

V602

Röntgenemission und -absorption

Sonia Chander

sonia.chander@tu-dortmund.de

Jana Schlücking

jana.schluecking@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.05.2021

Abgabe: 11.05.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlen	3
2.2 Abschirmungskonstante	3
2.3 Absorption von Röntgenstrahlen	4
2.4 Bragg'sche Reflexion	5
2.5 Moseley'sches Gesetz	5
3 Durchführung	5
3.1 Versuchsaufbau	5
3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung	5
3.3 Analyse des Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre	5
3.4 Analyse der Absorptionsspektren	5
4 Auswertung	6
4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung	6
4.2 Analyse des Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre	6
4.3 Analyse der Absorptionsspektren	10
4.3.1 Zink	11
4.3.2 Gallium	12
4.3.3 Brom	14
4.3.4 Rubidium	16
4.3.5 Strontium	17
4.3.6 Zirkonium	19
4.4 Ermittlung der Rydbergenergie	20
5 Diskussion	21
Literatur	23

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Bragg Bedingung überprüft, sowie das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre analysiert werden. Zudem soll die Abschirmungskonstante für verschiedene Materialien bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlen

Zur Erzeugung werden in einer evakuierten Röhre Elektronen aus einer Glühkathode emittiert und auf eine Anode beschleunigt. Durch das Auftreffen auf die Anode entstehen die Röntgenstrahlen, bestehend aus einem kontinuierlichen Bremsspektrum und der spezifischen Röntgenstrahlen des Anodenmaterials.

Bei der Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns wird ein Photon bzw. Röntgenquant emittiert. Die Energie dieses Photons ist gleich die, des abgebremsten Elektrons. Dabei kann die Energie des Elektrons, sowie seine kinetische Energie an das Photon abgegeben werden. Es folgt ein kontinuierliches Spektrum, das Bremsspektrum, siehe Abbildung 1. Kommt es zur vollständigen Abbremsung des Elektrons, wird die gesamte kinetische Energie in Strahlungsenergie umgewandelt. Somit hat das Photon die größtmögliche Energie.

Das Anodenmaterial kann so ionisiert werden und ist in einer inneren Schale unterbesetzt. Ein Elektron aus einer äußeren Schale kann nach emittieren eines Photons in die Innere fallen. Das Photon besitzt hierbei genau die Energiedifferenz zwischen den beiden Energieniveaus. Somit wird das spezifische Spektrum mit scharfen Linien beschrieben. Diese Energien sind dabei charakteristisch für das Anodenmaterial.

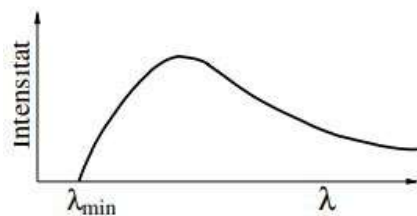


Abbildung 1: Das kontinuierliche Bremsspektrum.[1]

2.2 Abschirmungskonstante

Bei einem Mehrelektronenatom kommt es zu einer Art Abschirmung der Kernladung durch die Hüllenelektronen und ihrer Wechselwirkung untereinander. Die Coulomb-Anziehung ist somit geringer, es folgt für die Bindungsenergie E_n eines Elektrons auf der n-ten Schale:

$$E_n = -R_\infty \cdot z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2},$$

wobei für die effektive Kernladung $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ gilt. σ steht hier für die Abschirmungskonstante und $R_{\infty} = 13,6 \text{ eV}$ für die Rydbergenergie. R_{∞} ist dabei für jedes Elektron verschieden und wird empirisch bestimmt. Zudem ist die Bindungsenergie auch nicht für alle äußeren Elektronen gleich, was an den Bahndrehimpulsen und Elektronenspins liegt. Bei den charakteristischen Linien wird dies durch die Feinstruktur ersichtlich. Eine Linie wird von mehreren, nah beieinander liegenden Linien unterteilt. Die Aufspaltung der Linien ist aber in diesem Versuch nicht möglich.

2.3 Absorption von Röntgenstrahlen

Der Comptoneffekt und der Photoeffekt treten vermehrt bei Röntgenstrahlung unter 1 MeV auf. Mit größer werdender Photonenenergie nimmt der Absorptionskoeffizient ab. Sobald die Energie die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächst inneren Schale überschritten hat, steigt der Koeffizient stark an. Diese Absorptionskanten $h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_{\infty}$ gleichen sich sehr mit den der Bindungsenergie des Elektrons. Unter Betrachtung der Feinstruktur, wird die Bindungsenergie $E_{n,j}$ eines Elektrons mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel bestimmt:

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \cdot \left(z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 \cdot z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4 \cdot n} \right) \right). \quad (1)$$

Hier beschreibt α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, n die Hauptquantenzahl und j den Gesamtdrehimpuls des Elektrons. Mit der Gleichung (1) kann die Abschirmkonstante $\sigma_{K,\text{abs}}$ eines Elektrons aus der K-Schale bestimmt werden:

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_{\infty}} - \frac{\alpha^2 \cdot Z^4}{4}} \quad (2)$$

Die Abschirmkonstante σ_L kann mithilfe der Energiedifferenz $\Delta E_L = E_{L,II} - E_{L,III}$ bestimmt werden. Es gilt:

$$\sigma_L = z - \left(\frac{4}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} - \frac{5 \cdot \Delta E_L}{R_{\infty}}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{19}{32} \cdot \alpha^2 \cdot \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Dabei ist z die Ordnungszahl. Wird nun der Drehimpuls vernachlässigt, können die Abschirmkonstanten $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ für Kupfer wie folgt abgeschätzt werden:

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}}}{R_{\infty}}} \quad (4)$$

$$\sigma_2 = z - 2 \cdot \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}} - E_{K,\alpha}}{R_{\infty}}} \quad (5)$$

$$\sigma_3 = z - 3 \cdot \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}} - E_{K,\beta}}{R_{\infty}}} \quad (6)$$

2.4 Bragg'sche Reflexion

Bei der Bragg'schen Reflexion fällt Röntgenlicht auf ein dreidimensionales Gitter. Jedes Gitteratom sorgt für eine Beugung der Photonen. Dadurch interferieren die Strahlen miteinander. Konstruktive Interferenz passiert beim sogenannten Glanzwinkel θ . Ist die Gitterbreite d bekannt, kann mit der Bragg'schen Bedingung, siehe Gleichung (7), die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung und somit die Energie E bestimmt werden.

$$2 \cdot d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda \quad (7)$$

2.5 Moseley'sches Gesetz

Um die Rydbergenergie R_∞ zu bestimmen, wird das Moseley'sche Gesetz genutzt. Demnach ist die Energie der K_α -Strahlung proportional zu z^2 , wobei z die Kernladung ist. Für $n = 1$ gilt:

$$E_K = R \cdot h \cdot (z - \sigma)^2 \quad (8)$$

R ist hier die sogenannte Rydbergfrequenz. Daraus folgt für die Rydbergenergie

$$R_\infty = R \cdot h. \quad (9)$$

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 zu finden. Die Apparatur besteht hauptsächlich aus dem Geiger-Müller-Zählrohr (1), der Kupfer-Röntgenröhre (2) und dem LiF-Kristall (3). Ein angeschlossener Rechner nimmt dabei alle Werte auf. Die Beschleunigungsspannung U_B beträgt 35 kV und der Emissionsstrom $I = 1$ mA.

