

V23

Quantenanalogen

Tahir Kamcili
tahir.kamcili@udo.edu

Marina Andreß
marina.andress@udo.edu

Durchführung: 13.06.2022

Abgabe: 28.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Der eindimensionale Festkörper	3
2.2 Das Wasserstoffatom	4
2.3 Das Wasserstoffmolekül	5
3 Durchführung	5
3.1 Das Wasserstoffatom	5
3.2 Das Wasserstoffmolekül	6
3.3 Der eindimensionale Festkörper	7
4 Auswertung	8
4.1 Wasserstoffatom	8
4.1.1 Die Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenzen	9
4.1.2 Aufspaltung der Zustände	9
4.1.3 Zustandsaufspaltung und deren Winkelabhängigkeit	12
4.2 Wasserstoffmolekül	12
4.3 eindimensionaler Festkörper	14
4.3.1 Störstellen im Festkörper	17
4.3.2 abwechselnden Zylinderlängen	18
4.3.3 Resonatorkette mit wechselndem Blendendurchmesser	19
5 Diskussion	20
Literatur	21

1 Zielsetzung

Ziel dieses Experiments ist es, quantenmechanische Modelle mit akustischen Systemen zu untersuchen und zu simulieren. Dazu werden verschiedene Hohlraumresonatoren verwendet.

2 Theoretische Grundlagen

Schall ist eine Longitudinal-Welle die sich in einem Gas wie Luft ausbreitet. In diesem Versuch werden akustische Systeme aus Resonatoren aufgebaut. Schallwellen können mithilfe der Helmholtzgleichung

$$\Delta P(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$$

als eine Verteilung der Druckamplitude $P(\vec{r}, t)$ beschrieben werden. Dabei ist c die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Mit dem Separationsansatz $P(\vec{r}, t) = p(\vec{r}) \cdot \cos(\omega t)$ ergibt sich eine stationäre Differentialgleichung für den Druck.

$$\Delta p(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} p(\vec{r}) \quad (1)$$

Das quantenmechanische Analogon ist die Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t)$$

deren Betragsquadrat die Wahrscheinlichkeitsdichte des Elektrons ist.

Mit dem Separationsansatz $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}$ ergibt sich die stationäre Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (2)$$

2.1 Der eindimensionale Festkörper

Für eine stehende Welle in einem unendlich hohen Potentialtopf der Länge L müssen die Randbedingungen $\psi(0) = \psi(L) = 0$ erfüllt sein. Mithilfe der stationären Schrödingergleichung 2 ergibt sich eine ebene Welle $\psi(x) = A \sin(kx)$ mit der Wellenzahl k . Unter Berücksichtigung der Randbedingungen lautet k

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N} \quad (3)$$

Damit sich eine stehende Welle in einem Hohlraumresonator der Länge L ausbildet, muss gelten:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (4)$$

Über die Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ kann die Bedingung umgeschrieben werden in

$$k = \frac{n\pi}{L} \quad (5)$$

und wir erhalten die gleiche Bedingung wie für den Potentialtopf.

Durch Aneinanderreihung mehrerer Aluminiumzylinder mit Irisblenden zwischen diesen, kann die Kopplung mehrerer Potentialtöpfe simuliert werden. Dies kann als Analog zu einem Übergang von einem Atom, über ein Molekül zu einem 1-dim. Festkörper verstanden werden.

Freie Elektronen haben die parabolische Dispersionsrelation

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Die freien Elektronen werden an den periodisch angeordneten Kernen des Festkörpers mit Abstand d gestreut, wobei die Bragg Bedingung

$$n\lambda = 2d$$

erfüllt sein muss. Somit gilt für die Kreiszahl

$$k = \frac{n\pi}{d}$$

Im akustischen Analogon simulieren durch Blenden verbundene Hohlraumzylinder die Einheitszellen des 1-dim. Festkörpers, wobei die Blenden die Streuzentren darstellen.

2.2 Das Wasserstoffatom

Das Wasserstoffatom unterliegt der Kugelsymmetrie des Coulombpotentials des geladenen Kerns $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$. In Kugelkoordinaten kann die stationäre Schrödingergleichung 2 mit dem Separationsansatz $\psi(r, \varphi, \theta) = Y_l^m(\varphi, \theta) \cdot R_{n,l}(r)$ in einen winkelabhängigen Teil

$$-\left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \right] Y_l^m(\varphi, \theta) = l(l+1) Y_l^m(\varphi, \theta)$$

und einen radialen Teil aufgeteilt werden, wobei der radialabhängige Teil nicht relevant ist, da er im Kugelresonator nicht realisiert werden kann. Der winkelabhängige Teil enthält die Kugelflächenfunktion

$$Y_l^m(\varphi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{2l+1}{2} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{lm}(\cos\theta) e^{im\varphi} \quad (6)$$

mit den Legendre-Polynomen P_{lm} . Die auftretenden Quantenzahlen n , l und m sind dabei wie folgt definiert:

Hauptquantenzahl $n = 1, 2, \dots$

Drehimpulsquantenzahl $l = 0, 1, \dots, n - 1$

magnetische Quantenzahl $m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$

Die Hauptquantenzahl n beeinflusst die Energieeigenwerte $E = -\frac{E_{\text{ryd}}}{n^2}$. Die Energieeigenwerte sind jedoch nicht von l oder m abhängig und damit in diesen entartet. Die Entartung in l ist das Resultat des $1/r$ -Potentials, analog zur Erhaltung des Lenz-Runge-Vektors im Gravitationspotential, wohingegen die Entartung in m aus der sphärischen Symmetrie des Wasserstoffproblems folgt.

