

V406

## **Beugung am Spalt**

Jannis Speer

jannis.speer@tu-dortmund.de

Kevin Talits

kevin.talits@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.07.2018

Abgabe: 09.07.2018

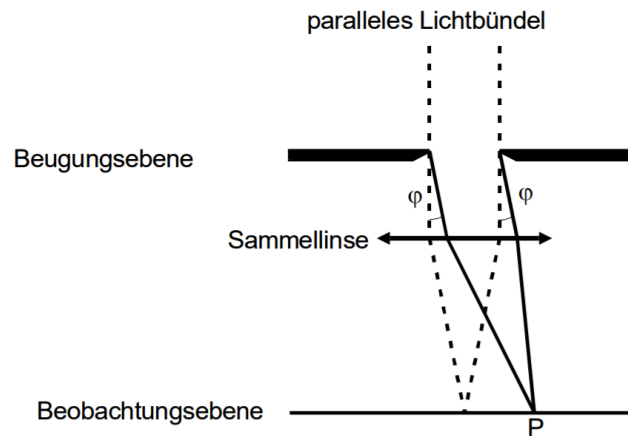
TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Theorie

Im Rahmen der klassischen Elektrodynamik wird Licht als elektromagnetische Welle beschrieben. Deshalb kann auch für Licht das wellentypische Phänomen der Beugung beobachtet werden, bei dem sich das Licht in Bereichen ausbreitet, die in der geometrischen Optik nicht zugänglich sind. Beugung tritt jedoch nur auf, wenn das Objekt, auf das das Licht trifft, Abmessungen in der Größe der Wellenlänge  $\lambda$  hat. Mit Hilfe des Interferenzeffekts und des Huygensschen Prinzips (Von jedem Punkt einer Wellenfront gehen kreisförmige Elementarwellen aus, die sich überlagern und deren Einhüllende eine neue Wellenfront bildet.) kann die Beugung erklärt werden. In diesem Versuch wird



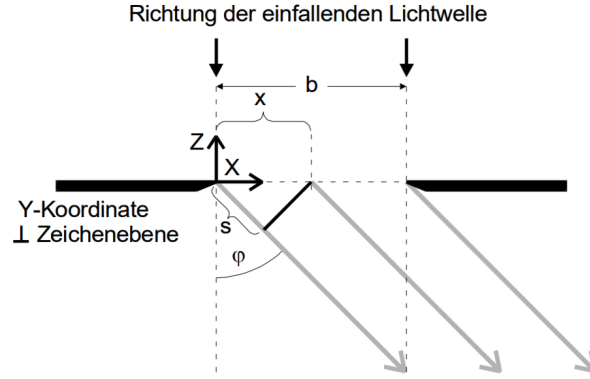
**Abbildung 1:** Fraunhofer Beugung an einem Spalt [1].

nur die Fraunhofer Beugung (siehe Abb. 1) betrachtet, da sich diese mathematisch leichter beschreiben lässt als die Fresnel Beugung. Denn bei der Fresnelschen Anordnung liegen Lichtquelle und Beobachtungspunkt  $P$  im Endlichen, sodass divergente Strahlenbündel auftreten. Das hat zur Konsequenz, dass im Aufpunkt  $P$  Strahlen interferieren, die unter verschiedenen Winkeln gebeugt werden. Bei der Fraunhofer Beugung wird angenommen, dass die Lichtquelle und die Beobachtungsebene jeweils unendlich weit von der Beugungsebene entfernt sind. So kann einerseits das Licht von der Quelle als paralleles Lichtbündel mit einer ebenen Wellenfront aufgefasst werden und andererseits interferieren in einem Punkt  $P$  auf der Beobachtungsebene nur Strahlen die unter dem gleichen Winkel  $\phi$  gebeugt werden. Diese Strahlen besitzen eine Phasendifferenz, die aufgrund des Wegunterschiedes  $s$  entsteht (siehe Abb. 2). Wenn zwei Strahlen in der Beugungsebene den Abstand  $x$  aufweisen, kann mit Abbildung 2 folgende Phasendifferenz abgeleitet werden:

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi \sin(\phi)}{\lambda}. \quad (1)$$

Für die ebene Welle, die sich in  $z$ -Richtung ausbreitet, wird folgender Ansatz genutzt:

$$A(z, t) = A_0 e^{i(\omega t - 2\pi/\lambda)}. \quad (2)$$



**Abbildung 2:** Skizze zur Ableitung der Phasendifferenz [1].

Um nun die Amplitude  $B(z, t, \phi)$  eines beliebigen Punktes im Wellenfeld zu erhalten, muss über alle Elementarwellen, die sich in diesem Punkt treffen und überlagern, summiert werden. Dabei muss die Phasendifferenz aus (1) berücksichtigt werden und da die Elementarwellen einen infinitesimalen Abstand  $dx$  haben, wird die Summe zum Integral über die Spaltbreite  $b$ .

