

V64

Moderne Interferometrie 1. Korrektur

Ksenia Klassen
ksenia.klassen@udo.edu

Dag-Björn Hering
dag.hering@udo.edu

Durchführung: 22.05.2017

Abgabe: 11.07.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Das Sagnac-Interferometer	3
1.2	Brechungsindices von Gasen	4
1.3	Brechungsindices von Festkörpern	4
2	Aufbau und Durchführung	5
2.1	Justage	5
2.2	Messung des Kontrasts	5
2.3	Bestimmung der Brechungsindices	5
3	Fehlerrechnung	7
4	Auswertung	8
4.1	Kontrast	8
4.2	Brechungsindex von Glas	9
4.3	Brechungsindex von Luft	11
5	Diskussion	12
	Literatur	12

1 Theorie

Dieses Experiment befasst sich mit der Bestimmung der Brechungsindices von Gasen und Festkörpern mittels Sagnac-Interferometer.

1.1 Das Sagnac-Interferometer

Das Sagnac-Interferometer ist aufgebaut wie in Abbildung 1.

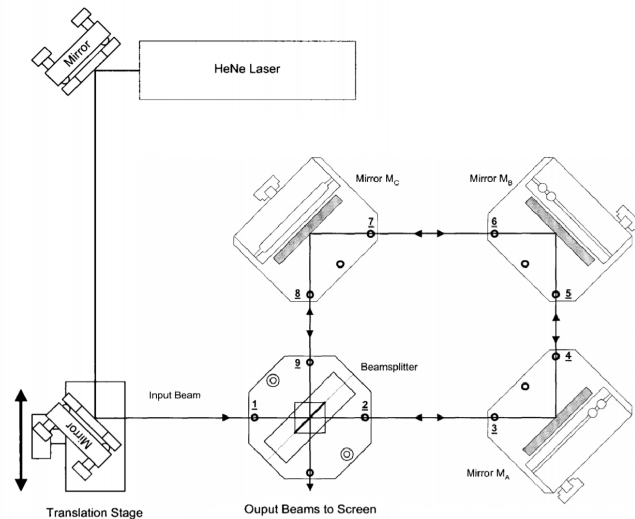


Abbildung 1: Aufbau des Sagnac-Interferometers.[2]

Die Anordnung setzt sich zu Beginn zusammen aus der Quelle, einem HeNe-Laser, und zwei Spiegel zur Ausrichtung des Laserstrahls zum Polarizing-Beam-Splitter-Cube hin. Zuvor passiert der Laserstrahl einen linearen Polarisationsfilter. Der PBSC dient zur Aufspaltung des Strahls in Horizontal- und Vertikalkomponente, dabei passiert die Horizontalkomponente den PBSC und die Vertikalkomponente wird erfährt eine Richtungsänderung um 90° . Dies ist in der Abbildung 2 dargestellt.

Drei weitere Spiegel lenken beide Strahle so um, dass diese die gleiche Strecke zurücklegen und wieder auf den PBSC treffen. Dort werden die Strahlen erneut, nach ihrer polarisation, umgelenkt und durchgelassen und laufen somit wieder zusammen. Durch Verschieben der Translation-Stage können die zwei Strahlen räumlich separiert werden und somit zwei unterschiedliche Materialien durchqueren.

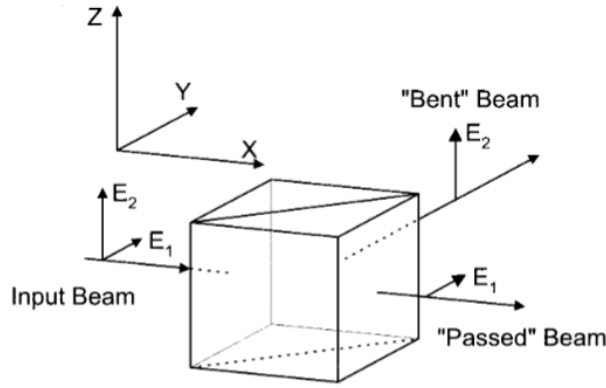


Abbildung 2: Aufspaltung des Strahls im PBS.[2]

