

V408

# Geometrische Optik

Samuel Haefs

samuel.haefs@tu-dortmund.de

Max Koch

max.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.08.2020

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Abbildungsgesetz und Linsengleichung . . . . .	3
2.2 Methode von Bessel . . . . .	5
2.3 Methode von Abbe. . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1 Bestimmung der Brennweite durch Messung der Gegenstandsweite und Bildweite . . . . .	5
3.2 Bestimmung der Brennweite einer Linse nach der Methode von Bessel . .	6
3.3 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe. . . . .	6
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Abbildungsgleichung . . . . .	6
4.2 Bestimmung einer unbekannten Brennweite durch Bessel . . . . .	9
4.3 Methode von Abbe . . . . .	12
<b>5 Diskussion</b>	<b>13</b>
5.1 Linsengleichung . . . . .	13
5.2 Bessel'sche Methode . . . . .	14
5.3 Abbe'sche Methode . . . . .	14
<b>6 Anhang</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>14</b>

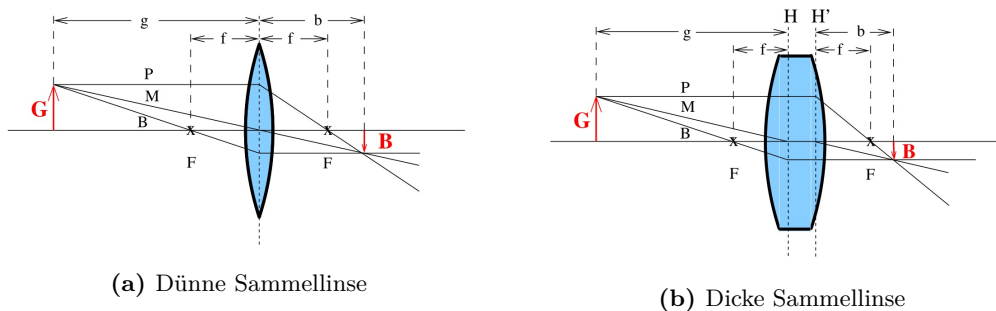
# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der Brennweiten verschiedener Linsen. Außerdem wird das Abbildungsgesetz und die Linsengleichung experimentell überprüft.

## 2 Theorie

### 2.1 Abbildungsgesetz und Linsengleichung

Trifft Licht auf eine Linse, so wird der Lichtstrahl nach dem Brechungsgesetz bei Eintritt und Austritt aus der Linse gebrochen. Grund dafür, ist das Material der Linse, welches meistens optisch dichter als das Umgebungsmedium (Luft) ist.

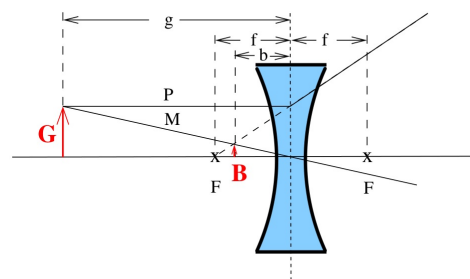


**Abbildung 1:** Eine schematische Darstellung einer dünnen und dicken Sammellinse. [1, S. 1]

Linsen können in zwei Kategorien unterteilt werden. Zum einen gibt es die Sammellinsen, welche in Abb. 1 dargestellt sind. Sammellinsen bündeln parallele Lichtstrahlen in einem Punkt, dem Brennpunkt. Sie haben eine positive Brennweite  $f$  und Bildweite  $b$ . Es entsteht ein reelles Bild, das auf einem Schirm abgebildet werden kann. Bei einer dünnen Sammellinse (Abb. 1a) kann angenommen werden, dass das Licht in der Mittelebene gebrochen wird. Anders bei dicken Linsen. Hier werden zwei sogenannte Hauptebenen eingeführt, an denen die Lichtstrahlen gebrochen werden.

Die Zerstreuungslinse (siehe Abb. 2) hat im Gegensatz zur Sammellinse eine negative Brennweite  $f$  und Bildweite  $b$ . Es entsteht ein virtuelles Bild, welches nicht auf einem Schirm sichtbar ist.

Zur Bildkonstruktion werden folgende Strahlen definiert:



**Abbildung 2:** Eine schematische Darstellung einer Zerstreuungslinse. [1, S. 1]

**Parallelstrahl P** verläuft parallel zur optischen Achse vom Gegenstand zur Mittel- bzw. Hauptebene, wird gebrochen und verläuft weiter als Brennpunktstrahl

**Mittelpunktstrahl M** verläuft vom Gegenstand durch die Mitte der Linse und wird nicht gebrochen

**Brennpunktstrahl B** geht durch den Brennpunkt der Linse, wird dann an der Mittel- bzw. Hauptebene gebrochen und verläuft weiter parallel zur optischen Achse

Das Abbildungsgesetz

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1)$$

beschreibt den Abbildungsmaßstab  $V$ . Die Bildgröße  $B$  und Gegenstandsgröße  $G$  stehen also im gleichen Verhältnis, wie die Bildweite  $b$  und Gegenstandsweite  $g$ . Für dünne Linsen folgt aus dem Abbildungsgesetz und der Bildkonstruktion die Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \quad (2)$$

Wie oben erwähnt, wird bei Dicken Sammellinsen die Mittelebene durch zwei gedachte Hauptebenen  $H$  und  $H'$  ersetzt. Die Linsengleichung 2 behält ihre Gültigkeit, wenn die Brennweite, Gegenstandsweite und die Bildweite zur jeweiligen Hauptebene definiert wird.