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b \exp \left\{ i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta \right) \right\} dx \quad (3)$$

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left\{ i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right\} \cdot \exp \left\{ i \left( \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \right\} \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin(\phi)} \cdot \sin \left\{ \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (4)$$

Die beiden Exponentialfunktionen beschreiben nur Phasenfunktionen, lediglich die beiden letzten Terme haben einen Einfluss auf die Messung des Beugungsbildes. Statt der Amplitude wird die dazu proportionale Intensität gemessen:

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left\{ \frac{\lambda}{\pi b \sin(\phi)} \right\}^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (5)$$

Ein Doppelspalt lässt sich in analoger Form berechnen, wenn er als Überlagerung zweier Einzelspalte der Breite  $b$ , die im Abstand  $s$  angeordnet sind, betrachtet wird. Es ergibt sich dann für die Intensitätsverteilung:

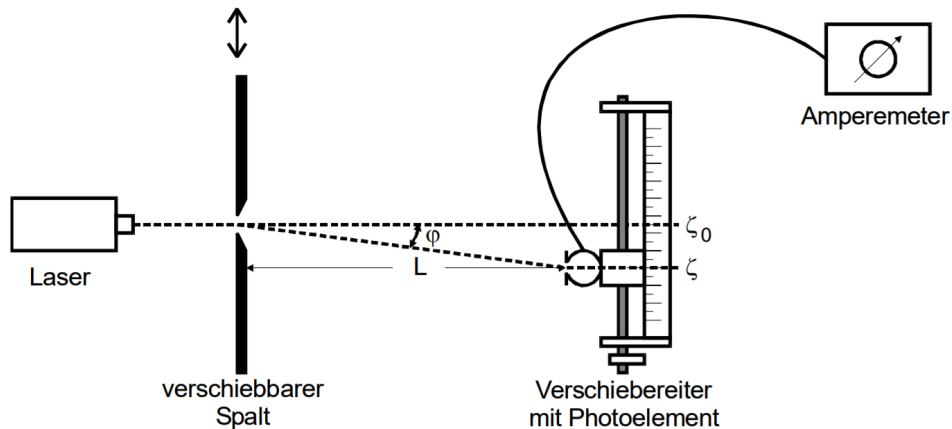
$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4A_0^2 b^2 \cos^2 \left\{ \frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \cdot \left\{ \frac{\lambda}{\pi b \sin(\phi)} \right\}^2 \cdot \sin^2 \left\{ \frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right\} \quad (6)$$

Dabei fällt auf, dass die Terme der Intensitätsverteilung des Einzelspaltes wieder auftauchen.

## 2 Durchführung

Ein Schema des Aufbaus ist in Abbildung 3 zu sehen. Zunächst werden Laser, Spalt und Photoelement ausgerichtet. Dabei wird der Abstand  $L$  zwischen Spalt und Photoelement

ausgemessen. Vor der eigentlichen Messung wird der Dunkelstrom gemessen, der durch die Umgebungsbeleuchtung entsteht und um den die späteren Messwerte korrigiert werden müssen. Zur Vermessung des Beugungsbildes wird der Verschiebereiter im Millimeter-Bereich verschoben und der Strom als Maß der Intensität mit der entsprechenden Position notiert. Die Messung wird für einen Einzelspalt und zwei verschiedene Doppelspalte durchgeführt.



**Abbildung 3:** Versuchsanordnung zur Messung des Beugungsbildes. [1]

### 3 Auswertung

Der anfangs gemessene Abstand  $L$  von dem optischen Element zur Messsonde sowie die Wellenlänge  $\lambda$  des Lasers lauten:

$$L = 1\text{m}$$

$$\lambda = 635\text{nm}$$

Die Werte zur Bestimmung der Spaltgröße  $b$  des Einzelspalts über das Beugungsmuster befinden sich nachfolgend in Tabelle 1.

