

Durchführung: 18.04.2017

1. Abgabe: 26.04.2017

2. Abgabe: 3.05.2017

---

## PRAKTIKUMSPROTOKOLL V406

# BEUGUNG AM SPALT

Anneke Reinold<sup>1</sup>,  
Vanessa Sulaiman<sup>2</sup>

---

---

<sup>1</sup>anneke.reinold@tu-dortmund.de

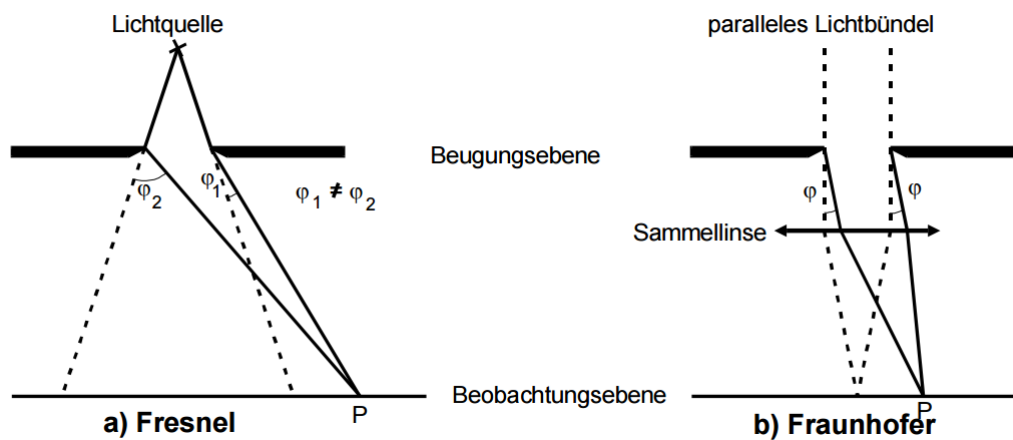
<sup>2</sup>vanessa.sulaiman@tu-dortmund.de

# 1 Einleitung

Unter Beugung wird verstanden, dass Wellen an einem Hindernis abgelenkt werden und es aufgrund dessen zur Entstehung neuer Wellenfronten nach dem Huygensschen Prinzip kommt. Dies ist soweit mit allen Arten von Wellen möglich. In diesem Versuch wird Licht als elektromagnetische Welle an einem Spalt gebeugt und die aufgrund der hinter dem Spalt stattfindenden Überlagerungen entstehenden Interferenzmuster untersucht. Es sollen Spaltbreiten verschiedener Doppelspalte und eines Einzelspalts vermessen werden. Außerdem sollen die Beugungsbilder des Einfachspalts und der Doppelspalte miteinander verglichen werden.

## 2 Theorie

Lichtbeugung entsteht, wenn Licht durch Öffnungen in Schirmen scheint und lässt sich anhand des Wellenmodells erklären, da das entstehende Bild ein Interferenzmuster ist. Betrachtet werden können zwei verschiedene Arten der Beugung, die in Abbildung 1 dargestellt sind. Einerseits die Fresnelsche Beugung mit endlichen Abständen zwischen Lichtquelle und Öffnung sowie zwischen Öffnung und Bild, andererseits die Fraunhofersche Beugung mit unendlichen Abständen. Durch die unendlichen Abstände sind die miteinander interferierenden Lichtstrahlen parallel zueinander, werden also im gleichen Winkel gebeugt. Diese Beugungswinkel sind bei der Fresnelschen Beugung jedoch nicht gleich, da die Strahlen nicht parallel zueinander sind. Da dies mathematisch deutlich komplizierter zu beschreiben ist, wird hier nur die Fraunhofersche Beugung betrachtet.



**Abbildung 1:** Fresnelsche und Fraunhofersche Beugung im Vergleich zum der geometrischen Optik (gestrichelte Linien).[1]

Da die Fraunhofersche Beugung nur eine mathematische Formulierung des Huygensschen Prinzips ist, lässt sich mithilfe dessen die Intensitätsverteilung am Einzelspalt leicht herleiten und erklären. Das Huygenssche Prinzip besagt, dass von jedem Punkt einer Wellenfront eine Elementarwelle ausgeht, welche eine Kugelwelle ist. Diese Elementar-

