

Versuch 21

Optisches Pumpen

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Durchführung: 13.12.2017

Abgabe: 1. Januar 1970

1 Theorie

In dem folgenden Versuch soll mithilfe eines präzisen Verfahrens die Zeeman-Aufspaltung von ^{85}Rb und ^{87}Rb untersucht werden. Das verwendete Verfahren wird als optisches Pumpen bezeichnet.

Die Elektronenhülle eines isolierten Atoms besitzt diskrete Energieniveaus, wobei die Niveaus der innersten Schalen vollständig mit Elektronen besetzt sind (gemäß dem Pauli-Ausschlussprinzips). Für die äußeren Schalen ist bekannt, dass die Niveaus mit einer höheren Energie schwächer besetzt sind. Zwei Niveaus mit den Energien W_1 und W_2 ($W_1 < W_2$) und Besetzungszahlen N_1 und N_2 sind gemäß der Boltzmann-Verteilung miteinander verknüpft:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/k_B T)}{g_1 \exp(-W_1/k_B T)}. \quad (1)$$

Bei k_B handelt es sich um die Boltzmann-Konstante und bei T um die Temperatur. Hierbei sind die g_i die zugehörigen statistischen Gewichte. Durch das Verfahren des optischen Pumpens kann nun eine Inversion der Besetzung erzeugt werden, bei der $N_1 < N_2$ gilt. Durch nachfolgende induzierte Strahlungsübergänge kann die Energie der emittierten Quanten präzise ausgemessen werden. Somit lassen sich durch Untersuchung der Zeeman-Aufspaltung verschiedene Größen der Rubidium-Isotope bestimmt werden. Dazu gehören unter anderem die Landé-Faktoren der beiden Isotope sowie das Isotopenverhältnis in der Dampfzelle.

1.1 Magnetische Momente

Die im folgenden Versuch zu untersuchenden Energieniveaus werden durch die magnetischen Momente definiert. Sowohl der Bahndrehimpuls \vec{L} als auch der Spin \vec{S} besitzen ein magnetisches Moment, welches Abhängig vom Betrag $|\vec{L}|$ bzw. $|\vec{S}|$ sowie dem g -Faktor ist. Da die beiden Größen zu einem Gesamtdrehimpuls \vec{J} koppeln, kann dementsprechend auch ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_J$ definiert werden.

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \quad (2)$$

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (3)$$

$$\text{mit :} \quad (4)$$

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (5)$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (6)$$

$$(7)$$

$\vec{\mu}_J$ führt dabei eine Präzessionsbewegung um die \vec{J} -Richtung aus, wodurch der senkrechte Anteil im zeitlichen Mittel verschwindet und nur der parallele Anteil eine Rolle spielt. Durch vektorielle Betrachtung von \vec{L} , \vec{S} und \vec{J} lässt sich eine Formel für g_J bestimmen:

$$g_J \approx \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (8)$$

Unter Einfluss eines äußeren Magnetfeldes ändern sich aufgrund der Wechselwirkung mit dem magnetischen Moment die Energieniveaus. Da $\vec{\mu}_J$ ebenfalls eine Präzessionsbewegung um \vec{B} ausführt, hat nur die zu \vec{B} parallele Komponente einen Einfluss auf die Energieniveaus. Aufgrund der Richtungsquantelung können die Energieniveaus nur ganzzahlige Vielfache von $g_J \mu_B B$ annehmen, verknüpft durch die Orientierungsquantenzahl M_J .

$$U_{\text{mag}} = M_J g_J \mu_B B \quad M_J \in [-J, \dots, J] \quad (9)$$

Die Energieniveaus spalten somit in $2J + 1$ Unterniveaus auf. Diese Aufspaltung wird auch als "Zeeman-Effekt" bezeichnet.

1.2 Einfluss des Kernspins

Beide Rubidium-Isotope besitzen einen Kernspin ungleich Null, weshalb eine weitere Aufspaltung beachtet werden muss, die Hyperfeinstruktur. Sie entsteht durch die Kopplung von Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle und Kernspin I :

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}. \quad (10)$$

Die Quantenzahl F läuft von $I + J$ bis $|I - J|$ und spaltet in $2J + 1$ oder $2I + 1$, je nachdem ob $J < I$ oder $J > I$ ist. Wird hier zusätzliches ein nicht zu hohes, äußeres Magnetfeld angelegt, spalten alle Hyperfeinstrukturniveaus in $2F + 1$ Unterniveaus auf. Diese lassen sich charakterisiert durch die Quantenzahl M_F (siehe Abbildung ??). Die einzelnen Zeeman-Niveaus sind äquidistant mit folgender Energiedifferenz:

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B. \quad (11)$$

Durch eine ähnliche Vektoren Betrachtung wie in Kapitel ?? lässt sich unter Betrachtung von $|\mu_F| = \sqrt{F(F+1)} g_F \mu_B$ der entsprechende Landé-Faktor bestimmen:

