

704

Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung

Christopher Krause
christopher2.krause@tu-dortmund.de

Lucas Witthaus
lucas.witthaus@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.05.2018 Abgabe: 28.05.2018
Korrektur

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Wirkungsquerschnitt und Absorptionsgesetz	3
2.2	Gamma-Strahlung	3
2.3	Beta-Strahlung	5
3	Durchführung	7
4	Auswertung	8
4.1	Gamma-Strahlung	8
4.1.1	Bestimmung des Absorptionskoeffizienten eines Zinkabsorbers . . .	8
4.1.2	Bestimmung des Absorptionskoeffizienten eines Bleiabsorber	9
4.1.3	Absorptionskoeffizienten des Compton-Effekts	11
4.2	Beta-Strahlung	11
5	Diskussion	14
	Literatur	14

1 Zielsetzung

In dem folgenden Versuch soll für γ -Strahlung das exponentielle Absorptionsgesetz verifiziert, sowie der Absorptionskoeffizient für verschiedene Materialien bestimmt werden. Außerdem soll die Maximalenergie von einfallenden β -Teilchen bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Wirkungsquerschnitt und Absorptionsgesetz

Der Wirkungsquerschnitt σ ist ein Maß für die Häufigkeit von Wechselwirkungen. Für einen Absorber der Dicke D und eine infinitesimal dünne Schicht dx des Absorbers gilt:

$$dN = -N(x)n\sigma dx \quad (1)$$

Hierbei beschreibt $N(x)$ die Strahlintensität des Teilchenstrahls und dN die Abnahme der Teilchenzahl die hinter der Materieschicht dx Reaktionen auslösen. Durch Integration folgt das Absorptionsgesetz:

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} \quad (2)$$

Der Absorptionskoeffizient wird dabei durch $\mu = n\sigma$ beschrieben und N_0 ist die Zahl der ursprünglich vorhandenen Teilchen. Das Absorptionsgesetz ist gültig, wenn jedes Teilchen nach einer Wechselwirkung vernichtet wird oder die mittlere Entfernung zwischen zwei Reaktionen groß gegen D ist. Für n gilt die Beziehung:

$$n = \frac{zN_A}{V_{Mol}} = \frac{zN_L\rho}{M} \quad (3)$$

Dabei ist z die Ordnungszahl, N_A die Avogadro-Konstante, V_{Mol} das Molvolumen, M das Molekulargewicht und ρ die Dichte des Absorbers.

2.2 Gamma-Strahlung

Bei dem Übergang eines Atomkerns von einem höheren Energieniveau zu einem niedrigeren wird die frei werdende Energie in Form eines γ -Quants abgegeben. Diese Strahlung verhält sich wie eine elektromagnetische Welle und die Energie eines Quants ist durch $E = h\nu$ gegeben, mit dem Planckschen Wirkungsquantum h und der Frequenz ν . Das γ -Spektrum eines Kerns weist sehr scharfe Linien auf, welche durch die präzise definierten Energieniveaus der Kerne zu erklären sind.

Für γ -Energien zwischen 10 keV und 10 MeV treten, abhängig womit sie wechselwirken, verschiedene Effekte auf, welche in Abbildung 1 dargestellt sind.

W-W-Partner \ W-W-Prozess	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 1: Verschiedene Effekte durch Wechselwirkungen von γ -Quanten. [1]

Die wichtigsten Effekte sind hierbei der Photoeffekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung. Bei dem Photoeffekt wechselwirkt das γ -Quant mit einem Hüllenelektron. Das Elektron wird aus seiner Schale gelöst wenn die Energie des γ -Quants größer ist als die Bindungsenergie des Elektrons. Die übrigbleibende Energie des Photons wird dann an des Elektron abgegeben wodurch das γ -Quant vernichtet wird. Bei dem Compton-Effekt stößt das γ -Quant lediglich ein Elektron an und gibt einen Teil seiner Energie ab. Durch den Stoß verändert sich die Bahn beider Teilchen. Durch diesen Effekt nimmt die Intensität eines γ -Strahls ab. Der Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung ist definiert durch:

$$\sigma_{com} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (4)$$

Hierbei ist $\epsilon = E_\gamma/(m_0 c^2)$ das Verhältnis der Quantenenergie E_γ zur Ruheenergie des Elektrons und $r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{m}$ mit der Elektronenladung e_0 und der Influenzkonstante ϵ_0 , der klassische Elektronenradius.