3.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Der LiF-Kristall wird auf einen Winkel $\theta = 14^\circ$ gestellt. Das Geiger-Müller-Zählrohr wird zwischen $26^\circ \leq \alpha_{GM} \leq 30^\circ$ in $\Delta\alpha_{GM} = 0.1^\circ$ Schritten variiert. Die Integrationszeit beträgt dabei $t = 5$ s.

3.3 Analyse des Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre

In $\Delta\theta = 0.1^\circ$ Schritten wird das Emissionsspektrum im Winkelbereich $8^\circ - 25^\circ$ über eine Integrationszeit von $t = 10$ s aufgenommen. Ein Detailspektrum der Kupfer K_α und K_β Linien wird nicht aufgenommen. Dies wird im 2:1 Koppelmodus durchgeführt.

3.4 Analyse der Absorptionsspektren

Die verschiedenen Absorber werden zwischen dem LiF-Kristall und dem Geiger-Müller-Zählrohr gesetzt. Die Integrationszeit beträgt 20 s bei einem Winkelzuwachs von $\Delta\theta = 0,1^\circ$. Die Winkelbereiche werden für jeden Absorber individuell gewählt.

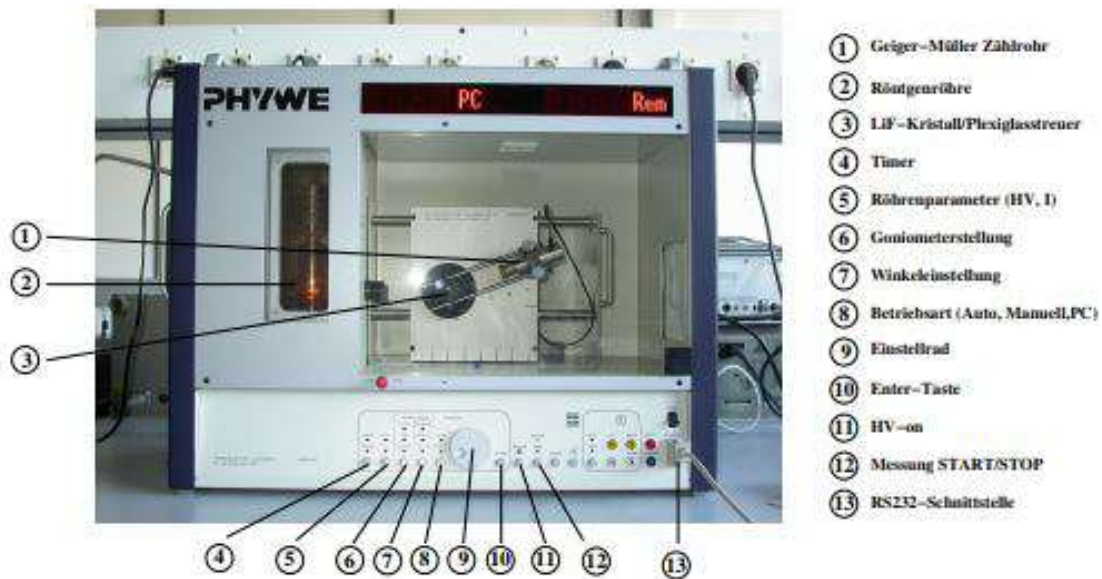


Abbildung 2: Versuchsaufbau vor Ort.[1]

4 Auswertung

4.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg-Bedingung wird der LiF - Kristall fest auf $\theta = 14^\circ$ gestellt und der Winkel α_{GM} des Geiger-Müller-Zählrohrs in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ von 26° bis 30° verändert. Die Daten, welche bei einer Integrationszeit von $\Delta t = 5 \text{ s}$ aufgenommen werden, sind in der Tabelle 1 zu finden.

Die Messwerte der Tabelle 1 sind in der Abbildung 3 in einem Diagramm aufgetragen. Der Sollwinkel sowie das Maximum der Messwerte sind markiert. Der Sollwinkel beträgt nach dem Reflexionsgesetz $\alpha = 28^\circ$, das Maximum der Messwerte beträgt:

$$\alpha_{\text{GM, max}} = 28,2^\circ$$

Die Abweichung vom Theoriewert beträgt 0,7 %.

4.2 Analyse des Emissionsspektrums der Cu-Röntgenröhre

Das Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre wird bei einer Integrationszeit von $\Delta t = 10 \text{ s}$ in Schritten von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ aufgenommen, die Messwerte sind in der Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 1: Die Messwerte von der Überprüfung der Bragg-Bedingung.

$\alpha_{\text{GM}} / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\alpha_{\text{GM}} / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
26,0	56,0	28,1	215,0
26,1	58,0	28,2	218,0
26,2	54,0	28,3	215,0
26,3	62,0	28,4	208,0
26,4	58,0	28,5	189,0
26,5	68,0	28,6	189,0
26,6	72,0	28,7	176,0
26,7	83,0	28,8	164,0
26,8	89,0	28,9	149,0
26,9	95,0	29,0	138,0
27,0	105,0	29,1	125,0
27,1	119,0	29,2	111,0
27,2	125,0	29,3	107,0
27,3	141,0	29,4	95,0
27,4	154,0	29,5	77,0
27,5	157,0	29,6	73,0
27,6	166,0	29,7	58,0
27,7	180,0	29,8	56,0
27,8	188,0	29,9	53,0
27,9	211,0	30,0	53,0
28,0	212,0		

