

Versuch 601

# **Franck-Hertz-Versuch**

1. Januar 1970

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Aufbau und Funktionsweise der Franck-Hertz-Apparatur . . . . .	3
2.2	Stoßprozesse . . . . .	4
2.3	Franck-Hertz-Kurve . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung und Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Freie Weglänge und Dampfdruck . . . . .	7
4.2	Bestimmung der differentiellen Energieverteilung . . . . .	7
4.2.1	Bei 26,1 °C . . . . .	7
4.2.2	Bei 153 °C . . . . .	8
4.3	Die Franck-Hertz Kurve bei 177 °C . . . . .	9
4.4	Ionisierungsenergie . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Werte</b>	<b>11</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Anregungsenergie von Quecksilber, mit der Idee des Franck-Hertzs-Versuches, zu bestimmen.

## 2 Theorie

Die Bestimmung der diskreten Energiewerte in der Atomhülle kann durch angelgte Felder und emittierte und absorbierte Strahlung erfolgen, oder wie im Franck-Hertz-Versuch durch Elektronenstöße. Auf Grund der Übersichtlichkeit wird Quecksilber mit Hg und Elektron mit  $e^-$  bezeichnet.

### 2.1 Aufbau und Funktionsweise der Franck-Hertz-Apparatur

Die Apparatur, wie sie in Abbildung 1 zusehen ist, besteht aus einem evakuierten Gefäß in welchem eine kleine Menge an Quecksilber ist. Gemäß der Dampfdruckkurve in der Versuchsamleitung [1] verdampft das Quecksilber und es stellt sich ein Sättigungsdruck ein. Durch die angelegte Heizspannung kann die Dampfdichte des Gases gesteuert werden.

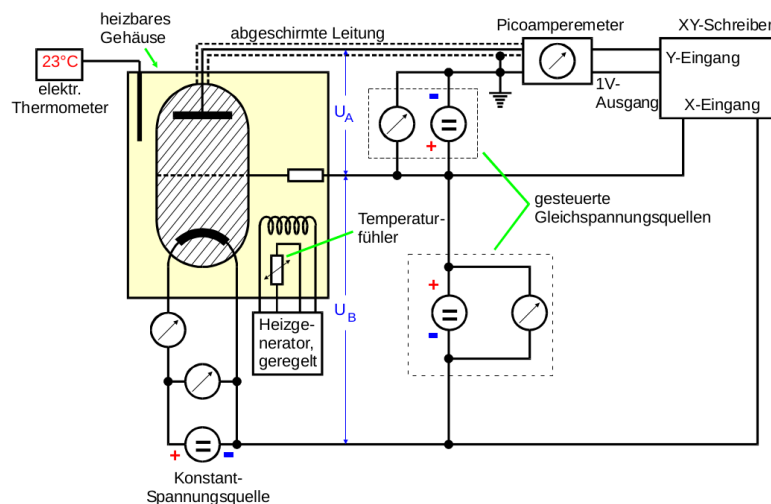


Abbildung 1: Schematischer Aufbau einer Franck-Hertz-Apparatur. [1]

Die  $e^-$  werden aus einem Glühdraht durch den glühelektrischen Effekt herausgelöst und durch ein elektrisches Feld beschleunigt, sodass für ihre Energie gilt

$$\frac{m_0 v^2}{2} = e_0 U_B . \quad (1)$$

Nach der Beschleunigungselektrode werden die  $e^-$  durch ein Gegenfeld abgebremst, dies ist notwendig zur Energiebestimmung. Die freie Weglänge zwischen den Hg-Atomen ist für den Versuch eine wichtige Größe. Diese muss klein gegen die Länge der Röhre sein,

damit die  $e^-$  mit den Hg-Atomen in großer Zahl wechselwirken. Es gilt

$$\bar{w} = \frac{0.0029}{p_{\text{sät}}} = \frac{0.0029}{5,5 \cdot 10^7} \exp\left(-\frac{6876}{T}\right), \quad (2)$$

mit  $\bar{w}$  in cm,  $p$  in mbar, und  $T$  in K.

## 2.2 Stoßprozesse

Ist die Energie der  $e^-$  sehr klein kommt es zu elastischen Stößen mit den Hg-Atomen. Hierbei gibt das  $e^-$ , aufgrund des kleinen Massenverhältnisses nur den Teil  $\Delta E$  seiner Energie  $E$  ab,

$$\Delta E = \frac{4m_0M}{(m_0 + M)^2} E \approx 1,1 \cdot 10^{-5} E. \quad (3)$$

Dieses ist der zentrale Stoß, hier ist er wegen seines sehr kleinen Einflusses zu vernachlässigen.

