

v603

Compton-Effekt

Yanick Sebastian Kind
yanick.kind@udo.edu

Till Willershausen
till.willershausen@udo.edu

Abgabe: 09.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

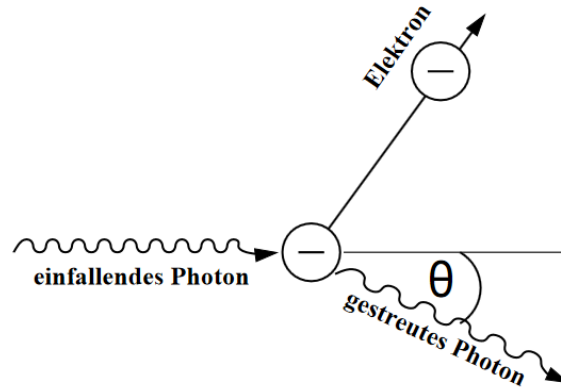
Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
3	Auswertung	5
3.1	Berechnung der Energien der charakteristischen Linien	5
3.2	Bestimmung der Transmission	6
3.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	8
4	Diskussion	9
	Literatur	10

1 Theorie

In dem Versuch soll die Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons bestimmt werden. Wird Strahlung an einem Elektron gestreut, so kommt es zu einer Wellenlängenverschiebung. Dieses Phänomen wird als Compton-Effekt bezeichnet und ist in Abbildung 1 veranschaulicht. Für diesen Versuch wird Röntgenstrahlung an einem Plexiglasquader gestreut und

Abbildung 1: Veranschaulichung des Compton-Effekts.[2]



aus dem Transmissionsverhalten wird die Compton-Wellenlänge bestimmt. Die Streuung von Röntgenstrahlung an Materie weist neben der klassischen inelastischen bzw. kohärenten Streuung auch noch die elastische frequenzverschobene bzw. inkohärente Streuung auf. Bei der inelastischen Streuung, welche auch Compton-Streuung genannt wird, wechselwirkt ein Photon mit einem freien Elektron. Dabei gibt das Photon einen Teil seiner Energie an das Elektron ab und wird um den Winkel θ gestreut. Die Energie des Photons kann dabei mit Hilfe der Energie- und Impulserhaltung bestimmt werden. Daraus kann für die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ die Beziehung

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

hergeleitet werden. Dabei hat die Konstante $\lambda_c = h/m_e c$ die Dimension einer Länge und wird als Compton-Wellenlänge des Elektrons bezeichnet.

Für die Erzeugung von Röntgenstrahlung werden in diesem Versuch freie Elektronen mit Hilfe einer Glühkathode emittiert und auf eine Anode hin beschleunigt. Die Elektronen, die auf die Anode auftreffen, emittieren Röntgenstrahlung, welche sich aus dem kontinuierlichen Bremspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials zusammensetzt. Das Bremspektrum entsteht bei der Abbremsung eines Elektrons im Coulombfeld des Atoms, wobei ein Photon ausgesendet wird, welches die Energie entsprechend des Energieverlustes des abgebremsten Elektrons hat. Da die Elektronen sowohl einen Teil als auch ihre gesamte kinetische Energie abgeben kann, handelt es sich bei

dem Bremsspektrum um ein kontinuierliches Spektrum. Das charakteristische Spektrum entsteht bei der Ionisierung des Anodenmaterials. Ein Elektron aus einer äußeren Schale kann unter Aussendung eines Röntgenquants in die innere Schale zurückfallen. Die Energie des Röntgenquants beträgt in diesem Fall gerade der Energiedifferenz der beiden Energieniveaus, wodurch nur bestimmte Energien in dem charakteristischen Spektrum auftauchen, die charakteristisch für das Anodenmaterial sind.

Die Compton-Wellenlänge wird durch die Transmission und Absorption von Röntgenstrahlung durch Aluminium bestimmt. Die Transmission eines Stoffes nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab. Daher lässt sich erschließen, dass die Transmission der Compton verschobenen Wellenlänge kleiner ist als die Transmission der einfallenden Wellenlänge. Die einfallende Intensität I_0 wird bei der Absorption gemäß dem Delamber'schen Gesetz

$$I = I_0 e^{-\mu d} \quad (2)$$

geschwächt, wobei d die Dicke des Materials und μ der Absorptionskoeffizient ist. Der Absorptionskoeffizient $\mu = \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Com}}$ setzt sich im allgemeinen aus dem Absorptionskoeffizienten für Paarbildung μ_{Paar} , des Photoeffekts μ_{Photo} und des Comptoneffekts μ_{Com} zusammen.

