

V401

Das Michelson-Interferometer

Patrick Schmidt patrick7.schmidt@tu-dortmund.de

Michael Windau michael.windau@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.05.2017

Abgabe: 16.05.2017

1 Theorie

In dieser Versuchsreihe soll mit Hilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge eines He-Ne-Lasers, sowie der Brechungsindex von Luft und CO₂ bestimmt werden.

1.1 Grundlagen: Interferenz und Kohärenz

Licht in seiner Eigenschaft als elektromagnetische Welle besteht aus einem elektrischen und einem magnetischen Feld. Hierbei lässt sich die elektrische Feldstärke durch

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta) \quad (1)$$

mit x = Ort, t = Zeit, k = Wellenzahl, ω = Kreisfrequenz und δ = Phasenwinkel bestimmen. Wie bei vielen physikalischen Phänomenen gilt auch hier das Superpositionsprinzip. So verhält es sich auch mit der Intensität der einzelnen Wellen. Aus

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2 \quad (2)$$

folgt somit

$$I_{ges} = 2\text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (3)$$

wobei der rechte Teil der Gleichung als Interferenzterm bezeichnet wird. Dieser Term verschwindet, wenn eine ungerade Zahl annimmt:

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi, \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (4)$$

Kommt das Licht von zwei verschiedenen Quellen, so entsteht im Normalfall keine Interferenz, da die Phasenwinkel (δ_1 und δ_2) eine statistische Funktion der Zeit darstellen und über Mittelung eines genügend großen Zeitraums verschwindet. Licht, das solche Eigenschaften aufweist, wird als inkohärent bezeichnet. Kohärentes Licht im Gegensatz, wie es bei Lasern auftritt, besitzt für alle erzeugten Wellenzüge gleiche, feste k -, ω - und δ -Werte.

Um Interferenz bei inkohärentem Licht zu erzeugen, kann das Licht in zwei Strahlen zerteilt und wie in Abbildung 1 in einen Punkt P abgelenkt werden. Der Unterschied in der Weglänge führt zu einer Phasendifferenz, die zu Interferenzphänomenen führt. Ist der Wegunterschied zwischen den beiden Teilbündeln allerdings zu groß, verschwindet jegliche Interferenzerscheinung. Die Länge, bei der die Interferenz verschwindet, wird auch als Kohärenzlänge l bezeichnet. Diese kann ermittelt werden, durch das Produkt aus Interferenzmaxima am Punkt P und der Wellenlänge:

$$l = N\lambda \quad (5)$$

1.2 Michelson-Interferometer

Bei dem Michelson-Interferometer wird das Licht aus einer punktförmigen Quelle durch eine semipermeable Platte aufgespalten und teilweise abgelenkt. Wie in Abbildung ?? zu sehen, kommt das Licht aus der Lichtquelle L und trifft auf die semipermeable Platte.

P. Hier wird der Strahl so aufgeteilt, dass ein Teil ungehindert durch die Platte P auf die Kompensationsplatte S₂ trifft. Der andere Teil wird an P abgespalten und trifft auf S₁. Die senkrecht auf die Spiegel S₁ und S₂ einfallenden Strahlen werden reflektiert und treffen in P wieder aufeinander. Dort werden beide Teile wieder zusammengefügt und treffen schließlich auf den Detektor D.

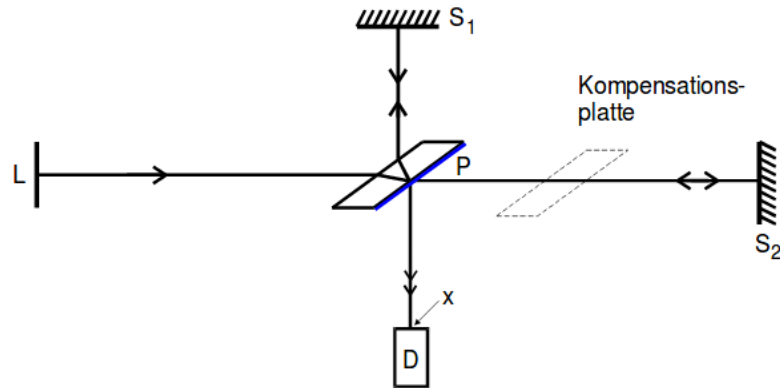


Abbildung 1: Aufbau eines Michelson-Interferometers mit Lichtquelle L, semipermeablem Spiegel P, Spiegeln S₁ und S₂ und Detektor D.

Bei gleicher Weglänge von P nach S₁ und S₂ entsteht unter den Lichtbündeln ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$, woraufhin eine destruktive Interferenz zur Annullierung der Intensität. Nach Verschiebung eines Spiegels um d verändert sich die durch die Interferenz auftretende Intensität, wodurch sich die Wellenlänge mit Hilfe der Anzahl der Interferenzmaxima z bestimmen lässt:

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

Es kann ein optischer Wegunterschied auch dadurch entstehen, dass ein Medium mit geändertem Brechungsindex $n \rightarrow n + \Delta n$ und Länge b in den Weg eines Strahls gestellt wird. Daraus folgt ein Wegunterschied zwischen den Strahlen von $n \cdot b$. Durch Änderung des Drucks innerhalb des Mediums wird b erhöht und es gilt:

$$b \cdot \Delta n = \frac{z \lambda}{2} \quad (7)$$

Durch die klassische Dispersionstheorie folgt:

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} \quad (8)$$

Wobei N die Anzahl der in Schwingung versetzten Moleküle pro Volumeneinheit innerhalb des Mediums sind. Innerhalb des sichtbaren Lichts gilt $fN \ll 1$, was zu

$$n = 1 + \frac{f}{2}N - \dots \quad (9)$$

führt. Unter der Näherung eines idealen Gasen ist die Anzahl der Moleküle bei Druck p und Temperatur T , sowie der Loschmidtschen Zahl N_L folgt:

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L \quad (10)$$

Um einen Unterschied in den Brechungsindizes n zu ermitteln wird

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p') \quad (11)$$

benutzt. Unter Normalbedingungen erhält man

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (12)$$

Durch einsetzen von (7) erhält man schließlich

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{z \lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (13)$$

2 Durchführung

3 Auswertung

Zuerst wird zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers die erste Messreihe des Versuches ausgewertet. Die Wertepaare aus den Abständen und der Anzahl der Interferenzringen (d, z) sind in Tabelle 1 dargestellt, wobei zwei Werte wegen hohen Abweichungen nicht betrachtet werden. Aufgrund einer Hebelübersetzung am Gerät muss die Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge um den Term 1:5,017 erweitert werden:

$$\lambda = \frac{2d}{z} \cdot \frac{1}{5,017} \quad (14)$$

Die sich daraus ergebenden Wellenlängen sind ebenfalls in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Gemessener Druck und die jeweils dazu gehörigen Zählraten an Interferenzkreisen. Zusätzlich die jeweils ermittelte Wellenlänge.

| $d / 10^{-3} \text{m}$ | z | $\lambda / 10^{-9} \text{m}$ |
|------------------------|------|------------------------------|
| 1,60 | 1038 | 614,48 |
| 1,50 | 1018 | 587,39 |
| 1,50 | 1007 | 593,81 |
| 1,50 | 1004 | 595,58 |
| 1,48 | 1017 | 580,13 |
| 1,48 | 1000 | 589,99 |
| 1,52 | 999 | 606,55 |
| 1,65 | 1003 | 655,80 |

Aus den Wellenlängen wird der Mittelwert berechnet

$$\lambda = (6,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Der Fehler des Mittelwertes berechnet sich dabei mittels Python über das Paket 'uncertainties'. Wird eine fehlerbehaftete Größe in einer weiteren Rechnung verwendet, ergibt sich der neue Fehler über die Gauße-Fehlerfortpflanzung, welche ebenfalls über das Paket 'uncertainties' ausgeführt wird.

Mittels der soeben bestimmten Wellenlänge des Lasers, wird der Brechungsindex der Luft bzw. des Kohlenstoffdioxid ermittelt. Dafür werden bei der Luft die Wertepaare aus der zweiten Messreihe verwendet (p, z) , welche in Tabelle 2 dargestellt sind.

Tabelle 2: Gemessene Abstände und die jeweils dazu gehörigen Zählraten an Interferenzkreisen von Luft. Zusätzlich die jeweils ermittelten Brechungsindizes.

| p / bar | z | n |
|------------------|-----|----------|
| 0,86 | 38 | 1,000288 |
| 0,86 | 38 | 1,000288 |
| 0,88 | 36 | 1,000267 |
| 0,80 | 34 | 1,000277 |
| 0,80 | 36 | 1,000293 |
| 0,80 | 35 | 1,000285 |
| 0,84 | 35 | 1,000271 |
| 0,84 | 36 | 1,000279 |
| 0,86 | 36 | 1,000273 |
| 0,86 | 41 | 1,000311 |

Zur Berechnung des Brechungsindex werden die Werte des normalbedingten Luftdrucks p_0 und Temperatur T_0 , sowie der umgebenden Temperatur T und die Größe der Messzelle b benötigt:

$$p_0 = 1,0132 \text{ bar}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$T = 293,15 \text{ K}$$

$$b = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Die daraus erfolgenden Brechungsindizes n sind in Tabelle 2 abgebildet. Der Mittelwert der Indizes ergibt:

$$n_{\text{Luft}} = 1,000283 \pm 0,000011$$

Zuletzt wird der Brechungsindex des Kohlendioxid bestimmt, dies geschieht analog zur Luftberechnung. Die Wertepaare sowie die sich ergebenden Brechungsindizes sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Gemessene Abstände und die jeweils dazu gehörigen Zählraten an Interferenzkreisen von Kohlendioxid. Zusätzlich die jeweils ermittelten Brechungsindizes.

| p / bar | z | n |
|------------------|-----|----------|
| 0,86 | 56 | 1,000424 |
| 0,88 | 57 | 1,000422 |
| 0,88 | 62 | 1,000459 |
| 0,88 | 57 | 1,000422 |
| 0,88 | 55 | 1,000407 |
| 0,88 | 55 | 1,000407 |
| 0,86 | 63 | 1,000477 |
| 0,86 | 55 | 1,000417 |
| 0,86 | 58 | 1,000439 |
| 0,88 | 58 | 1,000429 |

Der Mittelwert von n ergibt:

$$n_{\text{CO}_2} = 1,000431 \pm 0,000016$$

4 Diskussion

Zunächst ist die Empfindlichkeit des Versuches zu erwähnen, da die Messung der Interferenzringe schon bei leichten Stößen gegen den Tisch, auf dem der Versuch steht, größere Sprünge in der Messzahl zeigte. Zudem ließ sich die Messzelle für das Kohlenstoffdioxid nicht vollständig evakuieren, wodurch diese immer zum Teil mit Luft gefüllt war. Dies lässt sich auch in der Bestimmung der Brechungsindizes betrachten. Ein Vergleich mit Theoriewerten [2] zeigt nämlich eine prozentuale Abweichung bei der Luftmessung von lediglich $5,9 \cdot 10^{-4}\%$ ($n = 1,000277$), während die Abweichung der Kohlenstoffdioxid-Messung $17,5 \cdot 10^{-4}\%$ beträgt ($n = 1,000448$). Ein Vergleich der Wellenlänge vom Laser ist nicht möglich, da zu diesem keine Theoriewerte bekannt sind.