1.2 Brechungsindices von Gasen

Für die Bestimmung von Brechungsindices von Gasen wird eine Gaszelle der Länge L genutzt. Einer der Strahlen passiert dabei die Gaszelle. Ändert sich der Druck innerhalb der Gaszelle, so ändert sich auch der Brechungsindex des Gases. Dies erzeugt eine Phasenverschiebung:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}}(n - 1)L. \quad (1)$$

Durch diese Phasenverschiebung entstehen Interferenzerscheinungen. Die dabei zählbaren Extrema M sind in folgender Beziehung abhängig vom Brechungsindex n :

$$M = \frac{n - 1}{\lambda_{\text{vac}}}L. \quad (2)$$

1.3 Brechungsindices von Festkörpern

Zur Bestimmung des Brechungsindex wird eine dünne transparente Platte des Festkörpers mit der Breite T genutzt. Diese wird senkrecht in einen der Strahlengänge platziert und der Winkel θ zwischen der Senkrechten und der Platte kontinuierlich vergrößert. Somit wird die Strecke, die der Strahl in dem Festkörper zurücklegt, ebenfalls kontinuierlich größer. Es entsteht wieder eine Interferenzerscheinung. Es lässt sich eine Beziehung zwischen den zählbaren Extrema M und dem Brechungsindex n herleiten:

$$n = \frac{\alpha^2 + 2(1 - \cos\theta)(1 - \alpha)}{2(1 - \cos\theta - \alpha)} \quad (3)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{M\lambda_{\text{vac}}}{2T}. \quad (4)$$

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Justage

Zu Beginn ist eine Justierung des Interferometers notwendig. Ziel ist eine Aufspaltung eines Strahls in zwei Strahlen, die beide in der horizontalen Ebene liegen und anschließendes Überlappen der Strahlen beim Verlassen des Interferometers. Dies wird durch Einstellen der Spiegel innerhalb und außerhalb des Interferometers erreicht.

2.2 Messung des Kontrasts

Zur Messung des Kontrasts wird ein linearer Polarisationsfilter mit 45° Ausrichtung verwendet, der hinter dem PBSC positioniert wird. Dadurch entsteht ein Interferenzbild, dessen Intensität durch eine Photodiode gemessen wird. Nun wird der Winkel des ersten Polarisationsfilters variiert und die Glasplättchen so rotiert, dass zum einen ein Intensitätsminimum und zum anderen ein Intensitätsmaximum gemessen werden kann.

2.3 Bestimmung der Brechungsindices

Für die Bestimmung der Brechungsindices wird der Winkel des ersten Polarisationsfilters so gewählt, dass ein Kontrastmaximum vorliegt. Weiterhin werden der zweite Polarisationsfilter und die Photodiode entfernt. Stattdessen trifft der gebündelte Strahl auf einen Polarisationsseparator, realisiert durch einen weiteren PBSC und einen Spiegel, wie in Abbildung 3 zu sehen.

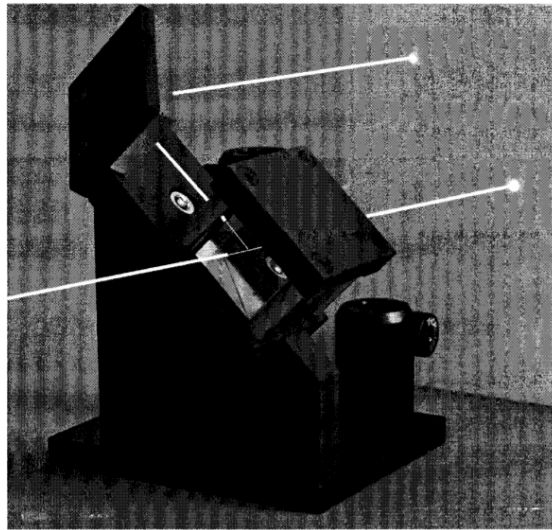


Abbildung 3: Aufbau des Polarisationsseparators.[2]

