V70

Vakuumphysik

David Rolf david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 31.10.2018 Abgabe: 06.11.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung					
2	The	orie		3		
	2.1	Besch	reibung der Energieniveaus in Rubidium	3		
		2.1.1	Elektronenspin und Feinstruktur	4		
		2.1.2	Kernspin und Hyperfeinstruktur	4		
		2.1.3	Der Zeeman-Effekt	4		
		2.1.4	Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts	5		
	2.2	Optiso	ches Pumpen			
		2.2.1	Prinzip des optischen Pumpens	5		
		2.2.2	Einfluss eines hochfrequenten magnetischen Feldes			
		2.2.3	Transiente Effekte			
	2.3	Helmh	noltzspule			
3	Aufl	bau		7		
4	Dur	chführu	ıng	8		
5	Aus	wertung	g	9		
	5.1	Bestin	nmung des vertikalen Erdmagnetfelds	9		
	5.2	Bestin	nmung des horizontalen Erdmagnetfelds und der Kernspins	9		
	5.3	Bestin	nmung des Isotopenverhältnisses	12		
	5.4	Absch	ätzung des quadratischen Zeeman-Effekts	13		
	5.5	Unters	suchung der ansteigenden Flanken der Resonanzen	13		
	5.6	Bestin	nmung des Verhältnisses der Landé-Faktoren	15		
6	Disk	cussion		16		
l i	terati	ır		18		

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll das Prinzip des optischen Pumpens kennengelernt werden. Dazu werden unter Anderem die Zeeman-Aufspaltung, der Kernspin und die Landé Faktoren der Rubidium- Isotope Rb^{85} und Rb^{87} untersucht.

2 Theorie

2.1 Beschreibung der Energieniveaus in Rubidium

Bei Rubidium handelt es sich um ein Alkalimetall, das nur über ein ungepaartes Elektron in der fünften Schale verfügt, sodass nur dieses zu den Quantenzahlen der Elektronenhülle beiträgt. Ohne Betrachtung von Korrekturen befindet es sich als Spin-1/2-Teilchen in dem Zustand mit $n=5,\,L=0$ und $M_L=0$. Dabei ist n die Hauptquantenzahl, L die Drehimpulsquantenzahl und M_L die zu ihr gehörige magnetische Quantenzahl. Die Zustände sind entartet. Diese Entartung kann durch die Feinstruktur, die Hyperfein-

Die Zustände sind entartet. Diese Entartung kann durch die Feinstruktur, die Hyperfeinstruktur und den Zeeman-Effekt aufgehoben werden (vergleiche Abbildung 1).

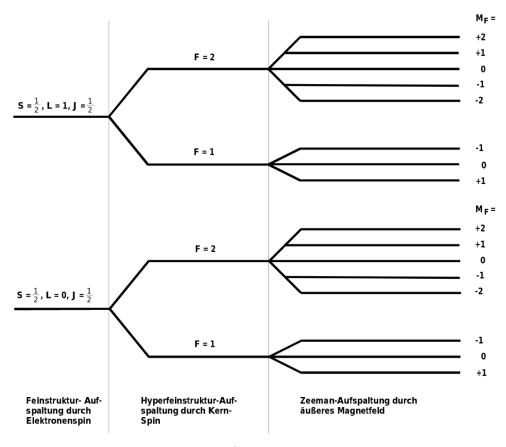


Abbildung 1: Energieniveaus in ⁸⁷Rb mit I = 3/2 (nicht maßstäblich) [4].

2.1.1 Elektronenspin und Feinstruktur

Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} einer Elektronenhülle eines Atoms setzt sich aus Bahndrehimpuls \vec{L} und Spin \vec{S} wie folgt zusammen:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$
.

Dies kommt durch die Spin-Bahn-Kopplung des Elektronenspins zustande. Die Quantenzahlen J und M_J definieren nun statt L und M_L einen gegebenen Zustand, wobei J von |L-S| bis |L+S| reicht. Zustände mit verschiedenem J sind in dieser Feinstruktur nicht mehr energetisch entartet, während Zustände mit gleichem J und verschiedenem M_J ohne äußeres Magnetfeld energetisch entartet bleiben.

