

**V311**

## **Hall-Effekt**

Mirjam Prayer

mirjam.prayer@tu-dortmund.de

Nikola Mang

nikola.mang@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.12.2020

Abgabe: 22.12.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| 1.1      | Zielsetzung . . . . .  | 3         |
| 1.2      | Berechnung der Leitfähigkeit eines Metalles . . . . .            | 3         |
| 1.3      | Der Hall-Effekt . . . . .  | 4         |
| 1.4      | Mittlere freie Weglänge und mittlere Geschwindigkeit . . . . .   | 5         |
| 1.5      | Beweglichkeit der Ladungsträger . . . . .                        | 6         |
| <b>2</b> | <b>Durchführung</b>  | <b>6</b>  |
| <b>3</b> | <b>Auswertung</b>  | <b>6</b>  |
| 3.1      | Messung des Widerstandes . . . . .                               | 6         |
| 3.2      | Messung des Magnetfeldes . . . . .                               | 7         |
| 3.3      | Berechnung der Hall-Spannung . . . . .                           | 8         |
| 3.4      | Berechnung der mikroskopischen Leitfähigkeitsparameter . . . . . | 10        |
| 3.4.1    | Ladungsträgerdichte . . . . .                                    | 10        |
| 3.4.2    | Anzahl Ladungsträger pro Atom . . . . .                          | 12        |
| 3.4.3    | Mittlere Driftgeschwindigkeit . . . . .                          | 12        |
| 3.4.4    | Mittlere Flugzeit . . . . .                                      | 12        |
| 3.4.5    | Beweglichkeit . . . . .  | 13        |
| 3.4.6    | Totalgeschwindigkeit . . . . .                                   | 13        |
| 3.4.7    | Mittlere freie Weglänge . . . . .                                | 13        |
| <b>4</b> | <b>Diskussion</b>  | <b>14</b> |
| <b>5</b> | <b>Anhang</b>  | <b>15</b> |
|          | <b>Literatur</b>   | <b>18</b> |

# 1 Theorie

## 1.1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuchs ist es, die Bewegung der Leitungselektronen eines metallischen Stoffes zu untersuchen. Diese sind die Elektronen auf dem höchsten Energieband, welches auch Leitfähigkeitsband oder Valenzband genannt wird.

## 1.2 Berechnung der Leitfähigkeit eines Metalles

Das Verhalten der Leitungselektronen kann durch das Verhalten von Atomen in einem idealen Gas angenähert werden. Wie die Atome eines idealen Gases führen auch die Leitungselektronen untergeordnete Bewegungen aus. Dabei stoßen sie immer wieder mit Strukturdefekten zusammen. Um die mittlere Flugzeit  $\bar{\tau}$  eines Leitungselektrons zu bestimmen, wird über die Zeitintervalle zwischen zwei Zusammenstößen gemittelt.

Die mittlere Driftgeschwindigkeit in Richtung eines elektrischen Feldes ergibt sich aus den getroffenen Annahmen zu

$$\vec{v}_d = \frac{1}{2} \Delta \vec{v} = -\frac{e_0}{2m_0} \vec{E} \bar{\tau} \quad (1)$$

Die Stromdichte beträgt dann

$$j = -n \bar{v}_d e_0 = \frac{e_0^2}{2m_0} n \bar{\tau} E \quad (2)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Leitungselektronen pro Volumeneinheit ist. Wird davon ausgegangen, dass die Leiterplatte homogen ist, so folgt für den Strom

$$I = \frac{e_0^2}{2m_0} n \bar{\tau} \frac{Q}{L} U \quad (3)$$

Diese Gleichung weist die Gestalt des Ohmschen Gesetzes  $I = \frac{U}{R}$  auf. Der Proportionalitätsfaktor  $\frac{1}{R}$  wird auch elektrische Leitfähigkeit  $S$  genannt. Nach Gleichung (3) werden der elektrische Widerstand und die elektrische Leitfähigkeit wie folgt berechnet:

$$S = \frac{e_0^2}{2m_0} n \bar{\tau} \frac{Q}{L} \quad (4)$$

$$R = \frac{2m_0}{e_0^2} \frac{1}{n \bar{\tau}} \frac{L}{Q} \quad (5)$$

Der Widerstand und somit auch die elektrische Leitfähigkeit eines Drahtes lassen sich einfach und präzise messen. Sind  $S$  und  $R$  bekannt, so können die spezifische Leitfähigkeit

$\omega$  und der spezifische Widerstand  $\rho$  eines Materials durch folgende Gleichungen bestimmt werden.

$$\omega = \frac{e_0^2}{m_0} n \bar{\tau} \quad (6)$$

$$\rho = \frac{2m_0}{e_0^2} \frac{1}{n \bar{\tau}} \quad (7)$$

Außerdem können aus dem Widerstand  $R$  nach der Gleichung (5) Rückschlüsse über die materialabhängigen mikroskopischen Größen gezogen werden. Da allerdings zwei unbekannte mikroskopische Größen auftreten ( $n$  und  $\bar{\tau}$ ) muss ein weiterer Zusammenhang hergestellt werden.

### 1.3 Der Hall-Effekt

Der Hall Effekt wird erzeugt, indem, wie in Abbildung 1 dargestellt, an eine homogene Leiterplatte eine elektrische Spannung angelegt wird, so dass die Ladungsträger von einem zum anderen Ende laufen. Zusätzlich wird ein Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung angelegt, wodurch die Leitungselektronen durch die Lorentzkraft  $F_L = e_0 \bar{v} B$  in negative  $y$ -Richtung abgelenkt werden.

