

V70

Vakuumphysik

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 31.10.2018

Abgabe: 06.11.2018

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Zielsetzung | 3 |
| 2 Theorie | 3 |
| 2.1 Die Faraday-Rotation | 3 |
| 2.2 Bandstruktur in Festkörpern | 3 |
| 2.3 Dotierung von Halbleitern | 4 |
| 2.4 Die effektive Masse m^* | 4 |
| 3 Aufbau | 5 |
| 4 Durchführung | 6 |
| 5 Auswertung | 6 |
| 5.1 Vermessung des B-Feldes | 6 |
| 5.2 Untersuchung der Undotierten Probe | 7 |
| 5.3 Untersuchung der dotierten Probe | 9 |
| 6 Diskussion | 12 |
| Literatur | 13 |

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es die effektive Masse der Elektronen in unterschiedlich dotierten von einem Magnetfeld durchdrungenen Galliumarsenid-Proben anhand der eintretenden Faraday-Rotation zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Die Faraday-Rotation

Wird ein optisch inaktives Medium parallel von einem Magnetfeld durchdrungen und trifft ein linear polarisierter Lichtstrahl parallel zur Feldrichtung auf das Material, kommt es zu einer Drehung der Polarisationssebene, welche als Faraday-Rotation bezeichnet wird. Linear polarisiertes Licht kann als eine Kombination aus links- und rechtshändig zirkular polarisierten Komponenten beschrieben werden. Ist der Brechungsindex im Medium für diese Komponenten und damit ihre Phasengeschwindigkeit unterschiedlich dreht sich so die Polarisationssebene. Dieser Effekt wird auch zirkulare Doppelbrechung genannt.

Wird ein Medium von einem Magnetfeld durchflossen bilden Gitteratome und Valenzelektronen Dipole, sodass eine Polarisation \vec{P} entsteht:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

mit der Dielektrizitätskonstante ε_0 , der Suszeptibilität χ und dem elektrischen Feld \vec{E} . Handelt es sich um ein anisotropes Material, etwa einen dotierten Halbleiter, wird χ ein Tensor.

Nebendiagonalelemente entstehen nur bei eingeschaltetem Magnetfeld und beschreiben die optische Aktivität. In diesem Fall lässt sich der Drehwinkel der Polarisationssebene θ genähert darstellen als

$$\theta \approx \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}. \quad (1)$$

Dabei ist L die Länge der Probe, ω die Winkelgeschwindigkeit des Lichts, c die Lichtgeschwindigkeit im Medium mit Brechungsindex n und χ_{xy} ein Nebendiagonalelement des Suszeptibilitätstensors.

2.2 Bandstruktur in Festkörpern

Anhand der Bandstruktur lassen sich Festkörper in drei Kategorien einteilen. Bei Metallen überlappen Valenz- und Leitungsband, sodass dieses halb besetzt und eine hohe elektrische Leitfähigkeit gegeben ist.

In Halbleitern befindet sich zwischen den Bändern eine Energielücke der Ordnung $\mathcal{O}(\text{eV})$. Diese kann durch Energiezufuhr überwunden und das Material leitend werden.

Im Fall von Isolatoren hingegen ist die Bandlücke so groß, dass sie kaum überwunden werden kann, sodass auch keine Leitungselektronen entstehen.

2.3 Dotierung von Halbleitern

Durch Einbringen von Fremdatomen in einen Halbleiterkristall kann dessen Leitfähigkeit beeinflusst werden. Wird ein Donator, also ein Atom mit mehr Valenzelektronen als dem Halbleiter eingeführt, entsteht eine ortsfeste positive Ladung, während das überschüssige Elektronen das Leitungsband erreicht und zu einer frei im Kristall beweglichen negativen Ladung wird. Dieser Prozess wird als n-Dotierung bezeichnet. Beim Gegenteil, der p-Dotierung, wird ein niedrigerwertiges Fremdatom eingebracht, sodass eine ortsfeste negative Ladung und ein frei bewegliches positives Defektelektron entstehen. Durch die Dotierung verändert sich das Gitterpotential an den betroffenen Stellen, sodass dessen Isotropie verloren geht.

