

V18 - Germanium Detector

Tabea Hacheney
tabea.hacheney@tu-dortmund.de

Steffen Kober
steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 06.11.2023

Abgabe: YY.YY.YYYY

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	4
2.1 Licht-Materie-Wechselwirkungen	4
2.1.1 Photoeffekt	6
2.1.2 Compton-Effekt	6
2.2 Germanium Detektor	7
2.3 Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers im Ge-Detektor . .	8
2.4 Kenngrößen des Germanium Detektors	9
3 Durchführung	10
4 Auswertung	12
4.1 Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	12
4.1.1 Energiekalibration	13
4.1.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	14
4.2 Monochromatisches Gammaspektrum eines Caesium-137-Strahlers . . .	16
4.3 Aktivitätsbestimmung von Barium-133	19
4.4 Nuklididentifizierung und Aktivitätsbestimmung von Uranophan	20
5 Diskussion	22
5.1 Energiekalibration	22
5.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit	22
5.3 Monochromatisches Gammaspektrum eines Caesium-137-Strahlers . . .	22
5.4 Aktivitätsbestimmung von Barium-133	23
5.5 Nuklididentifizierung und Aktivitätsbestimmung von Uranophan	23
Literatur	24
Anhang	25

1 Zielsetzung

Dieser Versuch befasst sich mit Germanium Detektor und dessen Anwendung in der γ -Spektroskopie. Dabei sollen Kenntnisse über die Verwendung und Funktionsweise des Detektors erlangt werden. Ebenfalls wird eine Energie-Kalibrierung vorgenommen und die gesamte Energie Wahrscheinlichkeitsfunktion bestimmt um weitere Messungen vorzubereiten. Daher wird diese Vorbereitung genutzt um Spektren unbekannter γ -Strahler zu analysieren. [7]

2 Theorie

γ -Spektroskopie beschäftigt sich allgemein mit der Interaktion von γ -Quanten mit Materie. Damit solche Wechselwirkungen wissenschaftlich untersucht und erforscht werden können ist es grundlegend notwendig zu wissen, welchen γ -Strahler in welchen Wellenlängen emittieren, also kurzgefasst das Spektrum eines Strahlers zu kennen. Dazu wurden und werden Detektoren konstruiert, welche genau diese Spektren messen sollen. In diesem Versuch ist der Germanium Detektor von Interesse. Um zu verstehen, wie dieser Detektor ein Spektrum misst ist es notwendig die fundamentalen Licht-Materie-Wechselwirkungen zu verstehen. Dabei dominieren für γ -Quanten allerdings schon einige wenige.

2.1 Licht-Materie-Wechselwirkungen

Trifft ein Photon beliebiger Energie $E = h\nu$ auf einen Atom können eine hand voll Effekte auftreten. Dabei existieren drei verschiedene Interaktionspartner in einem Atom. Das Photon kann entweder mit Elektronen, dem Kern oder dem elektrischen Feld des Atoms wechselwirken. Bei jeder Wechselwirkung (WW) können drei unterschiedliche „Endzustände“ für das Photon auftreten. Es kann annihiliert oder gestreut werden. Bei der Streuung werden zwei Fälle unterschieden. Es kann elastisch oder inelastisch gestreut werden. In der Tabelle in Abbildung 2.1 werden (fast) alle möglichen Wechselwirkungsprozesse genannt.

W-W-Partner \ W-W-Prozess	Annihilation	Inelast. Streuung	Elast. Streuung
Elektron	(innerer) Photoeffekt	Compton-Effekt	Thomson-Streuung
Kern	Kernphotoeffekt	Kernresonanz-Streuung	
Elektr. Felder	Paarerzeugung		Delbrück-Streuung

Abbildung 2.1: Darstellung der möglichen Licht-Materie-Wechselwirkungsprozesse.

Dabei hängt es von der Energie des einfallenden Photons und vom „Zufall“ ab welcher Prozess stattfindet. Zufall meint dabei, dass das Geschehniss statistisch verteilt ist und lediglich eine Abschätzung/Bestimmung der Wahrscheinlichkeit Aufschluss darüber gibt wie die Häufigkeit der Prozesse verteilt ist. Ein Maß für diese Wahrscheinlichkeit ist der Wirkungsquerschnitt (WQ) $\sigma(E)$. Im Germanium Detektor sollen γ -Quanten gemessen werden. Für diesen Spektralbereich und im Falle von Germanium, welches die Ordnungszahl $Z = 32$ hat, ist der gesamte Extinktionskoeffizient in Abbildung 2.2 dargestellt.

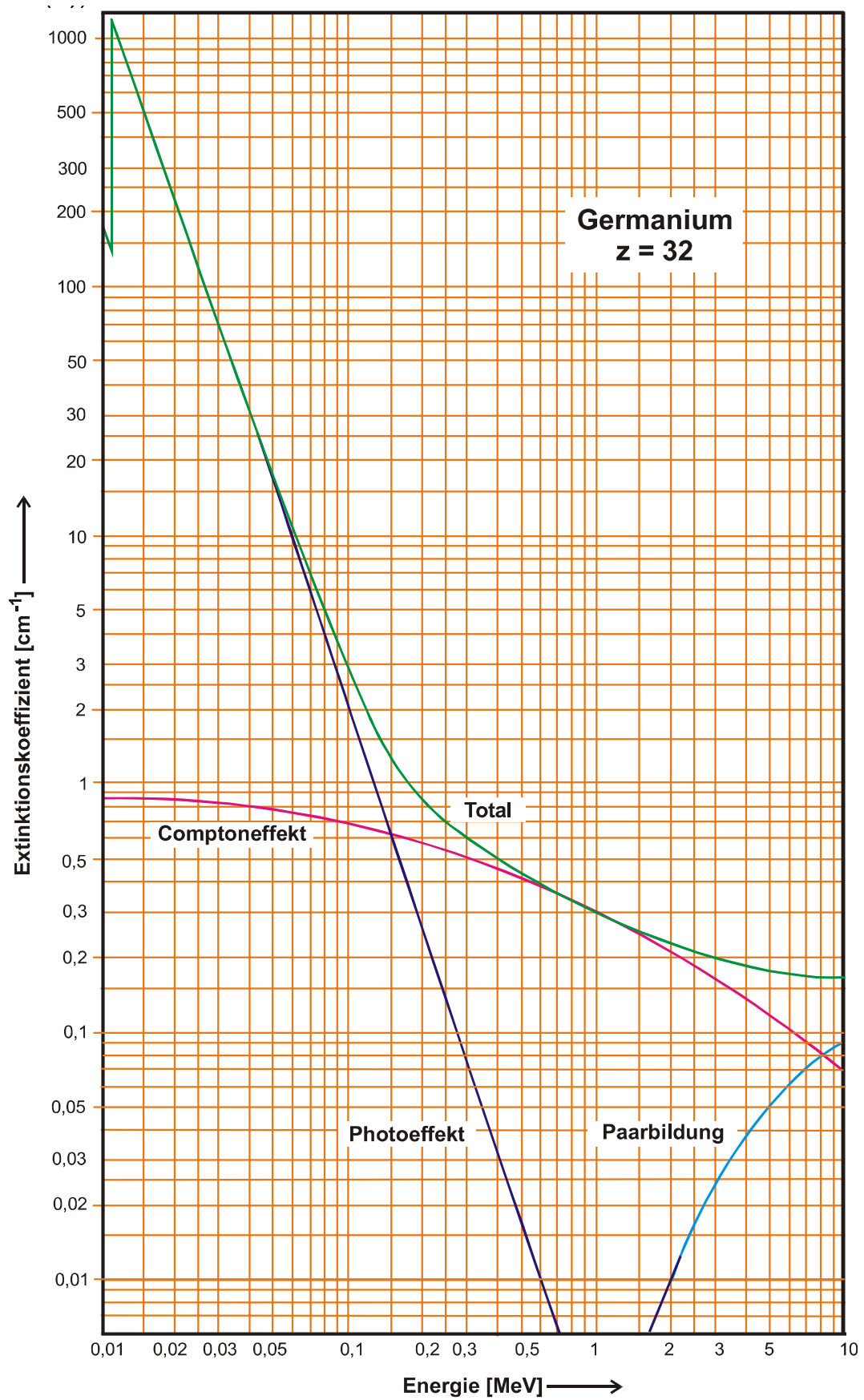


Abbildung 2.2: Totaler Wirkungsquerschnitt von Germanium.

