

Versuch V602

# **Röntgenemission und -absorption**

Richard Leven  
richard.leven@udo.edu

Abgabe: 19.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Ziel</b>  | <b>3</b>  |
| <b>2 Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1 Erzeugung der Röntgenstrahlung und dessen Bremsspektrum . . . . .  | 3         |
| 2.2 Die Bragg'sche Bedingung . . . . .                                 | 3         |
| 2.3 Charakteristische Linien und Absorption . . . . .                  | 3         |
| <b>3 Durchführung</b>  | <b>5</b>  |
| 3.1 Überprüfung der Bragg Bedingung . . . . .                          | 5         |
| 3.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre . . . . .     | 5         |
| 3.3 Absorptionsspektren . . . . .                                      | 6         |
| <b>4 Auswertung</b>  | <b>6</b>  |
| 4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung . . . . .                          | 6         |
| 4.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre . . . . . | 7         |
| 4.3 Analyse der Absorptionsspektren . . . . .                          | 9         |
| <b>5 Diskussion</b>  | <b>11</b> |
| 5.1 Bragg-Bedingung . . . . .  | 11        |
| 5.2 Absorptionsspektren . . . . .                                      | 11        |
| <b>Literatur</b>   | <b>12</b> |

# 1 Ziel

Untersuchung des Emissionsspektrums einer Kupfer-Röntgenröhre und das Absorptionsspektrum von Br, Ga, Rb, Sr, Zn, Zr.

## 2 Theorie

### 2.1 Erzeugung der Röntgenstrahlung und dessen Bremsspektrum

Um Röntgenstrahlung zu erzeugen, wird in einer evakuierten Röhre eine Glühkatode erhitzt und die frei werdenden Elektronen beschleunigen hin zur Anode. Je nach dem aus welchem Material die Anode besteht, entsteht die für das Material typische Röntgenstrahlung mit einem kontinuierlichen Bremsspektrum. Die Bremsstrahlung entsteht, wenn ein Elektron in dem Coulombfeld eines Atoms abgebremst wird. Dabei kann das Elektron einen Teil oder seine gesamte Energie in Form von Photonen abgeben. Deswegen ist das Bremsspektrum ein kontinuierliches Spektrum. Die kleinste Wellenlänge wird dabei erreicht, wenn das Elektron seine gesamte Energie verliert.

Dies kann mit Gleichung 1 berechnet werden.  $U$  entspricht dabei der Beschleunigungsspannung und  $e_0$  der Ladung des Elektrons.

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U} \quad (1)$$

Hierbei wird das Anodenmaterial ionisiert, was dazu führt, dass die atomgebundenen Elektronen die Schale wechseln können.

### 2.2 Die Bragg'sche Bedingung

Um das Röntgenlicht zu analysieren, wird die Bragg'sche Reflexion verwendet. Hierbei werden die Photonen unter einem bestimmten Winkel  $\alpha$  an einen Gitterkristall gesendet, sodass konstruktive Interferenz entsteht. Zusammen mit der Gitterkonstante  $d$  und der Beugungsordnung  $n$ , lässt sich damit die Wellenlänge nachweisen. Die Formel der Bragg'schen Bedingung lautet:

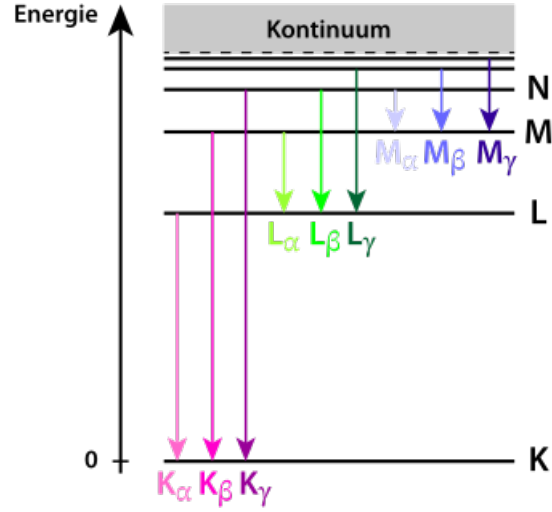
$$2d \sin \alpha = n \cdot \lambda \quad (2)$$

### 2.3 Charakteristische Linien und Absorption

Die charakteristischen Röntgenlinien entstehen, wenn die atomgebundenen Elektronen die Schale wechseln.