Interessanter ist der Fall wenn das  $e^-$  auf eine Geschwindigkeit  $v$  beschleunigt wurde, sodass die Energie  $E$  des  $e^-$  größer gleich des Energieunterschiedes zwischen dem Grund- und ersten angeregten Zustand des Hg-Atoms ist,

$$E_{e^-} \geq E_1 - E_0. \quad (4)$$

Trifft dieses  $e^-$  auf ein Hg-Atom wird dieses angeregt und die Energiedifferenz (4) geht vom  $e^-$  auf das Hg-Atom über, dass nach dem Stoß gilt

$$E'_{e^-} = E_{e^-} - (E_1 - E_0). \quad (5)$$

Das Hg-Atom verlässt nach einer Relaxationszeit  $t_r \propto 10^{-8}$  s den angeregten Zustand und kehrt in den Grundzustand zurück. Die Energie zwischen den Zuständen wird als Photon mit

$$h\nu = E_1 - E_0 \quad (6)$$

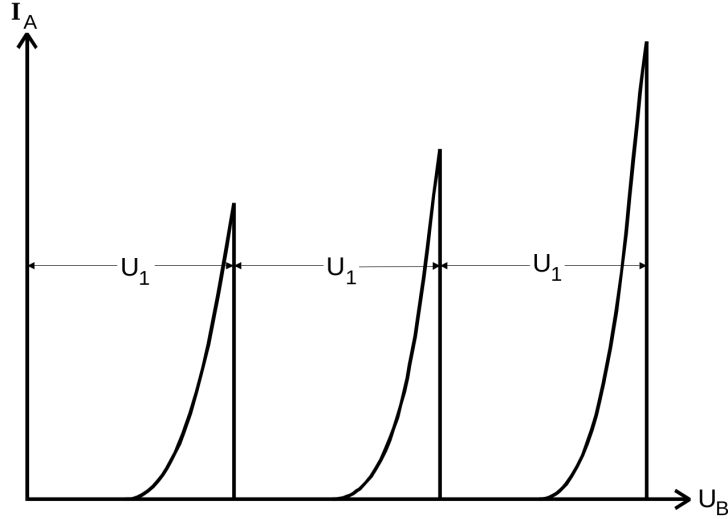
Die Energie  $E'_{e^-}$  des  $e^-$  kann nun über ein Gegenfeld bestimmt werden, da ein  $e^-$  mit dieser Energie gegen ein elektrisches Potential mit der Spannung  $U_G$  nur ankommen kann, wenn gilt

$$E'_{e^-} > e_0 U_G. \quad (7)$$

abgestrahlt.

## 2.3 Franck-Hertz-Kurve

Die erwartete Form der Kurve  $I_A(U_B)$  hat die in Abbildung 2 dargestellte Form. Bei ansteigender Beschleunigungsspannung steigt der Auffängerstrom  $I_A$  erst an wenn die  $e^-$  das Gegenfeld überwinden können. Der unstetige Abfall kommt aus der Anregung der Hg-Atome, da die entsprechende Beschleunigungsspannung die  $e^-$  auf die benötigte



**Abbildung 2:** Theoriekurve des Franck-Hertz-Versuches aus [1].

Energie bringt. Diese Form wiederholt sich, wobei die  $e^-$  immer mehr Atome anregen können.

Die tatsächliche Kurve wird von dieser abweichen, da die  $e^-$  nicht alle die gleiche Geschwindigkeit in Richtung der Beschleunigung beim Austritt aus dem Glühdraht haben. Die Energie der  $e^-$  bei der Emission lässt sich mittels der Fermi-Dirac'schen Verteilungsfunktion darstellen.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{kT}\right) + 1} \quad (8)$$

Durch die Verteilung der Energien vor und nach der Beschleunigung erreicht eine gemessene Kurve ihre Maxima kurz vor der Theoriekurve und fällt dann stetig gegen die Nulllinie. Da die Energie der Elektronen kontinuierlich anwächst mit steigender Beschleunigungsspannung, aber die Anregung nur bei diskreten Energiewerten geschieht, fällt die Anzahl der an der Anode ankommenden Elektronen nicht bis auf Null ab.