Tabelle 2: Die Messwerte des Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$	$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
8,0	323,0	11,5	406,0	14,9	248,0	18,3	166,0	21,7	164,0
8,1	316,0	11,6	404,0	15,0	253,0	18,4	173,0	21,8	180,0
8,2	326,0	11,7	405,0	15,1	257,0	18,5	167,0	21,9	179,0
8,3	340,0	11,8	400,0	15,2	248,0	18,6	169,0	22,0	191,0
8,4	335,0	11,9	383,0	15,3	242,0	18,7	160,0	22,1	232,0
8,5	343,0	12,0	389,0	15,4	249,0	18,8	159,0	22,2	300,0
8,6	350,0	12,1	382,0	15,5	246,0	18,9	157,0	22,3	536,0
8,7	350,0	12,2	372,0	15,6	252,0	19,0	149,0	22,4	4128,0
8,8	366,0	12,3	376,0	15,7	236,0	19,1	153,0	22,5	5050,0
8,9	357,0	12,4	385,0	15,8	234,0	19,2	150,0	22,6	4750,0
9,0	371,0	12,5	384,0	15,9	231,0	19,3	147,0	22,7	4571,0
9,1	371,0	12,6	382,0	16,0	215,0	19,4	150,0	22,8	4097,0
9,2	372,0	12,7	373,0	16,1	217,0	19,5	148,0	22,9	901,0
9,3	364,0	12,8	376,0	16,2	227,0	19,6	149,0	23,0	244,0
9,4	381,0	12,9	373,0	16,3	214,0	19,7	143,0	23,1	179,0
9,5	379,0	13,0	375,0	16,4	217,0	19,8	153,0	23,2	151,0
9,6	393,0	13,1	366,0	16,5	210,0	19,9	182,0	23,3	145,0
9,7	375,0	13,2	354,0	16,6	211,0	20,0	291,0	23,4	130,0
9,8	391,0	13,3	341,0	16,7	206,0	20,1	1127,0	23,5	121,0
9,9	395,0	13,4	326,0	16,8	205,0	20,2	1599,0	23,6	126,0
10,0	402,0	13,5	318,0	16,9	198,0	20,3	1533,0	23,7	117,0
10,1	405,0	13,6	305,0	17,0	203,0	20,4	1430,0	23,8	112,0
10,2	390,0	13,7	296,0	17,1	199,0	20,5	1267,0	23,9	110,0
10,3	398,0	13,8	286,0	17,2	198,0	20,6	425,0	24,0	105,0
10,4	400,0	13,9	285,0	17,3	191,0	20,7	241,0	24,1	106,0
10,5	418,0	14,0	274,0	17,4	192,0	20,8	225,0	24,2	107,0
10,6	401,0	14,1	264,0	17,5	184,0	20,9	192,0	24,3	95,0
10,7	410,0	14,2	266,0	17,6	191,0	21,0	188,0	24,4	94,0
10,8	408,0	14,3	270,0	17,7	188,0	21,1	172,0	24,5	100,0
10,9	409,0	14,4	255,0	17,8	181,0	21,2	168,0	24,6	91,0
11,0	414,0	14,5	255,0	17,9	185,0	21,3	169,0	24,7	85,0
11,1	420,0	14,6	260,0	18,0	184,0	21,4	166,0	24,8	88,0
11,2	417,0	14,7	251,0	18,1	179,0	21,5	170,0	24,9	83,0
11,3	417,0	14,8	250,0	18,2	180,0	21,6	174,0	25,0	85,0
11,4	409,0								

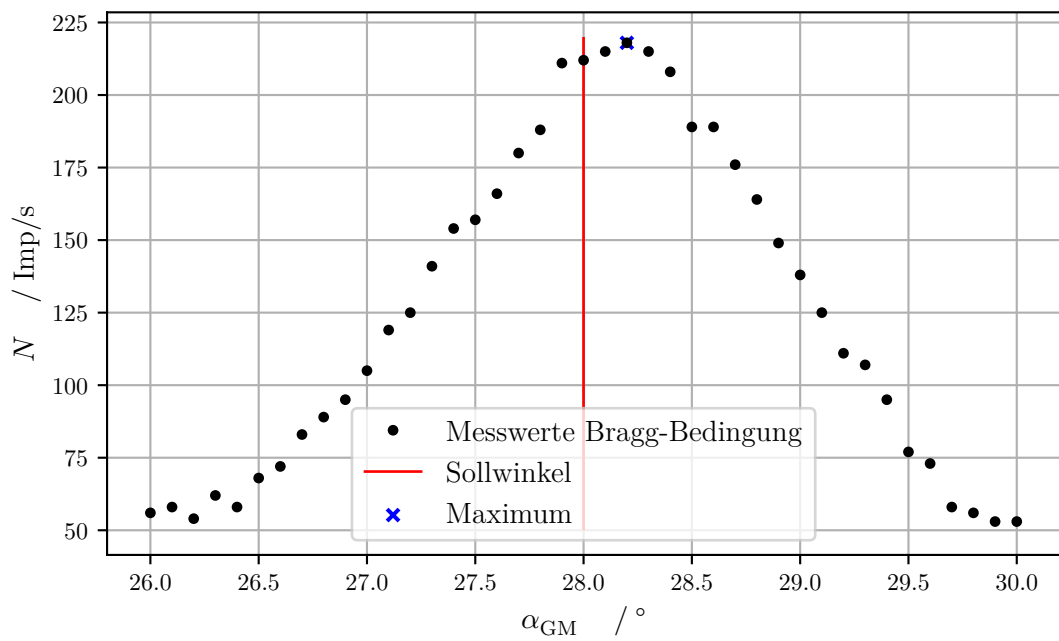


Abbildung 3: Die Messwerte der Überprüfung der Bragg-Bedingung aufgetragen in einem α - N -Diagramm.

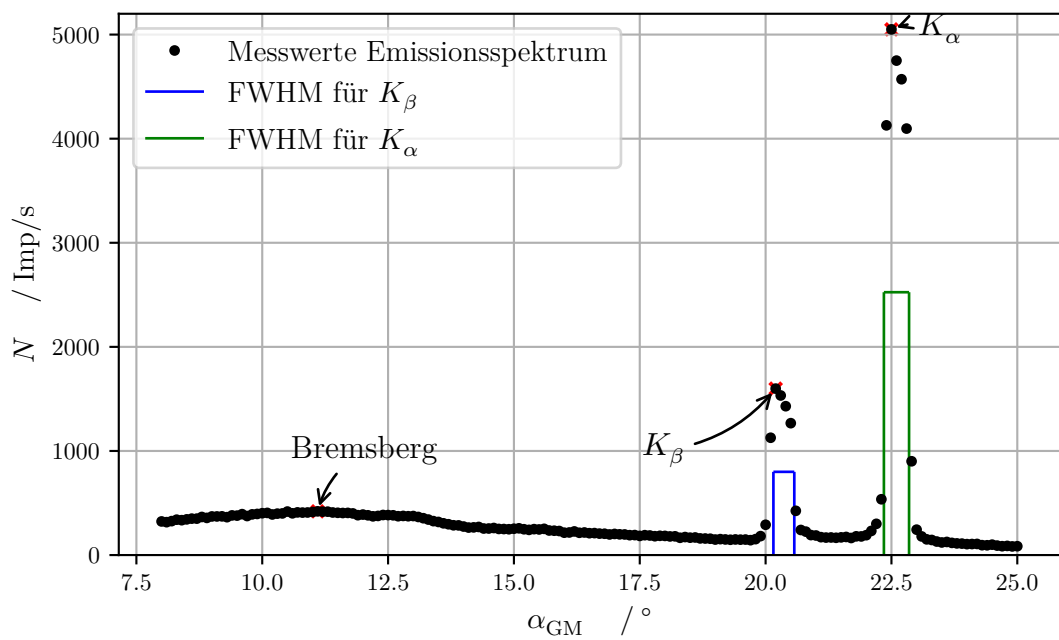


Abbildung 4: Das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre.