2.4 Die effektive Masse m^*

Aufgrund der Komplexität der Bandstruktur in Festkörpern können für einfache Berechnungen Näherungen betrachtet werden. Im Halbleiter lässt sich die Bandkante des Leitungsbandes näherungsweise über eine Taylorentwicklung der Energiedispersion

$$\epsilon(k) = \epsilon(0) + \sum_i \sum_j \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i \partial k_j} k_i^2 + \mathcal{O}(k^3)$$

darstellen. Der Vergleich mit

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

liefert für die effektive Masse somit

$$m_i^* = \frac{\hbar}{\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_i^2}} \quad (2)$$

Bei symmetrischen Kristallen sind die beschriebenen Energieflächen kugelförmig und die Ladungsträger können als freie Teilchen mit Masse m^* interpretiert werden. Damit lässt sich der bereits beschriebene Drehwinkel θ berechnen als

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{(m^*)^2} \frac{NBL}{n} \lambda^2. \quad (3)$$

Dabei ist e_0 die Elementarladung, N die Anzahl der Ladungsträger pro Volumen, B die magnetische Flussdichte und λ die Wellenlänge des Lichts. Diese Gleichung gilt nur für große Frequenzen und wenn die Ladungsträger als frei angenommen werden können, da sonst eine vom Gitter abhängige Resonanz bei $\omega = \omega_0$ auftritt. Es zeigt sich also die Abhängigkeit $\theta \propto \lambda^2$ wenn viele freie Ladungsträger vorhanden sind, also für hochdotierte Halbleiter. Ist der Halbleiter undotiert und hat somit ausschließlich gebundene Elektronen zeigt sich hingegen eine Proportionalität von

$$\theta \propto \frac{1}{\lambda^2}. \quad (4)$$

3 Aufbau

In Abbildung 1 ist der experimentelle Aufbau des Versuchs zu sehen. Der verwendete Halbleiter GaAs ist durchlässig für infrarotes Licht. Als Lichtquelle wird deshalb eine Halogenlampe verwendet. Nach der Bündelung des Lichtes über eine Sammellinse, wird es über ein sich drehendes Rad, den Lichtzerhacker, in Lichtpulse aufgeteilt. Der Polarisator teilt den Lichtstrahl durch unterschiedliche Brechungsindizes der Komponenten im Polarisatormedium in einen ordentlichen s- und einen außerordentlich p-polarisierten Teil. Der s-Anteil wird dabei total reflektiert, während der p-Anteil transmittiert wird. Das nun linear polarisierte Licht fällt auf eine Probe aus Galliumarsenid, welche sich im Feld eines Elektromagneten befindet. Über einen Interferenzfilter wird eine bestimmte Wellenlänge herausgefiltert und der Lichtstrahl trifft auf einen weiteren als Analysator dienenden Polarisator. Aus diesem treten zwei zueinander orthogonal polarisierte Strahlen aus, welche an zwei Photowiderstände Spannungen erzeugen. Diese werden in einen Differenzverstärker gegeben, der an ein Oszilloskop angeschlossen ist. Die Frequenz des Differenzverstärkers ist zur Rauschunterdrückung auf die des Lichtzerhackers abgestimmt und die ausgehende Spannung ist genau dann 0, wenn die beiden vermessenen identisch sind.