Wie in Abbildung 2.2 gezeigt, dominieren für γ -Quanten drei Effekte. Der Photoeffekt, Compton-Effekt und die Paarbildung, welche dann durch Überlagerung den totalen WQ ergeben. Dies bedeutet, dass die anderen genannten Effekte vernachlässigbar klein sind und im WQ gar nicht betrachtet werden. In diesem Versuch werden lediglich Strahler verwendet, welche ein Spektrum bis zu 1 MeV haben. Daher kann für diesen Versuch die Paarbildung ignoriert werden. Es finden also maßgeblich zwei Effekte statt.

2.1.1 Photoeffekt

Wie Abbildung 2.1 zu entnehmen ist, wird das Photon bei diesem Prozess vollständig annihilert. Dabei transferiert es seine gesamte Energie an das Elektron. Beim äußeren Photoeffekt interagiert das Photon mit einem Valenzelektron. Der Energieübertrag des Photons muss mindestens gleich der Bindungsenergie des Elektrons sein, sodass das Elektron aus der Schale herausgelöst wird. Die restliche Energiedifferenz $\Delta E = E_\gamma - E_B$ erhält das Elektron als kinetische Energie. Dabei ist E_γ die Energie des Photons und E_B die Bindungsenergie der Schale des Elektrons. Tritt nun aber der innere Photoeffekt auf, das heißt es wird nicht das äußere Valenzelektron, sondern ein Elektron der inneren geschlossenen Schalen ausgelöst, verbleibt ein Loch in jener Schale. Da sich das Atom in den energetisch günstigsten Zustand begeben wird, fällt ein äußeres Elektron in dieses Loch zurück. Dabei wird die Differenzenergie der Schalen als Photon emittiert. Dieses Photon kann natürlich auch wieder wechselwirken, allerdings hat es eine geringere Energie als das „erste“ Photon. Nachdem durch den Photoeffekt ein Elektron ausgetreten ist und sich mit seiner kinetischen Energie durch den Detektor bewegt, kann es weitere Elektronen durch Stöße anregen. Bei einer solchen Anregung treten die Elektronen von ihrem Valenzband in das Leitungsband. Durch die Wechselwirkungen wird beim Photoeffekt fast die ganze Energie im Detektor deponiert. Gerade im Germanium-Detektor ist der Photoeffekt relevant, da der WQ $\propto Z^3$ ist. Da der Photoeffekt die Qualität des Detektors stark anhebt, ist Germanium besser geeignet als Silizium, obgleich dieses günstiger wäre.

2.1.2 Compton-Effekt

Beim Compton-Effekt handelt es sich um eine inelastische Streuung an einem quasi-freien Elektron. Das Photon gibt dabei einen Teil seiner Energie an das Elektron ab und ändert seine Ausbreitungsrichtung. Ein einfallendes Photon der Energie E_γ hat nach der Compton-Wechselwirkung die Energie

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))}. \quad (2.1)$$

Dabei ist $\epsilon = E_\gamma/m_{e,0}c^2$ und θ der Streuwinkel des Photons. Die Energie des Elektrons ergibt sich aus

$$E_e = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{\epsilon(1 - \cos(\theta))}{1 + \epsilon(1 - \cos(\theta))}. \quad (2.2)$$

Anhand von Gleichung 2.1 ist zu erkennen, dass der maximale Energieübertrag bei einem Streuwinkel von $\Theta = 180^\circ$ stattfindet. Der differentielle Wirkungsquerschnitt des Comptoneffekts ist durch

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{3}{8} \frac{\sigma_{\text{Th}}}{m_{e,0} c^2 \epsilon^2} \left(2 + \left(\frac{E}{E_\gamma - E} \right)^2 \left(\epsilon^{-2} + \frac{E_\gamma - E}{E} - \frac{2}{\epsilon} \left(\frac{E_\gamma - E}{E} \right) \right) \right). \quad (2.3)$$

Dabei ist σ_{Th} der Thomson-Wirkungsquerschnitt.

2.2 Germanium Detektor

Der grundlegende Aufbau des Germanium Detektors ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Die äußere Aluminiumschicht dient lediglich der Sicherheit und hat nichts mit dem Detektor zu tun. Der Detektor besteht aus aus einem Germanium-Kristall, welcher eine koaxiale Einkerbung besitzt.

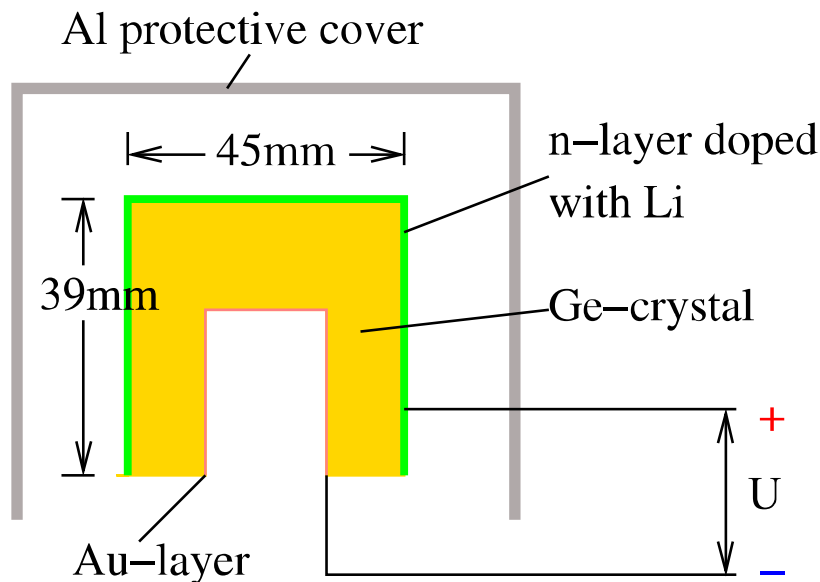


Abbildung 2.3: Schematischer Aufbau des verwendeten Germanium Detektors.

Die in der Abbildung 2.3 grün dargestellte Schicht ist eine aufgedampfte Lithium Schicht. Durch diese Aufdampfung entsteht eine n-dotierte Schicht am grünen Rand des Germanium-Kristalls. Am gegenüber liegendem Rand des Germanium-Kristalls, in der Abbildung 2.3 in orange dargestellt, befindet sich eine dünn angebrachte Goldschicht. Gold ist ein Metall und Germanium ist ein indirekter Halbleiter mit einer Bandlücke von $E_g = 0.661 \text{ eV}$ [3]. Daher entsteht an der Kontaktfläche von Gold und Germanium eine Metall-Halbleiter-Verbindung. Eine solche Verbindung erzielt eine starke p-Dotierung in der Nähe der Kontaktfläche. Aufgrund der starken Dotierung ergibt sich zwischen den dotierten Schichten eine Raumladungszone. Diese bildet sich durch Diffundierung der

reziproken Ladungsträger, welche im Gleichgewicht ein elektrisches Feld entgegen der Dotierung erzeugen. Der Germanium-Kristall ist also ähnlich zu einer Diode aufgebaut. Nun wird zwischen der n und p Schicht eine äußere Spannung angelegt. Diese kann die Raumladungszone verstärken oder annihilieren. Für den Germanium Detektor wird die Spannung in Sperrrichtung angelegt, das heißt das elektrische Feld der Raumladungszone wird verstärkt. Dadurch wird die Raumladungszone breiter. Der Bereich der Raumladungszone ist notwendig, um die Photonen zu detektieren.