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (12)$$

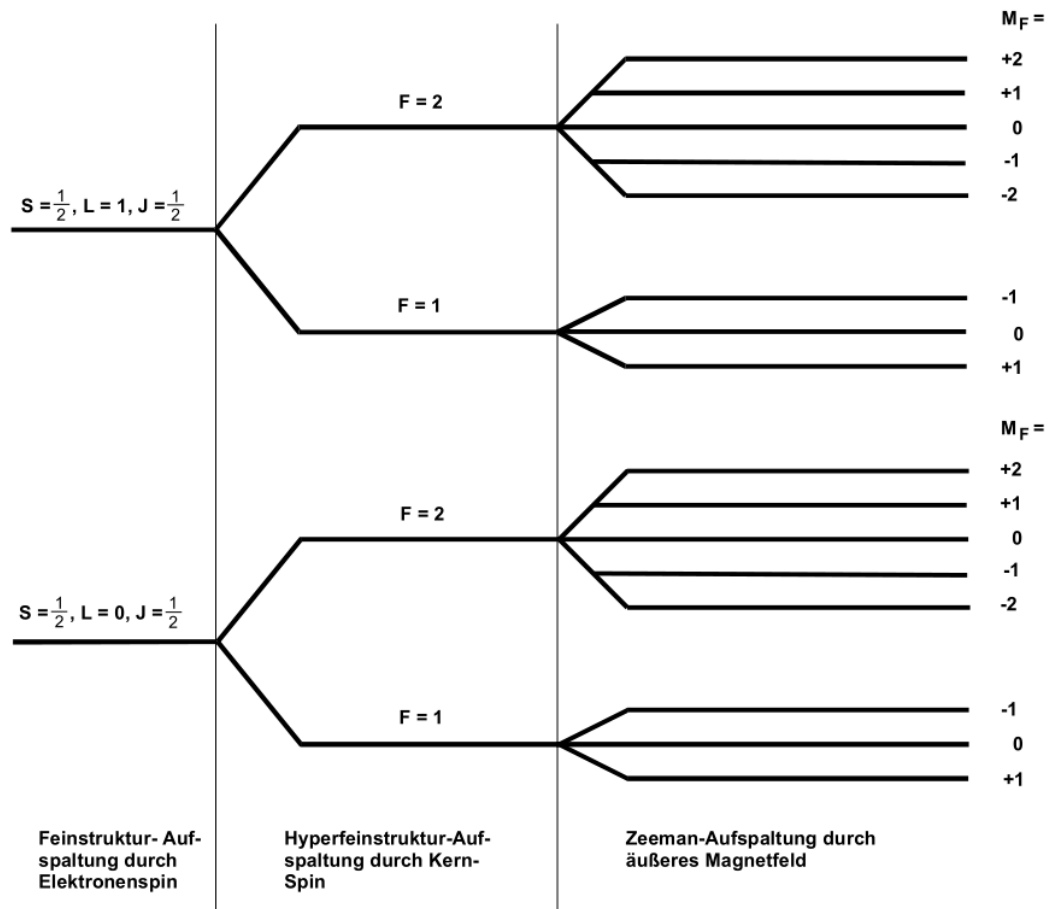


Abbildung 1: Feinstruktur, Hyperfeinstruktur und Zeeman-Aufspaltung bei einem Alkali-Atom mit Kernspin $I = \frac{3}{2}$. [Anleitung]

1.3 Optisches Pumpen

Wie in der Einleitung beschrieben, muss für die Vermessung der Zeeman-Niveaus erst eine Inversion der Besetzungszahlen der Elektronen erzeugt werden. Im Folgenden wird zur Erklärung des Prinzips die vereinfachende Annahme getroffen, dass das zu betrachtende Alkali-Atom einen Kern mit verschwindenden Drehimpuls besitzt. Wird der Grundzustand $^2S_{1/2}$, sowie die beiden ersten angeregten Zustände $^2P_{1/2}$ und $^2P_{3/2}$ betrachtet, ergibt sich das D₁-D₂-Dublett (siehe Abbildung ??).

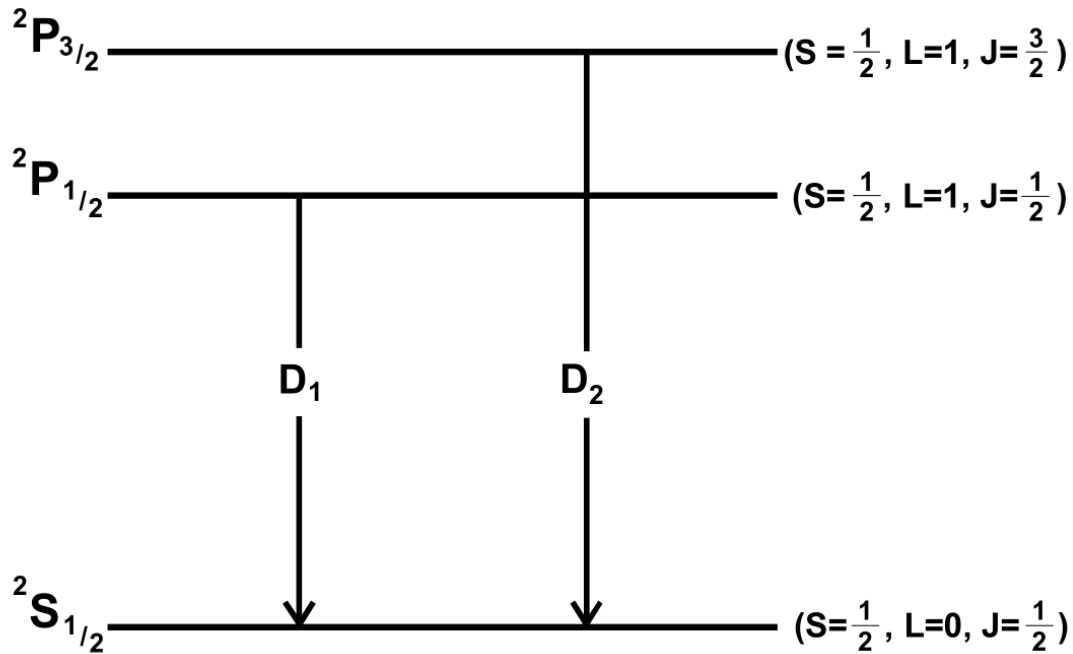


Abbildung 2: Übergänge eines Alkali-Spektrums, bei denen D1- und D2-Licht emittiert werden. [Anleitung]

Bei allen Zuständen in Abbildung ?? ist $J = \frac{1}{2}$, somit kann M_J nur die Werte $+\frac{1}{2}$ oder $-\frac{1}{2}$ annehmen. Jedes Niveau spaltet somit in zwei Zeeman-Unterniveaus auf (siehe Abbildung ??).

Gemäß der Auswahlregeln für Strahlungsübergänge lassen sich 3 Arten von Übergängen unterscheiden, die durch ihre Energie und ihren Polarisationszustand charakterisiert werden (siehe Abbildung ??).

- 1) $\Delta M_J = +1$:
Das Licht ist rechtszirkular polarisiert (σ^+), somit steht der Spin antiparallel zur Ausbreitungsrichtung.
- 2) $\Delta M_J = -1$:
Das Licht ist linkszirkular polarisiert (σ^-), somit steht der Spin parallel zur Ausbreitungsrichtung.
- 3) $\Delta M_J = 0$:
Das Licht ist linear polarisiert (π), parallel zu dem angelegten \vec{B} -Feld.

Befindet sich in einer Dampfkammer ein Gas aus den soeben beschriebenen, hypothetischen Alkali-Atome, so kann mithilfe des optischen Pumpens eine Inversion in den M_J Niveaus des $^2S_{1/2}$ Zustandes erzeugt werden (siehe Abbildung ??). Das energetisch höhere $M_J = +\frac{1}{2}$ Niveau ist anfangs schwächer mit Elektronen besetzt als das $M_J = -\frac{1}{2}$ Niveau.