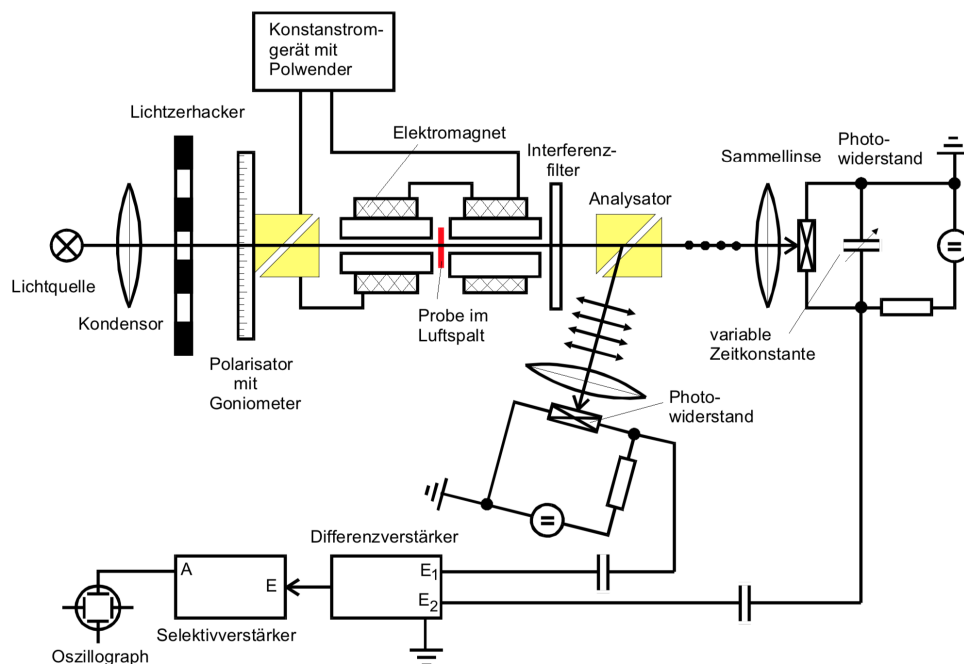


Abbildung 1: Schematischer Aufbau zur Untersuchung der Faraday-Rotation.[1]

4 Durchführung

Die magnetische Flussdichte B wird durch Einbringen einer Hallsonde in das Magnetfeld des Elektromagneten bestimmt. Eine Probe wird in das Magnetfeld eingebracht und ein Interferenzfilter installiert. Am Oszilloskop wird die Differenzspannung bei maximalem Magnetfeld über Drehung des Eingangspolarisators minimiert und der Winkel θ_1 notiert. Das Magnetfeld wird umgepolt und der Winkel θ_2 gesucht, der die Spannung minimiert. Der Drehwinkel θ lässt sich dann bestimmen zu

$$\theta = \frac{1}{2}|\theta_2 - \theta_1| \quad (5)$$

Dies wird für eine hochreine und zwei unterschiedlich dotierte Proben und neun verschiedene Interferenzfilter durchgeführt.

5 Auswertung

Die Graphen werden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [5] erstellt. Die Fehlerrechnung wird mithilfe von Uncertainties [4] durchgeführt. Die Werte der Konstanten werden SciPy [3] entnommen.

5.1 Vermessung des B-Feldes

Es wird das Magnetfeld innerhalb der Spule vermessen. Die Werte sind in Tabelle 1 eingetragen und in Abbildung 2 grafisch dargestellt. Es lässt sich das maximale Magnetfeld ablesen zu:

$$B_{\max} = 213 \text{ mT}.$$

Tabelle 1: Die Messwerte für die B-Feld Vermessung.

| z/mm | B/mT | z/mm | B/mT |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| -25 | 2 | 0 | 212 |
| -20 | 8 | 1 | 213 |
| -15 | 37 | 2 | 212 |
| -10 | 112 | 3 | 209 |
| -5 | 188 | 4 | 206 |
| -4 | 198 | 5 | 201 |
| -3 | 203 | 10 | 142 |
| -2 | 208 | 15 | 54 |
| -1 | 211 | 20 | 13 |
| 0 | 212 | 25 | 3 |

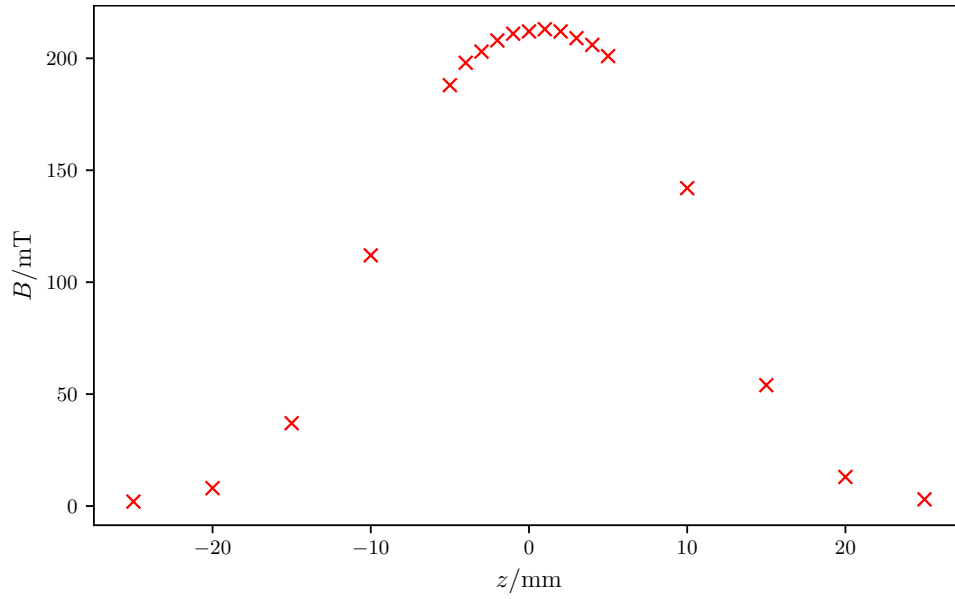


Abbildung 2: Das Magnetfeld in Abhängigkeit der z -Position.