Trifft ein Photon in der Raumladungszone ein wechselwirkt es über die im Abschnitt 2.1 genannten Prozesse. Durch das Photon entstehen also Elektron-Loch Paare, welche durch das lokal starke elektrische Feld getrennt werden bevor sie rekombinieren können. Diese Ladungsträger sammeln sich dann an den Elektroden. Diese Ladung kann dann als Spannung gemessen werden. Allerdings ist die Ladungsmenge pro WW klein. Daher wird ein „charge amplifier“ verwendet, um das Signal zu verstärken. Ein solcher Verstärker wandelt eine kleine Ladungsmenge in eine verstärkte Spannung um, welche dann gemessen werden kann. Die Spannung ist dabei abhängig von der deponierten Energie des einfallenden Photons.

Germanium hat mit 0.661 eV eine relativ kleine Bandlücke. Daher können auch schon thermische Anregungen im Detektor ausreichen um ein Signal zu erzeugen. Dies stellt einen großen Störfaktor da. Durch Kühlung des Detektors während der Messung lässt sich dieser Faktor beheben. Der Detektor wird mit flüssigem Stickstoff auf circa 77 K runtergekühlt.

2.3 Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers im Ge-Detektor

Ein typische Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers im Germanium Detektor weist einige Eigenschaften auf. Ein solches Spektrum wird in Abbildung 2.4 dargestellt.

In Abbildung 2.4 beginnt die Intensitätsverteilung erst ab einer gewissen Energieschwelle. Diese ergibt sich aus diversen experimentellen Detektoreigenschaften. In diesem Versuch liegt diese Schwelle bei ungefähr 40 keV – 50 keV. Bei steigender Energie bildet sich dann zunächst das Compton-Kontinuum. Dieses ist ein kontinuierliches Spektrum, da der Energieübertrag des Photons nicht diskret ist, sondern kontinuierlich vom Streuwinkel abhängt. Innerhalb des Kontinuums liegt der Rückstreupik. Dieser entsteht, da der Gammastrahler nicht nur in eine Richtung strahlt, sondern konzentrisch. Daher können die Photonen auch erst von außerhalb des Detektors durch Comptonstreuung zum Detektor gelenkt werden. Dieser Streueffekt sorgt für höhere Zählraten mit einem Peak, dem Rückstreupik. Der Rückstreupik kann abgeschätzt werden, indem die Compton-Energie für den Streuwinkel $\Theta = 180^\circ$ ausgewertet wird.

$$E_{\text{R}} = E_{\gamma} \frac{1}{1 + 2\epsilon} \quad (2.4)$$

Das Compton-Kontinuum endet mit einer maximalen cutoff Energie, der Comptonkante. Diese liegt bei der Hälfte des Abfalls nach dem letzten Peak. Die Energie der Comp-

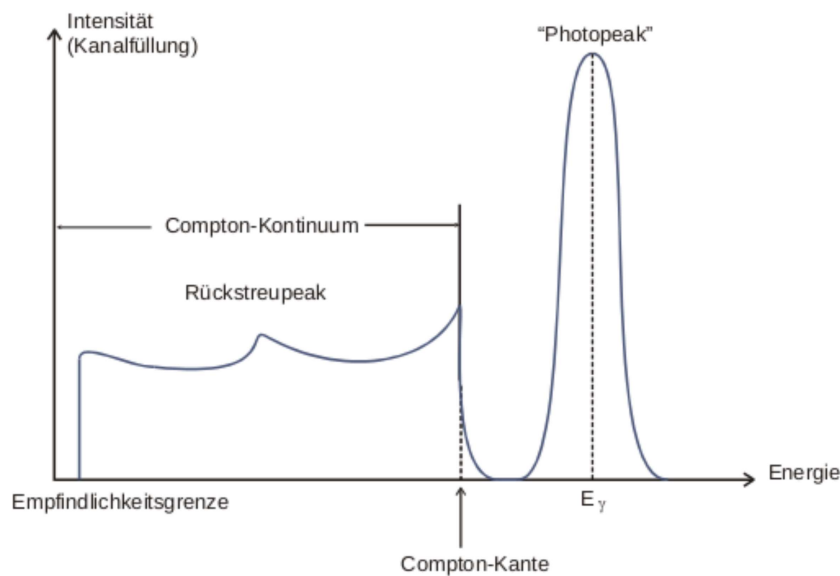


Abbildung 2.4: Schematisches Spektrum eines monochromatischen Gammastahlers im Germanium Detektor.

tonkante E_{\max} berechnet sich aus

$$E_{\max} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon}. \quad (2.5)$$

Danach befindet sich im Energiespektrum der Photopeak. Der Photopeak, oder auch full energy peak genannt, beinhaltet die gesamte Energie des einfallenden Photons. Dieser Peak resultiert alleinig aus dem Photoeffekt.

2.4 Kenngrößen des Germanium Detektors

Eine wichtige Kenngröße des Germanium Detektors ist die Halbwärtsbreite des Photopeaks. Diese Kenngröße definiert das Energieauflösungsvermögen des Detektors. Daher gibt diese Kenngröße an, ob zwei Energie-Peaks in einem Spektrum unterschieden werden können oder nicht. Diese Kenngröße unterliegt allerdings auch materialbedingten Störungen. Um diese zu minimieren muss eine passende Spannung angelegt werden.

Einer weitere wichtige Kenngröße ist die Effizienz. Diese beschreibt die Detektionswahrscheinlichkeit abhängig von der Energie. Diese ist charakteristisch für einen Detektor.

3 Durchführung

In Abbildung 3.1 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Die Maße des Detektors selber sind der Abbildung zu entnehmen. Die aufgedampfte Lithiumschicht ist $d_{\text{Li}} = 0.5 \text{ cm}$ dick. Die Goldschicht ist $d_{\text{Au}} = 20 \mu\text{m}$ dick. Um den Detektor ist eine Aluminiumhülle aufgebaut, welche zum Schutz dient. Rechts in Abbildung 3.1 sind die NIM-Standard Module zur Datenerfassung aufgebaut. Nach dem Amplifier werden die Daten durch einen Multi-Channel-Analyser aufgenommen und abgespeichert.

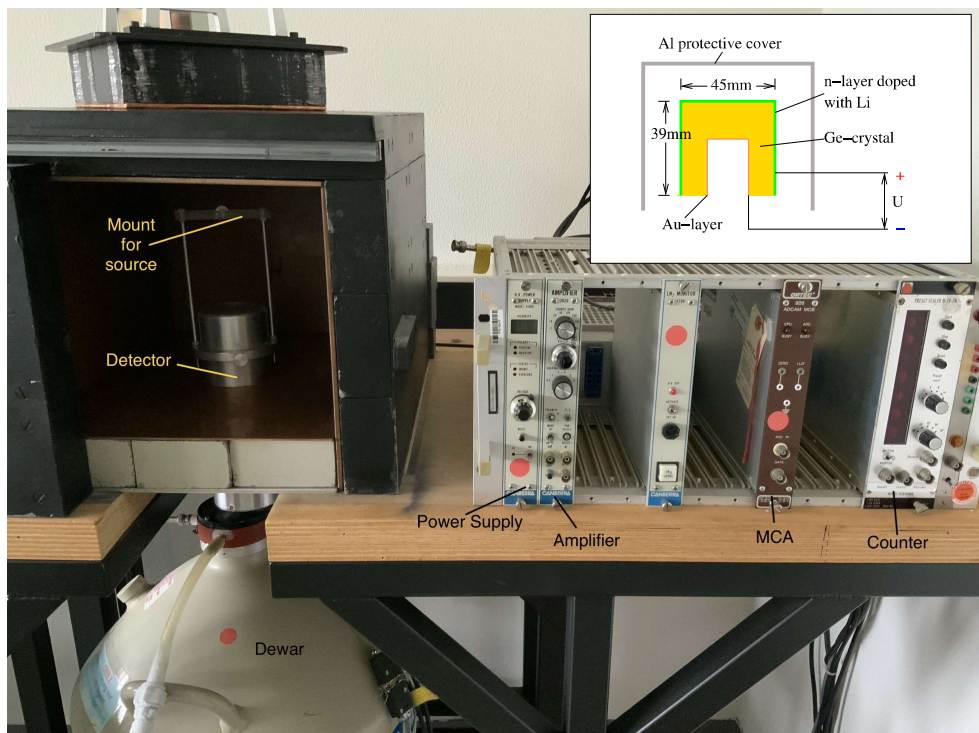


Abbildung 3.1: Bild des Versuchsaufbaus.

