### V21

# **Optisches Pumpen**

Samuel Haefs David Venker samuel.haefs@tu-dortmund.de david.venker@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.11.22 Abgabe: 25.11.22

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung								
2	Theorie							
	2.1 Energieniveaus der Rubidiumisotope							
	2.2 Der quadratische Zeeman-Effekt							
	2.3 Das optische Pumpen							
	2.4 Magnetfeld einer Helmholtz-Spule	7						
3	3 Durchführung	7						
4	4 Auswertung	9						
	4.1 Berechnung der Landé-Faktoren	9						
	4.2 Isotopenverhältnis	11						
	4.3 Quadratischer Zeeman-Effekt							
	4.4 Transienten Effekt	12						
5	5 Diskussion	17						
Lit	Literatur	17						

### 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung des Kernspins der Rubidium-Isotope <sup>87</sup>Rb und <sup>85</sup>Rb, sowie deren Mischverhältnis. Die Probe wird dazu mit hochfrequenter Strahlung beleuchtet und die Elektronen durch das sog. optische Pumpen in einen bestimmten Zustand gebracht. Mithilfe eines angelegten Magnetfelds kann der Kernspin untersucht werden.

### 2 Theorie

### 2.1 Energieniveaus der Rubidiumisotope

Rubidium ist ein Alkalimetall und besitzt somit ein Elektron in der Valenzschale. Näherungsweise wird Rubidium durch das Wasserstoff-Atommodell beschrieben. In diesem Experiment wird ein Gasgemisch aus den Rubidiumisotopen <sup>87</sup>Rb und <sup>85</sup>Rb betrachtet. Der Spin des Elektrons beträgt S=1/2. Anders als bei dem Elektronenspin unterscheidet sich der Kern signifikant von einem Wasserstoffatom und führt zu einer veränderten Aufspaltung der Energieniveaus. Die Isotope weisen aufgrund der unterschiedlichen Nukleonenanzahl einen unterschiedlichen Kernspin I auf, wobei I=3/2 für <sup>87</sup>Rb und I=5/2 für <sup>85</sup>Rb gilt.

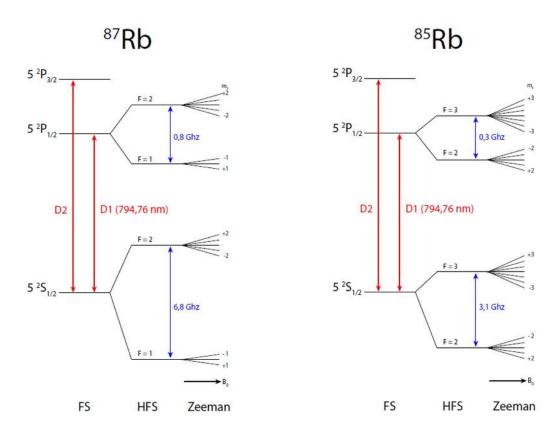
Die Aufspaltung der Energieniveaus beider Isotope ist in Abbildung 1 dargestellt. Im Folgenden wird die Feinstruktur(**FS**), die Hyperfeinstruktur(**HFS**) und die Aufspaltung durch den **Zeeman**-Effekt der Energieniveaus behandelt.

Die Kreisbewegung des Elektrons um den Atomkern erzeugt ein magnetisches Moment, das mit dem Spin wechselwirkt. Diese Wechselwirkung wird als Spin-Bahn-Kopplung bezeichnet und resultiert in einer feineren Aufspaltung, der sog. **Feinstruktur**.

Ein Zustand kann mithilfe der spektroskopischen Notation  $^{2S+1}L_J$  angegeben werden. Hierbei beschreibt S den Spin, L (=S,P,D,F,...) den Bahndrehimpuls und  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  den Gesamtdrehimpuls. Die Quantenzahl J kann Werte von |L - S| bis |L + S| annehmen. Das magnetische Moment des Elektrons wechselwirkt ebenfalls mit dem Kernspin I. Dies führt zu einer weiteren Aufspaltung, der **Hyperfeinstruktur**. Eine weitere Quantenzahl, der Gesamtdrehimpuls  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$  wird zur Beschreibung der Hyperfeinstruktur verwendet. F nimmt dabei ganzzahlige Werte von |J - I| bis |J + I| an. Die Zustände auf dem gleichen F-Niveau weisen nur geringe Energieunterschiede auf.