Jetzt werden noch einmal die elastischen Stöße von oben betrachtet. Diese führen vor allem im Bereich des Gegenfeldes dazu, dass die Geschwindigkeitskomponente in Feldrichtung zu klein wird und das  $e^-$  trotz genügend großer Gesamtenergie nicht die Auffangelektrode erreicht.

Ein weiter Effekt der die Kurve verändert ist, dass um den Wolfram-Glühdraht ein Metall liegt, welches eine geringere Austrittsarbeit hat um die Ausbeute an  $e^-$  zu maximieren. Die Anode der Beschleunigungsspannung ist aus einem Material mit hoher Austrittsarbeit, damit die  $e^-$  nicht mit dieser wechselwirken, sondern beschleunigt werden. Das effektive Beschleunigungspotential zwischen den Elektroden beträgt somit

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - \frac{1}{e_0}(\Phi_{B,\text{Ano}} - \Phi_{\text{Glü}}) = U_B - k, \quad (9)$$

mit dem Kontaktpotential  $k$ , um das die Kurve verschoben wird.

### 3 Durchführung und Aufbau

Die Kurven werden mit einem XY-Schreiber aufgenommen, Am X-Eingang liegen die Spannungen an, am Y-Eingang der Auffangstrom. Die Heizung wird über ein sperates Gerät gesteuert. Die Beschleunigungs- und Gegenspannung wird einzeln geregelt und über je ein integriertes Zeigermessgerät angezeigt. Der Auffangstrom wird mit einem Picoamperemeter gemessen und für den X-Y-Schreiber in eine Spannung umgewandelt.

Zu Anfang jeder Messreihe wird die X-Achse in 2 V-Schritten kalibriert.

In der ersten Messreihe wird zuerst der Auffangstrom in Abhängigkeit der Gegenspannung aufgezeichnet, zunächst für Raumtemperatur, dann mit einer Temperatur zwischen  $140 - 160^\circ\text{C}$ . Daraus kann die integrale Energieverteilung bestimmt werden.

Für die zweite Messreihe werden bei verschiedenen konstanten Temperaturen Franck-Hertz-Kurven genommen, im Temperaturbereich von  $160 - 200^\circ\text{C}$ .  $I_A$  wird in Abhängigkeit von  $U_B$  gemessen. Die Skalierung der Achsen wurde so angepasst, das möglichst viele Maxima genommen werden können. Die Temperatur wird in einem Intervall von  $1^\circ\text{C}$  gehalten, eine komplett konstante Temperatur ist nicht einstellbar.

In der dritten Messreihe, zur Bestimmung der Ionisierungsenergie wird eine Gegenspannung von  $U_A = -30\text{ V}$  angelegt. Die Temperatur liegt zwischen  $100$  und  $110^\circ\text{C}$ . Es wird  $I_A(U_B)$  aufgetragen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Freie Weglänge und Dampfdruck

Um die freie Weglänge  $\bar{w}$  zu bestimmen, wird Gleichung (2) herangezogen. Durch Umformungen erhält man die Formeln für die Werte in Tabelle 1.

### 4.2 Bestimmung der differentiellen Energieverteilung

#### 4.2.1 Bei 26,1 °C

Bei der Messung bei Zimmertemperatur muss zunächst die x-Achse kalibriert werden. Für die aufgenommene Abbildung 1 aus dem Anhang bestimmt sich der Mittelwert der Intervalllängen

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i \quad (10)$$

mit dem Fehler

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=0}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (11)$$

zu

$$\bar{x}_{\text{Intervalle}} = (4,850 \pm 0,027) \text{ cm} . \quad (12)$$

Daraus kann nun die Kalibrierung für die x-Achse zu

$$x_{\text{scale}} = \frac{2 \text{ V}}{\bar{x}} \pm \frac{2 \text{ V}}{\Delta \bar{x}} \quad (13)$$

$$= (0,4142 \pm 0,0023) \frac{\text{V}}{\text{cm}} \quad (14)$$

bestimmt werden. Der Fehler ist so klein, dass er im weiteren nicht beachtet wird. Außerdem wird die y-Achse in relativen Einheiten kalibriert um letztendlich auf eine Steigung zu schließen. Dafür wird das Maximum der Kurve bei 0 V auf den Wert 1 gesetzt. Die Kalibrierung ist demnach

$$y_{\text{scale}} = 0,065 \text{ cm}^{-1} . \quad (15)$$

Dies muss bei der Bestimmung der integralen Energieverteilung berücksichtigt werden. Die integrale Energieverteilung wird aus einem Graphen gewonnen in dem die Mittelung über alle Abstände gegen die Bremsspannung aufgetragen wird. Mit den Werten aus Tabelle 4 ergibt sich die Abbildung 3a.