Die Messwerte aus der Tabelle 2 sind in die Abbildung 4 eingetragen. Es sind der höchste Wert des Bremsberges markiert, sowie die Peaks der K_α und der K_β Linie. Außerdem sind auch die Halbwertsbreiten eingezeichnet. Die Peaks sowie der höchste Wert des Bremspektrum, den Bremsberg, werden aus den Messwerten direkt bestimmt. Anschließend werden für den Wert der halben Höhe des Peaks die Daten durch die markanten Stellen lauten:

$$\begin{aligned} \text{für } K_\alpha : \quad & \theta = (22,50 \pm 0,10)^\circ \\ & N = 5050,0 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{\text{FWHM},1} &= (22,35 \pm 0,20)^\circ & N_{\text{FWHM}} &= 2525,0 \text{ Imp/s} \\ \theta_{\text{FWHM},2} &= (22,85 \pm 0,20)^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für } K_\beta : \quad & \theta = (20,20 \pm 0,10)^\circ \\ & N = 1599,0 \text{ Imp/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{\text{FWHM},1} &= (20,16 \pm 0,20)^\circ & N_{\text{FWHM}} &= 799,5 \text{ Imp/s} \\ \theta_{\text{FWHM},2} &= (20,57 \pm 0,20)^\circ \end{aligned}$$

Nun lassen sich die entsprechenden Energien nach der Bragg-Bedingung (7) und mit $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ berechnen.

$$\begin{aligned} E_{K,\alpha} &= (8043 \pm 34) \text{ eV} & \Delta E_{\text{FWHM},\alpha} &= (170 \pm 100) \text{ eV} \\ E_{K,\beta} &= (8910 \pm 40) \text{ eV} & \Delta E_{\text{FWHM},\beta} &= (170 \pm 120) \text{ eV} \end{aligned}$$

Das Auflösungsvermögen $A = \frac{E_K}{\Delta E_{\text{FWHM}}}$ ergibt sich somit zu:

$$\begin{aligned} \text{für } K_\alpha : A &= 48 \pm 27 \\ \text{für } K_\beta : A &= 52 \pm 35 \end{aligned}$$

Mit der Absorptionsenergie $E_{\text{abs}} = 8980,47 \text{ eV}$ [2] und den Energien der K_α und K_β Linie sind die Absorptionskoeffizienten σ_1, σ_2 und σ_3 nach den Formeln (4), (5) und (6) zu berechnen. Es folgt:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 3,30 \\ \sigma_2 &= 12,40 \pm 0,30 \\ \sigma_3 &= 22,40 \pm 2,10 \end{aligned}$$

4.3 Analyse der Absorptionsspektren

Es werden Absorber verschiedener Materialien vor das Geiger-Müller-Zählrohr positioniert. In Schritten von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ werden die Messungen mit einer Integrationszeit von $\Delta t = 20 \text{ s}$ durchgeführt.

Für alle Absorbermaterialien werden aus den aufgenommenen Daten das Intensitätsminimum I_{\min} und das Intensitätsmaximum I_{\max} ermittelt. Nach

$$I_K = I_{\min} + \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2}$$

wird die Intensität an der Mitte der Kante errechnet. Mithilfe einer linearen Interpolation zwischen den nächst gelegenen Punkten lässt sich ein Wert für den entsprechenden Winkel θ ermitteln. Es wird eine Funktion der Form $y = m \cdot x + n$ genutzt. Dann ist der Winkel über die folgende Formel zu berechnen:

$$\theta_K = \frac{I_K - n}{m}$$

Aus diesem Winkel werden dann nach der Bragg-Bedingung (7) die Energie und nach der Formel (2) die Abschirmkonstante berechnet.

4.3.1 Zink

Die Werte von der Messung mit Zink, welches eine Ordnungszahl von $Z = 30$ besitzt, sind in der Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 3: Die Werte der Messung mit einem Zinkabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
18,0	58,0
18,1	54,0
18,2	55,0
18,3	54,0
18,4	54,0
18,5	55,0
18,6	65,0
18,7	84,0
18,8	91,0
18,9	100,0
19,0	102,0
19,1	100,0
19,2	98,0
19,3	100,0
19,4	95,0
19,5	98,0

In der Abbildung 5 sind die Daten aus der Tabelle 3 aufgetragen. Zusätzlich sind der Minimalwert und der Maximalwert markiert.

$$I_{\min} = 54 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\max} = 102 \text{ Imp/s}$$

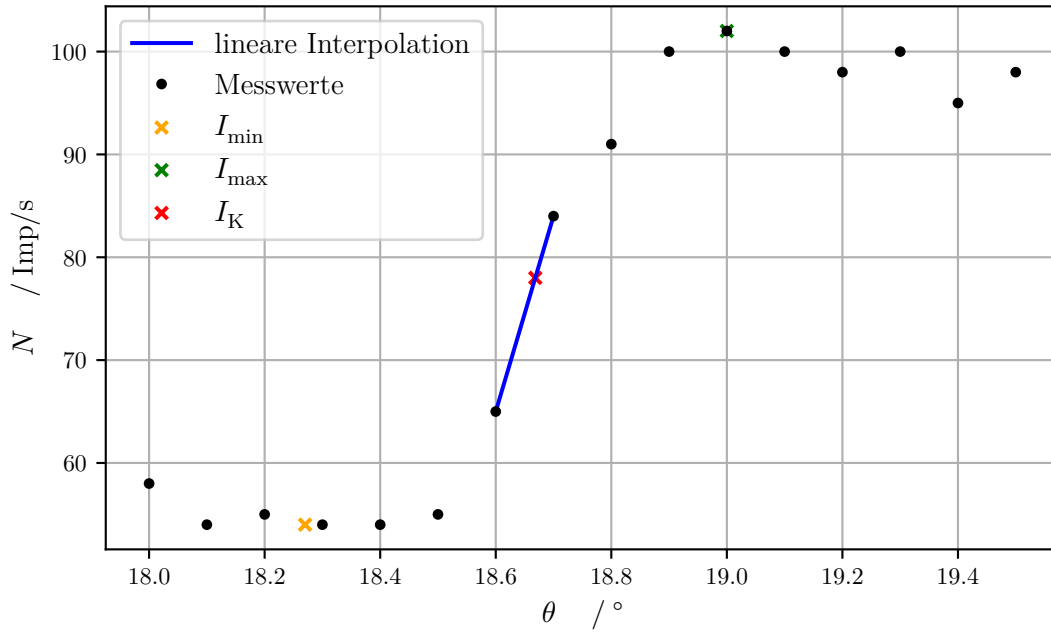


Abbildung 5: Die Messung zum Zinkabsorber.