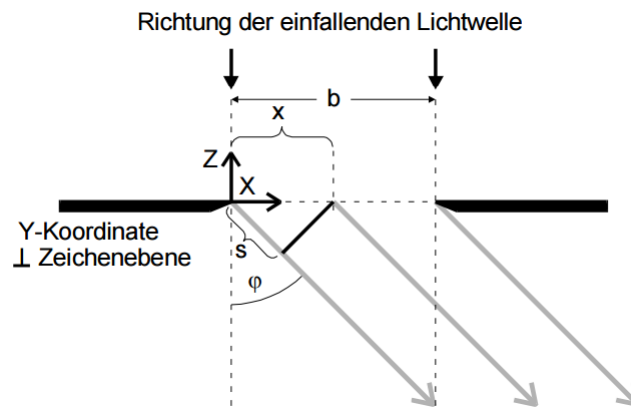
wellen interferieren miteinander und ihre Einhüllende ist die neue Wellenfront. Unter Berücksichtigung aller Elementarwellen, die zum gleichen Zeitpunkt am beobachteten Punkt ankommen, erhält man den Schwingungszustand an diesem Punkt. Für den Einzelspalt gilt also, dass über alle Strahlen summiert werden muss, die unter dem gleichen Winkel  $\varphi$  gebeugt werden. Die Feldstärke der (in z-Richtung) einfallenden ebenen Welle beträgt dabei

$$A(z, t) = A_0 \exp(i(\omega t - 2\pi z/\lambda)) \quad (1)$$

und der Phasenunterschied zwischen den einzelnen Strahlen ist

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \varphi}{\lambda}, \quad (2)$$

was in Abbildung 2 deutlich wird.



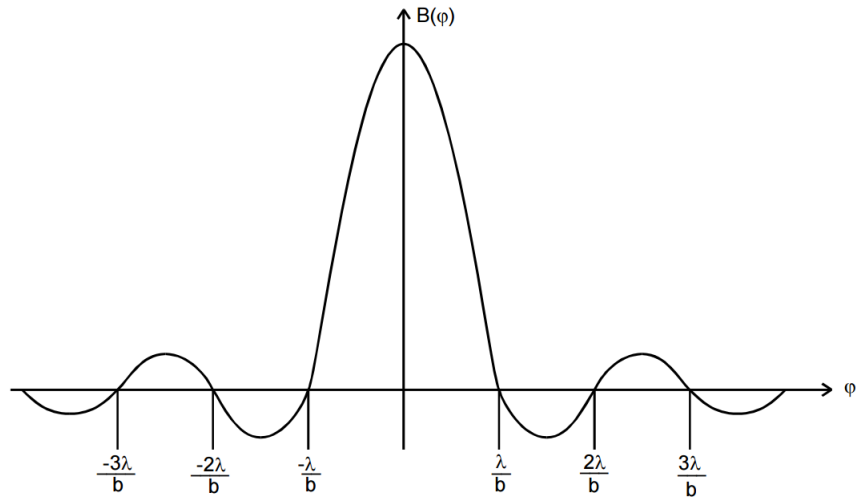
**Abbildung 2:** Phasenbeziehung zwischen zwei Teilstrahlen bei der Fraunhoferschen Beugung.[1]

Da die Strahlen infinitesimal klein sind, wird über die gesamte Spaltbreite  $b$  integriert und es ergibt sich schließlich die Amplitude in  $\varphi$ -Richtung

$$B(z, t, \varphi) = A_0 \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)\right) \exp\left(\frac{\pi i b \sin \varphi}{\lambda}\right) \frac{\lambda}{\pi \sin \varphi} \sin\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right). \quad (3)$$

Dabei sind nur die reellwertigen Faktoren von Relevanz. Die Amplitudenfunktion ist in Abbildung 3 dargestellt. Da sich die Amplitude aufgrund der sehr hohen Frequenz des Lichts nicht messen lässt, wird die zeitlich gemittelte Intensität  $I(\varphi)$  gemessen, welche sich folgendermaßen berechnet:

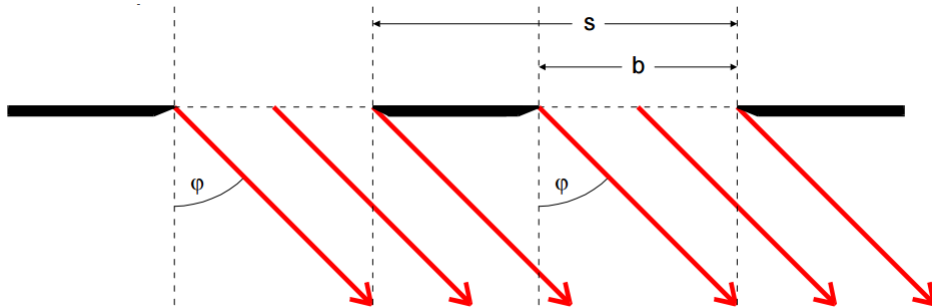
$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin \varphi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right) \quad (4)$$



