

US3

Dopplersonographie

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.05.2017

Abgabe: 23.05.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Aufbau	4
4 Durchführung	5
5 Auswertung	6
5.1 Die gemessenen Daten	6
5.2 Betrachtung der winkelabhängigen Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit	8
5.3 Betrachtung der Geschwindigkeit und der Streuintensität in Abhängigkeit der Messtiefe	13
6 Diskussion	15
Literatur	16

1 Zielsetzung

Es soll mit dem Impuls-Echo-Verfahren die Strömung in verschiedenen Rohren untersucht werden.

2 Theorie

Bei der Sonographie wird der Dopplereffekt ausgenutzt um die Geschwindigkeit einer Strömung zu ermitteln. Wenn sich Sender und Empfänger von Wellen relativ zueinander bewegen misst der Empfänger eine verschobene Frequenz. Dieser Effekt wird Dopplereffekt genannt. Im Fall, dass sich der Sender der Welle im Medium, in welchem der Empfänger ruht mit der Geschwindigkeit v' in Richtung des Empfängers bewegt, wird statt der ausgesendeten Frequenz f_0 die Frequenz

$$f_{\text{gem}} = \frac{f_0}{1 - \frac{v'}{c}} \quad (1)$$

gemessen, wobei c die Ausbreitungsgeschwindigkeit in dem betrachteten Medium ist. Im anderen Fall, dass nun der Sender im Medium ruht und der Empfänger sich mit der Geschwindigkeit v' auf den Sender zubewegt wird die Frequenz

$$f_{\text{gem}} = f_0 \left(1 + \frac{v'}{c}\right) \quad (2)$$

gemessen. Bei den betrachteten Messungen jedoch ruht der Sender und Empfänger dennoch tritt der Dopplereffekt auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Welle vor der Messung an einem Teilchen mit der Geschwindigkeit v reflektiert wird. Damit kann das bewegte Teilchen zugleich als Empfänger und Sender angesehen werden. Somit tritt der Fall mit dem ruhendem Sender und dem bewegten Teilchen zwischen dem ursprünglichen Sender und dem Teilchen als Empfänger auf. Nach der Reflexion tritt der Fall des bewegten Senders und dem ruhendem Empfänger zwischen dem Teilchen als Sender und dem Empfänger auf. Es folgt mit $v' \ll c$ für die gemessene Frequenz

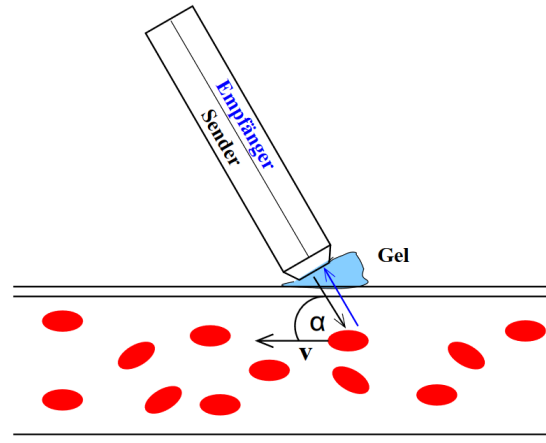
$$f_{\text{gem}} = \frac{1 + \frac{v'}{c}}{1 - \frac{v'}{c}} f_0 = \left(1 + \frac{2\frac{v'}{c}}{1 - \frac{v'}{c}}\right) f_0 \approx \left(1 + 2\frac{v'}{c}\right) f_0. \quad (3)$$

Nun bewegt sich das Teilchen zwar mit der Geschwindigkeit v jedoch nicht in Richtung des Senders/Empfängers sondern nur mit der Geschwindigkeit $v' = \cos(\alpha)v$, wie aus der Skizze in Abbildung 1 zu entnehmen ist. Somit gilt für die Frequenzverschiebung

$$\Delta f = f_{\text{gem}} - f_0 \approx 2\frac{v}{c} \cos(\alpha) f_0. \quad (4)$$

Bei der Sonographie wird mit Frequenzen im Ultraschallbereich gearbeitet. Diese sind für das Ohr des Menschen nicht wahrnehmbar und liegen zwischen ca. 20 kHz und

Abbildung 1: Darstellung des Verhältnisses zwischen v und v' [1].



ca. 1 GHz. Um diese Frequenzen zu erreichen und auch messen zu können werden der sogenannte reziproke piezoelektrische Effekt und der piezoelektrische Effekt genutzt. Der reziproke piezoelektrische Effekt wird bei der Erzeugung der Schallwellen genutzt. Er besagt, dass sich ein piezoelektrischer Körper unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes verformt, falls eine polare Achse in Richtung des Feldes zeigt. Durch die Verformung in einem periodische wechselnden Feld können somit Schallwellen vorgegebener Frequenz erzeugt werden, während bei der Resonanzfrequenz besonders große Amplituden erreicht werden können. Der piezoelektrische Effekt wird bei der Messung der Schallwellen genutzt. Er besagt, dass sich unter Verformung eines piezoelektrischer Körper ein elektrisches Feld aufbaut, welches in Form einer Spannung gemessen werden kann. Dadurch kann über die Verformung des Körpers durch die Schallwellen, diese wieder in elektrische Signale umgewandelt werden.

