

Versuch 703: Das Geiger-Müller-Zählrohr

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.05.2023, Abgabe 23.05.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	1
2 Theorie	1
3 Vorbereitung	3
4 Durchführung	3
5 Auswertung	4
5.1 Mittelwerte und Fehler	4
5.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung	4
5.3 Untersuchung des Geiger-Müller-Bereichs	5
6 Diskussion	8
Literatur	9
Anhang	10

1 Ziel

In diesem Versuch wird die Funktionsweise eines Geiger-Müller-Zählrohrs betrachtet. Es werden die Kennlinien der Betriebsspannung und die Totzeit der gegebenen Apparatur ermittelt.

2 Theorie¹

Geiger-Müller-Zählrohre gibt es in verschiedenen Versionen. Die meisten haben aber einen Metallzylinder einen Zählrohrdraht meist aus Wolfram. Der Zylinder ist mit einer dünnen Mylarfolie oder einem Glimmer verschlossen, welche gleichzeitig als Eintrittsfenster dienen. In der Kammer eingeschlossen ist ein Edelgas, welches mit Kohlenwasserstoffen versetzt ist. Zwischen dem Draht und dem Zylinder ist eine Spannung angelegt.

Tritt ionisierende Strahlung in die Kammer ein, wird das Gasgemisch im Innern der Kammer ionisiert. Durch die Angelegte Spannung werden die Ionen von zum Draht oder zum Zylinder hin beschleunigt. Auf dem Weg dahin können die Elektronen bzw. Ionen bei einer ausreichenden Spannung weitere Gasmoleküle ionisieren, sodass eine Kettenreaktion ausgelöst wird. Das führt wiederum zu einer großen Anzahl an Ladungsträgern, die über einen Widerstand abfließen. Da der Widerstand im Megaohmbereich liegt führt dieser Prozess zu einem Abfall in der Spannung, der die Kettenreaktion dann unterbricht. Mit einem Verstärker kann dieser kurzzeitige Spannungsabfall in einem Zählgerät oder einem Oszilloskop gemessen werden. Die Zeit dieses Spannungsabfalls wird auch Totzeit genannt, da keine weiteren Strahlungen während dieser Zeit gemessen werden können.

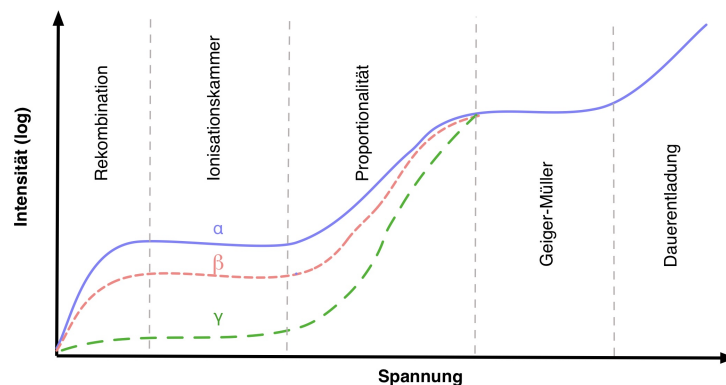


Abbildung 1: Die Zählrohrcharakteristik.

Die Zählrate des Geiger-Müller-Zählrohrs hängt von der Betriebsspannung ab. Diese Abhängigkeit wird Zählrohrcharakteristik genannt. Folgende Bereiche sind dabei relevant

- **Rekombination:** Bei einer niedrigen Betriebsspannung werden keine Zerfälle gemessen. Die gebildeten Ionen können sich auf dem Weg zum Anodendraht wieder

¹Unter Verwendung von [1].

mit Elektronen zu neutralen Atomen verbinden.