**Abbildung 3:** Amplitudenverteilung bei Fraunhoferscher Beugung am Einfachspalt.[1]

Wie in Abbildung 4 deutlich wird, lässt sich die Intensitätsverteilung am Doppelspalt durch Überlagerung zweier Einzelspalte berechnen und es ergibt sich

$$I(\varphi) \propto B(\varphi)^2 = 4 \cos^2 \left( \frac{\pi s \sin \varphi}{\lambda} \right) \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \varphi} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \right). \quad (5)$$



**Abbildung 4:** Beugung am Doppelspalt.[1]

### 3 Aufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 dargestellt. Zur Erzeugung einer möglichst ebenen Welle wird als Lichtquelle ein He-Ne-Laser verwendet. Damit der Beobachtungspunkt näherungsweise im Unendlichen liegt, muss die Entfernung  $L$  zwischen Spalt und Detektor mindestens 1m betragen. Der Detektor lässt sich senkrecht zum Lichtstrahl verschieben.

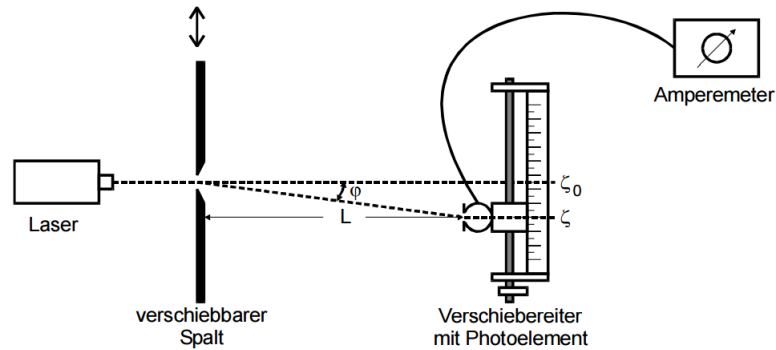


Abbildung 5: Versuchsaufbau.[1]

Beachtet werden muss, dass das Photoelement des Detektors einen Dunkelstrom  $I_{\text{du}}$  der Helligkeit der Umgebung misst, welcher von den Messwerten abgezogen werden muss. Zudem muss die Längenskala am Detektor in den Beugungswinkel  $\varphi$  umgerechnet werden. Dabei gilt

$$\varphi \approx \tan \varphi = \frac{\zeta - \zeta_0}{L} \quad (6)$$

mit der Detektorstellung für die Richtung des ungebeugten Strahls  $\zeta_0$ .

### 4 Auswertung

#### 4.1 Einzelspalt

Zunächst werden in Tabelle 1, die an dem Experiment selber, angegebenen Literaturwerte für die Spaltabmessungen aufgezeigt. Diese werden im Folgenden als Theoriewerte zum Vergleich mit den aus den experimentellen Werten bestimmten Breiten verwendet. Für die Doppelspalte sind auch die Abstände zwischen den Spalten angegeben.

Tabelle 1: Theoriewerte für die Spaltbreiten

Art des Spalts	Breite / $10^{-3}m$	Spaltabstand / $10^{-3}m$
Einzelspalt E	0,075	
Doppelspalt D1	0,100	0,4
Doppelspalt D2	0,150	0,5

Als Abstand zwischen dem Laser und dem Spalt wurde ein Wert von  $L_1 = 0,25\text{ m}$  und für

den zwischen Spalt und Detektor eine Länge von  $L_2 = 1,05\text{ m}$  für die Doppelpaltemessungen gemessen. Für die Messung des Einzelspalts ergab sich ein Wert von  $L_1 = 0,20\text{ m}$  und für den zwischen Spalt und Detektor eine Länge von  $L_2 = 1,10\text{ m}$ . Vor Versuchsbeginn ließ sich ein Dunkelstrom von  $I_{\text{du}} = 1,55\text{ nA}$  für den Doppelspaltversuch und  $I_{\text{du}} = 3,4\text{ nA}$  für den Einzelspalt feststellen. Für die Wellenlänge des Lasers sind  $\lambda = 633\text{ nm}$  angegeben.

