

Versuch Nummer 501 und 502

Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
phil.schaefers@gmail.com

Durchführung: 10.05.16

Abgabe: 17.05.16

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theoretische Grundlage	3
2.1	Aufbau der Kathodenstrahlröhre	3
2.2	Ablenkung von Elektronen im E-Feld	4
2.3	Ablenkung von Elektronen im B-Feld	5
2.4	Magnetfeld einer Helmholtzspule	6
2.5	Erdmagnetfeld	6
2.6	Fehlerrechnung	6
2.6.1	Mittelwert	6
2.6.2	Gauß'sche Fehlerfortpflanzung	6
2.6.3	Regression	7
3	Durchführung und Aufbau	7
3.1	Messprogramm für die Ablenkung im E-Feld	7
3.2	Messprogram für die Ablenkung im B-Feld	8
4	Auswertung	8
4.1	Ablenkung von Elektronen durch das Magnetfeld	8
4.2	Intensität des Erdmagnetfeld	14
4.3	Empfindlichkeit der Braunschen Röhre	14
4.4	Kathodenstrahl-Oszillograph	18
5	Diskussion	19
	Literatur	20

1 Zielsetzung

In den beiden folgenden Experimenten soll die Ablenkung von Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld untersucht werden. Außerdem soll die Stärke des Erdmagnetfeldes und die spezifische Masse eines Elektrons bestimmt werden und zu letzt soll die Empfindlichkeit einer Kathodenstrahlröhre untersucht werden.

2 Theoretische Grundlage

2.1 Aufbau der Kathodenstrahlröhre

Die beiden Versuche werden in einem evakuierten Glasbehälter durchgeführt, da die Elektronen sonst mit den Luftmolekülen wechselwirken würden. Dazu wird die Kathodenstrahlröhre (Braunsche Röhre) verwendet. Diese besteht aus drei Hauptkomponenten: der Elektronenkanone, einem Ablensystem und einem Nachweissystem.

Die Elektronenkanone erzeugt freie Elektronen durch Glühemission und beschleunigt diese. Dazu wird ein Kathode indirekt beheizt und von dem Wehnelt-Zylinder umgeben. Mit diesem kann die Intensität des Elektronenstrahls gesteuert werden. Die Elektronen werden durch die nachfolgenden Elektroden beschleunigt und fokussiert.

Das Ablensystem besteht aus zwei, zueinander parallelen Kondensatorplatten, welche ein annähernd homogenes elektrisches Feld erzeugen in dem die Elektronen abgelenkt werden.

Das Nachweissystem ist ein Leuchtschirm, welcher den auftretenden Elektronenstrahl visualisiert.

In der Abbildung (1) wird der Sachverhalt verdeutlicht.

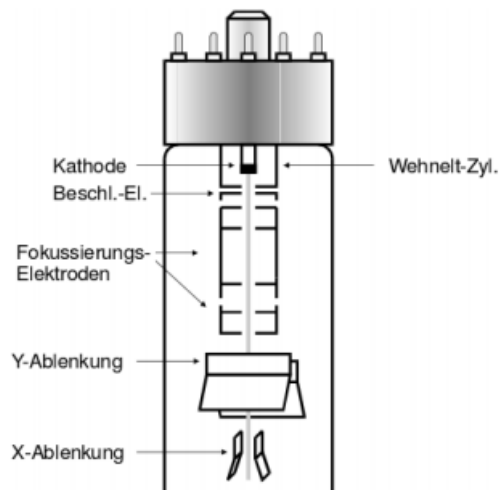


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Kathodenstrahlröhre. [1, S. 2]

2.2 Ablenkung von Elektronen im E-Feld

Zwischen der Glühkathode und den Beschleunigerelektroden liegt eine hohe Spannung U_B an, sodass die Elektronen beschleunigt werden. Aus der Energieerhaltung folgt:

$$\frac{m_0 v^2}{2} = e_0 U_B \quad (1)$$

mit der Elementarladung e_0 , der Elektronenmasse m_0 und der Geschwindigkeit v . Durch das ändern der Kondensatorspannung wird die Ablenkung des Elektronenstrahls vergrößert oder verkleinert. Diese Ablenkung hängt von der Feldstärke E und der Elektronengeschwindigkeit v ab. Außerdem wird angenommen, dass der Plattenabstand d viel kleiner als die Plattenlänge p ist, somit gilt:

$$E = \frac{U_d}{d}$$

wobei U_d der Ablenkspannung entspricht.

Unter Betrachtung der Geschwindigkeitskomponenten, dem Winkel θ der Richtungsänderung und der Abbildung (2) ergibt sich für die Verschiebung D :

$$D = L\theta = \frac{pLU_d}{2dU_B} \quad (2)$$

Mit dem Abstand L zwischen Kondensator und Nachweissystem.

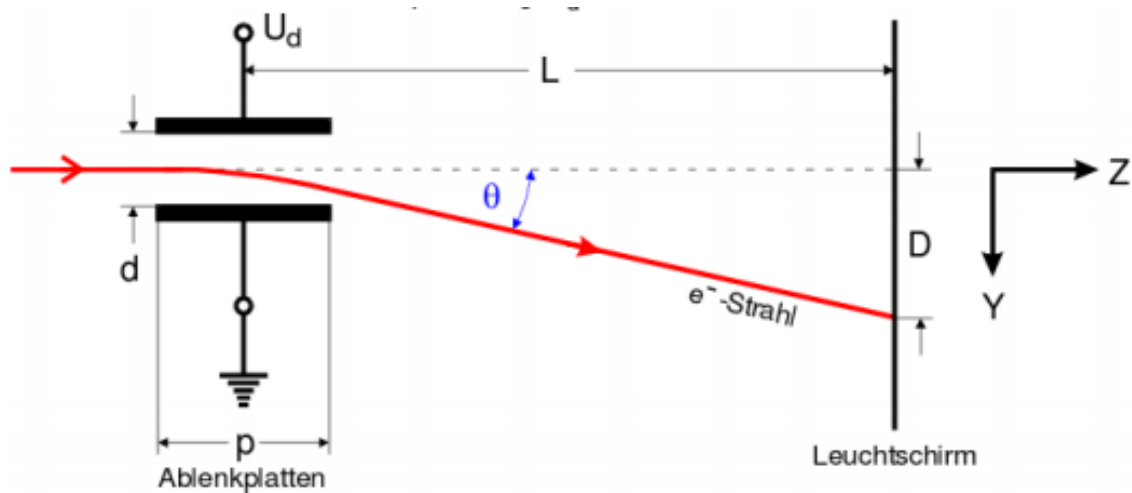


Abbildung 2: Die Ablenkung eines Elektronenstrahls im E-Feld. [1, S. 3]

Um genaue Messergebnisse erzielen zu können müssen daher L und p möglichst groß und U_B möglichst klein gewählt werden. Allerdings können an einer solchen Röhre nur Wechselspannungen mit kleiner Frequenz untersucht werden. Um Wechselspannungen mit hoher Frequenz zu untersuchen muss eine Kathodenstrahlröhre mit kleinem p und großem U_B gewählt werden.

