

V602

Röntgenemission und -absorption

Christopher Breitfeld

christopher.breitfeld@tu-dortmund.de

Henry Krämerkämper

henry.kraemerkaemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 01.06.2021

Abgabe: 25.06.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Die Erzeugung von Röntgenstrahlen	3
2.1.1	Das Bremsspektrum	3
2.1.2	Das charakteristische Spektrum	3
2.2	Die Absorption der Röntgenstrahlung	5
2.3	Die Braggsche Reflexion	5
3	Durchführung	6
3.1	Vorbereitungsaufgaben	6
3.2	Der Versuchsaufbau	6
3.3	Überprüfung der Bragg Bedingung	7
3.4	Das Emissionspektrum der Cu-Röntgenröhre	7
3.5	Das Absorptionsspektrum	8
4	Auswertung	8
4.1	Messdaten	8
4.2	Bragg Bedingung	11
4.3	Emissionspektrum	12
4.4	Absorbtionsspektrum	14
4.5	Moseley'sches Gesetz	21
5	Diskussion	22
	Literatur	23

1 Einleitung

Im folgenden Versuch soll das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre sowie einige Absorptionsspektren aufgenommen und ausgewertet werden.

2 Theorie

2.1 Die Erzeugung von Röntgenstrahlen

Röntgenstrahlen werden hier mithilfe einer Glühkathode in einer evakuierten Röhre erzeugt. Die Elektronen werden mithilfe des glühelektrischen Effektes emittiert und durch ein elektrisches Feld auf eine Anode beschleunigt. Wenn die Elektronen die Anode erreichen, entsteht Röntgenstrahlung. Diese wird aus zwei Quellen erzeugt, aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung des Anodenmaterials.

2.1.1 Das Bremsspektrum

Das Bremsspektrum entsteht hierbei durch die Abbremsung des Elektrons im Coulombfeld des Atomkerns. Dabei wird ein Photon ausgesandt, welches genau die Energie besitzt, die das Elektron durch das Abbremsen verloren hat. Weil das Elektron einen beliebigen Anteil seiner kinetischen Energie verlieren kann, ist das Bremsspektrum kontinuierlich. Als maximale Obergrenze für den Energieverlust ergibt sich die Wellenlänge

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (1)$$

Hierbei wird das Elektron vollständig abgebremst und seine kinetische Energie in Strahlungsenergie umgesetzt.

2.1.2 Das charakteristische Spektrum

Wenn die Elektronen auf das Anodenmaterial treffen, werden Anodenatome ionisiert. Dabei entstehen Lücken in den inneren Schalen der Atome. In diese Lücken können Elektronen mit höheren Energien zurückfallen, was zu einer Energieabgabe in Form von ausgesandten Photonen führt. Die abgegebene Energie entspricht genau der Energiedifferenz zwischen den Schalen:

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (2)$$

Aufgrund dieser von dem Anodenmaterial abhängigen Differenzen ergibt sich ein diskretes, für das Material charakteristisches Spektrum. Dieses weist scharfe Absorptionskanten auf, welche mit $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha, \dots$ bezeichnet werden. Hierbei steht das K, L, \dots für die Schale,

auf der die Übergänge enden und α, β, \dots für den Ursprung des Elektrons. Aufgrund der Abschirmung der Hüllenelektronen und der Wechselwirkung der Elektronen verringert sich die Coulomb-Anziehung auf das äußere Elektron. Daher ergibt sich für die Bindungsenergie eines Elektrons auf der n -ten Schale:

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (3)$$

Hierbei bezeichnet $R_\infty = 13.6\text{eV}$ die Rydbergenergie, $z_{eff} = z - \sigma$ die effektive Kernladung und σ die Abschirmkonstante. Konkret für die K_α -Kante ergibt sich nach (3) die Energie

$$E_{K_\alpha} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_\infty (z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2}. \quad (4)$$

Aufgrund der inhomogenen Energieverteilung der äußeren Elektronen, welche durch den Bahndrehimpuls und den Elektronenspin verursacht wird, ist jede der charakteristischen Absorptionskanten in mehrere nebeneinander liegende Kanten aufgeteilt. Dies wird als Feinstruktur bezeichnet. Die Energien der einzelnen Linien lassen sich nach der Sommerfeldschen Feinstrukturformel

$$E_{n,j} = -R_\infty \left(z_{eff,1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (5)$$

berechnen. α bezeichnet hier die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, n die Hauptquantenzahl und j den Gesamtdrehimpuls. Die Abschirmkonstante $\sigma_{K,abs}$ für Elektronen aus der K -Schale mit der Hauptquantenzahl $n = 1$ ergibt sich dann

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}}. \quad (6)$$

Aufgrund der Komplexität der Bestimmung der Abschirmkonstante σ_L wird durch die Bestimmung der Differenz $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$ zwischen zwei L -Kanten vereinfacht. Die L_{II} sowie L_{III} -Kante kann in diesem Versuch nicht gemessen werden. Daher ergibt sich für σ_L :

$$\sigma_L = z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty} - \frac{5 \Delta E_L}{R_\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Hierbei bezeichnet z die Ordnungszahl. Nach dem Moseley'schen Gesetz ist die Absorptionsenergie E_K proportional zum Quadrat der Ordnungszahl z des Absorbermaterials. Es gilt

$$E_K = Rh(z - \sigma)^2 \quad (8)$$

Um die Abschirmkonstanten σ_1 , σ_2 und σ_3 für Kupfer abschätzen zu können, werden folgende Gleichungen für die Emissionsenergien der K_α - sowie der K_β -Kante verwendet:

$$E_{K,abs} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \quad (9)$$

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \left(\frac{1}{n} \right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{m} \right)^2 \cdot (z - \sigma_2)^2 \quad (10)$$

$$E_{K,\beta} = R_\infty \left(\frac{1}{n} \right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \left(\frac{1}{l} \right)^2 \cdot (z - \sigma_3)^2. \quad (11)$$

Die Abschätzung gilt mit $n = 1$, $m = 2$ sowie $l = 3$. Hierbei wird der Drehimpulsbeitrag vernachlässigt.

