

Versuch 206

Die Wärmepumpe

5. Mai 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Funktionsweise einer Wärmepumpe	3
2.2	Güteziffer	3
3	Aufbau und Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Temperaturverläufe	6
4.2	Güteziffern	7
4.3	Massendurchsatz	8
4.4	Kompressorleistung	9
5	Diskussion	10
	Literatur	10
6	Messwerte	11

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Gütezahl, Kompressorleistung und der Massendurchsatz einer Wärmepumpe bestimmt werden.

2 Theorie

Zwischen zwei Wärmereservoirs mit unterschiedlichen Temperaturen gibt es einen Wärmestrom der vom wärmeren ins kältere Reservoir führt[1]. Mit einer Wärmepumpe kann die Richtung des Wärmestroms umgedreht werden.

2.1 Funktionsweise einer Wärmepumpe

In einer Wärmepumpe wird für den Transport der Wärmemengen ein reales Gas mit hoher Kondensationswärme verwendet. Die Wärmereservoirs werden mit Wasser realisiert. Beim Verdampfen wird die Wärmemenge Q_2 aus dem Reservoir 1 aufgenommen, beschreibbar mit der Verdampfungswärme L pro Gramm. Die Wärmepumpe ist so konzipiert, dass das Gas beim Druck p_a und den Temperaturen T_2 verdampft. Das Reservoir wird um diese Wärmemenge abgekühlt. Das Gas wird in den Kompressor geleistet, wo es idealisiert adiabatisch komprimiert wird. Die Temperatur steigt dadurch weiter an, bis es zur Kondensation kommt, bei der Q_1 an das Reservoir 1 abgegeben wird. Wichtig ist der zu p_a unterschiedliche Druck p_b für die Kondensation. Innerhalb der Reservoirs sind Kupferspiralen verbaut um den Wärmeaustausch zu vereinfachen.

2.2 Gütezahl

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt

$$Q_1 = Q_2 + A. \quad (1)$$

Q_1 ist die Wärmemenge, die an das warme Reservoir abgegeben, Q_2 folglich die Wärmemenge die dem kalten Reservoir entnommen wird. A ist die Arbeit, welche für den Transport der Wärmemenge benötigt wird. Die beschreibende Größe einer Wärmepumpe, die Gütezahl ν beschreibt wie gut der Wärmetransport gelingt, mit

$$\nu = \frac{Q_1}{A}. \quad (2)$$

Die reale Wärmepumpe kann den Wärmetransport energetisch nicht umkehren, bei der idealen Wärmepumpe kann der Prozess reversibel verlaufen. In Formeln ist die Beziehung in Gleichung 3 für die ideale „=" und „<“ bei der realen Wärmepumpe,

$$0 \leq \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}. \quad (3)$$

Die Güteziffern

$$\nu_{\text{real}} < \nu_{\text{id}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

zeigen, dass die Effektivität der Wärmepumpe steigt, wenn die Temperaturdifferenz kleiner ist.

Mit Messwerten kann die Gütezahl ν über die Beziehung

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{N \Delta t} \quad (5)$$

$$= \frac{m_1 c_w + m_k c_k}{N} \cdot \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \quad (6)$$

bestimmt werden. $m_1 c_w$ ist die Wärmekapazität des Wassers im ersten, warmen, Reservoir und $m_k c_k$ die der Kupferspirale und des Eimers.

Der Massendurchsatz, die transportierte Menge an Gas, kann mit der vom Reservoir 2 abgegebenen Wärmemenge Q_2 bestimmt werden. Diese kann mit der Temperaturdifferenz und den Wärmekapazitäten beschrieben werden, somit folgt bei bekannter Verdampfungswärme L :