5.2 Untersuchung der Undotierten Probe

Es wird die Wellenlängenabhängigkeit des Drehwinkels $\Delta\theta$ der undotierten Probe untersucht. Der Drehwinkel wird dabei nach Formel (5) bestimmt und auf die Dicke $d = 5,11 \text{ mm}$ normiert. Die Werte sind in Tabelle 2 eingetragen. In Abbildung 3 ist $\Delta\theta$ gegen die quadratische Wellenlänge λ^2 aufgetragen. Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form

$$\Delta\theta = a * \frac{1}{\lambda^2}$$

durchgeführt. Es ergibt sich für den Parameter a :

$$a = (45,3 \pm 1,5) \text{ pm.}$$

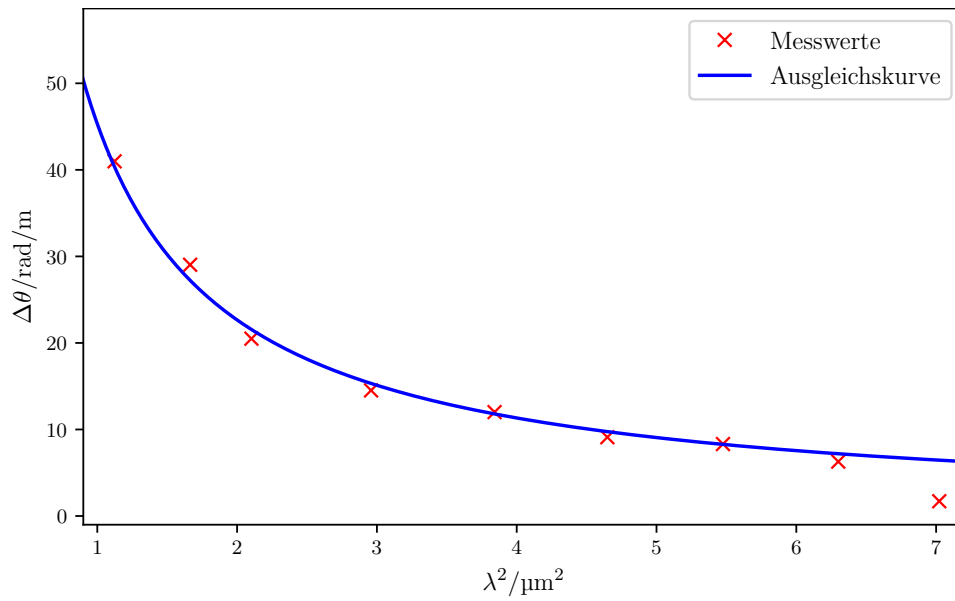


Abbildung 3: Die Winkeldifferenz $\Delta\theta$ in Abhängig der quadratischen Wellenlänge für die undotierte Probe.

Tabelle 2: Die Messwerte für die Messreihe mit der undotierten Probe.

| $\lambda/\mu\text{m}$ | $\theta_1/^\circ$ | $\theta_2/^\circ$ | $\Delta\theta_{\text{norm}}/\text{rad/m}$ |
|-----------------------|-------------------|-------------------|---|
| 1,06 | 218 | 194 | 41 |
| 1,29 | 214 | 197 | 29 |
| 1,45 | 212 | 200 | 20 |
| 1,72 | 210 | 202 | 15 |
| 1,96 | 209 | 202 | 12 |
| 2,16 | 208 | 203 | 9 |
| 2,34 | 208 | 203 | 8 |
| 2,51 | 208 | 204 | 6 |
| 2,65 | 208 | 207 | 2 |

5.3 Untersuchung der dotierten Probe

Es wird die Wellenlängenabhängigkeit des Drehwinkels $\Delta\theta$ der dotierten Proben untersucht. Die erste Probe besitzt eine Dotierung von $N = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ und eine Dicke $d = 1,36 \text{ mm}$. Die zweite Probe besitzt eine Dotierung von $N = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ und eine Dicke $d = 1,296 \text{ mm}$. Der Drehwinkel wird dabei nach Formel (5) bestimmt und auf die Dicke normiert. Die Werte sind in Tabelle 3 eingetragen. In den Abbildungen 4 und 5 sind die Drehwinkel $\Delta\theta$ jeweils gegen die quadratische Wellenlänge λ^2 aufgetragen.