Für den Absorptionskoeffizient gilt:

$$\mu_{com} = \frac{z N_A \rho}{M} \sigma_{com} \quad (5)$$

Die Paarbildung tritt auf, wenn die Energie des γ -Quants größer als die doppelte Ruhemasse des Elektrons ist. Dann wird das γ -Quant unter der Bildung eines Elektrons und eines Positrons annihiliert.

Die drei genannten Effekte treten bei dem Durchgang eines γ -Strahls durch eine Materieschicht auf. Dementsprechend ist der Absorptionskoeffizient kompliziert. In Abbildung 2 ist die Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten für Germanium zusehen.

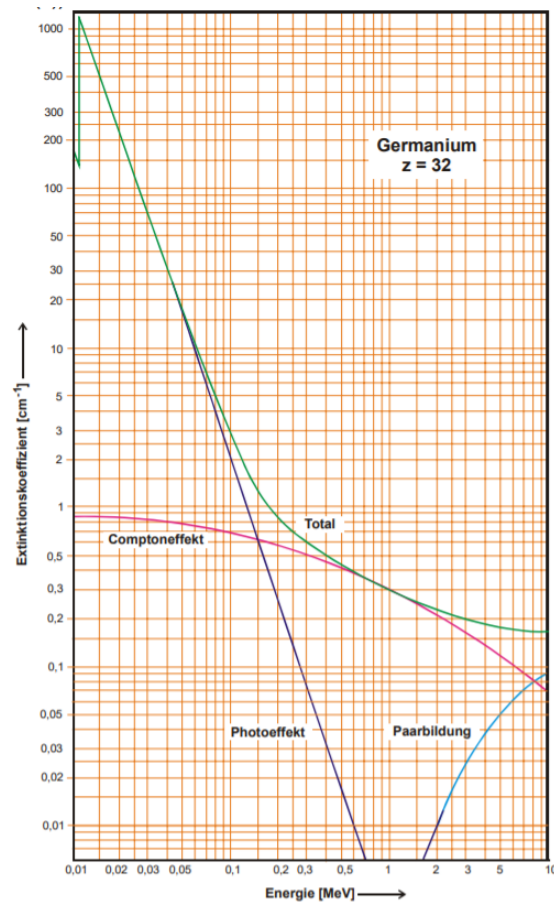


Abbildung 2: Absorptionskoeffizient von Germanium in Abhängigkeit von der Energie
[1]

Der Photoeffekt ist dabei für kleine Energien, der Compton-Effekt für mittlere Energien und die Paarbildung für große Energien des γ -Quants von entscheidender Bedeutung.

2.3 Beta-Strahlung

Die β -Strahlung entsteht bei dem Zerfall von Atomkernen. Bei dem β^- -Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino, wobei das Elektron dabei als β -Teilchen bezeichnet wird. Der β^+ -Zerfall beschreibt wie ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfällt. Die Energie verteilt sich dabei beliebig auf das Elektron/Positron und das Neutrino/Antineutrino. Die β -Teilchen erleiden beim Durchgang durch Materie wesentlich mehr Wechselwirkungen als bei der γ -Strahlung. Es werden im wesentlichen 3 Prozessen voneinander unterschieden. Bei der elastischen Streuung werden die β -Teilchen von dem Coulomb-Feld der Atomkerne abgelenkt, wodurch die β -Teilchen eine starke Ablenkung und auch geringe Energieverluste erfahren. Bei der

inelastischen Streuung werden die β -Teilchen von dem Coulomb-Feld der Atomkerne beschleunigt. Dadurch senden sie Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab, wodurch sie abgebremst werden. Durch inelastische Streuung an den Elektronen des Absorbermaterials verlieren die β -Teilchen nur einen Bruchteil ihrer Energie. Da diese Stöße jedoch sehr häufig Auftreten können und diese Wahrscheinlichkeit proportional zur Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit ist, können β -Teilchen durch diesen Prozess ihre gesamte Energie verlieren.

Für β -Teilchen aus natürlichen Quellen gilt bei nicht allzu großen Absorberschichtdicken näherungsweise Gleichung (2). Für Schichtdicken in der Nähe der maximalen Massenbelegung R_{max} der Teilchen weicht das Gesetz deutlich ab. Oberhalb von dieser Reichweite wird dann nur noch die Bremsstrahlung der β -Strahlung gemessen. In Abbildung 3 ist dies dargestellt.