Das akustische Analogon ist der Kugelresonator, wobei die Helmholtzgleichung 1 mit dem Separationsansatz $p(r, \varphi, \theta) = Y_l^m(\varphi, \theta) \cdot F_{n,l}(r)$ in radialen und winkelabhängigen Teil aufgeteilt wird. Der winkelabhängige Teil wird durch die Kugelflächenfunktionen gelöst, der radiale Teil wird in diesem Versuch nicht beobachtet, da die r -Abhängigkeit die im Wasserstoffatom durch das Coulomb-Potential verursacht wird, im Kugelresonator nicht realisiert werden kann. Durch einsetzen eines Zwischenrings im Kugelresonator wird ein Magnetfeld im Wasserstoffatom simuliert, welches die Entartung in m aufhebt. Die Entartung in l ist mangels Coulombpotential nicht realisiert und zu verschiedenen l -Werten gehören verschiedene Resonanzfrequenzen.

2.3 Das Wasserstoffmolekül

Das H_2^+ -Molekül besteht aus einem Elektron welches sich im Coulomb-Potential zweier Kerne aufhält. Die sich dabei überlappenden Atomorbitale können dabei bindend oder antibindend sein. Bindende Überlappung liegt vor wenn die Wellenfunktionen das gleiche Vorzeichen haben, also symmetrisch (gerade) zueinander stehen. Antibindende Überlappung liegt bei unterschiedlichen Vorzeichen vor, wenn die Wellenfunktionen antisymmetrisch (ungerade) sind. Somit gibt es einen $2\sigma_{u/g}$ -Zustand, der aus der Bindung zweier $l = 1, m = 0$ -Zustände zusammengesetzt ist. Ebenso gibt es einen $1\pi_{u/g}$ -Zustand, der aus zwei gebundenen $l=1, m=1$ -Zuständen besteht.

Das Wasserstoffatom wird in diesem Versuch durch zwei gekoppelte Kugelresonatoren simuliert, wobei Blenden eingesetzt werden können die im Analogon die Kopplungsstärke oder den Abstand der Wasserstoffkerne realisieren. Zwischen bindenden und antibindenden Zuständen kann durch eine Phasenverschiebung von 180° unterschieden werden.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Teil des Aufbaus sind der Sinusgenerator, die Resonatoren sowie das Oszilloskop.

3.1 Das Wasserstoffatom

Der Kugelresonator mit dem das Wasserstoffatom simuliert wird besteht aus zwei zusammengesetzten Halbkugeln mit Lautsprecher und Mikrofon im Inneren. Bei einem Winkel

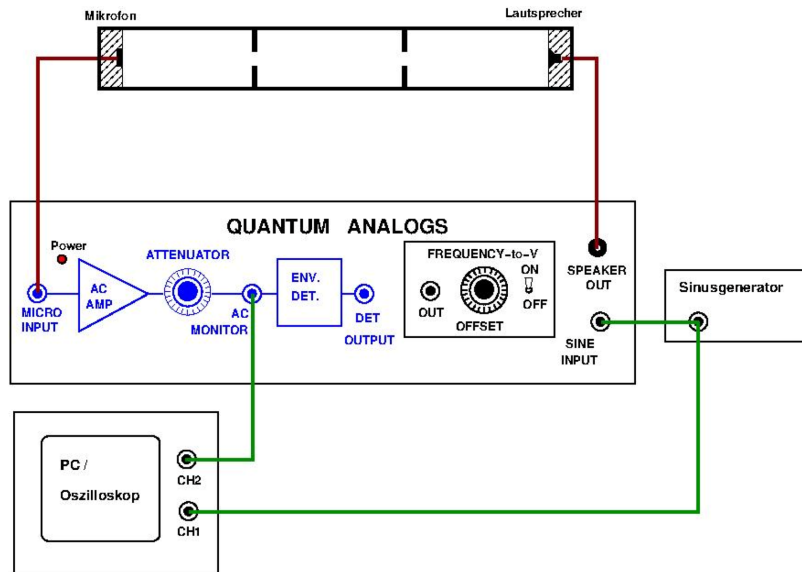


Abbildung 1: Versuchsaufbau [5]

von $\alpha = 180^\circ$ liegen dabei Lautsprecher und Mikrofon genau gegenüber. Zunächst wird bei einem Winkel von 180° ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum mit 5Hz-Schritten bei $60 \frac{\text{ms}}{\text{Schritt}}$ mithilfe des PCs aufgenommen.

Danach werden die Resonanzfrequenzen untersucht, indem die Frequenz händisch am Sinusgenerator von 100Hz bis 10kHz abgefahren wird und die Amplitude am Oszilloskop beobachtet, die Peaks notiert und die Phasenverschiebung bestimmt wird.

Für vier Resonanzfrequenzen werden nun Frequenzspektren aufgenommen, wobei der Drehwinkel von 0° bis 180° in 10° Schritten variiert wird.

Nun wird ein 3mm Ring zwischen die Halbkugeln eingesetzt. Bei einem Winkel von 180° wird die Aufspaltung der Resonanzfrequenz um 2,3kHz vermessen. Die Messung wird für den 6mm Ring und der Kombination beider Ringe (9mm) wiederholt.

Zuletzt wird die Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenz um 2,3kHz mit dem 9mm Zwischenring vermessen. Dafür wird von einem Winkel von 0° bis 180° in 10° Schritten gemessen.

3.2 Das Wasserstoffmolekül

Für das Wasserstoffmolekül wird ein weiterer Kugelresonator zwischen Lautsprecher und Mikrofon gesetzt.

Zuerst wird ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum bei der Resonanz von 2,3kHz von 2,2kHz bis 2,5kHz mit 1Hz-Schritten bei $75 \frac{\text{ms}}{\text{Schritt}}$ aufgenommen. Dabei werden 10mm, 15mm und 20mm Blenden zwischen die Kugelresonatoren eingesetzt.

Mit der 15mm Blende wird nun die Winkelabhängigkeit gemessen. Dazu wird das Frequenzspektrum um 2,3kHz von 0° bis 180° in 10° Schritten aufgenommen.

3.3 Der eindimensionale Festkörper

Für zwei bis zehn Zylinder wird nacheinander das Frequenzspektrum von 0,1kHz bis 12kHz mit 5Hz-Schritten bei $50 \frac{\text{ms}}{\text{Schritt}}$ aufgenommen. Zwischen den 50mm Zylindern befinden sich dabei 16mm Blenden.

