

V603 Compton-Effekt

Tobias Rücker
tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Abgabe: 05.05.2020

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	1
2	Theorie	1
3	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	2
4	Auswertung	3
4.1	Emissionsspektrum Kupfer	3
4.2	Transmission bei Aluminium	6
5	Diskussion	9
	Literatur	11

1 Ziel

Der Compton-Effekt stellt in der Physik eine gute Methode dar, um zum Beispiel die Richtung der Herkunft hochenergetischer Strahlung zu bestimmen oder um Atome mittels Laser-Kühlung auf tiefe Temperaturen zu bringen. Daher wird in einem Experiment die Comptonwellenlänge, zum näheren Verständnis des Compton-Effekts, mittels der Transmission eines Aluminium-Absorbers bestimmt werden.

2 Theorie

Bei der Bestrahlung von Kristallen mit Röntgenlicht wird beobachtet, dass bei verschiedenen Winkeln Wellenlängen nicht nur die Wellenlänge des eingestrahnten Lichts gefunden wird, sondern auch eine Wellenlänge, die größer als die eingestrahlte Wellenlänge ist. Dieses Phänomen ist auf den Compton-Effekt zurückzuführen. Dieser beschreibt, dass ein einfallendes Photon einen Teil seiner Energie an ein freies Elektron abgibt und in einem Winkel θ zur einfallenden Strahlung gestreut wird. Die Energie des Photons wird dabei beschrieben durch die Gleichung

$$E = \hbar\omega. \quad (1)$$

Dabei bezeichnet \hbar das verschränkte plancksche Wirkungsquantum und ω die Energie- und Impulserhaltung lässt sich die Differenz der beiden Wellenlängen bestimmen [1]

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos(\theta)), \quad (2)$$

wobei λ_2 die Wellenlänge der Compton-Streuung, λ_1 die Wellenlänge der einfallenden Strahlung und θ den Streuwinkel der Strahlung definiert. Die Konstante $\frac{h}{m_e c}$ wird als Compton-Wellenlänge bezeichnet und hat dementsprechend die Dimension einer Länge, wobei m_e die Masse des Elektrons, h das plancksche Wirkungsquantum und c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist.

Um Röntgenstrahlung für eine Messung zu erzeugen werden Elektronen aus einer Glühkathode auf eine Anode beschleunigt. Das Spektrum der Emission setzt sich dann aus zwei Bestandteilen zusammen, der Bremsstrahlung und der charakteristischen Röntgenstrahlung. Die Bremsstrahlung entsteht durch den Energieverlust bei der Abbremsung durch das E-Feld eines Atoms. Das ausgestrahlte Photon besitzt dann genau den durch die Abbremsung verlorene Energie, wodurch das Spektrum der Bremsstrahlung kontinuierlich ist. Die charakteristische Strahlung entsteht, indem ein Elektron ein Atom ionisiert. Dadurch fällt ein Elektron von einer äußeren Schale unter Emission eines Röntgenquants ins Innere. Die charakteristische Strahlung hängt dabei vom Anodenmaterial ab und durch die quantisierten Energiezustände von Atomen sind diese Linien scharf.

Durch Transmission und Absorption von Röntgenstrahlung durch Aluminium kann die Compton-Wellenlänge ermittelt werden. Die Transmission durch verschiedene Stoffe verringert sich mit steigender Wellenlänge, wodurch die Intensität Compton-Wellenlänge

geringer wird. Berechnen lässt sich der Transmissionskoeffizient durch

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (3)$$

I_0 beschreibt hierbei die Intensität der gesamten einfallenden Strahlung und I die transmittierte Strahlung, die gerade betrachtet wird.

Die Absorption verringert wiederum die Intensität der einfallenden Strahlung.

Die Wellenlänge λ kann hierbei durch die Bragg'sche Bedingung bestimmt werden

$$2d \sin(\alpha) = n\lambda. \quad (4)$$

λ ist dabei die im Winkel α gebeugte Wellenlänge, d die Gitterkonstante und n die Interferenzordnung.