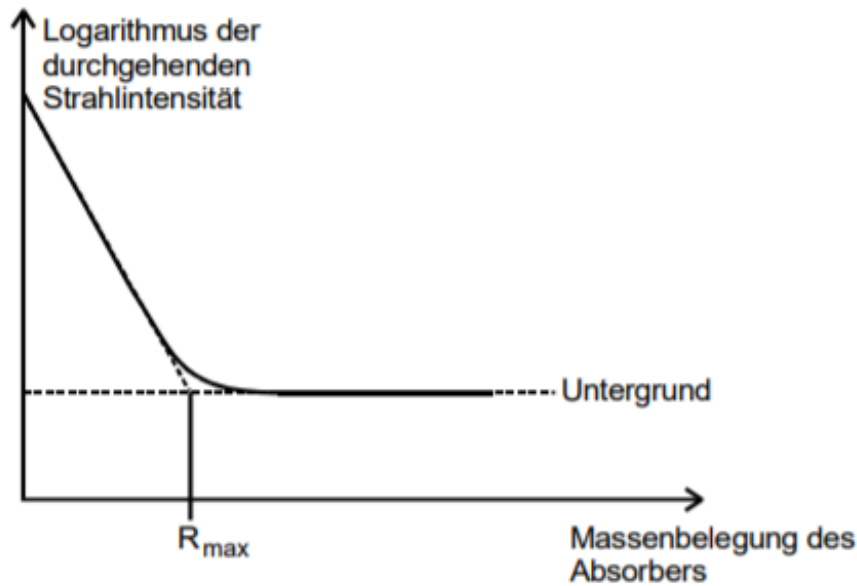


Abbildung 3: Absorptionskurve eines natürlichen Beta-Strahlers [1]

Die Massenbelegung R hängt dabei von der Schichtdicke ab:

$$R = \rho D \quad (6)$$

Da R_{max} fast ausschließlich durch die energiereichsten Elektronen bestimmt ist, kann daraus die Größe E_{max} berechnet werden. Zwischen diesen beiden Größen gilt die Beziehung:

$$E_{max} = 1,92 \sqrt{R_{max}^2 + 0,22 R_{max}} \quad (7)$$

3 Durchführung

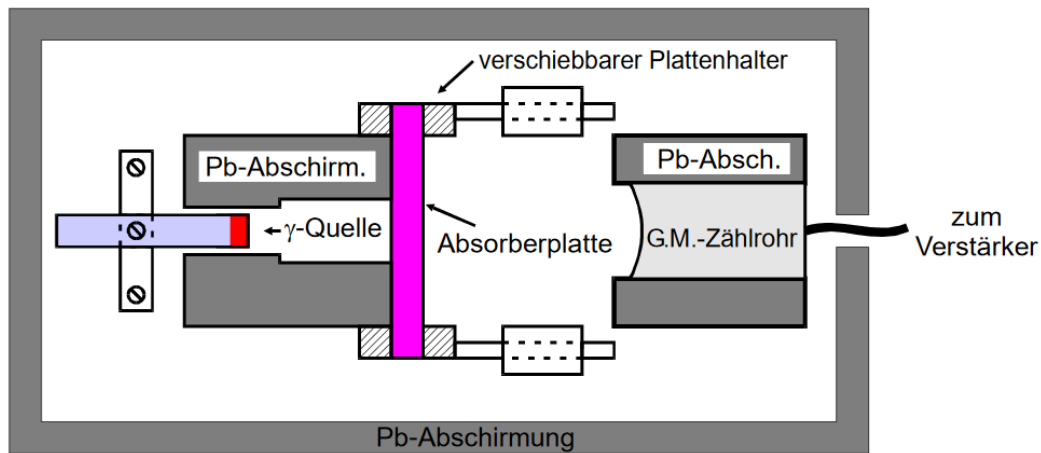


Abbildung 4: Aufbau der verwendeten Messapparatur. [1]

Bei dem Versuch wird eine Messapparatur entsprechend Abbildung 4 verwendet. Zu erkennen ist eine Halterung, in der eine Strahlungsquelle befestigt werden kann. Das Austreten der Strahlung wird durch eine Bleiabschirmung reguliert. Diese ist nur in eine Richtung geöffnet, wodurch keine Strahlung zu den Seiten entweichen kann. In einem gewissen Abstand befindet sich dann ein Plattenhalter, in den man Platten unterschiedlicher Dicke (wie in diesem Versuch vonnöten) einspannen kann. Dahinter befindet sich dann ein Geiger-Müller-Zählrohr, mit dem die Intensität der Strahlung gemessen werden kann. Dieser gesamte Aufbau ist wiederum von einer Bleiabschirmung umgeben, um die Strahlung nach außen hin abzufangen bzw. um die Apparatur vor äußeren Einflüssen (in Form von Strahlung) zu schützen.

