V 107

Das Kugelfallviskosimeter nach Höppler

Timo Gräßer
timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering
jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 5.1.16 Abgabe: 12.1.16

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie

Die Art und Weise, wie sich ein Körper durch eine Flüssigkeit bewegt, hängt von einigen Faktoren ab. Diese Faktoren sind unter anderem die Beschaffenheit des Körpers wie Masse und Volumen, die stark temperaturabhängige Viskosität und die Dichte der Flüssigkeit. Die Viskosität kann mit Hilfe eines Kugelfallviskosimeters bestimmt werden und ist ein Maß für die Zähflüssigkeit. Dort wird eine Kugel durch ein Rohr mit leicht größerem Radius fallen gelassen. Es muss darauf geachtet werden dieses Experiment bei einer laminaren Strömung durchzuführen. Das heißt, dass sich die Flüssigkeitsschichten nicht vermischen, sich also keine Turbulenzen bilden. Eine Kenngröße, die angibt, ob mit laminarer oder turbulenter Strömung zu rechnen ist, ist die $Reynolds-Zahl\ Re$. Berechnet wird sie mit Formel (1); wobei d der Durchmesser des Rohres ist und v die Geschwindigkeit der Kugel.

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \tag{1}$$

Der kritische Wert, über dem bei Rohrströmungen mit Turbulenzen zu rechnen ist, ist $Re_{\mathrm{krit}} = 2300$. Die Kräfte, die auf die Kugel wirken, sind dann: die Gewichtskraft $\vec{F}_{\mathrm{g}}$, der Auftrieb $\vec{F}_{\mathrm{A}}$ und die Reibung $\vec{F}_{\mathrm{R}}$. Die Reibung ist proportional zur Geschwindigkeit der Kugel und nimmt zu, bis sich ein Gleichgewicht einstellt und die Kugel sich mit konstanter Geschwindigkeit weiterbewegt. Wenn dann die Fallzeit t bestimmt, kann die Viskosität η mit Formel (2) bestimmt werden.

$$\eta = K(\rho_{\mathrm{K}} - \rho_{\mathrm{Fl}}) \cdot t \tag{2}$$

Bei vielen Flüssigkeiten ist η abhängig von der Temperatur T.
Dann wird die *Andradesche Gleichung* (3) genutzt.

$$\eta(T) = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{B}}{T}} \tag{3}$$

A und B sind Konstanten. Umgeformt ergibt sich Formel (4), die bei der linearen Regression benutzt wird.

$$\ln\left(\eta(T)\right) = \mathrm{B} \cdot \frac{1}{T} + \ln\left(\mathrm{A}\right) \tag{4}$$

Dann ist B die Steigung und A kann aus dem Achsenabschnitt bestimmt werden.

2. Durchführung und Aufbau

Zur Durchführung dieses Versuchs wird das Höppler-Viskosimeter benutzt. Eine beschriftete Fotographie ist in Abbildung 1 zu sehen.

Damit die benutzte Glaskugel nicht unkontrolliert gegen die Wände schlägt, ist das Fallrohr leicht geneigt. Die Temperatur des Fallrohrs kann durch ein Thermostat geregelt werden, dass das Wasserbad erhitzt, von dem das Fallrohr umgeben ist. Die Messmarken markieren eine feste Messstrecke.

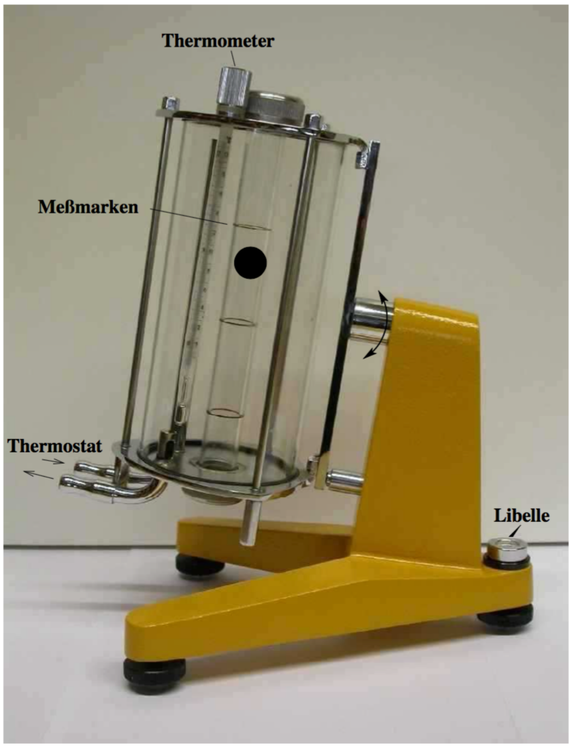

Abbildung 1: Das Höppler-Viskosimeter[2].