3 Aufbau

Zur Durchführung der Messungen wird ein Ultraschallgenerator mit einer passenden Ultraschallsonde mit einer Frequenz von 2 MHz benutzt. Der Ultraschallgenerator besitzt zudem einen Regler DEPTH und SAMPLE VOLUME. Zur Auswertung der Messwerte wird ein Computer mit der Software FlowView verwendet. Die Flüssigkeit aus Wasser, Glycerin und Glaskugeln wird von einer Zentrifugalpumpe durch drei Rohre mit verschiedenen Innen- und Außendurchmessern gepumpt. Der Durchfluss D an der Pumpe kann von 0 L/min bis 10 L/min variiert werden. Die daraus resultierende mittlere Strömungsgeschwindigkeit \bar{v} lässt sich folgendermaßen berechnen

$$\bar{v} = \frac{D}{A}, \quad (5)$$

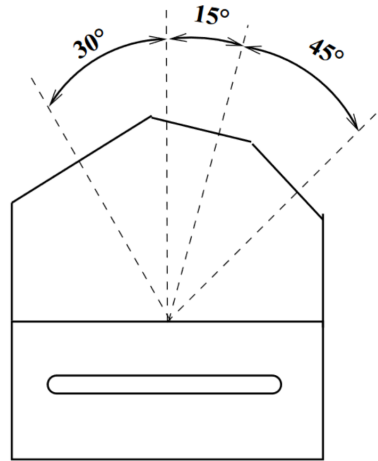
wobei A die Querschnittsfläche des durchströmten Rohres ist. Um reproduzierbare Winkel zwischen der durchschnittlichen Strömungsrichtung und der Ultraschallsonde zu

gewährleisten werden Doppler-Prismen mit drei verschiedenen festen Winkeln θ verwendet. Es gibt jeweils ein Prisma für jedes Rohr, welches in Abbildung 2 dargestellt ist. Es gilt nach dem Brechungsgesetz für die Dopplerwinkel

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin\left(\sin(\theta) \frac{c_L}{c_P}\right). \quad (6)$$

Hierin ist c_L die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit und c_P die Schallgeschwindigkeit in dem Prisma.

Abbildung 2: Darstellung eines in dem Versuch verwendeten Prismas [1].



4 Durchführung

Es werden die drei Doppler-Prismen an die jeweiligen dafür vorgesehenen Rohren angebracht. Damit eine gute Übertragung der Schallwellen gewährleistet ist muss zwischen den Rohren und Prismen Ultraschallgel aufgetragen werden. Nun wird die Zentrifugalpumpe auf eine Leistung von maximal 70 % eingestellt. Jetzt wird jeweils an den Prismen mit den drei verschiedenen Winkeln mit der Ultraschallsonde gemessen. Hierbei muss auch das Ultraschallgel zwischen der Sonde und dem Prisma aufgetragen werden. Es ist auch darauf zu achten, dass an dem Ultraschallgenerator die Frequenz auf 2 MHz und das SAMPLE VOLUME auf LARGE gestellt ist. Es wird jeweils die Leistung der Pumpe sowie die gemessene Frequenzverschiebung notiert. Diese Messung wird für fünf verschiedene Pumpleistungen durchgeführt.

Nach der ersten Messreihe wird nun das SAMPLE VOLUME auf SMALL und der Regler DEPTH auf 12 μs gestellt. Nun wird in Abständen von 0,5 μs bis 19,5 μs am Rohr mit dem mittleren Durchmesser bei einem Winkel von 15° gemessen. Dabei wird sowohl eine Pumpleistung von 45 % als auch eine von 70 % verwendet. Es werden die jeweiligen Frequenzverschiebungen als auch die Streuintensitäten notiert.

5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [4] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [3] durchgeführt.

5.1 Die gemessenen Daten

Tabelle 1: Die gemessenen Daten am dünnen Rohr und die zugehörigen Geschwindigkeiten, berechnet aus der Leistung.

$P/\%$	$\Delta f_{\text{Winkel:}60^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}15^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}30^\circ}$	$v/\text{cm s}^{-1}$
20,00	165	73	−110	87
40,00	836	269	−586	173
50,80	1230	403	−890	220
54,00	1520	470	−1019	234
63,20	2000	775	−1440	274

Tabelle 2: Die gemessenen Daten am mittleren Rohr und die zugehörigen Geschwindigkeiten, berechnet aus der Leistung.