Zu Beginn des Versuchs der Nulleffekt gemessen. Dabei wird entsprechend noch keine γ -Quelle eingebaut, sondern es wird über einen hinreichend langen Zeitraum (900 Sekunden) die Zählrate ohne jeglichen Einfluss eines extra eingebauten Strahlers gemessen.

Anschließend wird dann eine Quelle eingebaut. Nun wird bei unterschiedlichen Dicken der Absorberplatte die Zählrate über einen entsprechend langen Zeitraum (je dicker die Platte, desto länger der Zeitraum) gemessen.

Eine analoge Messung wird anschließend auch für eine β -Quelle durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Gamma-Strahlung

4.1.1 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten eines Zinkabsorbers

Ohne einen Absorber zu verwenden hat das Zählrohr in 100 Sekunden 994 Ereignisse gemessen.

In Tabelle 1 werden die Anzahl an Ereignissen N und die Aktivität $A = N/t$ in Abhängigkeit von der Dicke D des Absorbers und der Dauer der Messung t angegeben. Der Fehler ΔN von N ist dabei \sqrt{N} , da es sich bei dem vorliegenden Problem um eine Poissonverteilung handelt. Für die Aktivität wird ebenfalls der Fehler angegeben.

Tabelle 1: Zählrate und Aktivität in Abhängigkeit von der Zeit und der Dicke des Zinkabsorbers

Zeit/s	D/mm	$N \pm \Delta N$	$(A \pm \Delta A)/\text{s}$
80	2	$15\,280 \pm 130$	$149,4 \pm 1,7$
80	4	$11\,950 \pm 110$	$132,0 \pm 1,4$
90	6	$10\,236 \pm 110$	$113,7 \pm 1,3$
100	8	$10\,944 \pm 110$	$109,4 \pm 1,1$
120	10	$11\,544 \pm 110$	$96,2 \pm 1,0$
140	12	$12\,317 \pm 120$	$88,0 \pm 0,9$
150	14	$11\,972 \pm 110$	$79,8 \pm 0,8$
160	16	$11\,734 \pm 110$	$73,3 \pm 0,7$
170	18	$11\,780 \pm 110$	$69,3 \pm 0,7$
180	20	$11\,035 \pm 110$	$61,3 \pm 0,7$

Es wird eine lineare Regression durchgeführt. Die Anpassungsfunktion wird durch die Gerade $y = ax + b$ dargestellt und die Parameter a und b mit Python berechnet.

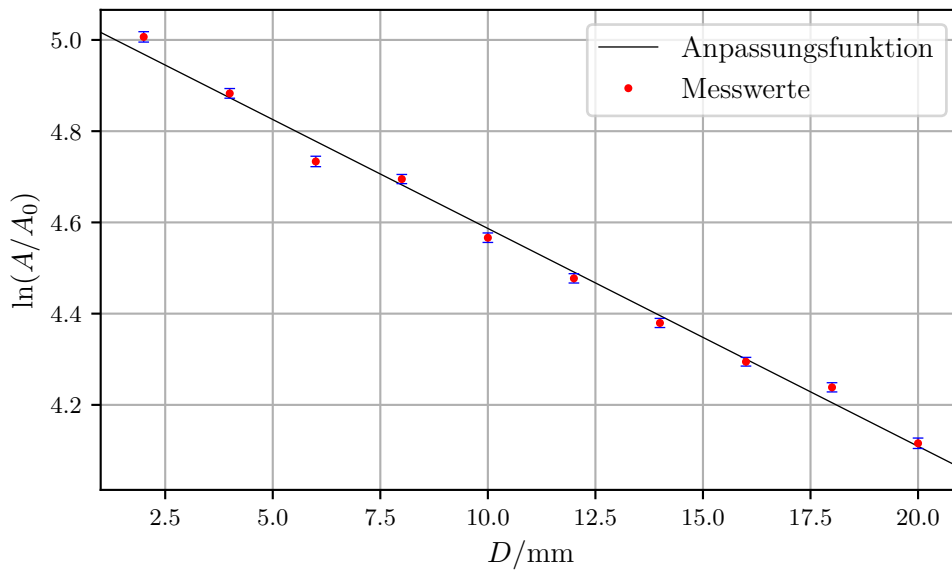


Abbildung 5: Lineare Regression der Aktivität aufgetragen gegen die Dicke des Zinkabsorbers

Dabei gilt $A_0 = 1/\text{s}$.