2.2 Die Absorption der Röntgenstrahlung

Bei Energien geringer als 1MeV läuft die Absorption hauptsächlich durch den Photoelektrischen Effekt und den Compton-Effekt ab. Bei dem Auftreffen der Elektronen auf das Absorbermaterial nimmt der Absorptionskoeffizient mit zunehmender Energie ab, er ist also antiproportional. Wenn die Photonenenergie jedoch gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus einer inneren Schale steigt der Absorptionskoeffizient stark an. Daher liegen die Absorptionskanten nach (2) mit $n = \infty$ gerade bei der Bindungsenergie des Elektrons. Diese Kanten sind in folgender Abbildung dargestellt.

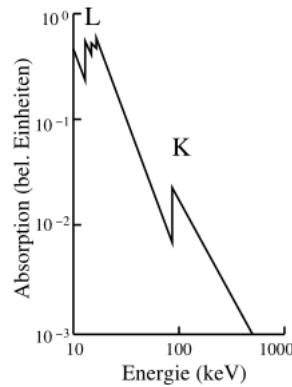


Abbildung 1: Die Energie aufgetragen gegen die Größe der Absorptionskonstanten. [5]

2.3 Die Braggsche Reflexion

Um die Wellenlänge λ der emittierten Röntgenstrahlung zu untersuchen, kann die Braggsche Reflexion verwendet werden. Hierfür trifft die Röntgenstrahlung auf ein dreidimensionales Gitter, was zu einer Beugung der Röntgenquanten an den einzelnen Atomen des Gitters führt. Bei dem Glanzwinkel Θ interferieren die gebeugten Röntgenquanten konstruktiv. Aus dem Glanzwinkel lässt sich dann nach der Braggschen Bedingung die Wellenlänge bestimmen:

$$2d \sin \Theta = n\lambda. \quad (12)$$

Hierbei bezeichnet d die Gitterkonstante und n die Beugungsordnung. Der Sachverhalt ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt.

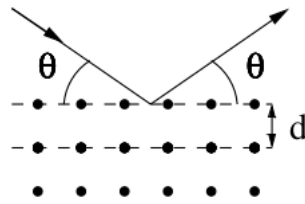


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Braggschen Reflexion. [5]

3 Durchführung

3.1 Vorbereitungsaufgaben

Die in der Vorbereitungsaufgabe gefragten Literaturwerte bezüglich der Ordnungszahl Z , der Energie der K-Kante E_K , des Braggwinkels θ_K und der Abschirmkonstante σ sind im Folgenden tabellarisch dargestellt.

Tabelle 1: Die gefragten Literaturwerte zu verschiedenen Elementen.[6]

Element	Z	$E_K[\text{keV}]$	$\theta[^\circ]$	σ
Zn	30	9,65	18,6	3,56
Ge	32	11,10	18,2	3,68
Br	35	14,47	15,0	3,85
Rb	37	15,20	13,3	3,95
Sr	38	16,10	12,6	4,01
Zk	40	17,99	11,3	4,11

3.2 Der Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in folgender Grafik zu erkennen.

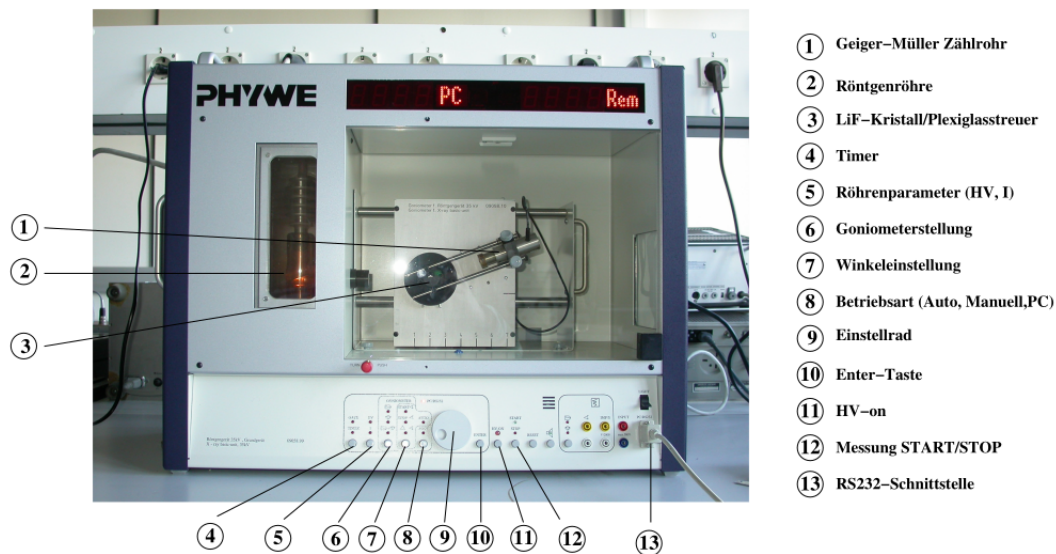


Abbildung 3: Der Versuchsaufbau. [5]

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Kupfer-Röntgenröhre, welche auf einen LiF-Kristall ausgerichtet ist. Der Kristall lässt sich auf verschiedene Winkel einstellen, wodurch die Intensität der Röntgenstrahlung sich für verschiedene Glanzwinkel messen lässt. Zur Intensitätsmessung wird ein Geiger-Müller Zählrohr verwendet. Die Messung sowie die Winkeleinstellung lassen sich über die Bedienelemente des Gerätes steuern. Die Röntgenröhre wird auf eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 35\text{kV}$ und einen Emissionsstrom von $I = 1\text{mA}$ eingestellt. Um dann die Absorptionsmessung durchzuführen, werden verschiedene Blenden mit verschiedenen Absorbern vor dem Geiger-Müller Zählrohr angebracht. Dabei muss die Schlitzblende in Drehrichtung senkrecht ausgerichtet sein.

3.3 Überprüfung der Bragg Bedingung

Zur Überprüfung der Bragg Bedingung wird der LiF-Kristall auf einen festen Winkel von $\Theta = 14^\circ$ eingestellt. Dann wird mit dem Geiger-Müller Zählrohr in einem Winkelbereich von $\alpha_{GM} = 26^\circ$ bis $\alpha_{GM} = 30^\circ$ bei einem Zuwachs von $\Delta\alpha = 0.1^\circ$ die Intensität gemessen. Die Integrationszeit pro Winkel beträgt $\Delta t = 5\text{s}$.