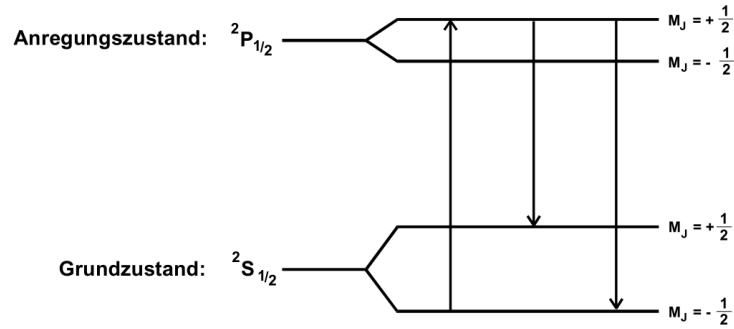


Abbildung 3: Zeeman-Aufspaltung bei einem Alkali-Atom ohne Kernspin, sowie die verschiedenen Übergänge. [**Anleitung**]

Durch Einstrahlen von rechtszirkularem D_1 -Licht werden nun $\Delta M_J = +1$ Übergänge angeregt. Somit ist lediglich der Übergang von $2S_{1/2}$ mit $M_J = -\frac{1}{2}$ zu $2P_{1/2}$ mit $M_J = +\frac{1}{2}$ möglich. Durch spontane Emission geht der angeregte Zustand nach ca. 10^{-8} s wieder in den Grundzustand über, wobei beide Niveaus des Grundzustandes gleichwahrscheinlich bevölkert werden. Aufgrund der Auswahlregel kann kein Übergang von $2S_{1/2}$ mit $M_J = +\frac{1}{2}$ zu $2P_{1/2}$ mit $M_J = +\frac{1}{2}$ stattfinden, wodurch sich die Elektronen in diesem Niveau akkumulieren, während das $M_J = -\frac{1}{2}$ Niveau entleert wird. Damit lässt sich theoretisch eine komplette Inversion der beiden Zustände erzeugen. In der Realität ist es jedoch so, dass durch Zusammenstöße der Gasatome untereinander die Elektronenspins umklappen können, so dass ein Übergang im Grundzustand vom $M_J = +\frac{1}{2}$ Niveau zum $M_J = -\frac{1}{2}$ entsteht. Dies lässt sich durch ein zusätzliches Puffergas in der Dampfkammer minimieren, wobei bevorzugt ein Edelgas gewählt wird.

Der Vorgang kann durch Beobachten der Intensität des am Ende der Dampfkammer austretenden D_1 -Lichtes überprüft werden. Durch die Entleerung des $M_J = -\frac{1}{2}$ Grundzustandes wird mit der Zeit immer weniger Licht von dem Gas absorbiert, weswegen die Transparenz der Kammer immer weiter zunimmt und sich asymptotisch der vollkommenen Transparenz annähert (siehe Abbildung ??).

1.4 Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung

Im Allgemeinen kann bei dem Rückgang eines angeregten Atoms in den Grundzustand zwischen zwei verschiedenen Prozessen unterschieden werden (siehe Abbildung ?? a und b). Bei der spontanen Emission emittiert ein angeregtes Atom ohne äußere Einflüsse ein Photon und geht so in den Grundzustand über. Bei der induzierten Emission wird von außen ein Lichtquant eingestrahlt, welches als Energie genau die Energiedifferenz der beiden Niveaus besitzen muss. Dadurch treten zwei Photonen aus, die genau die selbe Energie, Ausbreitungsrichtung und Polarisation besitzen. Zudem sind die Phasenbeziehung der beiden Photonen zueinander zeitlich konstant.

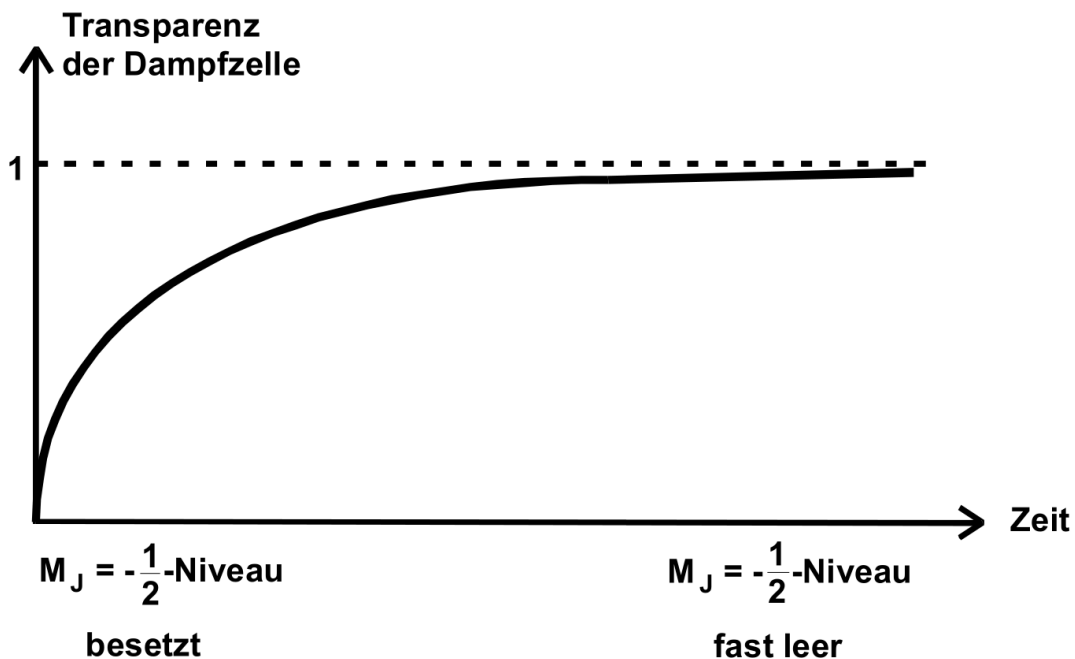


Abbildung 4: Transparenz der Dampfzelle im Verlauf des optischen Pumpens bei rechtszirkular-polarisiertem Licht. [Anleitung]

Beide Prozesse laufen parallel ab, wobei der dominierende Prozess von der Energie des emittierten Photons abhängt bzw. von der Frequenz, wie im Folgenden nun hergeleitet wird. Die Energie des Photons entspricht dabei der Energiedifferenz (vgl. (??)) der beiden Zustände, zwischen denen der Übergang stattfindet.