2.3 Ablenkung von Elektronen im B-Feld

Im Gegensatz zum elektrischen Feld, wirken in magnetische Felder nur Kräfte auf relativ zum Feld bewegte Ladungen. Diese Kraft wird Lorentz-Kraft \vec{F}_L genannt.

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

Mit der Ladung q , der Geschwindigkeit \vec{v} und dem Magnetfeld \vec{B} .

Es wird also nur eine Kraft auf die Ladung ausgeübt wenn es eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Magnetfeld gibt. Wenn nun ein Elektron, mit konstanter Geschwindigkeit v_0 , senkrecht in ein homogenes Magnetfeld fliegt, wird das Elektron senkrecht zu \vec{v} und \vec{B} abgelenkt. Nach der Lorentz-Kraft aus Gleichung (3) steht diese in jedem Bahnpunkt senkrecht zum Wegelement $d\vec{s}$. Mit diesen Überlegungen und dem Kräftegleichgewicht von Lorentz-Kraft und Zentrifugalkraft ergibt sich der Krümmungsradius r zu:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} \quad (4)$$

Mit e_0 als Elementarladung und m_0 als Elektronenmasse. Die Zentrifugalkraft ist gleich

$$\frac{m_0 v^2}{r}.$$

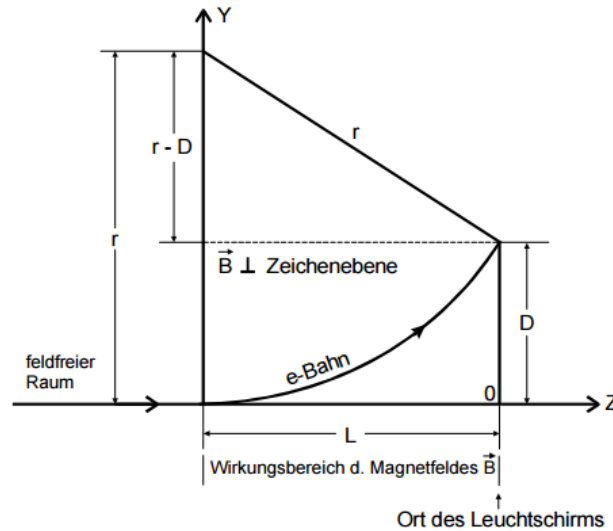


Abbildung 3: Die Ablenkung eines Elektronenstrahls im B-Feld. [2, S. 2]

Mit $v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}}$ und der Abbildung (3) folgt die Bestimmungsgleichung für die Ladung eines Elektrons zu:

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B \quad (5)$$

Mit der Verschiebung D und dem Wirkungsbereich L des Magnetfeldes.

2.4 Magnetfeld einer Helmholtzspule

Eine Helmholtzspule wird oft verwendet wenn ein annähernd homogenes Magnetfeld benötigt wird. Sie besteht aus zwei Ringspulen, mit jeweils dem Radius R und der Windungszahl N , welche parallel zueinander aufgebaut sind. Das Magnetfeld einer Helmholtzspule lässt sich aus

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} \quad (6)$$

(I = Spulenstrom, μ_0 = Magnetische Feldkonstante)

berechnen.

2.5 Erdmagnetfeld

Die Erde besitzt ein Magnetfeld, welches vom geographischen Südpol zum Nordpol verläuft. Der Winkel unter welchem die magnetischen Feldlinien in die Erdoberfläche eintreten wird als Inklinationswinkel bezeichnet.

2.6 Fehlerrechnung

Sämtliche Fehlerrechnungen werden mit Hilfe des Paketes "uncertainties" von Python 3.4.3 durchgeführt.

2.6.1 Mittelwert

Der Mittelwert einer Messreihe x_1, \dots, x_n lässt sich durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (7)$$

berechnen. Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (8)$$

2.6.2 Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

Wenn x_1, \dots, x_n fehlerbehaftete Messgrößen im weiteren Verlauf benutzt werden, wird der neue Fehler Δf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung angegeben.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right)^2 \cdot (\Delta x_k)^2} \quad (9)$$

2.6.3 Regression

Sämtliche Regressionen werden mit Hilfe der Funktion "*scipy.optimize.curve_fit*" ausgeführt.

3 Durchführung und Aufbau

3.1 Messprogramm für die Ablenkung im E-Feld

Zu Beginn wird die Empfindlichkeit zwischen der Ablenkspannung U_d und der Verschiebung D für fünf verschiedene Beschleunigungsspannungen U_B untersucht. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung (4) aufgebaut.

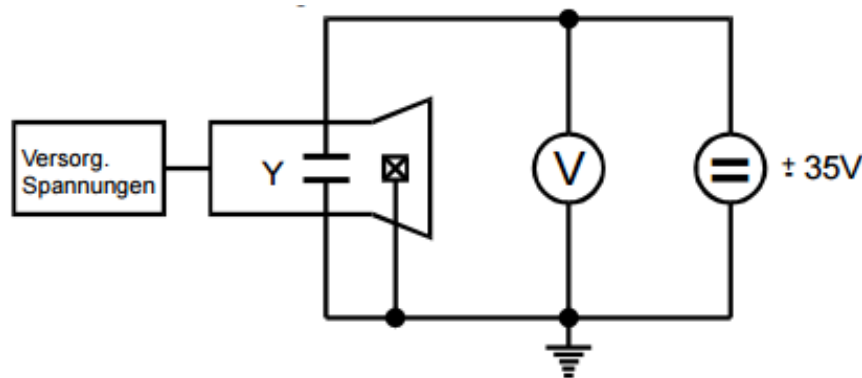


Abbildung 4: Aufbau zur Messung der Abhängigkeit zwischen der Verschiebung und der Ablenkspannung. [1, S. 5]

Nun wird die Beschleunigungsspannung auf einen Wert zwischen 180V und 500V eingestellt. Daraufhin wird die Ablenkspannung so eingestellt, dass der Leuchtfleck auf der untersten Linie des aufgezeichneten Koordinatensystems zu sehen ist. Die Ablenkspannung wird so verändert, dass der Leuchtfleck auf dem Koordinatensystem nach oben wandert und es werden bei jeder der neun gleichmäßig verteilten Linien die Ablenkspannungen aufgeschrieben.