- **Ionisationskammer:** Ab einer gewissen Spannung erreichen alle Elektronen bzw Ionen die Elektroden, und es wird ein Sättigungsstrom erreicht. In diesem Bereich kommen nur die Elektroden und Ionen an, die direkt von der Strahlung erzeugt werden.
- **Proportionalitätsbereich:** Wenn die Spannung weiter erhöht wird, können die Elektronen mit Stoßionisation weitere Elektronen Ionen Paare erzeugen. Dieser Prozess passiert in der Nähe des Anodendrahts sehr häufig was zu einer Verstärkung des Spannungsabfalls um einen Faktor der Größenordnung $1 \cdot 10^3$ führt.
- **Geiger-Müller-Bereich:** Hier können alle Arten von radioaktiver Strahlung gleichgut detektiert werden. Im gesamten Zählrohr bilden sich Townsend-Lawinen, wobei die Elektronen über den Anodendraht abfließen. Die trägeren Ionen bilden eine Raumladungswolke, die weitere Lawinen behindert. So entstehen Impulse gleicher Höhe unabhängig von der Art oder Energie der einfallenden Strahlung. In diesem Spannungsbereich können die Gasatome in einen Angeregten Zustand versetzt werden. In diesem Zustand können sie Photonen aussenden, die mit dem Photoeffekt Elektronen von der Wand lösen können. Diese können weitere Townsend-Lawinen erzeugen, die ein Störfaktor in der Messung sind. Die Photonen können mit einem Löschgas, dem Alkohol absorbiert werden.
- **Dauerentladung:** Eine weitere Erhöhung der Spannung Führt zu einer Dauerentladung, die Das Zählrohr zerstören kann.

Das Zählratenplateau hat bei realistischen Geiger-Müller-Zählrohren eine Steigung s . Diese hängt damit zusammen, dass Strahlung, die die Ränder des Messzylinders Sekundärelektronen auslösen kann, die Zeitversetzt weitere Impulse lostreten. Dieser Effekt wird vermieden, indem ein Löschgas aus Langkettigen Alkohol-Molekülen die Kinetische Energie dieser Elektronen aufnimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dass das nicht funktioniert hängt von der angelegten Spannung und dem Alter des Geiger-Müller-Zählrohres ab. Die Steigung s ist also ein Maß für die Qualität des Zählrohres

$$s = \frac{\Delta n}{n} \cdot 100 \% / 100 \text{ V} \quad (1)$$

Sie ist Bezogen auf die relativen Zählraten pro 100 V definiert.

Wenn ein Impuls in dem Geiger-Müller-Bereich verstärkt wird bildet sich ein Ionengas um den Anodendraht. Dieses verhindert dass in dieser Zeit weitere Strahlung gemessen werden kann. Die Zeit in der keine Strahlung gemessen werden kann heißt Totzeit. Wenn die Ladungen abgegeben wurden können die Impulse erst nicht mit voller Intensität auftreten bis sich die Ionen ausgeglichen haben. Diese Phase nennt sich Erholungsphase. Das dazugehörige Oszilloskop-bild ist in Abbildung 2 zu sehen.

Bei der Zwei-Quellen Methode wird die Totzeit ermittelt, indem man davon ausgeht, dass bei einer größeren Anzahl an Zerfällen mehr Zerfälle nicht gemessen werden. Im

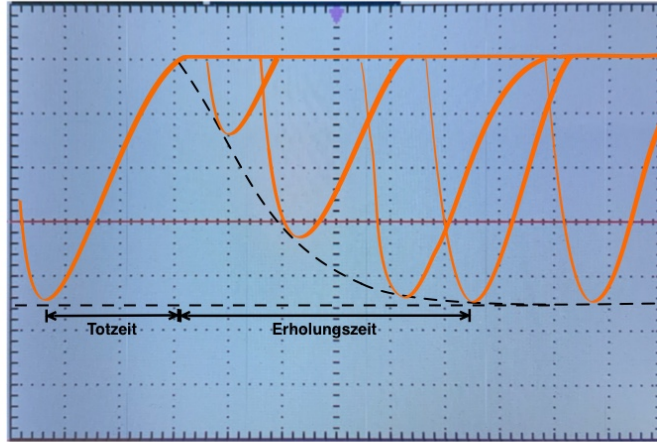


Abbildung 2: Tot- und Erholungszeit auf einem Oszilloskopbild

Vergleich von den Zählraten zweier Proben N_1 und N_2 mit der Zählrate für beide Proben zusammen N_{12} ergibt sich die folgende Formel für die Totzeit τ

$$\tau = \frac{N_1 + N_2 - N_{12}}{N_{12}^2 - N_1^2 - N_2^2}. \quad (2)$$

3 Vorbereitung

In diesem Versuch wird eine ^{204}Tl -Quelle verwendet. Laut der Nuklidkarte [2] zerfällt ^{204}Tl in einem β^- Zerfall zu ^{204}Pb und in einem β^+ Zerfall zu ^{204}Hg . Die Halbwertszeit beträgt 3,783 Jahre. Die Unsicherheit bei der Zerfallsrate n beträgt

$$\Delta n = \sqrt{n} \qquad \frac{\Delta n}{n} = \frac{\sqrt{n}}{n} \leq 0.01 \quad (3)$$

da die Zerfallsrate eine poissonverteilte Größe ist. Es ergibt sich eine Zerfallsrate vom $n \geq 10\,000\,1/\text{s}$ um einen Fehler von 1 % zu erreichen.

