

V104

# **Der Doppler-Effekt**

Julian Hochhaus  
julian.hochhaus@tu-dortmund.de

Niko Salewski  
niko.salewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.01.2017

Abgabe: 31.01.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Bewegter Empfänger, ruhende Schallquelle . . . . .	3
2.2 Bewegte Schallquelle, ruhender Empfänger . . . . .	3
<b>3 Fehlerrechnung</b>	<b>4</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>4</b>
4.1 Messung der Geschwindigkeit des Wagens . . . . .	4
4.2 Messung der Frequenz der Schallwelle bei ruhendem Lautsprecher . . . . .	5
4.3 Messung der Schallgeschwindigkeit über die Wellenlänge . . . . .	5
4.4 Messung der Frequenz der Schallwelle bei bewegter Quelle . . . . .	6
4.5 Messung der Frequenz über die Schwebungsmethode . . . . .	7
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Bestimmung der Geschwindigkeiten der verschiedenen Gänge . . . . .	8
5.2 Auswertung der Messung der Wellenlänge . . . . .	9
5.3 Nachweis des Doppler-Effekts über die direkte Messung . . . . .	11
5.4 Nachweis des Doppler-Effekts mit der Schwebungsmethode . . . . .	13
<b>6 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Zielsetzung

Im vorliegenden Versuch soll der Doppler-Effekt bei Schallwellen untersucht werden.

## 2 Theorie

Bewegen sich eine Schallquelle und ein Empfänger mit einer relativen Geschwindigkeit zueinander, so ändert sich für den Empfänger die Schallfrequenz [3].

Die Ausbreitung von Schallwellen ist an ein Medium gebunden. Daher muss unterschieden werden, ob sich der Empfänger oder die Schallquelle mit einer Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Medium fortbewegen.

### 2.1 Bewegter Empfänger, ruhende Schallquelle

Bewegt sich der Empfänger relativ zum Medium mit der Geschwindigkeit  $v$ , nimmt er die Schallwellen mit der Frequenz

$$\nu_E = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \quad (1)$$

wahr, wobei  $\nu_0$  der von der Quelle ausgesandten Ruhefrequenz und  $c$  der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle entspricht. Das Plus in Formel (1) wird verwendet, wenn sich der Empfänger auf die Schallquelle zubewegt (positiv definierte Richtung) und das Minus entsprechend, wenn sich der Empfänger von der Schallquelle entfernt (negativ definierte Richtung). Die sich ergebende Frequenzdifferenz  $\Delta\nu$  von Ruhefrequenz  $\nu_0$  und der Empfängerfrequenz  $\nu_E$  beträgt

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c}.$$

### 2.2 Bewegte Schallquelle, ruhender Empfänger

Bewegt sich hingegen die Schallquelle mit einer Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Medium, ändert sich die Schallfrequenz beim Empfänger  $\nu_Q$  zu

$$\nu_Q = \nu_0 \frac{1}{1 \mp \frac{v}{c}}. \quad (2)$$

Das Minus in Formel (2) entspricht hierbei der Bewegung der Schallquelle auf den Empfänger zu und das Plus dementsprechend der entgegengesetzten Richtung, also dem Fall, dass sich die Schallquelle vom Empfänger entfernt.

Ist  $|v| \ll c$ , gilt  $\nu_Q \approx \nu_E$ . Wenn also die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle viel größer als die Geschwindigkeit von Schallquelle bzw. Empfänger ist, ist die Frequenzänderung unabhängig davon, ob sich der Empfänger oder die Quelle relativ zum Medium bewegt.

### 3 Fehlerrechnung

Alle berechneten Mittelwerte werden mit folgender Formel bestimmt:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (3)$$

Der zugehörige Fehler des Mittelwerts bestimmt sich mit:

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (4)$$

Wenn fehlerbehaftete Größen in einer späteren Formel weiter verwendet werden, so wird der sich fortpflanzende Fehler mit Hilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (5)$$

Die Regression von Polynomen und Ausgleichsgrade, sowie die Bestimmung der zugehörigen Fehler werden mit IPython 5.1.0 mittels Scipy 0.18.1 durchgeführt. Parameter eventueller Ausgleichsgeraden

$$y = a \cdot x + b. \quad (6)$$

werden bestimmt über

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (7)$$

$$b = \frac{\overline{x^2 y} - \bar{x} \cdot \overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (8)$$

### 4 Durchführung

#### 4.1 Messung der Geschwindigkeit des Wagens

Zur Messung der Geschwindigkeit des Wagens wird die Schaltung wie in Abbildung 1 aufgebaut.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit ist eine präzise Messung der Fahrzeit des Wagens zwischen den beiden Lichtschranken auf der Strecke  $s$  nötig.

Daher wird beim Durchfahren der ersten Lichtschranke die Zeitmessung gestartet und beim Durchfahren der zweiten Lichtschranke die Zeitmessung gestoppt. Beim Durchfahren der ersten Lichtschranke sendet diese über einen Schmitt-Trigger einen kurzen **LOW**-Impuls. Dieser schaltet über den  $\bar{S}$ -Eingang einer bistabilen Kippstufe den  $Q$ -Ausgang auf **HIGH**-Potential. Vom  $Q$ -Ausgang wird das Signal an ein AND-Gatter geleitet, an dessen zweiten Eingang der Untersetzter mit dem Zeitbasisgenerator angeschlossen ist. Solange am  $Q$ -Ausgang des Flip-Flops ein **HIGH**-Potential anliegt, gelangen die durch

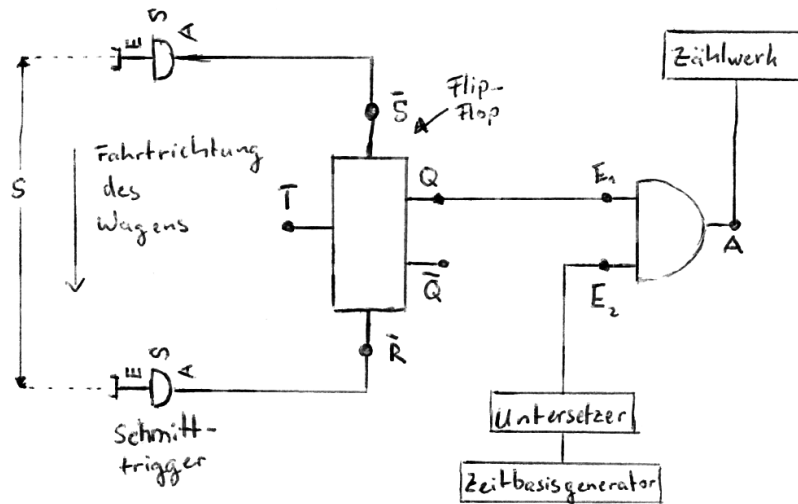


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau zur Untersuchung der Wagensgeschwindigkeit.

den Zeitgeber erzeugten Schwingungen in das Zählwerk. Die Zeitmessung wird gestoppt, indem das **LOW**-Signal an der zweiten Lichtschranke bei der Durchfahrt des Wagens auf den  $\bar{R}$ -Eingang der bistabilen Kippstufe gegeben wird, sodass am Ausgang  $Q$  das Potential auf **LOW** geändert wird. Die Torstufe (realisiert als AND-Gatter) wird geschlossen und die Schwingungen erreichen nicht mehr das Zählwerk.

Am Zählwerk kann die benötigte Fahrzeit nun direkt abgelesen werden.

Es werden für jeden Gang des Antriebsmotor des Wagens jeweils 5 Messungen für den Hin- und Rückweg durchgeführt.

Die Distanz  $s$  wird mit einem Maßband ausgemessen.

## 4.2 Messung der Frequenz der Schallwelle bei ruhendem Lautsprecher

Die Messung der Frequenz der Schallwelle bei ruhendem Lautsprecher wird mittels der in Abschnitt 4.4 erklärten Schaltung ermittelt. Diese wird hier manuell ausgelöst und dient lediglich dazu, dass die Schwingungen des Zeitbasisgenerators nur für eine fest definierte Zeit gezählt werden.

Die Messzeit wird am Untersetzer zu 1 s eingestellt. Am Zählwerk kann somit direkt die Frequenz  $\nu_0$  in  $1/s = \text{Hz}$  abgelesen werden.

Die Messung wird zehnmal wiederholt.

## 4.3 Messung der Schallgeschwindigkeit über die Wellenlänge

Die Schallgeschwindigkeit bei Zimmertemperatur lässt sich bestimmen über die Kenntnis der Frequenz  $\nu_0$  des ruhenden Lautsprechers und der Wellenlänge  $\lambda$  der Schallwelle.

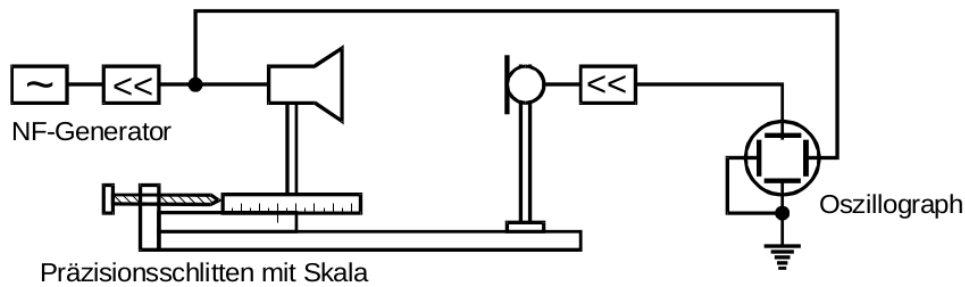
Die Wellenlänge wird über **LISSAJOUS-Figuren** bestimmt. Diese entstehen, wenn auf beide Achsen eines Oszilloskops Schwingungen gegeben werden. Dazu wird auf die X-Achse des Oszilloskops das verstärkte Ausgangssignal des Mikrophons und auf die

Y-Achse das Signal des Sinusgenerators gegeben.

Jede Entartung der **LISSAJOUS-Figuren** zu einer Geraden stellt eine Phasenverschiebung von  $\pi$  zwischen den beiden auf den Achsen gegebenen Schwingungen dar.

Mittels der Mikrometerschraube lässt sich, wie ersichtlich in Abbildung 2, der Abstand zwischen Mikrophon und Lautsprecher variieren. Für jede Entartung des Oszilloskopbildes zu einer Geraden wird anhand der Maßskala an der Mikrometerschraube die Differenz zwischen zwei Entartungen bestimmt. Diese entspricht der halben Wellenlänge  $\frac{\lambda}{2}$ .

Mittels der bereits in Abschnitt 4.2 bestimmten Frequenz der Schallwelle kann jetzt die Schallgeschwindigkeit bestimmt werden.



**Abbildung 2:** Aufbau zur Messung der Schallgeschwindigkeit bei Raumtemperatur. [4]

#### 4.4 Messung der Frequenz der Schallwelle bei bewegter Quelle

In Abbildung 3 ist der prinzipielle Aufbau zur Bestimmung der Frequenz  $\nu_Q$  bei bewegter Quelle dargestellt.

Der Wagen mit dem Lautsprecher bewegt sich relativ zum Empfänger mit den in Abschnitt 4.1 bestimmten Geschwindigkeiten.

Jede Messung wird erneut für jeden Gang des Antriebmotors jeweils fünfmal für den Hinals auch den Rückweg durchgeführt. Das Zählwerk zählt genau eine Sekunde lang die Schwingungen der Schallquelle, welche am Empfänger eintreffen. Es wird die Frequenz der Schallwelle, welche am Empfänger eintrifft, auf dem Zählwerk ausgegeben. zur Steuerung der Schaltung wird das **LOW**-Signal, welches beim Durchfahren des Wagens durch die Lichtschranke erzeugt wird, auf den  $\bar{S}$ -Eingang einer bistabilen Kippstufe gegeben, sodass deren  $Q$ -Ausgang auf **HIGH**-Potential gestellt wird. Dieses **HIGH**-Signal wird genutzt, um zwei Torstufen zu öffnen. Eine der beiden Torstufen verbindet hierbei den Empfänger mit dem Zählwerk. Die am Mikrophon registrierte Sinusschwingung wird zunächst allerdings noch über einen Signalwandler in eine *TTL*-Rechteckschwingung umgewandelt, bevor das Signal über die Torstufe auf das Zählwerk gegeben wird. Die zweite Torstufe dient in der vorliegenden Schaltung der Steuerung der Zeitmessung. Auf dem zweiten Eingang der zweiten Torstufe wird das Signal des Zeitbasisgenerators aufgegeben. Da der Ausgang der zweiten Torstufe (auch hier erneut realisiert über ein AND-Gatter) an den Untersetter angeschlossen ist, muss dieser nur noch so eingestellt werden, dass genau nach einer Sekunde ein Signal zur weiteren Steuerung der Schaltung weitergegeben wird.

Da der Zeitbasisgenerator jede Mikrosekunde einen Schwingungsimpuls sendet, also  $10^6$  Impulse pro Sekunde, muss der Untersetzer auf  $10^6$  gestellt werden (Der Untersetzer zählt die Anzahl der eintreffenden Impulse, sobald der zuvor festgelegte Wert erreicht ist, sendet der Untersetzer einen **HIGH**-Impuls).

Der durch den Untersetzer gesendete **HIGH**-Impuls wird auf den **T**-Eingang der bistabilen Kippstufe gegeben. Da die bistabile Kippstufe bei fallender Flanke (von **HIGH** nach **LOW**) am **T**-Eingang den Status am **Q**-Ausgang ändert, wird dieser auf **LOW** gesetzt und beide Torstufen der Schaltung deaktiviert. Am Zählwerk kann die Frequenz  $\nu_Q$  jetzt direkt abgelesen werden.

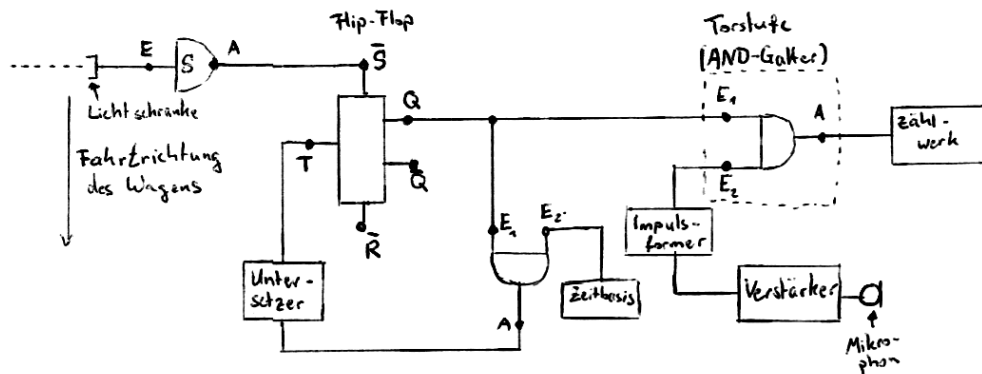


Abbildung 3: Aufbau zur Messung der Frequenz bei bewegter Quelle.

#### 4.5 Messung der Frequenz über die Schwebungsmethode

Die Messung der Frequenz über die Schwebungsmethode erfolgt mit nahezu dem gleichen Aufbau wie im vorherigen Abschnitt.

Allerdings wird nun der Lautsprecher direkt neben dem Empfänger montiert. Auf dem Wagen wird stattdessen ein Reflektor montiert. Dieser bewegt sich bezüglich des ruhenden Empfängers mit der Geschwindigkeit  $2v$ . Der Empfänger nimmt jetzt sowohl die direkte Schallwelle des Lautsprechers, als auch die reflektierte Schallwelle auf. Somit entsteht aus der Überlagerung der direkt erzeugten und der reflektierten Schallwelle eine Schwebung. Damit nur die Schwebung gemessen wird, muss vor den Signaleingang des Mikrophons im Aufbau 3 ein Tiefpass geschaltet werden.

Erneut werden für jeden Gang für Hin- und Rückweg jeweils fünf Werte aufgenommen.

### 5 Auswertung

Wie bereits in der Theorie erwähnt, muss für kleine Relativgeschwindigkeiten zwischen Sender und Empfänger keine Unterscheidung gemacht werden, ob sich die Quelle oder der Empfänger bezüglich des Übertragungsmediums bewegt.

Wird Gleichung (2) in eine Potenzreihe entwickelt, zeigt sich, dass sich  $\nu_Q$  und  $\nu_E$  im

wesentlichen nur um den Term  $\Delta\nu = \nu_0 \cdot \left(\frac{v}{c}\right)$  unterscheiden.

Im vorliegenden Experiment ergibt sich mit der maximalen Geschwindigkeit des Wagens  $v_{\max} = 0,5115 \text{ m/s}$  ein Unterschied von  $\Delta\nu = 0,05 \text{ Hz}$ .

Dieser Fehler zwischen  $\nu_Q$  und  $\nu_E$  ist kleiner als die Messauflösung. Daher kann in der vorliegenden Messung nicht der Unterschied zwischen  $\nu_Q$  und  $\nu_E$  bestimmt werden.

## 5.1 Bestimmung der Geschwindigkeiten der verschiedenen Gänge

Mit dem Aufbau aus Abschnitt 4.1 lassen sich die Geschwindigkeiten des Wagens bei den jeweiligen Gängen mit

$$v = \frac{s}{n \cdot 10^{-4} \text{ s}} \quad (9)$$

bestimmen, wobei  $n$  der Anzahl der gemessenen Impulse entspricht. Der Faktor  $10^{-4}$  entspricht der Impulsfrequenz und ergibt sich aus dem Produkt der Zeitbasis ( $\frac{1}{\mu\text{s}}$  und dem Untersetzungsfaktor ( $10^2$ ), womit sich die Zeit  $t$  zu  $t = n \cdot 10^{-4}$  ergibt.

Die Strecke  $s$  ( $s = 20 \text{ cm}$ ) ist die ausgemessene Distanz zwischen den beiden Lichtschranken.

Die sich ergebenden Werte für die Geschwindigkeit des Wagens sind in Tabelle 1 aufge-

**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung der Geschwindigkeit  $v$  bei verschiedenen Gängen.

Gang	$n$	$t / \text{s}$	$v / \text{m/s}$
6 vor	39538±20	3.954±0.002	0.05058±0.00003
6 zurück	39826±22	3.983±0.002	0.05022±0.00003
12 vor	19693±29	1.970±0.003	0.1016±0.0002
12 zurück	19952±23	1.995±0.002	0.1002±0.0001
18 vor	13147±12	1.315±0.001	0.1521±0.0001
18 zurück	13285±9	1.329±0.001	0.1506±0.0001
24 vor	9865±8	0.987±0.001	0.2027±0.0002
24 zurück	9985±10	0.999±0.001	0.2003±0.0002
30 vor	7908±4	0.7908±0.0004	0.2529±0.0001
30 zurück	8050±40	0.805±0.004	0.248±0.001
36 vor	6558±6	0.6558±0.0006	0.3050±0.0003
36 zurück	6678±6	0.6678±0.0006	0.2995±0.0003
42 vor	5598±4	0.5598±0.0004	0.3572±0.0003
42 zurück	5729±7	0.5729±0.0007	0.3491±0.0004
48 vor	4840±50	0.484±0.005	0.414±0.004
48 zurück	5013±5	0.5013±0.0005	0.3989±0.0004
54 vor	4362±3	0.4362±0.0003	0.4585±0.0004
54 zurück	4452±4	0.4452±0.0004	0.4493±0.0004
60 vor	3910±6	0.3910±0.0006	0.5115±0.0008
60 zurück	4041±17	0.404±0.002	0.495±0.002



tragen. Die Mittelwerte der gemessenen Impulsanzahl  $n$  wurden mit Formel (3) bestimmt und der zugehörige Fehler mit Formel (4). Weiterhin wird der Fehler der Geschwindigkeit  $v$  mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung (Formel (5)) ermittelt.

## 5.2 Auswertung der Messung der Wellenlänge

In Tabelle 3 finden sich die direkt gemessenen Wellenlängen. Diese ergeben sich aus der Differenz des Abstands zwischen Mikrophon und Lautsprecher für zwei verschiedene Entartungen der LISSAJOUS-Figuren zu Geraden.

Da sowohl die Entartungen zu steigenden, als auch zu fallenden Geraden betrachtet wurden, muss der gemessene Abstand jeweils noch verdoppelt werden, sodass sich die ganze Wellenlänge  $\lambda$  ergibt.

Nach Formel (3) ergibt sich der Mittelwert der Wellenlänge zu:

$$\lambda = (16,80 \pm 0,06) \text{ mm.} \quad (10)$$

Der Fehler des Mittelwerts ergibt sich mit Formel (4).

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit wird zudem die Frequenz  $\nu_0$  benötigt. Die bestimmten Frequenzen finden sich in Tabelle 2. Nach Formel (3) mit dem Fehler nach Formel (4) ergibt sich  $\nu_0$  zu

$$\nu_0 = (20\,600 \pm 60) \text{ Hz.} \quad (11)$$

Die Schallgeschwindigkeit  $c$  ergibt sich damit zu

$$c = \nu_0 \cdot \lambda = (346 \pm 2) \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (12)$$

Der Fehler wurde hierbei nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung (5) berechnet.

Die Größe  $\frac{\nu_0}{c} = \frac{1}{\lambda}$  ergibt sich somit zu

$$\frac{\nu_0}{c} = \frac{1}{\lambda} = (59,5 \pm 0,2) \frac{1}{\text{m}} \quad (13)$$

**Tabelle 2:** Messwerte der Ruhfrequenz  $\nu_0$  zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit  $c$ .

Datenpunkt	$\nu_0$ / Hz
1	20742
2	20160
3	20740
4	20741
5	20685
6	20715
7	20718
8	20520
9	20633
10	20373

**Tabelle 3:** Messung der Wellenlänge über die Entartung der LISSAJOUS-Figuren zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit  $c$ .

Entartung	Abstand $d$ /mm	Wellenlänge $\lambda$ /mm
1	8.5	17.0
2	8.3	16.6
3	8.4	16.8
4	8.4	16.8
5	8.4	16.8

### 5.3 Nachweis des Doppler-Effekts über die direkte Messung

Der Doppler-Effekt wird nun untersucht für eine bewegte Quelle und einen ruhenden Empfänger.

Dafür werden die zuvor bestimmten Geschwindigkeiten des Wagens verwendet, auf dem die Quelle montiert ist.

In Tabelle 5 sind dazu die bestimmten Wangengeschwindigkeiten und die Differenz  $\Delta\nu$  zwischen Ruhefrequenz  $\nu_0$  und der jeweils gemessenen Frequenz  $\nu_Q$  aufgetragen.

Die Ruhefrequenz  $\nu_0$  berechnet sich diesmal aufgrund eines technischen Defekts der Messapparatur nach Tabelle 4. Der Mittelwert der  $\nu_0$  ergibt sich nach Formel 3 mit dem Fehler nach Formel 4 zu  $\nu_0 = (20\,741,88 \pm 0,28)$  Hz.

**Tabelle 4:** Messwerte zur Bestimmung der Ruhefrequenz  $\nu_0$ .

Messwert	$\nu_0$ / Hz
1	20741.25
2	20741.25
3	20742.50
4	20741.25
5	20742.50
6	20742.50

Hierbei wird die Geschwindigkeit des Wagens für die Fahrt weg vom Empfänger als negativ betrachtet.

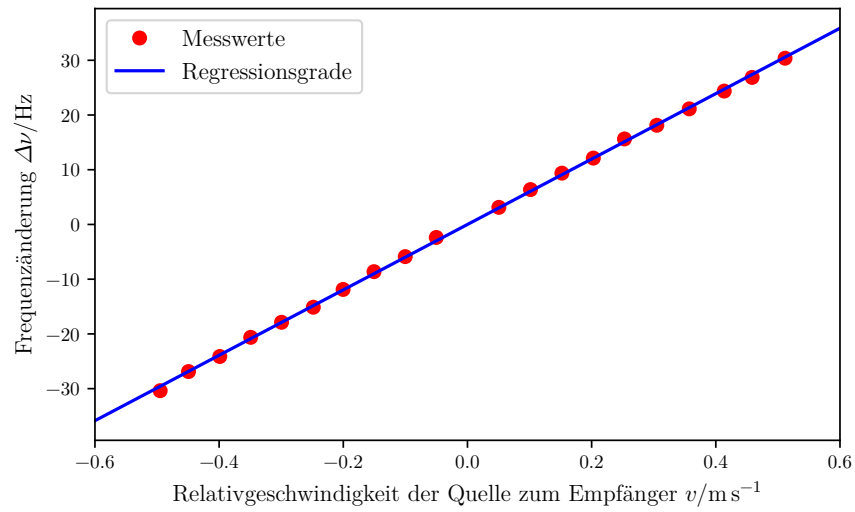
In Abbildung 4 ist  $\Delta\nu$  gegen die Wangengeschwindigkeit  $v$  aufgetragen.

Es wird eine lineare Regression nach Formel (6) mit python/scipy [6] durchgeführt. Der Steigungsparameter  $a$  entspricht der bereits in Abschnitt 5.2 bestimmten Größe  $\frac{1}{\lambda}$ . Dieser ergibt sich zu

$$a_{\text{Quelle}} = \frac{1}{\lambda} = (59,76 \pm 0,25) \frac{1}{\text{m}}.$$

**Tabelle 5:** Untersuchung des Dopplereffekts für bewegte Quelle und ruhenden Empfänger.

Wagengeschwindigkeit $v/\text{m/s}$	$\Delta\nu/\text{Hz}$
-0.495	-30.375
-0.449	-26.875
-0.399	-24.125
-0.349	-20.625
-0.299	-17.875
-0.248	-15.125
-0.200	-11.875
-0.151	-8.625
-0.100	-5.875
-0.050	-2.375
0.051	3.125
0.102	6.375
0.152	9.375
0.203	12.125
0.253	15.625
0.305	18.125
0.357	21.125
0.414	24.375
0.459	26.875
0.512	30.375



**Abbildung 4:** Direkte Messung der Frequenz

## 5.4 Nachweis des Doppler-Effekts mit der Schwebungsmethode

Ebenso wie im vorherigen Abschnitt wird für die Messung der Schwebung verfahren. In Tabelle 6 sind die gemessenen  $\Delta\nu$  gegen die Wagengeschwindigkeit aufgetragen. Da sich der Wagen mit dem Reflektor sich bezüglich des Empfängers mit  $2v$  bewegt, wird im vorliegenden Fall der halbe gemessene Wert für die Frequenz  $\nu$  gegen die Wagengeschwindigkeit geplottet.

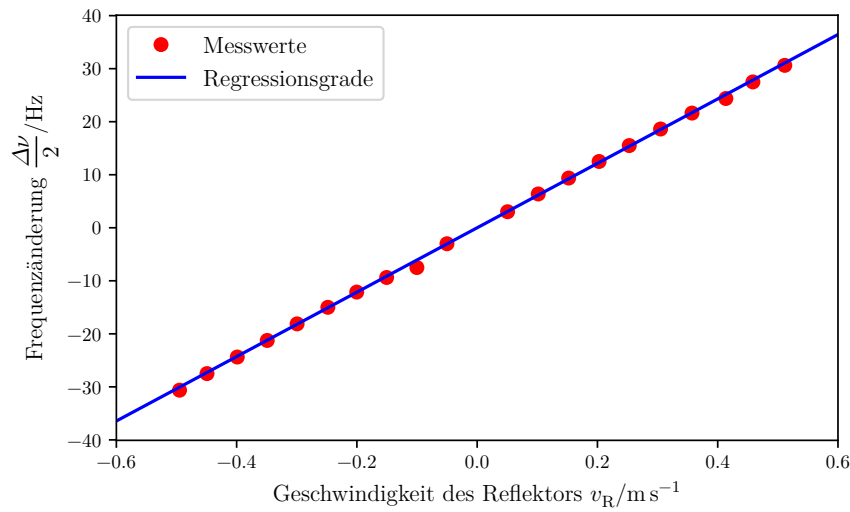
In Abbildung 5 wird  $\frac{\Delta\nu}{2}$  gegen die Wagengeschwindigkeit  $v$  aufgetragen.

Der Steigungsparameter der Regressionsgrade mit python/scipy [6] ergibt sich zu

$$a = \frac{1}{\lambda} = (60,74 \pm 0,30) \frac{1}{\text{m}}.$$

**Tabelle 6:** Messwerte der Schwebungsmessung.

Wagengeschwindigkeit $v/\text{m/s}$	$\frac{\Delta\nu}{2}/\text{Hz}$
-0.495	-30.625
-0.449	-27.500
-0.399	-24.375
-0.349	-21.250
-0.299	-18.125
-0.248	-15.000
-0.200	-12.125
-0.151	-9.375
-0.100	-7.500
-0.050	-3.0125
0.051	3.025
0.102	6.375
0.152	9.375
0.203	12.500
0.253	15.500
0.305	18.625
0.357	21.625
0.414	24.375
0.459	27.500
0.512	30.625



**Abbildung 5:** Schwebungsmethode

## 6 Diskussion

Mit einem Studentschen t-Testes soll die Übereinstimmung der Größe  $\frac{1}{\lambda}$  überprüft werden. Diese wurde auf drei verschiedenen Wegen bestimmt: Durch die direkte Wellenlängenmessung, durch die direkte Frequenzmessung und durch die Schwebungsmethode.

**Tabelle 7:** Messergebnisse der Größe  $\frac{1}{\lambda}$ .

Methode	$\frac{1}{\lambda} / \frac{1}{m}$	Anzahl der Einzelmessungen
Wellenlänge	$59,5 \pm 0,2 \text{ m}$	5
Frequenz	$59,76 \pm 0,25 \text{ m}$	20
Schwebung	$60,74 \pm 0,30 \text{ m}$	20

Der Studentsche t-Test ermöglicht es die Kongruenz der Messergebnisse (aufgetragen in Tabelle 7) zu diskutieren.

Der zu bestimmende Wert [5] für die Wahrscheinlichkeit eines systematischen Fehlers ergibt sich zu

$$t = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} S}, \quad (14)$$

mit

$$S^2 = \frac{(m-1)s_1^2 + (n-1)s_2^2}{m+n-2}. \quad (15)$$

Die Größen  $x_1$  und  $x_2$  entsprechen den Mittelwerten aus den entsprechenden Messreihen,  $s_1$  und  $s_2$  sind die Fehler der Mittelwerte und die Größen  $m$  und  $n$  stellen die Anzahl

der Einzelmessungen jeder Messreihe dar, wobei  $m + n - 2$  der Anzahl der Freiheitsgrade entspricht. Aus den Formeln (14) bzw. (15) und den Werten aus Tabelle 7 lassen sich die drei verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Größe  $\frac{1}{\lambda}$  miteinander vergleichen.

Der Vergleich der Bestimmung der Wellenlängenmessung und der direkten Frequenzmessung liefert den Wert

$$t_{\text{wf}} = 2,148$$

und damit die Wahrscheinlichkeit von 95%, dass kein systematischer Fehler vorliegt [1].

Für den Vergleich von der Wellenlängenmessung und der Schwebungsmethode ergibt sich

$$t_{\text{ws}} = 8,698.$$

Daher kann nach dem Studentschen t-Test ebenso wie bei dem Vergleich von der direkten Frequenzmessung und der Schwebungsmethode mit

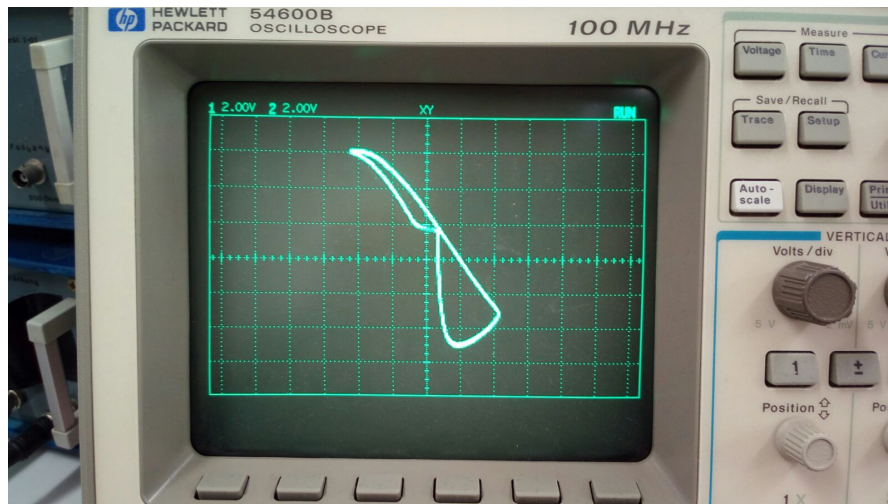
$$t_{\text{fs}} = 11,223,$$

davon ausgegangen werden, dass zu über 99.99% kein systematischer Fehler vorliegt. Insgesamt lässt sich eine geringe Diskrepanz bei der Bestimmung der Größe  $\frac{1}{\lambda}$  mit den drei verschiedenen Methoden feststellen. Zudem zeigt ein Vergleich der in Abschnitt 5.2 bestimmten Schallgeschwindigkeit  $c_{\text{Experiment}} = (346 \pm 2) \text{ m/s}$  mit dem Theoriewert  $c_{\text{Theorie}} = 343 \text{ m/s}$  [2] zeigt lediglich eine Abweichung von weniger als 1%.

Daher scheint die Messung sehr gut mit der Theorie übereinzustimmen.

Trotzdem lässt sich eine mögliche Fehlerquelle in der Messung der Wellenlänge über die LISSAJOUS-Figuren feststellen.

Wie in Abbildung 6 zu sehen, ließen sich die Entartungen der LISSAJOUS-Figuren zu Geraden nur sehr schlecht einstellen. Die durch das Mikrophon aufgezeichnete Schwingung wies deutlich anharmonische Schwingungen und große Abweichungen vom erwarteten Schwingungsverlauf auf.



**Abbildung 6:** Bestmögliche Entartung der LISSAJOUS-Figuren zu Geraden auf dem Oszilloskop.

## Literatur

- [1] Hans-Jürgen Andreß. *T-Verteilung*. URL: <http://eswf.uni-koeln.de/glossar/tvert.htm> (besucht am 29.01.2017).
- [2] Labor für Automatisierungstechnik der Hochschule Pforzheim. *Die Schallgeschwindigkeit*. URL: [http://automatisierungstechnik.fh-pforzheim.de/fileadmin/offenes\\_labor/sensorik/windgeschwindigkeit/doc/DieSchallgeschwindigkeitLuftdruck.pdf](http://automatisierungstechnik.fh-pforzheim.de/fileadmin/offenes_labor/sensorik/windgeschwindigkeit/doc/DieSchallgeschwindigkeitLuftdruck.pdf) (besucht am 30.01.2017).
- [3] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1*. 7. Aufl. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2014.
- [4] TU Dortmund. *Versuch 104: Dopplereffekt*. 2016. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V104.pdf> (besucht am 28.01.2017).
- [5] Johannes Hain. *Einfache statistische Verfahren*. URL: [http://www.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040800/user\\_upload/hain/SPSS/Testverfahren.pdf](http://www.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040800/user_upload/hain/SPSS/Testverfahren.pdf) (besucht am 29.01.2017).
- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.