Die Parameter der linearen Interpolation sind:

$$m = 189,99 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -3468,99 \text{ Imp/s}$$

Der Winkel der Mitte der K -Kante ($I_K = 78 \text{ Imp/s}$) wird zu $\theta_{\text{Zn}} = (18,67 \pm 0,05)^\circ$ ermittelt. Damit berechnet sich die Energie aus der Bragg-Bedingung (7) und die Abschirmkonstante σ aus (2) zu:

$$E_{\text{Zn}} = (9,616 \pm 0,025) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Zn}} = 3,613 \pm 0,035$$

4.3.2 Gallium

Gallium hat eine Ordnungszahl von $Z = 31$. Die Messdaten aus der Messung mit einem Gallium-Absorber sind in der Tabelle 4 zu finden und in der Abbildung 6 in einem θ - N -Diagramm aufgetragen.

Die markierte Intensitätsextrema haben den Wert:

$$I_{\min} = 66 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\max} = 122 \text{ Imp/s}$$

Tabelle 4: Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Gallium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
17,0	66,0
17,1	66,0
17,2	78,0
17,3	88,0
17,4	102,0
17,5	116,0
17,6	121,0
17,7	121,0
17,8	122,0
17,9	122,0
18,0	119,0
18,1	114,0
18,2	110,0
18,3	108,0
18,4	104,0
18,5	110,0
18,6	110,0
18,7	109,0
18,8	99,0
18,9	100,0
19,0	98,0

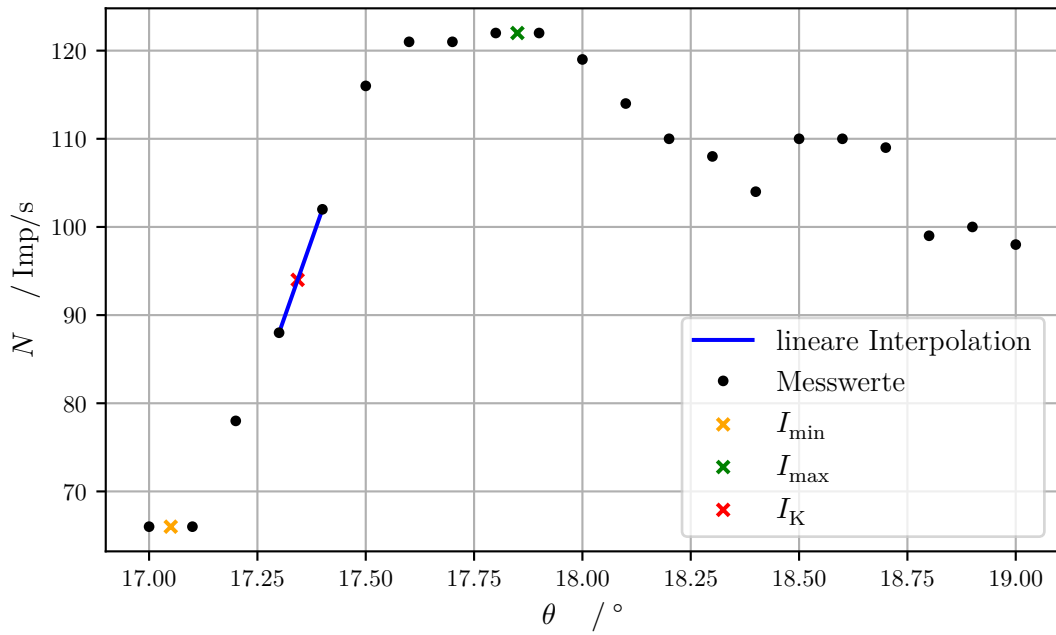


Abbildung 6: Die Messung zum Absorber aus Gallium.

Die Interpolationsgerade hat folgende Parameter:

$$m = 140,00 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -2334,00 \text{ Imp/s}$$

Die Mitte der Kante befindet sich bei $\theta_{\text{Ga}} = (17,45 \pm 0,05)^\circ$ mit $I_K = 94 \text{ Imp/s}$, womit sich ergibt:

$$E_{\text{Ga}} = (10,326 \pm 0,029) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Ga}} = 3,67 \pm 0,04$$

4.3.3 Brom

Die aufgenommenen Werte von der Messung mit dem Bromabsorber sind in der Tabelle 5 aufgeschrieben. Außerdem sind sie in der Abbildung 7 in einem Diagramm abgebildet. Brom hat eine Ordnungszahl von $Z = 35$.

Die markierte Intensitätsextrema haben den Wert:

$$I_{\min} = 9 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\max} = 27 \text{ Imp/s}$$

Tabelle 5: Die Werte der Messung mit einem Bromabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
12,8	10,0
12,9	12,0
13,0	9,0
13,1	13,0
13,2	18,0
13,3	21,0
13,4	25,0
13,5	27,0
13,6	27,0
13,7	22,0
13,8	25,0
13,9	21,0
14,0	23,0
14,1	20,0
14,2	21,0
14,3	19,0