4 Durchführung

In Abbildung 3 ist der Aufbau der hier verwendeten Apparatur zu sehen. Das Geiger-Müller-Zählrohr befindet sich zunächst mit einer ^{204}Tl -Probe in einer Aluminium Abschirmung. Die restlichen Bauteile befinden sich außerhalb dieser Abschirmung. Die Betriebsspannung wird zunächst auf die kleinste Stufe gestellt bei der der Zähler etwas zählt. Von dort aus wird in 20 Volt Schritten die Betriebsspannung erhöht um die

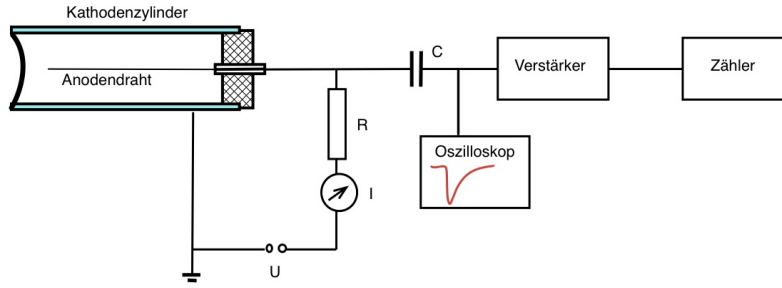


Abbildung 3: Aufbau der Messapparatur [1]

Zählrohrcharakteristik aufzunehmen. Hierbei wird an dem Zähler eine Messzeit von 120 s eingestellt. In dieser Messzeit finden zuverlässig mehr als 10 000 Messungen statt, was zu einer relativen Unsicherheit von weniger als 1 % führt. Bei jeder Spannung wird auch die Stromstärke am Geiger-Müller-Zählrohr abgelesen um einen weiteren Wert für die Strahlungsintensität zu generieren.

Für die zwei-Quellen-Methode wird die Betriebsspannung auf eine Spannung im ersten Drittel des Geiger-Müller-Plateaus gewählt. In dieser Messung entspricht das einer Spannung von 450 V. In einem Zeitintervall von je 120 s wird die Zählrate von der einen Quelle, der anderen Quelle und den beiden Quellen zusammen gemessen.

5 Auswertung

5.1 Mittelwerte und Fehler

Das arithmetische Mittel \bar{c} und die Standardabweichung Δc einer Messreihe mit N Werten c_k errechnet sich gemäß der Formeln

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k, \quad \Delta c = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\bar{c} - c_k)^2}. \quad (4)$$

5.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Wenn zu Messdaten die Standardabweichung bekannt ist, und mit diesen Messdaten weiter gerechnet werden soll, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Angenommen, es gibt k Messwerte x_i [$i \in \mathbb{N}, i \leq k$] mit den Standardabweichungen Δx_i und eine abgeleitete Größe $f(x_i)$. Dann ist der Fehler von f

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \quad (5)$$

Im Ergebnis ergibt sich der Mittelwert von f mit der errechneten Abweichung $\bar{f} \pm \Delta f$. Um Rechenfehler zu vermeiden, wird das Python [3] Paket `uncertainties` [4] verwendet.

Hier wird die Fehlerfortpflanzung automatisch verrechnet, wenn die Variablen als `ufloat` definiert werden.

5.3 Untersuchung des Geiger-Müller-Bereichs

Die Impulsrate N und die Stromstärke I in Abhängigkeit der Spannung U sind in Tabelle 1 zu sehen. Der Fehler auf die Impulsrate errechnet sich dabei für jeden Wert gemäß \sqrt{N} . Für die Messungenauigkeit von I wird ein Ablesefehler von $0,05 \mu\text{A}$ geschätzt.

Tabelle 1: Die Impulsrate N pro Sekunde und die Stromstärke I in Abhängigkeit der Spannung U .