Die Messungen werden mit einer kleinen und einer großen Glaskugel bestimmt, dessen Radius sich aber nur geringfügig unterscheidet.

1. Zunächst wird die Dichte der beiden Kugeln durch Messen der Masse und des Duchmessers bestimmt. Um eine Angabe über die Genauigkeit zu erhalten wird der Durchmesser vier Mal gemessen. Die Masse wird nur ein Mal bestimmt.

2. Dann wird das Fallrohr mit destilliertem Wasser und einer der Glaskugeln befüllt und es werden möglichst alle Luftblasen entfernt.

3. Nach Verschließen der Schrauben wird das Fallrohr gedreht und die Fallzeit der Strecke s

$$s = 100\,\mathrm{mm}$$

gleichzeitig mit zwei Stoppuhren gemessen, sodass nach fünf Durchgängen zehn Messwerte aufgenommen werden konnten. Diese Messung wird zunächst mit der kleinen Kugel durchgeführt. Dann kann mit der gegebenen Apparatekonstante K_{kl}

$$K_{\mathrm{kl}} = 0.076\,40 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Pa\,m^3\,kg^{-1}}$$

die Viskosität bestimmt werden. Nach weiteren fünf Durchgängen mit der großen Kugel kann durch Umstellen der Gleichung (2) die Apparatekonstante K_{gr} bestimmt werden.

4. Um die Konstanten A und B aus Gleichung (3) zu bestimmen wird das destillierte Wasser auf 70 °C erhitzt und bei 10 Temperaturen jeweils zwei Mal die Fallzeit gemessen.

3. Auswertung

3.1. Viskosität bei Raumtemperatur

Bei der kleinen Glaskugel werden folgende Werte für Gewicht und Radius gemessen:

$$m_{\mathrm{k}} = 4.4531 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \qquad r_{\mathrm{k}} = (7.8203 \pm 0.0009) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}. \tag{5}$$

Daraus folgt die Dichte

$$\rho_{\mathrm{k}} = \frac{m_{\mathrm{k}}}{V_{\mathrm{k}}} = \frac{m_{\mathrm{k}}}{\frac{4}{3}\pi r_{\mathrm{k}}^3} = (2222.9 \pm 0.7)\,\mathrm{kg\,m^{-3}}. \tag{6}$$

In Tabelle 1 sind die Messwerte der Fallzeit der kleinen Kugel aufgeführt. Diese werden gemittelt, sodass mit einer Zeit

$$t_k = (12.9 \pm 0.1)\,\mathrm{s} \tag{7}$$

weitergerechnet werden kann. Mit der gegebenen Apparaturkonstante

$$K_{\mathrm{k}} = 0.076\,40 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Pa\,m^3\,kg^{-1}} \tag{8}$$

für die kleine Kugel und der Dichte von Wasser [1]

$$\rho_{\mathrm{W}} = 998.2\,\mathrm{kg\,m^{-3}} \tag{9}$$

folgt bei Raumtemperatur $T = 291.15\,\mathrm{K}$ über die Formel

$$\eta_{\mathrm{W}} = (\rho_{\mathrm{k}} - \rho_{\mathrm{W}}) K_{\mathrm{k}} \cdot t_{\mathrm{k}} \tag{10}$$

die Viskosität des destillierten Wassers

$$\eta_{\mathrm{W}} = (1.21 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pa\,s}. \tag{11}$$

3.2. Apparaturkonstante

Die Messung der Temperaturabhängigkeit wird mit der großen Kugel durchgeführt, weshalb zunächst die Apparaturkonstante für diese Kugel bestimmt werden muss. Die Werte für die Masse und den Radius der großen Kugel betragen

$$m_\mathrm{g} = 4.96 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \qquad r_\mathrm{g} = (7.908 \pm 0.001) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}. \tag{12}$$

Das führt zu der Dichte

$$\rho_\mathrm{g} = \frac{m_\mathrm{g}}{V_\mathrm{g}} = \frac{m_\mathrm{g}}{\frac{4}{3}\pi r_\mathrm{g}^3} = (2394 \pm 1)\,\mathrm{kg\,m^{-3}}. \tag{13}$$

In Tabelle 2 sind die Messwerte der Fallzeit der großen Kugel aufgeführt. Der Mittelwert der zehn Werte beträgt

$$t_\mathrm{g} = (84.1 \pm 0.4)\,\mathrm{s}. \tag{14}$$

Über die berechneten Dichten, die Fallzeit und die Viskosität η_W von Wasser folgt bei Raumtemperatur die Apparaturkonstante

$$K_\mathrm{g} = \frac{\eta_\mathrm{W}}{t(\rho_\mathrm{g} - \rho_\mathrm{W})} = (1.03 \pm 0.01) \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,m^3\,kg^{-1}} \tag{15}$$

für die große Kugel.