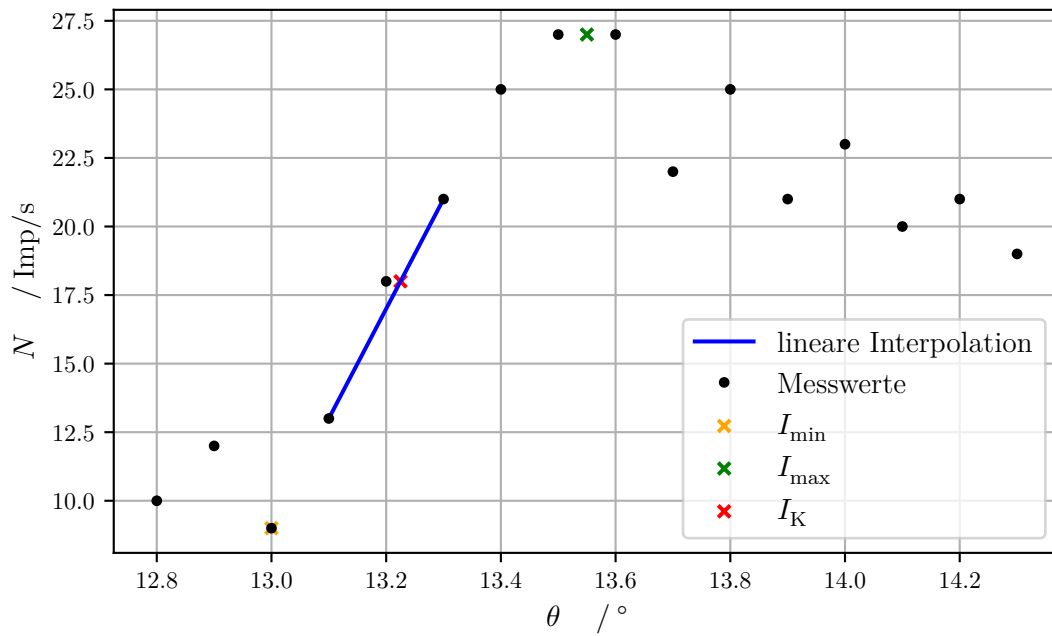


Abbildung 7: Die Messung zum Bromabsorber.

Die Interpolationsgerade hat folgende Parameter:

$$m = 40,00 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -511,00 \text{ Imp/s}$$

Der Winkel θ_{Br} wird zu $(13,23 \pm 0,05)^\circ$ bestimmt, $I_{\text{K}} = 18 \text{ Imp/s}$, sodass sich

$$E_{\text{Br}} = (13,45 \pm 0,05) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Br}} = 3,87 \pm 0,06$$

aus den Formeln (7) und (2) berechnen lassen.

4.3.4 Rubidium

Rubidium, welches die Ordnungszahl $Z = 37$ hat, wird als Absorber benutzt. Die Daten sind in der Tabelle 6 zu finden und in der Abbildung 8 aufgetragen zu sehen.

Tabelle 6: Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Rubidium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
11,2	11,0
11,3	10,0
11,4	10,0
11,5	12,0
11,6	17,0
11,7	32,0
11,8	39,0
11,9	47,0
12,0	57,0
12,1	64,0
12,2	61,0
12,3	57,0
12,4	54,0
12,5	54,0

Die markierte Intensitätsextrema haben den Wert:

$$I_{\text{min}} = 10 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\text{max}} = 64 \text{ Imp/s}$$

Die Interpolationsgerade hat folgende Parameter:

$$m = 70,00 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -787,00 \text{ Imp/s}$$

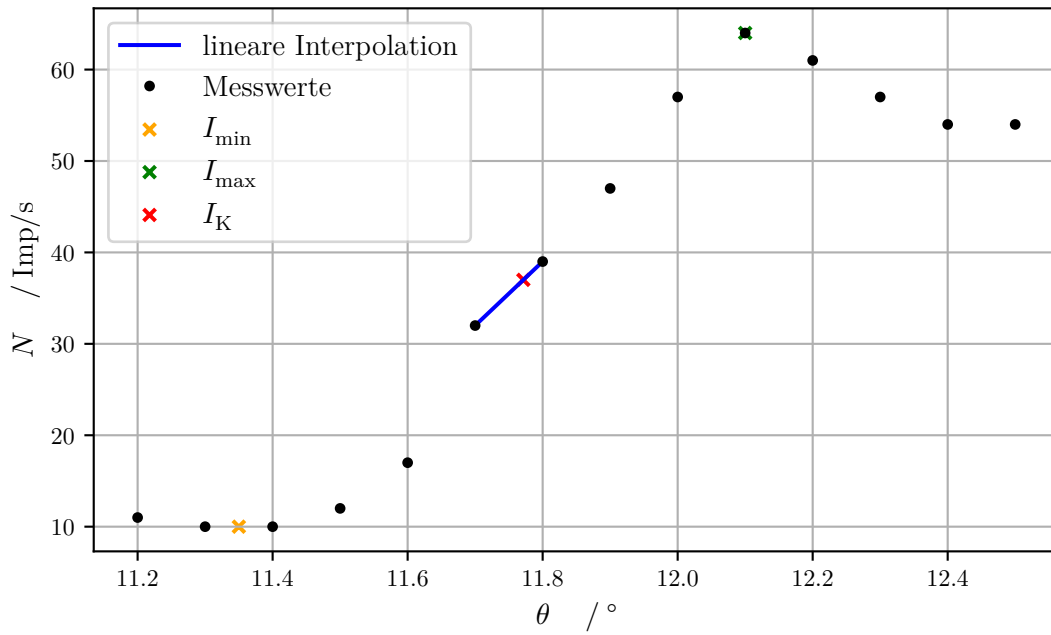


Abbildung 8: Die Messung zum Absorber aus Rubidium.

Es wird nach (7) und (2)

$$E_{\text{Rb}} = (15,09 \pm 0,06) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Rb}} = 4,07 \pm 0,07$$

gerechnet, wobei für $I_K = 37 \text{ Imp/s}$ der Winkel zu $\theta_{\text{Rb}} = (11,77 \pm 0,05)^\circ$ bestimmt wird.

4.3.5 Strontium

In der Tabelle 7 sind die Messdaten der Strontium-Messung zu sehen. Diese Daten sind in die Abbildung 9 eingetragen. Strontium hat eine Ordnungszahl von $Z = 38$.

