die Verschiebung des Leuchtpunkts in Abhängigkeit des induzierten Magnetfelds bei einer Beschleunigungsspannung von $U_B = 250$ dar.

Tabelle 8: Stromstärke der Helmholtz-Spulen bei unterschiedlichen Ablenkungen.

D / mm	I / A
0	0
6	0,36
12	0,66
18	1,00
24	1,30
30	1,60
36	1,94
42	2,26
48	2,58

Die Anzahl der Windungen der Helmholtz-Spulen beträgt $N = 20$ und sie haben einen Radius von $R = 28,2 \text{ cm}$. Der Abstand von Beginn der Ablenkung durch das Magnetfeld bis zum Detektorschirm beträgt $L = 17,5 \text{ cm}$. Daraus ergibt sich der folgende Graph.

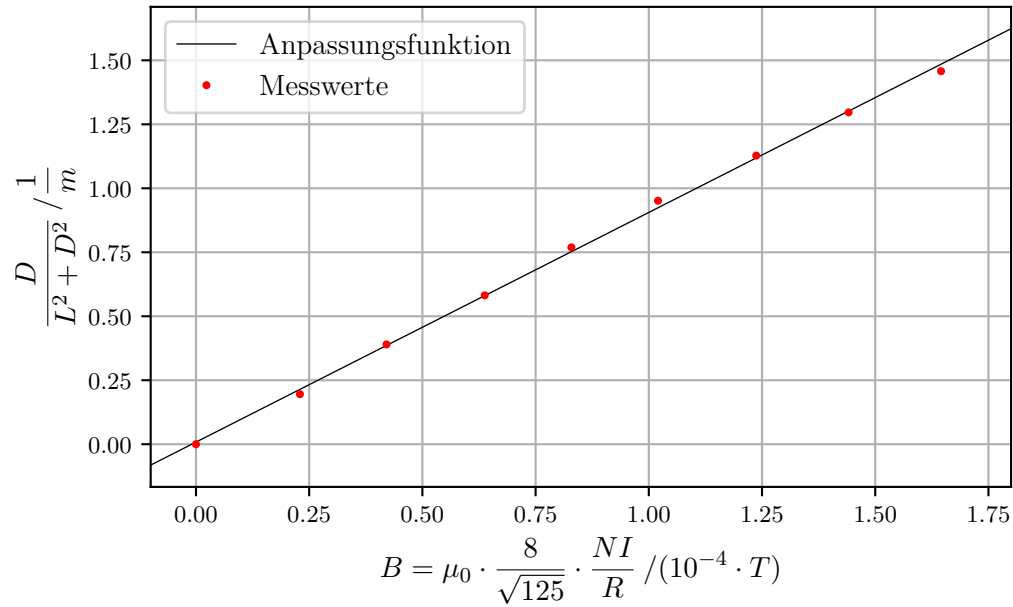


Abbildung 8: Graph zur Ausgleichsrechnung für den Proportionalitätsfaktor bei 250V Beschleunigungsspannung.

Die lineare Regression wird dabei mit Python erstellt.

Es ergibt sich ein Proportionalitätsfaktor von

$$a = (8,97 \pm 0,12) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{mT}}.$$

Aus Gleichung 15 ergibt sich dann der Wert von $\frac{e_0}{m_0}$ zu

$$\frac{e_0}{m_0} = (1,61 \pm 0,04) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Tabelle 9 stellt die gemessenen Werte für die Verschiebung des Leuchtpunkts in Abhängigkeit des Induzierten Magnetfelds bei einer Beschleunigungsspannung von $U_B = 400$ dar.

Tabelle 9: Stromstärke der Helmholtz-Spulen bei unterschiedlichen Ablenkungen.

$D/ \text{ mm}$	$I/ \text{ A}$
0	0
6	0,4
12	0,82
18	1,22
24	1,61
30	2,02
36	2,41
42	2,85
48	3,26

Daraus ergibt sich der folgende Graph.