U/V	$N/(1/\text{s})$	$I/\mu\text{A}$
310	104 ± 10	0,1
330	192 ± 14	0,2
350	192 ± 14	0,2
370	195 ± 14	0,2
390	195 ± 14	0,3
410	197 ± 14	0,4
430	198 ± 14	0,4
450	201 ± 14	0,5
470	200 ± 14	0,5
490	198 ± 14	0,6
510	199 ± 14	0,6
530	199 ± 14	0,7
550	199 ± 14	0,7
570	201 ± 14	0,8
590	201 ± 14	0,8
610	203 ± 14	0,9
630	204 ± 14	1,0
650	208 ± 14	1,0
670	209 ± 14	1,1
690	213 ± 15	1,1
710	218 ± 15	1,2
730	222 ± 15	1,2

5.3.1 Die Impulsrate

Wird N in Abhängigkeit von U geplottet, ergibt sich Abbildung 4. Das Plateau wird auf den Spannungsbereich 330 V to 630 V eingegrenzt und anschließend eine lineare Ausgleichsrechnung

$$N = s_P \cdot U + b \quad (6)$$

mit Hilfe der Python [3] Funktion `curve_fit` aus dem Paket `scipy` [5] durchgeführt. Es ergeben sich die Werte

$$s_P = (0.032 \pm 0.004) \frac{1}{V \cdot s}, \quad b = (182.770 \pm 1.998) \frac{1}{s}. \quad (7)$$

Die Ausgleichsgerade im Plateaubereich ist ebenfalls in Abbildung 4 zu sehen. Der Arbeitspunkt des Zählrohrs kann somit ca. zu 450 V bestimmt werden und die durchschnittliche Rate beträgt $(198 \pm 4) \text{ 1/s}$ im Plateaubereich.

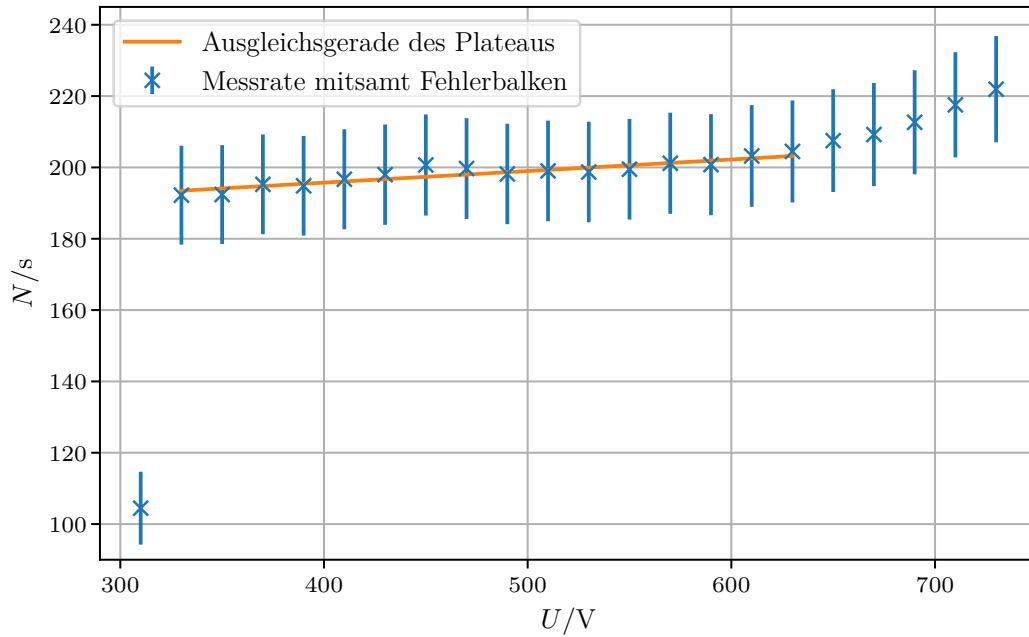


Abbildung 4: Die Impulsrate N in Abhängigkeit der Spannung U .