3.3. Temperaturabhängigkeit der Viskosität

In Tabelle 3 sind unter anderem die Messwerte für die Fallzeit bei verschiedenen Temperaturen abgebildet. Aus den Werten für die Fallzeit t kann über die Formel (10) die Viskosität $\eta(T)$ für die jeweiligen Temperaturen T bestimmt werden. Die Messwertpaare werden dann durch eine Exponentialfunktion, wie in der Andraedschen Gleichung (3), angenähert. In Abbildung 2 sind die Messwerte und die Ausgleichsfunktion jeweils mit $\ln(\eta)$ und $\frac{1}{T}$ dargestellt. Die Werte für η, $\ln(\eta)$ und $\frac{1}{T}$ sind in Tabelle 3 abgebildet. Mit einer Ausgleichsrechnung ergeben sich die Koeffizienten aus Gleichung (3)

$$A = (4.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \tag{16}$$

und

$$B = (1610 \pm 30). \tag{17}$$

Damit lautet die Funktion der Viskosität von der Temperatur

$$\eta(T) = ((4.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-6})\mathrm{e}^{\frac{1610 \pm 30}{T}\mathrm{s}}\mathrm{Pa\,s}. \tag{18}$$

Ein paar Werte dieser Funktion für verschiedene Temperaturen sind in Tabelle 4 aufgeführt.

3.4. Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl des destillierten Wassers kann mit Hilfe der Viskosität aus Gleichung (11), der Dichte des Wassers [1], der Fallrohrdicke, die etwa dem Durchmesser der großen Kugel

$$d_{\mathrm{g}} = 2r_{\mathrm{g}} = (15.816 \pm 0.002) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \tag{19}$$

entspricht, und der Geschwindigkeit der großen Kugel

$$v_{\mathrm{g}} = \frac{0.1}{38.09}\mathrm{m\,s^{-1}} = 2.625 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m\,s^{-1}} \tag{20}$$

bestimmt werden. Mit Gleichung (1) folgt

$$Re = 34.28 \pm 0.34. \tag{21}$$

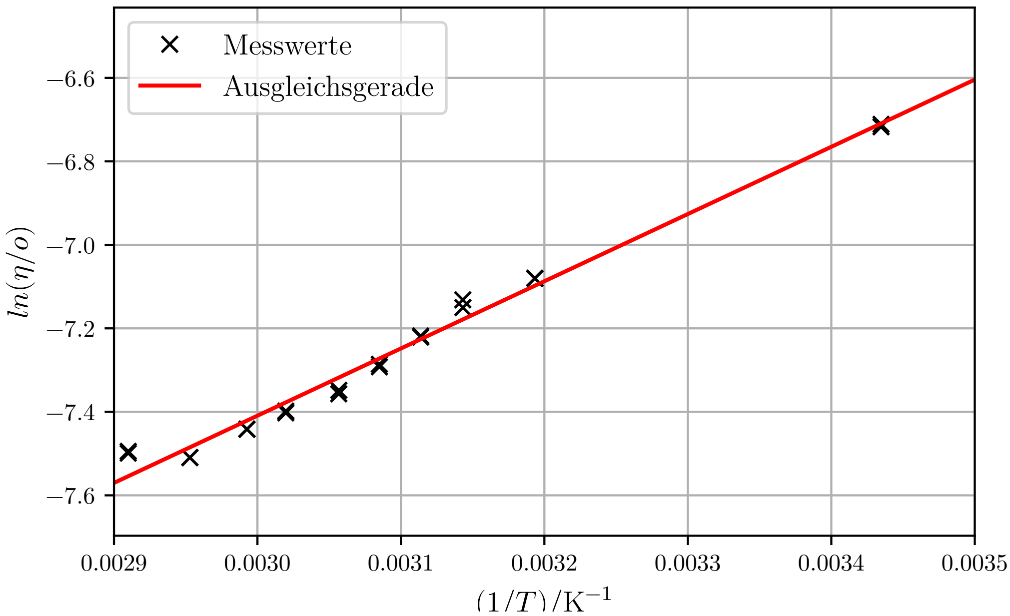

Abbildung 2: Graph von $\eta(T)$ und Messwerte.