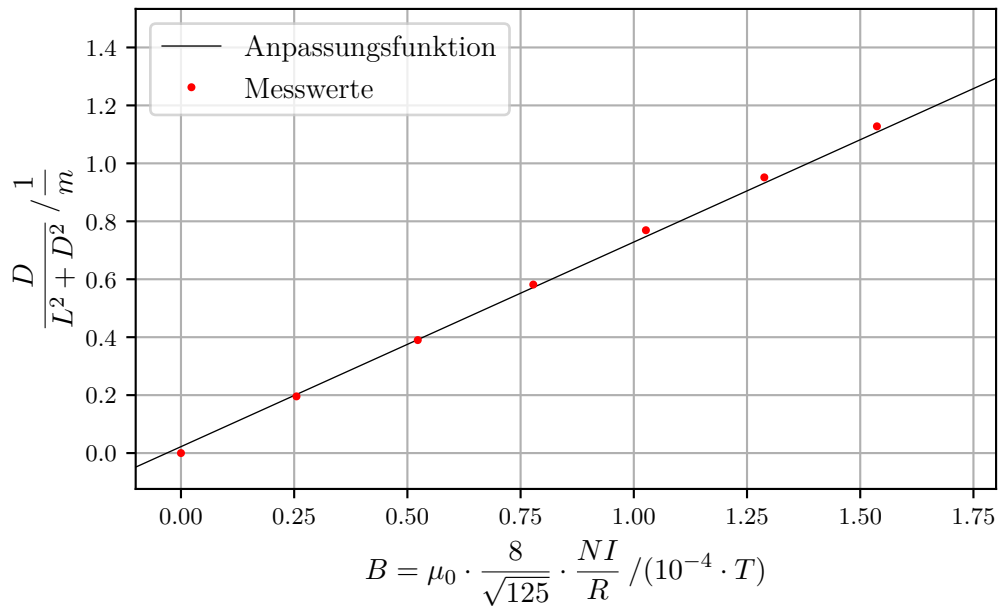


Abbildung 9: Graph zur Ausgleichsrechnung für den Proportionalitätsfaktor bei 400V Beschleunigungsspannung.

Die lineare Regression wird wieder mit Python erstellt.

Es ergibt sich ein Proportionalitätsfaktor von

$$a = (7.06 \pm 0.10) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{mT}}.$$

Aus Gleichung 15 ergibt sich dann der Wert von $\frac{e_0}{m_0}$ zu

$$\frac{e_0}{m_0} = (1,59 \pm 0,05) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Als Mittelwert der beiden Ergebnisse ergibt sich dann

$$\frac{e_0}{m_0} = (1,60 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Dieser wurde wiederum mit Python berechnet.

Der Literaturwert lautet $\frac{e_0}{m_0} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ [2]. Die Relative Abweichung beträgt also etwa 10%.

4.4 Berechnung des Erdmagnetfelds aus der Elektronenablenkung

Die gemessene Stromstärke zum Ausgleichen des Erdmagnetfeldes beträgt $I = 0,08 \text{ A}$. Daraus ergibt sich nach Gleichung 17 eine Magnetfeldstärke von

$$B_{hor} = 5,10 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Mit dem gemessenen Inklinationswinkel $\phi = 72^\circ$ ergibt sich das totale Erdmagnetfeld zu

$$B_{tot} = \frac{B_{hor}}{\cos(\phi)} = 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

5 Diskussion

Die Messwerte der Verschiebungen in Abhängigkeit von der Ablenkspannung liegen näherungsweise auf der Anpassungsfunktion. Der Wert der Größe $\frac{pL}{2d}$ liegt außerhalb der Standardabweichung von a . Statistische Fehler werden primäre Fehlerquelle ausgeschlossen, da es keine merkbaren Ausreißer gibt. Die genaue Abmessung des Koordinatennetzes ist nicht möglich, weshalb Ungenauigkeiten bei den Werten der Verschiebung auftreten können. Zusätzlich kann die Verschiebung des Leuchtpunktes wegen seiner Ausdehnung nicht optimal bestimmt werden.

Die Frequenz der Sinusspannung kann näherungsweise bestimmt werden. Da jedoch nicht eindeutig festgelegt werden kann, wann ein stehendes Bild zu sehen ist, ist eine genaue Bestimmung nicht möglich. Außerdem schwankt die Frequenz, die der Frequenzzähler anzeigt stark, was ebenfalls zu Ungenauigkeiten führt.

Bei der Messung der Elektronenablenkung im Magnetfeld liegen die Messwerte ebenfalls näherungsweise auf der Anpassungsfunktion. Der erwartete lineare Zusammenhang ist

also gut zu erkennen. Dennoch ergibt sich letztendlich eine Abweichung von etwa 10% zum Literaturwert. Dieser liegt zudem nicht innerhalb der Standardabweichung. Auch hier werden statistische Fehler als Fehlerquelle ausgeschlossen. Der Grund wird viel mehr in systematischen Fehlern angenommen. Mit dem Deklinatorium-Inklinatorium konnte die Richtung des Erdmagnetfelds nicht einwandfrei bestimmt werden, da sich dieses als nicht sehr genau erwies. Kurze Zeit nach der optimalen Ausrichtung der Apparatur zeigte die Nadel wieder in eine leicht andere Richtung als sie es zuvor tat. Der zusätzliche Einfluss des Erdmagnetfelds würde nicht den ermittelten linearen Zusammenhang stören, die Messwerte insgesamt aber um einen gewissen Betrag verschieben. Diese Annahme trifft also tatsächlich auf das bestehende Fehlerbild zu. Dennoch kann auch die als idealisiert angenommene Flugbahn der Elektronen und die damit verbundene Rechnung eine Fehlerquelle sein. Vor allem durch die vorherige Ablenkung der Elektronen durch das elektrische Feld fliegen diese nicht zwingend senkrecht auf den Detektorschirm zu.

Die Messung des Erdmagnetfelds ist schwierig zu beurteilen, da kein entsprechender Vergleichswert ermittelt werden kann. Fakt ist jedoch, dass sich auch hier die Ungenauigkeit des Deklinatorium-Inklinatorium einwirkt und der festgestellte Wert somit auch ein gewisse Abweichung aufweisen wird.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitungen der Versuche 501/2, Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen und magnetischen Feld*. 2018.
- [2] Wolfgang Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 5/1, Quantenmechanik - Grundlagen*, S. 29.