Der Vorgang wird für zwei, vier und zehn 50mm Zylinder wiederholt, wobei die 16mm Blenden mit 10mm und 13mm Blenden ausgetauscht werden.

Ausgehend von zehn 50mm Zylindern mit 16mm Blenden wird ein Zylinder mit einem 75mm, 37,5mm und 62,5mm Zylinder ausgetauscht und das Spektrum wird aufgenommen. Anschließend wird das Spektrum von zehn abwechselnd 50mm und 75mm Zylindern aufgenommen, wobei je 16mm zwischengesetzt wurden.

Zuletzt werden acht 75mm Zylinder mit abwechselnd 13mm und 16mm Blenden aneinandergereiht.

4 Auswertung

4.1 Wasserstoffatom

Der Aufbau und das Vorgehen zur Erhebung der Messdaten ist im Abschnitt (3.1) beschrieben. Das hochaufgelöste Frequenzspektrum mit 5Hz-Schritten ist in Abbildung 2 abgebildet.

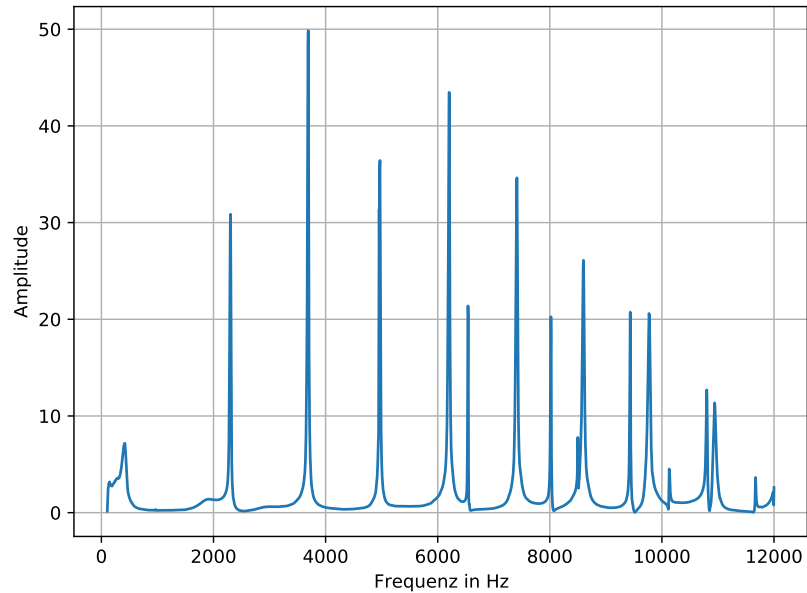


Abbildung 2: Hochauflösende Spektrum bei festen Winkel $\alpha = 180^\circ$

Die danach händisch ermittelten Werte für die Resonanzfrequenzen ν_{Res} sind in der Tabelle (1) aufgeführt. Dabei fehlen für 2 Werte die Phasenverschiebungen da diese bei der Messung vergessen wurden zu notieren.

Tabelle 1: Resonanzfrequenz ν_{Res} mit zugehöriger Ordnung und Phasenverschiebung.

Ordnung	ν_{Res} / kHz	$\varphi / ^\circ$
1	0,41	-102
2	2,288	70
3	3,682	-78
4	4,963	90
5	6,203	-30
6	6,595	k.A.
7	7,41	170
8	8,018	-14
9	8,5	k.A.
10	8,603	20
11	9,437	-150
12	9,778	-130

4.1.1 Die Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenzen

Die Winkelabhängigkeit der Resonanzfrequenzen bei ungefähr 2,288 kHz, 3,682 kHz, 4,963 kHz und 7,41 kHz werden zusätzlich untersucht und werden jeweils in der Form eines Polar Plot dargestellt. Dieses ist in Abbildung 3 (orange eingezeichnet) zu finden. Wenn sich zu den vermessenen Peaks mit Winkelauflösung die Phasenverschiebung angeschaut wird, so wird klar, dass es sich bei Peak 2 (2,288 kHz) um einen $l=1$, $m=0$ -Peak handeln muss. Dieser hat eine positive Phase. Peak 3 (3,682 kHz) demnach ein $l=2$, $m=0$ -Peak. Dieser hat eine negative Phase. Peak 4 ist $l=3$, $m=0$ und hat wieder eine positive Phase. Die Phase ist immer dann positiv, wenn sich auch das Vorzeichen der Kugelflächenfunktion oben und unten unterscheiden. Daraus folgt, dass wirklich die Kugelflächenfunktionen beobachtet wurden.

Die Druckamplitude bei der Resonanzstelle 2,288kHz hat die Form eines $2p_0$ -Orbitals, bei der Resonanzstelle 3,682kHz die Form eines $3d_0$ -Orbitals, bei der Resonanzstelle 4,963kHz die Form eines $4f_0$ -Orbitals und bei der Resonanzstelle 7,410kHz die Form eines $6h_0$ -Orbitals. Die theoretische Form der Orbitale ist in der Skizze ebenfalls eingezeichnet (blau gestrichelt), wobei der Radius in allen Plots willkürlich gewählt ist.

4.1.2 Aufspaltung der Zustände

Um die Aufspaltung der Zustände im Wasserstoffatom nachzustellen, werden wie in Unterabschnitt 3.1 beschrieben Zwischenringe eingesetzt. Dass diese Aufspaltung auch wirklich stattfindet wird exemplarisch in Abbildung 4 gezeigt.

Wenn die Differenz der Resonanzfrequenzen je Ring gegen die Zwischenringbreite aufgetragen wird (Abbildung 5), so fällt auf, dass diese sich fast komplett linear zueinander verhalten. Das Analogon dieser Aufspaltung im Wasserstoffatom wäre der Zeemann-Effekt, welcher beim Anlegen eines magnetischen Feldes zu beobachten ist.