Die Gammastrahler werden oberhalb des Detektors in einem Abstand von $d = (7.010 \pm 0.005) \text{ cm}$ fixiert.

Zu Beginn des Versuches werden aller nötigen geometrischen Längen gemessen. Danach wird der Detektor in Betrieb genommen und eine Energiekalibration wird vorgenommen. Außerdem wird Energiedetektionswahrscheinlichkeit des Detektors gemessen, indem das Spektrum des bekannten $^{152}_{63}\text{Eu}$ -Strahlers verwendet wird. Nun ist der Detektor bereit für Messungen.

Daraufhin wird das Spektrum einer $^{137}_{55}\text{Cs}$ Probe aufgenommen. Je nach Aktivität der Probe wird eine Messdauer von einer dreiviertel Stunde angesetzt.

Weiter wird das Spektrum einer völlig unbekannten Probe aufgenommen. Aus dem Spektrum soll die Probe bestimmt werden.

Zuletzt wird das Spektrum eines unbekannten komplexen Strahlers aufgenommen. Komplex bedeutet, dass es sich nicht um eine reine Probe handelt, sondern um eine Probe aus mehreren Strahlern. Auch diese soll dadurch charakterisiert werden.

4 Auswertung

4.1 Energiekalibration und Bestimmung der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Mithilfe einer Aufnahme des Gammaskpektrums von Europium-152 werden die Kanäle der Apparatur kalibriert, um weitere Analysen zu ermöglichen. Die aufgenommenen Impulse pro Messkanal für diese Probe sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

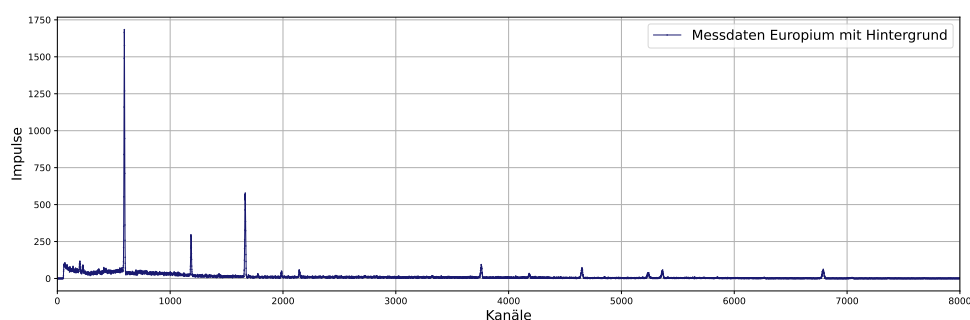


Abbildung 4.1: Gammaskpektrumaufnahme von Europium-152 in Impulsen pro Kanal. Der Hintergrund ist inkludiert.

Durch Störeffekte entstehen neben den dem Material zuzuordnenden Impulsen auch jene, welche dem Hintergrund zugeordnet werden. Um diese zu identifizieren, wird das Hintergrundspektrum des Detektors über mehrere Tage aufgenommen. Die gesamte Messzeit beträgt hier $t_{bg} = 71\,609\text{ s}$. Diese Messung geschieht ohne eine Probe in der Apparatur. Dieses Hintergrundspektrum ist in Abbildung 4.2 dargestellt und wird jeweils von den aufgenommenen Spektren der Proben abgezogen. Das Hintergrundspektrum wird hierbei je nach Messdauer der Proben skaliert.

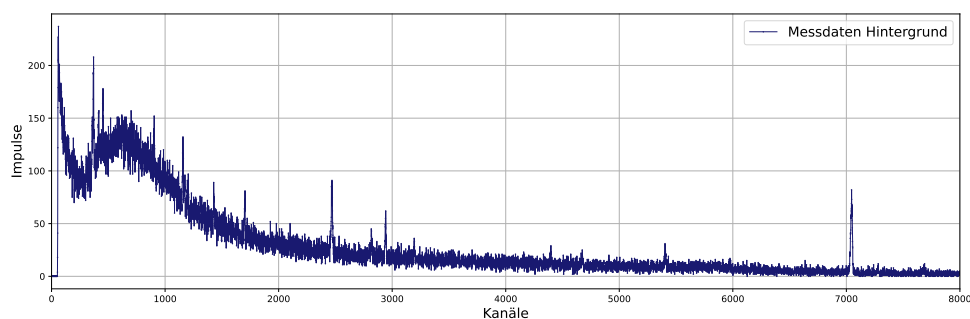


Abbildung 4.2: Gammaskpektrumaufnahme des Hintergrunds in Impulsen pro Kanal.

Das Europium-Spektrum mit Abzug des Hintergrunds ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Im Folgenden werden die Daten bereits um den Hintergrund bereinigt sein.

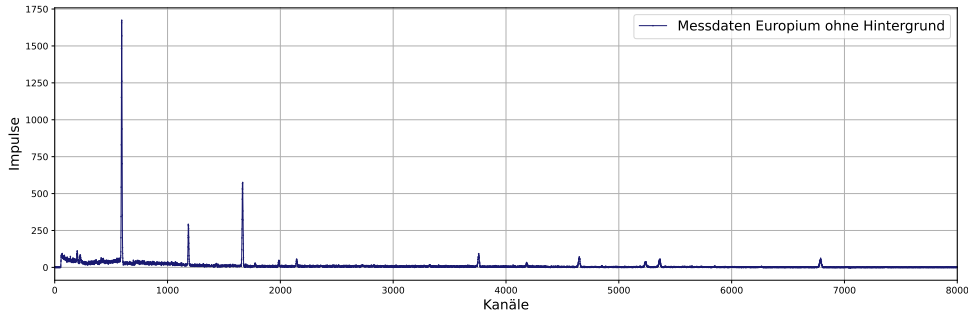


Abbildung 4.3: Gammaspektrumaufnahme von Europium-152 in Impulsen pro Kanal. Der Hintergrund ist exkludiert.

4.1.1 Energiekalibration

Für die Energiekalibration werden die für das Europium-152 spezifischen Full Energie Peaks (FEP) in dem Spektrum ausfindig gemacht und jenen aus Tabelle 5.1 zugeordnet. Aufgrund von Störeffekten wird der erste signifikante Peak im Niederenergiebereich im Folgenden nicht berücksichtigt. Zudem werden nur jene FEP verwendet, welche eine Emissionswahrscheinlichkeit von über 2 % haben. Es lässt sich hier ein linearer Zusammenhang erkennen und mithilfe der Python Bibliothek Scipy [5] eine Ausgleichsgerade berechnen. Die Form dieser Gerade ist gegeben durch

$$E(\text{Kanal}) = a \cdot \text{Kanal} + b. \quad (4.1)$$

Die Parameter ergeben sich zu $a = (0.2075 \pm 0.0001)$ und $b = (-1.259 \pm 0.219)$, womit sich der Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Energie bestimmen lässt:

$$E(\text{Kanal}) = (0.2075 \pm 0.0001) \cdot \text{Kanal} + (-1.259 \pm 0.219). \quad (4.2)$$

Die berechnete Gerade mitsamt Messwerte ist in Abbildung 4.4 zu sehen.

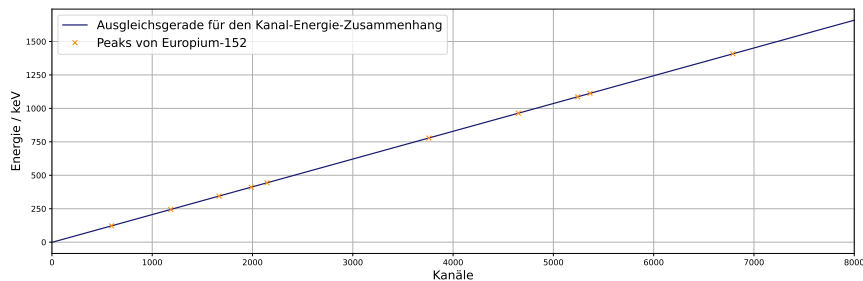


Abbildung 4.4: Linearer Zusammenhang des Detektors zwischen der Kanalnummer und Energie.

