

V301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 5.12.17

Abgabe: 12.12.17

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
5 Diskussion	11
Literatur	12

1 Ziel

Die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen soll untersucht werden.

2 Theorie

Als Spannungsquelle wird hier ein Gerät verwendet, welches über einen endlichen Zeitraum hinweg eine konstante elektrische Leistung liefert. Für die Kenntnis über das Verhalten der Spannungsquelle innerhalb einer elektrischen Schaltung, müssen die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand bekannt sein. Genau dann, wenn der Spannungsquelle kein Strom entnommen wird, liegt an ihr die Leerlaufspannung U_0 an. Wenn ein endlicher Strom I durch einen Lastwiderstand R_a fließt, sinkt die Spannung U_k , welche an den Ausgangsbuchsen der belasteten Spannungsquelle abgegriffen werden kann, unter U_0 . Durch die Zuordnung eines Innenwiderstandes R_i zur Spannungsquelle kann dieses Phänomen formal erklärt werden. Die Maschenregel besagt: „Die Summe aller Spannungsabfälle an den Widerständen R_m der Masche ist gleich die Summe der Leerlaufspannungen.“, daraus folgt also:

$$\sum_n U_{0_n} = \sum_m R_m I_m \quad (1)$$

Nach Abb. 1 folgt mit $U_{0_n} = U_0$, $I_m = I$ für $m = 1, 2$, $R_1 = R_i$ und $R_2 = R_a$ die Gleichung

$$U_0 = IR_i + IR_a \quad (2)$$

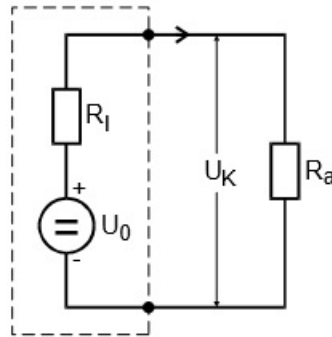


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a .
[1]

Für U_k ergibt sich dann

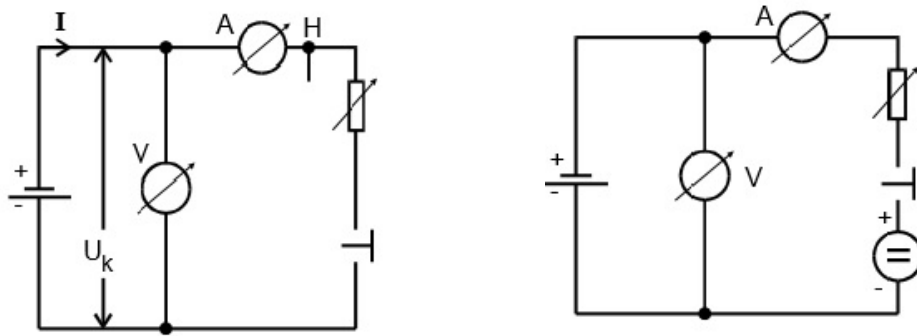
$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i \quad (3)$$

Daraus folgt das Absinken der Spannung U_k mit zunehmenden Strom. Durch ein hochohmiges Voltmeter und dem dadurch sehr geringen Strom beim Messen der Leerlaufspannung

kann das Glied $\mathbf{I}R_i$ in Gleichung 3 vernachlässigt werden. So gilt $U_k \approx U_0$. Der umrandete Teil in Abb. 1 wird Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle genannt. Durch idealisierte Bauteile, deren Wirkungsweise bekannt ist, wird das elektrische Verhalten eines realen Objekts beschrieben. Für eine reale Spannungsquelle wird der ohmsche Widerstand R_i und eine dazu in Reihe geschaltete ideale Spannungsquelle benötigt. Diese ist ideal, weil sie eine von äußeren Einflüssen unabhängige Spannung U_0 bei einem Innenwiderstand von null liefert. Durch R_i kann einer Spannungsquelle auch keine beliebig hohe elektrische Leistung entnommen werden. Die an R_a abgegebene Leistung $N = \mathbf{I}^2 R_a$ durchläuft ein Maximum. Ist R_a so groß gewählt, dass N maximal wird, wird von Leistungsanpassung gesprochen. Der Innenwiderstand elektrischer Generatoren ist nicht zwingend durch den Gleichstromwiderstand gegeben, sondern beispielsweise durch einen Rückkopplungsmechanismus. Somit ist es von Nöten den Innenwiderstand als differentielle Größe einzuführen.