Die Differenz zwischen der eingestellten Beschleunigungsspannung von 11 V und dem Maximum des Graphen ist das Kontaktpotential bei Zimmertemperatur. Es berechnet sich gemäß

$$K = 11 \text{ V} - U_{\text{max}} \quad (16)$$

zu

$$K = 2,752 \text{ V} . \quad (17)$$

Anhand dieser Kurve kann auch erklärt werden, dass die Franck-Hertz Kurve verschoben ist. Das Kontaktpotential verschiebt das Maximum nach links, so dass es vor dem Wert der Beschleunigungsspannung liegt.

#### 4.2.2 Bei 153 °C

Analog wird die Kurve bei  $T = 153^\circ\text{C}$  ausgewertet. Die Kalibrierung der x-Achse ergibt sich wieder aus der aufgenommenen Kurve Nummer 2. Der Mittelwert samt Mittelwertfehler ergibt sich zu

$$\bar{x}_{\text{Intervalle}} = (4,940 \pm 0,043) \text{ cm} . \quad (18)$$

Die Kalibrierung ergibt sich analog zu der Messung bei Zimmertemperatur nach

$$x_{\text{scale}} = \frac{2 \text{ V}}{\bar{x}} \pm \frac{2 \text{ V}}{\Delta \bar{x}} \quad (19)$$

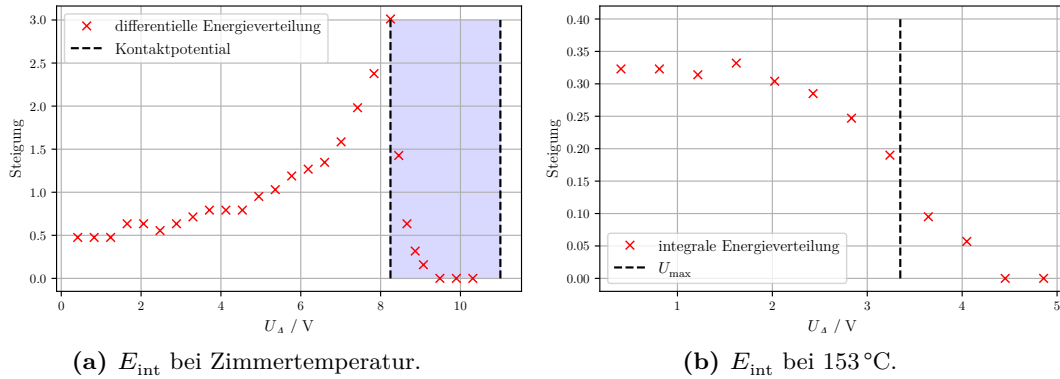
zu

$$= (0,4049 \pm 0,0035) \frac{\text{V}}{\text{cm}} . \quad (20)$$

Die y-Achsen-Kalibrierung folgt wie bei der Messung bei Zimmertemperatur zu

$$z_{\text{scale}} = 0,077 \text{ cm}^{-1} . \quad (21)$$

Abbildung 3b ist der Graph bezüglich der Messwerte von Tabelle 3. Es ist klar erkennbar, dass schon bevor die 4,9 V erreicht sind, die Kurve auf Null absinkt. Das liegt daran, dass es Elektronen gibt welche mit höherer Anfangsgeschwindigkeit aus dem Glühdraht austreten und somit ihre Anregungsenergie früher erreichen.



**Abbildung 3:** Plots für die differentiellen Energieverteilungen.



Zur Probe wird der Term

$$U_{\text{gegen}} - K - 4,9 \text{ eV} = 3,348 \text{ eV} \quad (22)$$

berechnet. Bei diesem Wert befindet sich, wie in Abbildung 3b erkennbar das Maximum der Kurve, das bedeutet der Wendepunkt.