$P/\%$	$\Delta f_{\text{Winkel:}60^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}15^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}30^\circ}$	$v/\text{cm s}^{-1}$
20,00	98	49	−61	42
40,00	623	183	−330	85
50,80	970	275	−488	108
54,00	1001	317	−555	115
63,20	1400	391	−732	134

Tabelle 3: Die gemessenen Daten am breiten Rohr und die zugehörigen Geschwindigkeiten, berechnet aus der Leistung.

$P/\%$	$\Delta f_{\text{Winkel:}60^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}15^\circ}$	$\Delta f_{\text{Winkel:}30^\circ}$	$v/\text{cm s}^{-1}$
20,00	49	61	−49	17
40,00	232	85	−146	33
50,80	378	146	−232	42
54,00	415	146	−256	45
63,20	586	195	−330	52

Tabelle 4: Die bestimmten Dopplerwinkel zu den zugehörigen Winkeln.

Winkel:60°	Winkel:15°	Winkel: − 30°
54,74	80,06	109,47

Tabelle 5: Die gemessenen Daten zum Messprofil bei $P = 45\%$.

Messtiefe/mm	$\Delta f/\text{Hz}$	I_{Streu}	$v_{\text{mom}}/\text{cm s}^{-1}$
30,00	183	1030	48
30,75	159	3005	41
31,50	183	5106	48
32,25	220	7277	57
33,00	244	9204	64
33,75	281	10 762	73
34,50	317	11 201	83
35,25	317	12 377	83
36,00	293	12 705	76
36,75	256	13 311	67
37,50	226	14 012	59
38,25	208	13 552	54
39,00	208	12 111	54
39,75	220	14 400	57
40,50	232	10 586	61
41,25	220	7056	57

Tabelle 6: Die gemessenen Daten zum Messprofil bei $P = 70\%$.

Messtiefe/mm	$\Delta f/\text{Hz}$	I_{Streu}	$v_{\text{mom}}/\text{cm s}^{-1}$
30,00	195	620	51
30,75	220	1630	57
31,50	317	4963	83
32,25	342	8108	89
33,00	452	12 530	118
33,75	513	15 086	134
34,50	574	16 808	150
35,25	586	17 837	153
36,00	525	18 702	137
36,75	476	20 937	124
37,50	405	21 404	106
38,25	391	20 837	102
39,00	391	21 128	102
39,75	427	22 707	111
40,50	470	18 264	123
41,25	452	16 082	118

5.2 Betrachtung der winkelabhängigen Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit

Tabelle 7: Die bestimmten Steigungen der Graphen.

<i>Graph</i>	<i>Steigung</i>
dünn:15°	$16,6 \pm 1,5$
dünn:60°	$19,9 \pm 3,8$
dünn:30°	$20,5 \pm 1,9$
mittel:15°	$23,9 \pm 1,4$
mittel:60°	$21,7 \pm 1,1$
mittel:30°	$21,5 \pm 1,2$
breit:15°	$25,2 \pm 2,3$
breit:60°	$21,6 \pm 3,9$
breit:30°	$23,5 \pm 1,7$

Zunächst wird das Verhältnis $\frac{\Delta f}{\cos(\alpha)}$ als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit des Rohres betrachtet. Für letztere wird aufgrund der Geräteangaben eine maximale Pumpleistung von 10 L/min angenommen. Die Rohrdurchmesser betragen 7 mm für das dünne, 10 mm für das mittlere und 16 mm für das breite Rohr. Mithilfe von Formel 5 folgen die auf den X-Achsen aufgetragenen Geschwindigkeiten der Tabellen 1,2,3. Die zu den Winkeln zugehörigen Dopplerwinkel ergeben sich aus Formel 6. Zusammen mit

Abbildung 3: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in einem dünnen Rohr.