Wird nun ein externes Magnetfeld angelegt, so erfahren die magnetischen Dipole eine Kraft die abhängig von der Ausrichtung des Dipols ist. Das Phänomen wird als **Zeeman-Effekt** bezeichnet und resultiert in der gezeigten Aufspaltung, welche über die magnetische Quantenzahl  $m \in [-F, F]$  beschrieben wird. Für ein hinreichend schwaches Magnetfeld wird die Zeeman-Aufspaltung durch

$$E_Z = g_F \mu_B B m \tag{1}$$



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Energieniveaus des <sup>87</sup>Rb- und <sup>85</sup>Rb- Isotops, wobei die Feinstruktur(**FS**), die Hyperfeinstruktur(**HFS**) und die Aufspaltung durch den **Zeeman**-Effekt betrachtet werden. [2]

beschrieben. Die Energie hängt dabei von dem Betrag des angelegten Magnetfeldes B, dem Landé-Faktor  $g_F$  und der magnetischen Quantenzahl m ab. Das Bohrsche Magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \tag{2}$$

ist dabei eine über Naturkonstanten (Elektronenladung e, Elektronenmasse  $m_e$  und das reduzierte plancksche Wirkungsquantum  $\hbar$ ) definierte Größe. Die Energiedifferenz zwischen zwei Zeemanaufspaltungen ergibt sich als Landé-Faktor  $g_F$ 

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \tag{3}$$

und ist somit allein durch die Quantenzahlen gegeben. Zu beachten ist, dass die Energiedifferenz zwischen einzelnen Zeeman-Aufspaltungen im Vergleich zu der Anregungsenergie  $(D_1$ -Linie) vom Grundzustand (S) in den ersten angregten Zustand (P) sehr gering ist.

### 2.2 Der quadratische Zeeman-Effekt

Die bisherige Annahme, dass alle Zeeman-Niveaus gleiche Energiedifferenzen aufweisen, ist nur für schwache Magnetfelder gegeben. Ist die Feldstärke des äußeren Magnetfelds nicht hinreichend klein, so müssen Terme höherer Ordnung des Hamiltonoperators berücksichtigt werden. Die Energiedifferenz der Niveaus ist dann gegeben durch

$$\Delta E = g_F \mu_0 B + g_F^2 \mu_0^2 B^2 \frac{1 - 2m}{\Delta E_{\rm Hyp}} \,, \eqno(5)$$

wobei  $\Delta E_{\mathrm{Hyp}}$  die Differenz der Hyperfeinstruktur zwischen den Niveaus F und F+1 beschreibt. Die Energiedifferenzen zwischen den Zeeman-Niveaus ist nicht weiter konstant, sondern hängt von der Quantenzahl m ab.

#### 2.3 Das optische Pumpen

Trifft Licht mit der richtigen Frequenz  $\omega$  auf das gasförmige Rubidium, so wird das Photon absorbiert und ein Elektron vom Grundzustand  $^2S_{1/2}$  in den ersten angeregten Zustand  $^2P_{1/2}$  gehoben. Voraussetzung ist, dass die aus der Lichtquelle stammenden Photonen die Energie  $\hbar\omega$  der  $D_1$ -Linie (siehe Abbildung 1) besitzen.

Die Energieniveaus der Hyperfeinstruktur von  $^2S_{1/2}$  liegen sehr nah aneinander ( $\Delta E < k_BT$ ). Daher ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron in einem der Grundzustände befindet für alle F und m gleich groß.

Wird ein Elektron durch ein Photon angeregt, so ist nicht jeder  $^2P_{1/2}$ -Zustand erlaubt. Aus den Übergangsmatrixelementen folgen Auswahlregeln, die erlaubte Übergänge beschreiben. Ein Photon kann die magnetische Quantenzahl um  $\Delta m=0,\pm 1$  und den Bahndrehimpulsquantenzahl um  $\Delta l=\pm 1$  ändern.

Die Änderung von m wird durch die Eigenschaften des Photons bestimmt. Die Verwendung von rechts zirkular polarisiertem Licht erlaubt nur Übergänge mit  $\Delta m = +1$ , bzw. von links zirkular polarisiertem Licht mit  $\Delta m = -1$ . Umgekehrt gilt dies auch für die Emission von Photonen, wenn das in den Grundzustand fallende Elektron  $\Delta m = \pm 1$  erfüllt.

Angenommen es handelt sich um rechts zirkular polarisiertes Licht, das sich parallel zum angelegten Magnetfeld ausbreitet, so ist der einzig erlaubte Übergang  $\Delta m = +1$ . Die Elektronen werden angeregt und können dann über den Prozess der spontanen Emission zurück in den Grundzustand fallen. Dabei wird ein Photon mit der Energie der  $D_1$ -Linie emittiert. Es gelten die bekannten Auswahlregeln für Photonen, d.h. im Mittel ändert sich die magnetische Quantenzahl nicht ( $\Delta \bar{m} = 0$ ).