$$R_i = \frac{dU_k}{d\mathbf{I}} \quad (4)$$

3 Durchführung



(a) Messschaltung zur Bestimmung von U_0 und R_i . [1] (b) wie Abb.2a, jedoch mit Verwendung einer Gegenspannung. [1]

Es wird der Versuch entsprechend der Schaltbilder in Abb. 2a und Abb. 2b nacheinander aufgebaut. Ein regelbarer Widerstand wird benutzt in den für die Versuchsteile nötigen Ohm-Bereichen. Zuerst wird die Leerlaufspannung der Monozelle mit einem geeigneten Spannungsmesser ermittelt und der Eigenwiderstand R_v notiert. Für die erste Messreihe wird nach Abb. 2a die Spannung U_k in Abhängigkeit von \mathbf{I} ermittelt, für einen Belastungswiderstand von 0 bis 50 . Danach wird an die Monozelle eine Gegenspannung, die ca. 2V größer als U_0 ist angelegt (siehe Abb. 2b). Es fließt ein Strom in umgekehrter Richtung und die Klemmenspannung beträgt:

$$U_k = U_0 + \mathbf{I}R_i \quad (5)$$

Es wird wieder U_k in Abhängigkeit von \mathbf{I} gemessen. Zuletzt wird die erste Messreihe

wiederholt, nur nicht mit einer Monozelle, sondern dem Sinus- und Rechteckausgang eines RC-Generators.

- Für die 1 V-Rechteckspannung wird ein Variationsbereich von R_a : 20 - 250 benutzt.
- Für die 1 V-Sinusspannung wird ein Variationsbereich von R_a : 0.1 - 5 k benutzt.

4 Auswertung

Für die Auswertung werden folgende Messwerte verwendet.

Tabelle 1: Klemmenspannung und Stromstärke der Monozelle ohne Gegenspannung.

U (V)	I (mA)
0.4	71
0.63	58
0.78	49
0.91	41
1	35
1.07	31
1.11	29
1.15	26
1.2	24.1
1.22	24

Tabelle 2: Klemmenspannung und Stromstärke der Monozelle mit Gegenspannung.

U (V)	I (mA)
3.3	110
3	82
2.8	69.5
2.62	60
2.49	52.2
2.37	46
2.32	42
2.26	39
2.2	35.3
2.17	33.8

Tabelle 3: Klemmenspannung und Stromstärke der Rechteckspannung.

U (V)	I (mA)
0.25	6.9
0.33	5.5
0.39	4.39
0.43	3.61
0.455	3.2
0.49	2.55
0.505	2.3
0.52	2.02
0.53	1.9

Tabelle 4: Klemmenspannung und Stromstärke der Sinusspannung.

U (V)	I (mA)
0.395	1.03
0.635	0.665
0.74	0.51
0.82	0.4
0.855	0.345
0.89	0.295
0.91	0.25
0.94	0.208
0.955	0.183
0.97	0.165

Das für die Messungen verwendete Voltmeter hat einen Innenwiderstand von $R_v \geq 10 \text{ M}\Omega$. Für die ersten beiden Messreihen wird eine Monozelle verwendet, deren Leerlaufspannung U_0 direkt gemessen 1,6 Volt beträgt. Zur Berechnung des Innenwiderstands R_i und der Leerlaufspannung U_0 werden U_k und I gegeneinander aufgetragen. Anschließend wird mit diesen Werten und Gleichung (3) eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Der y-Achsenabschnitt b und die Steigung a der resultierenden Geraden (siehe Abb. 3) sind die Leerlaufspannung U_0 und der Innenwiderstand R_i der Monozelle:

$$\begin{aligned} -a &= R_i = (16,9 \pm 0,2) \Omega \\ b &= U_0 = (1,60 \pm 0,01) \text{ V} \end{aligned}$$

Im zweiten Versuchsteil mit der Monozelle wird eine Gegenspannung von 3,6 Volt angelegt.