$$h\nu = W_2 - W_1 \quad (13)$$

Wird ein Gas mit N_1 Atomen im Zustand W_1 und N_2 Atomen im energetisch höheren Zustand W_2 betrachtet, welches sich im thermischen Gleichgewicht befindet. Die Anzahl der spontanen Emissionen pro Zeiteinheit lässt sich dann wie folgt berechnen, wobei A_{21} die Übergangswahrscheinlichkeit von Niveau W_2 in W_1 darstellt:

$$n_{\text{spont}} = N_2 A_{21}. \quad (14)$$

Die Anzahl induzierter Emissionen pro Zeiteinheit ist mit N_2 über den Einstein-Koeffizienten B_{21} sowie der Quantendichte $u(\nu)$ verbunden:

$$n_{\text{ind}} = N_2 B_{21} u(\nu). \quad (15)$$

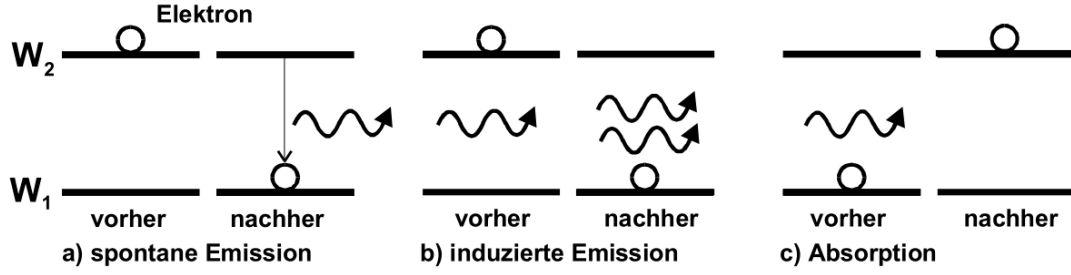


Abbildung 5: Verschiedene Übergangsmöglichkeiten zwischen zwei verschiedenen Energieniveaus. **[Anleitung]**

Durch eine ähnliche Relation lässt sich auch die Anzahl absorbierter Quanten pro Zeiteinheit bestimmen:

$$n_{\text{abs}} = N_1 B_{12} u(\nu). \quad (16)$$

Da im thermischen Gleichgewicht die mittlere Besetzungszahl aller Zustände gleich bleiben muss, muss die Anzahl emittierter Quanten in Summe gleich der Anzahl absorbierter Quanten sein. Unter der Annahme, dass beide Niveaus nicht entartet sind ($g_1 = g_2$), gilt $B_{12} = B_{21}$. Somit lässt sich nun A_{21} bestimmen, so dass sich folgende Abhängigkeit ergibt:

$$A_{21} = \frac{8\pi h}{c^3} B_{12} \nu^3. \quad (17)$$

B_{21} kann aufgrund seiner ausschließlichen Abhängigkeit von der Gestalt der Wellenfunktionen als konstant betrachtet werden. Somit wird in Gleichung (??) aufgrund der ν^3 Abhängigkeit deutlich, dass spontane Emission nur bei hohen Frequenzen ein relevanter Prozess ist. Um dies deutlich zu machen, kann die Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission betrachtet werden. Für das Verhältniss der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen angeregtem Zustand und Grundzustand ($\nu \approx 380 \text{ THz}$) sowie dem Übergang zwischen zwei Zeeman-Niveaus ($\nu \approx 1 \text{ MHz}$) ergibt sich $A_{21}(380 \text{ THz})/A_{21}(1 \text{ MHz}) = 5.4 \cdot 10^{25}$. Somit ist die induzierte Emission im Bereich der Zeeman-Aufspaltung der dominierende Prozess.

Mit den obigen Überlegungen lassen sich die Abstände zwischen den Zeeman-Niveaus unter Verwendung der induzierten Emission präzise vermessen. Liegt zu Beginn noch kein Magnetfeld an, so ist das optische Pumpen nicht möglich und die Transparenz der Dampfkammer ist minimal. Im Allgemeinen ist dies jedoch aufgrund des Magnetfeldes der Erde nicht der Fall. Dadurch kann dieses anhand der beobachtbaren Abweichung bestimmt werden (siehe Abbildung ??). Dafür kann durch Kompensations mittels eines vertikalen Ausgleichsfeldes die Linienbreite minimiert werden.

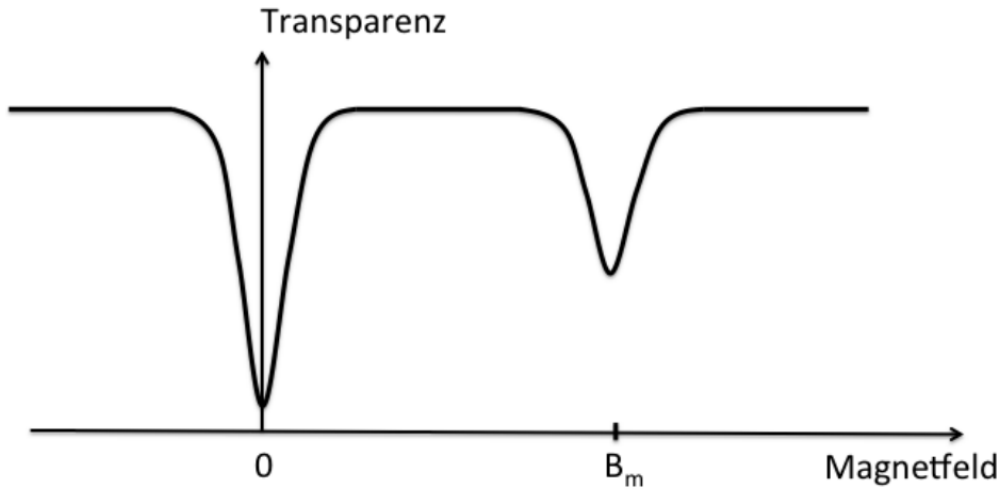


Abbildung 6: Transparenz der Dampfzelle in Abhängigkeit von der angelegten Feldstärke.
[Anleitung]

Außerhalb der Dampfzelle wird ein frequenzvariables Hochfrequenzfeld (weiter RF) angelegt, womit später die induzierte Emission hervorgerufen wird. Aufgrund der durch (??) gegebenen Relation kann dadurch die Magnetfeldstärke des anderen horizontalen Magnetfeldes bestimmt werden (Formel (??)), bei dem durch das angelegte RF mit der festen Frequenz ν induzierte Emission auftritt:

$$h\nu = g_J \mu_B B_m \Delta M_J \quad (18)$$

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \nu. \quad (19)$$

Die Gleichung (??) wird auch als Resonanzgleichung bezeichnet, da die Energie der durch den RF erzeugten EM-Welle der Energiedifferenz der beiden Zustände entspricht (Formel (??)). Durch die auftretende Emission wird das $^2P_{1/2}, M_J = +\frac{1}{2}$ wieder entleert und das D1-Licht kann wieder absorbiert werden. Die Transparenz der Dampfzelle nimmt also im Resonanzfall wieder ab und die Magnetfeldstärke B_m kann in Abhängigkeit von der Frequenz des RF-Feldes bestimmt werden (siehe Abbildung ??).