3.4 Das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre

Um das Emissionsspektrum der Kupferröhre aufzunehmen, wird im Programm der 2:1 *Koppelmodus* ausgewählt. Dann wird das Röntgenspektrum bei einer Beugungsordnung

$n = 1$ im Bereich $4^\circ \leq \Theta \leq 26^\circ$ in $\Delta\Theta = 0.1^\circ$ -Schritten aufgenommen. Die Integrationszeit beträgt pro Winkel $\Delta t = 10\text{s}$.

3.5 Das Absorptionsspektrum

Für die Messung des Absorptionsspektrums wird der Zinkabsorber vor dem Geiger-Müller Zählrohr positioniert. Das Absorptionsspektrum wird in 0.1° -Schritten ausgemessen. Die Integrationszeit beträgt hierbei $\Delta t = 20\text{s}$. Für den Zinkabsorber wird die Messung für Winkel zwischen 18° und 19.5° durchgeführt. Die Messungen werden für vier weitere Absorber mit Kernladungszahlen im Bereich $30 \leq Z \leq 50$ wiederholt. Für Gallium liegt der Winkelbereich, in dem die Messung durchgeführt wird, zwischen 17° und 19° , für Brom zwischen 12.8° und 14.3° , für Rubidium zwischen 11.2° und 12.5° , für Strontium zwischen 10.5° und 12° sowie für Zirkonium zwischen 9.5° und 11° .

4 Auswertung

4.1 Messdaten

Im Folgenden sind die nach Kapitel 3 aufgenommenen Messdaten tabellarisch aufgelistet.

Tabelle 2: Messwerte zur Bragg-Reflektion.

$\theta_{\text{GM}}/^{\circ}$	N	$\theta_{\text{GM}}/^{\circ}$	N
26,0	56	28,1	215
26,1	58	28,2	218
26,2	54	28,3	215
26,3	62	28,4	208
26,4	58	28,5	189
26,5	68	28,6	189
26,6	72	28,7	176
26,7	83	28,8	164
26,8	89	28,9	149
26,9	95	29,0	138
27,0	105	29,1	125
27,1	119	29,2	111
27,2	125	29,3	107
27,3	141	29,4	95
27,4	154	29,5	77
27,5	157	29,6	73
27,6	166	29,7	58
27,7	180	29,8	56
27,8	188	29,9	53
27,9	211	30,0	53
28,0	212		

Tabelle 3: Messwerte zum Emissionsspektrum.

$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N
8,0	323	12,3	376	16,6	211	20,9	192
8,1	316	12,4	385	16,7	206	21,0	188
8,2	326	12,5	384	16,8	205	21,1	172
8,3	340	12,6	382	16,9	198	21,2	168
8,4	335	12,7	373	17,0	203	21,3	169
8,5	343	12,8	376	17,1	199	21,4	166
8,6	350	12,9	373	17,2	198	21,5	170
8,7	350	13,0	375	17,3	191	21,6	174
8,8	366	13,1	366	17,4	192	21,7	164
8,9	357	13,2	354	17,5	184	21,8	180
9,0	371	13,3	341	17,6	191	21,9	179
9,1	371	13,4	326	17,7	188	22,0	191
9,2	372	13,5	318	17,8	181	22,1	232
9,3	364	13,6	305	17,9	185	22,2	300
9,4	381	13,7	296	18,0	184	22,3	536
9,5	379	13,8	286	18,1	179	22,4	4128
9,6	393	13,9	285	18,2	180	22,5	5050
9,7	375	14,0	274	18,3	166	22,6	4750
9,8	391	14,1	264	18,4	173	22,7	4571
9,9	395	14,2	266	18,5	167	22,8	4097
10,0	402	14,3	270	18,6	169	22,9	901
10,1	405	14,4	255	18,7	160	23,0	244
10,2	390	14,5	255	18,8	159	23,1	179
10,3	398	14,6	260	18,9	157	23,2	151
10,4	400	14,7	251	19,0	149	23,3	145
10,5	418	14,8	250	19,1	153	23,4	130
10,6	401	14,9	248	19,2	150	23,5	121
10,7	410	15,0	253	19,3	147	23,6	126
10,8	408	15,1	257	19,4	150	23,7	117
10,9	409	15,2	248	19,5	148	23,8	112
11,0	414	15,3	242	19,6	149	23,9	110
11,1	420	15,4	249	19,7	143	24,0	105
11,2	417	15,5	246	19,8	153	24,1	106
11,3	417	15,6	252	19,9	182	24,2	107
11,4	409	15,7	236	20,0	291	24,3	95
11,5	406	15,8	234	20,1	1127	24,4	94
11,6	404	15,9	231	20,2	1599	24,5	100
11,7	405	16,0	215	20,3	1533	24,6	91
11,8	400	16,1	217	20,4	1430	24,7	85
11,9	383	16,2	227	20,5	1267	24,8	88
12,0	389	16,3	214	20,6	425	24,9	83
12,1	382	16,4	217	20,7	241	25,0	85
12,2	372	16,5	210	20,8	225		

Tabelle 4: Messwerte des Absorbtionspektrums für verschiedene Absorbermaterialien.

Zn		Ga		Br		Rb		Sr		Zr	
$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N
18,0	58	17,0	66	12,8	10,0	11,2	11	10,5	43	9,5	112
18,1	54	17,1	66	12,9	12,0	11,3	10	10,6	41	9,6	120
18,2	55	17,2	78	13,0	9,0	11,4	10	10,7	40	9,7	126
18,3	54	17,3	88	13,1	13,0	11,5	12	10,8	44	9,8	147
18,4	54	17,4	102	13,2	18,0	11,6	17	10,9	50	9,9	180
18,5	55	17,5	116	13,3	21,0	11,7	32	11,0	89	10,0	225
18,6	65	17,6	121	13,4	25,0	11,8	39	11,1	120	10,1	266
18,7	84	17,7	121	13,5	27,0	11,9	47	11,2	152	10,2	282
18,8	91	17,8	122	13,6	27,0	12,0	57	11,3	181	10,3	290
18,9	100	17,9	122	13,7	22,0	12,1	64	11,4	193	10,4	301
19,0	102	18,0	119	13,8	25,0	12,2	61	11,5	181	10,5	295
19,1	100	18,1	114	13,9	21,0	12,3	57	11,6	196	10,6	283
19,2	98	18,2	110	14,0	23,0	12,4	54	11,7	181	10,7	296
19,3	100	18,3	108	14,1	20,0	12,5	54	11,8	173	10,8	283
19,4	95	18,4	104	14,2	21,0			11,9	166	10,9	286
19,5	98	18,5	110	14,3	19,0			12,0	159	11,0	286
		18,6	110								
		18,7	109								
		18,8	99								
		18,9	100								
		19,0	98								

4.2 Bragg Bedinugung

Nach der Bragg'schen Bedingung (12) tritt das Intensitätsmaximum bei dem Glanzwinkel $\theta_{\text{glanz}} = 28^\circ$ auf. In Abbildung 4 sind die Messdaten mittels *matplotlib* [1] graphisch dargestellt. Das Maximum befindet sich bei $\theta = 28,2^\circ$.