5.3.2 Die Ladungsanzahl

Anhand der Stromstärke I aus Tabelle 1 wird die Ladungsträgeranzahl Z gemäß

$$Z = \frac{IT}{e_0} \quad (8)$$

mit der Intervallzeit $T = 120 \text{ s}$ und der Elementarladung e_0 berechnet. Anschließend wird Z in Abhängigkeit der Spannung geplottet (vgl. Abbildung 5) und erneut eine lineare Ausgleichsrechnung

$$Z = m \cdot U + n \quad (9)$$

durchgeführt. Es ergeben sich dabei die Parameter

$$m = (2010 \pm 39) \cdot 10^9 \frac{1}{V \cdot s}, \quad n = (-552 \pm 21) \cdot 10^{12} \frac{1}{s}. \quad (10)$$

Damit die beiden berechneten Steigungen verglichen werden können, muss die Steigung der Ladungszahl gemäß (9) zurücktransformiert werden. Mit der Intervallnummer x ergibt sich dabei die Steigung

$$\tilde{s}_L = \frac{e_0 x}{IT} \cdot m, \quad (11)$$

für jedes Intervall. Hiervon werden Mittelwert und Standardabweichung berechnet, sodass sich schließlich die Steigung $s_L = (0.045 \pm 0.001) \text{ 1/(V s)}$ ergibt. Die beiden Steigungen haben also eine Abweichung von $|s_P - s_L|/s_L = (28 \pm 10) \%$ zu einander.

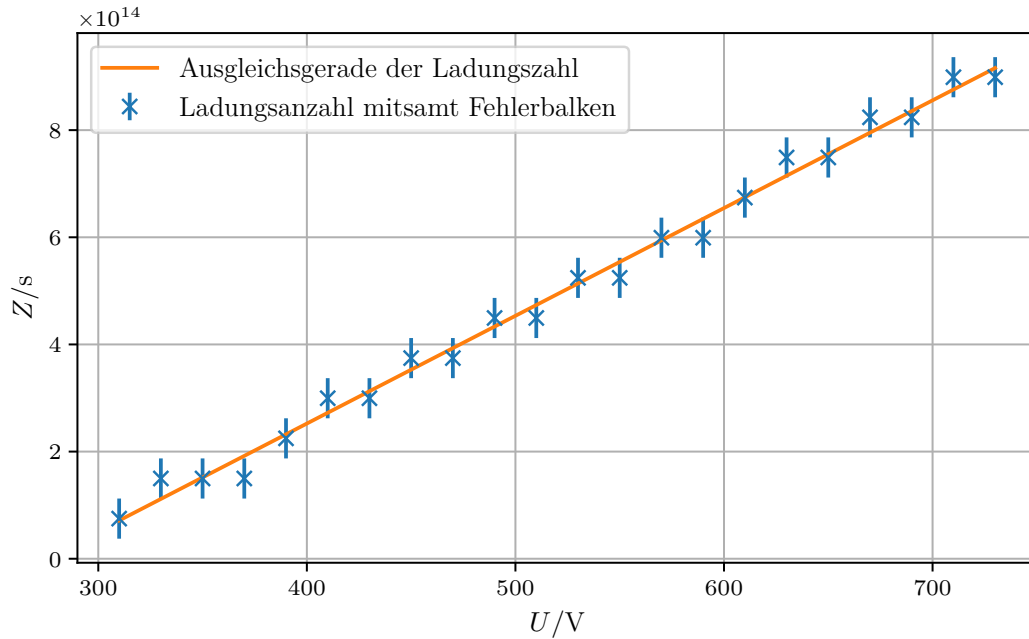


Abbildung 5: Die Impulsrate N in Abhängigkeit der Spannung U .

5.4 Die Totzeit

5.4.1 Ablesen am Oszilloskop

In Abbildung 6 ist ein Foto des Bildes am Oszilloskop zu sehen. Durch Ablesen des Abstandes zwischen Extremstelle und darauf folgender Nullstelle (vgl. Abbildung 2) ergibt sich eine Totzeit von $\tau_{\text{oszi}} = (95 \pm 7) \mu\text{s}$.