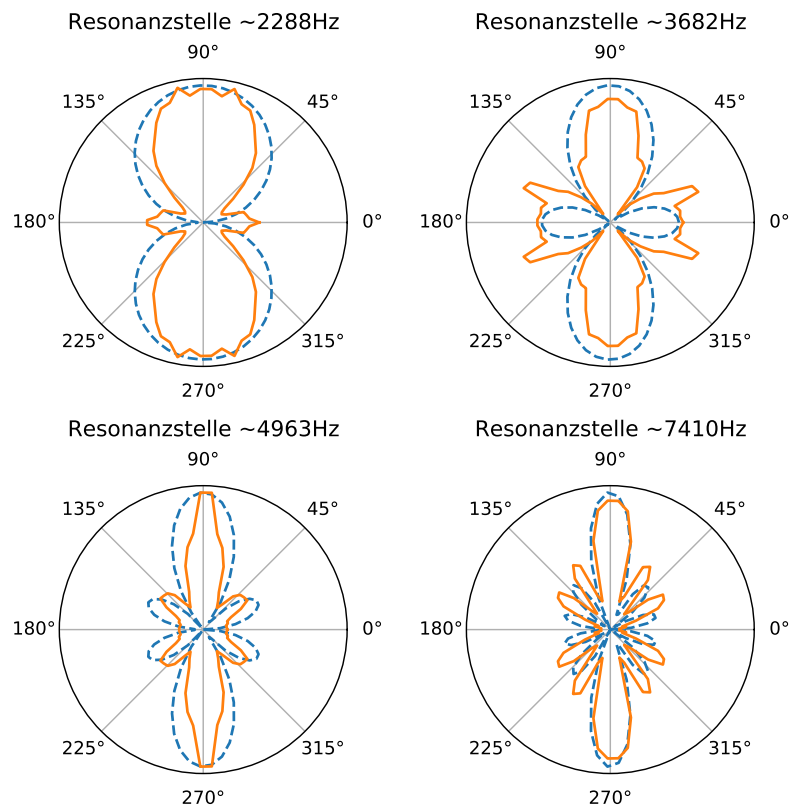


Abbildung 3: Untersuchte Resonanzstellen in einem Polarplot, mit dem Winkel gegen Amplitude aufgetragen

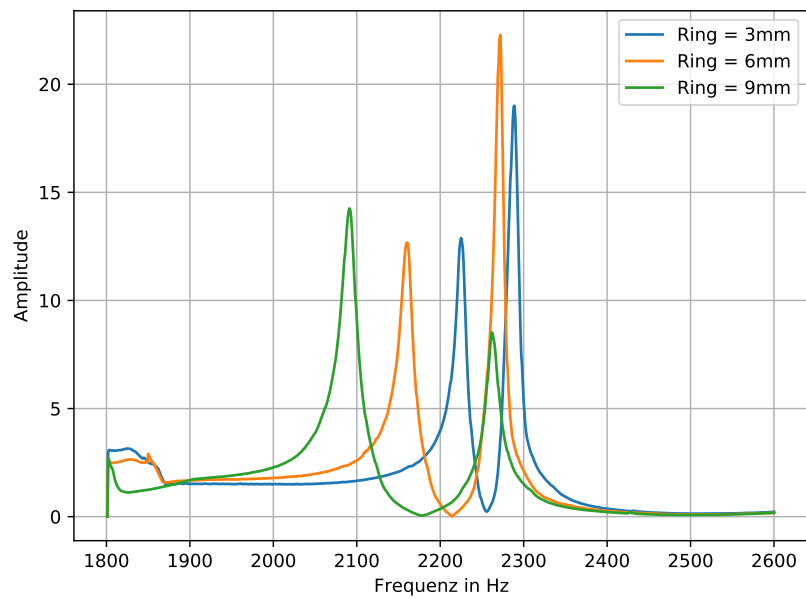


Abbildung 4: Aufspaltung der Resonanz bei 2,3kHz in zwei Resonanzfrequenzen.

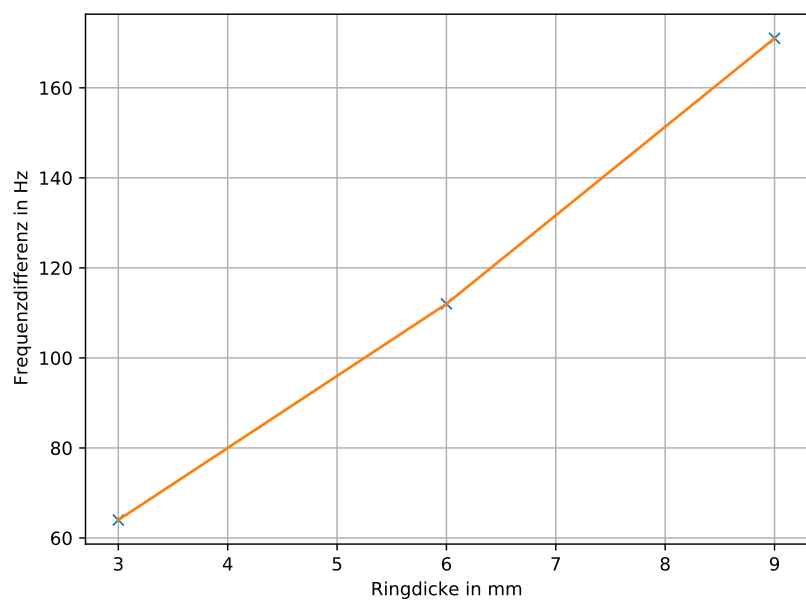


Abbildung 5: Die Differenz der Resonanzfrequenz gegen die Ringbreite aufgetragen.

4.1.3 Zustandsaufspaltung und deren Winkelabhängigkeit

Wie aus Abbildung 4 zu entnehmen ist, ist die Aufspaltung bei einem Zwischenring von 9mm am größten ($\alpha = 180^\circ$). Dabei stellt der erste Peak bei der einer Resonanzfrequenz von 2091Hz im Model $m = 0$ und $l = 1$ und die Resonanzfrequenz 2262Hz im Model $m = \pm 1$ und $l = 1$ dar.

Die untersuchte Winkelverteilung ist in Abbildung 6 zu finden und ist wieder in Form eines Polar Plots dargestellt.