4.1.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Um die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit zu bestimmen, wird der Zusammenhang

$$Q = \frac{Z4\pi}{AWt\Omega} \quad (4.3)$$

verwendet. Z ist hier der Linieninhalt des FEPs, W dessen Emissionswahrscheinlichkeit, A die Aktivität der Probe am Tag der Messung (06.11.2023), t die Messdauer und Ω der durch den Detektor abgedeckten Raumwinkel.

Der Linieninhalt der einzelnen Peaks wird über einen Fit an eine Normalverteilung mittels Scipy[5] und dessen Integration bestimmt. Die Linieninhalte, sowie die Emissionswahrscheinlichkeiten sind in Tabelle 4.1 zu finden. Die Aktivität der Probe lässt sich über das Zerfallsgesetz

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{\ln(2)}{\tau}t\right) \quad (4.4)$$

bestimmen, wobei A_0 die Aktivität an einem bestimmten Tag ist und t die seit diesem Tag verstrichene Zeit. τ ist die Halbwertszeit von Europium-152 und ist gegeben durch $\tau_{\text{Eu}} = 13.54 \text{ a} = 426\,902\,400 \text{ s}$ [2]. Die Europium-152-Probe hatte am 01.10.2000 eine Aktivität von $A_0 = (4130 \pm 60) \text{ Bq}$ [7]. Seit diesem Tag sind $t = 728\,524\,800 \text{ s}$ vergangen. Somit ergibt sich eine Aktivität des Europium-152 von

$$A_{\text{Eu}} = (1265 \pm 18) \text{ Bq} \quad (4.5)$$

für den Messtag.

Der abgedeckte Raumwinkel lässt sich durch eine Kleinwinkelnäherung des Sinus als

$$\Omega = \frac{4\pi}{2} \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}\right) \quad (4.6)$$

annähern. Hierbei ist $a = (8.510 \pm 0.005) \text{ cm}$ der Abstand zwischen der Europium-Probe und der Aluminiumabdeckung des Detektors und $r = 2.25 \text{ cm}$ [7] der Radius der Auftrefffläche des zylinderförmigen Detektors. Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit lässt sich nun für jeden Peak berechnen. Eine Ausnahme bildet der erste FEP, da aufgrund der Störeffekte nur Energien, welche größer als 150 keV berücksichtigt werden. Mithilfe von Scipy[5] wird nun der Potenzansatz

$$Q(E) = a(E)^b \frac{1}{\text{keV}} \quad (4.7)$$

an die Messwerte gefittet. Die resultierende Funktion ist in Abbildung 4.5 zu finden, sowie die einzelnen Messwerte in Tabelle 4.1. Die Parameter der Regression lauten

$$a = (110.6 \pm 41.3), \quad (4.8)$$

$$b = (-1.053 \pm 0.064). \quad (4.9)$$

Somit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen dem Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit und der Energie:

$$Q(E) = (110.6 \pm 41.3) \cdot E^{(-1.053 \pm 0.064)} \frac{1}{\text{keV}}. \quad (4.10)$$

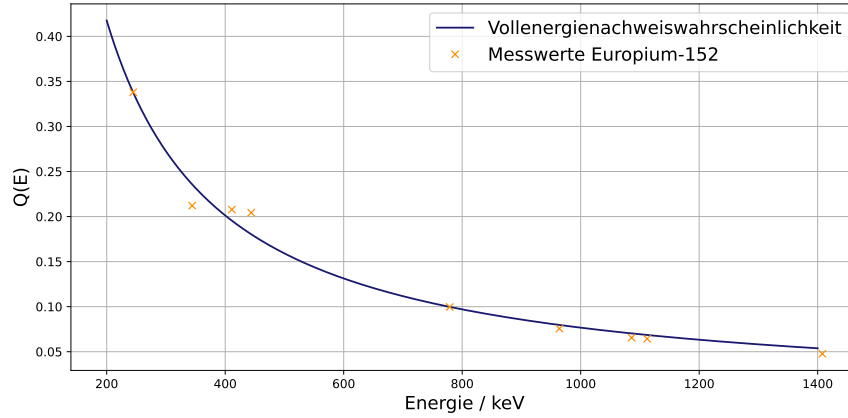


Abbildung 4.5: Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit des Detektors in Abhängigkeit von der Energie.

Tabelle 4.1: Linieninhalt Z , Emissionswahrscheinlichkeit W und Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q pro FEP für Europium-152.

Z / Impulse	W / %	E_{FEP} / keV	Q / %
2509	7.6	244.7	(33.79 ± 0.49)
5491	26.5	344.3	(21.21 ± 0.31)
446	2.2	411.12	(20.77 ± 0.30)
618	3.1	443.96	(20.43 ± 0.29)
1256	12.9	778.9	(9.96 ± 0.15)
1079	14.6	964.08	(7.56 ± 0.11)
654	10.2	1085.9	(6.56 ± 0.09)
855	13.6	1112.1	(6.43 ± 0.09)
979	21.0	1408.0	(4.77 ± 0.07)

4.2 Monochromatisches Gammaspektrum eines Caesium-137-Strahlers

In diesem Abschnitt wird das monochromatische Gammaspektrum einer Caesium-137-Probe untersucht. Hierfür werden, wie auch für das Europium-Spektrum, das Hintergrundspektrum abgezogen. Das reine Caesium-Gammaspektrum ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Es wird zunächst der FEP bei circa $E_\gamma = 661.66 \text{ keV}$ untersucht.

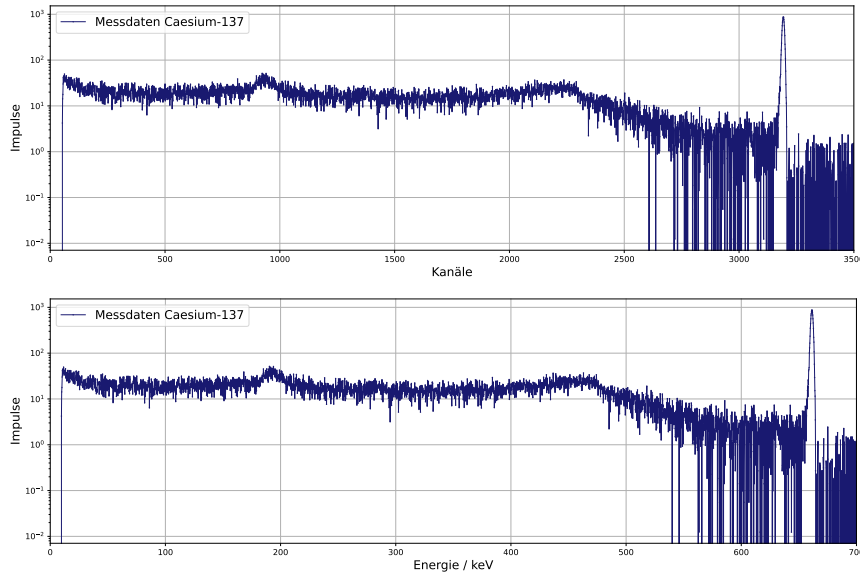


Abbildung 4.6: Gammaspektrumaufnahme des Caesium-137-Strahlers pro Kanal (oben) und pro Energie in keV (unten). Die Kanäle (bzw. Energie) wurden auf den relevanten Bereich reduziert.