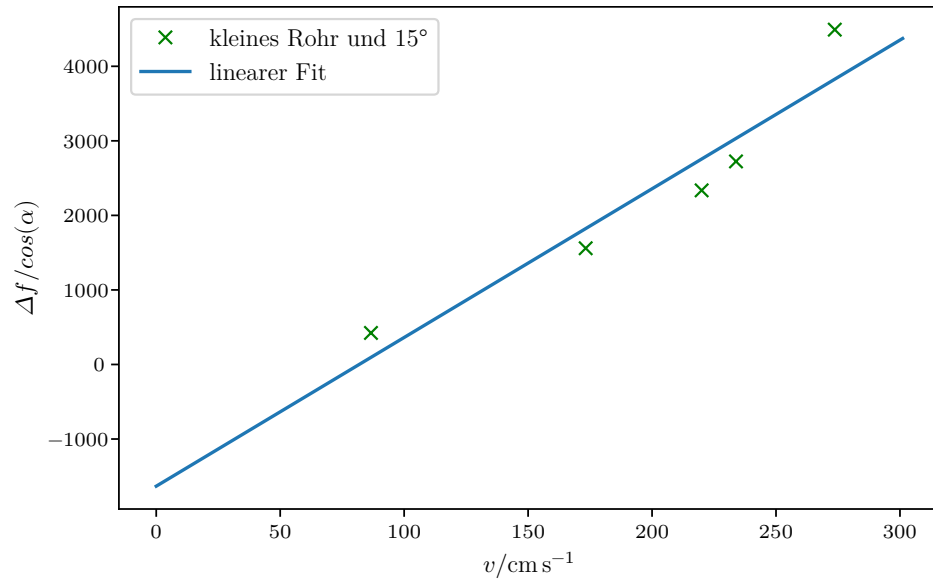


Abbildung 4: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in einem dünnen Rohr.

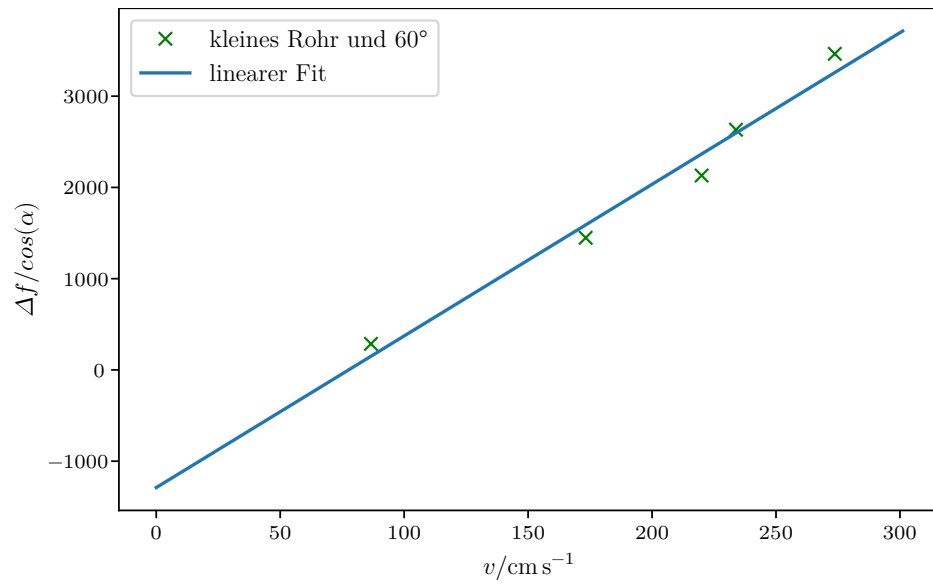


Abbildung 5: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in einem dünnen Rohr.

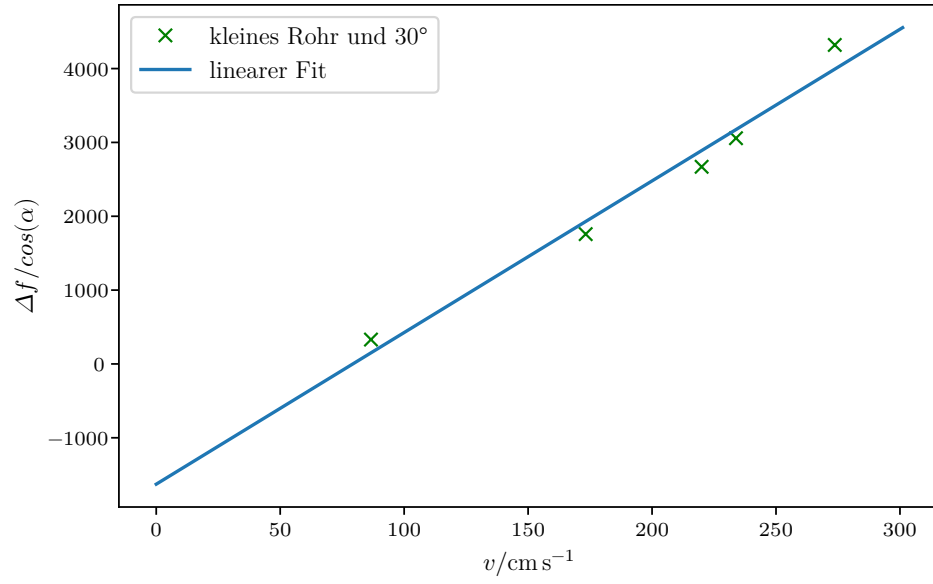


Abbildung 6: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in einem mittleren Rohr.