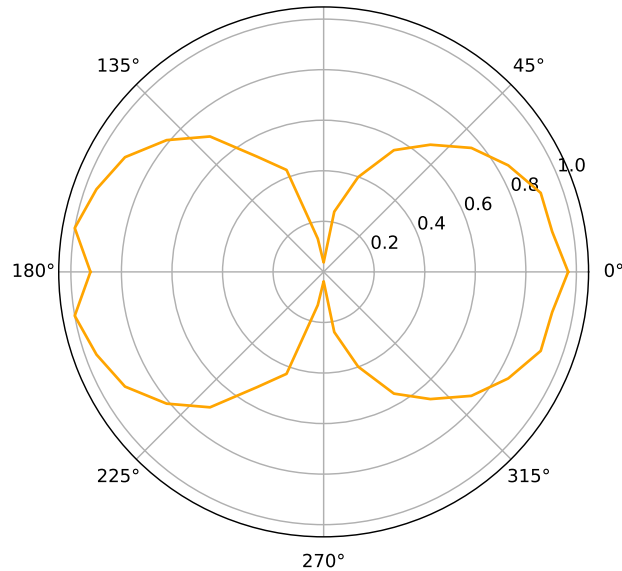


Abbildung 6: Druckamplitude gegen Winkel θ aufgetragen

4.2 Wasserstoffmolekül

Mithilfe des zusätzlich eingesetzten Kugelresonators kann ein Wasserstoffmolekül nachgestellt werden. Durch die unterschiedlich großen Blenden werden unterschiedlich starke Kopplungen nachgestellt. Dies kann in Abbildung 7 gesehen werden.

Beobachtet werden jeweils 3 Resonanzfrequenzen. Bei der 15mm Blende werden diese in Abhängigkeit gemessen und gegenüber dem Winkel in Abbildung 8 aufgetragen. Erwartet wird, dass bei der Abbildung 8a und Abbildung 8c ein σ -Zustand, gebildet aus zwei $m=0$ -Zuständen, sichtbar wird. Bei der Abbildung 8c ist dies zu erkennen, jedoch ist bei der Abbildung 8a dies nicht erkennbar. Die Ursache dafür liegt vermutlich in einer Überlagerung durch ein π -Zustand. Bei der Abbildung 8b wird ein π -Zustand erwartet, dieser ist jedoch ebenfalls sehr schwer erkennbar, da dieser wahrscheinlich ebenfalls überlagert wird.

Die Phasenverschiebung ist in Tabelle 2 zu finden.

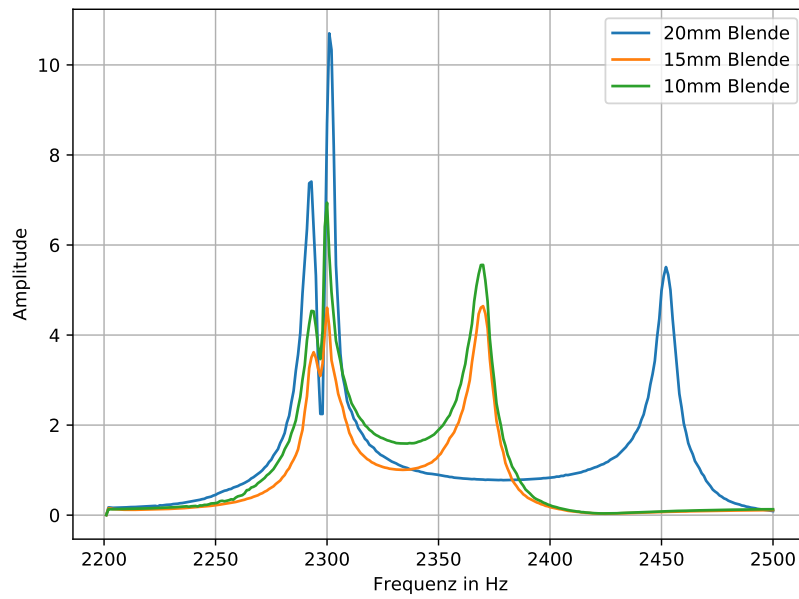
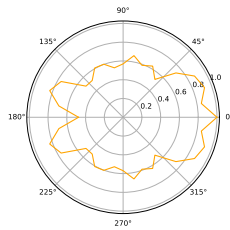
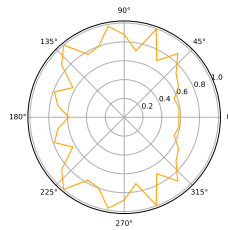


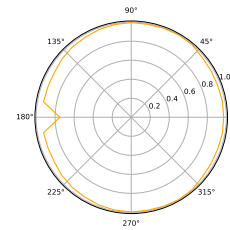
Abbildung 7: Frequenzspektrum bei unterschiedlich großen Blenden gegen die Amplitude aufgetragen.



(a) Resonanzfrequenz 2294Hz



(b) Resonanzfrequenz 2298Hz



(c) Resonanzfrequenz 2370Hz

Abbildung 8: Polar Plots der 3 Resonanzfrequenzen bei der 15mm Blende

Tabelle 2

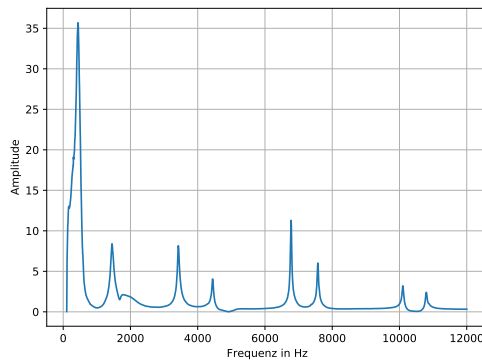
Ordnung	ν_{Res} / kHz	obere Phasendiff. / °	untere Phasendiff. / °	Δ Phasendiff. / °
1	2,294	-145	-51	96
2	2,298	-135	23,5	158,5
3	2,370	-32	138	170