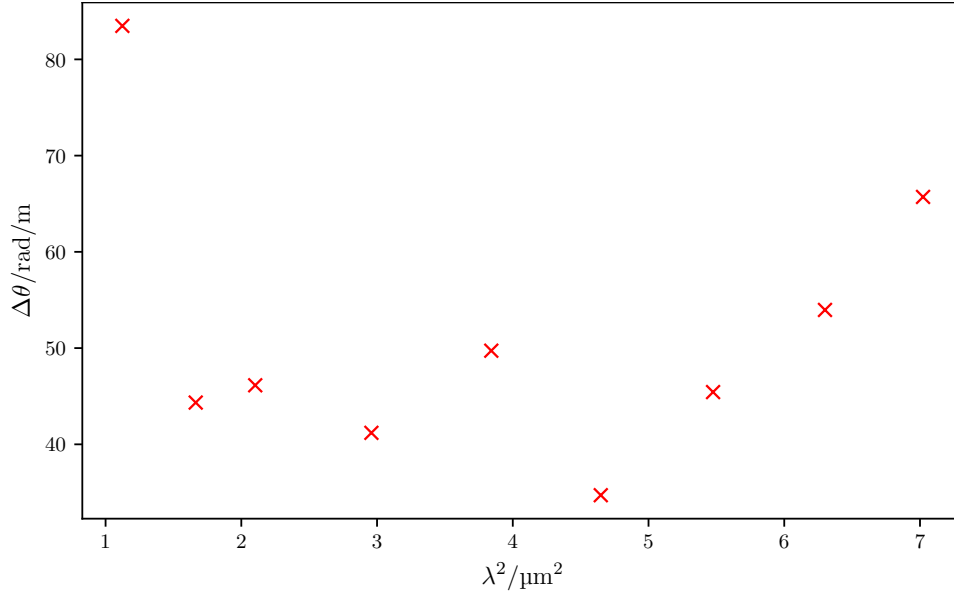


Abbildung 4: Die normierte Winkeldifferenz $\Delta\theta$ in Abhängig der quadratischen Wellenlänge für die dotierte Probe mit $N = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$.

Tabelle 3: Die Messwerte für die Messreihen mit den dotierten Proben ($N = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ links, $N = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ rechts).

| $\lambda/\mu\text{m}$ | $\theta_1/^\circ$ | $\theta_2/^\circ$ | $\Delta\theta_{\text{norm}}/\text{rad/m}$ | $\lambda/\mu\text{m}$ | $\theta_1/^\circ$ | $\theta_2/^\circ$ | $\Delta\theta_{\text{norm}}/\text{rad/m}$ |
|-----------------------|-------------------|-------------------|---|-----------------------|-------------------|-------------------|---|
| 1,06 | 209 | 196 | 83 | 1,06 | 211 | 201 | 67 |
| 1,29 | 206 | 200 | 44 | 1,29 | 210 | 202 | 52 |
| 1,45 | 207 | 200 | 46 | 1,45 | 211 | 202 | 61 |
| 1,72 | 207 | 200 | 41 | 1,72 | 211 | 202 | 65 |
| 1,96 | 209 | 201 | 50 | 1,96 | 211 | 201 | 65 |
| 2,16 | 210 | 204 | 35 | 2,16 | 212 | 201 | 68 |
| 2,34 | 210 | 203 | 45 | 2,34 | 211 | 199 | 80 |
| 2,51 | 211 | 203 | 54 | 2,51 | 211 | 198 | 85 |
| 2,65 | 211 | 201 | 66 | 2,65 | 212 | 198 | 95 |