**Tabelle 1:** Einzelspalt Messwerte.

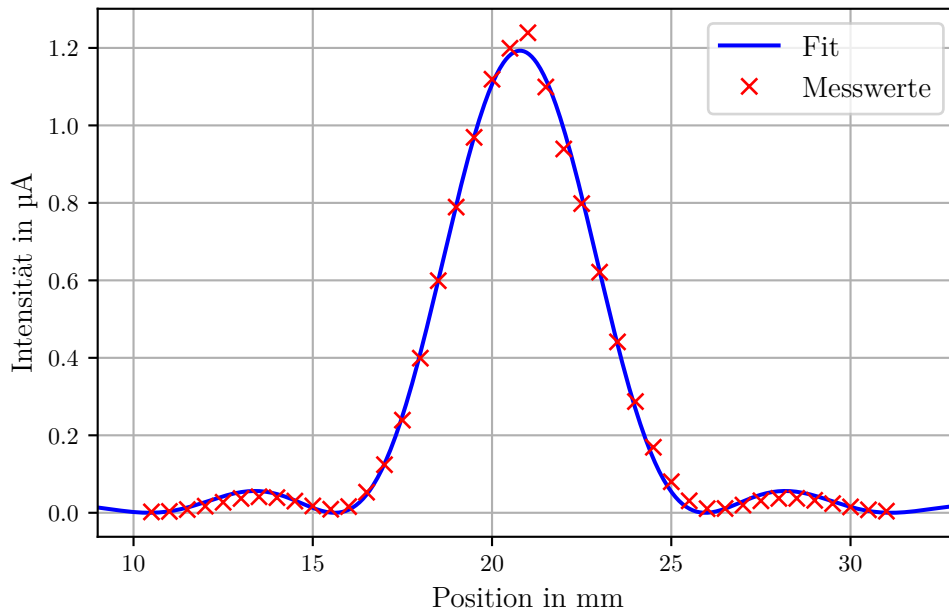
$\zeta$ in mm	$I$ in nA	$\zeta$ in mm	$I$ in nA
31.0	0.005	20.5	1.2
30.5	0.0085	20.0	1.12
30.0	0.016	19.5	0.97
29.5	0.0245	19.0	0.79
29.0	0.033	18.5	0.6
28.5	0.3081	18.0	0.4
28.0	0.038	17.5	0.24
27.5	0.0318	17.0	0.125
27.0	0.0208	16.5	0.054
26.5	0.0119	16.0	0.0168
26.0	0.0115	15.5	0.01
25.5	0.0317	15.0	0.0185
25.0	0.081	14.5	0.031
24.5	0.17	14.0	0.04
24.0	0.288	13.5	0.0422
23.5	0.442	13.0	0.0378
23.0	0.622	12.5	0.028
22.5	0.799	12.0	0.0179
22.0	0.94	11.5	0.0092
21.5	1.1	11.0	0.0043
21.0	1.24	10.5	0.0031

Die Stromstärken in der Tabelle sind schon vom vorher gemessenen Dunkelstrom  $I_{dunkel} = 0.85\text{nA}$  bereinigt. Mit Hilfe der Messwerte und der Gleichung (5) wird eine Ausgleichsrechnung durchgeführt.

Es wird für den Winkel  $\phi = \frac{\zeta - \zeta_0}{L}$  angenommen. Dabei ist  $\zeta$  die Position des Detektors und  $\zeta_0$  die Position des Hauptmaximums.

Dies wird auf Grund der Kleinwinkelnäherung angenommen, weil hier die Fraunhofergleichung genutzt wird. Das Licht kommt aus dem "unendlichen" und tritt parallel durch den Spalt und trifft im unendlichenerst auf den Schirm. Durch diese großen Distanzen kann die Kleinwinkelnäherung genutzt werden.

Die Regression des Einzelspalts befindet sich in Abbildung 4.



**Abbildung 4:** Beugungsmuster des Einzelspalts.

Es ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned}\zeta_0 &= (20.78 \pm 0.04)\text{mm} \\ b &= (0.1224 \pm 0.0021)\text{mm} \\ A_0 &= (8.92 \pm 0.13)\text{nA}\end{aligned}$$