Dieser gesamte Prozess, der die Absorption der rechts zirkular polarisierten Photonen und die Emission beschreibt, ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt. Mit der Zeit

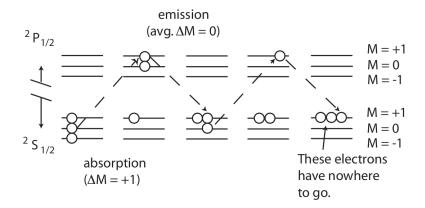


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Prozesses optisches Pumpen für Wasserstoff. Elektronen absorbieren zirkular polarisiertes Licht ( $\Delta m = +1$ ) und fallen über die spontane Emission wieder zurück in den Grundzustand ( $\Delta m = 0, \pm 1$ ). Die Elektronen sammeln sich mit der Zeit im Grundzustand mit maximalen m = +1 an. [1]

sammeln sich die Elektronen im Grundzustand mit maximalen m an. Das Rubidiumgas ist polarisiert und die Photonen wechselwirken nicht weiter mit der Probe. Oder anders ausgedrückt - die Probe ist jetzt transparent. Dieser Zustand wird als Besetzungsinversion bezeichnet.

Bei dem Prozess des optischen Pumpens können Elektronen entweder über spontane Emission oder über induzierte Emission zurück in den Grundzustand fallen. Induzierte Emission findet statt, wenn ein Photon die selbe Energie wie die Energiedifferenz der Zustände aufweist. Das Photon induziert einen Übergang, wobei ein zweites Photon mit der selben Energie, Phase und Ausbreitungsrichtung emittiert wird.

Spontane Emission stellt einen Spezialfall der induzierten Emission dar, die durch Vakuumsfluktuationen ausgelöst wird. Die Wahrscheinlichkeit einer spontanen Emission ist proportional zu  $f^3$  und kann daher im Folgenden vernachlässigt werden.

Die induzierte Emission kann durch ein angelegtes Hochfrequenzfeld (HF-Feld) erzeugt werden. Dazu ist es notwendig, dass die durch das Feld deponierte Energie der Energiedifferenz des Übergangs entspricht. Mit Gleichung 1 (der Energiedifferenz zwischen den Zeeman-Niveaus) folgt:

$$E_{\rm HF} = E_{\rm Zeeman}$$
 (6)

$$\Rightarrow hf = g_F \mu_B B_{\text{res}} \tag{7}$$

$$\Rightarrow B_{\rm res} = \frac{4\pi m_e}{eg_F} f \tag{8}$$

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, findet induzierte Emission statt und die Besetzungsinversion wird aufgehoben. Das Rubidiumgas verliert an Transparenz.

### 2.4 Magnetfeld einer Helmholtz-Spule

Als Helmholtz-Spule werden zwei kreisförmige Spulen mit Radius R bezeichnet, die im Abstand R auf der gleichen Achse parallel aufgestellt sind. Die Spulen besitzen jeweils N Windungen und werden gleichsinnig von einem Strom I durchflossen. Zwischen den Spulen ergibt sich ein homogenes Magnetfeld.

Aus dem Biot-Savart-Gesetz folgt für das Magnetfeld im Zentrum des Spulenpaars

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{\mu_0 NI}{R} \,. \tag{9}$$

### 3 Durchführung

Der Versuchsaufbau zur Bestimmung des Kernspins der Rubidium-Isotope ist in Abbildung 3 dargestellt. Das Rubidium befindet sich in der Dampfzelle, dessen Temperatur über einen kleinen Ofen gesteuert werden kann. Um einen optimalen Dampfdruck zu erzeugen wird die Temperatur auf 50 °C gehalten.

Wie in Unterabschnitt 2.3 beschrieben, wird die Probe mit rechts zirkular polarisiertem Licht bestrahlt. Dazu wird der in der Spektrallampe erzeugte Lichtstrahl mit einer Sammellinse gebündelt und trifft anschließend auf den D<sub>1</sub>-Filter. Dieser lässt nur die fürs optisches Pumpen benötigte D<sub>1</sub>-Linie ( $\lambda=794,8\,\mathrm{nm}$ ) hindurch. Ein Linearpolarisator filtert dann den nicht-linearpolarisierten Anteil im Licht heraus. Anschließend wird mit einer  $\lambda/4$ -Platte zirkular polarisiertes Licht erzeugt, das dann die Rubidiumprobe bestrahlt.