### 4.3 Die Franck-Hertz Kurve bei 177 °C

Für die aufgenommene Kurve Nummer 3 aus dem Anhang ergibt sich die Kalibrierung der x-Achse durch die Mittelung der Intervalllängen, mit dazugehörigem Mittelwertfehler. Der Mittelwert mit Fehler ergibt sich zu

$$\bar{x} = (21,15 \pm 0,24) \text{ mm} . \quad (23)$$

Die Kalibrierung mit Fehler ergibt sich aus

$$x_{\text{scale}} = \frac{5 \text{ V}}{(21,15 \pm 0,24) \text{ mm}} \quad (24)$$

zu

$$= (2,364 \pm 0,026) \frac{\text{V}}{\text{cm}} . \quad (25)$$

Um die Anregungsenergie eines Hg-Atoms zu bestimmen, werden zwei verschiedene Ansätze verwendet. Einmal wird immer der Abstand zweier benachbarter Maxima vermessen und bei der anderen Methode wird die Energie nach

$$\Delta E = \frac{E_n - E_0}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

bestimmt. Die Messergebnisse beider Messungen sind in Tabelle 2 zusammengefasst. Die Literaturwerte[3] für die Franck-Hertz Kurve sind

$$\lambda = 253 \text{ nm} \quad (27)$$

$$E_n = 4,9 \text{ eV} . \quad (28)$$

Die Wellenlänge bestimmt sich aus

$$\lambda = \frac{h \nu}{e_0 U_A} . \quad (29)$$

Mit dem Mittelwert nach Formel (10) und dem Mittelwertsfehler nach (11) ergeben sich die Werte

$$\lambda_1 = (233,5 \pm 11,3) \text{ nm} \quad E_{n,1} = (5,37 \pm 0,26) \text{ eV} \quad (30)$$

$$\lambda_2 = (237,5 \pm 3,0) \text{ nm} \quad E_{n,2} = (5,22 \pm 0,07) \text{ eV} \quad (31)$$

nach Methode getrennt.

## 4.4 Ionisierungsenergie

Auf der durch den XY-Schreiber aufgenommenen Kurve kann die Beschleunigungsspannung, bei welcher die Hg-Atome ionisiert werden, abgelesen werden. Die Messung wurde bei einer Temperatur von etwa 103,2 °C durchgeführt. Die Kalibrierung der x-Achse beträgt durch den Mittelwert mit Fehler von

$$\bar{x} = (2,436 \pm 0,055) \text{ cm} \quad (32)$$

$$x_{\text{scale}} = \frac{5 \text{ V}}{\text{Mittelwert} \pm \text{Fehler}} \quad (33)$$

$$= (2,05 \pm 0,05) \frac{\text{V}}{\text{cm}} . \quad (34)$$

Da die linke Flanke bis zum Maximum nicht linear ansteigt, wird eine Tangente an den Graphen angelegt. Der Abstand zwischen dem Startpunkt der Nullstelle der Tangente beträgt 10,2 cm und skaliert mit dem Faktor 2,05 V/cm errechnet sich der Abstand zu 20,938 V.

$$U_{\text{ion}} = (U_{\text{ion}} + K)_{\text{mess}} - K_{20^\circ\text{C}} \quad (35)$$

Die gemessene Ionisierungsspannung ist die Summe aus berechneter Spannung und Kontaktpotential

$$U_{\text{ion,mess}} + K = 20,938 \text{ V} \quad (36)$$

Mit dem Kontaktpotential bei 20 °C

$$K_{20^\circ\text{C}} = 2,752 \text{ V} \quad (37)$$

ergibt sich eine Ionisationsspannung von

$$U_{\text{ion}} = 18,21 \text{ V} . \quad (38)$$

Die prozentuale Abweichung zum Literaturwert [2] von

$$U_{\text{ion, lit}} = 10,438 \text{ eV} \quad (39)$$

beträgt

$$\Delta U_{\text{ion}} = \frac{|\text{Soll} - \text{Ist}|}{\text{Soll}} \cdot 100 = 74,46 \% . \quad (40)$$

## 5 Diskussion

Beide Messergebnisse der Anregungsenergie  $E_n$

$$E_{n,1} = (5,4 \pm 0,3) \text{ eV}$$

$$E_{n,2} = (5,22 \pm 0,07) \text{ eV} ,$$

aus der Frank-Hertz-Kurve, liegen in der Nähe des Literaturwertes [3]

$$E_n = 4,9 \text{ eV}.$$

Die Abweichungen sind dadurch zu erklären, dass die Kalibrierung nicht ganz exakt ist, beziehungsweise die Maxima nicht genau aus dem Diagramm entnommen werden konnten. Dies liegt zum einen an der Minendicke des Stiftes zum anderen an der Einstellungsvariante der Spannung, über Kippschalter und Zeigermessgerät. Außerdem war es ziemlich schwierig eine konstante Temperatur einzustellen, was die Messergebnisse negativ beeinflusst.