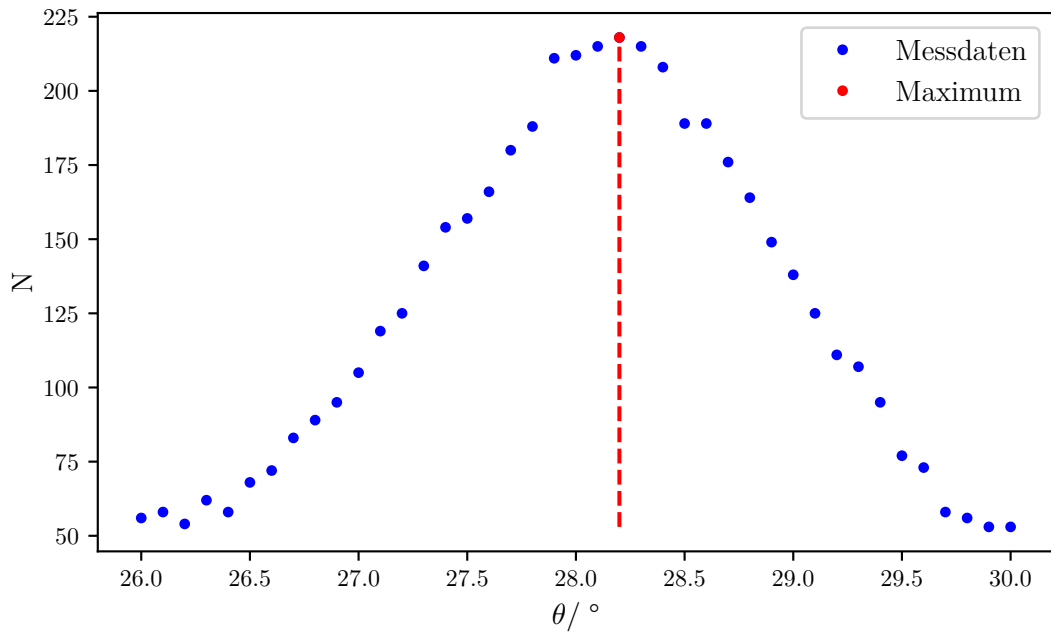


Abbildung 4: Zählrate N in Abhängigkeit vom Winkel θ .

4.3 Emissionsspektrum

Das nach Kapitel 3 gemessene Emissionsspektrum wird in Abbildung 5 als $(\theta - N)$ -Diagramm dargestellt. Dabei sind Bremsberg und die Spektrallinien K_α und K_β des Kupfers markiert. Die Punkte der jeweiligen Extrema sind in Tabelle 5 dargestellt und in Abbildung 4 rot unterlegt. Zudem sind in grün die Halbwertsbreiten $\Delta\theta$ der K_α und K_β -Linie eingezeichnet. Auch diese finden sich in Tabelle 5

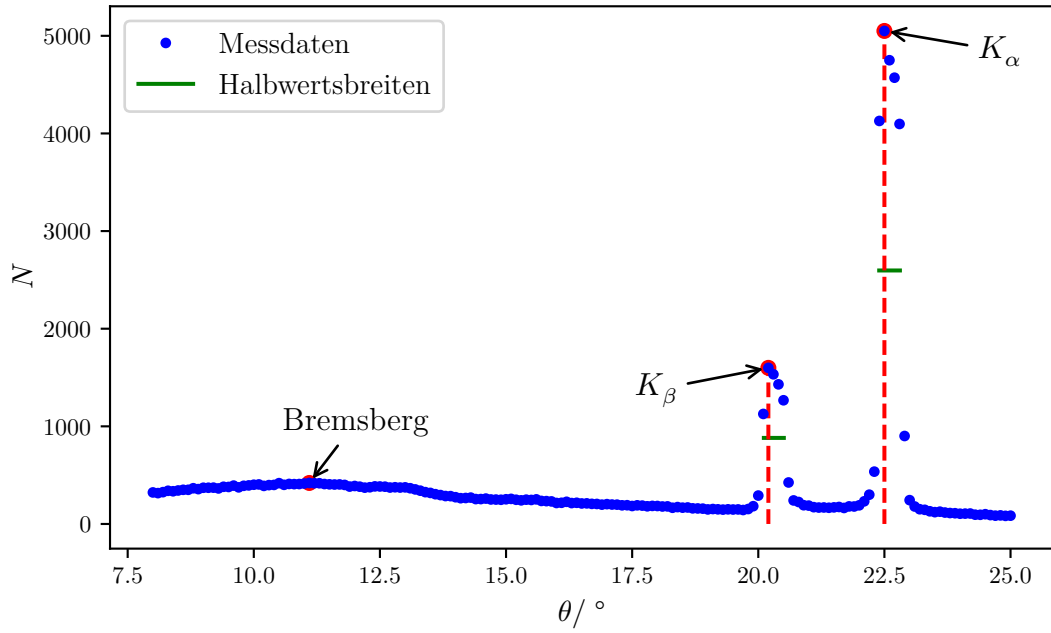


Abbildung 5: $(\theta - N)$ -Darstellung des Emissionsspektrums.

Tabelle 5: Extrema des Emissionsspektrums

Extremum	$\theta/^\circ$	$\Delta\theta$	N
Bremsberg	11,1		420,0
K_β	20,2	0,476	1599,0
K_α	22,5	0,490	5050,0

Sowohl die Maxima als auch die Halbwertsbreiten werden dabei mittels *scipy* [2] bestimmt. Für die Spektrallinien wird nun die Wellenlänge λ mittels Gleichung (4) berechnet und mit dem Zusammenhang $E = hc/\lambda$ als Energie E angegeben. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle 6.