Im zweiten Teil des Versuches wird an die y-Ablenkung der Kathodenstrahlröhre ein Sinusgenerator und an die x-Ablenkung ein Sägezahngenerator mit Frequenzzähler angeschlossen (siehe Abbildung (5)).

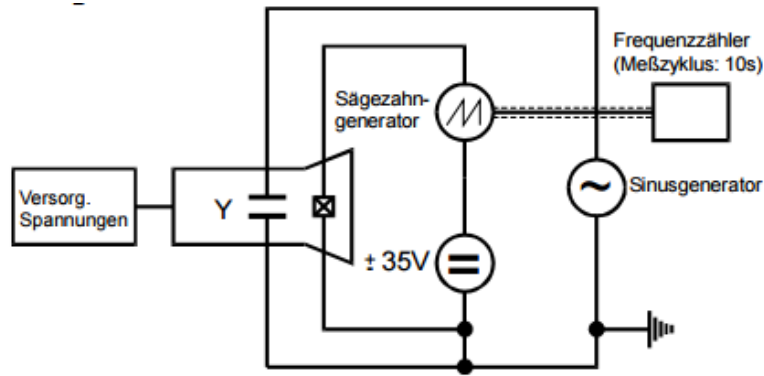


Abbildung 5: Aufbau eines Kathodenstrahl-Oszillographen. [1, S. 5]

Es sollen stehende Sinuswellen auf dem Oszillographen zu erkennen sein. Dazu wird die Frequenz der Sägezahnspannung so lange verändert bis das Verhältnis n zwischen der Sägezahnfrequenz und der Sinusfrequenz $n = \frac{1}{2}, 1, 2$ und 3 entspricht. Für jedes dieser Verhältnisse wird die Frequenz und die Amplitude (y-Achse) der Sinuswelle gemessen.

3.2 Messprogram für die Ablenkung im B-Feld

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Helmholtzspule und einer Kathodenstrahlröhre, welche senkrecht zum Magnetfeld der Helmholtzspule ausgerichtet ist.

Zu Beginn wird die Nord-Süd Richtung und der Inklinationwinkel des Erdmagnetfeldes ermittelt und der Versuchsaufbau so ausgerichtet, dass die Kathodenstrahlröhre parallel zur Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes ist. Daraufhin wird mit Hilfe des Ablenk-systems der Kathodenstrahlröhre der Leuchtfleck auf die unterste Linie gebracht. Nun wird die Stromstärke, die die Stärke des Magnetfeldes der Helmholtzspule regelt, so lange erhöht bis der Leuchtfleck auf der ersten Linie des Koordinatennetzes ist und es wird die Stromstärke notiert. Dies wird für die weiteren Linien wiederholt.

Im zweiten Versuchsteil wird die Helmholtzspule ausgeschaltet und der Leuchtfleck auf die mittlere Linie gebracht. Danach wird der gesamte Versuchsaufbau um 90° gedreht sodass die Elektronen in der Kathodenstrahlröhre vom Erdmagnetfeld abgelenkt werden. Sodann wird die Helmholtzspule wieder eingeschaltet und der Leuchtfleck wieder in seine Ausgangsposition gebracht. Die dafür benötigte Stromstärke und die Verschiebung des Leuchtflecks werden notiert.

a

4 Auswertung

4.1 Ablenkung von Elektronen durch das Magnetfeld

In Tabelle 3 sind die Stromstärken I_S zu den entsprechenden Auslenkungen D aufgetragen. In Klammern dahinter befinden sich die jeweiligen Angaben zur Beschleunigungsspannung.

$D/\frac{Z_{\text{oll}}}{4}$	$I / \text{ A (250 V)}$	$I / \text{ A (300 V)}$	$I / \text{ A (350 V)}$	$I / \text{ A (400 V)}$	$I / \text{ A (450 V)}$
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.27	0.34	0.37	0.42	0.41
3	0.63	0.70	0.74	0.83	0.85
4	0.95	1.05	1.15	1.25	1.30
5	1.27	1.40	1.55	1.61	1.73
6	1.57	1.76	1.91	2.01	2.15
7	1.92	2.11	2.27	2.47	2.59
8	2.23	2.45	2.67	2.91	3.02
9	2.53	2.81	3.02	—	—

Tabelle 1: Auslenkung der Elektronen in Abhängigkeit des Spulenstroms bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen

Anhand derer lassen sich durch Verwendung von Gleichung (6) die magnetischen Feldstärken errechnen. Diese werden in Diagramm 6 bis 10 gegen $D/(L^2 + D^2)$ aufgetragen sowie ein linearer Fit der Form

$$f(x) = a \cdot x + b \quad (10)$$

durch die Messpunkte gelegt.