Die Hochfrequenz-Spektroskopie ermöglicht dabei diesen Versuch erst, da mit rein optischen Methoden aufgrund der Begrenzung des Auflösungsvermögens die Zeeman-Aufspaltung nicht anhand der Energieänderung der emittierten Lichtquanten messbar ist.

Wird das angesprochene Verfahren auf ein Atom mit Kernspin $I > 0$ verallgemeinert, so treten grundsätzlich keine neuen Phänomene auf. Lediglich die Aufspaltung wird aufgrund

der in Kapitel ?? angesprochenen Kopplung verstärkt. Anhand von Abbildung ?? wird zum Beispiel deutlich, dass durch optisches Pumpen keine Emission von $F = 2, M_F = +2$ im Grundzustand in einen angeregten Zustand möglich ist, da kein Niveau mit $M_F = +3$ vorhanden ist. Die Besetzungszahl dieses Niveaus würde also durch optisches Pumpen zunehmen. Also kann auch in diesem Fall durch zirkular-polarisiertes eine Inversion erzeugt werden. Ebenso lässt sich mittels der RF-Quanten wieder induzierte Emission erzeugen um den Zeeman-Übergang anschließend zu vermessen.

1.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

Bei einer Erhöhung der Flussdichte des Magnetfeldes B müssen bei Berechnung der Energiedifferenz zwischen zwei Zeeman-Niveaus zusätzlich Terme höherer Ordnung von B betrachtet werden. Durch Lösen der Schrödinger-Gleichung des vorhandenen Systems ergibt sich für die Energie U_{HF} noch ein zusätzlicher Term, welcher proportional zu B^2 ist:

$$U_{\text{HF}} \approx g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}}. \quad (20)$$

ΔE_{Hy} ist hierbei die Hyperfeinstrukturaufspaltung zwischen zwei verschiedenen Niveaus. Somit ist die Zeeman-Energie nun auch von der Quantenzahl M_F abhängig, weswegen die vorliegenden Übergänge unterschiedliche Energien besitzen (quadratischer Zeeman-Effekt).

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Aufbau

In Abbildung ?? ist die verwendete Apparatur dargestellt. Als Lichtquelle wird hier eine Spektrallampe verwendet. Das erzeugte Licht wird mithilfe einer Sammellinse kollimiert, sodass anschließend mithilfe eines Filters das D_1 -Licht heraussepariert wird. Durch einen Linearpolarisator sowie ein $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen wird das Licht zirkular-polarisiert. Die Dampfzelle wird durch einen Ofen geheizt, damit ein optimaler Rb-Dampfdruck herrscht. Mittels einer weiteren Linse hinter der Dampfkammer wird das austretende Licht auf ein SI-Photoelement fokussiert, welches mit einem Oszilloskop ausgewertet wird. Sichtbar werden die Schwankungen der Intensität durch eine Y-Auslenkung des Elektronenstrahles.

Wie schon in Kapitel ?? beschrieben, werden bei dem Aufbau drei Helmholtz-Spulenpaare verwendet. Zwei der Spulen sind horizontal ausgerichtet und eine vertikal. Die Horizontalfeld-Spule besitzt $N = 154$ Windungen und hat einen Radius von $R_{\text{horizontal}} = 15,79 \text{ cm}$. Die Sweep-Spule (ebenfalls horizontal) besitzt einen Radius von $R_{\text{sweep}} = 16,39 \text{ cm}$ sowie

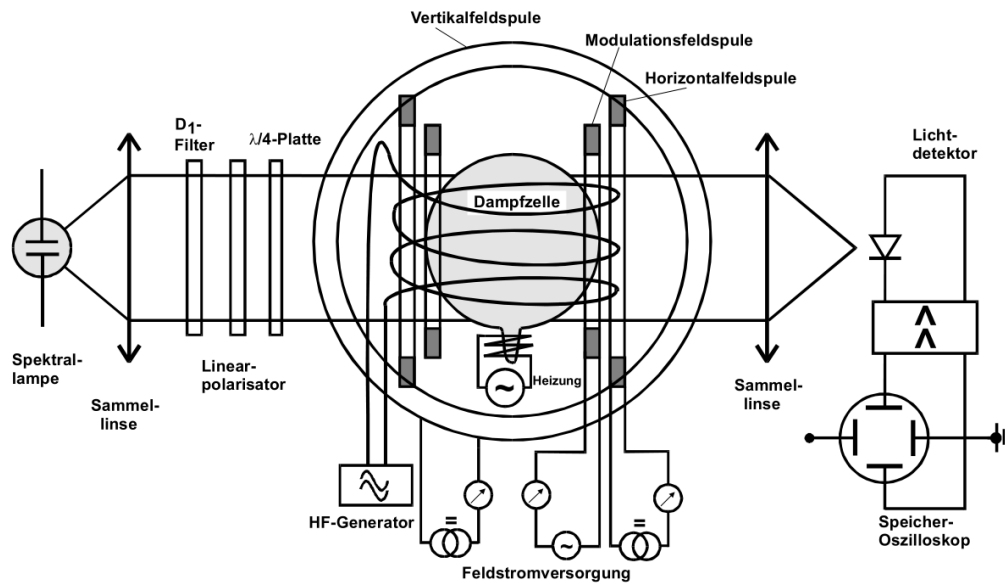


Abbildung 7: Aufbau der verwendeten Apparatur. [Anleitung]

$N = 11$ Windungen je Spule. Die Vertikalfeld-Spule besitzt $N = 20$ Windungen sowie einen Radius von $R_{\text{vertikal}} = 11,735 \text{ cm}$.