Mittels zweier Photodioden wird der zuvor aufgespaltene Strahl detektiert. Mit einem Oszilloskop wird die Spannungsdifferenz zwischen den Intensitäten gemessen. Ein weiteres Gerät zählt die Nulldurchgänge der Spannungsdifferenz. Bei der Messung für den

Brechungsindex von Glas wird der Winkel der Glasplättchen langsam verändert und die Nulldurchgänge für unterschiedliche Winkel aufgenommen.

Für den Brechnungsindex von Luft werden die Glasplättchen aus dem Strahlengang entfernt. Es wird eine Gaszelle eingebaut, durch die nur ein Laserstrahl geht. Die Gaszelle ist verbunden mit einer Pumpe die ein Vakuum in der Gaszelle erzeugt. Durch ein Ventil wird wieder langsam Luft in die Zelle gelassen bis wieder der Normaldruck erreicht ist. Während dieses Vorganges werden wieder Nulldurchgänge von der Spannungsdifferenz aufgenommen.

3 Fehlerrechnung

Die Mittelwerte bestimmen sich in der Auswertung nach:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (5)$$

Für die Standardabweichung ergibt sich:

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (v_j - \bar{v}_i)^2} \quad (6)$$

mit v_j mit $j = 1, \dots, n$ als Wert mit zufällig behafteten Fehlern.

Diese werden mit Hilfe von Numpy 1.9.2, einer Erweiterung von Python 3.2.0, berechnet. Die Fehlerfortpflanzung wird mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet (7).

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \Delta x_j \right)^2}. \quad (7)$$

Diese wird von der Erweiterung Uncertainties 2.4.6.1 von Python 3.2.0 übernommen. Desweiteren wird in der Auswertung Lineare Regression benutzt, um die Konstanten A und B aus einer Gleichung der Form

$$y(x) = A + B \cdot x \quad (8)$$

zu berechnen. B errechnet sich hierbei aus der Formel

$$B = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (9)$$

und A durch die Gleichung

$$(10)$$

$$A = \bar{y} - B \cdot \bar{x}. \quad (11)$$

Die Ungenauigkeit von A und B ergibt sich aus der mittleren Streuung:

$$(12)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - A - B \cdot x_i)^2}. \quad (13)$$

Für die Ungenauigkeit von B gilt:

$$(14)$$

$$s_B = s_y \cdot \sqrt{\frac{1}{N \cdot (\overline{x^2} - (\bar{x})^2)}}. \quad (15)$$

Für die Ungenauigkeit von A gilt:

(16)

$$s_A = s_B \cdot \sqrt{x^2}. \quad (17)$$

Für die Lineare Regression wird die Erweiterung Scipy 0.15.1 für Python 3.2.0 benutzt. Abweichungen von den Theoriewerten werden mit der Formel

$$a = \frac{|a_{\text{gemessen}} - a_{\text{theorie}}|}{a_{\text{theorie}}} \quad (18)$$

berechnet.

4 Auswertung

4.1 Kontrast

Zunächst muss der optimale Kontrast des Interferometers bestimmt werden. Der Kontrast berechnete sich aus

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (19)$$

In der Tabelle 1 sind die entsprechenden Messwerte aufgelistet, der angegebene Winkel entspricht dabei der Ausrichtung des ersten Polarisationsfilters.

Tabelle 1: Messwerte zur Berechnung des Kontrastes nach Formel (19).