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{1}{L} \cdot \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} \quad (7)$$

$$= \frac{m_2 c_w + m_k c_k}{L} \cdot \frac{\Delta T_2}{\Delta t} \quad (8)$$

Für die mechanische Kompressorleistung wird angenommen, dass die Kompression des Gases adiabatisch erfolgt. Es erfolgt also idealisiert kein Wärmeaustausch mit der Umgebung. Die Dichte ρ des Gases beim Druck p_a und der Temperatur T wird mit

$$\rho = \frac{p_a}{R_s T} \quad (9)$$

nach [5] bestimmt, $R_s = 8,31 \text{ J}/(\text{mol K})$ ist die allgemeine Gaskonstante. Die Formel für N_{mech} folgt aus der Poissonschen Gleichung und der verrichteten Arbeit, nach [1],

$$N_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (10)$$

κ ist das Verhältnis der Molwärmen bei konstantem Druck C_p und bei konstantem Volumen C_v .

3 Aufbau und Durchführung

Die Wärmepumpe besteht aus zwei thermisch isolierten Eimer, die mit Wasser gefüllt die Wärmereservoirs darstellen. In jedem Eimer ist eine Kupferschlange durch die Cl_2F_2 , das Transportgas Dichlordifluormethan, fließt. Das Wasser wird während der Messung umgerührt. Die Temperaturen innerhalb der Reservoirs werden mit digitalen Thermometern bestimmt, die Drücke mit Zeiger-Manometern. Die Leistung des Kompressors wird mit einem Wattmeter gemessen.

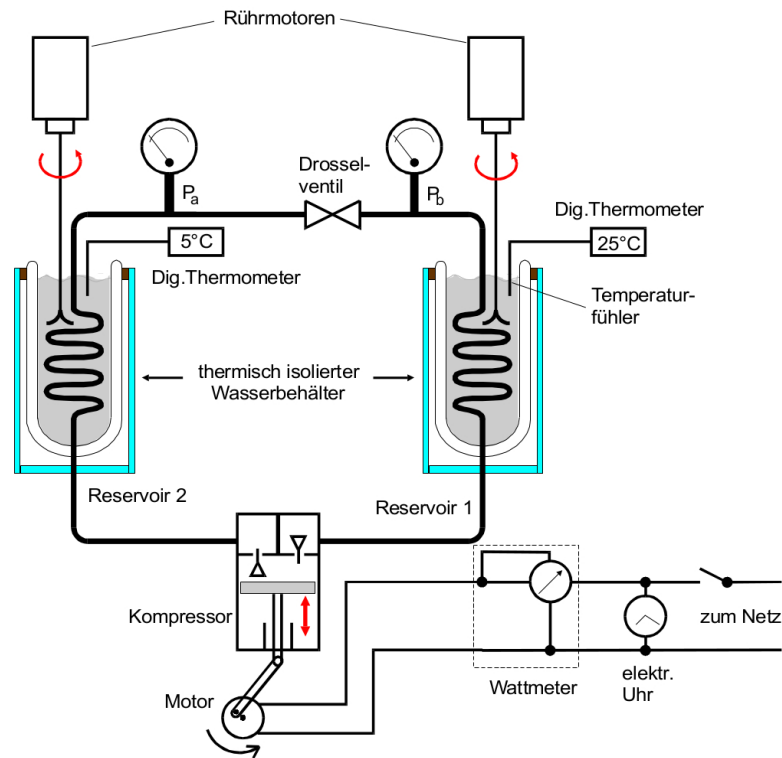


Abbildung 1: Schema einer Wärmepumpe aus [1].

Die Reservoirs sind mit je 3 l Wasser befüllt.

Gemessen werden die beiden Temperaturen T_1, T_2 , die beiden Drücke p_a, p_b und die Leistungsaufnahme des Kompressors jede Minute. Die Messung endet wenn die Temperatur des warmen Reservoirs $T_1 = 50^\circ\text{C}$ ist.

Tabelle 1: Literaturwerte von Dichlorfluormethan aus [1].

ρ_0 [g/l]	κ
5,51	1,14

ρ_0 für $T = 0^\circ\text{C}$, $p = 1$ bar.