3 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Zuerst wird der Aufbau für die Bestimmung des Emissionsspektrums von Kupfer aufgebaut. Dafür wird das Röntgengerät

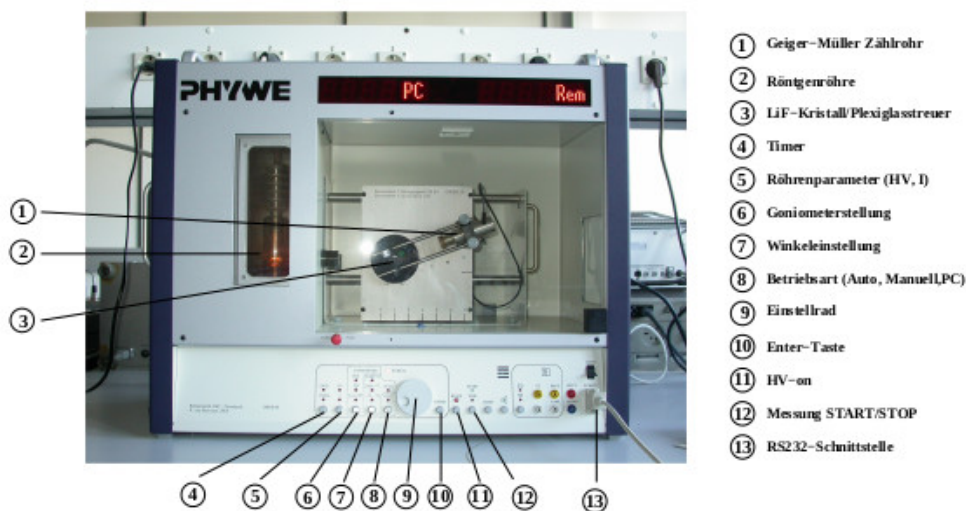


Abbildung 1: Aufbau einer Röntgenröhre [1]

mit dem PC über RS232-Kabel verbunden und ein LiF-Kristall sowie eine 2 mm Blende in die Röntgenröhre eingebracht. Dann wird mithilfe eines Computerprogramms eine Integrationszeit zwischen 5-10s eingestellt, die Schrittweite auf $0,1^\circ$ festgelegt und der Winkelbereich gewählt so, dass der gesamte Bremsberg sowie die charakteristischen Linien enthalten sind.

Für die Aufnahme der Transmission des Aluminium-Absorbers wird dieser vor die 2mm Blende gesetzt und eine Messung mit dem Absorber sowie eine ohne den Absorber durchgeführt bei einer Messzeit von 100s.

Für die Messung der Comptonwellenlänge wird zuerst die Intensität der Kupferröhre gemessen. Dafür wird nun eine 5mm Blende statt der 2mm Blende verwendet und der LiF-Kristall durch einen Plexiglasstreuer ausgetauscht. Das RS232-Kabel wird entfernt und es wird eine manuelle Messung durchgeführt. Dafür wird der Kristall auf 45° und das Geiger-Müller Zählrohr auf 90° eingestellt. Danach wird die Intensität der Cu-Röhre gemessen.

Zuletzt wird die Intensität mit Aluminium-Absorber in 2 verschiedenen Stellungen bei einer Messzeit von mindestens 300s gemessen:

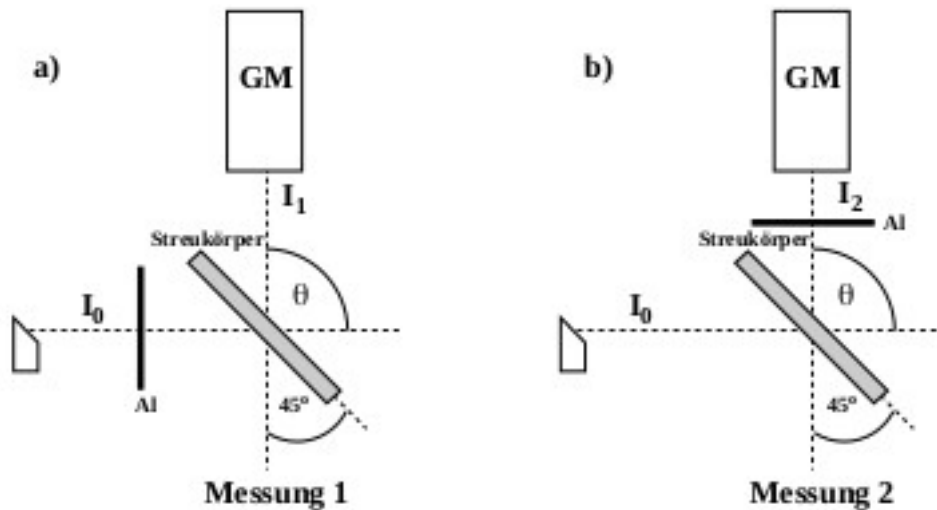


Abbildung 2: Aufbau der 2 Stellungen im Röntgengerät zur Messung der Intensität [1]

Diese Messung in den 2 Stellungen wird 5 mal wiederholt.