2.1.2 Kernspin und Hyperfeinstruktur

Die Niveaus werden in eine weitere Hyperfeinstruktur aufgespalten, wenn die Spin-Spin-Kopplung des Kernspins an den Gesamtdrehimpuls der Elektronenhüllen berücksichtigt wird. Es ergibt sich für den Gesamtdrehimpuls \vec{F} des Atoms:

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}.$$

Zu diesem gehört die Quantenzahl F, die Werte von |J-I| bis |J+I| annimmt, mit der magnetischen Quantenzahl M_F .

2.1.3 Der Zeeman-Effekt

Die Aufhebung der Entartung dieser Zustände durch ein Magnetfeld geschieht durch den sogenannten Zeeman-Effekt. Dieser spaltet einen F-Zustand wiederum in 2F+1-Zustände auf. Die Energiedifferenz zweier benachbarter Zeeman-Niveaus beträgt

$$\Delta E_Z = g_F \mu_B B \tag{1}$$

und ist somit proportional zur magnetischen Flussdichte B. Der Faktor $\mu_{\rm B} = \frac{e\hbar}{2m_e}$ ist das Bohrsche Magneton.

Der Landé-Faktor des Gesamtdrehimpulses des Atoms g_F ergibt sich aus Kopplungsdiagrammen der beteiligten Drehimpulse näherungsweise zu

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}, \qquad (2)$$

wobei der Landé-Faktor des Gesamtdrehimpulses des Elektrons g_J gegeben ist durch:

$$g_J = \frac{3,0023J(J+1) + 1,0023(S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}$$
(3)

2.1.4 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts

Im Falle großer Magnetfelder entstehen aufgrund der Wechselwirkungen des Spins mit dem Bahndrehimpuls und der Wechselwirkung der magnetischen Momente weitere Effekte, welche bei der Zeemann-Aufspaltung berücksichtigt werden müssen. In niedrigster Ordnung Störungstheorie ist dies dann der quadratische Zeeman-Effekt. Es ergibt sich für die Zeemann-Aufspaltung als Erweiterung von Formel (1):

$$\Delta E_Z = g_F \mu_{\rm B} B + g_F^2 \mu_{\rm B}^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\rm Hy}},\tag{4}$$

wobei $E_{\rm Hy}$ die Hyperfeinstrukturaufspaltung zwischen den Niveaus zwischen F und F+1 bezeichnet.

2.2 Optisches Pumpen

2.2.1 Prinzip des optischen Pumpens

Beim optischen Pumpen werden die Niveaus entegegen der thermischen Verteilung besetzt. Für das optische Pumpen an Rubidium ist die Aufspaltung der Hyperfeinstrukturniveaus durch den Zeeman-Effekt nötig. Die Besetzung folgt dann näherungsweise einer thermischen Boltzmann-Verteilung, sodass die Elektronen größtenteils im Grundzustand mit niedrigstem m_F angereichert sind.

In diesem Versuch wird rechtszirkular polarisiertes Licht der Frequenz des D_1 -Übergangs eingestrahlt. Übergänge, die durch Absorption dieser Photonen entstehen (stimulierte Emission) gehorchen der Auswahlregel $\Delta M_F=+1$, während die spontane Emission keine bestimmten Übergänge bevorzugt. Dadurch werden die unteren Niveaus entleert und der S-Zustand mit F=2, $M_F=2$ angereichert. Es wird eine Besetzungsinversion herbeigeführt. Eine schematische Darstellung der Übergänge findet sich in Abbildung 2.

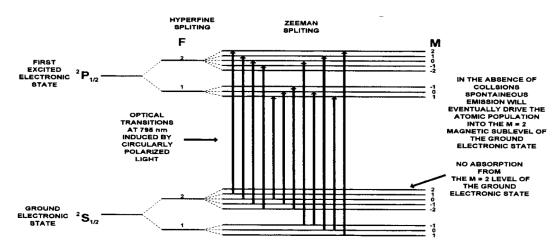


Abbildung 2: Pumpschema für ⁸⁷Rb (I=3/2) zur Herstellung einer Besetzungsinversion [2].

Ein geeignetes Maß für die Besetzungsinversion stellt die Transparenz der Dampfzelle gegenüber dem einstrahlenden D_1 -Licht dar. Diese wird mit einer ansteigenden Exponentialfunktion parametrisiert, welche sich bei vollständiger Inversion sättigt.