4 Auswertung

Die Messwerte aller Messparameter sind in der Tabelle 8 aufgezeigt. Die Drücke sind um 1 bar erhöht und die Temperaturen in Kelvin angegeben.

4.1 Temperaturverläufe

Die Graphen der Temperaturverläufe für das heiße und das kalte Reservoir sind in Abbildung 2 dargestellt. Die verwendete lineare Ausgleichsrechnung mit der Form

$$T(t) = At^2 + Bt + C \quad (11)$$

wird über je eine Messwertreihe gelegt. Die Parameter stehen in Tabelle 2.

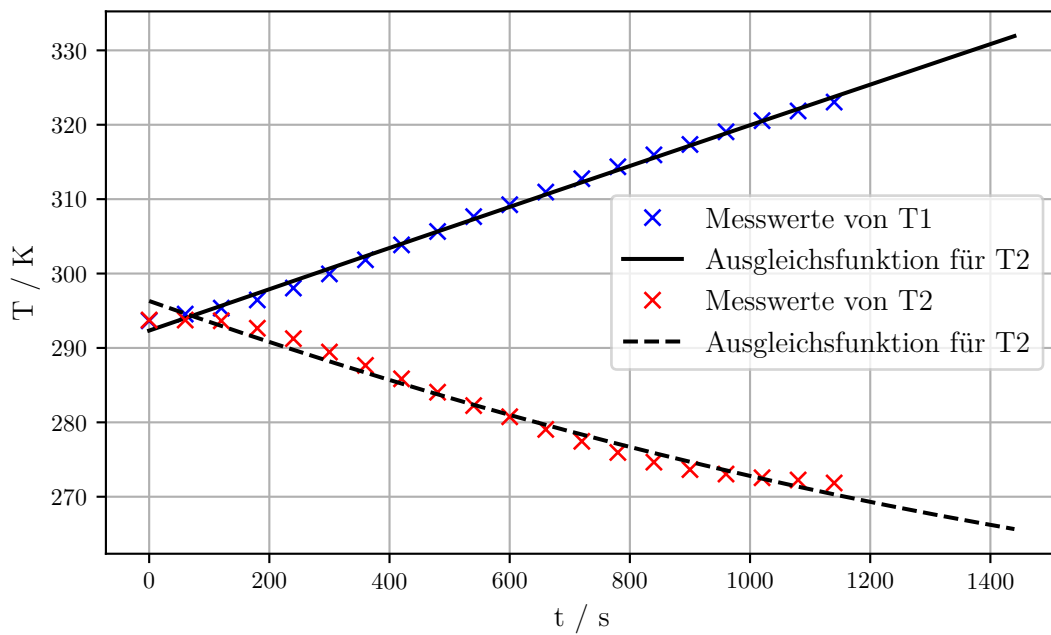


Abbildung 2: Temperaturkurven von T1 und T2 mit Ausgleichsfunktionen.

Tabelle 2: Parameter für die Ausgleichsfunktionen

	T1			T2		
	A_1 [K/s ²]	B_1 [K/s]	C_1 [K]	A_2 [K/s ²]	B_2 [K/s]	C_2 [K]
Parameter	$-2,67 \cdot 10^{-7}$	0.028	292.33	$5,05 \cdot 10^{-6}$	-0.028	296.31
Fehler	$1,26 \cdot 10^{-6}$	0.001	0.367	$2,46 \cdot 10^{-6}$	0.003	0.715

Tabelle 3: Spezielle Messstellen für das kalte und das heiße Reservoir.

	T_{300} [K]	T_{600} [K]	T_{900} [K]	T_{1140} [K]
Reservoir _k	289,45	280,75	273,65	271,85
Reservoir _w	299,95	309,25	317,35	323,05

Nun werden 4 spezielle Messstellen für jedes Reservoir gewählt. Diese können in Tabelle 3 ausgelesen werden. Daraus lassen sich nun die Differenzenquotienten dT/dt gemäß

$$dT/dt = 2At + B \quad (12)$$

bestimmen, wobei der Gaußfehler gemäß

$$\Delta \dot{T} = \sqrt{\sum_{j=0}^K \left(\frac{df}{dy_j} \Delta y_j \right)^2} = \sqrt{4t^2(\Delta A)^2 + (\Delta B)^2} \quad (13)$$

mit berücksichtigt werden muss.