Alle drei Spulen können separat über ein Kontrollgerät gesteuert werden, an dem auch die für das Sweep-Feld nötigen Werte (Startwert, Range und Dauer) eingestellt werden können. Sweep- und Vertikalfeld-Spule besitzen einen maximalen Spulenstrom von $I = 1 \text{ A}$, welcher in 0.1 A Schritten variiert werden kann. Die Horizontalfeldspule hat einen maximalen Spulenstrom von $I = 3 \text{ A}$, welcher in 0.3 A Schritten variiert werden kann.

Die Messapparatur wird so ausgerichtet, dass der Verlauf des Strahles parallel zur Nord-Süd-Richtung ist. So muss lediglich die parallele Komponente des Erdmagnetfeldes betrachtet werden, welche in der Auswertung leichter zu berücksichtigen ist.

Um Resonanzstellen zu bestimmen wird bei fester Frequenz des RF die horizontale Feldstärke mit Hilfe Sweep-Spule variiert und dabei die Transparenz der Dampfzelle mithilfe des Oszilloskopes beobachtet. Da die Stärke des Sweep-Feldes jedoch nicht komplett ausreicht, wird bei Frequenzen ab ca. 300 Hz ein zusätzliches Horizontalfeld zugeschaltet. Das an der Photozelle eintreffende Licht wird dann am Oszilloskop per XY-Betrieb in Abhängigkeit der Sweep-Feldstärke dargestellt, um die Resonanzstellen sichtbar zu machen.

2.2 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs muss die Apparatur justiert werden. Vor der Justierung der optischen Elemente werden "Gain", "Gain Multiplier" sowie "Meter Multiplier" auf 1

gesetzt und die Zeitkonstante auf 100 ms eingestellt. Danach werden unter Beobachtung der Signalstärke am Galvanometer die beiden Linsen auf der Schiene verschoben, bis die Signalstärke maximiert ist. Nach Einsetzen der restlichen optischen Elemente wird der Aufbau mit einem Tuch abgedeckt..

Auf dem Oszilloskop kann anschließend der in Kapitel ?? beschriebene Verlauf der Transparenz sichtbar gemacht werden. Die Einstellungen der verschiedenen Felder sind im Folgenden listenförmig dargestellt:

- Potenziometer für alle Felder (beim Sweep-Feld der Startwert) werden auf Null gedreht.
- Unteren Schalter bei der Sweep-Spule auf "Continuous", oberen auf "Start" setzen und als Periodendauer 2 Sekunden einstellen.
- "Recorder"-Ausgang der Sweep-Spule an Kanal 1 und die Dioden-Spannung an Kanal 2 des Oszilloskopes anschließen und als Darstellungsmodus den XY-Betrieb wählen.
- Anschließend "Gain" auf 20, "Gain Multiplier" auf x10 und "Meter Multiplier" auf x2 stellen.

Der anschließend sichtbare breite Peak (siehe Kapitel ??) wird durch Einstellen des Vertikal-Feldes schmaler gemacht, um das Erdmagnet-Feld auszugleichen. Danach wird der Versuchsaufbau mithilfe eines Kompasses so ausgerichtet, dass der Strahlenverlauf entlang der Nord-Süd-Richtung verläuft.

Als erster Teil des Experimentes werden die Resonanzfeldstärken gemessen. Dafür wird am RF eine Frequenz von 100 kHz eingestellt. Mithilfe des Oszilloskopes wird ein Foto der sichtbaren Peaks aufgenommen, um hinterher das Isotopenverhältniss bestimmen zu können. Danach werden in Intervallschritten von 100 kHz bis zu einer Frequenz von 1 MHz die Magnetfeldstärken der Sweep-Spule an den Resonanzpeaks bestimmt. Dabei wird "RF Amplifier Gain" auf 2 gestellt und eine Spannung mit 100 kHz und einer Amplitude von 4 V angelegt.

Bei Frequenzen ab 300 kHz wird wie in Kapitel ?? beschrieben ein zusätzliches horizontales Feld eingeschaltet, um mit dem Sweep die Resonanzen abdecken zu können.

3 Auswertung

Die Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb werden im Laufe der Auswertung dem jeweiligen Datensatz zugeordnet. Bevor die Identifikation stattfindet werden die Messdaten, die zu der ersten Resonanzstelle gehören mit "1" eins indiziert und die Messdaten, die zu der zweiten gehören mit einer "2".

Ein typisches Signalbild des Versuches ist in Abbildung ?? dargestellt.

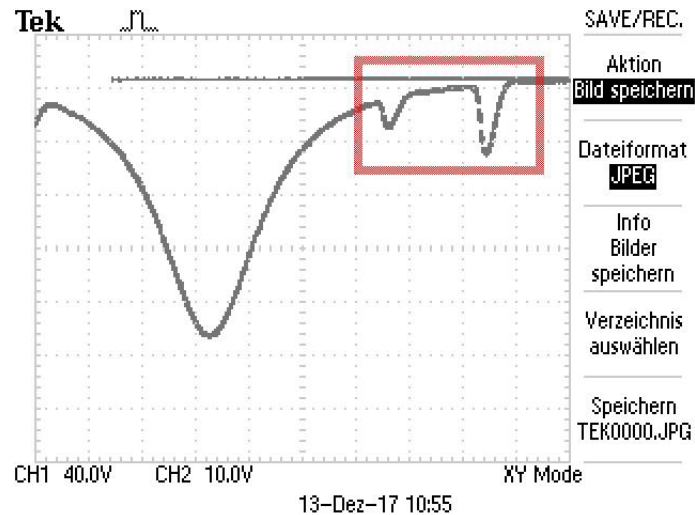


Abbildung 8: Typisches Signalbild. Die beiden Resonanzstellen sind in dem schraffierten Rechteck zu erkennen.

3.1 Erdmagnetfeld

Der Tisch mit dem darauf befindlichen Versuchsaufbau ist so ausgerichtet, dass nur die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes Einfluss auf den Versuch hat. Die Vertikalfeld-Spule kompensiert bei einem eingestellten Strom von $I_{\text{vertikal}} = 0,23 \text{ A}$ das Erdmagnetfeld. Durch die Formel für Helmholtzspulen

$$B_{\text{Spule}} = \mu_0 \cdot \frac{8 \cdot I \cdot N}{\sqrt{125} \cdot R} \quad (21)$$

berechnet sich die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes zu $B_{\text{Erd}} = 34,9 \mu\text{T}$.