Dabei hängen die entstehenden Wellenlängen vom Anodenmaterial ab.

In Abbildung 1 sind die einzelnen Übergänge in den Schalen aufgetragen. Dabei entspricht der K-Strich der Schale  $n = 1$  und der N-Strich  $n = 4$ . Beim Übergang eines Elektrons von einer höheren Schale zu einer niedrigeren, gibt es Energie ab. Diese setzt



**Abbildung 1:** Veranschaulichung der Übergänge in der Elektronenhülle[1].

sich aus der *Rydbergenergie*  $R_\infty$ , einer effektiven Größe  $z_{eff} = z - \sigma$  und den Schalen des Atoms zusammen:

$$E_{m,n} = R_\infty z_{eff,m,n}^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (3)$$

$\sigma$  ist die Abschirmkonstante, die für jedes Elektron unterschiedlich ist.

Ein Elektron auf der  $n$ -ten Schale besitzt eine Bindungsenergie  $E_n$ :

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

Wenn die Kernladungszahl  $z$  zu groß ist, treten relativistische Effekte im Atom auf. Das berücksichtigt die *Sommerfeldsche Feinstrukturformel* in Gleichung 5.

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{eff,1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

Hierbei ist  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und  $j$  der Gesamtdrehimpuls des Elektrons.

Wird nur das Elektron aus der K-Kante betrachtet, also  $n = 1$ , dann lässt sich  $\sigma_K$  bestimmen aus:

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (6)$$

Die Formeln für eine Abschätzung von  $\sigma_{1,2,3}$  lauten:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= Z - \sqrt{\frac{E_{abs}}{R_\infty}} \\ \sigma_2 &= Z - \sqrt{4(Z - \sigma_1)^2 - 4 \cdot \frac{E_{K_\alpha}}{R_\infty}} \\ \sigma_3 &= Z - \sqrt{9(Z - \sigma_1)^2 - 9 \cdot \frac{E_{K_\beta}}{R_\infty}}\end{aligned}\tag{7}$$

Um das Auflösungsvermögen von charakteristischen Linien zu ermitteln benötigt man die Halbwertsbreite.

Die Halbwertsbreite gibt an, wie breit der Peak bei der Hälfte des Maximalwerts ist. Aus der Energiedifferenz der beiden Werte, die die Breite markieren, kann das Auflösungsvermögen errechnet werden:

$$A = \frac{E_K}{\Delta E_{FWHM}}\tag{8}$$

Wenn die Röntgenstrahlung absorbiert wird, so nimmt der *Absorptionskoeffizient* mit zunehmender Energie der Strahlung ab. Übersteigt die Energie jedoch die Bindungsenergie des Elektrons aus der nächsten inneren Schale, steigt der Absorptionskoeffizient rasch an. Die Lage der Absorptionskanten lässt sich durch Gleichung 9 berechnen.

$$h \nu_{abs} = E_n - E_\infty\tag{9}$$

## 3 Durchführung

### 3.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Für die Überprüfung der Bragg Bedingung braucht es eine Kupfer-Röntgenröhre, einen LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr. Der LiF-Kristall wird auf einen Winkel von  $14^\circ$  gestellt, bei dem der Peak der Röntgenstrahlung liegt. Das Zählrohr wird aber in einem Winkelbereich von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  mit dem Winkelzuwachs von  $0,1^\circ$  aufgebaut. In einem Integrationszeitraum von  $\Delta t = 5$  s pro Winkel, werden die Impulse aufgenommen. Aus den gemessenen Werten soll der Winkel mit dem Maximum ermittelt werden und mit dem theoretischen Wert abgeglichen werden.

### 3.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre

Das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre wird in  $0,1^\circ$  Schritten mit der Integrationszeit  $\Delta t = 10$  s aufgenommen. Es wird von  $8^\circ$  bis  $25^\circ$  gemessen. Es soll der Bremsberg dargestellt werden, sowie die charakteristischen Linien beschriftet werden.

Aus den Daten soll die Halbwertsbreite der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  berechnet werden und mit den Energien der beiden Linien sollen die Abschirmkonstanten  $\sigma_{1,2,3}$  bestimmt werden.