Abhängig von der Transparenz des Rubidiums tritt unterschiedlich viel Licht durch die Dampfzelle hindurch. Dieses Licht wird mit einer weiteren Sammellinse auf die Photodiode fokussiert. Das erzeugte Signal wird verstärkt und über ein Oszilloskop dargestellt. Der Aufbau beinhaltet drei Helmholtz-Spulenpaare. Eine Spule ist vertikal ausgerichtet und soll die vertikalen Komponenten des Erdmagnetfelds kompensieren. Zwei weitere Helmholtz-Spulen sind horizontal montiert. Dabei ist eine der Spulen, die sog. "Sweep-Spule"auf der anderen horizontalen Helmholtz-Spule aufgewickelt. Diese erzeugt über

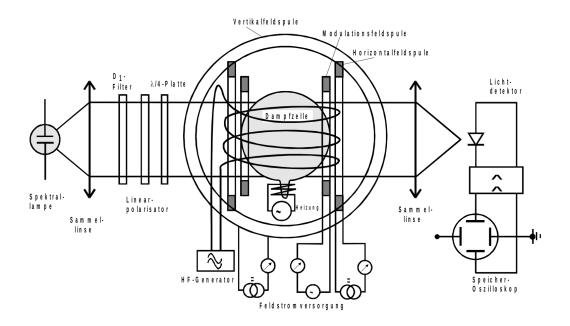


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchaufbaus. [3]

eine festgelegte Zeitperiode und Amplitude ein kontinuierlich ansteigendes Magnetfeld. Der gesamte Aufbau wird mit einer schwarzen Decke abgedeckt um äußere Einflüsse, insbesondere durch andere Lichtquellen zu reduzieren.

Bevor die Messung beginnen kann, muss das **Erdmagnetfeld** kompensiert werden. Der Versuchsaufbau wird so ausgerichtet, dass der Lichtstrahl parallel zur Nord-Süd-Richtung verläuft. Der longitudinale Anteil des Erdmagnetfelds wird weiter in der Auswertung berücksichtigt.

Der vertikale Anteil soll vollständig durch die senkrechte Spule kompensiert werden. Dazu wird die Sweep-Spule eingeschaltet. Auf dem Oszilloskop ist ein Peak zu erkennen. Dieser tritt auf, wenn die Summe der longitudinalen Magnetfelder null wird. Die Zeeman-Aufspaltung (siehe Unterabschnitt 2.1) und somit die Besetzungsinversion wird aufgehoben. Das Rubidium verliert an Transparenz und absorbiert wieder Photonen. Nun wird durch Modulation der vertikalen Feldstärke die Breite des Peaks minimiert.

Im Folgenden wird die Resonanzstelle des Magnetfelds für verschiedene Frequenzen des HF-Feldes gemessen. Die Resonanz wird für die Frequenzen 100 kHz bis 1 MHz in 100 kHz-Schritten untersucht. Dazu wird für jede Frequenz der Strom gemessen an dem die Resonanzstelle des Magnetfelds liegt. Da das Gasgemisch aus zwei Rubidium-Isotopen besteht existieren auch zwei Resonanzstellen, die beide gemessen werden. Bei höheren Frequenzen ( $\sim 200\,\mathrm{kHz}$ ) reicht die Magnetfeldstärke der Sweep-Spule nicht aus. Dann wird die horizontale Spule dazu geschaltet. Das Gesamtmagnetfeld ergibt sich aus der Summe beider Magnetfelder.

Der Aufbau wird nun angepasst um die Messung zur Bestimmung des Verhältnis der Landé-Faktoren der Isotope durchführen zu können. Die Sweep-Spule wird zusätzlich an einer Rechteckspannung mit der Frequenz  $f=5\,\mathrm{Hz}$  angeschlossen. Es werden 12 Spannungen im Bereich  $\Delta U=[1\,\mathrm{V},10\,\mathrm{V}]$  untersucht. Der Strom der Sweep-Spule wird jeweils auf die Resonanzstelle eines Rubidiumisotops eingestellt.

Die Rechteckspannung sorgt dafür, dass im Wechsel der Schwingfall (bzw. Relaxationsfall) und ein Anstieg vorliegt, wo sich das Magnetfeld wieder aufbaut.