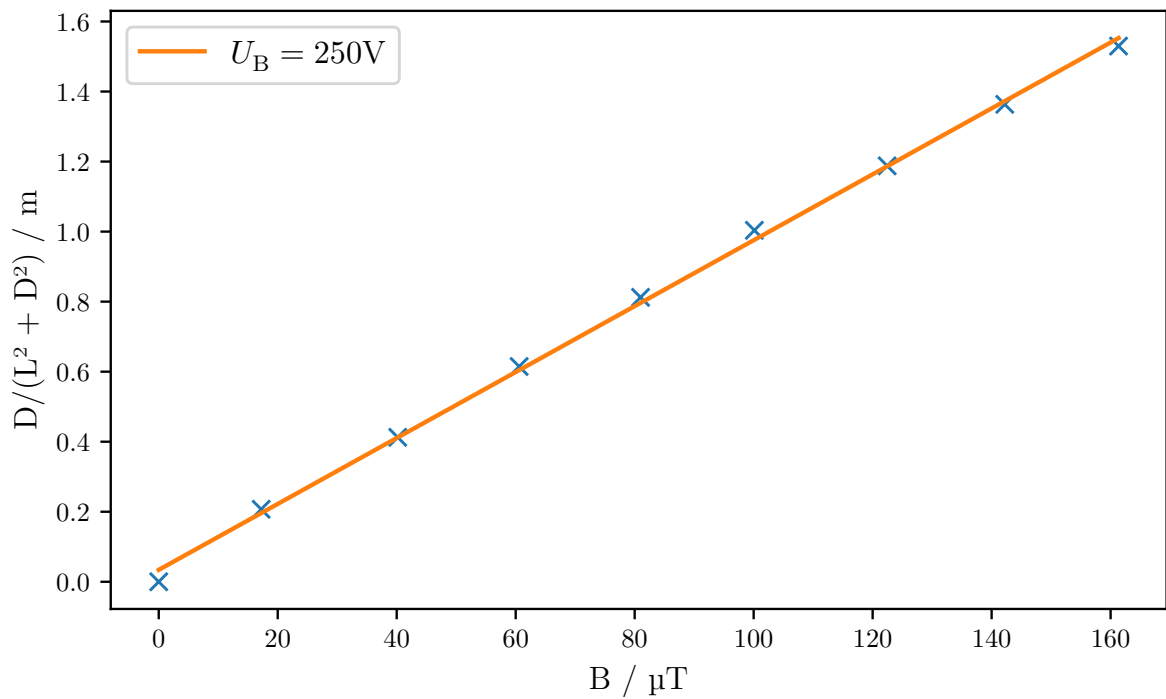


Abbildung 6: Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

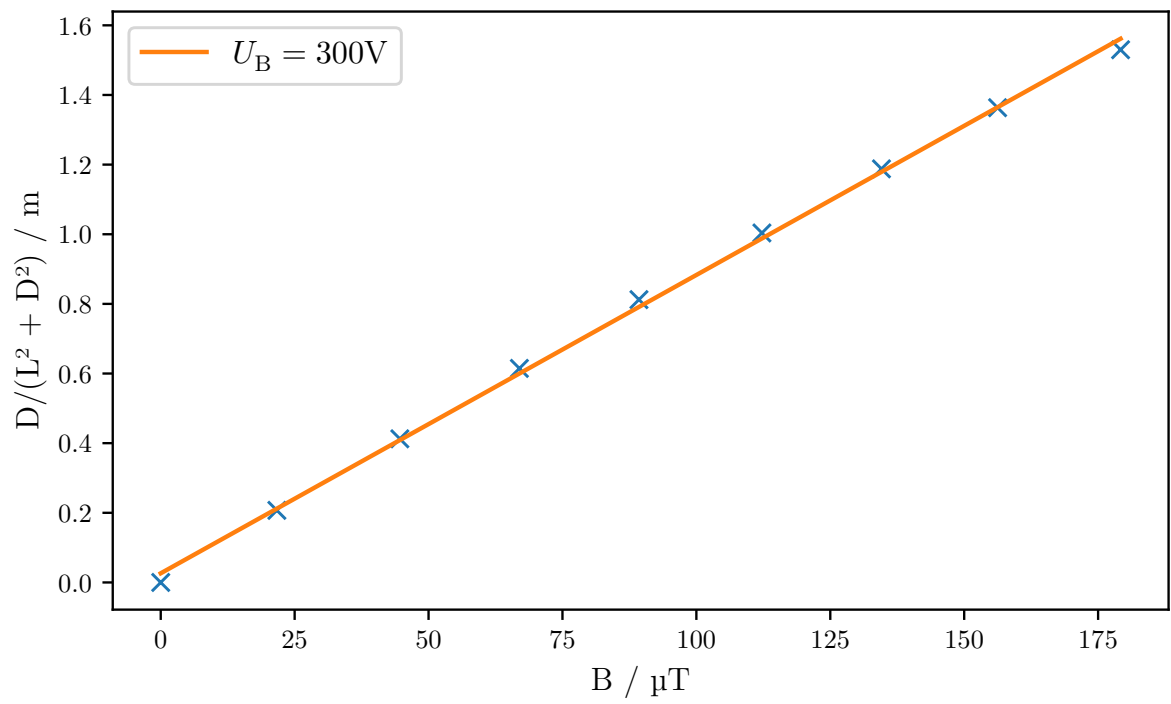


Abbildung 7: Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

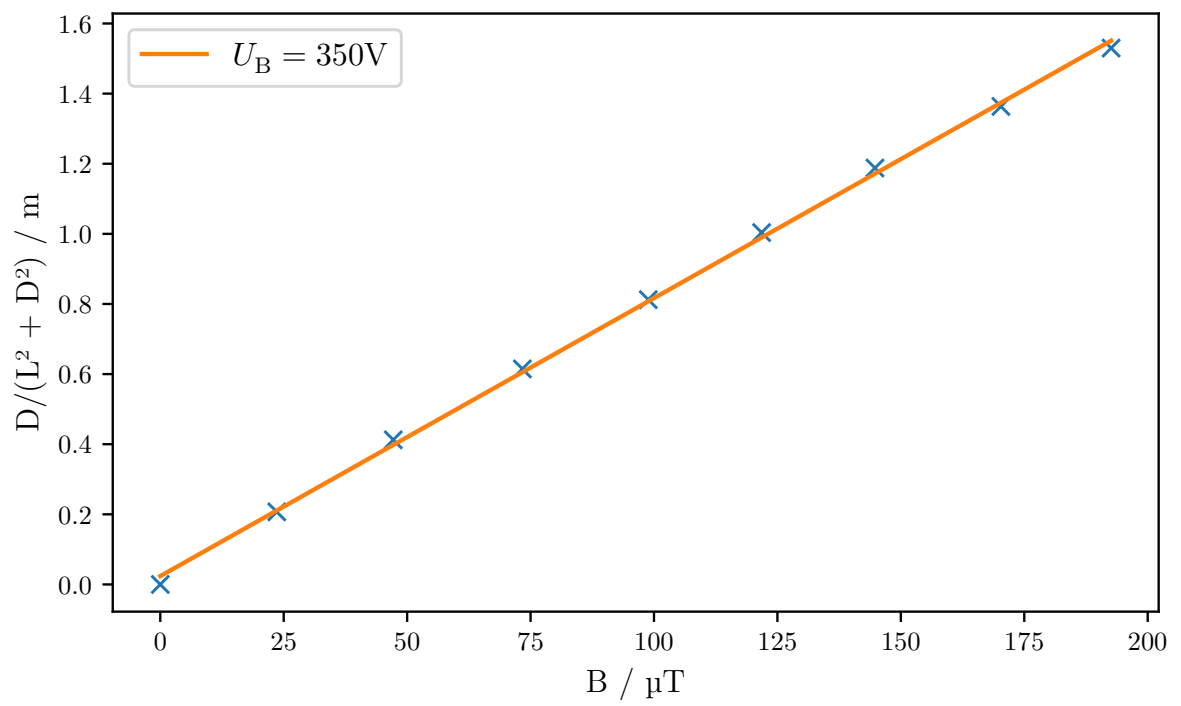


Abbildung 8: Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

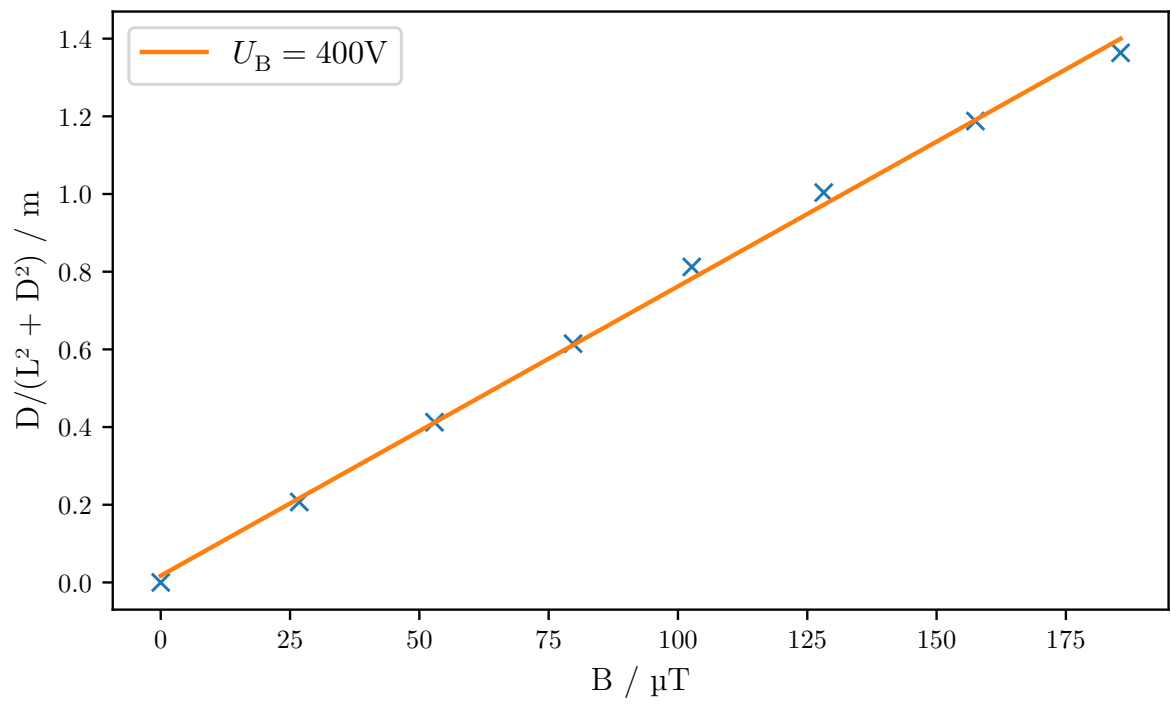


Abbildung 9: Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