Winkel $\Phi/^\circ$	Winkel Φ/rad	Kontrast K	I_{\max}/V	I_{\min}/V
-15	-0,262	0,403	0,634	0,270
0	0	0,100	0,622	0,509
15	0,262	0,288	0,871	0,481
30	0,524	0,626	1,064	0,245
45	0,785	0,826	1,026	0,098
60	1,047	0,800	0,882	0,098
75	1,309	0,505	0,474	0,156
90	1,571	0,123	0,292	0,228
105	1,833	0,366	0,263	0,122
120	2,094	0,703	0,293	0,051
135	2,356	0,831	0,412	0,038
150	2,618	0,742	0,566	0,084
165	2,88	0,436	0,674	0,265
180	3,142	0,047	0,601	0,547
195	3,403	0,369	0,906	0,418

Um den besten Winkel zu finden, bei dem der Kontrast maximal ist, wird der Winkel gegen den Kontrast aufgetragen, zu sehen in der Abbildung 4. An den Messwerten wird die Funktion

$$K(\Phi) = a \cdot |\sin(b \cdot \Phi + c)| + d \quad (20)$$

gefittet.

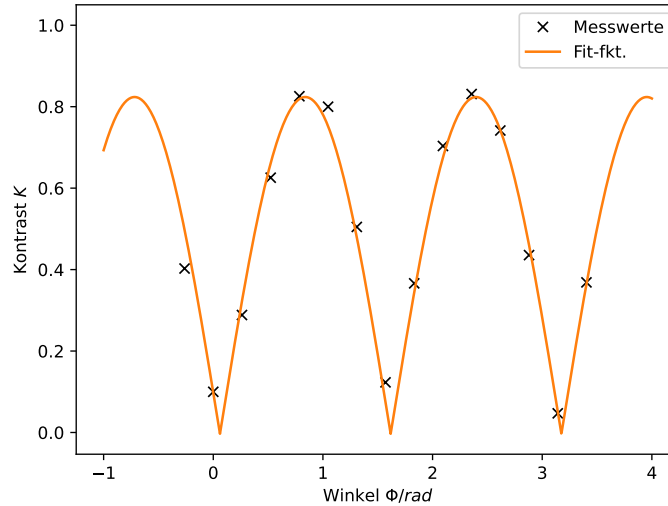


Abbildung 4: Verlauf des Kontrastes abhängig von dem Winkel des Polarisationsfilters.

Es ergeben sich die folgenden Parameter:

$$\begin{aligned} a &= 0,83 \pm 0,03 & b &= 2,02 \pm 0,01 \\ c &= -0,12 \pm 0,03 & d &= 0,0 \pm 0,2. \end{aligned}$$

Der beste Winkel ergibt sich aus einem beliebigen Hochpunkt der Funktion $K(\Phi)$:

$$\Phi_{\max} \approx (0,84 \pm 0,02) \text{ rad} \approx (48,1 \pm 0,9)^\circ.$$

Bei den folgenden Messungen wird der erste Polarisationsfilter nun immer auf den Winkel $\Phi = 48^\circ$ gestellt.

4.2 Brechungsindex von Glas

In der Tabelle 2 ist die gemessene Anzahl der durchlaufenen Extrema M für die unterschiedlichen Winkel θ und deren Mittelwerte aufgetragen.

Die Mittelwerte von M aus Tabelle 2 werden nun in Abhängigkeit von dem Winkel θ aufgetragen, zusehen in der Abbildung 5

Tabelle 2: Gemessene Zählrate der Extrema M für unterschiedliche Winkel θ und die Mittelwerte der Zählraten

$\Theta = 2^\circ$	$\Theta = 4^\circ$	$\Theta = 6^\circ$	$\Theta = 8^\circ$
M_2	M_4	M_6	M_8
8	16	21	29
8	17	23	30
8	14	20	27
7	14	22	27
9	15	20	27
Mittelwerte:			
$8,0 \pm 0,6$	$15,2 \pm 1,2$	$21,2 \pm 1,2$	$28,0 \pm 1,3$