Die Energie E bzw. die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung kann mit Hilfe der Bragg'schen Reflexion analysiert werden. Dabei wird ausgenutzt, dass die Photonen an einem dreidimensionalen Gitter gebeugt werden. Aufgrund der interferierenden Röntgenstrahlen kann für den Glanzwinkel α , an dem konstruktive Interferenz geschieht, die Bragg'sche Bedingung

$$2d \sin \alpha = n\lambda \quad (3)$$

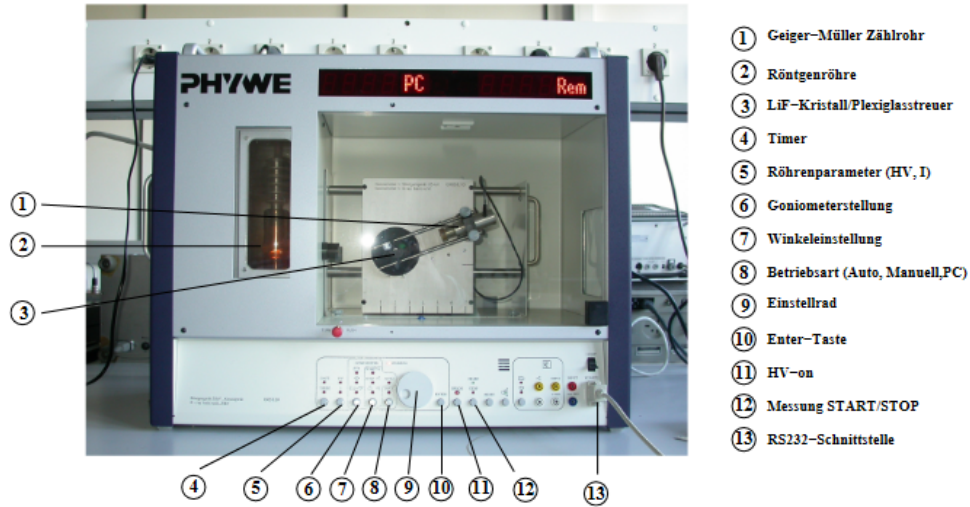
angewendet werden, wobei n die Beugungsordnung ist. Daraus kann bei bekannter Gitterkonstante d die Wellenlänge λ der Röntgenstrahlung bestimmt werden.

2 Durchführung

Wesentliche Bestandteile des Aufbaus sind eine Kupfer-Röntgenröhre, ein LiF-Kristall bzw. ein Plexiglas-Streuer und ein Geiger-Müller-Zählrohr. In dem Gerät, welches in Abbildung 2 zu sehen ist, ist die Elektronik integriert. Das Emissionsspektrum und die Transmission $T(\lambda)$ des Aluminium-Absorbers wird mit dem Rechner vermessen. Für die Bestimmung der Compton-Wellenlänge wird eine manuelle Bedienung genutzt. Es wird eine Beschleunigungsspannung von 35 kV mit einem Emissionsstrom von 1 mA gewählt. Der LiF-Kristall wird in die Halterung gesteckt. Eine 2 mm wird verwendet um das Emissionsspektrum aufzunehmen. In Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ und einer Integrationszeit pro Winkel von $t = 10$ s wird das Emissionsspektrum im Bereich von $8^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$ gemessen.

Die Bestimmung der Transmission als Funktion der Wellenlänge wird in Schritten von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ im Bereich $7^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ durchgeführt. Dabei wird einmal ohne Aluminium-Absorber $N_{\text{Al}}(\theta)$ und einmal mit Aluminium-Absorber $N_0(\theta)$ die Zählrate der Röntgenstrahlung gemessen. Die Integrationszeit pro Winkel beträgt $t = 200$ s. Die gemessenen

Abbildung 2: Verwendete Apperatur zur Messung der Impulse.[2]



Zählraten werden mit der Totzeitkorrektur des Geiger-Müller Zählrohrs

$$I = \frac{N}{1 - \tau N} \quad (4)$$

korrigiert, dabei beträgt die Totzeit des Geiger-Müller Zählrohrs $\tau = 90 \mu\text{s}$. In dem nächsten Versuchsteil wird die 2 mm-Blende durch eine 5 mm-Blende ersetzt. Des weiteren wird der LiF-Kristall durch einen Plexiglas-Streuer ersetzt. Es werden Messdaten für die korrigierten Zählraten ohne Aluminium-Absorber I_0 , mit Aluminium-Absorber zwischen Röntgenröhre und Streuer I_1 und mit Aluminium-Absorber zwischen Streuer und Geiger-Müller Zählrohr I_2 entnommen. Dabei wird der Winkel des Kristalls auf 45° und der Winkel des Geiger-Müller Zählrohrs auf 90° eingestellt. Die Integrationszeit beträgt $t = 300 \text{ s}$.