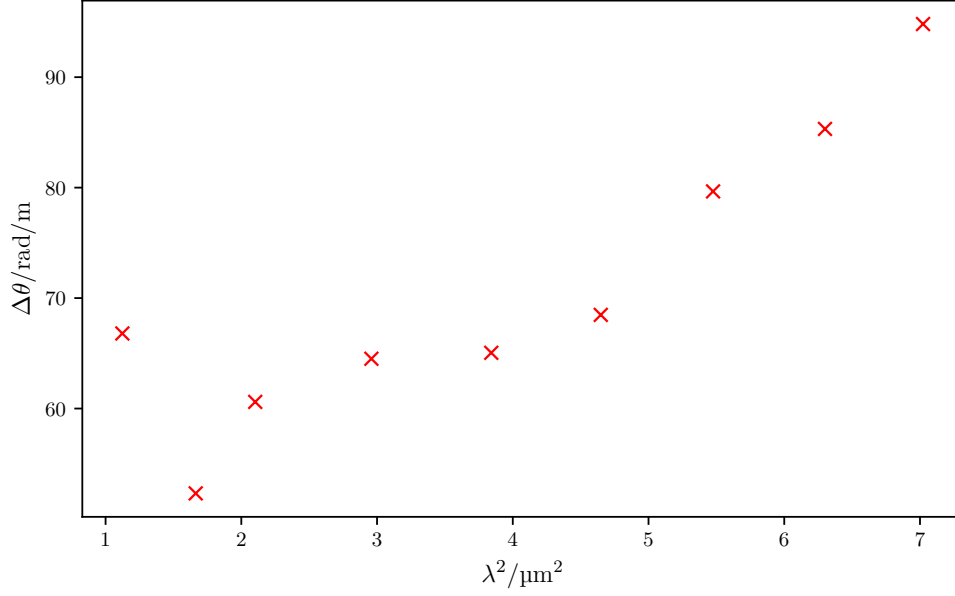


Abbildung 5: Die normierte Winkeldifferenz $\Delta\theta$ in Abhängigkeit von der quadratischen Wellenlänge für die dotierte Probe mit $N = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$.

Nun wird die Differenz der normierten Drehwinkel der dotierten mit der undotierten Probe gebildet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 eingetragen und in Abbildung 6 grafisch dargestellt. Für beide Proben werden Ausgleichsrechnungen der Form

$$\Delta\theta_{\text{dif}} = a\lambda^2 + b$$

durchgeführt. Es ergeben sich die Parameter:

$$\begin{aligned} a_1 &= (4,7 \pm 1,9) \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{m}^3} \\ a_2 &= (11,0 \pm 0,8) \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{m}^3} \\ b_1 &= (18 \pm 8) \frac{1}{\text{m}} \\ b_2 &= (12,1 \pm 3,3) \frac{1}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Aus der Steigung und dem Brechungsindex $n = 3,4$ [6] lässt sich die effektive Masse m^* nach Formel (2) bestimmen:

$$\begin{aligned} m_1^* &= (5,9 \pm 1,2) \cdot 10^{-32} \text{ kg} = (0,065 \pm 0,014) m_e \\ m_2^* &= (5,90 \pm 0,20) \cdot 10^{-32} \text{ kg} = (0,0648 \pm 0,0022) m_e. \end{aligned}$$