Auf dem Oszilloskop wird einmal auf die exponentiell ansteigende Funktion gezoomt. Die Funktion wird aufgenommen um später Funktionswerte entnehmen zu können. Zum anderen wird in den Relaxationsbereich gezoomt und die Periodendauer der Schwingung notiert.

### 4 Auswertung

### 4.1 Berechnung der Landé-Faktoren

Für beide Resonanzstellen wird jeweils die Stromstärke für die Sweep-Spule  $I_{\rm s}$  und für die Horizontalspule  $I_{\rm h}$  in Abhängigkeit von der Frequenz f gemessen. Mit dem Radius R und der Windungszahl N einer Spule kann über Gleichung 9 das Magentfeld B aus den Stromstärken berechnet werden. Die Abmessungen der drei Spulen sind

$$\begin{split} R_{\rm sw} &= 163{,}90\,{\rm mm} & N_{\rm sw} = 11 \\ R_{\rm hor} &= 157{,}90\,{\rm mm} & N_{\rm hor} = 154 \\ R_{\rm ver} &= 117{,}35\,{\rm mm} & N_{\rm ver} = 20. \end{split}$$

In horizontaler Richtung werden die erzeugten Magnetfelder der Sweep-Spule und der horizontalen Spule addiert. Die so berechnten Messwerte sind in Tabelle 1 notiert. Die Unsicherheiten werden mit der Python-Bibliothek uncertainties [5] berechnet. Die Beziehung zwischen Magnetfeld und der Frequenz ist linear, daher wird eine Gerade durch die Messwerte gelegt. Der Fit wird mit der Python Bibliothen Scipy [4] durchgeführt. Als Fit-Funktion wird dabei eine Gerade der Form

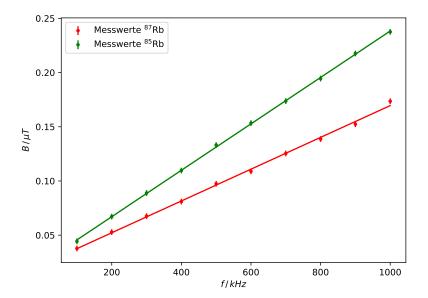
$$B(f) = a \cdot f + b$$

verwendet. Das Ergebnis dieses Fits ist in Abbildung 4 dargestellt. Die vom Fit bestimmten Parameter sind

$$\begin{split} a_{87} &= (1{,}466 \pm 0{,}022) \cdot 10^{-10} \, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{Hz}} \\ b_{87} &= (2{,}29 \pm 0{,}13) \cdot 10^{-5} \, \mathrm{T} \\ a_{85} &= (2{,}141 \pm 0{,}029) \cdot 10^{-10} \, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{Hz}} \\ b_{85} &= (2{,}42 \pm 0{,}18) \cdot 10^{-5} \, \mathrm{T}. \end{split}$$

**Tabelle 1:** Horizontale Magnetfelder an den Resonanzstellen von beiden Isotopen mit eingestellten Stromstärken der Spulen.

$f/\mathrm{kHz}$	$I_{1,\mathrm{s}}/\mathrm{A}$	$I_{1,\mathrm{h}}/\mathrm{A}$	$B_1/\mathrm{mT}$	$I_{2,\mathrm{s}}/\mathrm{A}$	$I_{2,\mathrm{h}}/\mathrm{A}$	$B_2 / \mu \mathrm{T}$
100	$625.0 \pm 1.0$	$734.0 \pm 1.0$	$0.0 \pm 3.0$	$0.0 \pm 3.0$	$37.7 \pm 3.0$	$44.3 \pm 2.6$
200	$440.0 \pm 1.0$	$677.0 \pm 1.0$	$30.0 \pm 3.0$	$30.0 \pm 3.0$	$52.9 \pm 3.0$	$67.2 \pm 2.6$
300	$422.0 \pm 1.0$	$775.0 \pm 1.0$	$48.0 \pm 3.0$	$48.0 \pm 3.0$	$67.6 \pm 3.0$	$88.9 \pm 2.6$
400	$296.0 \pm 1.0$	$770.0 \pm 1.0$	$72.0 \pm 3.0$	$72.0 \pm 3.0$	$81.0 \pm 3.0$	$109.6 \pm 2.6$
500	$306.0 \pm 1.0$	$898.0 \pm 1.0$	$90.0 \pm 3.0$	$90.0 \pm 3.0$	$97.4 \pm 3.0$	$133.1 \pm 2.6$
600	$322.0 \pm 1.0$	$710.0 \pm 1.0$	$102.0 \pm 3.0$	$126.0 \pm 3.0$	$108.9 \pm 3.0$	$153.3 \pm 2.6$
700	$334.0 \pm 1.0$	$698.0 \pm 1.0$	$120.0 \pm 3.0$	$150.0 \pm 3.0$	$125.4 \pm 3.0$	$173.7 \pm 2.6$
800	$380.0 \pm 1.0$	$432.0\pm1.0$	$132.0 \pm 3.0$	$192.0 \pm 3.0$	$138.7 \pm 3.0$	$194.4 \pm 2.6$
900	$607.0 \pm 1.0$	$554.0 \pm 1.0$	$132.0 \pm 3.0$	$210.0 \pm 3.0$	$152.4 \pm 3.0$	$217.6 \pm 2.6$
1000	$783.0 \pm 1.0$	$710.0 \pm 1.0$	$144.0 \pm 3.0$	$222.0 \pm 3.0$	$173.5 \pm 3.0$	$237.5 \pm 2.6$