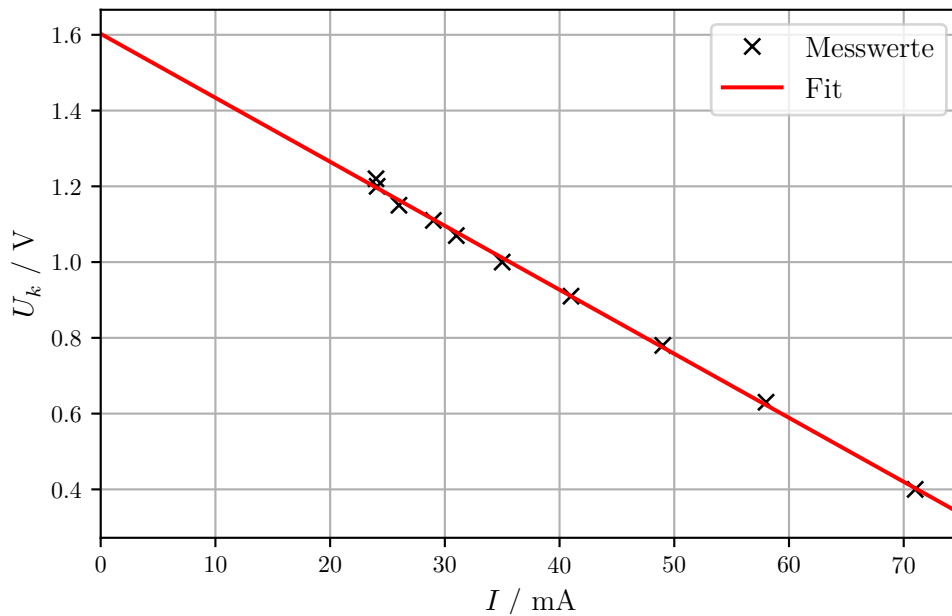


Abbildung 3: Klemmenspannung und Stromstärke der Monozelle ohne Gegenspannung.

Zur Bestimmung des Innenwiderstands und der Leerlaufspannung werden die gleichen Schritte wie zuvor durchgeführt. Lediglich die Vorzeichen der Stromstärke tauschen sich für die Gleichung der Klemmenspannung (siehe Gl. (5)), da die Stromrichtung sich umkehrt. Für die Ausgleichsgerade (siehe Abb. 3) ergeben sich dann folgende Werte:

$$\begin{aligned} a &= R_i = (15,4 \pm 0,6) \Omega \\ b &= U_0 = (1,68 \pm 0,03) \text{ V} \end{aligned}$$

Innenwiderstand und Leerlaufspannung der Rechteckspannungsquelle bzw. der Sinusspan-