Die Differenzenquotienten an den Stellen ergeben sich dann zu den Werten in Tabelle 4.

Tabelle 4: Differenzenquotienten für dT/dt der beiden Reservoirs.

Reservoir	\dot{T}_{300} [10^{-3} K/s]	\dot{T}_{600} [10^{-3} K/s]	\dot{T}_{900} [10^{-3} K/s]	\dot{T}_{1140} [10^{-3} K/s]
kalt	$27,7 \pm 0,943$	$27,6 \pm 1,883$	$27,4 \pm 2,824$	$27,3 \pm 3,576$
warm	$-25,5 \pm 0,674$	$-23,0 \pm 1,347$	$-19,0 \pm 2,021$	$-17,0 \pm 2,559$

4.2 Güteziffern

Um die Güteziffern an den Messstellen zu berechnen, wird verwendet, dass die Wärmekapazität von Wasser $c_w = 4,182 \text{ J/(g K)}$ [4] beträgt, die Behälter sind mit je 3 Litern Wasser gefüllt und das $c_k m_k$ der Behälter wird zu 660 J/K abgelesen. Die Güteziffern berechnen sich nach Formel (6) und die idealen Güteziffern ν_{ideal} ergeben sich nach Formel (4). Die Güteziffern sind in Tabelle 5 zusammengefasst.

Tabelle 5: ideal und reale Güteziffern an den Messstellen.

t [s]	ν_{ideal}	ν_{real}	$\Delta \nu_{\text{real}}$	Abweichung [%]
300	28,57	3,89	94,65	86,38
600	10,85	3,96	189,15	63,50
900	7,26	3,8	283,69	47,66
1140	6,31	3,8	359,32	39,78

Die großen Abweichungen der realen Gütezißern von den idealen Gütezißern sind sehr auffällig. Für den Gaußfehler der realen Gütezißern ergibt sich gemäß der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\nu_{\text{real}} = \frac{m_w c_w + m_k c_k}{N} \Delta\dot{T}. \quad (14)$$

Mit dem $\Delta\dot{T}$ aus Formel 13.

4.3 Massendurchsatz

Zuerst wird die Verdampfungswärme L des Transportgases $\text{Cl}_2\text{F}_2\text{C}$ bestimmt. Dies geschieht über eine lineare Regression wie in Versuch 203 beschrieben [2]. Dafür wird der natürliche Logarithmus des Drucks im wärmeren Reservoir gegen den Kehrwert der Temperatur im warmen Reservoir aufgetragen. Die dazugehörige Abbildung ist in Abbildung 3 zusehen.