Tabelle 6: Photonenenergie bei K_α und K_β

Spektrallinie	E/keV	Literatur [7] [keV]	p /%
K_α	8,044	8,048	0,047
K_β	8,915	8,907	0,091

Die Intervalle der Halbwertsbreiten lauten

$$I_\beta = [20,071^\circ, 20,546^\circ]$$

$$I_\alpha = [22,357^\circ, 22,847^\circ].$$

Dabei beträgt die Energiedifferenz über die Halbwertsbreite

$$\Delta E_{K_\beta} = 0,199 \text{ keV}$$

$$\Delta E_{K_\alpha} = 0,164 \text{ keV}.$$

Die Berechnung des Auflösevermögens $A = E/\Delta E$ ergibt

$$A_{K_\beta} = 44,85$$

$$A_{K_\alpha} = 48,92.$$

Aus der Absorbtiionsenergie $E_{abs} = 8,988 \text{ keV}$ [8] kann durch Umstellen der Gleichungen (9), (10) und (11) zu

$$\sigma_1 = Z - \sqrt{\frac{E_{abs}}{R_\infty}}$$

$$\sigma_2 = Z - \sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^2 (Z - \sigma_1)^2 - m^2 \frac{E_\alpha}{R_\infty}}$$

$$\sigma_3 = Z - \sqrt{\left(\frac{l}{n}\right)^2 (Z - \sigma_1)^2 - l^2 \frac{E_\alpha}{R_\infty}}$$

die jeweilige Abschirmkonstante σ berechnet werden. Dabei gilt für Kupfer $Z = 29$. Des Weiteren ist $n = 1$, $m = 2$, $l = 3$ und R_∞ die Rydberg-Energie. Durch Einsetzen ergibt sich

$$\sigma_1 = 3,300 \pm 0,021$$

$$\sigma_2 = 12,34 \pm 0,13$$

$$\sigma_3 = 22,02 \pm 0,71.$$

4.4 Absorbtiionsspektrum

Das Absorbtiionsspektrum wird für die Elemente $_{30}\text{Zn}$, $_{31}\text{Ga}$, $_{35}\text{Br}$, $_{37}\text{Rb}$, $_{38}\text{Sr}$ und $_{40}\text{Zr}$ aufgenommen. In den folgenden Abbildungen 6 - 11 sind die Absorbtiionsspektren für das jeweilige Absorbermaterial als $(\theta - N)$ -Diagramm dargestellt. Dabei sind die lokalen Extremwerte, die wieder mit *scipy* [2] berechnet werden, farblich hervorgehoben. Der näherungsweise lineare Abschnitt zwischen Tief- und Hochpunkt entspricht nun der K -Linie. In der Mitte dieser beträgt die Intensität

$$I_K = \frac{1}{2}(I_{K,min} + I_{K,max}).$$

Der Winkel θ_K der für die gefragte Intensität wird mittels linearer Interpolation dargestellt. Diese ist der Form

$$\theta_K = \theta_i + (I_K - N_i) \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{N_{i+1} - N_i},$$

wobei $N_i < I_K < N_{i+1}$ gilt. Analog zu Abschnitt 4.3 kann für θ_K wieder die Absorbptionsenergie berechnet werden. Die Abschirmkonstante σ wird nach Gleichung (6) berechnet.

Zink

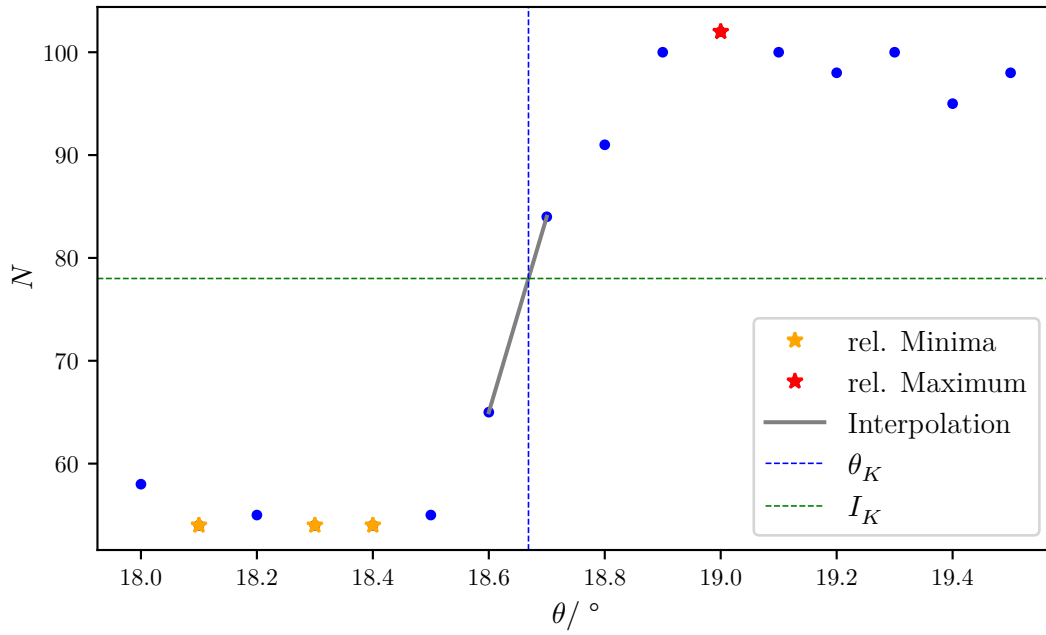


Abbildung 6: Absorptionsspektrum von Zink.

Tabelle 7: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Zink.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	18,3	54
$I_{K,Max}$	19,0	102
$I_{K,Mitte}$	18,67	78

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Zink}} = 9,62 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Zink}} = 3,62$$