Der Absorptionskoeffizient μ entspricht dann der negativen Steigung der Geraden.

$$-a = \mu_{Zn} = (0,0478 \pm 0,0015) \frac{1}{\text{mm}} = (48 \pm 2) \frac{1}{\text{m}}$$

Die Aktivität bei einer Schichtdicke von Null beträgt:

$$A_{Zn} = \exp(b) \cdot \frac{1}{\text{s}} = (158 \pm 3) \frac{1}{\text{s}}$$

mit $b = 5,06 \pm 0,02$

4.1.2 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten eines Bleiabsorber

In Tabelle 2 werden die gemessenen Daten für einen Bleiabsorber dargestellt.

Tabelle 2: Zählrate und Aktivität in Abhängigkeit von der Zeit und der Dicke des Bleiabsorbers

Zeit/s	D/mm	$N \pm \Delta N$	$(A \pm \Delta A)/\text{s}$
60	1	7895 ± 90	$131,6 \pm 1,5$
60	2	7020 ± 90	$117,0 \pm 1,5$
70	3	7418 ± 90	$106,0 \pm 1,3$
90	4	8242 ± 100	$91,6 \pm 1,1$
100	5	8322 ± 100	$83,2 \pm 1,0$
130	10	6843 ± 90	$52,6 \pm 0,7$
150	12	6026 ± 80	$40,2 \pm 0,6$
170	15	4932 ± 80	$29,0 \pm 0,5$
220	20	4166 ± 70	$18,9 \pm 0,3$
350	30	2569 ± 60	$7,3 \pm 0,2$
500	40	1635 ± 50	$3,3 \pm 0,1$
700	50	1176 ± 40	$1,7 \pm 0,1$

Es wird erneut eine lineare Regression durchgeführt. Die Gerade wird durch $mx + c$ beschrieben.

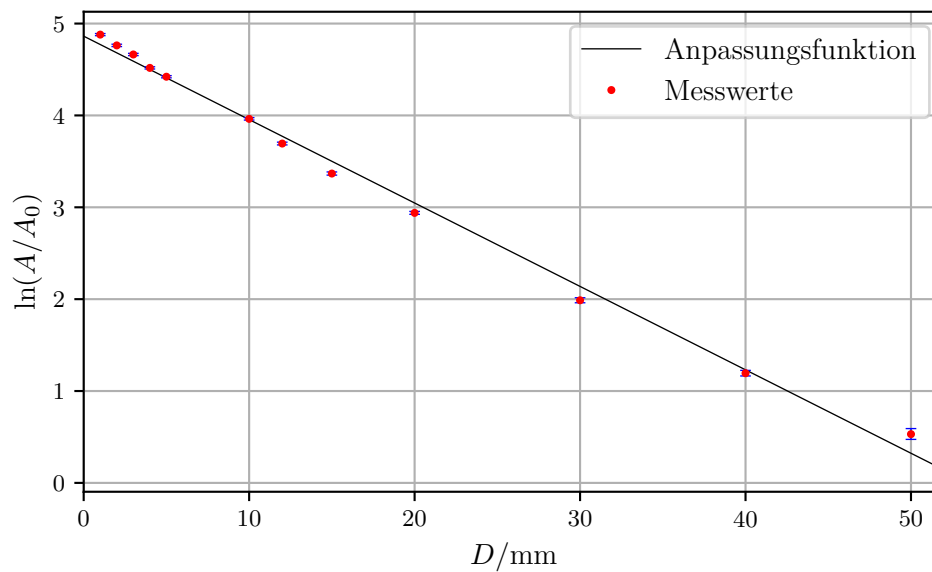


Abbildung 6: Lineare Regression der Aktivität aufgetragen gegen die Dicke des Bleiabsorbers

Für den Absorptionskoeffizienten des Bleiabsorbers ergibt sich dann:

$$-m = \mu_{Pb} = (0,091 \pm 0,002) \frac{1}{\text{mm}} = (91 \pm 2) \frac{1}{\text{m}}$$