Hierfür wird eine Normalverteilung an die Messwerte mithilfe von Scipy[5] gefittet und die Parameter bestimmt. Die Normalverteilung ist gegeben durch

$$f_{\text{Norm}}(x) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (4.11)$$

Der Mittelwert der Verteilung ist μ , die Standardabweichung ist σ , a ist ein Vorfaktor und x beschreibt hier die Kanäle. Die Parameter bestimmen sich zu

$$a = (10370 \pm 40), \quad (4.12)$$

$$\mu = 3193, \quad (4.13)$$

$$\sigma = (4.740 \pm 0.019). \quad (4.14)$$

Die Halbwerts- und Zehntelwertsbreite wird mithilfe der Messdaten bestimmt. Die Halbwerts- bzw. Zehntelwertsbreite bestimmt sich hierbei über die Breite der Verteilung, bei der Hälfte bzw. dem Zehntel des Maximums. Das Maximum und die Höhe der Halbwerts-/Zehntelwertsbreite der Normalverteilung bestimmt sich zu

$$\text{Max}_{\text{norm}} = (873 \pm 5), \quad (4.15)$$

$$I_{\text{Halb,norm}} = (436.3 \pm 2.3), \quad (4.16)$$

$$I_{\text{Zehntel,norm}} = (87.3 \pm 0.5). \quad (4.17)$$

Bei Normalverteilungen herrscht zwischen diesen zwei Kenngrößen folgende konstante Beziehung:

$$\frac{E_{\text{FWTM,norm}}}{E_{\text{FWHM,norm}}} = 1.822\,615. \quad (4.18)$$

Da die Messwerte einer Normalverteilung folgen sollen, sollte dieser Zusammenhang auch für die Messwerte gelten. Die Halbwerts- und Zehntelwertsbreite der Messwerte ergibt sich zu

$$E_{\text{FWHM}} = (2.316 \pm 0.009), \quad (4.19)$$

$$E_{\text{FWTM}} = (4.222 \pm 0.017). \quad (4.20)$$

Für den Quotienten ergibt sich somit:

$$\frac{E_{\text{FWTM,exp}}}{E_{\text{FWHM,exp}}} = 1.822\,616. \quad (4.21)$$

Der FEP des Caesium-137, sowie Halbwerts- und Zehntelwertsbreite sind in Abbildung 4.7 zu finden.

Durch Integration über die Normalverteilung lässt sich außerdem der Inhalt des FEP

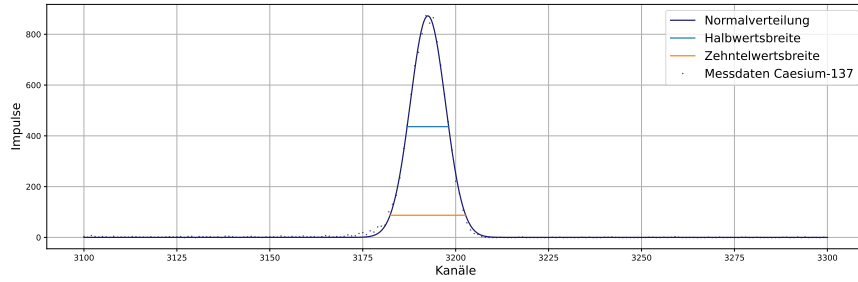


Abbildung 4.7: FEP des Caesium-137 mitsamt Halbwerts- sowie Zehntelwertsbreite und Normalverteilung nach Kanal.

zu $Z_{\text{Cs,FEP}} = 10\,366$ Impulse bestimmen.

Um den Inhalt des Compton-Kontinuums zu bestimmen, muss diese zunächst an eine Funktion gefittet werden. Da der untere Energiebereich durch viele Störfaktoren geprägt ist, wird lediglich der Bereich zwischen 250 keV und 470 keV für das Fitten verwendet. Als Basis für den Funktionsansatz wird Gleichung 2.3 verwendet. Diese Gleichung wird durch einen konstanten Vorfaktor erweitert, welcher sich mithilfe von Scipy[5] als

$$a = (9.205 \pm 0.080) \quad (4.22)$$

ergibt. Dieser Faktor beinhaltet alle konstanten Vorfaktoren von Gleichung 2.3. Eine Integration über das Compton-Kontinuum ergibt schließlich

$$Z_{\text{Cs,C}} = 36\,543 \text{ Impulse}. \quad (4.23)$$

Somit haben der FEP und das Compton-Kontinuum ein Verhältnis von $\frac{Z_{\text{Cs,C}}}{Z_{\text{Cs,FEP}}} = 3.53$. Das Compton-Kontinuum mitsamt Regression sind in Abbildung 4.8 gezeigt. Über Abbildung 4.8 lassen sich die Position der Compton-Kante $E(\text{CK})$ und des

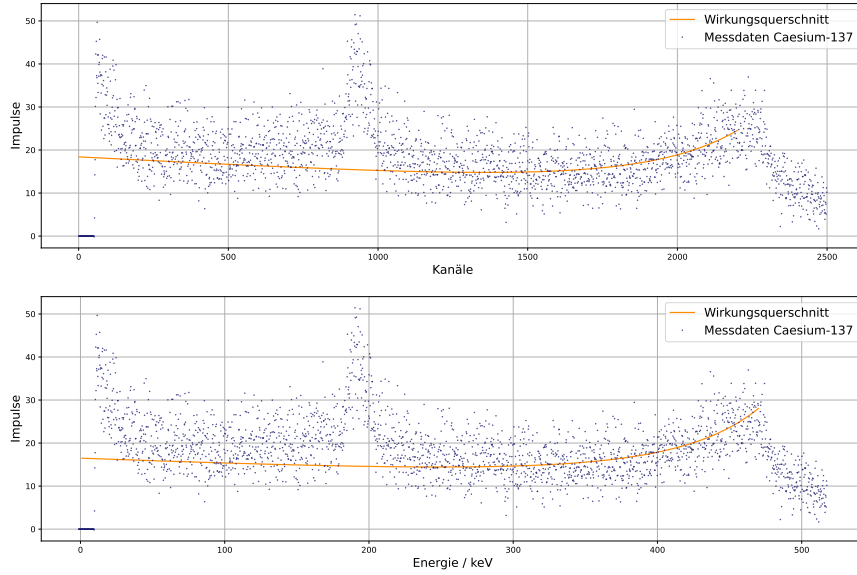


Abbildung 4.8: Compton-Kontinuum des Caesium-137 und Compton-Wirkungsquerschnitt pro Kanal (oben) und pro Energie in keV (unten). Die Kanäle (bzw. Energie) wurden auf den relevanten Bereich reduziert.

Rückstreupeaks $E(\text{RS})$ ablesen. Es wird ein Ablesefehler von 1 keV berücksichtigt:

$$E_{\text{exp}}(\text{CK}) = (470 \pm 1) \text{ keV}, \quad (4.24)$$

$$E_{\text{exp}}(\text{RS}) = (190 \pm 1) \text{ keV}. \quad (4.25)$$

Hierzu lassen sich die theoretischen Erwartungswerte berechnen. Die Energie des Gammaquants beträgt $E_\gamma = 661.66 \text{ keV}$. Für die Position des Rückstreupeaks wird Gleichung 2.4 verwendet und E_γ eingesetzt. ϵ ist hier das Verhältnis der Energie des Gammaquants zu der Ruheenergie des Elektrons. Für die Compton-Kante wird Gleichung 2.5 herangezogen. Somit ergibt sich für die theoretischen Werte

$$E_{\text{th}}(\text{CK}) = 477.34 \text{ keV}, \quad (4.26)$$

$$E_{\text{th}}(\text{RS}) = 184.32 \text{ keV}. \quad (4.27)$$

Um die Absorptionswahrscheinlichkeit zu berechnen, wird

$$P(l) = 1 - \exp(-\mu l) \quad (4.28)$$

verwendet, wobei μ der Extinktionskoeffizient ist, ablesbar in Abbildung 2.2 und l die im Detektor zurückgelegte Strecke. Die Detektorlänge beträgt $l = 3.9 \text{ cm}$ und die Extinktionskoeffizienten für $E_\gamma = 661.66 \text{ keV}$ sind

$$\mu_{\text{C}} = (0.36 \pm 0.01) \frac{1}{\text{cm}}, \quad (4.29)$$

$$\mu_{\text{Ph}} = (0.0075 \pm 0.0010) \frac{1}{\text{cm}}, \quad (4.30)$$

$$\mu_{\text{Paar}} = 0 \frac{1}{\text{cm}}. \quad (4.31)$$

Der Ablesefehler wird hierbei anhand der logarithmischen Skala angepasst. Der Ex-tinktionskoeffizient für die Paarbildung beträgt $\mu_{\text{Paar}} = 0.1/\text{cm}$, da bei diesem En-ergiebereich keine Paarbildung auftreten kann. Eingesetzt in Gleichung 4.28 ergibt sich:

$$P_C = 75.4\%, \quad (4.32)$$

$$P_{\text{Ph}} = 2.9\%, \quad (4.33)$$

$$P_{\text{Paar}} = 0\%. \quad (4.34)$$

Da die Absorptionswahrscheinlichkeit des Photoeffekts 26-Mal geringer ist als die des Compton-Effekts, sollte der Linieninhalt des Photopeaks dementsprechend geringer sein.