Die Hersteller Angaben haben folgende Werte:

$$b_{Her} = 0.15\text{mm}$$

$$\Rightarrow b = \frac{b - b_{Her}}{b_{Her}} = 18.4\%$$

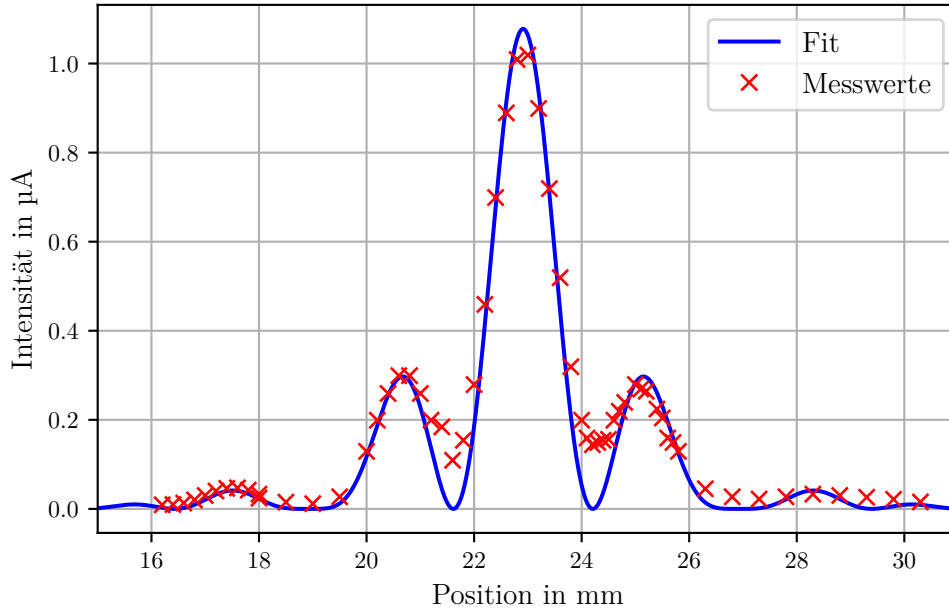
Die gemessenen Daten des ersten Doppelspalts befinden sich in Tabelle 2, wie zuvor vom Dunkelstrom bereinigt.

**Tabelle 2:** Doppelspalt 1 Messwerte.

$\zeta$ in mm	$I$ in nA	$\zeta$ in mm	$I$ in nA
30.3	0.0165	23.0	1.02
29.8	0.0225	22.8	1.01
29.3	0.027	22.6	0.89
28.8	0.031	22.4	0.7
28.3	0.034	22.2	0.46
27.8	0.028	22.0	0.28
27.3	0.023	21.8	0.155
26.8	0.028	21.6	0.11
26.3	0.046	21.4	0.185
25.8	0.13	21.2	0.2
25.7	0.15	21.0	0.26
25.6	0.16	20.8	0.3
25.5	0.205	20.6	0.3
25.4	0.225	20.4	0.26
25.2	0.265	20.2	0.2
25.1	0.27	20.0	0.13
25.0	0.28	19.5	0.028
24.8	0.24	19.0	0.0125
24.7	0.22	18.5	0.016
24.6	0.2	18.0	0.025
24.5	0.157	18.0	0.034
24.4	0.155	17.8	0.043
24.3	0.15	17.6	0.048
24.2	0.145	17.4	0.047
24.1	0.16	17.2	0.041
24.0	0.2	17.0	0.031
23.8	0.32	16.8	0.021
23.6	0.52	16.6	0.014
23.4	0.72	16.4	0.0106
23.2	0.9	16.2	0.01

Mit diesen Werten und der Gleichung (6) wird die Regression durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 5 zu sehen.





**Abbildung 5:** Beugungsmuster des ersten Doppelspalts.

Daraus ergeben sich folgende Werte:

$$\zeta_0 = (22.91 \pm 0.02)\text{mm}$$

$$b = (0.155 \pm 0.004)\text{mm}$$

$$d = (0.245 \pm 0.004)\text{mm}$$

$$A_0 = (3.36 \pm 0.08)\text{nA}$$

Die Hersteller Angaben haben folgende Werte:

$$b_{\text{Her}} = 0.15\text{mm}$$

$$d_{\text{Her}} = 0.25\text{mm}$$

$$\Rightarrow b = \frac{b - b_{\text{Her}}}{b_{\text{Her}}} = 3.33\%$$

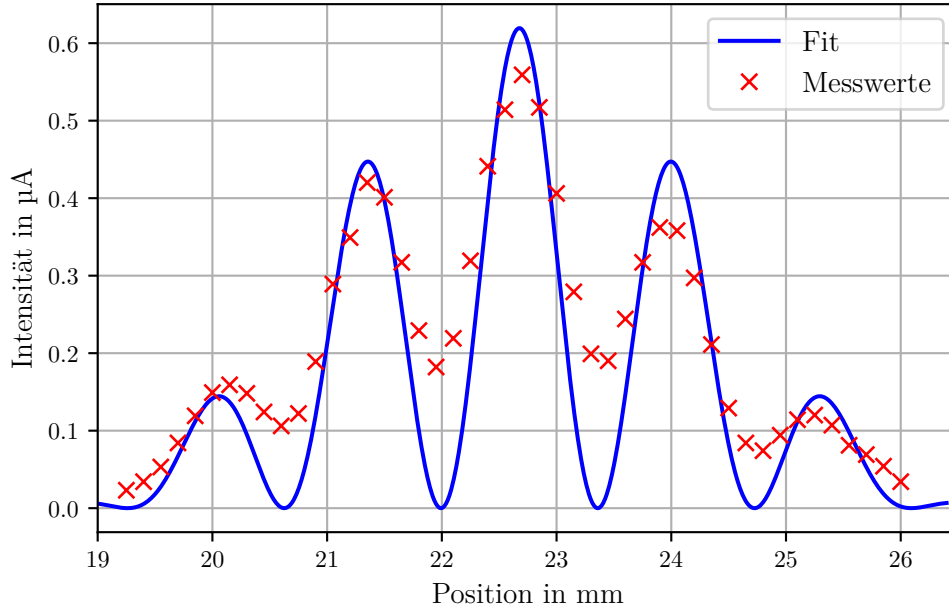
$$\Rightarrow d = \frac{d - d_{\text{Her}}}{d_{\text{Her}}} = 2\%$$

Die gemessenen Daten des zweiten Doppelspalts befinden sich in Tabelle 3, wie zuvor vom Dunkelstrom bereinigt.

**Tabelle 3:** Doppelspalt 2 Messwerte.

$\zeta$ in mm	$I$ in nA	$\zeta$ in mm	$I$ in nA
19.25	0.024	22.7	0.56
19.4	0.035	22.85	0.518
19.55	0.054	23.0	0.407
19.7	0.085	23.15	0.28
19.85	0.12	23.3	0.2
20.0	0.15	23.45	0.191
20.15	0.16	23.6	0.245
20.3	0.149	23.75	0.318
20.45	0.125	23.9	0.363
20.6	0.107	24.05	0.359
20.75	0.123	24.2	0.298
20.9	0.19	24.35	0.212
21.05	0.29	24.5	0.13
21.2	0.35	24.65	0.085
21.35	0.421	24.8	0.075
21.5	0.402	24.95	0.095
21.65	0.318	25.1	0.115
21.8	0.23	25.25	0.121
21.95	0.183	25.4	0.108
22.1	0.22	25.55	0.082
22.25	0.32	25.7	0.07
22.4	0.442	25.85	0.055
22.55	0.515	26.0	0.035

Mit diesen Werten und der Gleichung (6) wird die Regression durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abbildung 6 zu sehen.



**Abbildung 6:** Beugungsmuster des zweiten Doppelspalts.

Daraus ergeben sich folgende Werte:

$$\zeta_0 = (22.68 \pm 0.02)\text{mm}$$

$$b = (0.146 \pm 0.010)\text{mm}$$

$$d = (0.465 \pm 0.008)\text{mm}$$

$$A_0 = (2.69 \pm 0.15)\text{nA}$$

Die Hersteller Angaben haben folgende Werte:

$$b_{Her} = 0.15\text{mm}$$

$$d_{Her} = 0.35\text{mm}$$

$$\Rightarrow b = \frac{b - b_{Her}}{b_{Her}} = 2.67\%$$

$$\Rightarrow d = \frac{d - d_{Her}}{d_{Her}} = 32.86\%$$

In Abbildung 7 wird jetzt noch der Einzelspalt mit dem ersten Doppelspalt gezeigt. Dazu sind die Hauptmaxima auf den selben x-Wert geschoben und die Amplitude angepasst worden, damit die Abbildungen vergleichbar werden.