4.3 eindimensionaler Festkörper

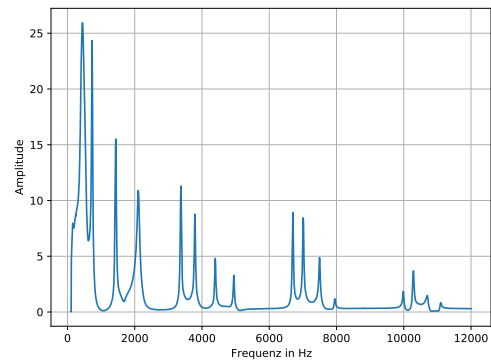
Eine 'Kette' an Resonatoren kann genutzt werden um einen 1-dim Festkörper genähert darzustellen. Dabei werden, wie in Unterabschnitt 3.3 erläutert, zunächst 2 Zylinder mit einer 16mm Blende dazwischen, dann 4 und dann 10 Zylinder mit jeweils einer 16mm Blende zwischen den Zylindern aufgebaut und in einem Frequenzspektrum durchgemessen. Die Frequenzspektren sind in der Abbildung 9 zu sehen.

Was dabei auffällt ist, dass sich Gruppen an Maxima bilden, wobei jedes Maxima in einer Gruppe für ein Zylinder steht. Auf den Festkörper übertragen würde jeder Zylinder für einen Peak im Band stehen und wenn mehr Zylinder hinzugefügt werden auch mehr Peaks in jedem Band entstehen, auf denen sich die Elektronen aufhalten können. Die Zustandsdichte in jedem Band nimmt also zu.

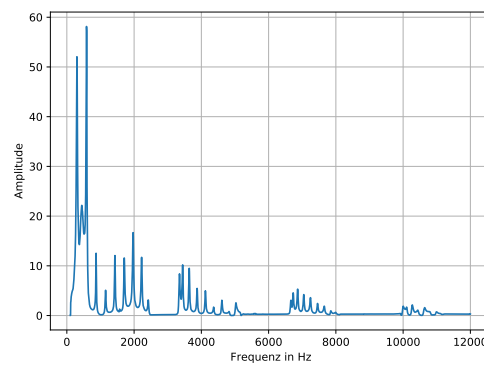
Die Freiräume zwischen den Gruppen wären dann die sogenannten Bandlücken, also stellen, an denen sich die Elektronen nicht aufhalten können.



(a) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zwei Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 16mm-Blende als Zwischenstück.



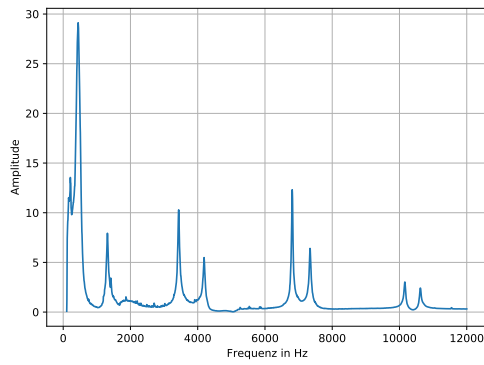
(b) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus vier Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 16mm-Blende als Zwischenstück.



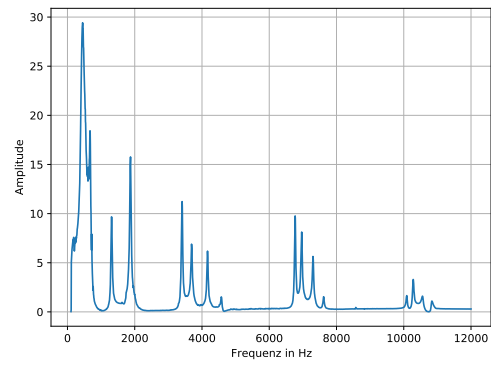
(c) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zehn Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 16mm-Blende als Zwischenstück..

Abbildung 9

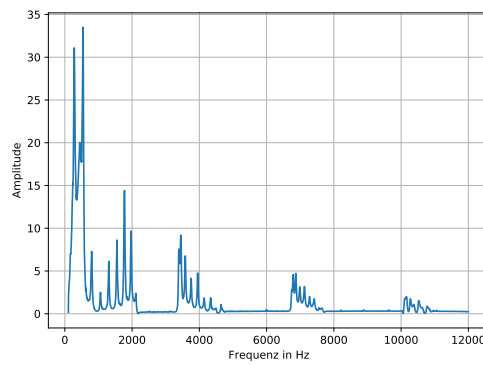
Das gleiche kann ebenfalls mit Blenden aufgebaut werden, mit einem kleineren Durchmesser, sodass folgende Frequenzspektrum 11, 10 entstehen.



(a) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zwei Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 13mm-Blende als Zwischenstück.

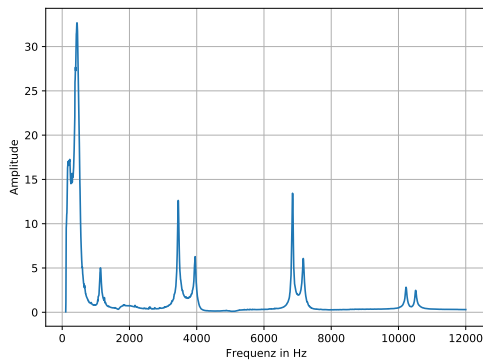


(b) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus vier Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 13mm-Blende als Zwischenstück.

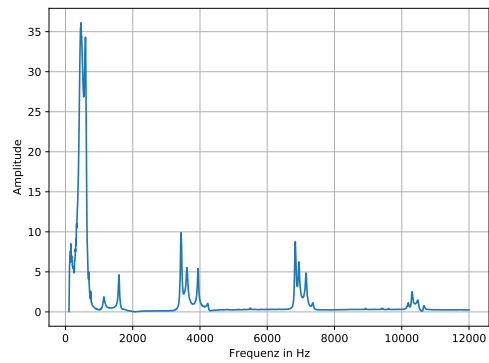


(c) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zehn Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 13mm-Blende als Zwischenstück..