Die Aktivität bei einer Schichtdicke von Null beträgt:

$$A_{Pb} = \exp(c) \cdot \frac{1}{s} = (129 \pm 6) \frac{1}{s}$$

mit $c = 4,86 \pm 0,05$

4.1.3 Absorptionskoeffizienten des Compton-Effekts

Der Absorptionskoeffizient des Compton-Effekts μ_{com} wird mit Gleichung (4) und (5) bestimmt. Für die jeweiligen Absorber folgt mit $\epsilon = 1,2954$:

$$\mu_{com_{Zn}} = 50,635 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\mu_{com_{Pb}} = 69,373 \frac{1}{\text{m}}$$

Die Abweichung der experimentell bestimmten Absorptionskoeffizienten von μ_{com} beträgt:

$$\frac{\mu_{Zn} - \mu_{com_{Zn}}}{\mu_{com_{Zn}}} = -5,2\%$$

$$\frac{\mu_{Pb} - \mu_{com_{Pb}}}{\mu_{com_{Pb}}} = 31,2\%$$

4.2 Beta-Strahlung

Ohne einen Absorber zu verwenden hat das Zählrohr in 900 Sekunden 994 Wechselwirkungen gemessen.

In Tabelle 2 werden wieder die Anzahl an Ereignissen N und die Aktivität $A = N/t$ in Abhängigkeit von der Dicke D des Absorbers und der Dauer der Messung t angegeben.

Tabelle 3: Zählrate und Aktivität in Abhängigkeit von der Zeit und der Dicke des Absorbers bei Beta-Strahlung

Zeit/s	$D/\mu\text{m}$	$N \pm \Delta N$	$(A \pm \Delta A)/\text{s}$
100	100	3873 ± 70	$38,7 \pm 0,7$
200	125	2021 ± 50	$10,1 \pm 0,3$
200	153	1978 ± 50	$9,9 \pm 0,3$
300	160	1685 ± 50	$5,6 \pm 0,2$
400	200	880 ± 30	$2,2 \pm 0,1$
700	253	572 ± 30	$0,8 \pm 0,1$
700	302	489 ± 30	$0,7 \pm 0,1$
700	338	478 ± 30	$0,7 \pm 0,1$
700	400	438 ± 30	$0,6 \pm 0,1$
700	444	481 ± 30	$0,7 \pm 0,1$
700	482	494 ± 30	$0,7 \pm 0,1$

Daraus ergibt sich das folgende Diagramm.

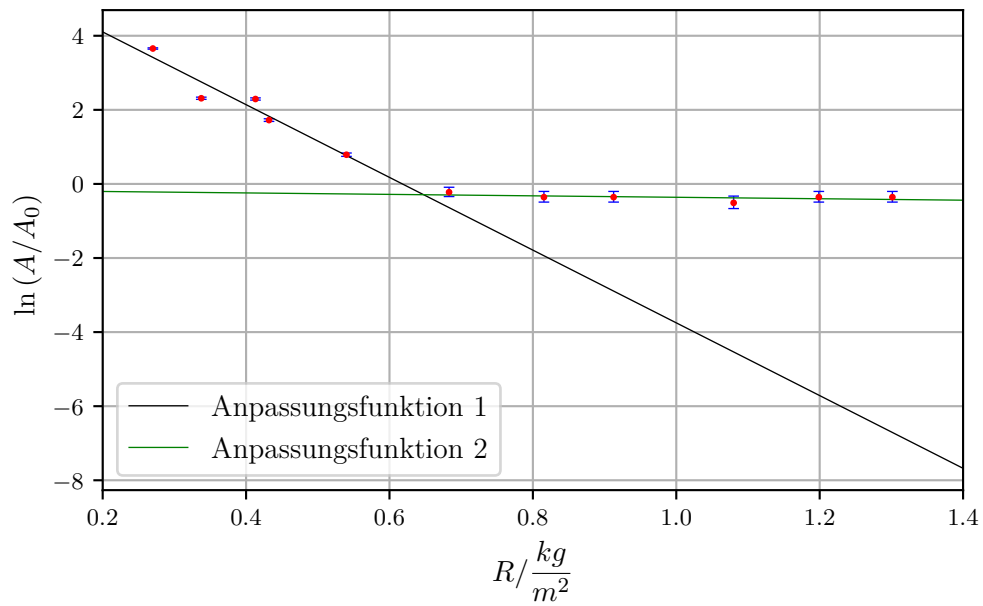


Abbildung 7: Lineare Regression der Aktivität aufgetragen gegen die Dicke.