4 Auswertung

Für alle Messungen ist eine Spannung von 35 kV und ein Emissionsstrom von 1 mA verwendet worden. Alle Graphiken in der Auswertung sind mit dem Programm Matplotlib [2] erstellt worden. Alle Messungenauigkeiten wurden mit Uncertainties [4] berechnet.

Die Gitterkonstante des LiF-Kristalls lautet [1]

$$d_{LiF} = 201,4 \text{ pm.} \quad (5)$$

4.1 Emissionsspektrum Kupfer

Die Messwerte für das Emissionsspektrum von Kupfer sind in der nachfolgenden Tabelle aufgetragen.

Tabelle 1: Messwerte für das Emissionsspektrum von Kupfer

Winkel $\theta / ^\circ$	Zählrate $N / Imp/s$	$\theta / ^\circ$	$N / Imp/s$	$\theta / ^\circ$	$N / Imp/s$
8,0	323	13,7	296	19,4	150
8,1	316	13,8	286	19,5	148
8,2	326	13,9	285	19,6	149
8,3	340	14,0	274	19,7	143
8,4	335	14,1	264	19,8	153
8,5	343	14,2	266	19,9	182
8,6	350	14,3	270	20,0	291
8,7	350	14,4	255	20,1	1127
8,8	366	14,5	255	20,2	1599
8,9	357	14,6	260	20,3	1533
9,0	371	14,7	251	20,4	1430
9,1	371	14,8	250	20,5	1267
9,2	372	14,9	248	20,6	425
9,3	364	15,0	253	20,7	241
9,4	381	15,1	257	20,8	225
9,5	379	15,2	248	20,9	192
9,6	393	15,3	242	21,0	188
9,7	375	15,4	249	21,1	172
9,8	391	15,5	246	21,2	168
9,9	395	15,6	252	21,3	169
10,0	402	15,7	236	21,4	166
10,1	405	15,8	234	21,5	170
10,2	390	15,9	231	21,6	174
10,3	398	16,0	215	21,7	164
10,4	400	16,1	217	21,8	180
10,5	418	16,2	227	21,9	179
10,6	401	16,3	214	22,0	191
10,7	410	16,4	217	22,1	232
10,8	408	16,5	210	22,2	300
10,9	409	16,6	211	22,3	536
11,0	414	16,7	206	22,4	4128
11,1	420	16,8	205	22,5	5050
11,2	417	16,9	198	22,6	4750
11,3	417	17,0	203	22,7	4571
11,4	409	17,1	199	22,8	4097
11,5	406	17,2	198	22,9	901
11,6	404	17,3	191	23,0	244
11,7	405	17,4	192	23,1	179
11,8	400	17,5	184	23,2	151
11,9	383	17,6	191	23,3	145

12,0	389	17,7	188	23,4	130
12,1	382	17,8	181	23,5	121
12,2	372	17,9	185	23,6	126
12,3	376	18,0	184	23,7	117
12,4	385	18,1	179	23,8	112
12,5	384	18,2	180	23,9	110
12,6	382	18,3	166	24,0	105
12,7	373	18,4	173	24,1	106
12,8	376	18,5	167	24,2	107
12,9	373	18,6	169	24,3	95
13,0	375	18,7	160	24,4	94
13,1	366	18,8	159	24,5	100
13,2	354	18,9	157	24,6	91
13,3	341	19,0	149	24,7	85
13,4	326	19,1	153	24,8	88
13,5	318	19,2	150	24,9	83
13,6	305	19,3	147	25,0	85

Die Graphik für die Messwerte aus der Tabelle 1 ergibt den Plot:

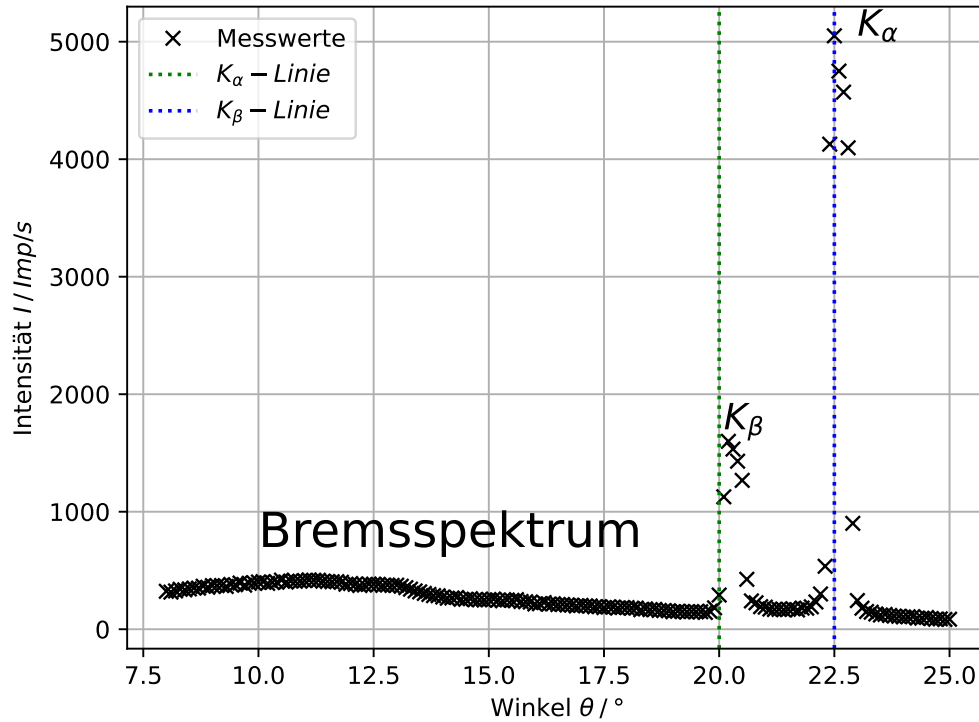


Abbildung 3: Emissionsspektrum von Kupfer [2]

Aus der Graphik lassen sich die Werte für die K_α - und K_β -Linie ablesen. K_α liegt bei ca. $22,5^\circ \pm 0,1^\circ$ und K_β bei ca. $20,1^\circ \pm 0,1^\circ$. Daraus lässt sich mit Gleichung (4) für $n = 1$ die Wellenlänge berechnen:

$$\lambda_\alpha = (1,540 \pm 0,006) \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad (6)$$

$$\lambda_\beta = (1,380 \pm 0,007) \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad (7)$$

Damit kann die Energie mithilfe der Gleichung (1) der Linien bestimmt werden:

$$E_\alpha = \hbar\omega_\alpha = \frac{hc}{\lambda_\alpha} = (8043 \pm 34) \text{ eV} \quad (8a)$$

$$E_\beta = (8,96 \pm 0,04) \cdot 10^3 \text{ eV} \quad (8b)$$

Für die Konstanten h und c werden die Werte von dem Programm Scipy [3] verwendet.

4.2 Transmission bei Aluminium

Die Messwerte für das λT -Diagramm lauten:

Winkel θ / °	Zählrate R_{Al} / Imp/s	Zählrate R_{ohne} / Imp/s
7,0	113,5	226,0
7,1	112,0	232,0
7,2	112,0	240,5
7,3	113,5	248,0
7,4	115,0	255,0
7,5	113,5	262,0
7,6	113,0	269,0
7,7	114,5	276,0
7,8	114,0	281,0
7,9	112,0	289,5
8,0	109,5	295,0
8,1	109,0	300,0
8,2	108,0	308,5
8,3	106,0	311,0
8,4	104,5	317,0
8,5	101,5	324,0
8,6	100,0	328,5
8,7	100,5	332,5
8,8	97,5	337,0
8,9	95,0	340,5
9,0	92,5	348,0
9,1	89,5	350,0
9,2	88,0	353,0
9,3	84,5	356,5
9,4	83,0	359,0
9,5	81,0	363,5
9,6	78,5	367,0
9,7	76,0	369,0
9,8	74,0	370,5
9,9	72,0	375,0
10,0	68,5	375,5