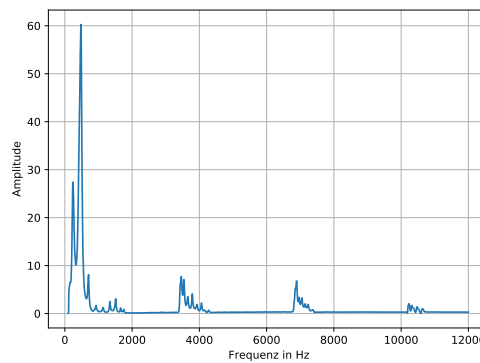
Abbildung 10



(a) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zwei Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 10mm-Blende als Zwischenstück.



(b) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus vier Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 10mm-Blende als Zwischenstück.



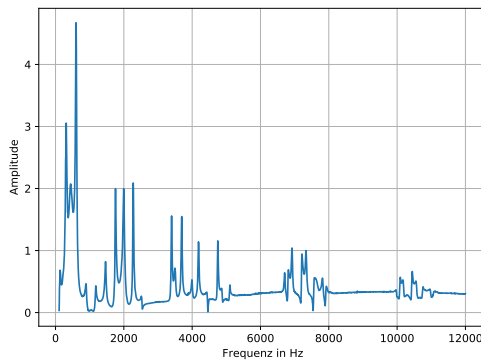
(c) Frequenzspektrum für eine Resonatorkette aus zehn Resonatorgliedern (Rohrzylindern) mit einer jeweiligen Länge von 50mm und einer 10mm-Blende als Zwischenstück..

Abbildung 11

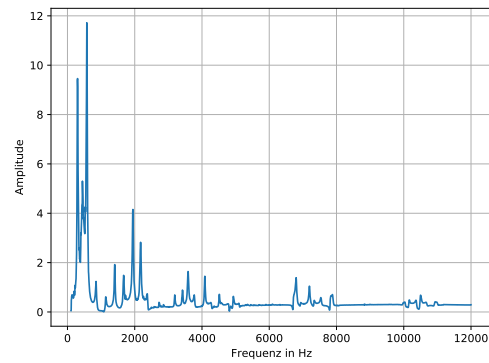
Auffällig dabei ist, dass umso kleiner der Durchmesser der Blende ist, desto höher sind die Maxima, sowie dass die Abstände zwischen den Peaks kleiner werden und die Bandlücken breiter. Die Breite der Bandlücke nimmt also mit kleinerer Blendengröße zu und das Spektrum nähert sich dem Spektrum eines einzelnen Zylinders an.

4.3.1 Störstellen im Festkörper

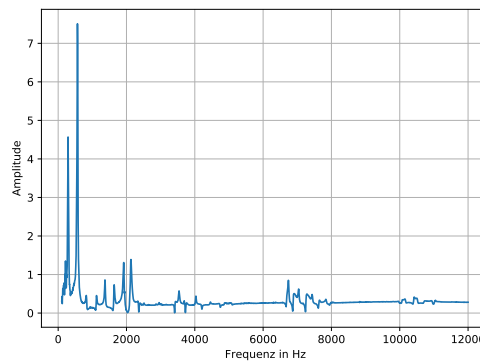
Es können mit diesem Modell ebenfalls Störstellen im Kristall nachgestellt werden, durch die Variation der Längen der Zylinder. In diesem Fall wurde ein Zylinder der Länge von 50mm gegen ein 37,5mm, 62,5mm und ein 75mm langen Zylinder ausgetauscht und wieder mit dem gleichen Frequenzspektrum abgefahren. Dies kann in ?? gesehen werden.



(a) Fehlstelle mit 37,5mm Zylinder.



(b) Fehlstelle mit 62,5mm Zylinder.



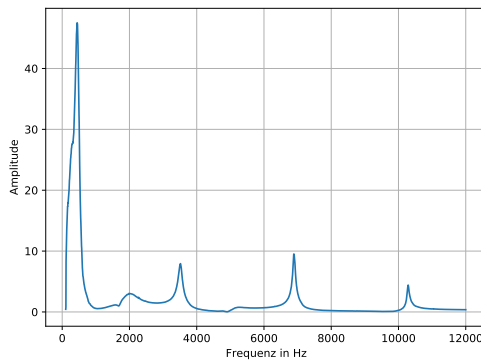
(c) Fehlstelle mit 75mm Zylinder.

Abbildung 12: Frequenzspektren für eine Resonatorkette aus neun Zylindern der Länge 50 mm und einer Störstelle durch einen Zylinder einer anderen Länge. Zwischenstücke bilden 16 mm Blenden.

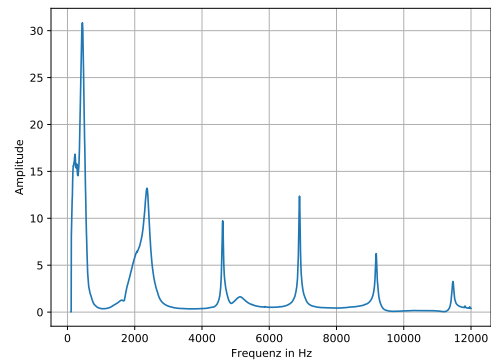
Es ist im Vergleich zum ungestörten Festkörper eine neue Resonanz in der Gruppe zu beobachten, dessen Maxima das der Gruppe deutlich übersteigt. zusätzlich kann beobachtet wrden, dass sich neue Zustände in der Bandlücke ausbilden, analog zur Dotierung eines Festkörpers.