Gallium

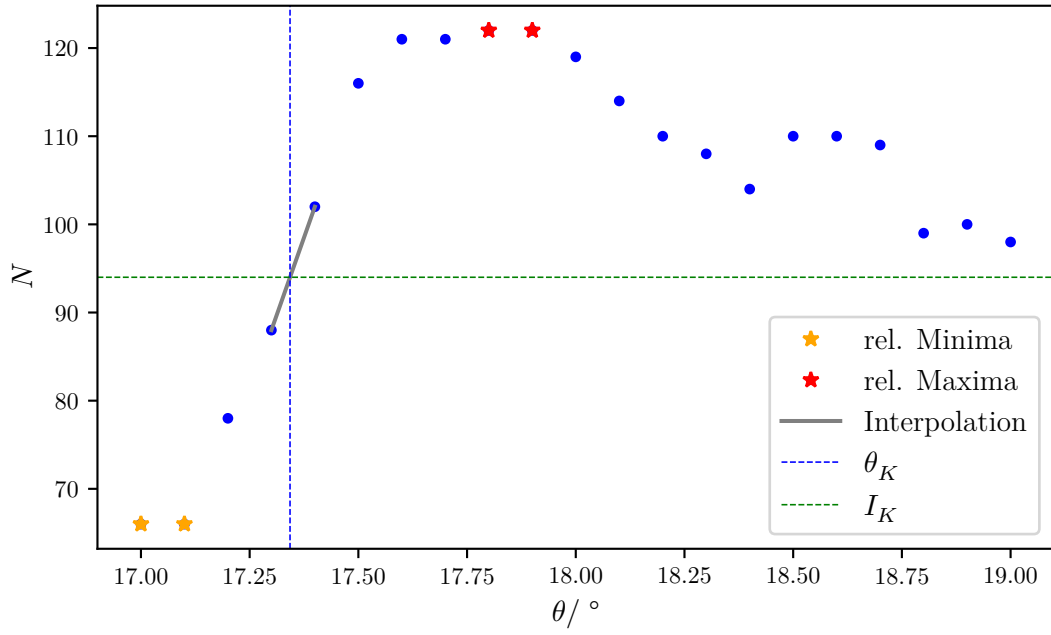


Abbildung 7: Absorptionsspektrum von Gallium.

Tabelle 8: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Gallium.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	17,1	66
$I_{K,Max}$	17,9	122
$I_{K,Mitte}$	17,34	94

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Gallium}} = 10,33 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Gallium}} = 3,68$$

Brom

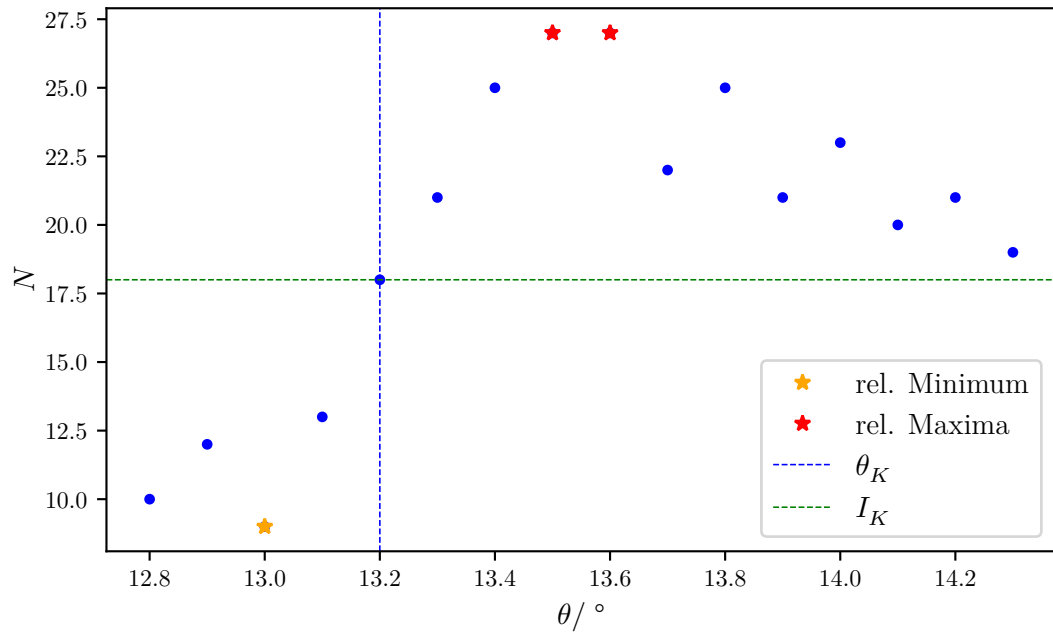


Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Brom.

Tabelle 9: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Brom.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	13,0	9
$I_{K,Max}$	13,6	27
$I_{K,Mitte}$	13,20	18

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Brom}} = 13,48 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Brom}} = 3,84$$

Rubidium

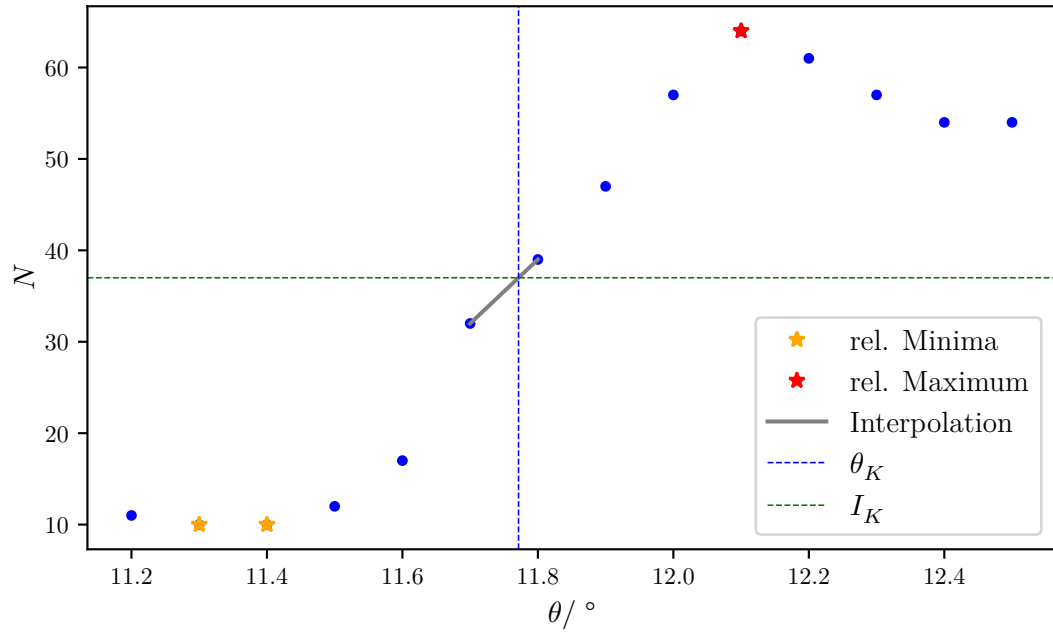


Abbildung 9: Absorptionsspektrum von Rubidium.