Für beide Methoden liegt die Abweichung zum Literaturwert unter 10 %. Aufgrund der oben aufgezählten Fehlerquellen ist die Abweichung für eine Messung im akzeptablen Bereich.

Die elastischen Stöße müssen weniger aufgrund des auftretenden Energieverlustes der  $e^-$ , sondern wegen der Richtungsänderung beachtet werden.

Die aufgenommene Kurve ähnelt sehr der Kurve aus der Anleitung. Somit konnte die Ionisationsspannung bis auf weiteres berechnet werden. Die Unsicherheiten, die die Messung beeinflussen sind zum einen die Temperaturschwankung, wie bereits oben angemerkt, zum anderen die Skalierung der Graphen. Außerdem hat die Bedienung des XY-Schreibers nicht dazu beigetragen bessere Messungen durchzuführen.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu v601, Franck-Hertz-Versuch.* URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V601.pdf> (besucht am 19.11.2017).
- [2] *Das interaktive Periodensystem der Elemente.* URL: <http://www.periodensystem.info/elemente/quecksilber/> (besucht am 15.06.2018).
- [3] *Franck-Hertz-Versuch.* URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Franck-Hertz-Versuch> (besucht am 26.05.2018).

## 6 Werte

**Tabelle 1:** Werte für Sättigungsdruck und mittlere Weglänge.

Temperatur / °C	Temperatur / K	Dampfdruck / mbar	$\bar{w}$ / cm
26,1	299,25	0,0058	0,5023
153	426,15	5,4069	0,0005

---

<sup>1</sup>Die Indizes 1 und 2 stehen für die beiden Methoden.

**Tabelle 2:** Anregungsenergie auf 2 Arten<sup>1</sup>.

	Maxima	$\lambda / \text{nm}$	$E_n / \text{eV}$
1. Methode	1 bis 2	247,97	4,99
	2 bis 3	247,97	4,99
	3 bis 4	226,41	5,48
	4 bis 5	226,41	5,48
	5 bis 6	226,41	5,48
	6 bis 7	208,24	5,95
2. Methode	1 bis 2	247,97	4,99
	1 bis 3	247,97	4,99
	1 bis 4	240,34	5,16
	1 bis 5	236,70	5,24
	1 bis 6	234,57	5,29
	1 bis 7	229,73	5,40
Mittelwert <sub>1</sub>		233,50	5,37
Standardabweichung <sub>1</sub>		11,34	0,26
Abweichung <sub>1</sub> / %		7,71	9,59
Mittelwert <sub>2</sub>		237,50	5,22
Standardabweichung <sub>2</sub>		3,01	0,07
Abweichung <sub>2</sub> / %		6,13	6,53

**Tabelle 3:** Messwerte der integralen Energieverteilung bei 153°C.

$U_A / \text{V}$	Steigung / $\frac{1}{\text{V}}$
0,409	3,340
0,819	3,318
1,229	3,150
1,639	3,150
2,050	2,310
2,459	1,860
2,869	2,470
3,279	1,760
3,689	1,060
4,099	0,970
4,509	0
4,919	0

**Tabelle 4:** Messwerte für die Bestimmung der integralen Energieverteilung bei 20 °C

$U_A / \text{V}$	Steigung / $\frac{1}{\text{V}}$
0,412	0,475
0,825	0,475
1,237	0,475
1,649	0,634
2,062	0,634
2,474	0,555
2,887	0,634
3,299	0,713
3,711	0,792
4,124	0,792
4,536	0,792
4,948	0,951
5,361	1,030
5,773	1,189
6,186	1,268
6,598	1,347
7,010	1,585
7,423	1,981
7,835	2,377
8,247	3,011
8,454	1,426
8,660	0,634
8,866	0,317
9,072	0,158
9,485	0
9,897	0
10,309	0

**Tabelle 5:** Werte zur Berechnung des Mittelwerts, seines Fehlers und der Kalibrierung.

Messung	Intervalllänge / cm		Kalibrierung / V/cm	
Zimmertemperatur 153 °C	4,850 ±	0,027	0,4142 ±	0,0023
	4,940 ±	0,043	0,4049 ±	0,0035