2.2.2 Einfluss eines hochfrequenten magnetischen Feldes

Optischen Pumpen wird oft als spektroskopisches Verfahren eingesetzt, um die aufgespaltenen Energieniveaus mit hoher Genauigkeit zu vermessen. Dieses Messverfahren bedient sich eines zweiten, hochfrequenten EM-Feldes (RF-Feld), welches stimulierte Emission aus dem angereicherten Niveau heraus anregt. Für die dafür benötigte Flussdichte B_m gilt die Beziehung

$$hf = g_F \mu_B B_m \Delta M_F \implies B_m = \frac{4\pi m_e}{eg_F} f$$
 (5)

Da mit der stimulierten Emission eine Entleerung des zuvor angereicherten Niveaus verbunden wird, ist das Erreichen der Feldstärke B_m mit einer deutlichen Abnahme der Transparenz des Gases verbunden. Um 0 herum sinkt die Transparenz ebenfalls deutlich ab, da es ohne Äußeres Magnetfeld nicht zu einer Zeeman-Aufspaltung kommen kann (vergleiche Abbildung 3).

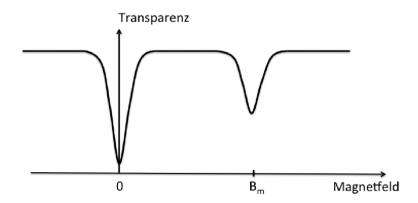


Abbildung 3: Transparenz der Dampfzelle in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfelds [3].

2.2.3 Transiente Effekte

Beim schnellen Ein- und Ausschalten des RF-Feldes zeigt sich, dass der Spin \vec{F} im rotierenden Koordinatensystem um die Achse des RF-Feldes präzediert, wenn das statische Magnetfeld resonant eingestellt ist. Die Lamor-Frequenz beträgt dabei $\gamma B_{\rm RF}$ mit dem gyromagnetischen Verhältnis

$$\gamma = g_F \frac{\mu_{\rm B}}{\hbar},$$

sodass die Periodendauer der sogenannten Rabi-Oszillation

$$T = \frac{1}{(\gamma B_{\rm RF})}$$

amplitudenabhängig ist. Es gilt:

$$\frac{T_{87}}{T_{85}} = \frac{\gamma_{85}}{\gamma_{87}} \tag{6}$$

2.3 Helmholtzspule

Helmholtzspulen erzeugen in ihrem inneren ein nahezu homogenes Magnetfeld B. Dieses wird berechnet über:

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{IN}{R},\tag{7}$$

mit der magnetischen Feldkonstanten mu_0 , der Windungszahl N und dem Radius R der Spule, sowie dem angelegten Strom I.

3 Aufbau

Der Aufbau des Versuchs ist in Abbildung 4 dargestellt. Das Licht einer Rubidium-Spektrallampe wird durch einer Sammellinse kollimiert und ein Interferenzfilter lässt nur die gewünschte D_1 -Linie durch. Das Licht wird zunächst linear und anschließend durch ein $\lambda/4$ -Plättchen zirkulär polarisiert.

Das rechtszirkular polarisierte Licht trifft auf die Dampfzelle, welche mit einem Gasgemisch aus Rubidium und Neon gefüllt ist. Das Neon dient als Puffergas. Durch das bestrahlen der Dampfzelle wird eine Besetzungsinversion hergestellt.

Hinter der Dampfzelle wird das Licht durch eine weitere Linse auf eine Photozelle fokussiert. Anhand der Intensität kann die Transparenz der Probe gemessen werden. Das Signal wird auf den Y-Eingang des Oszilloskops gegeben.

Um den Versuchsaufbau sind drei Helmholtzspulen angebracht. Eine vertikale, zur Kompensation des vertikalen Erdmagnetfelds und zwei horizontale. Die erste horizontale Spule erzeugt ein statisches Horizontalfeld, während die zweite horizontale Sweep-Spule ein dynamisches Sägezahnsignal liefert.

Zusätzlich wird ein RF-Feld angelegt, welches mit einem externen Funktionsgenerator angesteuert wird. Der Versuchsaufbau wird zunächst annähernd nach Norden ausgerichtet.

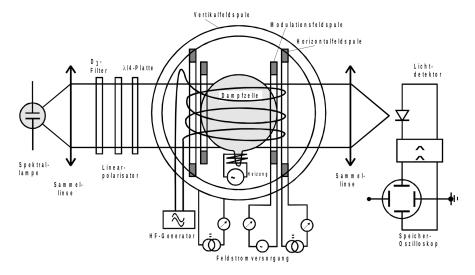


Abbildung 4: Versuchsaufbau [3].