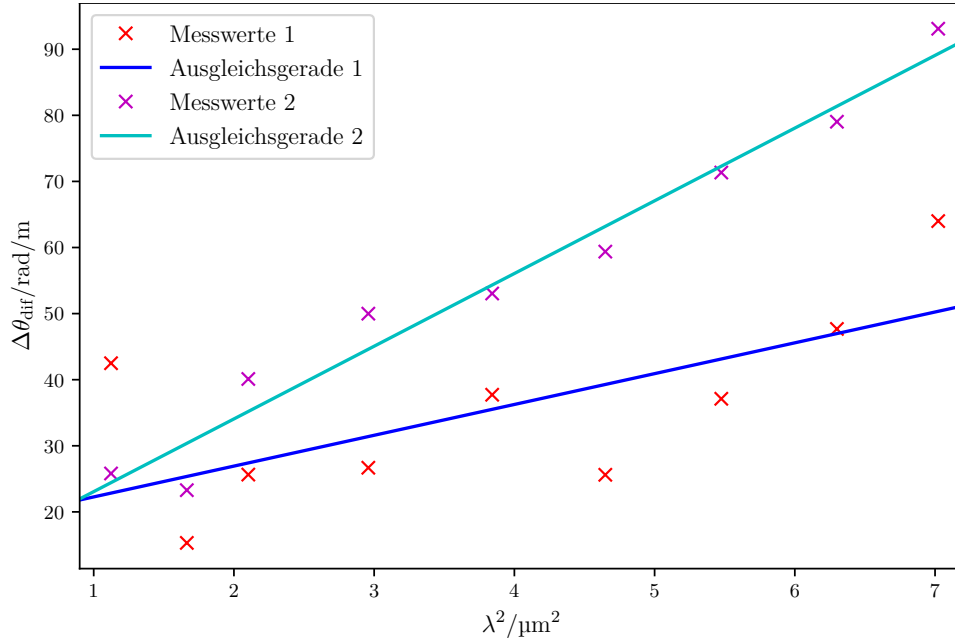


Abbildung 6: Die normierte Winkeldifferenz $\Delta\theta$ in Abhängig der quadratischen Wellenlänge für die mit $N = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ (1) und $N = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ (2) dotierten Proben abzüglich den Werten der undotierten Probe.

Tabelle 4: Die normierten Drehwinkel $\Delta\theta$ für die dotierten Proben $N = 1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ (dot1) und $N = 2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ (dot2), die undotierte Probe (rein), sowie die berechneten Differenzen (dif1 und dif2).

| $\lambda/\mu\text{m}$ | $\Delta\theta_{\text{dot1}}/\text{rad/m}$ | $\Delta\theta_{\text{dot2}}/\text{rad/m}$ | $\Delta\theta_{\text{rein}}/\text{rad/m}$ | $\Delta\theta_{\text{dif1}}/\text{rad/m}$ | $\Delta\theta_{\text{dif2}}/\text{rad/m}$ |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| 1,06 | 83 | 67 | 41 | 42 | 26 |
| 1,29 | 44 | 52 | 29 | 15 | 23 |
| 1,45 | 46 | 61 | 20 | 26 | 40 |
| 1,72 | 41 | 65 | 15 | 27 | 50 |
| 1,96 | 50 | 65 | 12 | 38 | 53 |
| 2,16 | 35 | 68 | 9 | 26 | 59 |
| 2,34 | 45 | 80 | 8 | 37 | 71 |
| 2,51 | 54 | 85 | 6 | 48 | 79 |
| 2,65 | 66 | 95 | 2 | 64 | 93 |

6 Diskussion

Bei der Untersuchung der undotierten Probe wurde wie theoretisch erwartet ein $\propto \frac{1}{\lambda^2}$ Verlauf beobachtet. Die Messwerte zeigen nur eine geringe Abweichung von der Kurve, welches durch den geringen Fehler auf den Parameter a bestätigt wird.

Bei der Untersuchung der dotierten Proben ist ebenfalls der theoretische Verlauf $\propto \lambda^2$ erkennbar. Allerdings zeigen die Ausgleichsgeraden beide einen (in etwa gleich großen) Achsenabschnitt, obwohl dieser verschwindend sein sollte. Dies könnte auf einen systematischen Fehler zurückzuführen sein, der durch eine im Verlauf des Experiments erhitzte Spule zustande kommt.

Die ermittelten Werte der effektiven Masse sind mit ihren Abweichungen zum Literaturwert in Tabelle 5 eingetragen. Die Abweichungen sind mit $-3,0\%$ und $-3,3\%$ gering. Dabei liefert die stärker dotierte Probe das Ergebnis mit der geringeren Unsicherheit und scheint damit geeigneter zur Bestimmung der effektiven Masse..

Tabelle 5: Die Ergebnisse der Messungen für die effektive Masse verglichen mit dem Literaturwert [6].

| Messung | $m_{\text{gemessen}}^*/m_e$ | m_{theorie}^*/m_e | Abweichung/% |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------|
| $N=1,2 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ | $0,065 \pm 0,014$ | $0,067$ | $-3,0$ |
| $N=2,8 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$ | $0,0648 \pm 0,0022$ | $0,067$ | $-3,3$ |

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch Nr. 46 - Faradayeffekt an Halbleitern*. 2020. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/mod/folder/view.php?id=438925>.
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 13.11.2017).
- [5] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [6] Peter Yu und Manuel Cardona. *Fundamentals of Semiconductors - Physics and Materials Properties*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. ISBN: 978-3-642-00710-1.