Tabelle 7: Die Werte der Messung mit einem Strontiumabsorber.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
11,2	11,0
11,3	10,0
11,4	10,0
11,5	12,0
11,6	17,0
11,7	32,0
11,8	39,0
11,9	47,0
12,0	57,0
12,1	64,0
12,2	61,0
12,3	57,0
12,4	54,0
12,5	54,0

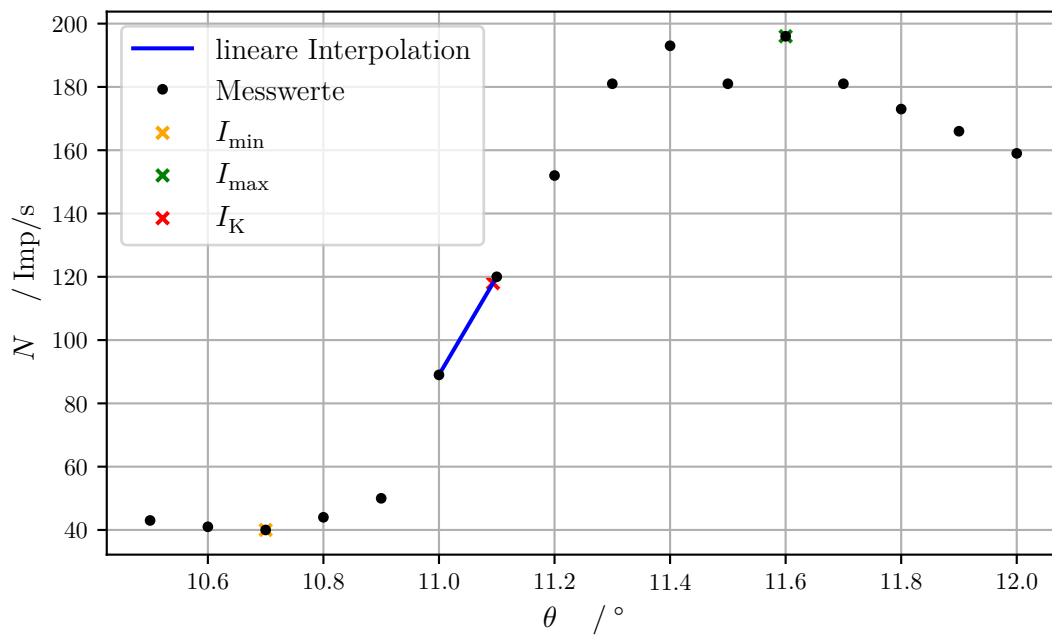


Abbildung 9: Die Messung zum Strontiumabsorber.

Die markierte Intensitätsextrema haben den Wert:

$$I_{\min} = 40 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\max} = 196 \text{ Imp/s}$$

Die Interpolationsgerade hat folgende Parameter:

$$m = 310,00 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -3321,00 \text{ Imp/s}$$

Der Winkel θ_{Sr} wurde zu $(11,09 \pm 0,05)^\circ$ ermittelt, die Intensität ist $I_K = 118 \text{ Imp/s}$. Damit ergibt sich nach (7) und (2)

$$E_{\text{Sr}} = (16,00 \pm 0,07) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Sr}} = 4,11 \pm 0,08$$

4.3.6 Zirkonium

Zirkonium hat eine Ordnungszahl von $Z = 40$. Die Daten der Messung mit einem Absorber aus diesem Material sind in Tabelle 8 zu finden. Außerdem sind sie in der Abbildung 10 aufgetragen worden, zudem wurde der Minimal- und der Maximalwert markiert.

Tabelle 8: Die Werte der Messung mit einem Absorber aus Zirkonium.

$\theta / ^\circ$	$N / \text{Imp/s}$
9,5	112,0
9,6	120,0
9,7	126,0
9,8	147,0
9,9	180,0
10,0	225,0
10,1	266,0
10,2	282,0
10,3	290,0
10,4	301,0
10,5	295,0
10,6	283,0
10,7	296,0
10,8	283,0
10,9	286,0
11,0	286,0

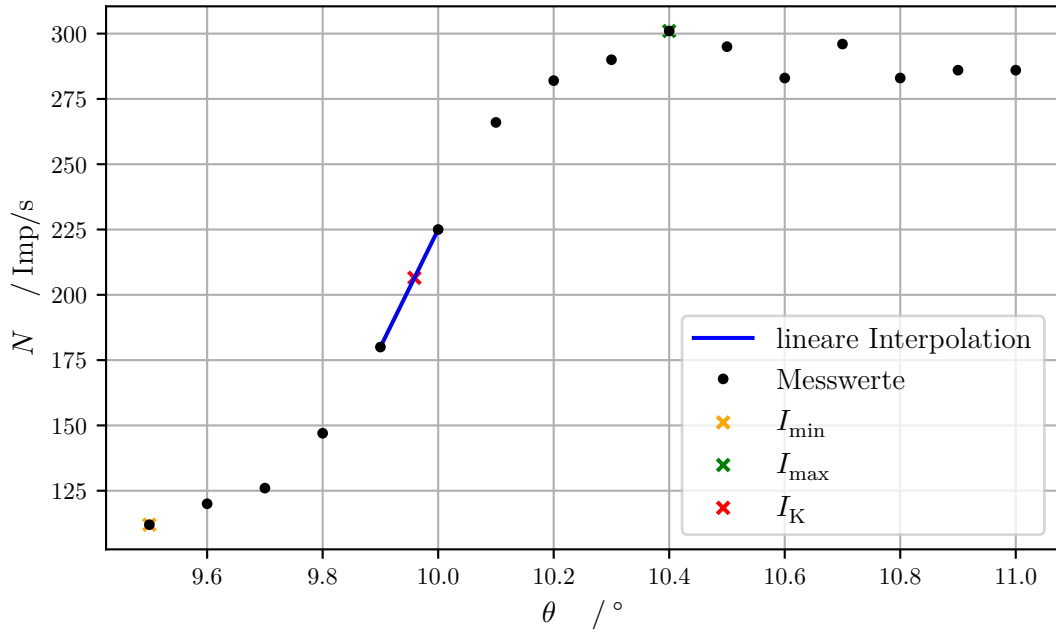


Abbildung 10: Die Messung zum Absorber aus Zirkonium.

Die markierte Intensitätsextrema haben den Wert:

$$I_{\min} = 112 \text{ Imp/s}$$

$$I_{\max} = 301 \text{ Imp/s}$$

Die Interpolationsgerade hat folgende Parameter:

$$m = 449,99 \text{ Imp/s}^\circ$$

$$n = -4274,99 \text{ Imp/s}$$

Der Winkel wird zu $\theta_{\text{Zr}} = (9,96 \pm 0,05)^\circ$ errechnet für die Intensität $I_K = 206,5 \text{ Imp/s}$. Durch anwenden der Formeln (7) und (2) lassen sich die Energie und die Abschirmkonstante ermitteln.

$$E_{\text{Zr}} = (17,80 \pm 0,09) \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{Zr}} = 4,30 \pm 0,09$$

4.4 Ermittlung der Rydbergenergie

Die im Abschnitt 4.3 ermittelten Werte der Absorptionsenergie E_K der verschiedenen Absorbermaterialien werden in einem $Z\text{-}\sqrt{E_K}$ Diagramm eingetragen, wobei Z die Ordnungszahl beschreibt.