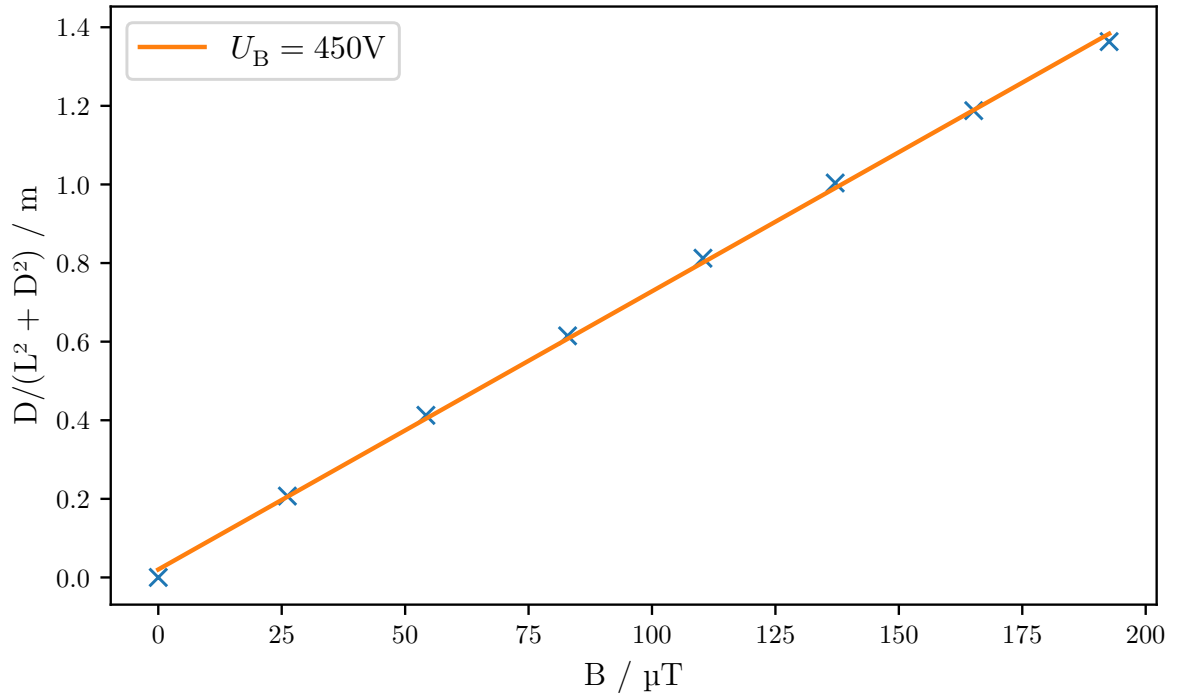


Abbildung 10: Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

Aus den Steigungen a der Fits lassen sich durch Umformung der Gleichung (5) zu,

$$\frac{e_0}{m_0} = 8U_B a^2 \quad (11)$$

die spezifische Ladung der Elektronen berechnen. Diese sind mit den zugehörigen Beschleunigungsspannungen und ihren Fitparametern in Tabelle 2 aufgetragen. Die Abweichung der gemittelten spezifischen Ladung von dem Literaturwert [3] beträgt 1 %.