Tabelle 1: Messwerte der Fallzeit der kleinen Kugel.

t/s
12.84
12.96
12.81
12.96
13.03
13.07
12.76
12.78
12.93
13.03

Tabelle 2: Messwerte der Fallzeit der großen Kugel.

t/s
84.01
83.62
84.13
84.63
83.87
83.94
84.44
84.36
84.03
83.50

Tabelle 3: Messwerte für die Temperaturmessung mit der großen Kugel.

$T/°C$	t/s	$\frac{1}{T}/\frac{1}{K}$	$\eta/\mathrm{mPa\,s}$	$\ln(\eta/\mathrm{mPa\,s})$
18.0	84.13	0.0034	1.21	-6.72
18.0	84.63	0.0034	1.22	-7.08
40.0	58.50	0.0032	0.84	-6.71
40.0	58.55	0.0032	0.84	-7.08
45.0	54.56	0.0031	0.78	-7.15
45.0	55.58	0.0031	0.80	-7.13
48.0	50.84	0.0031	0.73	-7.22
48.0	50.97	0.0031	0.73	-7.22
51.0	47.35	0.0031	0.68	-7.29
51.0	47.63	0.0031	0.68	-7.29
54.0	44.75	0.0031	0.64	-7.35
54.0	44.38	0.0031	0.64	-7.36
58.0	42.58	0.0030	0.61	-7.40
58.0	42.40	0.0030	0.61	-7.40
61.0	40.79	0.0030	0.59	-7.44
61.0	40.76	0.0030	0.59	-7.44
65.5	38.10	0.0030	0.55	-7.51
65.5	38.09	0.0030	0.55	-7.51
70.5	38.50	0.0029	0.55	-7.50
70.5	38.67	0.0029	0.56	-7.49

Tabelle 4: Messwerte für die Temperaturmessung mit der großen Kugel.

$T/°C$	$\eta(T)/\mathrm{g\,m^{-1}\,s^{-1}}$
20	1.174
30	0.980
40	0.827
50	0.705
60	0.607
70	0.527

4. Diskussion

4.1. Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Trotz der vielen Messungenauigkeiten, beispielsweise bei der Fallzeit t, oder dem Gewicht m und dem Radius r der Kugeln, sind die Messfehler der Koeffizienten in der Andraedschen Gleichung klein. Die prozentualen Abweichungen Δx der Viskositäts-Werte $\eta_{\text{mess}}(T)$ von den Literaturwerten $\eta_{\text{lit}}(T)$ [3] werden zwar mit steigender Temperatur größer, sind aber insgesamt gering, wie an Tabelle 5 erkennbar ist. Kleine Fehler lassen sich unter anderem dadurch erklären, dass sich während des Temperaturanstiegs Gasblasen im Fallrohr gebildet haben, welche die Kugel aufgehalten haben.

Tabelle 5: Vergleich der Messwerte mit Literaturwerten.

$T/°\mathrm{C}$	$\eta_{\text{mess}}/\mathrm{mPa\,s}$	$\eta_{\text{lit}}/\mathrm{mPa\,s}$	$\Delta x/\%$
20	1.174	1.002	14.7
30	0.980	0.798	18.6
40	0.827	0.653	21.0
50	0.705	0.547	22.4
60	0.607	0.467	23.2
70	0.527	0.404	23.4

4.2. Reynolds-Zahl

Die berechnete Reynolds-Zahl liegt mit

$$Re = 34.28 \pm 0.34 \tag{22}$$

eindeutig unter dem kritischen Wert

$$Re_{\text{krit}} = 2300. \tag{23}$$

Damit ist die Strömung laminar.

Literatur

[1] *Dichte von Wasser*. 2016. URL: `http://www.wissenschaft-technik-ethik.de/wasser_dichte.html`.

[2] TU Dortmund. *Das Kugelfallviskosimeter nach Höppler*. 2016. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Viskositaet.pdf`.

[3] Uni Magdeburg. *Literaturwerte zur Viskosität*. 2016. URL: `http://www.uni-magdeburg.de/isut/LSS/Lehre/Arbeitsheft/IV.pdf`.

A. Kopie der Originaldaten