**Tabelle 2:** Messdaten der vermessenen Beugungsmuster der drei Spalte.

$\zeta / 10^{-3}m$	$I_E / 10^{-9}A$	$I_{D1} / 10^{-9}A$	$I_{D2} / 10^{-8}A$
50,0	26	2,9	4,1
48,5	24	3,1	4,5
47,0	17	4,4	7,0
45,5	11	5,2	3,9
44,0	13	6,4	13,5
42,5	27	6,6	9,3
41,0	45	5,7	34,0
39,5	56	5,1	44,0
38,0	52	4,3	24,5
36,5	36	5,2	255,0
35,0	32	4,9	660,0
34,5	39	7,0	710,0
34,0	52	13,0	1500,0
33,5	72	12,0	690,0
33,0	100	13,0	700,0
32,5	140	11,5	800,0
32,0	190	10,0	300,0
31,5	245	11,0	295,0
31,0	300	14,8	210,0
30,5	370	13,5	53,0
30,0	450	10,8	33,0
29,5	520	12,5	17,0
29,0	600	16,0	30,0
28,5	680	18,0	39,0
28,0	760	14,5	24,0
27,5	830	11,5	38,0
27,0	890	13,5	31,0
26,5	940	15,5	10,0
26,0	990	18,5	14,0
25,5	1000	19,0	67,5
25,0	1000	16,0	11,5
24,5	1000	15,0	15,0
24,0	980	13,0	9,3
23,5	940	13,5	15,0
23,0	890	16,0	13,0
22,5	830	14,0	5,2
22,0	760	13,0	6,0
21,5	680	13,0	3,8
21,0	600	12,0	6,2
20,5	520	11,0	8,9
20,0	440	14,5	5,8
19,5	360	18,0	9,5
19,0	300	15,0	9,0
18,5	240	12,5	3,6
18,0	185	10,0	3,8
17,5	135	10,0	2,4
17,0	100	12,0	2,9
16,5	73	13,5	4,9
16,0	54	11,3	3,5
15,5	42	11,5	5,6
15,0	36	12,5	6,3

In Abbildung 6 graphisch dargestellt ist das Ergebnis der Messung für den Einzelspalt und die nach Formel 7 erstellte Regression:

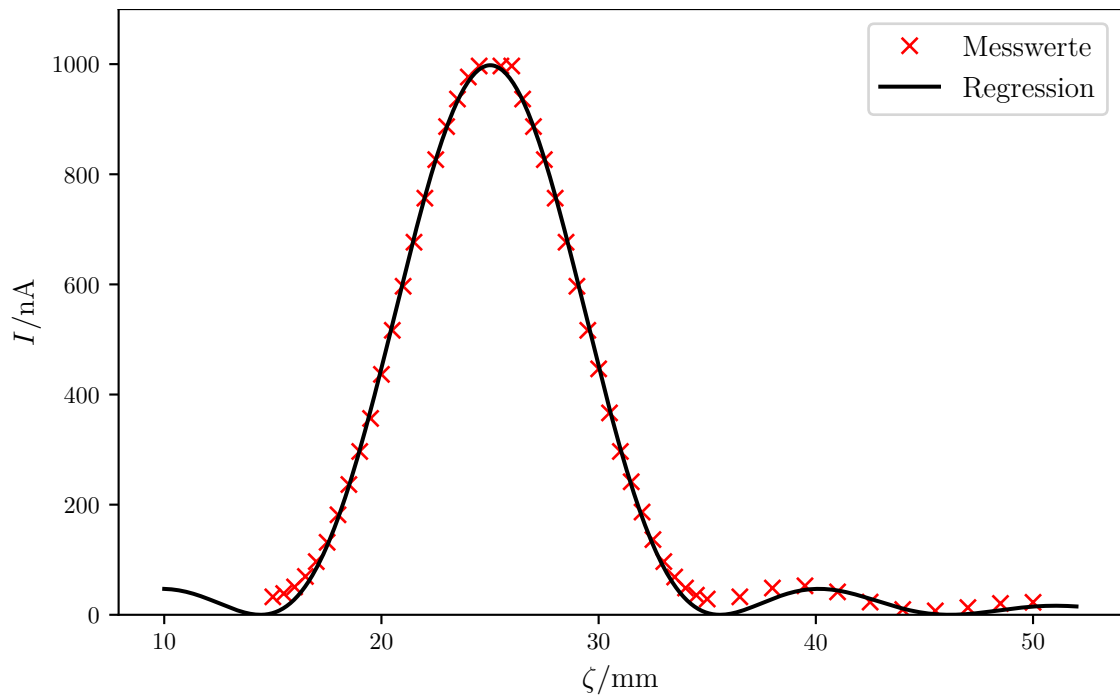
$$I(\varphi) = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin(\varphi)} \right)^2 \sin\left( \frac{\pi b \sin(\varphi)}{\lambda} \right) \quad (7)$$