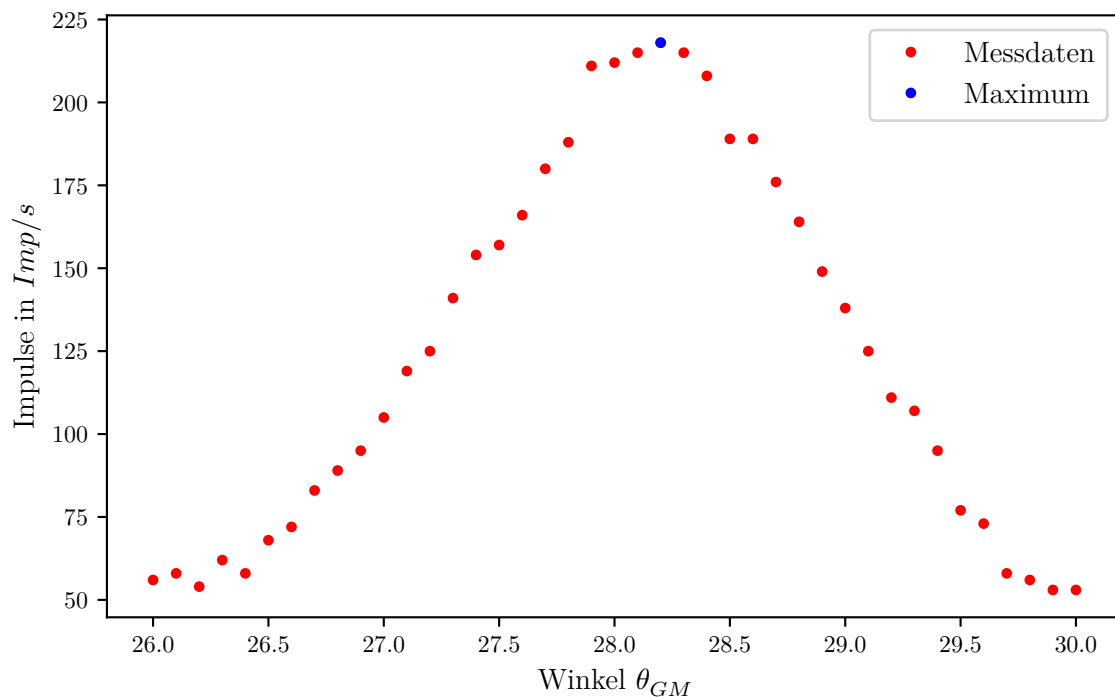
### 3.3 Absorptionsspektren

Zwischen der Röntgenröhre und dem LiF-Kristall werden Absorber aus 6 verschiedenen Materialien platziert. Hierbei beträgt die Integrationszeit  $\Delta t = 20$  s. Aus den Daten soll der Winkel der Absorptionskante ermittelt werden, um daraus die Absorptionsenergie der K-Kante zu ermitteln und damit die Abschirmkonstante jedes Materials.

## 4 Auswertung

### 4.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

In Abbildung 2 sind die Messdaten gegen den Zählrohrwinkel aufgetragen. Dabei liegt das Maximum bei ca.  $28,2^\circ$ .



**Abbildung 2:** Hier ist der Verlauf der Impulse im Geiger-Müller-Zählrohr gegen die Ausrichtung dessen aufgetragen. Das Maximum liegt bei  $28,2^\circ$ .

Mithilfe von Gleichung 2 und dem bekannten Glanzwinkel bei  $14^\circ$ , lässt sich der theoretische Winkel des nächsten Maximums berechnen. Dafür wird die Beugungsordnung  $n = 2$  gesetzt.

Hieraus ergibt sich für die theoretische Lage des Maximums:

$$\begin{aligned}2d \sin(\theta_{max}) &= 2\lambda \\ \Leftrightarrow \lambda &= d \sin(\theta_{max})\end{aligned}$$

Für  $n = 1$  bei  $14^\circ$  ist die Formel:

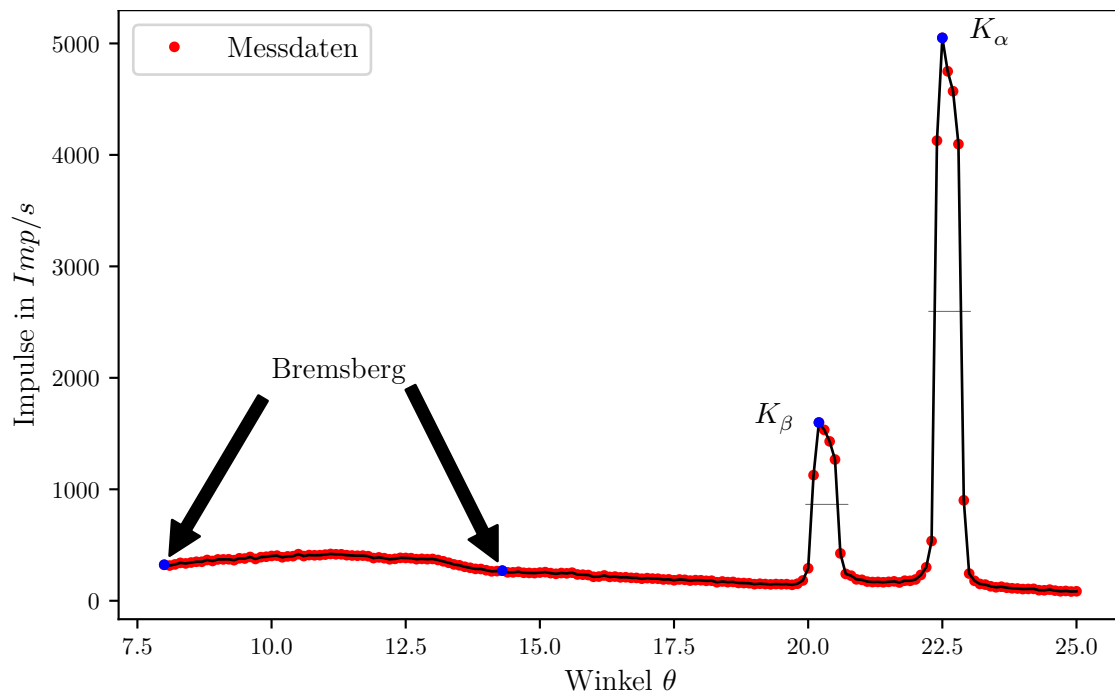
$$\lambda = 2d \sin(14^\circ)$$

Daher ergibt sich :

$$\begin{aligned}\theta_{max} &= \arcsin(2 \cdot \sin(14^\circ)) \\ \Leftrightarrow \theta_{max} &= 28,94^\circ\end{aligned}$$

Der theoretische Wert für die Lage des Maximums ist somit bei  $\theta = 28,94^\circ$ .

## 4.2 Analyse eines Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre



**Abbildung 3:** Die Messwerte des Emissionsspektrums von Kupfer mit dargestelltem Bremsberg und den charakteristischen Linien.

Die minimale Wellenlänge des Bremsberges kann nicht aus dem Graph entnommen werden, da der Bremsberg nicht vollständig dargestellt ist.

Die Halbwertsbreiten sind in Abbildung 3 dargestellt.

Die Halbwertsbreite von  $K_\beta$  liegt bei ca  $\theta_1 = 20,05^\circ$ ,  $\theta_2 = 20,55^\circ$  und bei  $799.5 \frac{Imp}{s}$ .

Die Halbwertsbreite von  $K_\alpha$  liegt bei ca  $\theta_3 = 22,35^\circ$ ,  $\theta_4 = 22,85^\circ$  und bei  $2525 \frac{Imp}{s}$ .

$$\text{Für } K_\alpha = | \theta_3 - \theta_4 | = 0,5^\circ$$

$$\text{Für } K_\beta = | \theta_1 - \theta_2 | = 0,5^\circ$$

Die Literaturwerte für die Energien der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  Linien betragen[3]:

- $E_{K_\alpha} = 8,038 \text{ keV}$
- $E_{K_\beta} = 8,905 \text{ keV}$

Um das Auflösungsvermögen aus Gleichung 8 zu berechnen, müssen die Energien der Strahlung bei  $\theta_{1,2,3,4}$  bestimmt werden.