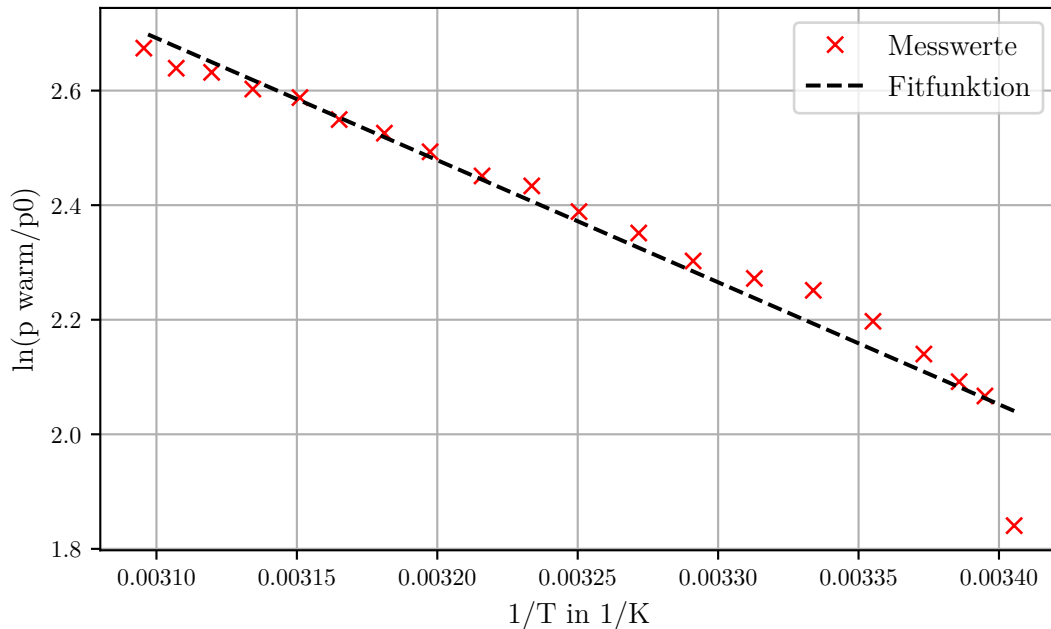


Abbildung 3: Dampfdruckkurve für P und T im warmen Reservoir.

Es wird eine Ausgleichsrechnung der Form

$$\ln\left(\frac{p(T)}{p_0}\right) = \frac{A}{RT} + B \quad (15)$$

verwendet, wobei R die universelle Gaskonstante mit $R = 8,314\,459\,8\,\text{J}/(\text{K mol})$ [3] darstellt und A, B die Koeffizienten beschreiben. Für die folgenden Rechnungen wird R wegen der sehr kleinen Unsicherheit der Größenordnung $1 \cdot 10^{-7}$ als exakt angenommen,

da es keinen nennenswerten Anteil zum Fehler von L beisteuert. Die Parameter der linearen Ausgleichsrechnung ergeben sich zu

$$\begin{aligned} a &= (17\,721,75 \pm 1000,48) \text{ K} \\ b &= 9,29 \pm 0,39 . \end{aligned}$$

Die Verdampfungswärme pro Masseneinheit wird noch mit der molaren Masse des Gases, welche $M = 120,9 \text{ g/mol}$ beträgt, verrechnet, sodass die Verdampfungswärme sich zu

$$L = (147 \pm 8) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (16)$$

bestimmt. Die Unsicherheit ergibt sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung nach

$$\Delta L = \frac{1}{M} \Delta A \quad (17)$$

Mit dem so erhaltenen Wert für L wird nun der Massendurchsatz gemäß (8) bestimmt. Der Massendurchsatz dm/dt an der jeweiligen Messstelle ist in Tabelle 6 aufgeführt.

Tabelle 6: Massendurchsatz dm/dt an den verschiedenen Messstellen.

t [s]	\dot{m} [g/s]	$\Delta \dot{m}$ [g/s]
300	-3.2	0.257
600	-2.8	0.224
900	-2.4	0.197
1140	-2.1	0.169

Die Unsicherheiten entstehen wieder nach Gaußfehler 17. Für $\Delta \dot{m}$ gilt dann

$$\Delta \dot{m} = \frac{1}{L} \sqrt{\dot{Q}_{\text{kalt}}^2 (\Delta L)^2 + (\Delta \dot{Q}_{\text{kalt}})^2} \quad (18)$$

4.4 Kompressorleistung

Zuletzt wird die mechanische Kompressorleistung ermittelt. Dazu wird der Druck p_a des Gases bei einer spezifischen Temperatur T benötigt, um die Dichte des Gases bei diesen Randbedingungen über Gleichung (9) zu bestimmen. Bei der Berechnung werden außerdem der Druck des Transportgases $p_0 = 5,51 \text{ g/l}$ bei $273,15 \text{ K}$ und der Adiabatenkoeffizient $\kappa = 1.14$ benötigt. Die errechneten Zwischenergebnisse sind in Tabelle 7 dargelegt. Der Fehler für die Kompressorleistung ergibt sich dann aus

$$\Delta N_{\text{mech}} = \frac{1}{1 - \kappa} \left(p_{\text{warm}} \sqrt{\kappa \frac{p_{\text{kalt}}}{p_{\text{warm}}}} - p_{\text{kalt}} \right) \frac{1}{\rho} \Delta \dot{m} . \quad (19)$$