4 Durchführung

Zu Beginn wird die Intensität des Lichtstrahles durch justieren der Elemente im Strahlengang maximiert. Anschließend wird der Versuchsaufbau mit einer schwarzen Decke abgedeckt, um die Photozelle vor externen Lichtquellen und Streulicht zu schützen. Es wird der Aufbau möglichst genau am Erdmagnetfeld ausgerichtet und das vertikale Erdmagnetfeld wird kompensiert. Dazu wird das Signal des Sweep-Feldes auf den X-Eingang des Oszilloskops gelegt, sodass die Intensität in Abhängigkeit dieses Feldes auf dem Schirm erscheint. Zu Beginn ist bei der Nullstelle eine breite Resonanz zu erkennen, welche durch abwechselndes justieren von dem Vertikalfeld und der Ausrichtung des Versuchsaufbaus minimiert wird. Anhand des an der vertikalen Spule angelegten Stromes wird das vertikale Erdmagnetfeld bestimmt.

Es werden die Resonanzen der Rb-Isotope in Abhängigkeit von der Frequenz des RF-Feldes untersucht. Das RF-Feld wird mit einem 4 V Sinus-Signal betrieben. Die Frequenz wird zwischen 100 kHz und 1000 kHz variiert. Es werden das horizontale Erdmagnetfeld, die Landé-Faktoren und die Kernspins bestimmt. Es wird ein Signalbild bei 100 kHz aufgenommen und aus der Tiefe der Resonanzen das Verhältnis der Rb-Isotope in der Probe bestimmt.

Es wird eine weitere Rechteckspannung mit $5\,\mathrm{Hz}$ und $4\,\mathrm{V}$ als modulation des RF-Feldes hizugefügt. Das Oszilloskop wird auf YT-Betrieb umgestellt. Die Ansteigende Flanke der Transparenzkurven wird für beide Isotope gespeichert und untersucht.

Zuletzt wird die Amplitude der RF-Spannung von $2\,\mathrm{V}$ bis $10\,\mathrm{V}$ variiert und die Periodendauer der Rabi-Oszillationen wird in Abhängigkeit der Amplitude vermessen. Aus den Messwerten wird das Verhältnis der Landé-Faktoren bestimmt.

5 Auswertung

Die Graphen werden sowohl mit Matplotlib [5] als auch NumPy [9] erstellt. Die Fehler-rechnung wird mithilfe von Uncertainties [8] durchgeführt. Für Konstanten wird SciPy [7] verwendet.

5.1 Bestimmung des vertikalen Erdmagnetfelds

Das vertikale Magnetfeld wird durch ein vertikales Helmholtzspulenpaar kompensiert. Es kann also bei einem angelegten Strom von 229 mA und Formel (7) bestimmt werden zu:

$$B_{\rm Erde,v} \approx 35.1 \, \mu {
m T}$$

Die die Helmholtzspule besitzt dabei den Radius $R=11{,}735\,\mathrm{cm}$ und eine Windungszahl von N=20 [3].

5.2 Bestimmung des horizontalen Erdmagnetfelds und der Kernspins

Es wird in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz ν das benötigte horizontale B-Feld für die Resonanzen der beiden Rb-Isotope vermessen. Das gesamte B-Feld setzt sich zusammen aus dem der Sweep- und der Horizontalfeld-Spule. Die gemessenen Werte, sowie die nach Formel 7 berechneten Werte der B-Felder sind in Tabelle 1 eingetragen. Hier sind die Werte für die Sweep-Spule gegeben als $R=16,39\,\mathrm{cm}$ und N=11, sowie für die Horizontalfeld-Spule $R=15,79\,\mathrm{cm}$ und N=154 [3]. Es wird das gesamte horizontale B-Feld $B_{\mathrm{Ges},i}$ der beiden Rb-Isotope gegen ν aufgetragen und eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$B_{\text{Ges,i}}(\nu) = a_i \nu + b_i$$

durchgeführt (vergleiche Abbildung 5). Es ergeben sich die Parameter:

$$\begin{split} a_1 &= (1{,}475 \pm 0{,}017) \cdot 10^{-10} \, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{Hz}} \\ a_2 &= (2{,}185 \pm 0{,}012) \cdot 10^{-10} \, \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{Hz}} \\ b_1 &= (14{,}3 \pm 1{,}1) \, \mathrm{\mu T} \\ b_2 &= (15{,}3 \pm 0{,}8) \, \mathrm{\mu T}. \end{split}$$