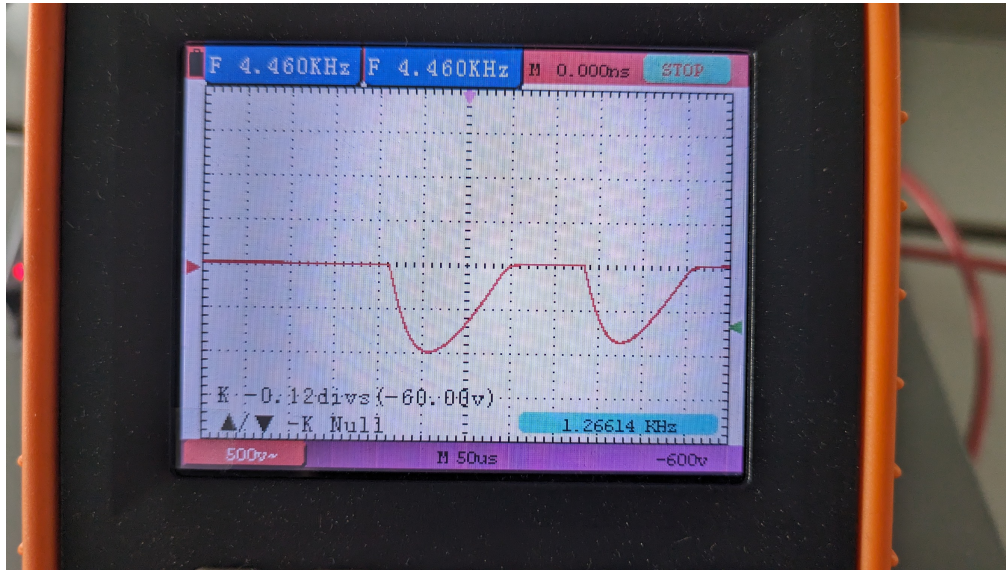


Abbildung 6: Die Anzeige des Oszilloskops zur Bestimmung der Totzeit.

5.4.2 Berechnung nach der Zwei-Quellen-Methode

Für die Zwei-Quellen-Methode werden die folgenden Werte berechnet

$$N_1 = (1380 \pm 40) \frac{1}{s}, \quad N_2 = (880 \pm 30) \frac{1}{s},$$

$$N_{12} = (2070 \pm 50) \frac{1}{s}.$$

Dabei wurde erneut durch die jeweilige Intervallzeit T geteilt. Die Fehler berechnen sich wie zuvor aus der Wurzel der Messwerte.

Gemäß Gleichung (2) errechnet sich die Totzeit $\tau_{\text{calc}} = (120 \pm 60) \mu\text{s}$. Dies entspricht einer Abweichung von $(\tau_{\text{oszi}} - \tau_{\text{calc}})/\tau_{\text{calc}} = (20 \pm 40) \%$.

6 Diskussion

In diesem Versuch konnte in der Zählrohrcharakteristik das Plateau der Geiger-Müller-Bereichs identifiziert werden. Für die Steigung s wurden durch die beiden verschiedenen Messmethoden die Werte $s_P = (0.032 \pm 0.004) 1/(V s)$ und $s_L = (0.045 \pm 0.001) 1/(V s)$. Die Fehlerbalken dieser Messungen überschneiden sich nicht. Das kann mit verschiedenen systematischen Messfehlern in beiden Messungen zusammenhängen.

Die Totzeit wurde mit $\tau_{\text{calc}} = (120 \pm 60) \mu\text{s}$ bzw. $\tau_{\text{oszi}} = (95 \pm 7) \mu\text{s}$ bestimmt. Die Fehlerbalken dieser beiden Messungen überlappen. Die Messung mit dem Oszilloskop stellt sich hierbei aber als die genauere Messung heraus.

Literatur

- [1] *Versuch Nr. 703 - Das Geiger-Müller-Zählrohr*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Nuklidkarte mit Halbwertszeiten und Trennenergien*. URL: https://www.egwoerth.de/images/Faecher/Physik/Physik_Nuklidkarte_EGW.pdf (besucht am 20.05.2023).
- [3] *Python*. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [4] Eric O. LEBIGOT. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

Strom-Mittelwert

$T=1$	$120s=1$	Tabelle	Ergebnis
U	I	W	
370V	0,14A	25,535	
380V	0,24A	25,007	
390V	0,34A	23,087	
400V	0,44A	23,451	
410V	0,54A	23,381	
420V	0,64A	23,602	
430V	0,74A	23,757	
440V	0,84A	24,082	
450V	0,94A	23,962	
460V	1,04A	23,780	

Tab. 2: $V=480V$ $T=120s$

1. Quelle	
$2 \times 67.000 + 3202$	
1. Quelle	
$5 \times 67.000 + 47200$	
2. Quelle	
$1 \times 67.000 + 38553$	