Dabei ist R die Massenbelegung des Aluminiums und ergibt sich aus Gleichung 6. Die Dichte von Aluminium beträgt $2,7 / \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [2].

Es werden zwei lineare Regressionen durchgeführt. Eine für den abfallenden Teil der Kurve (ersten fünf Messpunkte) und eine für den nahezu konstant verlaufenden Teil der Kurve (letzten 6 Messpunkte):

$$y = a \cdot x + b$$

Es ergibt sich für die Parameter der Anpassungsfunktionen:

$$a_1 = (-9,82 \pm 1,66) \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$a_2 = (-0,20 \pm 0,17) \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$b_1 = (6,07 \pm 0,68)$$

$$b_2 = (-0,16 \pm 0,17)$$

Die x-Koordinate des Schnittpunkts der beiden Ausgleichsgeraden ist der Wert R_{max} und ergibt sich folglich aus

$$R_{max} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$$

Daraus ergibt sich ein Wert von

$$R_{max} = (0,65 \pm 0,13) \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Der Fehler von R_{max} wird mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\sigma_R = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} = \sqrt{\frac{\sigma_{a_1}^2 (-b_1 + b_2)^2}{(-a_1 + a_2)^4} + \frac{\sigma_{a_2}^2 (-b_1 + b_2)^2}{(-a_1 + a_2)^4} + \frac{\sigma_{b_1}^2}{(-a_1 + a_2)^2} + \frac{\sigma_{b_2}^2}{(-a_1 + a_2)^2}}$$

Aus Gleichung 7 folgt dann für die maximale Energie E_{max}

$$E_{max} = (261 \pm 33) \text{ keV}$$

Der Fehler von E_{max} wird ebenfalls mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$\sigma_E = 1.92 \sqrt{\frac{\sigma_R^2 (R + 0.11)^2}{R^2 + 0.22R}}$$

Der Theoriewert entspricht 294 keV [3]. Die relative Abweichung beträgt 12,6%.

5 Diskussion

Der Absorptionskoeffizient des Compton-Effekts von Blei weicht deutlich von dem experimentell bestimmten Absorptionskoeffizienten ab. Daraus wird geschlossen, dass neben dem Compton-Effekt auch noch der Photoeffekt eine wichtige Rolle bei diesem Absorber spielt. Für den Zinkabsorber weicht der experimentell bestimmte Absorptionskoeffizient nur geringfügig von μ_{com} ab, daraus lässt sich schließen, dass bei dem Zinkabsorber hauptsächlich der Compton-Effekt in Erscheinung tritt.

Der lineare Zusammenhang zwischen der Dicke des Absorbers und dem Logarithmus der Aktivität ist klar zu erkennen. Abweichungen können auf die zufällige Natur des Teilchenzerfalles zurückgeführt werden und der endlichen Messdauer.

Im Diagramm der Betastrahl-Messung ist deutlich der erwartete Kurvenverlauf zu erkennen. Zu Beginn ist ein Abfall der Werte sichtbar, jedoch stellt sich bei größerer Dicke ein nahezu konstanter Wert ein. Es dominiert dort also, wie vermutet, die Bremsstrahlung, da sie wesentlich durchdringender ist. Es können folglich auch gut die Ausgleichsfunktionen konstruiert werden, aus dessen Schnittpunkt dann die maximale Energie errechnet wird. Mit einer relativen Abweichung von 12,6 % liegt der errechnete Wert auch tatsächlich nahe dem Theoriewert. Zudem liegt dieser auch innerhalb der Standardabweichung.

Insgesamt sollte die Abweichung also nicht auf größere systematische Fehler zurückzuführen sein, sondern vielmehr auf die oben bereits genannte zufällige Natur des Teilchenzerfalls.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung des Versuchs V704 - Absorption von Gamma- und Betastrahlung*. 2018.
- [2] *Maschinenbau-Wissen.de*. Eingesehen am 20.05.2018. URL: <http://www.maschinenbau-wissen.de/skript3/werkstofftechnik/aluminium/376-dichte-alu>.
- [3] *Wikipedia*. Eingesehen am 27.05.2018. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Technetium>.