Der Parameter b entspricht hier dem horizontalen Erdmagnetfeld. Gemittelt ergibt sich so:

$$B_{\rm Erde,h} = (14.8 \pm 0.5) \, \mu {\rm T}.$$

Der Fehler ist hier der Fehler auf den Mittelwert. Die Landé-Faktoren sind mit dem Parameter a mithilfe von Gleichung (5) verknüpft über

$$g_{F,i} = \frac{4\pi m_e}{ea_i}.$$

Damit ergeben sich die Werte

$$\begin{split} g_{F,1} &= 0.484 \pm 0.006 \\ g_{F,2} &= 0.327 \pm 0.018. \end{split}$$

Der Kernspin wird mit Formel (2) berechnet. Dabei ist $L=0,\,S=0,5,\,J=0,5$ und g_J ergibt sich mit Formel (3) zu $g_J=2,0023$. Somit ergeben sich die Werte:

$$\begin{split} I_{\rm A} &= 1{,}567 \pm 0{,}024 \\ I_{\rm B} &= 2{,}561 \pm 0{,}017 \end{split}$$

Die Fehler stammen aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

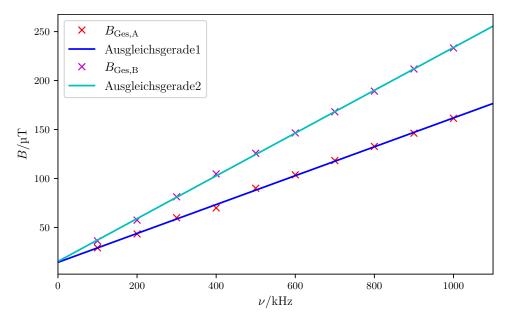


Abbildung 5: Das gesamte horizontale B-Feld $B_{\mathrm{Ges},i}$ aufgetragen gegen die Modulationsfrequenz ν für die beiden Rb-Isotope A und B.

 $\begin{tabelle} \textbf{Tabelle 1:} Messwerte der Ströme I der Sweep(S)-Spule und Horizontalfeld(H)-Spule, sowie die daraus berechneten Magnetfelder B für die beiden Rb-Isotope A und B. \end{tabelle}$

ν/kHz	$I_{\mathrm{S,A}}/\mathrm{mA}$	$I_{\mathrm{H,A}}/\mathrm{mA}$	$B_{\mathrm{S,A}}/\mu\mathrm{T}$	$B_{ m H,A}/\mu { m T}$	$B_{\mathrm{Ges,A}}/\mu\mathrm{T}$
100	483	0	29,15	0,00	$29,\!15$
200	718	0	43,33	0,00	43,33
300	382	42	23,05	$36,\!83$	59,89
400	112	72	6,76	$63,\!14$	69,90
500	271	84	$16,\!35$	$73,\!67$	90,02
600	237	102	$14,\!30$	89,45	103,75
700	129	126	7,78	$110,\!50$	118,28
800	368	126	$22,\!21$	$110,\!50$	132,71
900	69	162	$4,\!16$	$142,\!07$	$146,\!23$
1000	582	144	$35,\!12$	$126,\!28$	$161,\!41$
			-		
ν/kHz	$I_{ m S,B}/{ m mA}$	$I_{ m H,B}/{ m mA}$	$B_{ m S,B}/\mu{ m T}$	$B_{ m H,B}/\mu{ m T}$	$B_{\mathrm{Ges,B}}/\mu\mathrm{T}$
$\frac{\nu/kHz}{100}$	$I_{ m S,B}/{ m mA}$	$I_{ m H,B}/{ m mA}$	$B_{\rm S,B}/\mu{ m T}$ 36,27	$B_{ m H,B}/\mu{ m T}$ 0,00	$B_{\rm Ges,B}/\mu{ m T}$ 36,27
	·			·	
100	601	0	36,27	0,00	36,27
100 200	601 952	0 0	36,27 57,45	0,00 0,00	36,27 57,45
100 200 300	601 952 736	0 0 42	36,27 57,45 44,42	0,00 0,00 36,83	36,27 57,45 81,25
100 200 300 400	601 952 736 688	0 0 42 72	36,27 57,45 44,42 41,52	0,00 0,00 36,83 63,14	36,27 57,45 81,25 104,66
100 200 300 400 500	601 952 736 688 863	0 0 42 72 84	36,27 57,45 44,42 41,52 52,08	0,00 0,00 36,83 63,14 73,67	36,27 57,45 81,25 104,66 125,75
100 200 300 400 500 600	601 952 736 688 863 945	0 0 42 72 84 102	36,27 57,45 44,42 41,52 52,08 57,03	0,00 0,00 36,83 63,14 73,67 89,45	36,27 57,45 81,25 104,66 125,75 146,48
100 200 300 400 500 600 700	601 952 736 688 863 945 955	0 0 42 72 84 102 126	36,27 57,45 44,42 41,52 52,08 57,03 57,63	0,00 0,00 36,83 63,14 73,67 89,45 110,50	36,27 57,45 81,25 104,66 125,75 146,48 168,13