Tabelle 2: Messwerte für das Transmissionsspektrum von Aluminium

Für den Graphen werden die Wellenlängen mit den Winkeln aus Tabelle 2 mit Gleichung (4) und $n = 1$ berechnet. Für die Berechnung Transmissionwerte wird Gleichung (3) verwendet. Für die Bestimmung der Intensität muss noch eine Totzeitkorrektur mit einer Totzeit von $\tau = 60 \mu\text{s}$ durchgeführt werden:

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N}. \quad (9)$$

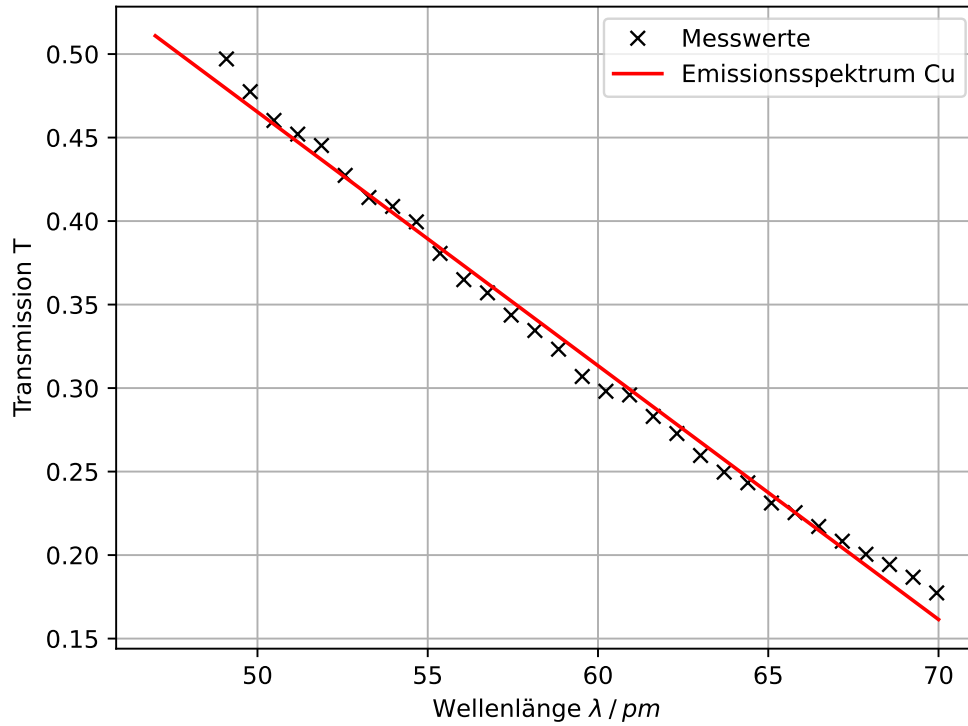


Abbildung 4: Transmission von Aluminium [2]

Die Fitparameter der Geraden

$$T = a\lambda + b \quad (10)$$

sind mit SciPy [3] berechnet worden und betragen

$$a = (-1,52 \pm 0,02) \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1} \quad \text{und} \quad (11)$$

$$b = 1,23 \pm 0,01 . \quad (12)$$

Die drei gemessenen Intensitäten I_0, I_1 und I_2 für die Bestimmung der Comptonwellenlänge haben die Werte

$$I_0 = 2731 \pm 50 \text{ Impulse}, \quad (13a)$$

$$I_1 = 1180 \pm 34 \text{ Impulse und} \quad (13b)$$

$$I_2 = 1024 \pm 32 \text{ Impulse.} \quad (13c)$$

Damit wird die Transmission von Aluminium mit Gl. (5) berechnet:

$$T_1 = 0,432 \pm 0,015 \quad (14a)$$

$$T_2 = 0,375 \pm 0,014 \quad (14b)$$

Durch Umstellen der Gl. (12) wird mit den Transmissionskoeffizienten die Wellenlängen λ_1 und λ_2 berechnet

$$\lambda = \frac{T - b}{a} \quad (15a)$$

$$\lambda_1 = (52,2 \pm 1,6) \text{ pm} \quad (15b)$$

$$\lambda_2 = (55,9 \pm 1,6) \text{ pm.} \quad (15c)$$

Daraus lässt sich die Comptonwellenlänge nach Formel (2) mit $\theta = 90^\circ$ bestimmen:

$$\lambda_c = \lambda_2 - \lambda_1 = (3,8 \pm 1,1) \text{ pm} \quad (16)$$

5 Diskussion

In der nachfolgenden Tabelle sind die für die Diskussion benötigten Werte, ihre Literaturwerte und die dazugehörigen relativen Fehler zusammengefasst.