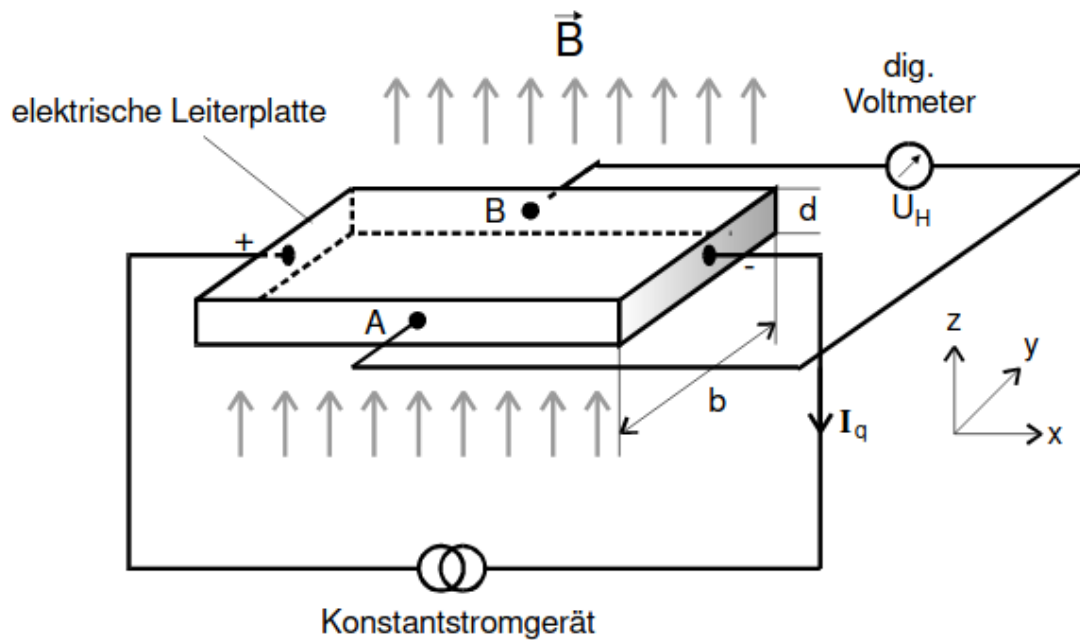


Abbildung 1: Aufbau einer Hallsonde

Es entsteht also ein zusätzliches elektrisches Feld durch die Ladungsansammlung bzw. den Ladungsentzug an den Punkten A und B. Dieses Feld wird so groß, dass es die

Lorentzkraft genau aufhebt. Es gilt also:

$$e_0 E_y = e_0 \bar{v}_d B \quad (8)$$

Werden nun die Punkte A und B aus Abbildung 1 mit einem Spannungsmessgerät verbunden, kann die sogenannte Hall-Spannung abgegriffen werden. Sie beträgt

$$U_H = E_y \cdot b = \bar{v}_d B \cdot b \quad (9)$$

mit Länge  $b$  der stromdurchflossenen Leiterplatte. Unter Verwendung von Gleichung (2) und (3) ergibt sich  $\bar{v}_d = \frac{-I_q}{b \cdot d \cdot e_0 \cdot n}$  wobei  $I_q$  den Querstrom darstellt, sodass

$$U_H = -\frac{1}{ne_0} \frac{B \cdot I_q}{d}. \quad (10)$$

So kann man den unbekannten Parameter  $n$  in Gleichung (5) eliminieren. Mit Hilfe der Hallsonde können also die Anzahl von Leitungselektronen pro Volumeneinheit  $n$ , die mittlere freie Weglänge  $\bar{\tau}$  und bei Kenntnis des fließenden Stroms auch die mittlere Driftgeschwindigkeit  $\bar{v}_d$  bestimmt werden.

#### 1.4 Mittlere freie Weglänge und mittlere Geschwindigkeit

Weiterhin soll die mittlere freie Weglänge  $\bar{l}$  bestimmt werden. Diese kann durch die Gleichung

$$\bar{l} = \bar{\tau} \cdot |v| \quad (11)$$

bestimmt werden, Dazu muss allerdings die mittlere Geschwindigkeit  $|v|$  der Teilchen bekannt sein. Diese lässt sich aus dem Äquipartitionstheorem

$$\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} kT \quad (12)$$

mit der Temperatur  $T$  und Boltzmannkonstante  $k$  herleiten. Aus dieser und der Beziehung

$$\bar{E}_{kin} = \frac{m_0}{2} |\bar{v}|^2$$

folgt

$$|\bar{v}| = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (13)$$

Aufgrund des Pauli-Prinzips können die Elektronen aber nicht jede beliebige Geschwindigkeit annehmen. Die Wahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Energien kann durch die Fermi-Dirac-Verteilung berechnet werden. Daher lautet die mittlere Geschwindigkeit

$$|\bar{v}| \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} \quad (14)$$

und somit eingesetzt in (11) die mittlere Weglänge

$$\bar{l} \approx \bar{\tau} \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}}. \quad (15)$$

Dabei stellt  $E_F$  die Fermi-Energie dar, die sich durch

$$E_F = \frac{h^2}{2m_0} \sqrt[3]{\left(\frac{3}{8\pi}n\right)^2} \quad (16)$$

berechnen lässt.

## 1.5 Beweglichkeit der Ladungsträger

Als Beweglichkeit wird die Proportionalitätskonstante

$$\mu = \frac{\bar{v}_d}{E} = -\frac{e_0 \bar{\tau}}{2m_0} \quad (17)$$

bezeichnet, wobei E in diesem Fall das Elektrische Feld darstellt.

## 2 Durchführung

Zunächst wird der Elektrische Widerstand, die Länge und der Querschnitt eines Kupferdrahtes bestimmt, um daraus den spezifischen Widerstand von Kupfer ableiten zu können. Vorbereitend wird außerdem das durch Elektromagneten erzeugte Magnetfeld unter Variierung des Stroms gemessen, um statistischen Messunsicherheiten vorzubeugen. Dann wird eine zweite, quaderförmige Probe als Hallsonde verwendet. Diese wird ebenfalls abgemessen. Damit sind die Vorbereitungen abgeschlossen und die eigentliche Messung beginnt. Der Versuchsaufbau wurde bereits in der Graphik 1 dargestellt. Durch Elektromagneten wird ein elektrisches Feld erzeugt, in dem die Folie eines Materials, (hier Kupfer) senkrecht zur Magnetfeldausrichtung liegt. Es wird die Spannung zwischen den Punkten A und B abgegriffen, die sog. Hallspannung. Es werden zwei Messreihen durchgeführt. Einmal wird erneut die Stromstärke der Elektromagneten variiert. Bei der zweiten Messreihe wird die Stromstärke durch die Hallsonde variiert.

## 3 Auswertung

### 3.1 Messung des Widerstandes

Zuerst wurde der Widerstand von Kupfer bestimmt. Dazu wurde eine Probe mit einem Kupferdraht der Länge  $l = 1.37\text{m}$  und der Dicke  $d = 0.00037\text{m}$  verwendet. Es wurde gemessen, dass der Widerstand  $R = 2.65\Omega$  beträgt.

### 3.2 Messung des Magnetfeldes

Als Nächstes wurde mithilfe einer kleinen Hall-Sonde das von den Spulen erzeugte Magnetfeld gemessen, dazu wurde der Strom, der in die Spulen geleitet wurde, stückweise erhöht, nach Umpolung der Stromzufuhr wurde die Messung wiederholt. Es ergaben sich die in Tabelle 1 dargestellten Messdaten.

**Tabelle 1:** Messung des Magnetfeldes.

| $I / \text{A}$ | Magnetfeld $B / \text{T}$ |           |
|----------------|---------------------------|-----------|
|                | ansteigend                | abfallend |
| 0              | 0,0043                    | 0,0034    |
| 0,5            | 0,1083                    | 0,0991    |
| 1              | 0,2175                    | 0,2032    |
| 1,5            | 0,3224                    | 0,3076    |
| 2              | 0,422                     | 0,4105    |
| 2,5            | 0,5202                    | 0,5143    |
| 3              | 0,6179                    | 0,616     |
| 3,5            | 0,7172                    | 0,7121    |
| 4              | 0,8396                    | 0,7936    |
| 4,5            | 0,9292                    | 0,8527    |
| 4,741          | 0,9624                    | 0,8732    |

Beide Verläufe wurden mithilfe linearer Regression in kontinuierliche Verläufe der Form  $y = a + b \cdot x$  überführt, durch Rechnung mit Scientific Python ergeben sich für das Magnetfeld vor der Umpolung

$$a = 0.204 \pm 0.002$$

$$b = 0.011 \pm 0.005$$

$$B_{\text{ansteigend}} = (0.204 \pm 0.002) + (0.011 \pm 0.005) \cdot I$$

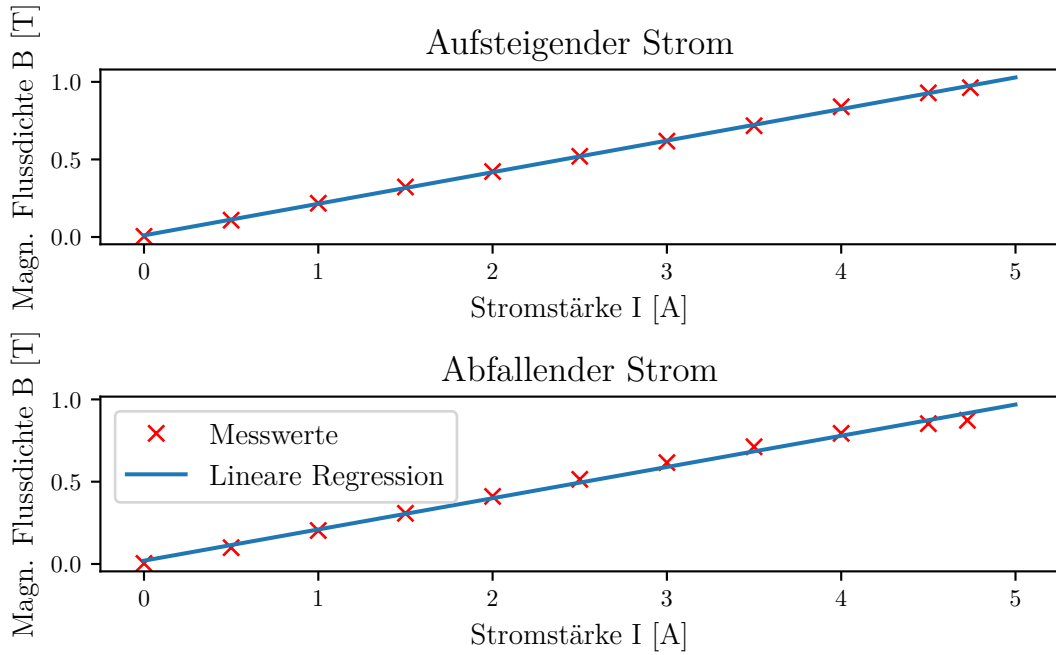
und für das Magnetfeld nach Umpolung

$$a = 0.19 \pm 0.005$$

$$b = 0.02 \pm 0.014$$

$$B_{\text{abfallend}} = (0.19 \pm 0.005) + (0.02 \pm 0.014) \cdot I$$

Die Abbildung 2 zeigt das jeweilige Magnetfeld aufgetragen gegen die Stromstärke.



**Abbildung 2:** Plots der Fit-Funktionen und Messwerte.

Um genauere Werte zum Weiterrechnen zu erzielen, wurde der Mittelwert aus beiden Geraden verwendet. Dann folgt eine Relation von Magnetfeld und Stromstärke nach

$$a = 0.197 \pm 0.002$$

$$b = 0.014 \pm 0.007$$

$$B_{\text{mittel}} = (0.197 \pm 0.002) \pm (0.014 \pm 0.007) \cdot I$$

### 3.3 Berechnung der Hall-Spannung

Mithilfe einer Kupferprobe, durch die ein Strom geleitet wurde, wurde die Hall-Spannung sowohl bei konstant gehaltenem Spulenstrom als auch bei konstant gehaltenem Probenstrom. Ab hier wird ein Subskript Pk dafür stehen, dass es sich um den Wert für die Messreihe mit konstantem Probenstrom handelt, während ein Subskript Sk für einen konstanten Spulenstrom steht.

In Tabelle 3 sind die Werte für konstanten Spulenstrom dargestellt, während Tabelle 2 die Messdaten für einen konstanten Probenstrom zeigt.

Da die gemessene Spannung nicht der Hall-Spannung entspricht, sondern noch ein Störpotential beinhaltet, wird nach

$$U_H = \frac{1}{2} (U_{\text{aufsteigend}} - U_{\text{abfallend}}) \quad (18)$$

die Hall-Spannung berechnet. So ergeben sich die in Tabelle 4 dargestellten Werte.



**Tabelle 2:** Messung der Spannung bei konstantem Probenstrom.

| $I / \text{A}$ | Spannung $U_{\text{Pk}} / \text{mV}$ |           |
|----------------|--------------------------------------|-----------|
|                | ansteigend                           | abfallend |
| 0              | 0,002                                | 0,003     |
| 0,5            | 0,002                                | 0,003     |
| 1              | 0,003                                | 0,002     |
| 1,5            | 0,004                                | 0,002     |
| 2              | 0,004                                | 0,002     |
| 2,5            | 0,005                                | 0,001     |
| 3              | 0,006                                | 0,001     |
| 3,5            | 0,006                                | 0,001     |
| 4              | 0,006                                | 0         |
| 4,5            | 0,007                                | 0         |
| 5              | 0,007                                | 0         |

**Tabelle 3:** Messung der Spannung bei konstantem Spulenstrom.

| $I / \text{A}$ | Spannung $U_{\text{Sk}} / \text{mV}$ |           |
|----------------|--------------------------------------|-----------|
|                | ansteigend                           | abfallend |
| 0              | 0,003                                | 0,004     |
| 0,5            | 0,003                                | 0,003     |
| 1              | 0,003                                | 0,002     |
| 1,5            | 0,004                                | 0,002     |
| 2              | 0,004                                | 0,002     |
| 2,5            | 0,004                                | 0,002     |
| 3              | 0,005                                | 0,002     |
| 3,5            | 0,005                                | 0,001     |
| 4              | 0,005                                | 0,001     |
| 4,5            | 0,005                                | 0         |
| 4,741          | 0,006                                | 0         |

**Tabelle 4:** Nach (18) berechnete Hall-Spannung.

| $I / \text{A}$ | Hall-Spannung $U_H / \text{V}$ |                       |
|----------------|--------------------------------|-----------------------|
|                | konstater Spulenstrom          | konstater Probenstrom |
| 0              | −5                             | −5                    |
| 0,5            | 0,1                            | −5                    |
| 1              | 5                              | 5                     |
| 1,5            | 0,1                            | 0,1                   |
| 2              | 0,1                            | 0,1                   |
| 2,5            | 0,1                            | 0,2                   |
| 3              | 0,15                           | 0,25                  |
| 3,5            | 0,2                            | 0,25                  |
| 4              | 0,2                            | 0,3                   |
| 4,5            | 0,25                           | 0,35                  |
| 5              | 0,3                            | 0,35                  |

### 3.4 Berechnung der mikroskopischen Leitfähigkeitsparameter

Mit diesen Werten lassen sich die mikroskopischen Leitfähigkeitsparameter bestimmen, die das Verhalten eines Metalles charakterisieren.

#### 3.4.1 Ladungsträgerdichte

In der Theorie wurde Formel (10) für die Hall-Spannung hergeleitet. Diese lässt sich mit Leichtigkeit nach  $n$  umstellen, sodass sich ergibt

$$n = \frac{-1}{U_H e_0} \frac{B I_{\text{quer}}}{d}$$

Dabei ist  $e_0 = -1.601 \cdot 10^{19} \text{C}$  die Elementarladung (Quelle [4]),  $d = 0.032 \text{mm}$  die Dicke der Kupferprobe und  $I_{\text{quer}}$  der Probenstrom. Es folgen also auch wieder zwei Werte für  $n$ , einer für konstanten Probenstrom und einer für konstanten Spulenstrom. Der jeweils konstante Strom wurde dabei auf 2A gehalten.

Nach Einsetzen der Werte folgen die Daten in Tabellen 5 und 6.

Aus den jeweiligen Datenreihen wurden die Mittelwerte bestimmt, sie ergaben sich zu

$$n_{\text{Sk}} = (1.271 \pm 0.022) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3}$$
$$n_{\text{Pk}} = (0.899 \pm 0.19) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3}$$

Der Fehler wurde dabei aus mit den Fehlern der linearen Regression nach der Gauss'schen Fehlerrechnung

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=0}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma_{x_i}} \quad (19)$$

**Tabelle 5:** Ladungsträgerdichte bei konstantem Spulenstrom.

| $n_{\text{Sk}} \cdot 10^{29} / 1/\text{m}^3$ |         |
|--|---------|
| $-0,119 \pm$                                 | $0,056$ |
| $0,443 \pm$                                  | $0,027$ |
| $1,655 \pm$                                  | $0,058$ |
| $1,211 \pm$                                  | $0,031$ |
| $1,594 \pm$                                  | $0,038$ |
| $1,979 \pm$                                  | $0,037$ |
| $1,574 \pm$                                  | $0,027$ |
| $1,372 \pm$                                  | $0,022$ |
| $1,564 \pm$                                  | $0,024$ |
| $1,406 \pm$                                  | $0,021$ |
| $1,298 \pm$                                  | $0,019$ |

**Tabelle 6:** Ladungsträgerdichte bei konstantem Probenstrom.

| $n_{\text{Pk}} \cdot 10^{29} / 1/\text{m}^3$ |         |
|--|---------|
| $0,000 \pm$                                  | $0,038$ |
| $-0,797 \pm$                                 | $0,017$ |
| $1,594 \pm$                                  | $0,038$ |
| $1,195 \pm$                                  | $0,024$ |
| $1,594 \pm$                                  | $0,038$ |
| $0,969 \pm$                                  | $0,021$ |
| $0,956 \pm$                                  | $0,019$ |
| $1,117 \pm$                                  | $0,024$ |
| $1,062 \pm$                                  | $0,023$ |
| $1,024 \pm$                                  | $0,022$ |
| $1,138 \pm$                                  | $0,041$ |

mithilfe von Numeric Python berechnet.

### 3.4.2 Anzahl Ladungsträger pro Atom

Um die Anzahl der Ladungsträger pro Atom herauszufinden, muss die Ladungsträgerdichte durch die Atomdichte von Kupfer geteilt werden.

Diese ergibt sich aus  $a = \frac{N}{V}$ , wobei N die Gesamtzahl der Atome in Kupfer sind und V das Volumen. Allerdings ist auch

$$\rho = \frac{Nm_{\text{Cu}}}{V}$$

Daraus folgt

$$a = \frac{\rho}{m_{\text{Cu}}}$$

Dabei bezeichnet  $m_{\text{Cu}}$  die Masse eines Kupferatoms  $m_{\text{Cu}} = 63.4\text{u}$  (Quelle [1]), mit  $u = 1.661 \cdot 10^{-27}\text{kg}$  ([1]). So ist

$$z = \frac{n}{a} = \frac{nm_{\text{Cu}}}{\rho} \quad (20)$$

Nach Einsetzen der jeweiligen Werte folgen

$$z_{\text{Sk}} = 1.501 \pm 0.026$$

$$z_{\text{Pk}} = 1.061 \pm 0.023$$

Die Fehler wurden wieder automatisch durch Python mithilfe der Gauss'schen Fehlerrechnung (19) errechnet.

### 3.4.3 Mittlere Driftgeschwindigkeit

Die mittlere Driftgeschwindigkeit wurde mithilfe der in der Theorie hergeleiteten Formel (2) für die Stromdichte  $j$  berechnet. Nach Umstellen nach  $v_d$  ergibt sich

$$\bar{v}_d = -\frac{n \cdot e_0}{j}$$

Durch Berechnen mit den Werten von  $n$  und der Vorgabe  $j = 1\text{A/mm}^2$  ([2]) folgt:

$$\bar{v}_{d,\text{Sk}} = (4.91 \pm 0.09) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{v}_{d,\text{Pk}} = (6.95 \pm 0.15) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.4.4 Mittlere Flugzeit

Für den Widerstand wurde in der Theorie die Formel (5) hergeleitet. Da der Widerstand von Kupfer im Rahmen des Versuchs gemessen wurde, lässt sich diese Formel nach der mittleren Flugzeit  $\bar{\tau}$  umstellen.

$$\bar{\tau} = \frac{2m_0L}{Re_0^2nQ}$$

Dabei bezeichnet  $Q$  den Querschnitt des Drahtes, mit dessen Hilfe der Widerstand gemessen wurde und  $m_0 = 9.108 \cdot 10^{-31} \text{kg}$  ist die Ruhemasse eines Elektrons (Quelle [5]). Er ist mit der Formel

$$Q = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 \quad (21)$$

zu Berechnen. So folgt für  $\tau$

$$\begin{aligned} \tau_{\text{Sk}} &= (3.59 \pm 0.06) \cdot 10^{-13} \text{s} \\ \tau_{\text{Pk}} &= (5.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-13} \text{s} \end{aligned}$$

### 3.4.5 Beweglichkeit

Wie in der Theorie beschrieben ist die Beweglichkeit die Proportionalitätskonstante zwischen der mittleren Driftgeschwindigkeit und der äußeren Feldstärke. Für sie gilt ((17))

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{e_0}{m_0} \cdot \bar{\tau} \\ \Rightarrow \mu_{\text{Sk}} &= 0.0316 \pm 0.0006 \frac{\text{m}^2 \text{s}}{\text{V}} \\ \mu_{\text{Pk}} &= 0.0446 \pm 0.0009 \frac{\text{m}^2 \text{s}}{\text{V}} \end{aligned}$$

### 3.4.6 Totalgeschwindigkeit

Die Totalgeschwindigkeit wurde mit der Gleichung (14) berechnet. Dafür musste zunächst die Fermi-Energie  $E_f$  berechnet werden. Für sie gilt (nach (16))

$$E_f = \frac{h^2}{2m_0} \left( \left( \frac{3}{8\pi} \right)^2 \right)$$

Mit dem Plankschen Wirkungsquantum  $h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{J s}$  (Quelle [6]). Es sind also  $\bar{v} = (1.801 \pm 0.11) \cdot 10^6 \text{m/s}$  und  $\bar{v} = (1.604 \pm 0.12) \cdot 10^6 \text{m/s}$ .

### 3.4.7 Mittlere freie Weglänge

Die mittlere freie Weglänge ist die Strecke, die in der mittleren Flugzeit zurückgelegt wird. Es ist also anschaulich, dass (auch in der Theorie hergeleitet (11))

$$\bar{l} = \bar{\tau} \bar{v}$$

Nach Einsetzen der Werte folgt so  $l_{\text{Sk}}^- = (6.47 \pm 0.08) \cdot 10^{-7} \text{m}$  und  $l_{\text{Pk}}^- = (8.15 \pm 0.12) \cdot 10^{-7} \text{m}$ .

## 4 Diskussion

Die Messwerte, die im Laufe des Versuches aufgenommen und ausgerechnet wurden, lauten

$$\begin{aligned}
 R &= 2.65\Omega \\
 \rho &= 1.56 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m} \\
 n_{\text{Sk}} &= (1.271 \pm 0.022) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3} \\
 n_{\text{Pk}} &= (0.899 \pm 0.19) \cdot 10^{29} \frac{1}{\text{m}^3} \\
 z_{\text{Sk}} &= 1.501 \pm 0.026 \\
 z_{\text{Pk}} &= 1.061 \pm 0.023 \\
 v_{\text{d, Sk}} &= (4.91 \pm 0.09) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 v_{\text{d, Pk}} &= (6.95 \pm 0.15) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \bar{\tau}_{Sk} &= (3.59 \pm 0.06) \cdot 10^{-14}\text{s} \\
 \bar{\tau}_{Pk} &= (5.08 \pm 0.11) \cdot 10^{-14}\text{s} \\
 \mu_{Sk} &= (3.16 \pm 0.06) \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^2\text{s}}{\text{V}} \\
 \mu_{Pk} &= (4.47 \pm 0.09) \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^2\text{s}}{\text{V}} \\
 \bar{v}_{Sk} &= (1.801 \pm 0.011) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \bar{v}_{Pk} &= (1.604 \pm 0.011) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \bar{l}_{Sk} &= (6.47 \pm 0.08) \cdot 10^{-8}\text{m} \\
 \bar{l}_{Pk} &= (8.15 \pm 0.12) \cdot 10^{-8}\text{m}
 \end{aligned}$$

Tabelle 7 zeigt die Theoriewerte und die prozentualen Abweichungen der jeweiligen Messreihen. Dabei stammen die Werte für die Ladungsträgersichte und die Beweglichkeit aus Quelle [1], die für die Totalgeschwindigkeit, die mittlere Flugzeit und die mittlere freie Weglänge aus [7].

**Tabelle 7:** Theoriewerte und prozentuale Abweichungen.

| Messwert                       | Theoriewert                                | Abweichungen in Prozent |                    |
|--------------------------------|--|-------------------------|--------------------|
|                                |  | Spulenstrom konst.      | Probenstrom konst. |
| Ladungsträgersichte $n$        | $1 \cdot 10^{29} \text{1/m}^3$             | 2.7                     | 1.0                |
| $\bar{\tau}$                   | $2.51 \cdot 10^{-14} \text{s}$             | 4.3                     | 10.2               |
| Beweglichkeit $\mu$            | $4.36 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \text{s/V}$ | 2.7                     | 0.2                |
| Totalgeschwindigkeit $\bar{v}$ | $1.6 \cdot 10^6 \text{m/s}$                | 1.2                     | 0.3                |
| mittlere freie Weglänge        | $4.02 \cdot 10^{-8} \text{m}$              | 6.1                     | 10.2               |

Der Theoriewert für den spezifischen Widerstand beträgt nach [3]  $\rho_{\text{Theorie}} = 1.75 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$ , also folgt eine prozentuale Abweichung von 10 Prozent.

Die Abweichungen sind im Allgemeinen gering, dennoch lässt sich eine Diskrepanz feststellen. Eine mögliche Ursache für Messunsicherheiten ist, dass die Messung des Stroms sehr ungenau war, da die Ströme sehr klein waren und schon im Millivolt-Bereich nur die dritte Nachkommastelle gemessen wurde. Diese Ungenauigkeit zieht sich natürlich durch die komplette Rechnung durch.

Zudem hat es der Generator nicht immer geschafft, auf 5A hochzuregeln und so sind die Werte, mit denen für 5 Ampere gerechnet wurde, nicht immer einwandfrei vergleichbar. Da digitale Messgeräte zur Messung der Spannung und des Magnetfeldes verwendet wurden, ist zu erwarten, dass der menschliche Fehler bei diesen Werten eine geringere Rolle spielt.

Da bei der Herleitung der Formeln einige Näherungen gemacht wurden, sind ebenfalls geringe Abweichungen zu Erwarten. Zwischen den jeweiligen Messreihen ist kein deutlicher Unterschied festzustellen.

## 5 Anhang

**Abbildung 3:** Messwerte für den Widerstand, das Magnetfeld und Hall-Spannung bei konstantem Probenstrom.

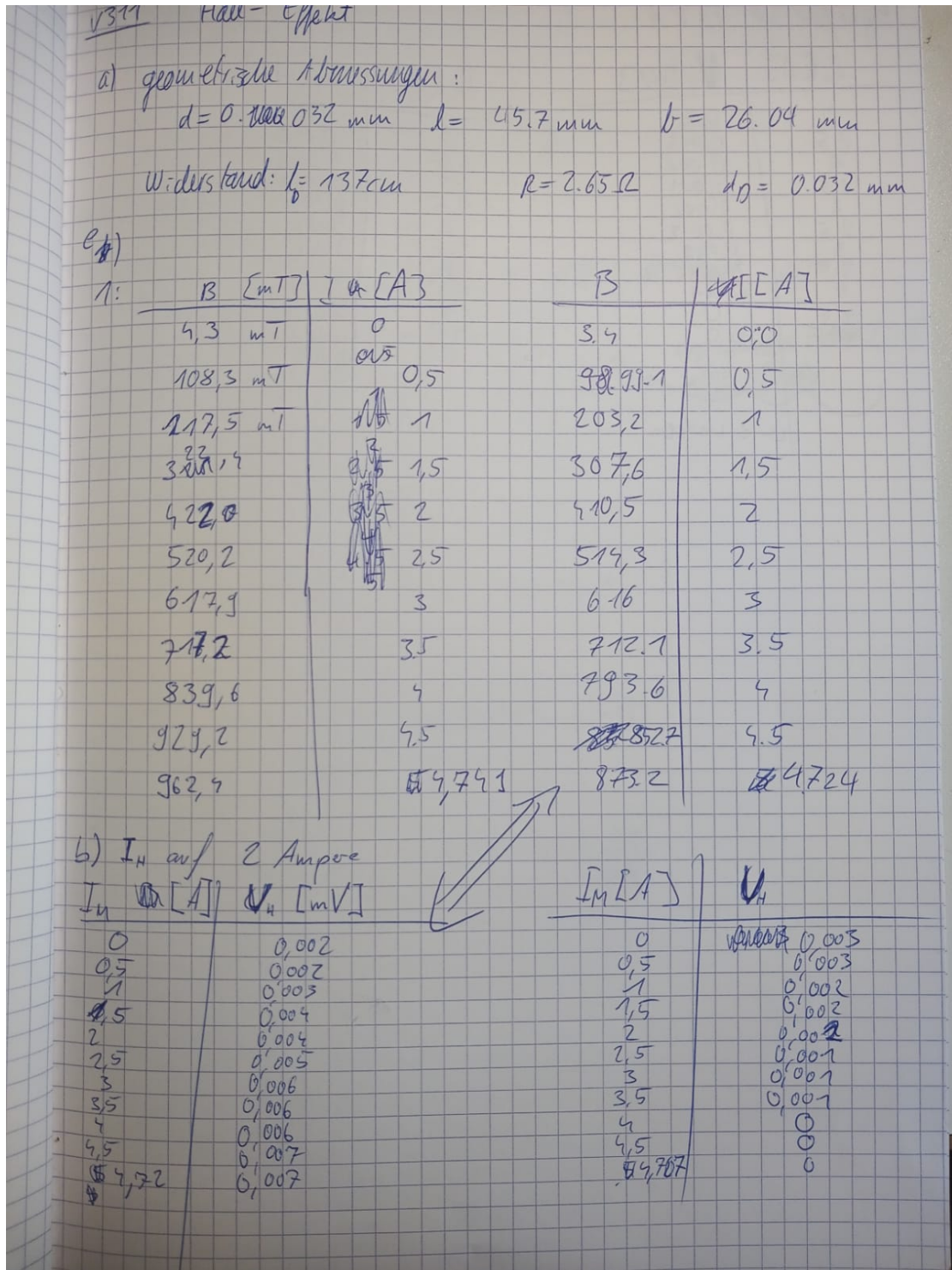
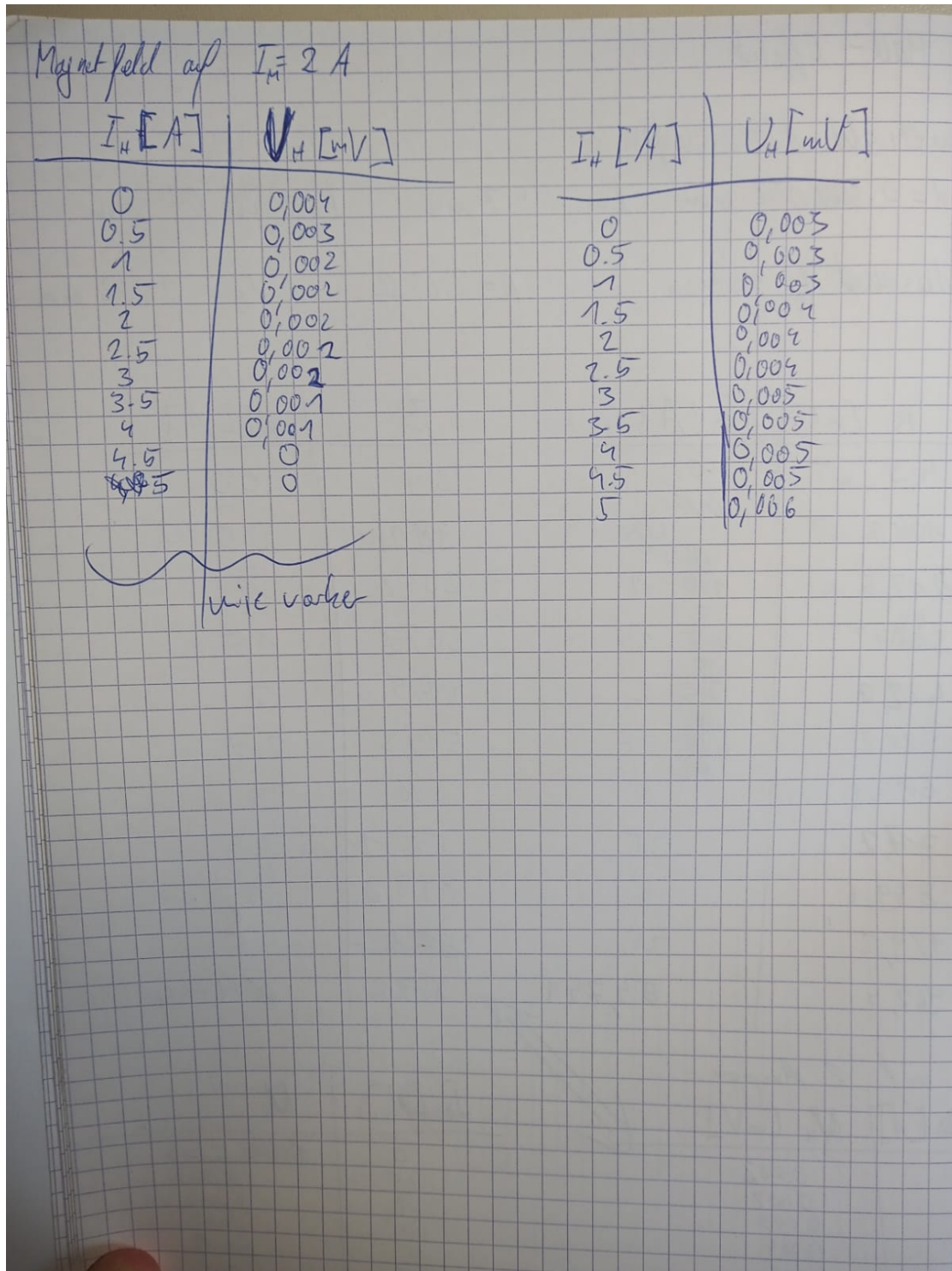




Abbildung 4: Messwerte für die Hall-Spannung bei konstantem Probenstrom.



## Literatur

- [1] *Bestimme typische Zahlenwerte für die Beweglichkeit.* 2020. URL: [https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw\\_for\\_et/kap\\_8/exercise/s8\\_1\\_1.html](https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw_for_et/kap_8/exercise/s8_1_1.html) (besucht am 19.12.2020).
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch V311: Hall-Effekt und Elektrizitätsleitung bei Metallen.* 2020.
- [3] *Elektrische Leiter - Alternativen zu Kupfer?* 2009. URL: [https://www.elektrotechnik.ch/fileadmin/elektrotechnik.ch/documents/Bilder/artikel\\_0910\\_fassbind.pdf](https://www.elektrotechnik.ch/fileadmin/elektrotechnik.ch/documents/Bilder/artikel_0910_fassbind.pdf) (besucht am 19.12.2020).
- [4] *Literaturwert für die Elementarladung.* 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elementarladung.html> (besucht am 19.12.2020).
- [5] *Literaturwert für die Ruhemasse eines Elektrons.* 2020. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Elektron.html> (besucht am 19.12.2020).
- [6] *Literaturwerte für das Plancksche Wirkungsquantum.* 2020. URL: [https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches\\_Wirkungsquantum.html](https://www.chemie.de/lexikon/Plancksches_Wirkungsquantum.html) (besucht am 19.12.2020).
- [7] *Transporteigenschaften von reinem Kupfer.* 2013. URL: <http://www.semibyte.de/wp/stem/physics/transporteigenschaften-von-reinem-kupfer/> (besucht am 19.12.2020).