5.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

Das Isotopenverhältnis ξ wird aus dem Verhältnis der Tiefe der Resonanzen der Rb-Isotope bestimmt, da diese Proportional zur Menge der Isotope in der Probe ist. In Abbildung 6 ist ein typischer Verlauf der Transparenzkurve der Probe bei $\nu=100\,\mathrm{kHz}$ dargestellt. Das Verhältnis der Resonanztiefen ist gegeben als:

$$\xi_{\rm exp} = \frac{43 \text{ px}}{19 \text{ px}} \approx 2,263.$$

Das in der Natur vorkommende Verhältnis ergibt sich zu:

$$\xi_{\rm theo} = {{
m Anteil}^{85}{
m Rb} \over {
m Anteil}^{87}{
m Rb}} = {{72,17\,\%} \over {27,83\,\%}} pprox 2,593.$$

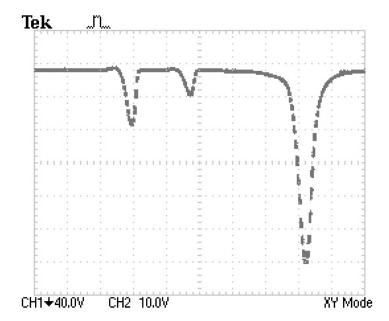


Abbildung 6: Transparenz der Probe in Abhängigkeit des Magnetfeldes bei $\nu=100\,\mathrm{kHz}.$ Das B-Feld ist nach links ansteigend.

5.4 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts

Die Energieaufspaltung durch den quadratischen Zeeman-Effekt kann durch Formel (4) dargestellt werden. Die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Isotope ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb des Grundzustandes beträgt [3]:

$$\Delta E_{85} = 2{,}01 \cdot 10^{-24} \,\mathrm{J},$$

$$\Delta E_{87} = 4{,}53 \cdot 10^{-24} \,\mathrm{J}.$$

Es wird für die Abschätzung das Magnetfeld bei $\nu=1000\,\mathrm{kHz}$ verwendet und $M_F=1$ gesetzt. Einsetzen der $g_{F,i}$ und $B_{\mathrm{Ges},i}$ in die Gleichung liefert für den gesamten Zeeman-Effekt:

$$\begin{split} \Delta E_{\mathrm{Ges,85}} &= (7.25 \pm 0.09) \cdot 10^{-28} \, \mathrm{J} \\ \Delta E_{\mathrm{Ges,87}} &= (7.07 \pm 0.04) \cdot 10^{-28} \, \mathrm{J}, \end{split}$$

wobei der quadratische Term einen Beitrag von

$$\begin{split} \Delta E_{\rm quadratisch,85} &= (-1{,}161 \pm 0{,}027) \cdot 10^{-31} \, {\rm J} \\ \Delta E_{\rm quadratisch,87} &= (-2{,}491 \pm 0{,}028) \cdot 10^{-31} \, {\rm J} \end{split}$$

liefert. Die Fehler stammen aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

5.5 Untersuchung der ansteigenden Flanken der Resonanzen

Es wird die ansteigende Flanke der Resonanzen in Abhängigkeit der Zeit t untersucht. Dazu wird eine Ausgleichsrechnung der Form

$$f(t) = 1 - \exp(-a(t-b))$$

durchgeführt. Es werden die vom Oszilloskop gespeicherten Daten verwendet. Diese werden auf den Sättigungsbereich normiert. Es ergeben sich für die Resonanzen der Isotope die Parameter:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0.1201 \pm 0.0004) \, \frac{1}{\text{ms}} \\ b_1 &= (-0.535 \pm 0.018) \, \text{ms} \\ a_2 &= (0.1531 \pm 0.0010) \, \frac{1}{\text{ms}} \\ b_2 &= (-0.35 \pm 0.04) \, \text{ms} \end{aligned}$$

Die Messwerte und die Ausgleichskurven sind in den Abbildungen 7 und 8 dargestellt.