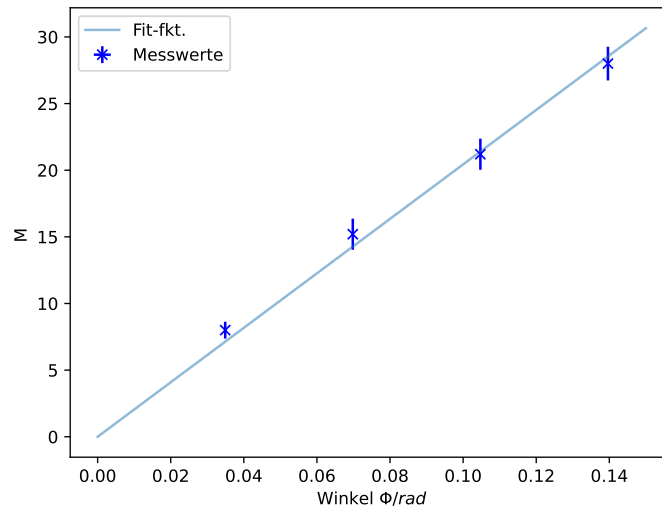


Abbildung 5: Anzahl der durchlaufenen Extrema M in Abhängigkeit von dem Winkel θ .

Aus der Formel (4) kann eine Formel für zwei Glasplatten, die mit einem Winkel $\alpha = 10^\circ$ entgegengesetzt ausgerichtet sind bestimmt werden.

$$M = \frac{\Delta\phi_+ + \Delta\phi_-}{2\pi} \quad (21)$$

$$= \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{n} ((\alpha + \theta)^2 - (\alpha - \theta)^2) \quad (22)$$

$$= \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{n} \alpha \theta \quad (23)$$

Durch einen Ausgleichsrechnung kann somit n bestimmt werden. Mit $T = 0,001 \text{ m}$ und $\lambda_{\text{vac}} = 632,990 \text{ nm}$ folgt für den Brechungsindex von Glas

$$n_{\text{Glas}} = 1,59 \pm 0,02. \quad (24)$$

4.3 Brechungsindex von Luft

Die Messwerte für den Brechungsindex von Luft sind in der Tabelle 3 zu finden sowie die berechneten Brechungsindexe n nach Formel (25). Die Formel (25) ergibt sich aus der Formel (2)

$$n = \frac{M\lambda_{\text{vac}}}{L+1}. \quad (25)$$

Tabelle 3: Messwerte zur Berechnung des Brechungsindexe n und n nach Formel (25).

Anzahl der Fringe M	Brechungsindex n
41	1,000260
42	1,000266
42	1,000266

Durch Mittelung der berechneten Brechungsindices aus der Tabelle 3 folgt:

$$n_{\text{Luft}} = 1,000264 \pm 3 \cdot 10^{-6}.$$

5 Diskussion

Die Messung der Brechungsindices von Glas und Luft liefert folgende Ergebnisse:

$$\begin{aligned}n_{\text{Glas}} &= 1,18 \pm 0,04 \\ n_{\text{Luft}} &= 1,000264 \pm 3 \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

Werden diese mit den Literaturwerten

$$\begin{aligned}n_{\text{lit}_{\text{Glas}}} &= 1,5 \quad [2] \\ n_{\text{lit}_{\text{Luft}}} &= 1,000292 \quad [1]\end{aligned}$$

verglichen, ergeben sich die entsprechenden Abweichungen:

$$\begin{aligned}a_{\text{Glas}} &\approx 0,06 \\ a_{\text{Luft}} &\approx 2,8 \cdot 10^{-5}.\end{aligned}$$

Die Messung des Brechungsindices liefert recht genau Ergebnisse, was für die Präzision des Sagnac-Interferometer spricht. Die etwas größere Abweichung bei dem Brechungsindex von Glas könnte daran liegen, dass der Literaturwert von Glas nur ein Richtwert ist.

Literatur

- [1] Chemie.de. *Brechzahl*. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html> (besucht am 19.06.2017).
- [2] TU Dortmund. *Versuch 64 Moderne Interferometrie*. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/Interferometrie.pdf> (besucht am 30.05.2017).