3 Auswertung

Jegliche Fehlerrechnung wurde mit der python-Bibliothek uncertainties [5] absolviert. Allgemeine Rechnungen wurden mit der python-Bibliothek numpy [7] automatisiert. Die graphischen Unterstützungen wurden mit Hilfe der python-Bibliothek matplotlib [3] erstellt.

3.1 Berechnung der Energien der charakteristischen Linien

In der Abbildung 3 sind die gemessenen Impulse N gegen den Winkel θ aufgetragen. Aus dieser Graphik geht hervor, dass die K_β Linie bei einem Winkel von $\theta_\beta = 20,2^\circ$ mit $N = 1599$ Impulsen liegt. Die K_α Linie liegt bei einem Winkel von $\theta_\alpha = 22,5^\circ$, wo

N= 5050 Impulse gemessen wurden. Für die Energien wird die Gleichung (3) benötigt. Um auf die Energien schließen zu können wird die Beziehung $E = hc/\lambda$ benötigt. Somit kann mittels

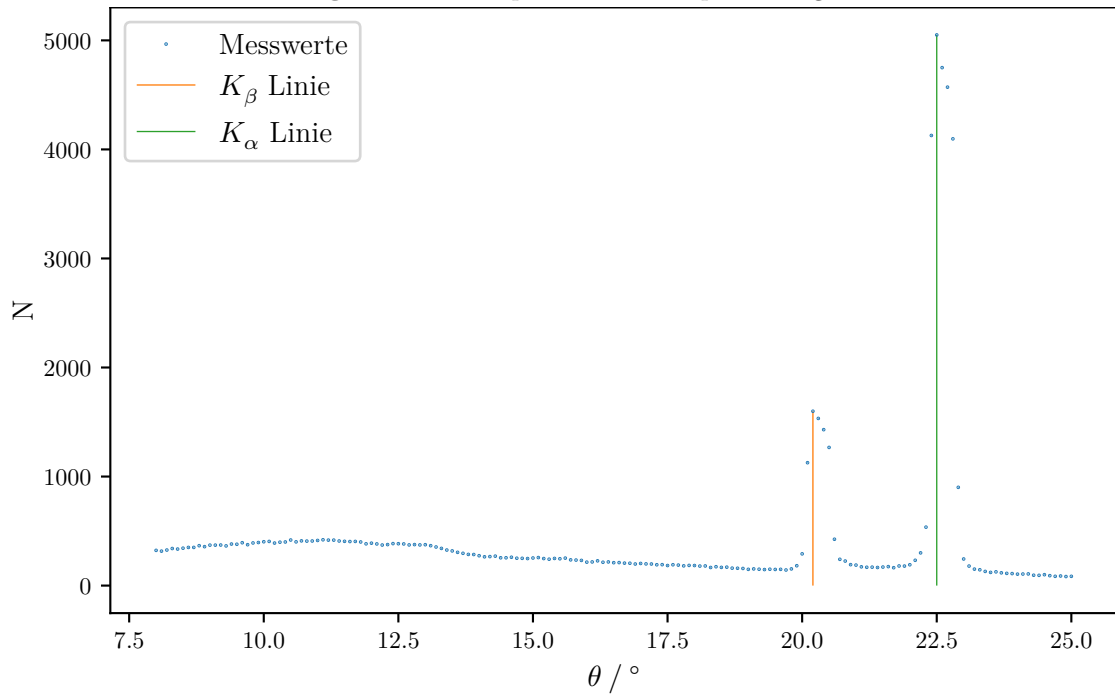
$$E = \frac{hc}{2d \sin \theta} \quad (5)$$

die Energie berechnet werden. Mit der Beugungsordnung $n = 1$, der Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ [6], dem Plank'schen Wirkungsquantum $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ [8] und einer Gitterkonstante des LiF-Kristalls von $d = 201,4 \text{ pm}$ ergeben sich die Energien der Linien zu

$$E_\beta = 8,92 \text{ keV}$$

$$E_\alpha = 8,04 \text{ keV}$$

Abbildung 3: Emissionsspektrum der Kupfer Röntgenröhre.