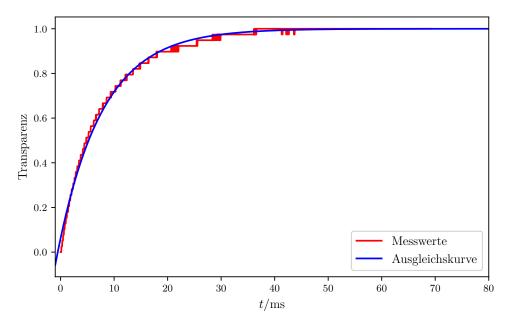


Abbildung 7: Transparenz der Probe in Abhängigkeit der Zeit t für die erste Resonanz.

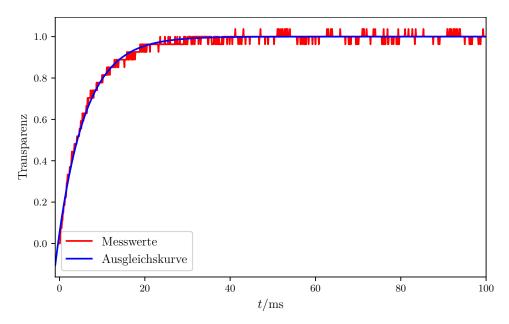


Abbildung 8: Transparenz der Probe in Abhängigkeit der Zeit t für die zweite Resonanz.

5.6 Bestimmung des Verhältnisses der Landé-Faktoren

Es wird die Periodendauer T der Rabi-Oszillationen in Abhängigkeit von der RF-Amplitude U für beide Resonanzen untersucht. Die Messwerte sind in Tabelle 2 eingetragen und in Abbildung 9 grafisch dargestellt. Es werden Ausgleichsrechnungen der Form:

$$T(U)_i = a_i + b_i/(U - c_i)$$

durchgeführt. Es ergeben sich die Parameter:

$$\begin{split} a_1 &= (-0.13 \pm 0.04) \, \mathrm{ms} \\ b_1 &= (9.1 \pm 0.4) \, \mathrm{ms} \, \mathrm{V} \\ c_1 &= (-0.51 \pm 0.09) \, \mathrm{V} \\ a_2 &= (-0.14 \pm 0.08) \, \mathrm{ms} \\ b_2 &= (7.0 \pm 0.8) \, \mathrm{ms} \, \mathrm{V} \\ c_2 &= (-0.66 \pm 0.25) \, \mathrm{V}. \end{split}$$

Das Verhältnis η von den b_i entspricht dem Verhältnis der Landé-Faktoren $g_{{\rm F},i}$ (vergleiche Formel (6)) und ergibt sich zu:

$$\eta = \frac{b_1}{b_2} = 1.30 \pm 0.16.$$

Der Fehler stammt aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

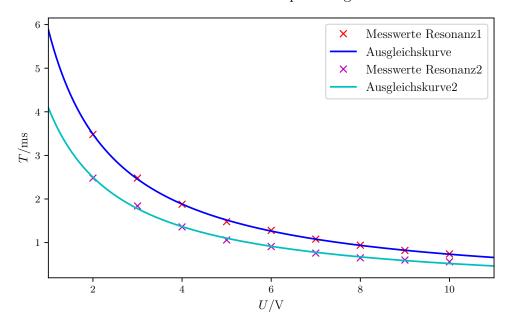


Abbildung 9: Periodendauer T der Rabi-Oszillationen in Abhängigkeit von der RF-Amplitude U für die beiden Rb-Isotope.

Tabelle 2: Messwerte der RF-Amplitude U, sowie den Periodendauer T der Rabi-Oszillationen für die beiden Rb-Isotope.

U/V	T_1/ms	T_2/ms
2	3,48	2,48
3	2,48	1,84
4	1,88	$1,\!36$
5	1,48	1,06
6	1,28	0,91
7	1,08	0,76
8	0,94	$0,\!65$
9	0,82	0,60
10	0,74	$0,\!56$

6 Diskussion

Tabelle 3: Die bestimmten Messgrößen, sowie ihre Abweichungen von den Theoriewerten [1, 6, 3].