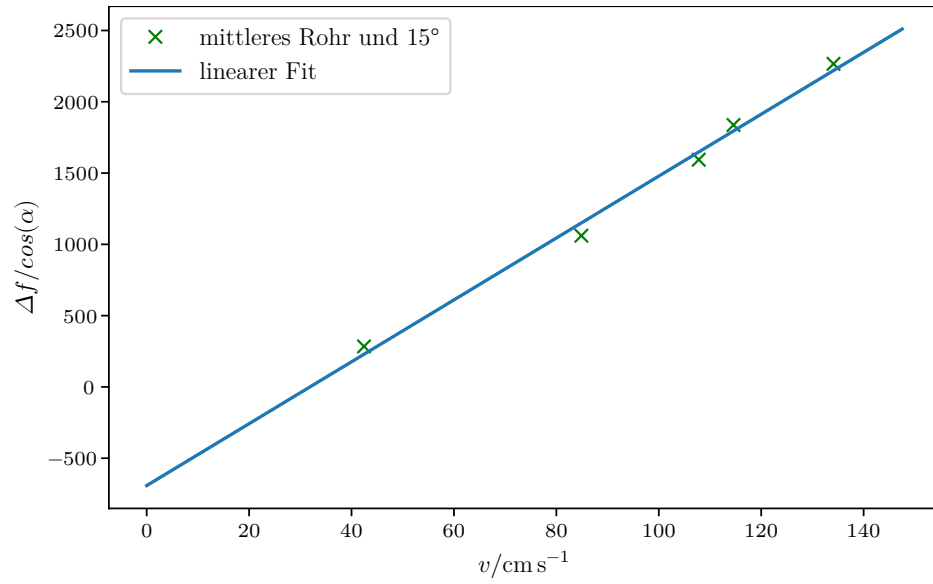


Abbildung 7: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in einem mittleren Rohr.

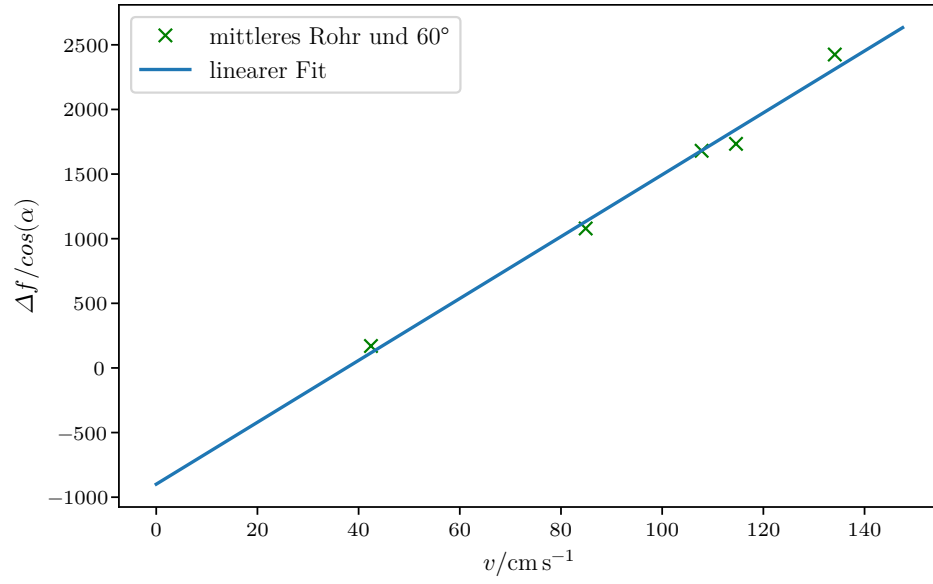


Abbildung 8: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in einem mittleren Rohr.