**Abbildung 4:** Fit der Magnetfelder in Abhängigkeit der Frequenz zur Bestimmung der Landé-Faktoren.

Wird Gleichung 8 entsprechend umgestellt, ergibt sich der Zusammenhang

$$g_{\rm f} = \frac{m_{\rm e}}{e \cdot a} \cdot 4\pi \tag{10}$$

Darüber wird der Landé-Faktor für beide Isotope zu

$$g_{\rm f.87} = 0.487 \pm 0.007$$

$$g_{\rm f.85} = 0.334 \pm 0.005$$

bestimmt.

Aus dem Parameter b kann das horizontale Erdmagnetfeld berechnet werden. Dafür wird der Mittelwert von  $b_{87}$  und  $b_{85}$  bestimmt. Damit erhält man für das Erdmagnetfeld

$$B_{\rm erd} = (2.36 \pm 0.11) \cdot 10^{-5} \,\mathrm{T}.$$

Zusätzlich kann mit den Landé-Faktoren der Kernspin der Isotopen berechnet werden. Dafür wird Gleichung 3 nach dem Kernspin I umgeformt. Damit ergeben sich die Kernspins

$$I_{87} = 1.55 \pm 0.03$$

$$I_{85} = 2.50 \pm 0.04$$
.

### 4.2 Isotopenverhältnis

Das Verhältnis der Isotope <sup>87</sup>Rb und <sup>85</sup>Rb kann aus der Tiefe der Resonanzstellen bestimmten werden. Dafür wird das Oszillatorbild in Abbildung 5 verwendet. Denn das Verhältnis der Minima ist ebenso das Verhältnis der Isotope im Gasgemisch. Aus dem Bild ergibt sich das Isotopenverhältnis

$$\frac{0.9 \pm 0.1}{1.7 \pm 0.1} = 0.53 \pm 0.07. \tag{11}$$

Daraus wird zusätzlich der prozentuale Anteil für beide Isotope

$$p_{87} = (34.6 \pm 2.8) \%$$

$$p_{85} = (65.4 \pm 2.8) \%$$

bestimmt.

#### 4.3 Quadratischer Zeeman-Effekt

Bei zu hohen Magnetfeldern treten bei der Zeeman-Aufspaltung quadratische Terme auf. Über Gleichung 5 kann diese Aufspaltung berechnet werden. Mit den berechneten Landé-Faktoren  $g_{\rm f}$ , den magnetischen Quantenzahlen M und der Hyperfeinstruktur

$$h_{87} = 4.53 \cdot 10^{-24} \,\mathrm{J}$$

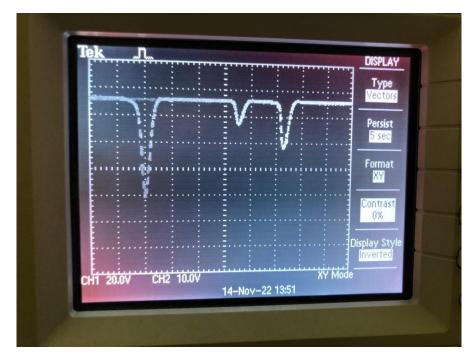
$$h_{85} = 2.01 \cdot 10^{-24} \,\mathrm{J}$$

der Isotope kann die quadratische Zeeman-Aufspaltung

$$\Delta Z_{87} = (-4.29 \pm 0.13) \cdot 10^{-31} \,\mathrm{J}$$

$$\Delta Z_{85} = (-1.341 \pm 0.029) \cdot 10^{-30} \,\mathrm{J}$$

bestimmt werden.