Aus der Ausgleichsrechnung ergeben sich folgende Werte für die Fitparameter:

$$b = (0,0658 \pm 0,0003) \text{ mm} \quad (8)$$

$$A_0^2 = 479.9 \pm 1.9 \sqrt{\frac{A}{m^2}} \quad (9)$$

Die Abweichung der mit der Regression bestimmten Spaltbreite von dem auf dem Spalt selber abgelesenen Wert beträgt 12,3%.

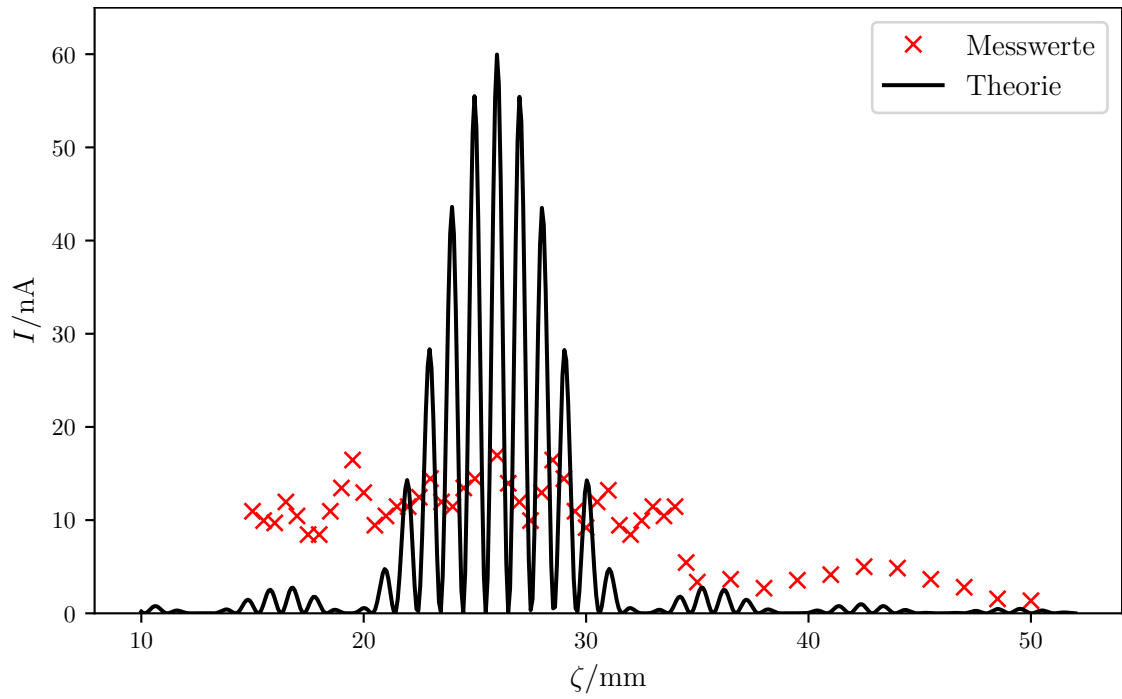


**Abbildung 6:** Graph der Messwerte und der Theoriekurve des Einzelspalts.

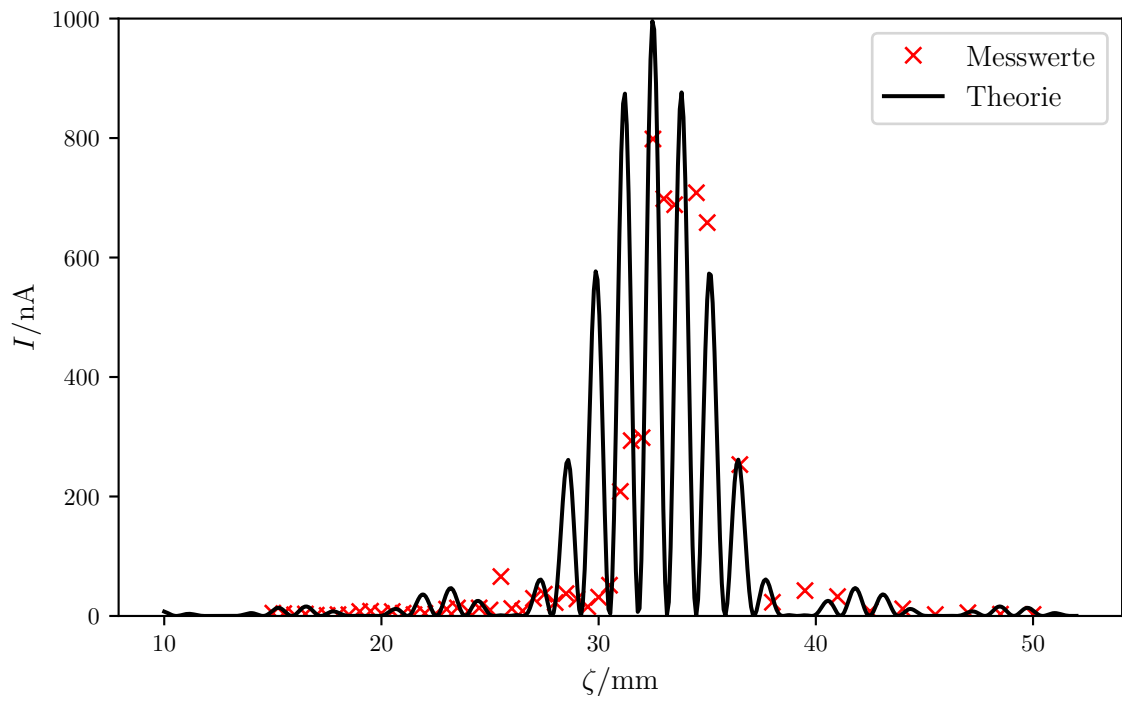
## 4.2 Doppelspalt

Im Folgenden werden nun die Messergebnisse der Doppelspalte ausgewertet. Abbildung 7 zeigt die Messwertverteilung des ersten und Abbildung 8 die des zweiten Doppelspalts. Es zeigen sich deutliche Abweichungen im Vergleich zu der Theoriekurve und auch im Vergleich zu der Messung des Einzelspalts. Eine Durchführung einer Regression war für diese Fälle nicht möglich und entfällt.





**Abbildung 7:** Graph der Messwerte und der Theoriekurve des ersten Doppelspalts.



**Abbildung 8:** Graph der Messwerte und der Theoriekurve des zweiten Doppelspalts.

## 5 Diskussion

Zu Beginn sei gesagt, dass die Messung für den Einzelspalt wiederholt werden musste, so dass hier unter anderen Begebenheiten gearbeitet wurde. Durch die Wiederholung zeigen sich nun nur kleine Abweichungen zur Regression. Im Allgemeinen können Abweichungen damit zusammenhängen, dass leichte Streuungen des Lasers aufgetreten