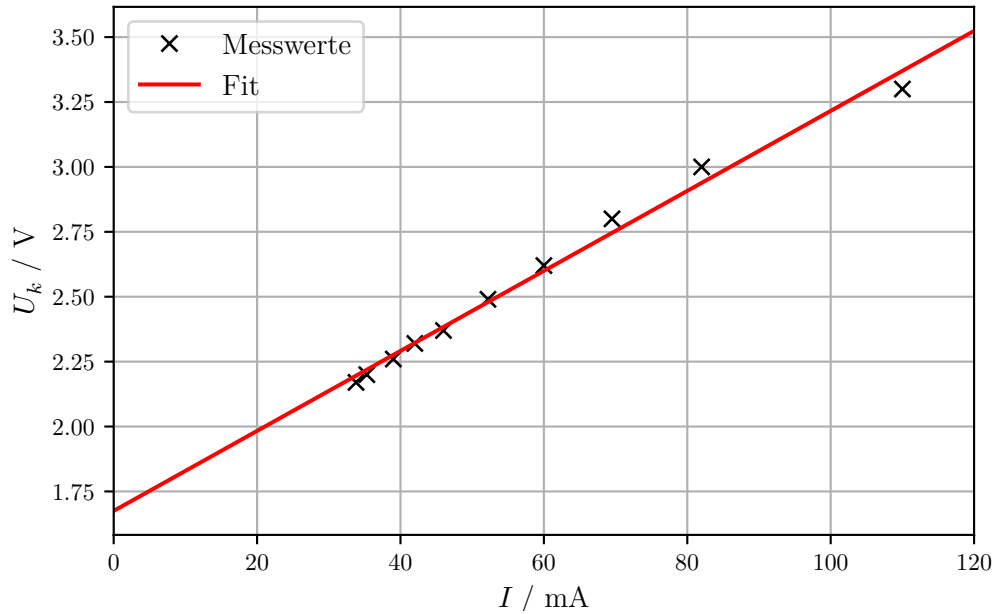


Abbildung 4: Klemmenspannung und Stromstärke der Monozelle mit Gegenspannung.

nungsquelle lassen sich analog über eine lineare Regression mit Gleichung (3) bestimmen. Es werden die in Abbildung 5 und 6 dargestellten Ausgleichsgeraden mit folgenden Werten berechnet:

Rechteckspannung:

$$\begin{aligned} -a &= R_i = (55,3 \pm 0,4) \Omega \\ b &= U_0 = (0,632 \pm 0,001) \text{V} \end{aligned}$$

Sinusspannung:

$$\begin{aligned} -a &= R_i = (665 \pm 5) \Omega \\ b &= U_0 = (1,080 \pm 0,002) \text{V} \end{aligned}$$

Da der Eingangswiderstand R_v des Voltmeters nicht unendlich ist, tritt bei der direkten Messung der Leerlaufspannung ein systematischer Fehler auf. Dieser soll im Folgenden aus den zu Anfang notierten $U_0 \approx U_k = 1,6 \text{ V}$ und $R_v = 10 \text{ M}$ und dem berechneten $R_i = 16,9$ ermittelt werden. Mit $I = U_k/R_a$ und $R_a = R_v$ lässt sich Gleichung (3) schreiben als:

$$U_0 = U_k \frac{R_i}{R_v} + U_k$$

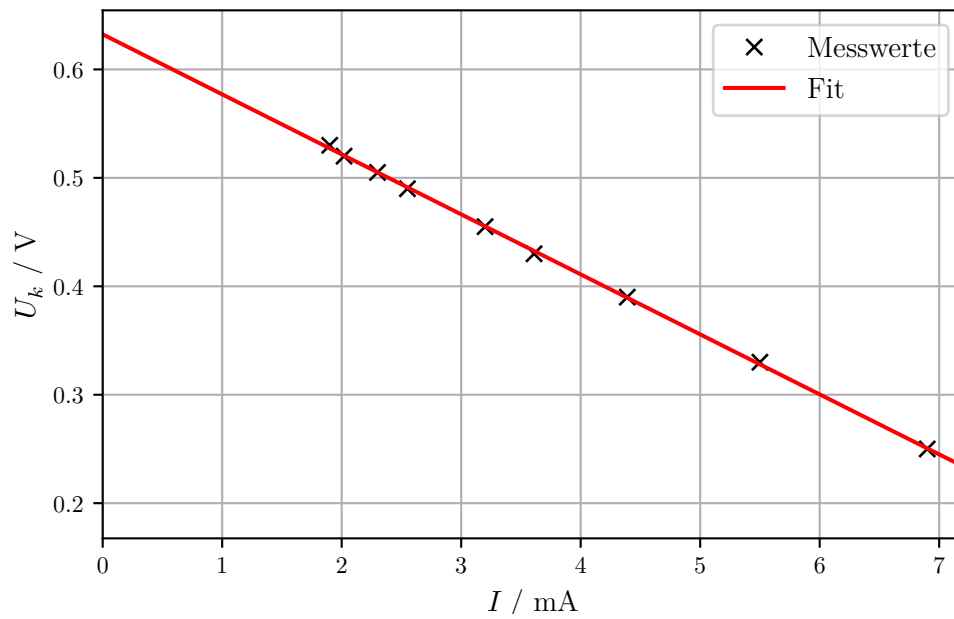


Abbildung 5: Klemmenspannung und Stromstärke der Rechteckspannung.