U_B	$e_0/(m_0 \cdot 10^{11})$ experimentell	Fitparameter $a / 10^3$	Fitparameter $b / 10^{-2}$
250	(1.77 ± 0.05)	(9.4 ± 0.1)	(3 ± 1)
300	(1.76 ± 0.05)	(8.6 ± 0.1)	(3 ± 1)
350	(1.76 ± 0.04)	(7.9 ± 0.1)	(2 ± 1)
400	(1.78 ± 0.07)	(7.5 ± 0.1)	(2 ± 2)
450	(1.80 ± 0.04)	(7.1 ± 0.1)	(2 ± 1)
—	(1.78 ± 0.02)	—	—

Tabelle 2: spezifische Ladung und Fitparameter

4.2 Intensität des Erdmagnetfeld

Für den Versuch wird ein Inklinationswinkel von

$$\Phi_{\text{Inc}} = (66 \pm 3)^\circ \quad (12)$$

gemessen. Der Strom I_K um das Magnetfeld der Erde mittels Helmholtzspulen zu kompensieren beträgt

$$I_K = 0.27 \text{ A} . \quad (13)$$

Mit Formel (6) ergibt sich für den Strom I_K ein magnetisches Feld von

$$B_{\text{Helm}} = 1.72 \cdot 10^{-5} \text{ T} . \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung des Inklinationswinkel des magnetischen Feldes ergibt sich eine Totalintensität von

$$B_{\text{Erd}} = \frac{1.72}{\cos(66)} 10^{-5} \text{ T} = 4.34 \cdot 10^{-5} \text{ T} . \quad (15)$$

4.3 Empfindlichkeit der Braunschen Röhre

In einem linearen Diagramm werden die Ablenkspannungen U_d aus Tabelle 3 gegen die Verschiebung D des Leuchtflecks aufgetragen. In den Klammern steht jeweils die Beschleunigungsspannung U_B in Volt, damit die Messwerte zugeordnet werden können.

$D/\frac{Z_{\text{oll}}}{4}$	$U_D / \text{V} (180)$	$U_D / \text{V} (230)$	$U_D / \text{V} (260)$	$U_D / \text{V} (300)$	$U_D / \text{V} (350)$
1	-20.02	-25.21	-28.00	-32.19	-28.00
2	-16.12	-20.24	-22.99	-27.04	-22.99
3	-12.64	-16.07	-18.05	-21.16	-18.05
4	-8.88	-12.18	-12.65	-15.28	-12.65
5	-5.10	-7.59	-7.51	-9.58	-7.51
6	-1.37	-2.69	-2.64	-4.02	-2.64
7	2.62	2.04	2.73	2.17	2.73
8	6.53	6.79	8.34	7.97	8.34
9	10.44	11.60	13.57	14.40	13.57

Tabelle 3: Auslenkung der Elektronen in Abhängigkeit der Ablenkspannung bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen

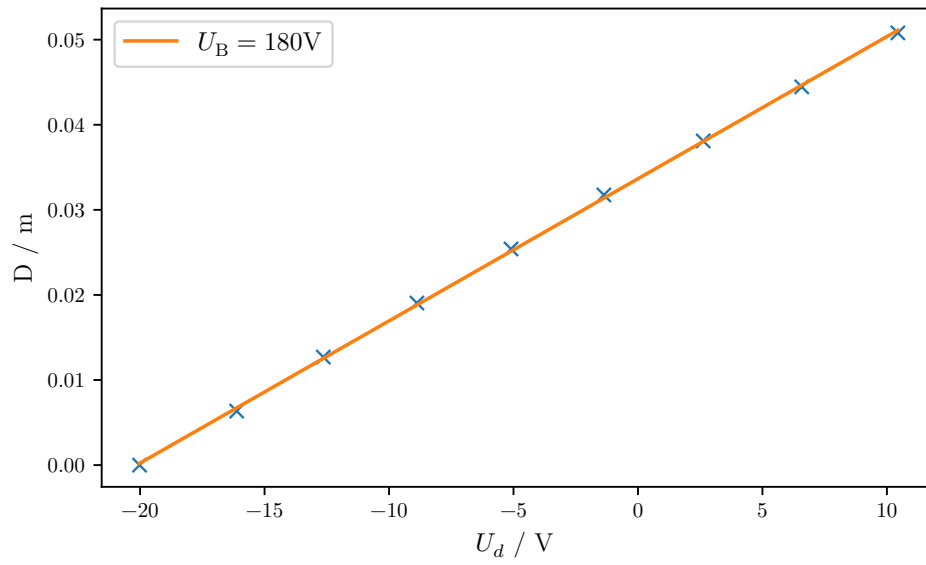


Abbildung 11: Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bei einer Beschleunigungsspannung von 180 V

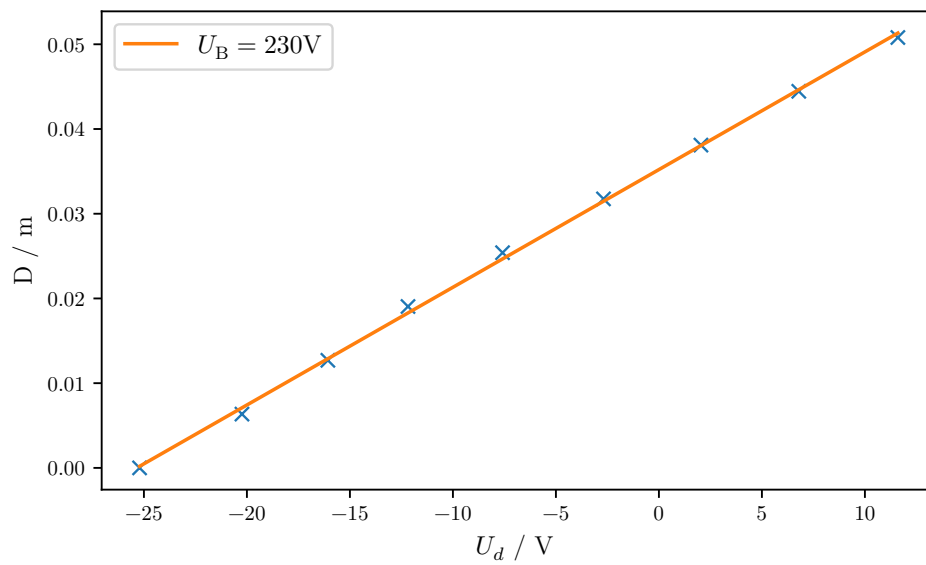


Abbildung 12: Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bei einer Beschleunigungsspannung von 230 V