3.2 Bestimmung der Landé-Faktoren und des Kernspins der Rubidium-Isotope

Die Landé-Faktoren g_{F_i} lassen sich durch eine Linearregression auf Grundlage von Formel ?? ermitteln. Die Messdaten der Frequenzen und den zugehörigen gemessenen Spulenstromstärken sind in den Tabellen ?? und ?? dargestellt. Eine Darstellung der linearen Regression ist in ?? abgebildet.

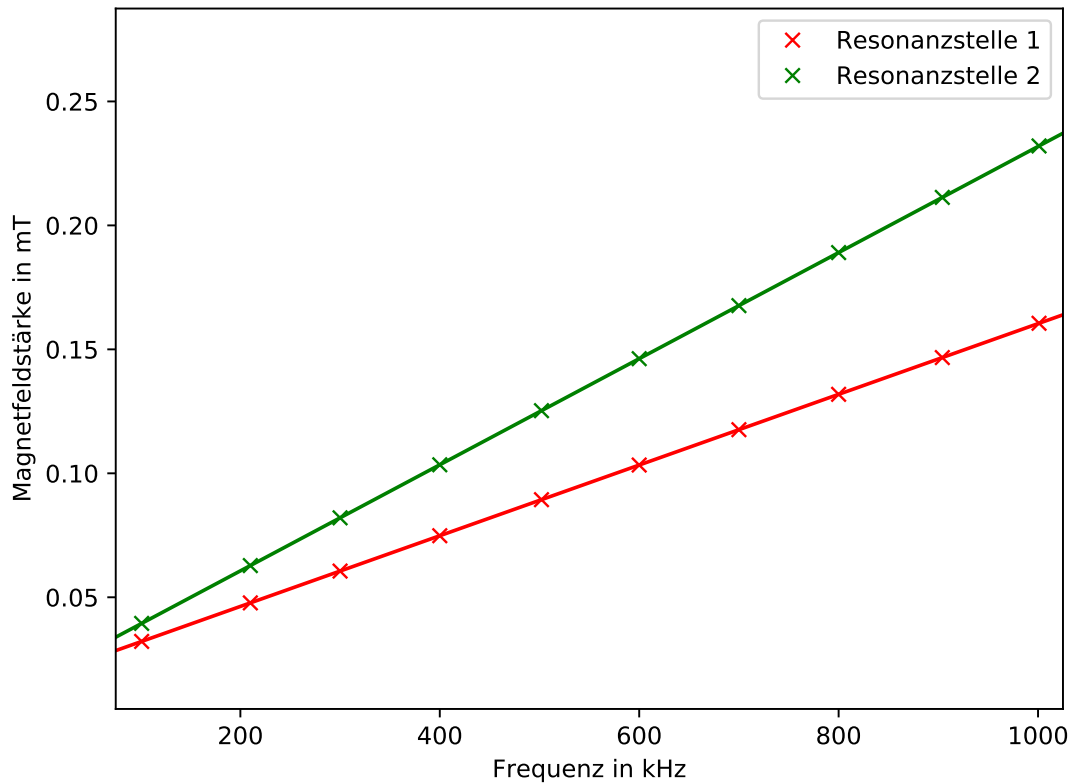


Abbildung 9: Lineare Regression der B-Feldstärken an den Resonanzstellen mit steigender Frequenz

Die Landé-Faktoren der Isotope sind wie folgt.

$$g_{F_1} = 0,5011 \pm 0,0019$$

$$g_{F_2} = 0,3339 \pm 0,0011$$

Die Rubidium-Isotope haben die folgenden Quantenzahlen.

$$L = 0, \quad S = \frac{1}{2}, \quad J = \frac{1}{2}$$

Mit den obigen Quantenzahlen ist $g_J = 2,0023$.

Somit kann unter Berücksichtigung von $F = I + J$ Gleichung (??) nach I umgestellt werden.

$$I = \frac{g_J}{4g_F} - 1 + \sqrt{\left(\frac{g_J}{4g_F} - 1\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{g_J}{g_F} - 1\right)} \quad (22)$$

Die Kernspins der Rubidium-Isotope ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,498 \pm 0,007 \\ I_2 &= 2,498 \pm 0,010. \end{aligned}$$

Der Kernspin des Rubidium-Isotopes ^{85}Rb wird in der Literatur mit einem Wert von $I_{\text{Literatur}} = \frac{5}{2}$ angegeben. Der Kernspin des Rubidium-Isotopes ^{87}Rb wird in der Literatur mit einem Wert von $I_{\text{Literatur}} = \frac{3}{2}$ angegeben.

Im Vergleich mit den Literaturwerten wird erkenntlich, dass die erste Resonanzstelle zu dem Isotop ^{87}Rb und die zweite Resonanzstelle zu dem Isotop ^{85}Rb gehört.

3.3 Isotopenverhältnis

Aus der Abbildung ?? sind die Amplituden der beiden Resonanzstellen zu entnehmen. Das Isotopenverhältnis $R = \frac{p_1}{p_2}$ ergibt sich aus dem Amplitudenverhältnis. In der Versuchskammer liegen p_1 Anteile von ^{87}Rb und p_2 Anteile von ^{85}Rb vor. Insgesamt gilt $p_1 + p_2 = 1$. Somit folgt, dass $p_2 = \frac{1}{1+R}$ ist. Für den ersten Peak wurde eine Größe von 118 Pixeln und für den zweiten Peak eine Größe von 265 Pixeln. Damit ergibt sich $R \approx 0.436$. Weiterhin ergeben sich die Anteile p_1 und p_2 zu:

$$\begin{aligned} p_1 &= 30,81\% \\ p_2 &= 69,19\%. \end{aligned}$$

Daraus ist das Isotopenverhältnis mit ca. 31:69 (^{87}Rb : ^{85}Rb) zu entnehmen.

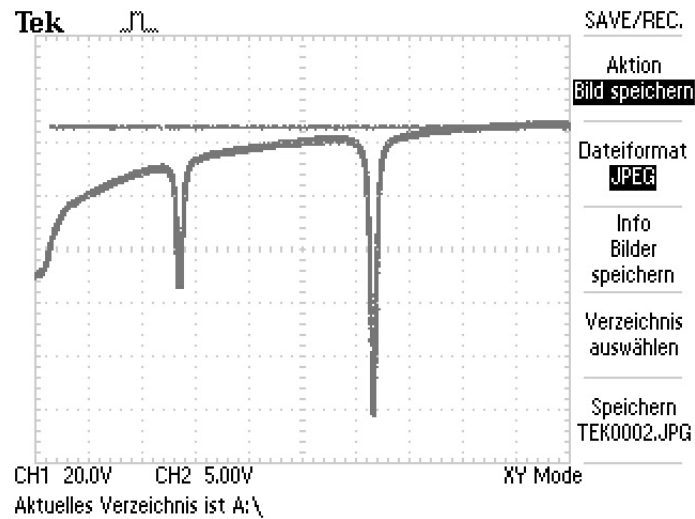


Abbildung 10: Detailaufnahme der beiden Resonanzstellen

3.4 Quadratischer Zeeman-Effekt

Mit Formel (??) lässt sich der quadratische Zeeman-Effekt abschätzen und mit dem linearen Term vergleichen.