4.3 Aktivitätsbestimmung von Barium-133

Um die Aktivität einer Probe zu bestimmen, kann Gleichung 4.3 nach der Aktivität A umgeformt werden:

$$A = \frac{Z4\pi}{QWt\Omega}. \quad (4.35)$$

Mithilfe der bestimmten Parameter für Q (4.8) wird die Aktivität für jeden signifikanten Peak berechnet und mithilfe von der Python Bibliothek Uncertainties[6] der Mittelwert, sowie Standardabweichung berechnet.

In diesem Experiment soll dies für Barium-133 untersucht werden. Das aufgenommene Spektrum abzüglich des Hintergrunds ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Für jeden Peak

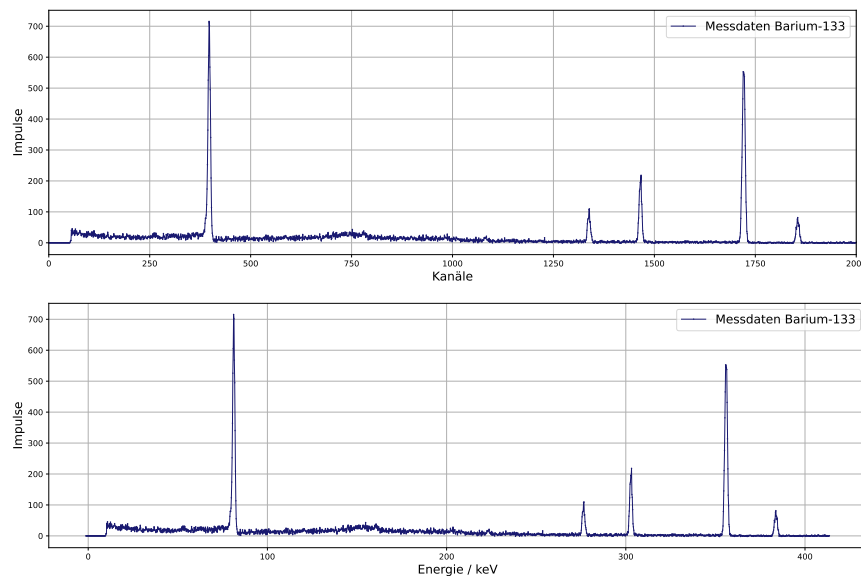


Abbildung 4.9: Gammaspektromaufnahme des Barium-133-Strahlers pro Kanal (oben) und pro Energie in keV (unten). Die Kanäle (bzw. Energie) wurden auf den relevanten Bereich reduziert.

wird mittels einer durch Scipy[5] gefitteten Gaussfunktion der Linieninhalt und die

Position des FEP bestimmt. Die Messdauer für Barium-133 beträgt $t_{\text{Ba}} = 2876 \text{ s}$. Mit diesen Informationen wird schließlich die Aktivität bestimmt.

All diese Daten sind in Tabelle 4.3 aufgelistet. Bei der Berechnung wurde der erste Peak aufgrund der Störeffekte in diesem Bereich nicht berücksichtigt.

Tabelle 4.2: Linieninhalt Z , Emissionswahrscheinlichkeit W , Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q und Aktivität A pro FEP für Barium-133[1].

Peak	Z / Impulse	W / %	E_{FEP} / keV	Q / %	A / Bq
1	873.34	7.16	(276.84 ± 0.23)	(30 ± 15)	(864.79 ± 446.97)
2	1725.40	18.33	(303.20 ± 0.23)	(27 ± 14)	(732.17 ± 381.36)
3	5096.68	62.05	(356.33 ± 0.24)	(23 ± 12)	(756.47 ± 399.47)
4	696.27	8.94	(384.35 ± 0.24)	(21 ± 11)	(776.79 ± 412.85)

Der Mittelwert der Aktivität des Barium-133 bestimmt sich schließlich zu: $A_{\text{Ba}} = (782.55 \pm 410.14) \text{ Bq}$.

4.4 Nuklididentifizierung und Aktivitätsbestimmung von Uranophan

In diesem Abschnitt wird das Gammaspektrum von Uranophan analysiert. Dafür werden die FEP den jeweiligen Isotopen der natürlichen Zerfallskette von Uran zugeordnet und dessen Aktivität bestimmt.

Dem aufgenommenen Spektrum wird erneut der Hintergrund abgezogen. Das resultierende Spektrum ist in Abbildung 4.10 gezeigt.

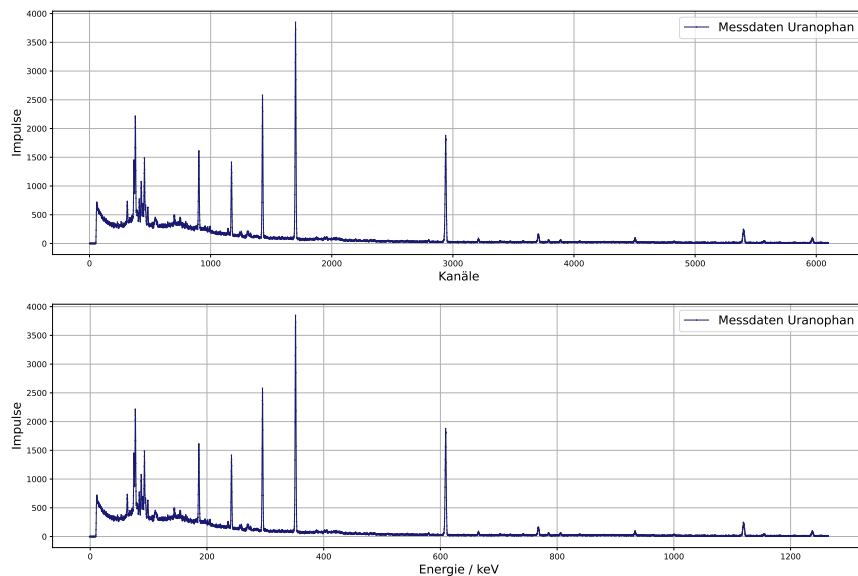


Abbildung 4.10: Gammaspektrumaufnahme des Uranophan-Strahlers pro Kanal (oben) und pro Energie in keV (unten). Die Kanäle (bzw. Energie) wurden auf den relevanten Bereich reduziert.

Es werden alle prominenten Peaks abgelesen und mittels einer durch Scipy[5] gefitteten Normalverteilung Position und Linieninhalt bestimmt. Anhand der Uran-Radium-Zerfallskette und der Positionen der FEP werden die Nuklide bestimmt und schließlich mittels Gleichung 4.35 die Aktivität berechnet. Aufgrund von Störfaktoren, werden alle Peaks bis circa 150 keV nicht berücksichtigt.

Tabelle 4.3: Peaknummer, Linieninhalt Z , Nuklid, Emissionswahrscheinlichkeit W , Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit Q und Aktivität A pro FEP für das jeweilige Nuklid[4].