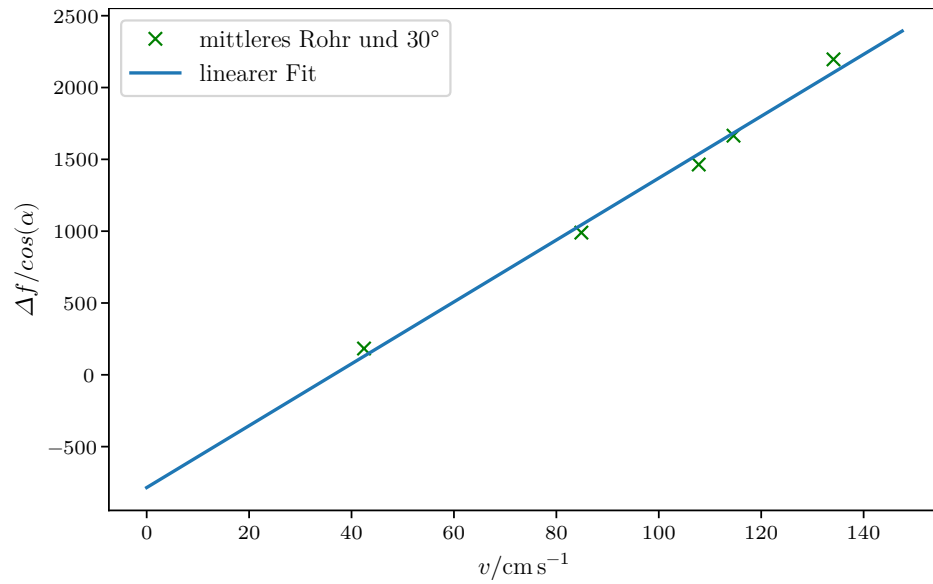


Abbildung 9: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 15° in einem breiten Rohr.

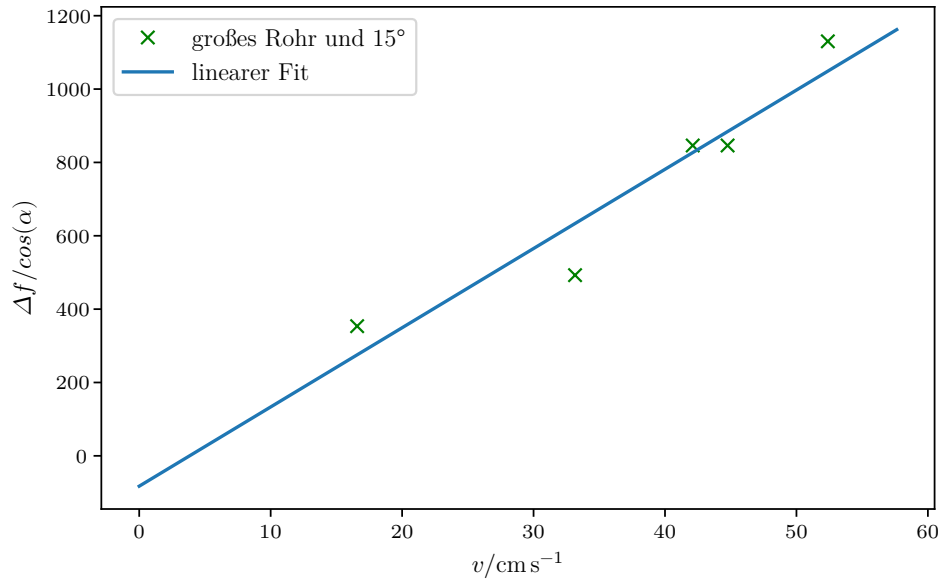


Abbildung 10: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 60° in einem breiten Rohr.

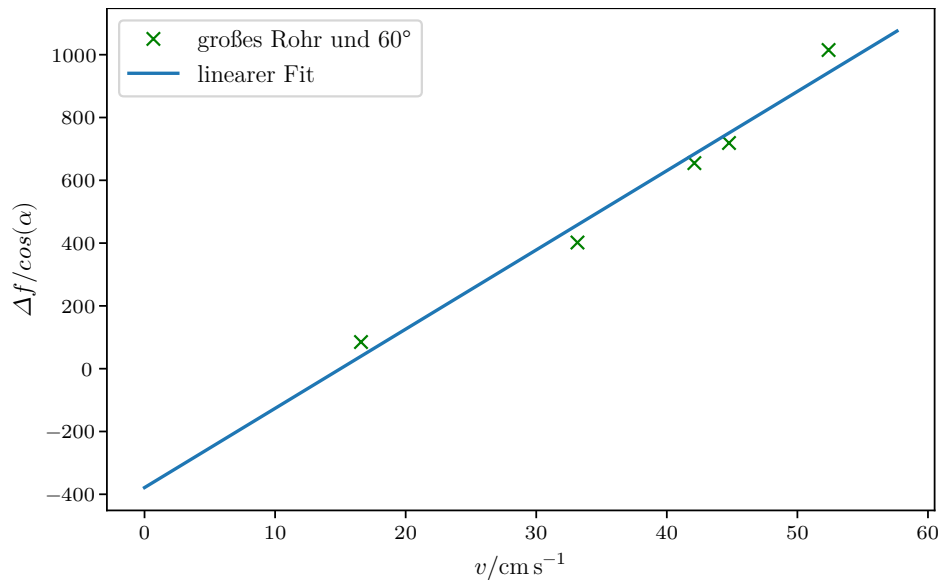
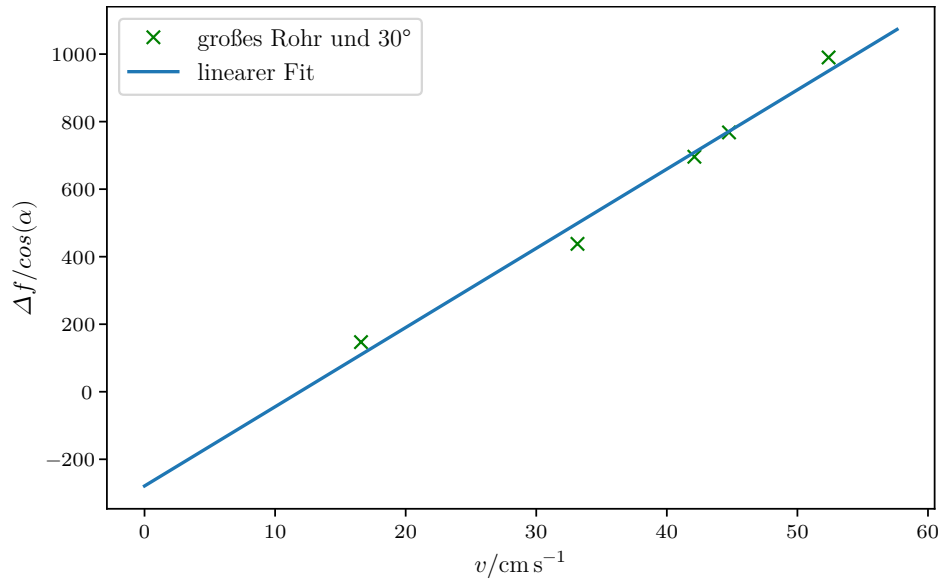