Für die Rubidium-Isotope werden die folgenden Daten verwendet. Dabei sind für die B-Felder die Maximalwerte an den Resonanzen verwendet worden.

^{87}Rb :

$$B = 0,161 \text{ mT}$$

$$M_F = 2$$

$$\Delta E_{\text{Hy}} = 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

^{85}Rb :

$$B = 0,233 \text{ mT}$$

$$M_F = 3$$

$$\Delta E_{\text{Hy}} = 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

Damit ergeben sich die Terme der Hyperfeinstrukturaufspaltung zu:

$$^{87}\text{Rb} : \quad (23)$$

$$E_{z,\text{lin}} = (7,482 \pm 0,028) \cdot 10^{-28} \text{ J} \quad (24)$$

$$E_{z,\text{quad}} = (-3,707 \pm 0,028) \cdot 10^{-31} \text{ J} \quad (25)$$

$$(26)$$

$$^{85}\text{Rb} : \quad (27)$$

$$E_{z,\text{lin}} = (7,482 \pm 0,023) \cdot 10^{-28} \text{ J} \quad (28)$$

$$E_{z,\text{quad}} = (-1,294 \pm 0,008) \cdot 10^{-30} \text{ J}. \quad (29)$$

4 Diskussion

Im Allgemeinen liegen die erhobenen und ausgewerteten Ergebnisse im Bereich der Literaturwerte. Die Auswertung der Messdaten ergab einen Kernspin von $I_{^{85}\text{Rb}} = 2,498 \pm 0,010$. Der Literaturwert liegt in der Fehlerschranke und konnte hier experimentell bestätigt werden. Gleiches gilt für den Kernspin des Isotopes ^{87}Rb . Der zugehörige Literaturwert wurde im Experiment mit $I_{^{87}\text{Rb}} = 1,498 \pm 0,007$, im Rahmen der Fehlerschranke wieder gefunden. Die Kernspins stimmen somit mit den Literaturwerten nahezu überein, weshalb angenommen wird, dass die berechneten Landé-Faktoren $g_{F_1} = 0,5011 \pm 0,0019$ und $g_{F_2} = 0,3339 \pm 0,0011$ ebenfalls im Rahmen der Fehlerschranken mit den tatsächlichen Landé-Faktoren übereinstimmen.

Das natürliche Isotopenverhältnis ist nach [Isotopenverhältnis] $p_{1,\text{Literatur}} = 27,83\%$ und $p_{2,\text{Literatur}} = 72,17\%$. Die entspricht ungefähr dem gefundenen Verhältnis in dem Versuchsaufbau. In der Versuchskammer ist ebenfalls der Großteil von dem Isotop ^{85}Rb enthalten.

Das Experiment ergab, dass die verwendeten B-Felder noch zu klein sind, damit der quadratische Zeeman-Effekt eine signifikante Rolle spielt. Der lineare Term ist bei beiden Isotopen um zwei Größenordnungen größer als der quadratische Term, weshalb der quadratische Term als vernachlässigbar anzusehen ist.

In der Auswertung sind keine Ablesefehler der Spulenströme berücksichtigt worden, wodurch möglicherweise die geringe Diskrepanz der experimentell ermittelten Werte zu den Theoriewerten erklärt werden kann.

5 Messdaten

In diesem Kapitel sind die aufgenommenen Messdaten, sowie die berechneten Magnetischenflussdichten tabellarisch aufgeführt.

Tabelle 1: Messdaten der ersten Resonanzstelle

ν in kHz	I_{sweep} in A	B_{sweep} in mT	$I_{horizontal}$ in mA	$B_{horizontal}$ in mT	B_{ges} in mT
101	0,54	0,033	0	0,000	0,033
210	0,38	0,023	29	0,025	0,048
300	0,55	0,033	31	0,027	0,061
400	0,47	0,028	53	0,046	0,075
502	0,11	0,007	93	0,082	0,088
600	0,18	0,011	105	0,092	0,103
700	0,09	0,006	128	0,112	0,118
800	0,35	0,021	126	0,110	0,132
904	0,40	0,024	140	0,123	0,147
1001	0,52	0,031	148	0,130	0,161

Tabelle 2: Messdaten der zweiten Resonanzstelle

ν in kHz	I_{sweep} in A	B_{sweep} in mT	$I_{horizontal}$ in mA	$B_{horizontal}$ in mT	B_{ges} in mT
101	0,66	0,040	0	0,000	0,040
210	0,63	0,038	29	0,025	0,064
300	0,90	0,055	31	0,027	0,082
400	0,94	0,057	53	0,046	0,103
502	0,71	0,043	93	0,082	0,124
600	0,89	0,053	105	0,092	0,146
700	0,92	0,055	128	0,112	0,168
800	0,75	0,045	164	0,144	0,189
904	0,77	0,046	188	0,165	0,211
1001	0,72	0,044	216	0,189	0,233

v in kHz	I _{hohl}	B _{sweep}		V21
		1. Peak	2. Peak	
101	0	5,4	6,61	Optisches Pumpen
217	28 mA	3,75	6,32	
300	31 mA	5,53	9,04	N. Ischh / Paper
400	53 mA	4,71	9,41	
502	93 mA	1,13	7,10	Verhältnis Feld: 2,28 · 0,1 A
600	105 mA	1,77	8,86	
700	128 mA	0,82	9,19	

v in kHz		I _{hohl}	B _{sweep}
1. Peak	800	126 mA	3,55
2. Peak	800	164 mA	7,51
1. Peak	904	140 mA	3,97
2. Peak	905	188 mA	7,65
1. Peak	1001	148 mA	5,17
2. Peak	1001	216 mA	7,21

B_{sweep}: 1 = 0,1 A

J. M.

Abbildung 11: Aufgeschriebene Messdaten.