	Messwert	Literaturwert	relativer Fehler
K_α	$(8043 \pm 34) \text{ eV}$	8048 eV [6]	$6,21 \cdot 10^{-2}\%$
K_β	$(8,96 \pm 0,04) \cdot 10^3 \text{ eV}$	8905 eV [6]	0,61%
λ_c	$(3,8 \pm 1,1) \text{ pm}$	2,432 63 pm [5]	54,97%

Tabelle 3: gemessene Werte, Literaturwerte und relativer Fehler

Das Kupferspektrum in Abbildung 3 gibt das zu erwartende Spektrum gut wieder. Das Bremsspektrum ist kontinuierlich und die Intensität nimmt mit steigender Wellenlänge ab. Neben dem Bremsspektrum sind klar die beiden Peaks zu erkennen, welche die K_α - und die K_β -Linie definieren. Im Vergleich zu den Literaturwerten in der Tabelle 3 sind die Werte nah am gesuchten Wert, was sich in den geringen relativen Fehlern zeigt. Auffällig an dem Graph ist, dass die K_α -Linie wesentlich häufiger gemessen wurde als die K_β -Linie. Das kommt vermutlich daher, dass K_α ein geringeres Energieniveau besitzt als K_β und dementsprechend die Elektronen häufiger diesen Schalenübergang ionisieren.

Für die Transmission des Aluminium-Absorbers zeigt die Abbildung 4 einen linearen Zusammenhang zwischen Transmission und Wellenlänge, was die geringen Messungenauigkeiten der Koeffizienten (11) und (12) bestätigen. Bei der Berechnung der Compton-Wellenlänge wird keine Totzeitkorrektur angewandt, da durch die Totzeit von $\tau = 60 \mu\text{s}$ für kleine N in Gleichung (9) der Nenner ≈ 1 ist und dann $I = N$ entspricht. Die Comptonwellenlänge hat mit 54,97% einen relativ großen Fehler. Dieser Fehler kann zum Teil durch Verunreinigungen im Plexiglasstreuer entstehen, wodurch auch andere Wellenlängen gemessen werden, die nicht mit gemessen werden sollten. Zudem ist das Vakuum eventuell nicht perfekt, wodurch manche Elektronen mit übrig gebliebenen Teilchen wechselwirken und Strahlung erzeugen. Zudem befindet sich im Bereich des Plexiglasstreuer kein Vakuum, wodurch dort auch Teilchen in der Luft ionisiert werden könnten. Außerdem wurde die Gerade in Abbildung 4 nur im Bereich 7° bis 10° erstellt.

Die Messung der Wellenlängen wurde allerdings bei 45° gemacht, wo es möglich wäre, dass die Gerade für diesen Bereich nicht die optimale Näherung darstelle. Nichtsdestotrotz kann anhand der Comptonwellenlänge erkannt werden, warum spezifisch Röntgenstrahlung zur Untersuchung verwendet wurde. Die maximale Wellenlängenänderung liegt bei 180° wodurch

$$\Delta\lambda = 2 \cdot \lambda_c \approx 5 \text{ pm (nach dem Literaturwert)} \quad (17)$$

ist. Die maximale Wellenlängenänderung liegt im Bereich Picometer, wodurch sie zum Beispiel im sichtbaren Bereich von Nanometer kaum einen Unterschied machen würde.

Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.603 Compton-Effekt. 2020.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Wolfgang Nolting. Grundlagen der Quantenmechanik (Dirac-Formalismus). Springer, 2013.
- [6] Peter Schaaf und Jörn Große-Knetter. Röntgenstrahlung. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4385>. [Online; besucht am 2. Mai 2020]. 2020.