Aus Gleichung 2 werden aus den Winkeln die zugehörigen Wellenlängen, die mit  $E = h \cdot \nu$  in Energien umgewandelt werden können. Daraus ergeben sich zwei Halbwertsbreitenenergien:

$$\Delta E_{FWHM, \alpha} = | E_4 - E_3 | = | 7,927 \text{ keV} - 8,095 \text{ keV} | = 0,168 \text{ keV}$$

$$\Delta E_{FWHM, \beta} = | E_2 - E_1 | = | 8,769 \text{ keV} - 8,978 \text{ keV} | = 0,209 \text{ keV}$$

Hieraus ergeben sich die Auflösungsvermögen:

$$A_\alpha = \frac{E_{K_\alpha}}{\Delta E_{FWHM, \alpha}} = \frac{8,038 \text{ keV}}{0,168 \text{ keV}} = 47.845$$

$$A_\beta = \frac{E_{K_\beta}}{\Delta E_{FWHM, \beta}} = \frac{8,905 \text{ keV}}{0,209 \text{ keV}} = 42.608$$

Um die Abschirmkonstanten  $\sigma_{1,2,3}$  zu berechnen, wird die Absorptionsenergie der K-Linie gebraucht. Sie beträgt bei Kupfer ca.  $E_{abs} = 8,98 \text{ keV}$ [2].

Mit Gleichung 7 werden die Abschirmkonstanten berechnet:

$$\sigma_1 = 29 - 25.696 = 3.304$$

$$\sigma_2 = 29 - 16.644 = 12.356$$

$$\sigma_3 = 29 - 7.039 = 21.961$$



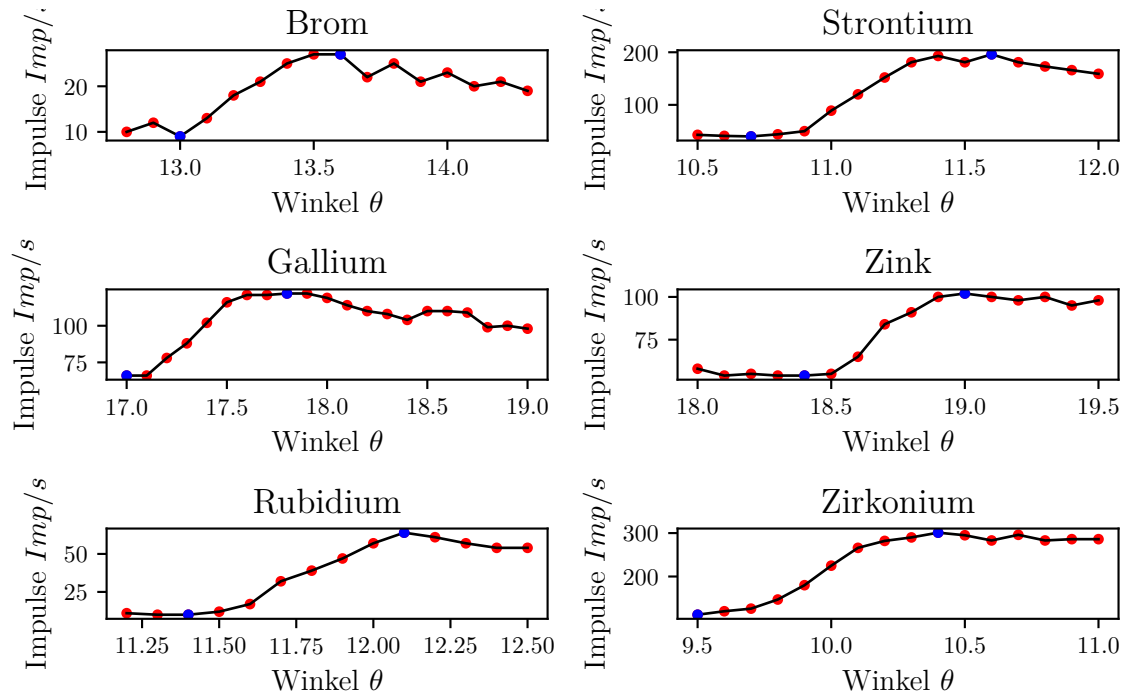
### 4.3 Analyse der Absorptionsspektren

Für die gegebenen Materialien sind folgende Literaturwerte ermittelt worden[2]:

**Tabelle 1:** Daten der sechs Materialien[2].

|    | $Z$ | $E_K^{Lit}[\text{keV}]$ | $\theta_K^{Lit}[^{\circ}]$ | $\sigma_K$ |
|----|-----|-------------------------|----------------------------|------------|
| Zn | 30  | 9.661                   | 18.58                      | 3.550      |
| Ge | 32  | 11.104                  | 16.09                      | 3.671      |
| Br | 35  | 13.471                  | 13.21                      | 3.847      |
| Rb | 37  | 15.203                  | 11.68                      | 3.941      |
| Sr | 38  | 16.107                  | 11.02                      | 3.991      |
| Zr | 40  | 17.996                  | 9.85                       | 4.095      |

In Abbildung 4 sind die Daten aller Materialien aufgetragen, sowie deren Intensitätsminimum und -maximum.