Tabelle 7: Kompressorleistung an den 4 Messstellen und Dichte des Gases.

t [s]	N_{mech} [W]	ρ [g/l]
300	-48 ± 7	21.32
600	-50 ± 10	21.98
900	-48 ± 13	23.10
1140	-44 ± 17	23.81

5 Diskussion

Zusammenfassend kann die Messreihe als vernünftig genommen werden. Grundlegende, aus der Theorie zu erwartende Messwerte, sind gemessen worden und zu sehen ist, dass die ideale Wärmepumpe wesentlich besser arbeitet als die verwendete reale Wärmepumpe. Schon in der Auswertung der Temperaturkurven ist zu erkennen, dass die Temperaturen nicht linear verlaufen, was sich auch in der Inkonstanz der Temperaturänderungen ablesen lässt.

Mögliche Fehlerquellen stellen auch die nicht optimal thermisch isolierten Behälter dar. Außerdem ist der Wirkungsgrad des Kompressors anzumerken, welcher seinen Anteil zur Abweichung beisteuert. Um eine gleiche Temperatur überall innerhalb der Behälter zu erlangen, muss das Wasser ständig verrührt werden, doch einer der beiden Rührer war etwas funktionsuntüchtig, sodass er manuell, soweit es eben möglich war, mit konstanter Geschwindigkeit anzutreiben war.

Eine weitere Ungenauigkeit stellt das Ablesen von 5 Werten zur selben Zeit dar. Dies ist nicht gut realisierbar und noch dazu waren insbesondere die Skalen der Manometer sehr grob. Dies könnte verbessert werden, indem die Messwerte digital und automatisch aufgezeichnet werden.

Literatur

- [1] *Anleitung zu v206: Die Wärmepumpe*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 05.10.2017).
- [2] *Anleitung zu Versuch V203: Verdampfungswärme und Dampfdruckkurve*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V203.pdf> (besucht am 21.01.2018).
- [3] *Gaskonstante*. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gaskonstante> (besucht am 21.01.2018).
- [4] *Spezifische Wärmekapazität*. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t (besucht am 10.01.2018).
- [5] *Thermische Zustandsgleichung idealer Gase*. URL: http://www.chemie.de/lexikon/Thermische_Zustandsgleichung_idealer_Gase.html (besucht am 20.01.2018).

6 Messwerte

Tabelle 8: Messwerte.

t [s]	T_{warm} [K]	p_{b} [bar]	T_{kalt} [K]	p_{a} [bar]	P [W]
0	293,65	6,3	293,75	6,1	0
60	294,55	7,9	293,75	3,4	166
120	295,35	8,1	293,65	3,8	168
180	296,45	8,5	292,65	3,9	185
240	298,05	9,0	291,25	4,2	195
300	299,95	9,5	289,45	4,1	198
360	301,85	9,7	287,65	4,2	200
420	303,85	10,0	285,85	4,2	205
480	305,65	10,5	284,05	4,2	207
540	307,65	10,9	282,25	4,1	207
600	309,25	11,4	280,75	4,1	210
660	310,95	11,6	279,05	4,2	211
720	312,75	12,1	277,45	4,2	212
780	314,35	12,5	275,95	4,2	214
840	315,95	12,8	274,65	4,1	211
900	317,35	13,3	273,65	4,2	213
960	319,05	13,5	273,05	4,2	213
1020	320,55	13,9	272,55	4,2	211
1080	321,85	14,0	272,25	4,2	209
1140	323,05	14,5	271,85	4,3	206