<i>Peak</i>	Z / Impulse	Nuklid	W / %	E_{FEP} / keV	Q / %	A / Bq
1	16 239.63	Ra-226	3.56	(186.11 ± 0.23)	(45 ± 23)	$(11\,321.77 \pm 5657.64)$
2	12 457.25	Pb-214	7.27	(242.03 ± 0.23)	(34 ± 17)	(5612.27 ± 2867.78)
3	22 204.09	Pb-214	18.41	(295.19 ± 0.23)	(28 ± 14)	(4868.62 ± 2530.08)
4	34 675.62	Pb-214	35.6	(351.80 ± 0.24)	(23 ± 12)	(4730.62 ± 2495.35)
5	20 693.64	Bi-214	45.49	(608.99 ± 0.27)	(13 ± 7)	(3937.27 ± 2175.95)
6	2531.60	Bi-214	4.89	(767.82 ± 0.30)	(10 ± 6)	(5719.02 ± 3223.19)
7	1571.51	-	-	(933.48 ± 0.34)	(8 ± 5)	-
8	4064.16	Bi-214	8.94	(1119.50 ± 0.40)	(7 ± 4)	(4478.76 ± 2605.51)
9	1693.43	-	-	(1237.20 ± 0.40)	(6 ± 4)	-

Somit scheint es sich bei den Gammastrahlern um Radium-226, Blei-214 und Bismut-214 zu handeln. Zwei Peaks konnten keinem Isotop zugeordnet werden.

Aus den bestimmten Aktivitäten kann nun mittels der Python Bibliothek Uncertainties[6] der Mittelwert, sowie Standardabweichung bestimmt werden:

$$A_{\text{Ra}} = (11\,321.77 \pm 5657.64) \text{ Bq}, \quad (4.36)$$

$$A_{\text{Pb}} = (5070.50 \pm 2630.83) \text{ Bq}, \quad (4.37)$$

$$A_{\text{Bi}} = (4711.68 \pm 2667.80) \text{ Bq}. \quad (4.38)$$

Es ist davon auszugehen, dass es sich bei dem Uran in dem Uranophan um Uran-234 handelt.

5 Diskussion

5.1 Energiekalibration

Die Analyse des Europium-152 Spektrums ergab einen Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Energiewert zu

$$E(\text{Kanal}) = (0.2075 \pm 0.0001) \cdot \text{Kanal} + (-1.259 \pm 0.219). \quad (5.1)$$

Die geringe Unsicherheit des ersten Koeffizienten spricht für eine hohe Genauigkeit. Der zweite Koeffizient hat allerdings eine Abweichung von circa 17 % zum Koeffizienten selber. Dies und der Fakt, dass der Koeffizient negativ ist, deutet auf einen systematischen Fehler des Detektors hin. Es wäre nämlich zu erwarten, dass Kanalnummer 0 einer Energie von 0 keV oder zumindest einem positiven Energiewert zuzuordnen ist. Durch den negativen Faktor würde hier allerdings ein negativer Energiewert resultieren, was unphysikalisch ist. Da der Parameter nichtsdestotrotz sehr gering ist, ist diese Fehlerquelle zu vernachlässigen.

5.2 Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit

Weitergehend wurde durch die Analyse des Europium-152 eine Funktion für die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Energie gefunden:

$$Q(E) = (110.6 \pm 41.3) \cdot E^{(-1.053 \pm 0.064)} \frac{1}{\text{keV}}. \quad (5.2)$$

Auffällig ist hier die große Standardabweichung von etwa 37 % des ersten Parameters. Grund hierfür muss eine fehlerhafte Berechnung des Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit sein oder der systematische Fehler, welcher bereits bei der Bestimmung des Energie-Kanal-Zusammenhangs auftrat. Die Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit könnte aufgrund ungenauer Berechnung des Raumwinkels oder der Bestimmung des Linieninhalts resultieren. Die hohe Unsicherheit des ersten Parameters wird an in der Analyse folgende Berechnungen vererbt werden, wodurch hohe Ungenauigkeiten entstehen.

5.3 Monochromatisches Gammaspektrum eines Caesium-137-Strahlers

Ein Vergleich der Quotienten der Halbwerts- und Zehntelwertsbreite einer Normalverteilung und der Messwerte zeigt, dass die Messwerte sehr gut mit einer Normalverteilung beschrieben werden. Hier liegt erst in der sechsten Nachkommastelle eine Abweichung

vor.

Die berechneten Parameter der Normalverteilung zeigen ebenfalls geringe Abweichungen auf:

$$a = (10\,370 \pm 40), \quad (5.3)$$

$$\mu = 3193, \quad (5.4)$$

$$\sigma = (4.740 \pm 0.019). \quad (5.5)$$

Bei der Bestimmung der Ausgleichsfunktion des Compton-Kontinuums tritt ebenfalls eine geringe Abweichung des Parameters auf:

$$a = (9.205 \pm 0.080). \quad (5.6)$$

Dadurch, dass nur ein Parameter gefittet wird, ist die Funktion zudem extra genau. Durch diese sehr genau bestimmten Funktionen kann der Linieninhalt des FEP und des Compton-Kontinuums mit einer Ungenauigkeit von kleiner als 1×10^{-8} bestimmt werden. Ein Vergleich dieser Linieninhalte zeigt eine Proportionlität des Inhalts des Compton-Kontinuums von 3.53 gegenüber dem Photopeak. Anhand der Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeit würde allerdings eine Proportionlität von 26 erwartet werden. Diese Abweichung ist extrem hoch und muss durch Effekte entstehen, welche in dieser Analyse nicht berücksichtigt wurden. Mögliche Gründe wären hier eine ungenaue Bestimmung des Linieninhalts des Compton-Kontinuums aufgrund der Störeffekte im Niederenergiebereich.

5.4 Aktivitätsbestimmung von Barium-133

Die Linieninhalte der FEP konnten erneut mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Auffällig sind hier lediglich die hohe Ungenauigkeit der Aktivitätsbestimmung. Diese ist ein Folgeeffekt der ungenauen Parameterbestimmung bei der Ausgleichsfunktion der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit. Eine Beseitigung des oben genannten systematischen Fehlers könnte die Genauigkeit hier um ein Vielfaches erhöhen.

5.5 Nuklididentifizierung und Aktivitätsbestimmung von Uranophan

Durch eine Analyse des Gammaskpektrums des Uranophan ließen sich die Nuklide Radium-226, Blei-214 und Bismut-214 ausfindig machen, welche allesamt zur natürlichen Zerfallskette des Uran zu Radium gehören. Die hohen Unsicherheiten der Aktivität sind erneut auf die ungenaue Bestimmung des Parameters bei der Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit zurückzuführen.

Literatur

- [1] *Ba-133 Gamma Spectrum*. isotrak. URL: https://www.ezag.com/fileadmin/ezag/user-uploads/isotopes/isotopes/Isotrak/isotrak-pdf/Decay_Schema_Data/Ba-133.pdf (besucht am 23.11.2023).
- [2] *Eu-152 Gamma Spectrum*. GammaSpectacular. URL: <https://www.gammaspectacular.com/blue/eu152-spectrum> (besucht am 23.11.2023).
- [3] *Germanium - Band structure and carrier concentration*. URL: <https://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/Ge/bandstr.html> (besucht am 08.11.2023).
- [4] *Realisierung internetgesteuerter Versuche zur Gammaspektrometrie im Rahmen einer EU FP7 Ausbildungsinitiative*. Mirek Icker. URL: <https://www.irs.uni-hannover.de/fileadmin/irs/Arbeiten/Bachelor/bacicker.pdf> (besucht am 23.11.2023).
- [5] *Scientific package Python*. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/index.html> (besucht am 23.11.2023).
- [6] *Uncertainties package Python*. URL: <https://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 12.06.2023).
- [7] *V18 - Germanium Detector*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/2695462/mod_resource/content/7/V18-engl.pdf (besucht am 07.11.2023).

Anhang

Tabelle 5.1: Emissionswahrscheinlichkeiten W der FEP für Europium-152 sortiert nach W . [2]

E / keV	W / %
121.78	28.58
344.28	26.5
1408.01	21.01
964.08	14.61
1112.07	13.64
778.90	12.94
1085.87	10.21
244.70	7.58
867.38	4.25
443.965	2.82
411.12	2.23
1089.74	1.73
1299.14	1.62
1212.95	1.42