**Abbildung 5:** Oszillatorbild bei 100 kHz. Der erste Peak stellt den Fall für kein Magnetfeld dar, der zweite und dritte sind jeweils die Resonanzstellen der Isotope.

#### 4.4 Transienten Effekt

Die eingestellten Amplituden der Frequenz und die daraus resultierenden Periodendauern sind in Tabelle 2 notiert. Alle Messwerte sind bei der Resonanzstelle von 100 kHz aufgenommen worden. Durch die Messwerte wird eine hyperbolische Funktion der Form

$$T = a + \frac{b}{x - c}$$

gelegt. Das Ergbnis ist in Abbildung 6 dargestellt. Die daraus resultierenden Parameter sind

$$\begin{aligned} a_{87} &= (0.7 \pm 3.0) \cdot 10^{-5} \, \mathrm{s} & b_{87} &= (0.004 \, 99 \pm 0.000 \, 16) \, \mathrm{V} \, \mathrm{s} & c_{87} &= (-0.068 \pm 0.031) \, \mathrm{V} \\ a_{85} &= (-0.000 \, 11 \pm 0.000 \, 06) \, \mathrm{s} & b_{85} &= (0.0083 \pm 0.0004) \, \mathrm{V} \, \mathrm{s} & c_{85} &= (-0.36 \pm 0.06) \, \mathrm{V}. \end{aligned}$$

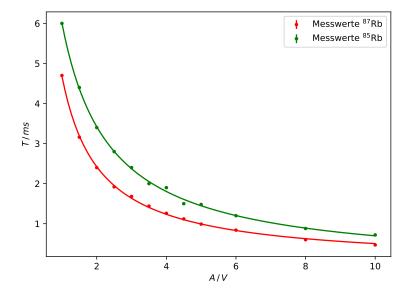
Der Quotient der Parameter  $b_{87}$  und  $b_{85}$  gibt das Verhältnis der entsprechenden Landé-Faktoren an. Das Verhältnis ist hier

$$\frac{b_{87}}{b_{85}} = (1,67 \pm 0,09).$$

Um die aufsteigende Flanke ebenfalls mit einer Funktion zu fitten, werden die Messwerte direkt aus den Oszillatorbildern entnommen. Die Bilder sind in Abbildung 7 abgebildet.

**Tabelle 2:** Periodendauer der Rabi-Oszillationen in Abhängigkeit der RF-Amplitude für beide Isotope.

A/V	$T_{87}/\mathrm{ms}$	$T_{85}/\mathrm{ms}$
1.0	4.70	6.00
1.5	3.16	4.40
2.0	2.40	3.40
2.5	1.92	2.80
3.0	1.68	2.40
3.5	1.44	2.00
4.0	1.26	1.90
4.5	1.12	1.50
5.0	0.99	1.48
6.0	0.84	1.20
8.0	0.60	0.88
10.0	0.47	0.72



 ${\bf Abbildung}$ 6: Hyperbolische Fits der Periodendauern in Abhängigkeit der Frequenzamplitude.



(a) Oszillatorbild von  $^{87}{\rm Rb}$  bei 5 V

(b) Oszillatorbild von  $^{85}{\rm Rb}$  bei 2 V

Abbildung 7: Oszillatorbilder der aufsteigenden Flanke.

 ${\bf Tabelle~3:}~{\bf Periodendauer~und~die~detektierte~Spannung~aus~den~Oszillatorbildern.$ 

$t_1/\mathrm{ms}$	$U_{87}$ / 2V	$t_2/\mathrm{ms}$	$U_{85} / 5 \mathrm{V}$
0	$0.0 \pm 0.1$	0	$0.0 \pm 0.1$
10	$4.6 \pm 0.1$	5	$2.1 \pm 0.1$
20	$5.9 \pm 0.1$	10	$3.0\pm0.1$
30	$6.2 \pm 0.1$	15	$3.5 \pm 0.1$
40	$6.3 \pm 0.1$	20	$3.8 \pm 0.1$
50	$6.4 \pm 0.1$	25	$4.0\pm0.1$
60	$6.4 \pm 0.1$	30	$4.1\pm0.1$
70	$6.4 \pm 0.1$	35	$4.1\pm0.1$
80	$6.4 \pm 0.1$	40	$4.1\pm0.1$
90	$6.4 \pm 0.1$	45	$4.1\pm0.1$
100	$6.4 \pm 0.1$	50	$4.1 \pm 0.1$