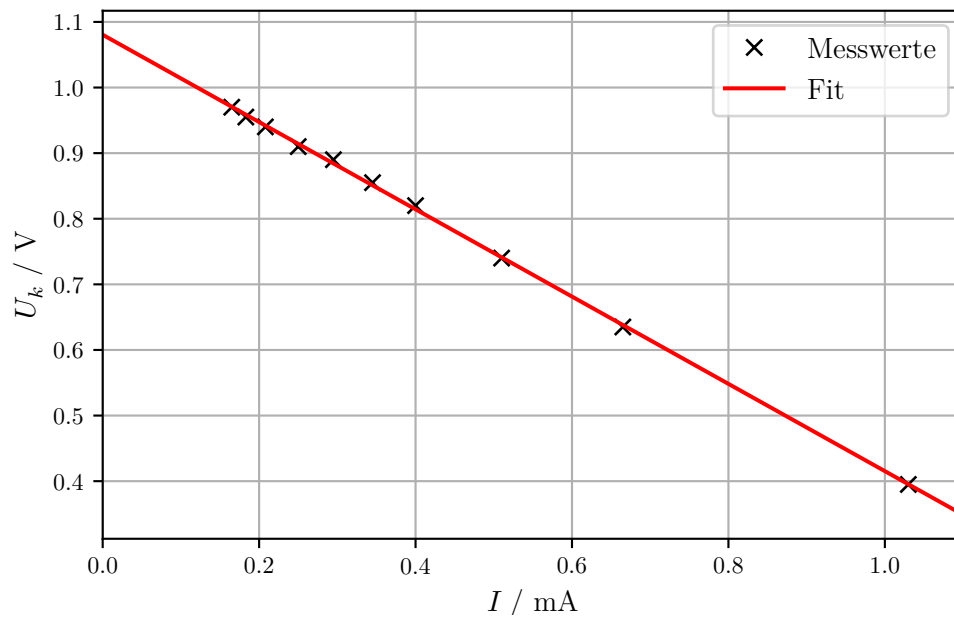


Abbildung 6: Klemmenspannung und Stromstärke der Sinusspannung.

Mit dieser Gleichung lässt sich nun die systematische Abweichung von U_0 ohne Berücksichtigung und mit Berücksichtigung des Eingangswiderstands berechnen.

$$\Delta U_0 = U_0 - U_k = 2,704 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

$$\frac{\Delta U_0}{U_k} = 1,69 \cdot 10^{-6}$$

Diese relative Abweichung ist so klein, dass der systematische Fehler vernachlässigt werden kann. Ein weiterer systematischer Fehler tritt auf, wenn das Voltmeter hinter Punkt H in Abbildung 2a angeschlossen wird. In diesem Fall wird am Voltmeter nicht nur die Spannung über der Spannungsquelle gemessen, sondern auch über dem Amperemeter, das auch einen Widerstand besitzt.

Als Letztes soll die Leistung, die über dem Belastungswiderstand anfällt und von diesem abhängt, betrachtet werden. Dieser Versuchsteil bezieht sich nur auf die Monozelle ohne Gegenspannung. Dazu wird die aus den Messwerten U_k und I mit einer Theoriekurve (siehe Abb. 7), die auf dem zuvor berechneten Innenwiderstand und der Leerlaufspannung der Monozelle beruht. Für die Leistung gilt:

$$N = U_k \cdot I$$

und durch Umformen von Gleichung (2) nach I :

$$N = I^2 \cdot R_a = \frac{U_0^2}{(R_a + R_i)^2} R_a$$

Wie in Kapitel 2 beschrieben, nimmt die Leistung für ein bestimmtes R_a einen Maximalwert an (Leistungsanpassung).