Abbildung 11: Die Dopplerverschiebung bei einem Winkel von 30° in einem breiten Rohr.



den anderen Angaben der Y-Achse aus den Tabellen 1,2,3 und 4 folgen die Graphen 3,4,5,6,7,8,9,10,11. Es ist zu erkennen, dass die Strömungsgeschwindigkeit vom Rohrdurchmesser abhängig ist und steigt, wenn der Durchmesser kleiner wird. Mithilfe einer Ausgleichsrechnung der Form $y = ax + b$ folgen die Parameter in Tabelle 7. Diese sind trotz unterschiedlicher Winkel und Rohrdurchmesser alle ca. gleich groß und liegen im Mittel bei $(21,6 \pm 0,8) \text{ 1/cm}$. Ein Vergleich mit der theoretischen Konstante $\frac{2 \cdot f_0}{c}$, welche sich aus der Formel der theoretischen Frequenzverschiebung 4 ergibt, zeigt deutliche Übereinstimmungen, wenn für c die Schallgeschwindigkeit $c = 1800 \text{ m/s}$ der Dopplerphantomflüssigkeit eingesetzt wird. Diese ergibt ca. $22,23 \text{ 1/cm}$.

5.3 Betrachtung der Geschwindigkeit und der Streuintensität in Abhängigkeit der Messtiefe

Nun wird nun das Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit am Schlauch mit mittlerem Durchmesser unter einem Winkel von 15° untersucht. Da die Streuintensitäten ungleich größer als die Geschwindigkeiten sind, wird nur 0,8% der Werthöhe in den Graphen 12 und 13 dargestellt. Die dargestellten Geschwindigkeiten in den Tabellen 5 und 6 folgen aus Umstellung von Formel 4. In beiden Graphen lässt sich das Strömungsprofil in Form des Hochpunktes erkennen. Dieses entsteht, da die Geschwindigkeit in Richtung Rohrzentrum ansteigt. Den Graphen nach liegt der breiteste Querschnitt des Rohres bei einer Messtiefe von ca. 35 mm. Anschließend zeigen die Graphen die darauf folgende Verengung des Rohrquerschnitts und den somit resultierenden Abfall der Kurve. Da die Viskosität der Flüssigkeit so gewählt ist, dass sich laminare Strömungen bilden, sind die Muster der Streuintensität bei beiden Leistungen sehr gleichförmig.

Abbildung 12: Das Strömungsprofil bei $P = 45\%$.