Tabelle 10: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Rubidium.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	11,4	10
$I_{K,Max}$	12,1	64
$I_{K,Mitte}$	11,77	37

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Rubidium}} = 15,09 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Rubidium}} = 4,08$$

Strontium

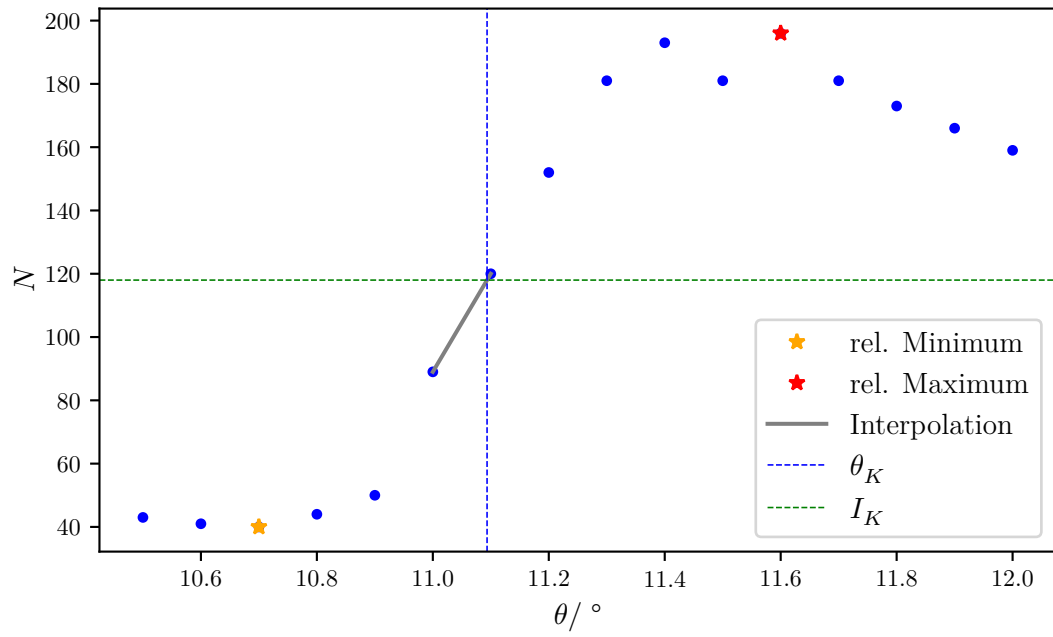


Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Strontium.

Tabelle 11: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Strontium.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	10,7	40
$I_{K,Max}$	11,6	196
$I_{K,Mitte}$	11,09	118

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Strontium}} = 16,00 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Strontium}} = 4,12$$

Zirkonium

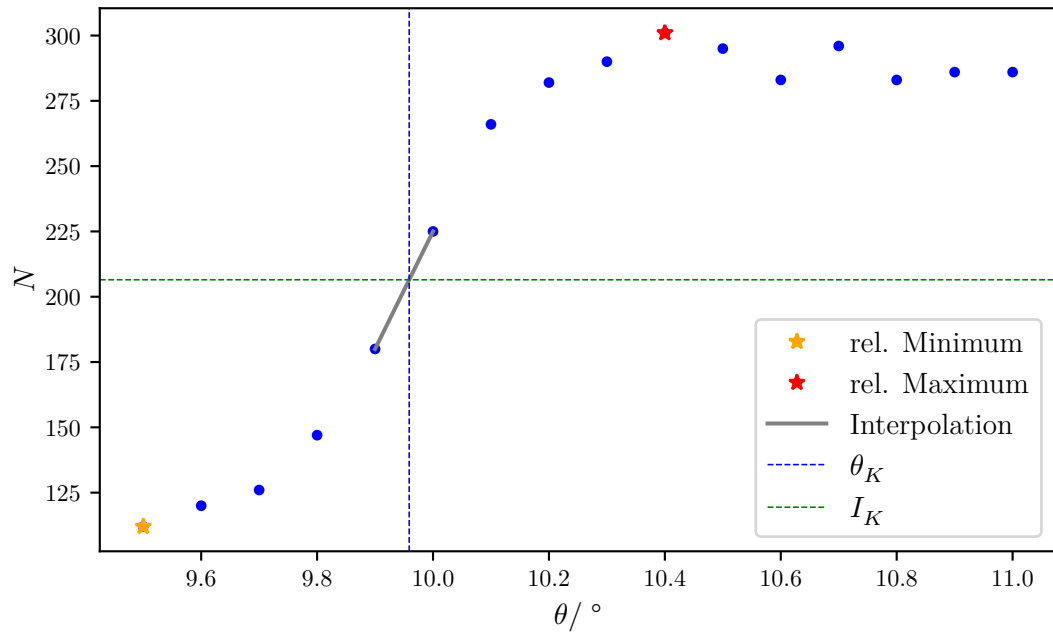


Abbildung 11: Absorptionsspektrum von Zirkonium.

Tabelle 12: Wertepaare für die Extrema und den berechneten Mittelpunkt für Zirkonium.

Punkt	$\theta / ^\circ$	N
$I_{K,Min}$	9,5	112
$I_{K,Max}$	10,4	301
$I_{K,Mitte}$	9,96	206,5

Daraus ergibt sich

$$E_{\text{Zirkonium}} = 17,80 \text{ keV}$$

$$\sigma_{K,\text{Zirkonium}} = 4,31$$

4.5 Moseley'sches Gesetz

Mit den berechneten Daten wird nun das Moseley'sche Gesetz (8) überprüft. Dazu wird das Gesetz zu

$$E_K = Rh(z - \sigma)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{E_K} = \sqrt{Rh} \cdot Z - \sqrt{Rh} \cdot \sigma_k$$

umgeformt. In Abbildung 12 sind die Daten in einem $(Z - \sqrt{E_K})$ -Diagramm aufgetragen.