Größe	Experiment	Theorie	Fehler
$B_{ m Erde,v}$	$35,1\mu\mathrm{T}$	$44\mu T$	$-20,\!2\%$
$B_{ m Erde,h}$	$(14.8\pm0.5)\mu\mathrm{T}$	$20\mu T$	-26%
$I_{ m A}$	$1,\!567 \pm 0,\!024$	1,5	$4{,}5\%$
$I_{ m B}$	$2,\!561 \pm 0,\!017$	2,5	$^{2,4\%}$
ξ	2,263	$2,\!593$	$-12{,}7\%$
η	$1,\!30 \pm 0,\!16$	1,5	$-13{,}3\%$

Die bestimmten Messgrößen, sowie ihre Abweichungen von den Theoriewerten stehen in Tabelle 3. Die Erdmagnetfelder $B_{\rm Erde,v}=35.1\,\mu{\rm T}$ und $B_{\rm Erde,h}=(14.8\pm0.5)\,\mu{\rm T}$ liegen mit Abweichungen von $-20.2\,\%$ und $-26\,\%$ nur in der richtigen Größenordnung. Dabei sind die statistischen Fehler auf die Parameter der Ausgleichsrechnungen gering. Die Abweichung der Werte von der Theorie kommt also vermutlich durch systematische Abweichungen bei der Ausrichtung der Messapparatur zum Erdmagnetfeld und dem Kompensieren des vertikalen Magnetfelds zustande.

Die Landé-Faktoren wurden bestimmt zu:

$$g_{F,1} = 0.484 \pm 0.006$$

 $g_{F,2} = 0.327 \pm 0.018$.

Die daraus bestimmten Kernspins sind $I_{\rm A}=1,567\pm0,024$ und $I_{\rm B}=2,561\pm0,017$. Somit kann das Isotop A Rb⁸⁷ zugeordnet werden und Isotop B Rb⁸⁵. Die Kernspins besitzen Abweichungen von den Theoriewerten von $4,5\,\%$ und $2,4\,\%$. Damit stimmen sie gut mit

der Theorie überein. Da sie im direkten Verhältnis mit den Landé-Faktoren stehen und die Werte bei der Ausgleichsrechnung alle nahe der Ausgleichsgeraden liegen, sind auch diese gut bestimmt worden.

Das bestimmte Isotopenverhältnis beträgt $\xi=2,263$ und weicht damit um -12,7% von der Theorie ab. Bei der Untersuchung des quadratischen Zeeman-Effekts ist zu erkennen, dass der Beitrag des quadratischen Zeeman-Effekts um drei Größenordnungen kleiner ist, als der des linearen Zeeman-Effekts. Er kann also vernachlässigt werden.

Die Zunahme der Transparenz mit der Zeit kann gut durch eine Exponentialfunktion angenähert werden. Die Messwerte liegen alle nahe der Ausgleichsfunktion, was durch die geringen Unsicherheiten auf die bestimmten Parameter unterstützt wird. Über die Rabi-Oszillationen wurde das Verhältnis der Landé-Faktoren bestimmt zu $\eta=1,30\pm0,16$ und weicht damit um $-13,3\,\%$ von der Theorie ab. Die Werte können dabei gut durch die Hyperbelfunktionen beschrieben werden. Die statistischen Fehler auf die Parameter der Ausgleichsrechnung sind gering. Die Abweichungen bei den Verhältnissen ξ und η sind also vermutlich ebenfalls auf die nicht optimale Ausrichtung der Messapparatur und der damit eingehenden Unterschätzung des B-Feldes zurückzuführen.

Literatur

- [1] Balck. Erdmagnetfeld. 2017. URL: http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm (besucht am 11.01.2020).
- [2] Balck. Optical Pumping. 2004. URL: https://www.phas.ubc.ca/~phys409/manuals/Optical_Pumping-CalTech.pdf (besucht am 11.01.2020).
- [3] TU Dortmund. V21-Optisches Pumpen. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/951410/mod_resource/content/1/V21.pdf (besucht am 11.01.2020).
- [4] TU Dortmund. Versuch 21: Optisches Pumpen. 2018.
- [5] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: http://matplotlib.org/ (besucht am 13.11.2017).
- [6] Internetchemie. Rubidium-Isotope. URL: https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/rubidium-isotope.php (besucht am 11.01.2020).
- [7] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.18.1. URL: http://www.scipy.org/ (besucht am 13.11.2017).
- [8] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 3.0.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/ (besucht am 13.11.2017).
- [9] Travis E. Oliphant. NumPy: Python for Scientific Computing. Version 1.11.1. URL: http://www.numpy.org/ (besucht am 13.11.2017).