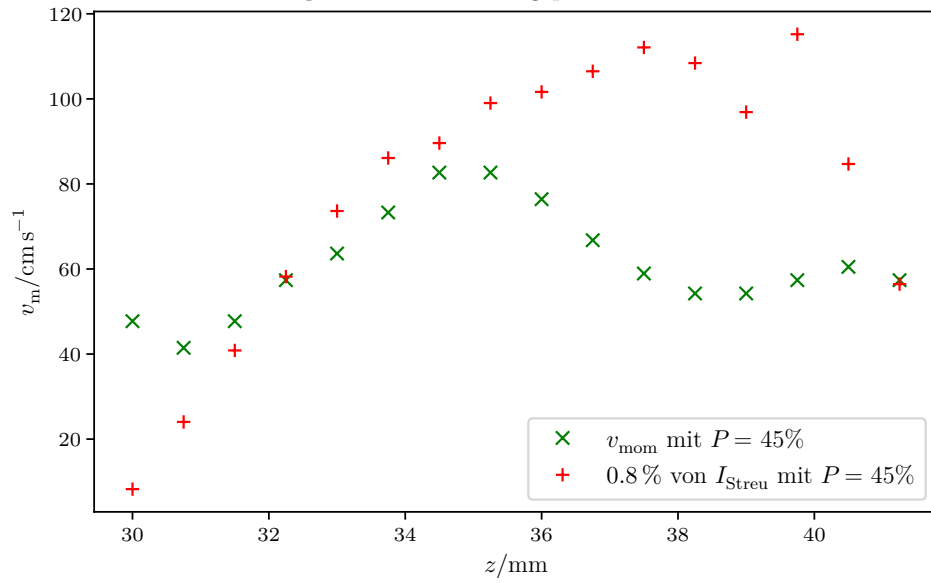
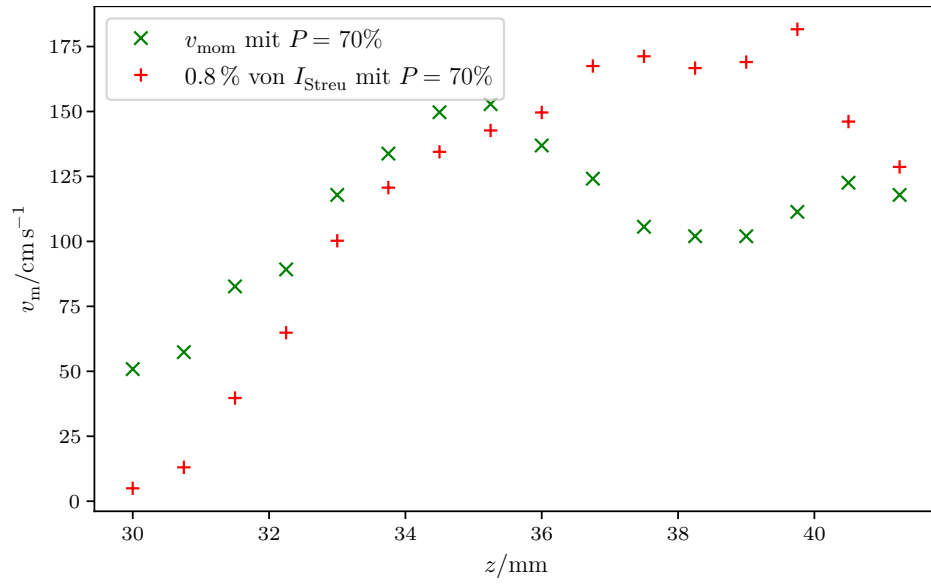


Abbildung 13: Das Strömungsprofil bei $P = 70\%$.



6 Diskussion

Die Auswertung liefert einige Ergebnisse, welche nun noch zu diskutieren sind. Die Konstante, welche aus den Graphen 3,4,5,6,7, 8,9,10,11 entnommen wird ist zwar bei allen Graphen hinreichend gleich, die zugehörigen Y Achsenabschnitte sind es hingegen nicht. In der Theorie sollte es keinen zusätzlichen Y-Achsenabschnitt geben. Eine mögliche Ursache der Abschnitte sind die linearen Ausgleichsrechnungen, welche auf wenigen Werten basieren. Es ist jedoch zu erkennen, dass die Y-Abschnitte bei gleichen Rohrdurchmessern unter größeren Winkeln stärker abweichen. Ein weiterer Grund ist die Nichtbeachtung der Schallgeschwindigkeiten in den Rohrwänden. Nun folgt der zweite Versuchsteil. Die Tiefenmessungen der Geschwindigkeit in den Graphen 12 und 13 zeigen Verschiebungen ihrer Peaks. Nach den Rohrdaten in [1] liegt die Mitte des Rohres in einer Tiefe von 38 mm. Die Auswertung ergibt bei beiden Leistungen hingegen einen Peak bei ca. 35 mm. Ein möglicher Grund hierfür könnte eine weitaus größere Geschwindigkeit der Welle in der Rohrwand sein. Alternativ sind die gegebenen Angaben vll. auch veraltet. Auch können die abgelesenen Werte für die Frequenzverschiebung Δf durch die teilweise nicht ausgeprägten Peaks der Fourierzerlegung von den tatsächlichen abweichen. Ein zusätzlicher Fehler bei beiden Messreihen während der Messung könnten nicht bemerkte Luftbläschen sein, welche sich noch in der Apparatur befunden haben.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *US3 Dopplersonographie*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/DopplerSonogr.pdf>.
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).