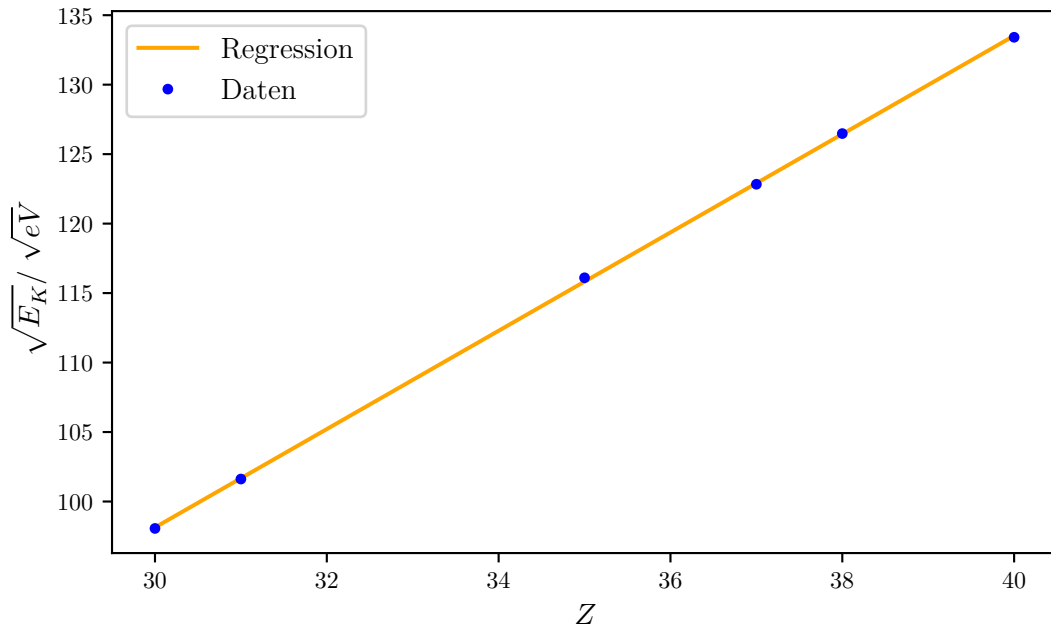


Abbildung 12: Darstellung des Moseley'schen Gesetzes als $(Z - \sqrt{E_K})$ -Diagramm.

Die von *numpy* [3] berechneten Parameter der Regression sind nun gerade

$$a = \sqrt{Rh} = (3,539 \pm 0,018) \sqrt{\text{eV}}$$

$$b = \sqrt{Rh} \cdot \sigma_k = (-8,0 \pm 0,6) \sqrt{\text{eV}}.$$

Daraus lässt sich die Rydbergenergie $R_y = a^2 = (12,52 \pm 0,13) \text{ eV}$ und die Rydbergfrequenz $R = a^2/h = (3,03 \pm 0,03) \text{ PHz}$ berechnen.

5 Diskussion

Die Ergebnisse aus Kapitel 4 sind in der folgenden Tabelle 13 noch einmal zusammengefasst.

Tabelle 13: Zusammenfassung der Ergebnisse und Vergleich mit Literaturwerten.

Größe	Wert	Literatur	p [%]
θ_{glanz}	28,2°	28,0°	0,71
K_α	8,044 keV	8,048 keV	0,047
K_β	8,915 keV	8,907 keV	0,091
σ_{Zn}	3,62	3,57	1,32
σ_{Ga}	3,68	3,62	1,64
σ_{Br}	3,84	3,85	0,29
σ_{Rb}	4,08	3,95	3,16
σ_{Sr}	4,12	4,01	2,78
σ_{Zr}	4,31	4,11	4,79
R_y	$(12,52 \pm 0,13)$ eV	13,61 eV	7,97
R	$(3,03 \pm 0,03)$ PHz	3,29 PHz	7,97

Die prozentuale Abweichung p ist dabei durch

$$p = \frac{ideal - mess}{ideal} \cdot 100$$

gegeben.

Bei der Überprüfung der Bragg-Bedingung liegt die in Kapitel 4.2 berechnete Abweichung bei $\Delta\theta_{glanz} = 0,2^\circ$. Diese Abweichung liegt deutlich unter einem Grad und somit in der vorgeschriebenen Toleranz. Wäre die Abweichung der Position des Maximums größer als 3° , wäre ein systematischer Messfehler anzunehmen. Somit wären dann auch alle Folgenden Messungen nicht aussagekräftig.

Wie in Tabelle 13 dargestellt, gleichen auch die berechneten Photonenenergien bei K_α und K_β den Literaturwerten in sehr hohem Maße. Die Abweichung liegt unter 0,1 %. Dies lässt auf eine sehr genaue Messung schließen.

Die minimale Wellenlänge (1) kann nicht aus den Messwerten abgelesen werden, da die Werte dafür nicht in dem Messintervall von $8,0^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$ liegen. Durch Einsetzen der minimalen Wellenlänge (1) in die Braggbedingung (12) ergibt sich für den Winkel $\theta_{\lambda_{\min}}$

$$\theta_{\lambda_{\min}} = \arcsin\left(\frac{nhc}{2de_0U}\right) \approx 5,05^\circ .$$

Auch die Abschirmkonstanten entsprechen weitestgehend den Literaturwerten [6], sodass die Abweichungen zwischen 4,79 % und 0,29 % liegen. Die Ergebnisse wären wahrscheinlich deutlich genauer, wenn mehr Messdaten aufgenommen worden wären, da dann die

Bestimmung der K-Kante präziser erfolgt wäre. Auffällig ist, dass die Abweichung für höhere Ordnungszahlen steigt. Dieser Umstand könnte darin begründet sein, dass Gleichung 6 die Feinstruktur vernachlässigt. Diese gewinnt bei steigender Ordnungszahl jedoch an Relevanz, sodass der Fehler immer größer wird.

Bei der Rydbergenergie und der Rydbergfrequenz sind die prozentualen Abweichungen von den Literaturwerten [4] nicht so gering, wie bei den restlichen Ergebnissen. Durch die Berechnung mittels Regressionsgerade führen die Abweichungen der Absorptionsenergie wahrscheinlich zu größeren Abweichungen der Parameter.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] *Rydberg-Energie*. 2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Rydberg-Energie.html> (besucht am 06.06.2021).
- [5] *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 602 Röntgenemission und -absorption*. Fakultät Physik, TU Dortmund. 2021. URL: <https://moodle.tu-dortmund.de/mod/folder/view.php?id=757635>.
- [6] *Wellenlängen und Anregungsenergien*. 2021. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/> (besucht am 06.06.2021).
- [7] *X-Ray Transition Energies Database*. 2021. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html> (besucht am 06.06.2021).
- [8] *X-Ray Transition Energies Database*. National Instituts of Standards und Technology. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/XrayTrans/search.pl?element=Cu&trans=Kedge&units=eV> (besucht am 06.06.2021).