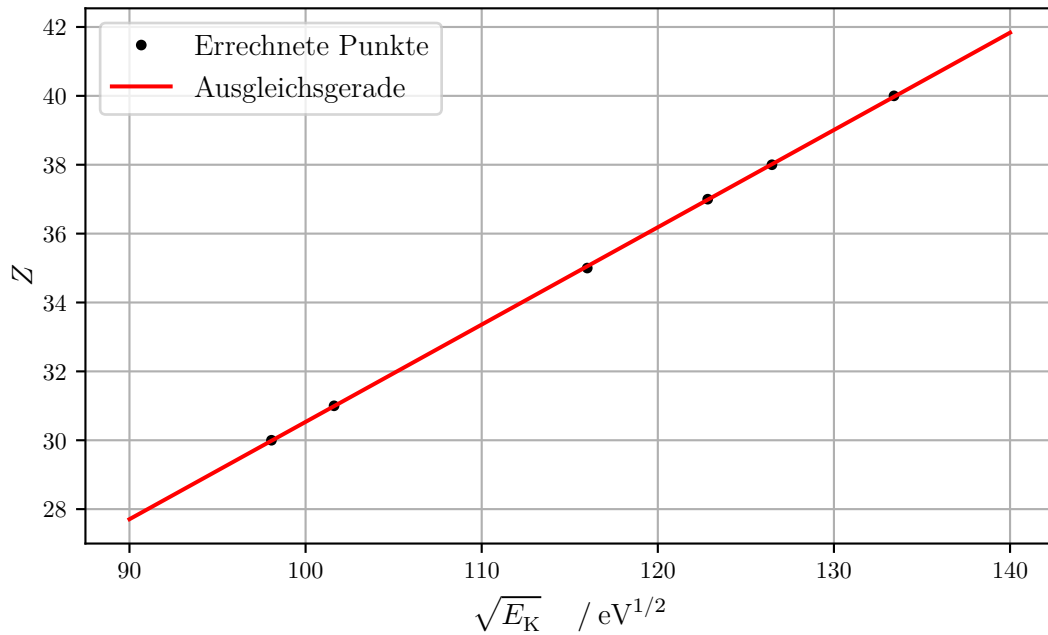


Abbildung 11: Die Wurzel der ermittelten Absorptionsenergien aufgetragen gegen die Ordnungszahl Z .

In Abbildung 11 sind eben genannte Daten und eine über diese Daten ausgeführte Ausgleichsrechnung der Form $y = a \cdot x + c$ zu sehen. Die Fit-Parameter ergeben sich zu:

$$a = (0,2826 \pm 0,0010) 1/\sqrt{\text{eV}}$$

$$c = 2,28 \pm 0,12$$

Nach Vergleich mit dem Moseley'schen Gesetz (8), folgt für den Fit-Parameter a :

$$a = \frac{1}{\sqrt{R \cdot h}} \Rightarrow R \cdot h = \frac{1}{a^2}$$

Somit ergibt sich die Rydbergenergie, welche durch $R \cdot h$ gegeben ist, zu:

$$R_{\infty} = (12,52 \pm 0,09) \text{ eV}$$

5 Diskussion

Der experimentell gemessenen Winkel beträgt $\alpha_{\text{GM}} = 28,2^\circ$, der Sollwinkel ist 28° . Also weicht der experimentelle Wert um $0,7\%$ ab. Dies ist ein recht gutes Ergebnis, welches auch gefordert werden muss. Denn würde die gemessenen Position des Maximums mehr als 3% vom Sollwinkel abweichen, würden die nachfolgenden Spektren nicht der K -Kante entsprechen.

In der Tabelle 9 sind die im Experiment ermittelten Werte der Energien der K_α und der K_β Linie neben den entsprechenden Literaturwerten und deren prozentualen Abweichung zu finden. Es fällt auf, dass die Werte eine sehr geringe Abweichung haben, obwohl keine nähere Messung der charakteristischen Linien durchgeführt wurden.

Tabelle 9: Die Energien der K_α und der K_β Linie im Vergleich.

Linie	$E_{K,\text{exp}} / \text{eV}$	$E_{K,\text{Lit}} / \text{eV}$ [2]	Abweichung /%
α	8043 ± 34	8109	0.80 ± 0.40
β	8910 ± 40	8914	0.00 ± 0.05

Der Bremsberg entspricht einem kontinuierlichen Spektrum. Da die Energie zu einem Winkel über die Bragg-Bedingung berechnet wird und in der Formel eine Sinusfunktion in Nenner steht, ist die Energie für kleine Winkel maximal. Dieser Bereich ist nicht ausgemessen worden. Daher kann die maximale Energie des Bremsberges nicht ermittelt werden.

In der Tabelle 10 sind die im Experiment ermittelten Werte für die Abschirmkonstanten der verschiedenen Absorbermaterialien eingetragen, sowie die Literaturwerte und die prozentuale Abweichung. Generell sind die Abweichungen recht gering, die wenigen Abweichung kommen daher, dass die Winkel nur auf $0,1^\circ$ genau ermittelt werden können.

Tabelle 10: Die im Experiment ermittelten und aus der Literatur bekannten Werte der Abschirmkonstante σ im Vergleich.

Material	σ_{exp}	σ_{Lit} [3]	Abweichung /%
Zn	3.61 ± 0.04	3.56	1.46
Ga	3.67 ± 0.04	3.62	1.34
Br	3.87 ± 0.06	3.84	0.67
Rb	4.07 ± 0.07	3.95	2.92
Sr	4.11 ± 0.08	3.99	2.93
Zr	4.30 ± 0.09	4.39	2.13

Abschließend wurde mittels Linearer Regression die Rydbergenergie R_∞ ermittelt. Die Werte lauten:

$$R_{\infty,\text{exp}} = (12,52 \pm 0,09) \text{ eV}$$

$$R_{\infty,\text{Lit}} = 13,6 \text{ eV}$$

Die Abweichung ist 8,58 %, welches daher kommt, dass dieser Wert angenähert ist durch bereits gerundete Werte und sich somit die Fehler fortgepflanzt haben. Insgesamt ist zu sagen, dass die Abweichung der ermittelten Werte in Anbetracht der zur Auswertung benötigten Schätzungen, recht gering sind. Da die eigentliche Messung mit Hilfe eines Röntgengerätes durchgeführt wurden, ist es unwahrscheinlich, dass es Fehlerquellen für systematische Fehler gibt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Röntgenemission und -absorption*. 2021.
- [2] National Institute of Standards und Technology. *X-Ray Transition Database*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/XrayTrans/search.pl?element=Cu&trans=All&lower=&upper=&units=eV> (besucht am 10.05.2021).
- [3] *X-Ray Absorption edges*. URL: http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html (besucht am 10.05.2021).