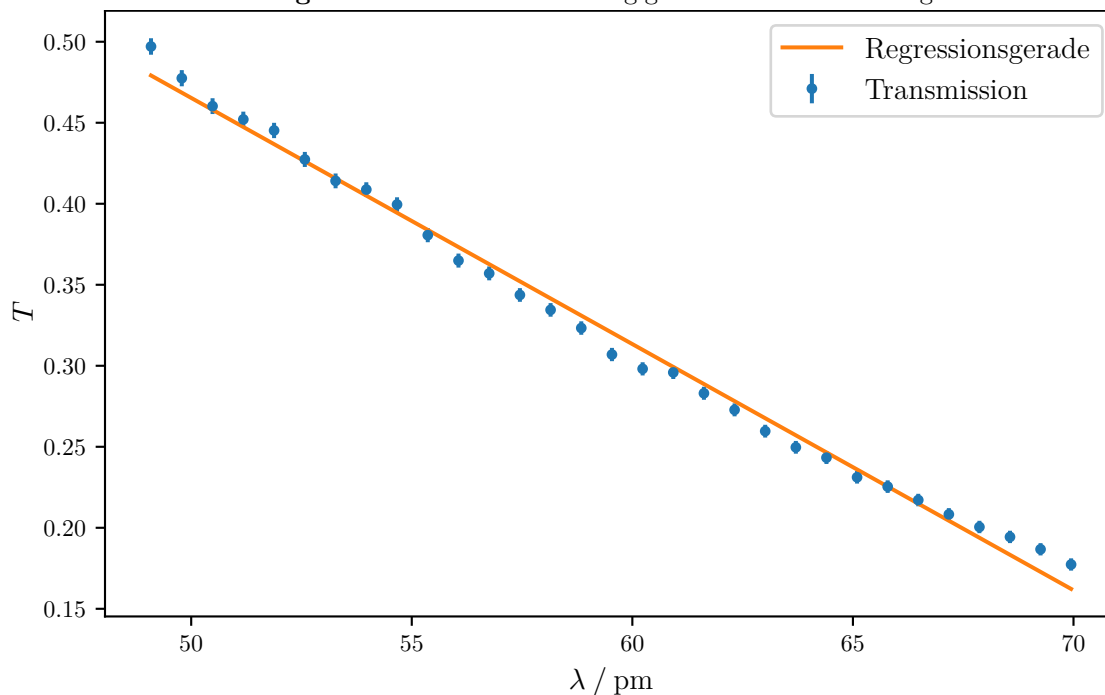
3.2 Bestimmung der Transmission

In der Tabelle 1 sind die gemessenen Zählraten ohne Aluminium-Absorber N_0 und mit Aluminium-Absorber N_{Al} mit den daraus berechneten Transmissionen T in Abhängigkeit von dem Winkel θ aufgetragen. Bevor die Transmission mit $T = I_{Al}/I_0$ berechnet werden kann, müssen die Zählraten mit Hilfe der Totzeitkorrektur(4) korrigiert werden. Die in

Tabelle 1: Gemessene Impulsraten mit den dazugehörigen Transmissionen.

$\theta / ^\circ$	N_o	N_{Al}	T
7,0	226,0	113,5	$0,497 \pm 0,005$
7,1	232,0	112,0	$0,477 \pm 0,005$
7,2	240,5	112,0	$0,460 \pm 0,005$
7,3	248,0	113,5	$0,452 \pm 0,005$
7,4	255,0	115,0	$0,445 \pm 0,005$
7,5	262,0	113,5	$0,427 \pm 0,005$
7,6	269,0	113,0	$0,414 \pm 0,005$
7,7	276,0	114,5	$0,409 \pm 0,005$
7,8	281,0	114,0	$0,400 \pm 0,004$
7,9	289,5	112,0	$0,381 \pm 0,004$
8,0	295,0	109,5	$0,365 \pm 0,004$
8,1	300,0	109,0	$0,357 \pm 0,004$
8,2	308,5	108,0	$0,344 \pm 0,004$
8,3	311,0	106,0	$0,334 \pm 0,004$
8,4	317,0	104,5	$0,323 \pm 0,004$
8,5	324,0	101,5	$0,307 \pm 0,004$
8,6	328,5	100,0	$0,298 \pm 0,004$
8,7	332,5	100,5	$0,296 \pm 0,004$
8,8	337,0	97,5	$0,283 \pm 0,004$
8,9	340,5	95,0	$0,273 \pm 0,004$
9,0	348,0	92,5	$0,260 \pm 0,004$
9,1	350,0	89,5	$0,250 \pm 0,004$
9,2	353,0	88,0	$0,243 \pm 0,004$
9,3	356,5	84,5	$0,231 \pm 0,004$
9,4	359,0	83,0	$0,225 \pm 0,004$
9,5	363,5	81,0	$0,217 \pm 0,004$
9,6	367,0	78,5	$0,208 \pm 0,004$
9,7	369,0	76,0	$0,200 \pm 0,004$
9,8	370,5	74,0	$0,194 \pm 0,004$
9,9	375,0	72,0	$0,187 \pm 0,004$
10,0	375,5	68,5	$0,177 \pm 0,004$