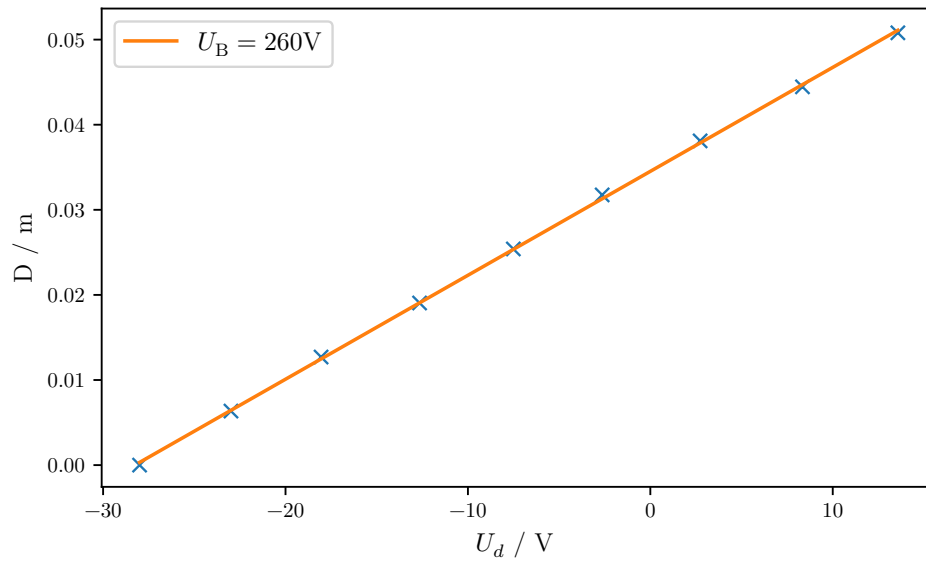


Abbildung 13: Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bei einer Beschleunigungsspannung von 260 V

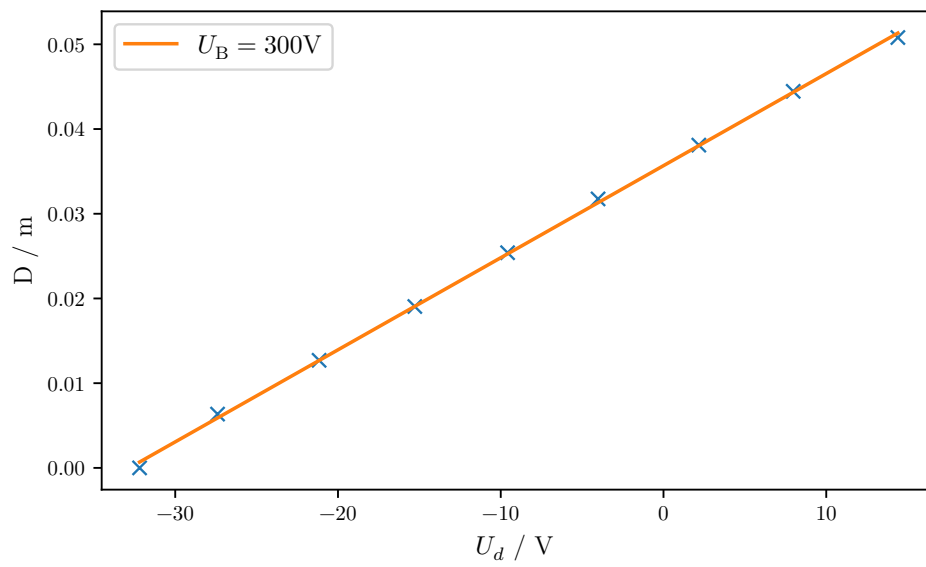


Abbildung 14: Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bei einer Beschleunigungsspannung von 300 V

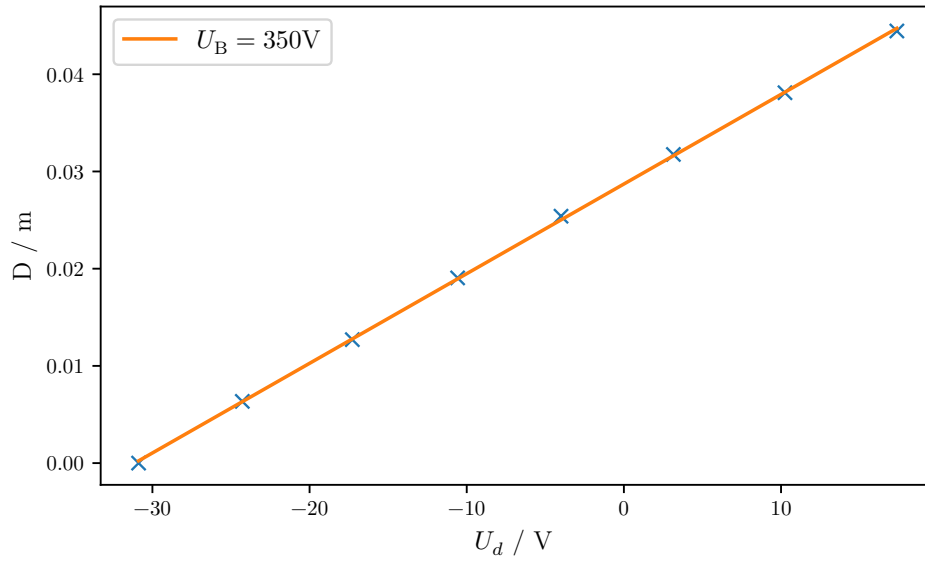


Abbildung 15: Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bei einer Beschleunigungsspannung von 350 V

Es wird jeweils ein Fit entsprechend Gleichung 10 durch die Messreihe gelegt, anhand derer die Empfindlichkeit der Braunschen Röhre bestimmt wird (siehe Abbildung 11 bis 15). Die Fitparameter zu den verschiedenen Beschleunigungsspannungen werden in Tabelle 4 aufgeführt.

	Fitparameter a / 10^{-3}	Fitparameter b / 10^{-2}
$U_B = 180 \text{ V}$	1.67	3.37
$U_B = 230 \text{ V}$	1.38	3.52
$U_B = 260 \text{ V}$	1.22	3.45
$U_B = 300 \text{ V}$	1.09	3.57
$U_B = 350 \text{ V}$	0.92	2.87

Tabelle 4: Fitparameter der Ausgleichsgraden aus Diagramm 11 bis 15

Diese werden in einem weiteren Diagramm 16 gegen den Kehrwert der Beschleunigungsspannung aufgetragen. Anhand der Steigung des weiteren Fits lässt sich die Kenngröße

$$K_{\text{theo}} = \frac{pL}{2d} = \frac{0.019 \text{ m} \cdot 0.1533 \text{ m}}{2 \cdot 0.0051 \text{ m}} = 0.286 \frac{1}{\text{m}} \quad (16)$$

des Systems bestimmen. Der Fit liefert eine Kenngröße von

$$K_{\text{Messung}} = (0.27 \pm 0.01) \frac{1}{\text{m}} . \quad (17)$$

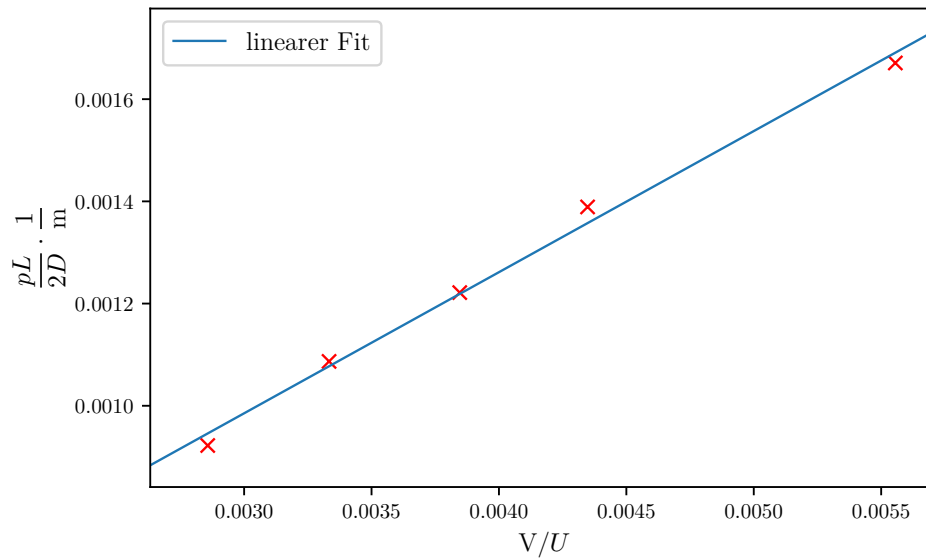


Abbildung 16: Bestimmung der Kenngröße

4.4 Kathodenstrahl-Oszillograph

Die gemessene Frequenzverhältnisse sind in Tabelle 5 aufgeführt.

Frequenzverhältnis n	ν_{Messung}	$n \cdot \nu_{\text{Theoretisch}}$
1:2	159.96	79.98
1:1	79.75	79.95
2:1	39.87	79.74
3:1	26.65	79.95

Tabelle 5: Synchronisationsfrequenzen

Ein Bild einer stehenden Welle ist in Abbildung 17 zu sehen.

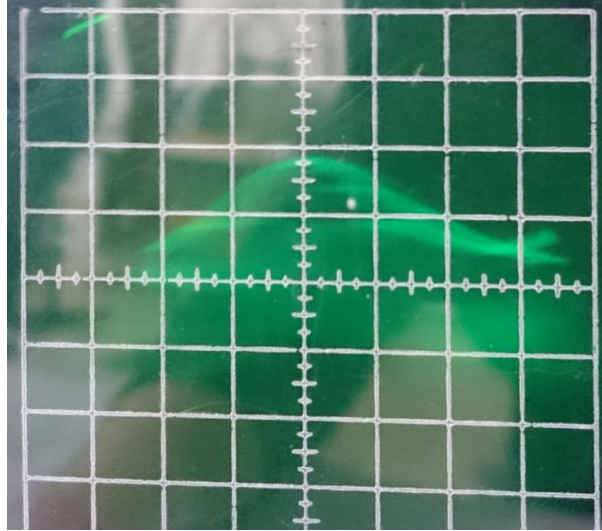


Abbildung 17: Stehende Sinuswelle

Aus Mittelung der mit dem Frequenzverhältnis multiplizierten gemessenen Frequenzen ergibt sich eine mittlere Frequenz von

$$\overline{\nu_{\text{Messung}}} = 79.91 \pm 0.05 \text{ Hz} \quad (18)$$

Desweiteren soll der Schwellwert der Spannung U_B werden. Da die Empfindlichkeit der Röhre bereits aus den Fitparametern aus der Tabelle 4 bekannt ist, ergibt dieser sich durch Umformen der Gleichung (2) nach U_d zu

$$U_d = \frac{D 2 d U_B}{p L} = \frac{D}{E} . \quad (19)$$

Für die Beschleunigungsspannung von 260 V ergibt sich für die verschiedenen Verschiebungen D auf dem Schirm die in der Tabelle 6 aufgeführten Scheitelwerte.

Frequenzverhältniss	D / mm	U_d / V
1:2	6.3	3.8
1:1	6.3	3.8
2:1	5.7	3.4
3:1	5.7	3.4

Tabelle 6: Verschiebung und Scheitelwert der Spannung

5 Diskussion

Die aus dem Versuch relevanten errechnete Messwerte sind in Tabelle 7 aufgeführt.

Zu Messende Größe	Ermittelter Wert	Relative Abweichung vom Theoriewert
spezifische Ladung	$(1.77 \pm 0.02)10^{11} \text{ C/kg}$	1 % [3]
Erdmagnetfeld	$4.34 \cdot 10^{-5} \text{ T}$	11 % [4]
Kenngroße der Braunsche Röhre	$(0.27 \pm 0.01) \frac{1}{m}$	19 %
Frequenz der Sinusspannung	$(79.81 \pm 0.05) \text{ Hz}$	0.2 %
Scheitelwert der Sinusspannung	$(6.0 \pm 0.2)V$	/

Tabelle 7: Messergebnisse mit relativen Abweichung

Die Messung der Spezifische Ladung kann als gelungen gewertet werden. Desweiteren liegen alle Messwerte ziemlich nah an der Ausgleichsgraden. Eine mögliche Ursache für die Messabweichung bei der Bestimmung des Erdmagnetfeld ist die geringe Anzahl an Messwerte, sowie das ungenaue justieren des Gegenfeldes. Es erweist sich als schwierig einen genauen Punkt auf dem Schirm zu definieren, da dieser sich je nach Blickwinkel verschiebt. Die Empfindlichkeit der Braunschen Röhre kann nicht genau mit dem Theoriewert verglichen werden, da die Formel nicht der Geometrie der Ablenkondensatoren entspricht. Sie wurden zum Vergleich als Plattenkondensatoren genähert. Hier liegen die Messerte ebenfalls nah am Fit. Die gemittelte Sägezahnfrequenz entspricht ziemlich genau der Theoretischen und über die Scheitelwerte lässt sich keine Aussage treffen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 501*. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf>, 2016.
- [2] TU Dortmund. *Versuch 502*. <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf>, 2016.
- [3] NIST. *Fundamental Physical Constants*. <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme>, 2016.
- [4] Helmholtz-Zentrum Potsdam. *IGRF-Deklinationrechner*. <http://www-app3.gfz-potsdam.de/Declinationcalc/>, 2016.