4.3.2 abwechselnden Zylinderlängen

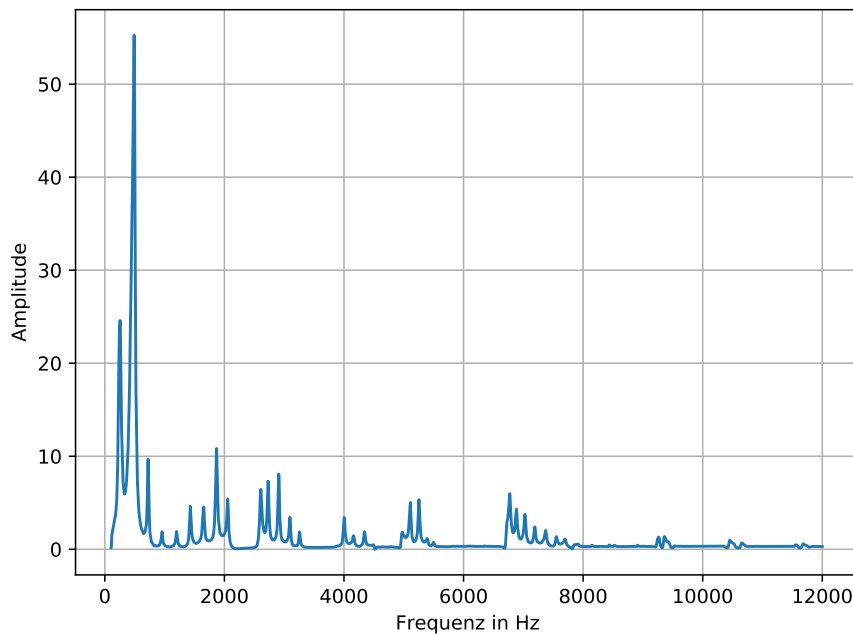
Um einen Festkörper, welcher aus 2 unterschiedlichen Elementen besteht nachzustellen, wie z.B. eine GaAs-Kristall, wird abwechselnd ein 50mm und ein 75mm langer Zylinder mit jeweils einer 16mm Blende dazwischen verbaut und wieder im gleichen Frequenzspektrum durchgemessen. Das Spektrum kann in Abbildung 13 betrachtet werden.



(a) Frequenzspektrum eines einzelnen Zylinders mit der Länge von 75 mm.



(b) Frequenzspektrum eines einzelnen Zylinders mit der Länge von 50 mm.



(c) Frequenzspektrum einer Resonatorkette mit zehn wechselnden Zylindern der Länge 50 mm und 75 mm und Blenden mit einem Durchmesser von 16 mm.

Abbildung 13

In der Sprache der Festkörperphysik ausgedrückt kann der Abbildung 13 entnommen werden, dass die Resonanzen der einzelnen ein-atomigen Basen in die zwei-atomigen-basen übernommen werden.

4.3.3 Resonatorkette mit wechselndem Blendendurchmesser

Nun kann ebenfalls wie zuvor der Blendendurchmesser variiert werden. Dies passiert durch das abwechseln einer 13mm Blende(3mal verbaut) mit einer 16mm Blende (4mal

verbaut), sodass nun eine in Abbildung 14 übergeordnete Periodizität beobachtet werden kann.

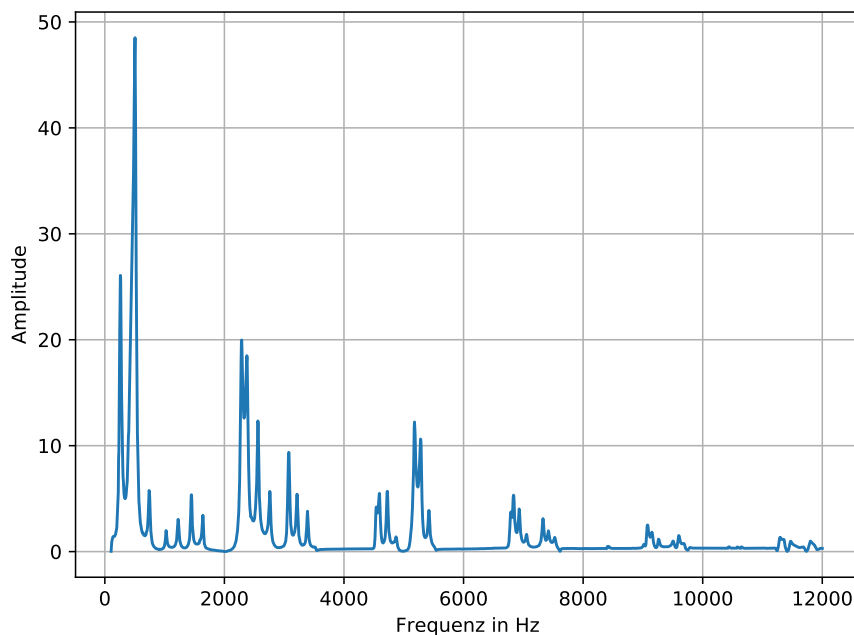


Abbildung 14: Frequenzspektrum einer Resonator-kette aus acht 75 mm langen Zylindern, welche abwechselnd durch 13mm und 16mm-Blenden getrennt sind.

5 Diskussion

Auffällig bei manchen Messungen war, dass die Ergebnisse nicht immer den erwarteten Werten entsprachen beziehungsweise nicht immer reproduzierbar waren. So ist aufgefallen, dass bei der Messung der Winkel bei 2300Hz und einem Zwischenring, manchmal keine Maxima gemessen wurden oder diese sehr viel niedriger waren als erwartet.

Wiederholten messen brachte jedoch manchmal die erwartete Höhe des Maximas. Dies kann an einem Wackelkontakt oder an einem Softwarefehler in der Messapparatur liegen. Mithilfe dieser Begründung können eventuell auch die Abweichungen der Messwerte von der Theorie mit erklärt werden, welche in Abbildung 3 zusehen sind.

Die Bänder und die Bandlücken verhielten sich wie erwartet aus der Theorie.

Der Versuch hat eindrucksvoll leicht einen Einblick in die komplexe Welt der Festkörperphysik und Quantenphysik bereitet. Die Systeme verhielten sich alle wie theoretisch erwartet. Somit konnten Schlüsse auf die Atomorbitale, die Aufspaltung der Resonanzen bei Symmetriebrechungen und deren Verhalten eines Wasserstoffatoms analysiert und die Quantenzahlen l und m bestimmt werden.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] *Versuchsanleitung zu Versuch V23*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2022.