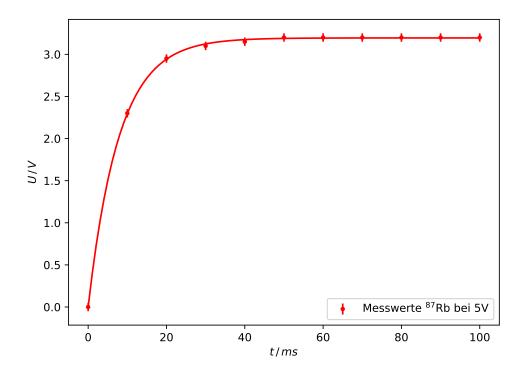
Daraus werden per Augenmaß die Werte in Tabelle 3 abgelesen. Der Fit wird mit einer Exponentialfunktion der Form

$$U = a + b \cdot \exp(c \cdot t)$$

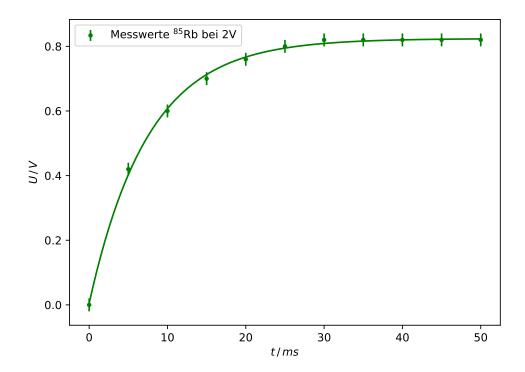
durchgeführt und das Ergebnis des Fits sind die Parameter

$$\begin{aligned} a_{87} &= (3,195 \pm 0,018) & b_{87} &= (-3,19 \pm 0,05) & c_{87} &= (-0,127 \pm 0,005) \\ a_{85} &= (0,824 \pm 0,009) & b_{85} &= (-0,819 \pm 0,020) & c_{85} &= (-0,133 \pm 0,008). \end{aligned}$$

Die gefitteten Exponentialfunktionen sind in Abbildung 8 und Abbildung 9 dargestellt.



**Abbildung 8:** Fit der abgelesenen Messwerte von  $^{87}\mathrm{Rb}$  bei 5 V



**Abbildung 9:** Fit der abgelesenen Messwerte von  ${}^{85}\mathrm{Rb}$  bei  $2\,\mathrm{V}$ 

### 5 Diskussion

Der Kernspin von Isotop  $^{85}$ Rb beträgt  $2.50\pm0.04$  und entspricht somit dem Literaturwert. Im Vergleich dazu weicht der Kernspin vom Isotop  $^{87}$ Rb mit  $1.55\pm0.03$  um  $3,35\,\%$  vom Theoriewert ab.

Das Isotopenverhältnis innerhalb des Gasgemischs beträgt 1:2. Der experimentell bestimmte Wert liegt bei 0.53 und weicht somit um 5,66% ab.

Das Erdmagnetfeld in Deutschland ist nach der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt  $49\,613,4\,\mathrm{nT}$ . [6] Der berechnete Wert beträgt  $(23\,600\pm1100)\,\mathrm{nT}$  und besitzt somit eine Abweichung von  $110,23\,\%$ . Obwohl die Berechnung des Erdmagnetfelds nicht das eigentliche Ziel des Versuch war, stellt dieser Wert eine gute Näherung dar.

Der Quotient der Landé-Faktoren beträgt in der Theorie 1.5. Aus den hyperbolischen Fits folgt  $1.67 \pm 0.09$ , was um 10,18% von der Theorie abweicht.

Das Experiment ist sehr lichtempfindlich. Äußere Lichteinflüsse wurden nur durch eine Decke verhindert, die teilweise das Sonnenlicht nicht gut abgeschirmt hat. So konnte mehrmals beobachtet werden, wie eine Änderung des Tageslichts eine Änderung im Signal verursacht hat. Insgesamt liegen die Messwerte im erwarteten Bereich.

#### Literatur

- [1] Eric D. Black. Optical Pumping. California Institute of Technology. Sep. 2004.
- [2] Francesco Borgosano. "Studies of the influence of thermodynamical parameters on the production rate of hyperpolarised 129Xe and the degree of hyperpolarisation". Diss. Jan. 2012. URL: http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/13703.
- [3] TU Dortmund. V21 Optisches Pumpen. 2022.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [6] Messung des Erdmagnetfeldes in der PTB. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Nationales Metrologieinstitut. URL: https://www.ptb.de/cms/nc/ptb/fachabteilungen/abt2/fb-25/ag-251/live-daten-erdmagnetfeldmessung.html (besucht am 24.11.2022).