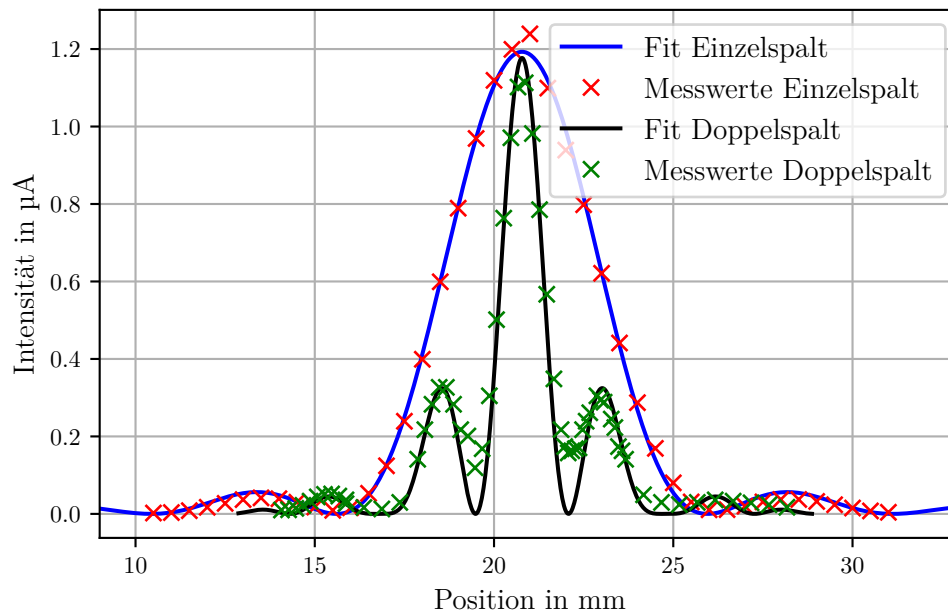


Abbildung 7: Doppel- und Einzelspalt im Vergleich.

## 4 Diskussion

Zur Bewertung der berechneten Werte werden die die Fit-Parameter mit den Herstellerangaben über die Fehler verglichen. Beim Einzelspalt weicht die Spaltbreite um 18.4% vom Herstellerwert ab und befindet sich im vierzehnten Fehlerintervall. Aber der Fehler des Fit-Parameters ist vergleichsweise klein mit nur  $\pm 0.0021\text{mm}$  greift er nur auf die vom Hersteller nicht mehr gegebene Stelle nach dem Komma. Beim ersten Doppelspalt ist der Fehler ca. doppelt so groß mit  $\pm 0.004$ , aber der Herstellerwert befindet sich noch innerhalb des zweiten Fehlerintervalls und auch dieser bezieht sich auf die nicht mehr vom Hersteller gegebene Stelle nach dem Komma. Das Gleiche gilt für den Spaltabstand mit dem selben Fehler. Auch hier befindet sich der Herstellerwert innerhalb des zweiten Fehlerintervalls. Dazu passend sind auch die relativen Abweichungen nur sehr gering mit  $b = 3.33\%$  und  $d = 2\%$ . Der zweite Doppelspalt weist bei der Spaltbreite einen größeren Fehler ( $\pm 0.01$ ) auf, welcher sich schon auf die zweite signifikante Stelle bezieht. Jedoch ist hier der Herstellerwert sogar im ersten Fehlerintervall. Aber weil dieser Fehler mehr als doppelt so groß ist wie der vom vorherigen Doppelspalt sind die Abweichungen sehr ähnlich. Dies bestätigt auch der relative Fehler von  $b = 2.67\%$ . Bei dem Spaltabstand ist eine wesentlich höhere Abweichung festzustellen. Somit befindet sich der Herstellerwert nur noch im fünfzehnten Fehlerintervall mit einem relativen Fehler von  $d = 32.86\%$ .

Es ist auffällig, dass die Bestimmung der Parameter mit geometrisch zunehmender Größe immer ungenauer wird. Gründe dafür sind, dass das Beugungsmuster immer schwächer

wird und das Auflösungsvermögen des Detektors. Durch seinen nur endlich breiten Spalt kann er die Maxima nur bedingt gut aufnehmen, wenn sie bei breiteren Beugungsspalten enger zusammen liegen.

Bei einem Vergleich des Einzelspalts zu einem der Doppelspalte ist zu sehen, dass der Einzelspalt grob wie die Einhüllende des Doppelspalts wirkt. Doch leichte Unterschiede sind festzu stellen, auch schon, weil beim bestimmen der Spaltbreite leicht unterschiedliche Größen ermittelt wurden. Besonders ist dies in den Nebenmaxima zu sehen, wobei das Hauptmaxima noch sehr gut als Einhüllende fungiert.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V406, Beugung am Spalt*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf> (besucht am 09.07.2018).