Abbildung 4: Transmission in Abhängigkeit von der Wellenlänge.



der Abbildung 4 eingezeichnete Regressionsgerade hat die Form

$$y = mx + b ,$$

wobei sich die Parameter zu

$$m = (-1,519 \pm 0,024) \cdot 10^{-2}$$

$$b = 1,225 \pm 0,014$$

ergeben.

3.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Zur Bestimmung der Compton-Wellenlänge wurden die Intensitäten

$$I_0 = 2731 \pm 3$$

$$I_1 = 1180 \pm 2$$

$$I_2 = 1024 \pm 2$$

gemessen. Hierbei ist keine Totzeitkorrektur(4) nötig, da die gemessenen Intensitäten und somit auch die Zählraten so gering sind, so dass $\tau N \ll 1$ gilt. Daraus ergeben sich

Transmissionen von

$$T_1 = \frac{I_1}{I_0} = 0.43$$

$$T_2 = \frac{I_2}{I_0} = 0.37 .$$

Um nun die dazugehörige Wellenlänge bestimmen zu können, wird die Regressionsgerade aus Abschnitt 3.2 auf

$$x = \frac{y - b}{m}$$

umgestellt, wobei für y die eben berechneten Transmissionen T und für b bzw. m die Werte für die Parameter der Regressionsgerade eingesetzt werden. Daraus ergeben sich Wellenlänge. von

$$\lambda_1 = (52,19 \pm 1,25) \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = (55,95 \pm 1,29) \text{ pm} .$$

Somit lässt sich die Compton-Wellenlänge zu

$$\lambda_c = (3,76 \pm 1,80) \text{ pm}$$

bestimmen lassen.

4 Diskussion

Die in dem Abschnitt 3.1 berechneten Werte für die Energien für die K_α und K_β Linien $E_{K_\alpha} = 8,04 \text{ eV}$ und $E_{K_\beta} = 8,92 \text{ eV}$ weichen von den Literaturwerten $E_{K_\alpha, \text{ Lit}} = 8,048 \text{ eV}$ [4] und $E_{K_\beta, \text{ Lit}} = 8,905 \text{ eV}$ [4] um

$$\eta_\alpha = 0,1 \%$$

$$\eta_\beta = 0,17 \%$$

ab. Somit lässt sich sagen, dass die Energien mit einer hohen Genauigkeit bestimmt werden konnten.

Die Compton-Wellenlänge des Elektrons wurde zu $\lambda_c = (3,76 \pm 0,06) \text{ pm}$ bestimmt. Diese weicht von dem Literaturwert $\lambda_{c, \text{ Lit}} = 2,43 \text{ pm}$ [1] um

$$\eta_{\lambda_c} = 54,73 \%$$

ab. Die relativ hohe Abweichung könnte durch die Auslassung der Totzeitkorrektur(4) zu Stande gekommen sein. Andererseits könnte die Abweichung auch durch die lange Integrationszeit entstanden sein, da sich während der Messung der Impulse die Fehler aufsummieren könnten.

Literatur

- [1] *Compton-Wellenlänge*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Compton-Wellenl%C3%A4nge.html> (besucht am 04.06.2021).
- [2] TU Dortmund. *V603, Compton-Effekt*.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] National Physical Laboratory. *Absorption of photons*. URL: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2171854/mod_resource/content/1/X-ray%20absorption%20edges%2C%20characteristic%20X-ray%20lines.pdf (besucht am 04.06.2021).
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Martin Mißfeldt. *Wie schnell ist Lichtgeschwindigkeit?* 2021. URL: <https://www.lichtmikroskop.net/optik/lichtgeschwindigkeit.php> (besucht am 03.06.2021).
- [7] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [8] *Plancksches Wirkungsquantum*. 2021. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Wirkungsquantum (besucht am 03.06.2021).