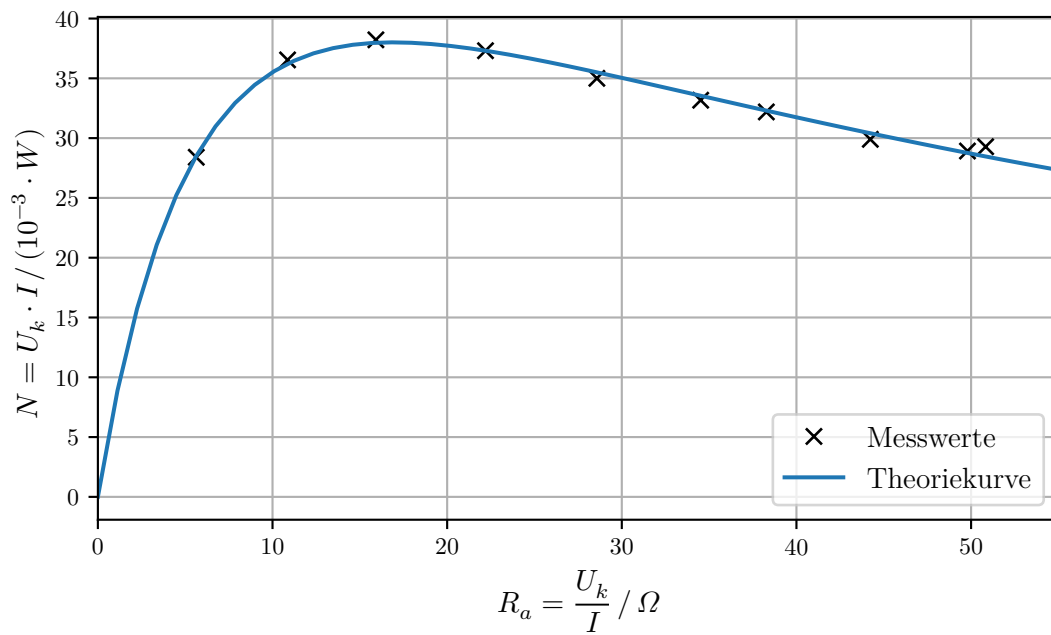


Abbildung 7: Am Belastungswiderstand umgesetzte Leistung.

5 Diskussion

Alle drei Messungen der Leerlaufspannung der Monozelle liegen nah beieinander. Die Differenz zwischen direkter Messung und Messung ohne Gegenspannung liegen im ersten Fehlerintervall. Die direkte Messung und die Messung mit Gegenspannung weichen auch nur um 3 Fehlerintervalle ab. Auch für die Berechnung des Innenwiderstands der Monozelle zeichnet sich ein akzeptables Bild ab. Bezogen auf die erste Messung beträgt die relative Abweichung zwischen Messung mit und ohne Gegenspannung etwa 8,9 %. Abweichungen können auftreten durch die begrenzte Mess- und Ablesegenauigkeit der Messgeräte. Auch die Widerstände der Kabel und der Messgeräte beeinflussen die Genauigkeit, wie in Kapitel 4 für das Voltmeter gezeigt wurde. Die dadurch auftretenden Ungenauigkeiten liegen jedoch im Toleranzbereich, was an der Qualität der Ergebnisse zu sehen ist.

Für die Sinus- und Rechteckspannung gibt es keine Referenzwerte, die Ergebnisse scheinen sich aber in einer realistischen Größenordnung zu befinden. Bei diesen Messungen ist noch ein weiterer Faktor aufgefallen, der für eine größere Ungenauigkeit sorgt. Der RC-Generator liefert keine konstante Spannung, was zur Folge hat, dass der Zeiger des Voltmeters schwankte und nur beschränkt genau abgelesen werden konnte.

Zwischen Theoriekurve und Messwerten der Leistung in Abhängigkeit vom Belastungswiderstand treten keine signifikanten Unterschiede auf. Es kann also vermutet werden, dass kein systematischer Fehler vorliegt und Abweichungen auf statistische Schwankungen zurückzuführen sind.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zu V301, Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>.