**Abbildung 4:** Die Messwerte für die sechs Materialien sind hier dargestellt. Die blauen Punkte sind das jeweilige Minimum oder Maximum.

Die Intensitätsmaxima und -minima und das sich daraus ergebende Intensitätsmittel

$$I_K = I_K^{min} + \frac{I_K^{max} - I_K^{min}}{2} \quad (10)$$

sind zusammen mit dessen zugehörigem Winkel und der sich nach Gleichung 2 daraus ergebenden Absorptionsenergie in Tabelle 2 aufgetragen.

**Tabelle 2:** Berechnete Intensitäten, Energien und Winkel der sechs Materialien.

|    | $Z$ | $I_K^{min}$ [Imp/s] | $I_K^{max}$ [Imp/s] | $I_K$ [Imp/s] | $\theta_K$ [°] | $E_{K,abs}$ [keV] | $\sigma_K$ |
|----|-----|---------------------|---------------------|---------------|----------------|-------------------|------------|
| Zn | 30  | 54                  | 102                 | 78            | 18.65          | 9.625             | 3.600      |
| Ge | 32  | 66                  | 122                 | 94            | 17.35          | 10.322            | 4.705      |
| Br | 35  | 9                   | 27                  | 18            | 13.2           | 13.48             | 3.836      |
| Rb | 37  | 10                  | 64                  | 37            | 11.75          | 15.115            | 4.039      |
| Sr | 38  | 40                  | 196                 | 118           | 11.09          | 16.002            | 4.105      |
| Zr | 40  | 112                 | 301                 | 206.5         | 9.96           | 17.796            | 4.301      |

## 5 Diskussion

### 5.1 Bragg-Bedingung

Die theoretische Lage des Maximums in Abbildung 2 liegt bei  $\theta_{theo} = 28,94^\circ$ . Der gemessene liegt bei  $\theta = 28,2^\circ$ .

Das entspricht einer relativen Abweichung von 2,56 %.

### 5.2 Absorptionsspektren

In Tabelle 3 sind die Literaturwerte der Absorptionsenergie, die Berechneten und die relative Abweichung dargestellt.

**Tabelle 3:** Tabelle mit den theoretischen Absorptionsenergien, sowie den Berechneten und dessen relative Abweichung.

|    | $E_{abs}^{Lit}$ [keV] | $E_{abs}$ [keV] | Abweichung [%] |
|----|-----------------------|-----------------|----------------|
| Zn | 9.661                 | 9.625           | 0.37           |
| Ge | 11.104                | 10.322          | 7.04           |
| Br | 13.471                | 13.48           | 0.07           |
| Rb | 15.203                | 15.115          | 0.58           |
| Sr | 16.107                | 16.002          | 0.65           |
| Zr | 17.996                | 17.796          | 1.11           |

**Tabelle 4:** Tabelle mit den theoretischen Abschirmkonstanten, sowie den Berechneten und dessen relative Abweichung.

|    | $\sigma_K^{Lit}$ | $\sigma_K$ | Abweichung [%] |
|----|------------------|------------|----------------|
| Zn | 3.550            | 3.600      | 1.39           |
| Ge | 3.671            | 4.705      | 21.98          |
| Br | 3.847            | 3.836      | 0.29           |
| Rb | 3.941            | 4.039      | 2.43           |
| Sr | 3.991            | 4.105      | 2.78           |
| Zr | 4.095            | 4.301      | 4.79           |

## Literatur

- [1] *Leifiphysik, Röntgenphysik*. Eingesehen am 16.05.2020. URL: <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/roentgen-strahlung/grundwissen/charakteristische-roentgen-strahlung>.
- [2] *NIST, X-ray Transition Energies Database*. Eingesehen am 17.05.2020. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>.
- [3] *Phywe, Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer*. Eingesehen am 03.05.2020. URL: [http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn\\_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf](http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf).