

Versuch 301

**Bestimmung des Innenwiderstandes und der
Leerlaufspannung verschiedener
Stromquellen**

1. Januar 1970

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Begrifflichkeiten	3
2.2 Kirchhoff'sche Gesetz	3
2.3 Schaltbilder	3
3 Durchführung und Aufbau	4
4 Auswertung	6
4.1 Leerlaufspannung und Innenwiderstand	6
4.1.1 Monozelle	6
4.1.2 Rechteckspannung	7
4.1.3 Sinusspannung	9
4.2 Direkte U_0 -Messung	11
4.3 Leistung an der Monozelle	11
5 Diskussion	13
Literatur	13

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Messung der Leerlaufspannung, sowie des Innenwiderstandes verschiedener Stromquellen. Genauer einer Monozelle und eines Funktionsgenerators.

2 Theorie

2.1 Begrifflichkeiten

Unter einer Leerlaufspannung versteht man die Spannung, die anliegt, wenn an den Ausgangsklemmen einer Spannungsquelle kein Strom entnommen wird. Eine Spannungsquelle ist eine Apparatur, welche eine konstante Leistung über einen endlich langen Zeitraum erbringen kann. Da Spannungsquellen einen Innenwiderstand besitzen, fällt die Klemmenspannung ab, sobald über einen Lastwiderstand R_a ein endlicher Strom I fließt. [1]

2.2 Kirchhoff'sche Gesetz

Das zweite Kirchhoff'sche Gesetz, auch Maschenregel genannt, besagt:

$$\sum_n U_{0n} = \sum_m I_m R_m \quad (1)$$

Die Summe der Leerlaufspannungen in einer Masche ist gleich der Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen. Mit Abbildung 1 folgt der Zusammenhang:

$$U_0 = IR_i + IR_a \quad (2)$$

Daraus folgt für die Leerlaufspannung

$$U_0 = U_k \left(1 + \frac{R_i}{R_v} \right) \quad (3)$$

Das bedeutet, die Klemmenspannung am Abgriff berechnet sich gemäß:

$$U_K = IR_a \quad (4)$$

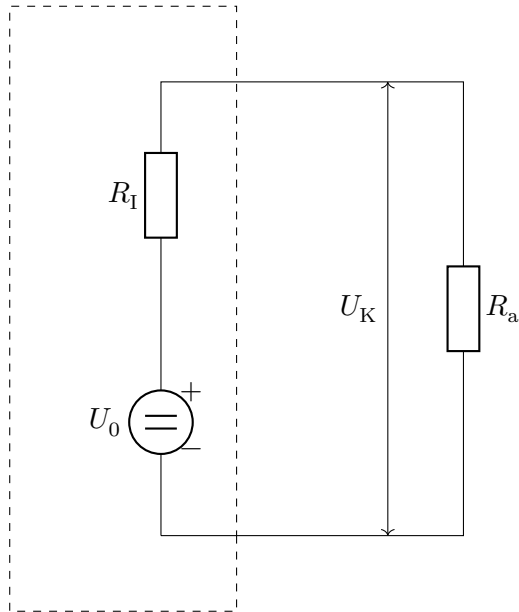
$$= U_0 - IR_i \quad (5)$$

2.3 Schaltbilder

Der gestrichelt umrandete Teil in Abbildung 1 stellt das Ersatzschaltbild dar. Da es nun um eine reale Schaltung geht, muss berücksichtigt werden, dass aufgrund des Innenwiderstandes an der Spannungsquelle keine beliebig große Leistung entnommen werden kann. Die Leistung P berechnet sich gemäß

$$P = I^2 R_a. \quad (6)$$

Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer Spannungsquelle mit einem Lastwiderstand.



3 Durchführung und Aufbau

Um die Leerlaufspannung U_0 der Monozelle zu bestimmen, wird diese an einen Spannungsmesser angeschlossen und mit einer geeigneten Skala die Leerlaufspannung bestimmt.

Für Teilaufgabe b.) wird mit einer Schaltung wie in Abbildung 2 die Klemmenspannung U_k gegen den Strom I gemessen. Damit wird später die Leerlaufspannung U_0 und der Innenwiderstand R_i bestimmt. An der Stelle von R_v wird ein Potentiometer verwendet, welches von $0 - 50 \Omega$ reicht.

Im Anschluss wird mit der Schaltung aus Abbildung 3 erneut die Klemmenspannung U_k gegen I gemessen. An die Monozelle wird eine Gegenspannung angelegt. Dabei muss die Gegenspannung jedoch $2 V$ größer gewählt werden als die Leerlaufspannung.

Im folgenden wird die Monozelle gegen einen RC-Generator ausgetauscht und es wird wie in Teilaufgabe b) verfahren. Anstatt Gleichstrom werden nun der Rechteck- und Sinusausgang des Funktionengenerators verwendet. Für die $0,69 V$ Rechteckspannung wird ein Potentiometer R_{a1} , welches von $20 - 250 \Omega$ reicht, eingebaut und es wird wieder der Belastungsstrom I gegen die Klemmenspannung U_k gemessen. Bei dem $1 V$ Sinusausgang wird ein Widerstand R_{a2} mit einem Variationsbereich von $0.1 - 5 k\Omega$ eingebaut und es wird wieder I in Abhängigkeit von U_k gemessen.

Abbildung 2: Schaltung für die Bestimmung von U_0 und R_i .

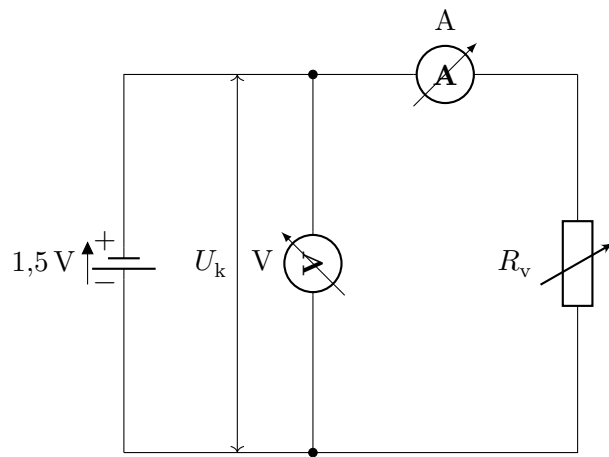
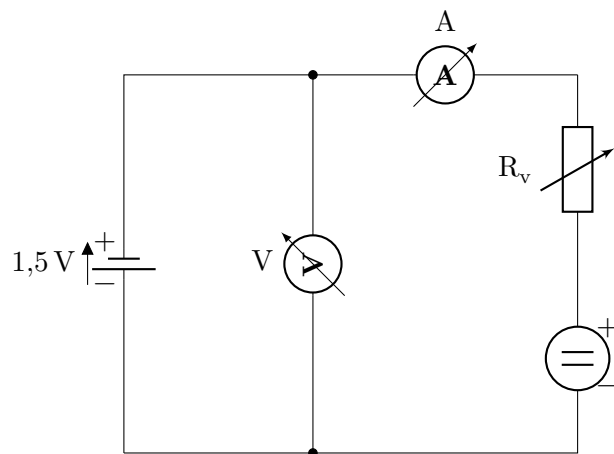


Abbildung 3: Schaltung für die Bestimmung der Leistung der Monozelle.



4 Auswertung

4.1 Leerlaufspannung und Innenwiderstand

Die genommenen Messwerte werden im ersten Schritt, mit der notierten Skala, in die tatsächlichen Werte umgerechnet. Ein Strich in den Tabellen oder eine unterschiedliche Farbe in den Plots zeigt eine Veränderung der Skala des Amperemeters an. Im folgenden bezeichnen

$U_{0,X}$ die Leerlaufspannung und

$R_{i,X}$ den Innenwiderstand der Spannungsquelle X.

4.1.1 Monozelle

Die lineare Regression, nach

$$U_k = I R_i + U_0,$$

ergibt

$$R_{i,m} = (5,64 \pm 0,14) \Omega \quad (7)$$

$$U_{0,m} = (1,423 \pm 0,006) \text{ V}. \quad (8)$$

Im Plot 4 sind die Werte aus 1 und die Ausgleichsgerade zu sehen.

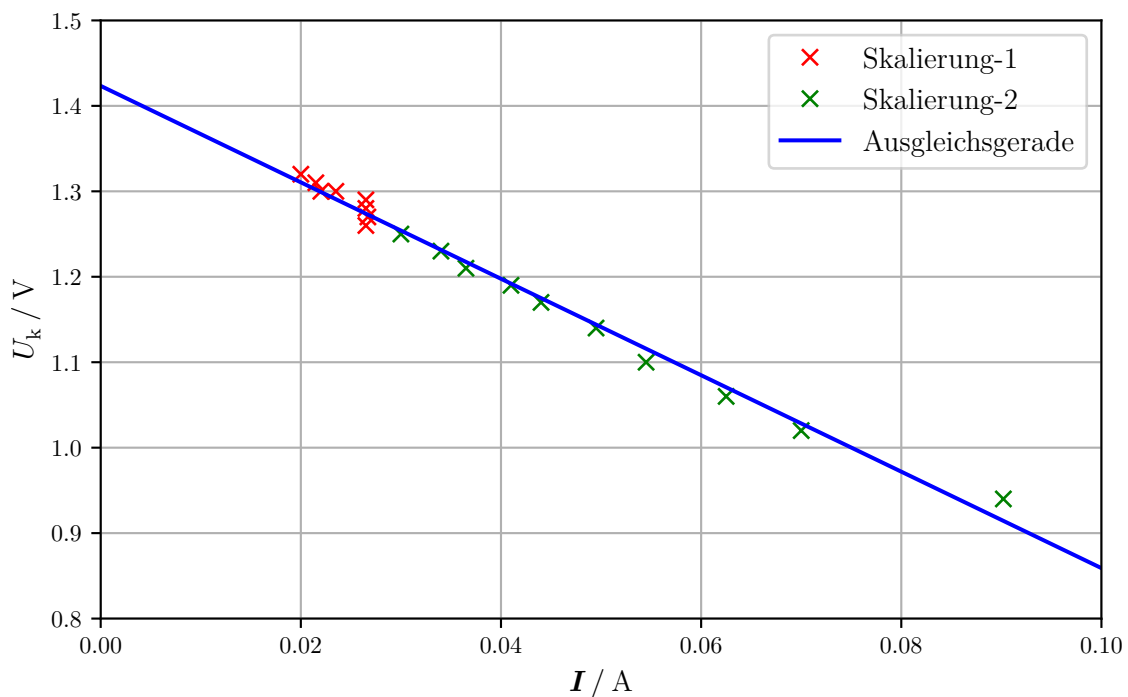


Abbildung 4: Messwerte und Ausgleichsgerade bzgl. der Monozelle.

Tabelle 1: Messwerte der Monozelle.

Messwerte-1		Messwerte-2	
I [mA]	U_k [V]	I [mA]	U_k [V]
0,0200	1,32	0,0300	1,25
0,0215	1,31	0,0340	1,23
0,0220	1,30	0,0365	1,21
0,0235	1,30	0,0410	1,19
0,0265	1,29	0,0440	1,17
0,0265	1,28	0,0495	1,14
0,0267	1,27	0,0545	1,10
0,0265	1,26	0,0625	1,06
		0,0700	1,02
		0,0902	0,94

4.1.2 Rechteckspannung

Die tatsächlichen Stromstärken für die 3 mA-Skala berechnen sich nach

$$\frac{M}{30} = \frac{I}{3 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \quad (9)$$

- M sind die gemessenen Werte -

$$I = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{30} M \quad (10)$$

$$I = M \cdot 10^{-4} \text{ A}. \quad (11)$$

Für die Skalierung von 10 mA ergibt sich ebenfalls $1 \cdot 10^{-4} \text{ A}$ als Umrechnungsfaktor.
Die lineare Regression,

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{(\overline{x^2}) - (\bar{x})^2} \quad (12)$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x}, \quad (13)$$

für Gleichung (5), ergibt, nach Skalierung des Amperemeters getrennt, die Werte aus Tabelle 2.

Tabelle 2: Werte der linearen Regression.

Messwerte	$R_{i,r}$ [Ω]	$U_{0,r}$ [V]
1	$59,0 \pm 2,3$	$0,701 \pm 0,006$
2	$58,1 \pm 0,6$	$0,718 \pm 0,003$

Wie im Plot 5 zu sehen, verlaufen die Ausgleichsgeraden nahezu parallel. Mit dem Mittelwert

$$\overline{R_{i,r}} = \frac{1}{2} \sum_{m=0}^2 R_{i,r,m} = 58,4 \, \Omega \quad (14)$$

und der Standardabweichung

$$\sigma_{i,r} = \sqrt{\overline{R_{i,r}^2} - \overline{R_{i,r}}^2} = \sqrt{3410,65 \, \Omega^2 - 4310,56 \, \Omega^2} = 0,3 \, \Omega. \quad (15)$$

folgt

$$R_{i,r} = (58,4 \pm 0,3) \, \Omega. \quad (16)$$

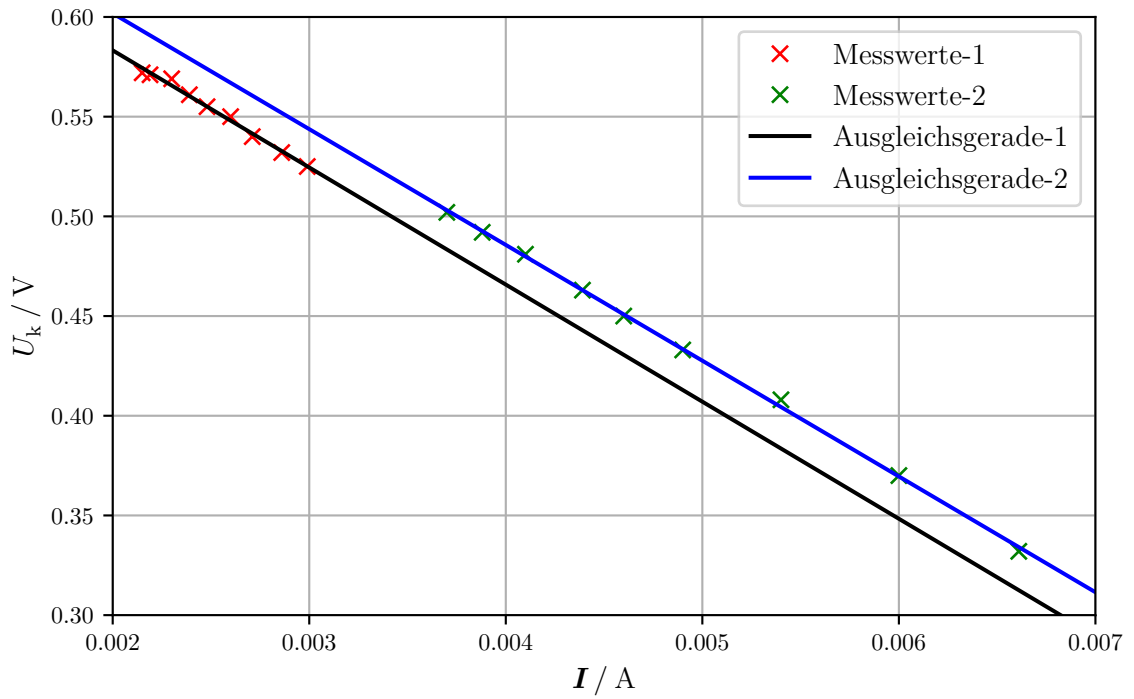


Abbildung 5: Messwerte und Ausgleichsgeraden für die Rechteckspannung.

Tabelle 3: Messwerte der Rechteckspannung.

Messwerte-1		Messwerte-2	
I [mA]	U_k [V]	I [mA]	U_k [V]
2,15	0,572	3,70	0,502
2,19	0,571	3,88	0,492
2,30	0,569	4,10	0,481
2,39	0,561	4,39	0,463
2,48	0,555	4,60	0,450
2,60	0,550	4,90	0,433
2,71	0,540	5,40	0,408
2,86	0,532	6,00	0,370
2,99	0,525	6,61	0,332

4.1.3 Sinusspannung

Die lineare Regression, für (5) ergibt:

Tabelle 4: Werte der linearen Regression.

Messwerte	$R_{i,s}$ [Ω]	$U_{0,s}$ [V]
1	587 ± 16	$0,999 \pm 0,003$
2	700 ± 80	$1,05 \pm 0,04$

Aufgrund des Plots 6 wählen wir $R_{i,s} = R_{i,s1}$, da die erste Messwertgruppe in nur sehr geringer Abweichung zu der entsprechenden Geraden liegt und die zweite Messwertgruppe nicht ähnlich gut zu der zweiten Geraden liegt, aber dennoch ausreichend gut für die erste Gerade.

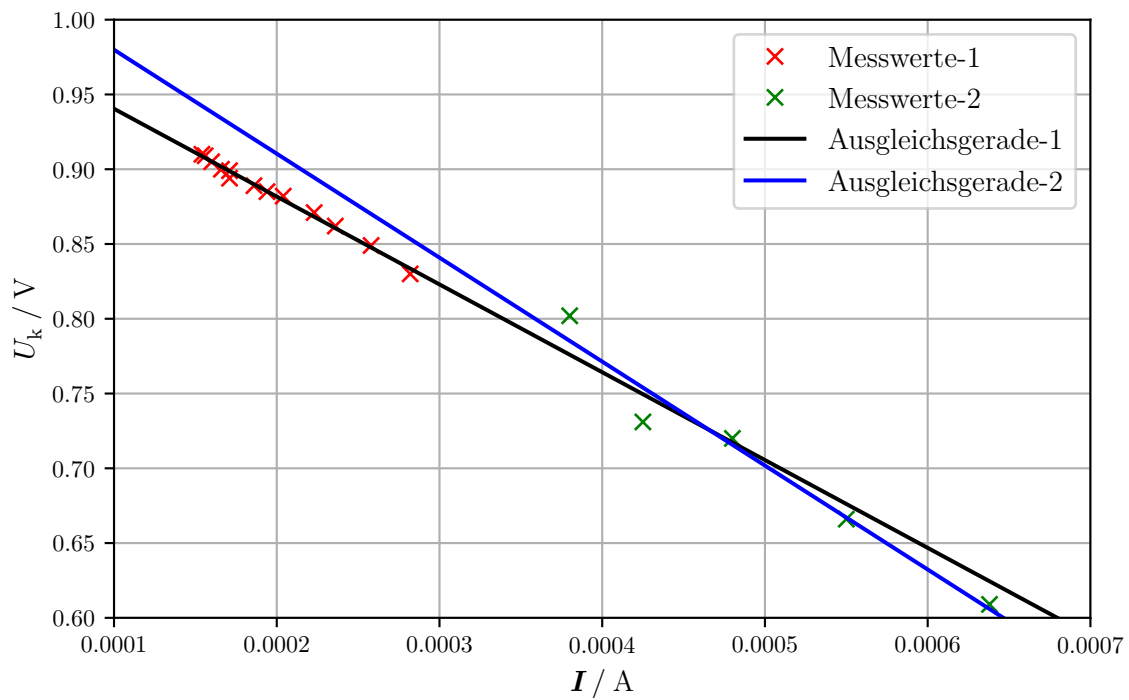


Abbildung 6: Messwerte und Ausgleichsgeraden für die Sinusspannung.

Tabelle 5: Messwerte der Sinusspannung.

Messwerte-1		Messwerte-2	
I [mA]	U_k [V]	I [mA]	U_k [V]
0,154	0,910	0,380	0,802
0,156	0,909	0,425	0,731
0,160	0,905	0,480	0,720
0,166	0,900	0,550	0,666
0,171	0,899	0,638	0,609
0,171	0,894		
0,186	0,889		
0,194	0,885		
0,204	0,882		
0,223	0,871		
0,236	0,862		
0,258	0,849		
0,282	0,830		

4.2 Direkte U_0 -Messung

Die Gerätekonstanten lauten

$$U_k = 1,46 \text{ V} \quad (17)$$

$$R_i = 5,64 \Omega \quad (18)$$

$$R_v = 10 \text{ M}\Omega. \quad (19)$$

Mit der Formel (3) für U_0 folgt der systematische Fehler mit

$$\Delta U_0 = U_k \frac{R_i}{R_v} = 1,46 \text{ V} \cdot 5,64 \cdot 10^{-4} = 8,2344 \cdot 10^{-4} \text{ V}, \quad (20)$$

da die Widerstände bei verschwindendem Strom keinen Beitrag in der Maschenregel haben, hier aber ein Strom fließt. Es ergibt sich somit $U_0 = (1,4608 \pm 0,0008) \text{ V}$.

Die prozentuale Abweichung beträgt 0,056 %, der Fehler ist also zu vernachlässigen. Wäre das Voltmeter nicht nur über die Monozelle angeschlossen, sondern auch über das Amperemeter, müsste der Innenwiderstand von diesem ebenfalls mit einbezogen werden, sonst wäre es ein systematischer Fehler.

4.3 Leistung an der Monozelle

Für die Leistung der Monozelle werden

$$R_v = \frac{U_k}{I} \quad (21)$$

und

$$P = I U_k \quad (22)$$

bestimmt. Vgl Tabelle 7. In Abbildung 7 sind die Messwerte gegen Theoriekurven aufgetragen. Dafür wurde

$$U_k = U_0 + I R_{i,m} \quad (23)$$

in (21) und (22) eingesetzt. Die Parameter sind in Tabelle 6 aufgelistet. Die Theoriewerte liegen nahe an den Messwerten, mit einem anders gewählten U_0 oder $R_{i,m}$ ist die Übereinstimmung sichtbar besser. Wird der betrachtete Abstand der R_v -Achse in Richtung 0 verschoben, ist das Maximum der Leistung bei $R_v = R_{i,m}$ zu sehen. Dann sind die Unterschiede zwischen den Theoriekurven aber nicht zu erkennen.

Tabelle 6: Parameter der Theoriekurven.

Theoriekurve	U_0 [V]	$R_{i,m}$ [Ω]
1	1,4608	5,64
2	1,4608	6,2
3	1,5	5,64

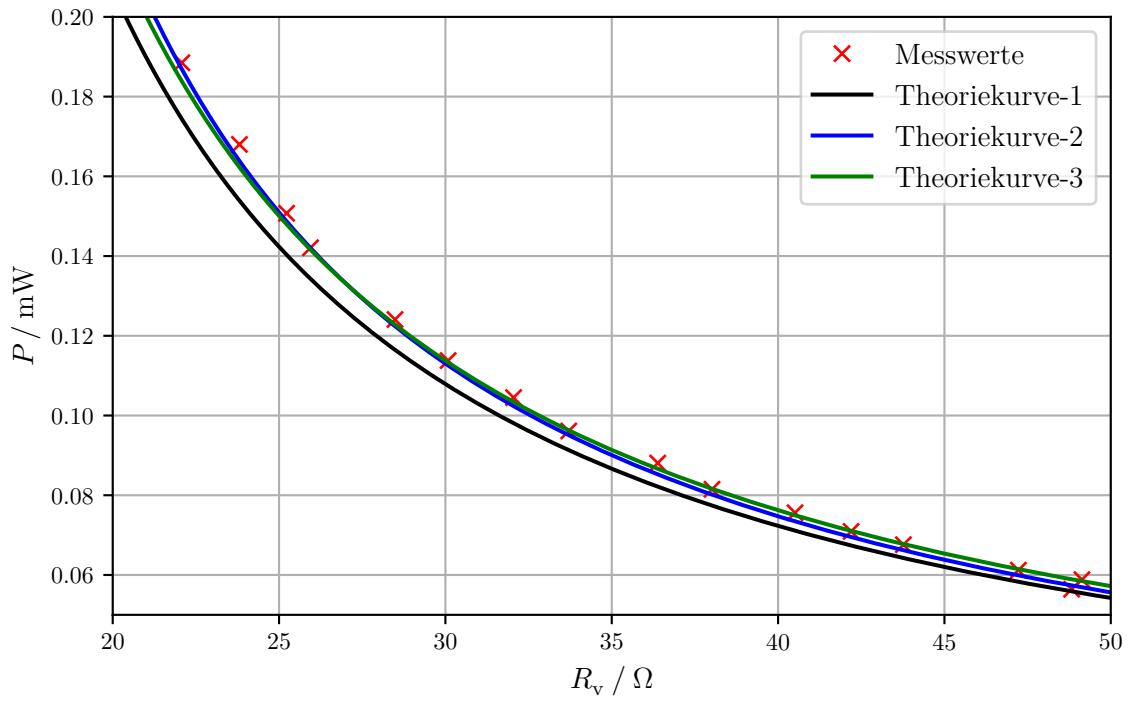


Abbildung 7: Messwerte und Theorieturve für die Leistung der Monozelle.

Tabelle 7: Messwerte der Leistung.

U_k [V]	I [mA]	R_v [Ω]	P [mW]
1,66	34,0	48,82	0,056
1,70	34,6	49,13	0,059
1,70	36,0	47,22	0,061
1,72	39,3	43,77	0,068
1,73	41,0	42,20	0,071
1,75	43,2	40,51	0,076
1,76	46,3	38,01	0,081
1,79	49,2	36,38	0,088
1,80	53,4	33,71	0,096
1,83	57,1	32,05	0,104
1,85	61,5	30,08	0,114
1,88	66,0	28,48	0,124
1,92	74,0	25,95	0,142
1,95	77,3	25,23	0,151
2,00	84,0	23,81	0,168
2,04	92,4	22,08	0,188

5 Diskussion

Tabelle 8: Innenwiderstände der verschiedenen Spannungsquellen.

Quelle	$R_i [\Omega]$	$\Delta R_i [\%]$
Monozelle	$5,6 \pm 0,1$	0,18
Rechteck	58 ± 1	1,72
Sinus	590 ± 20	3,39

Der Wert des Innenwiderstandes der Monozelle ergibt sich aus der Steigung der Ausgleichsgeraden in Abbildung 4. Der prozentuale Fehler, sowie die Abweichungen zur Ausgleichsgeraden sind klein.

Bei der Rechteckspannung bringt der Wechsel der Skala des Amperemeters den Sprung in den abgebildeten Messwerten 5. Jedoch haben die beiden Ausgleichsgeraden eine sehr ähnliche Steigung.

Die Ausgleichsgerade der Sinusspannung passt sehr gut zu der ersten Messwertgruppe, zudem stimmt der Y-Achsenabschnitt b mit der eingestellten Amplitude von 1 V überein. Bemerkenswert bei allen drei Innenwiderständen ist, dass sie je einen Unterschied von circa einer Zehnerpotenz zueinander haben.

Die Leerlaufspannung der Monozelle liegt in ihrer indirekten Berechnung im Abschnitt 4.1.1 in guter Nähe zur direkten Messung in Kapitel 4.2. Jedoch liegt die Theoriekurve der Leistung mit einem anderen U_0 besser zu den Messwerten als mit dem errechneten U_0 . Eine andere Möglichkeit der Anpassung dieser Theoriekurve ist der Innenwiderstand. Da die Leerlaufspannung ebenfalls von diesem abhängig ist, ist dieser vermutlich mit einem unbekannten Fehler versehen. Dieser kann aus den verwendeten analogen Messgeräten für die Spannung und die Stromstärke stammen, oder an den Innenwiderständen der Kabel, obwohl diese möglichst kurz gewählt wurden.

Literatur

- [1] *Anleitung zu v301: Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf> (besucht am 03.12.2017).

Korrekturen

1. Zielsetzung
 - Grammatikverbesserung
2. Theorie
 - alle Variablen kursiv gesetzt
 - Referenzen richtig gesetzt und Abbildungen beschriftet
 - Absatz über Ersatzschaltbilder entfernt
3. Fehlerrechnung
 - eigenes Kapitel entfernt
 - in die Auswertung der Rechteckspannung exemplarisch eingearbeitet
4. Durchführung
 - Wortwahl angepasst
 - Referenzen und Abbildungen überarbeitet
5. Auswertung
 - bessere Erklärung der verschiedenfarbigen Messwerte in den Plots
 - a_n und b_n entfernt, Bedeutung der Indizes anders beschrieben
 - Vorfaktoren der Einheiten überprüft
 - Leerlaufspannung der Rechteckspannung exemplarisch korrigiert
 - Skalierung der Rechteckspannung zudem genauer betrachtet
 - "Direkte U_0 -Messung" umformuliert
 - Leistung an der Monozelle
 - Theoriekurve angepasst
 - Formeln anders erklärt/formuliert
6. Diskussion
 - Fehlerangabe in der Tabelle korrigiert
 - Wortwahl verbessert
 - Abschnitt zur Leistung neu geschrieben