sind, oder dass sich der Dunkelstrom im Raum selber geändert hat. Insgesamt stimmt das Messergebnis mit unseren Erwartungen überein. Die Abweichung von 12,3% der Spaltbreite ist im Vergleich zu der zu betrachtenden Dimension nicht erheblich. Viel mehr zeigt sie, wie abhängig das Beugungsbild von der Breite des Spalts ist und wie kleine äußere Einflüsse das Messergebnis verfälschen können.

Hingegen bei den Doppelspaltmessungen muss festgestellt werden, dass im Generellen keine Aussage über das Ergebnis getroffen werden kann. Besonders beim ersten Doppelspalt stimmen die Messwerte nicht mit der Theorie und den Erwartungen überein. Dies liegt zum einen daran, dass erst nach dieser Messung an der Messapparatur nachjustiert worden ist, da festgestellt wurde, dass das Hauptmaximum nicht exakt mit dem Detektor auf einer Höhe lag. Im Vergleich dazu, sind die Werte des zweiten Doppelspalt minimal besser geworden. Der Grund, weswegen die Einzelspaltmessung mit einer anderen Apparatur wiederholt wurde, ist, dass beim Ablesen der Skala des Intensitätsstroms und Hoch- und Runterschalten dieser deutliche Fehler schon bei der Durchführung der Messung auffielen. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse der Doppelspaltmessung unbrauchbar sind.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 406*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf> (besucht am 04.04.2017).