Allgemein gilt die Reduzierung der Brechung auf eine Mittelebene bzw. Hauptebene nur für achsennahe Strahlen. Treffen achsenferne Strahlen auf die Linse, so werden diese stärker gebrochen und treten Abbildungsfehler auf. Bei der sphärischen Aberration liegt der Brennpunkt achsenferner Strahlen näher an der Linse als bei achsennahen Strahlen. Das Bild wird nicht mehr scharf auf einem Schirm abgebildet. Mithilfe bestimmter Blenden (z.B. Irisblende) können achsenferne Strahlen ausgeblendet und ein scharfes Bild erzeugt werden.

Die chromatische Aberration entsteht, wenn Licht unterschiedlicher Wellenlängen auf die Linse trifft. Das Licht wird unterschiedlich stark gebrochen. Zum Beispiel liegt der Brennpunkt vom blauen Licht näher an der Linse als vom roten, da das blaue Licht stärker gebrochen wird.

Die Brechkraft  $D = \frac{1}{f}$  hat die Einheit Dioptrie [ $\text{dpt} = \frac{1}{\text{m}}$ ] und wird durch die reziproke Brennweite  $f$  definiert. Befinden sich mehrere dünne Linsen in einem Aufbau, so spricht man von einem Linsensystem und die Brechkraft ergibt sich aus den einzelnen Brechkräften der Linsen  $D_i$

$$D = \sum_i^N D_i. \quad (3)$$

## 2.2 Methode von Bessel

Der Abstand zwischen Gegenstand und Bild wird konstant gehalten. Es gibt nun zwei Positionen der beiden Linsen, bei denen das Bild scharf ist.

Die Gegenstandsweite und Bildweite werden dabei vertauscht (symmetrische Linseneinstellung):

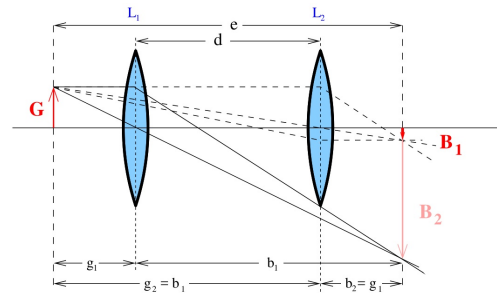
$$\begin{aligned} b_1 &= g_2 \\ b_2 &= g_1 \end{aligned}$$

Gilt  $g > b$  so ist das Bild verkleinert. Wenn die Gegenstandsweite kleiner als die Bildweite ist  $g < b$ , wird das Bild vergrößert.

Es werden die Größen  $e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2$  zwischen Gegenstand und Bild, sowie  $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$  dem Abstand zwischen der 1. und 2. Linse definiert (siehe Abb. 3). Die Brennweite der Linse wird nach

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (4)$$

bestimmt.



**Abbildung 3:** Eine schematische Darstellung zweier Linsen zur Bestimmung der Brennweite nach der Methode von Bessel. [1, S. 4]

## 2.3 Methode von Abbe.

Nach der Methode von Abbe. wird die Brennweite bzw. die Lage der Hauptebenen aus dem Abbildungsmaßstab  $V$  bestimmt. Die Hauptebenen  $H$  und  $H'$  der dicken Linse sind nicht bekannt, daher wird die Gegenstandsweite  $g'$  und Bildweite  $b'$  zu einem beliebigen Punkt  $A$  gemessen. Für das Linsensystem gelten die folgenden Gleichungen:

$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (5)$$

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h' \quad (6)$$

Dabei steht  $V$  für den Abbildungsmaßstab und  $g'$  und  $b'$  für die gemessenen Abstände. Aus den Größen kann die Brennweite  $f$  und die Lage der Hauptebenen bestimmt werden.

# 3 Durchführung

## 3.1 Bestimmung der Brennweite durch Messung der Gegenstandsweite und Bildweite

Vor der Halogenlampe, wird der Gegenstand 'Perl L' auf der optischen Bank justiert. Das Licht soll zuerst durch das 'Perl L' strahlen und dann durch die Linse auf den Schirm

fallen. Die Höhe und Richtung der Komponenten muss genau ausgerichtet sein. Die Linse wird hier nicht bewegt und hat einen konstanten Abstand zur Lampe.

Nun wird der Gegenstand an eine bestimmte Position gebracht und der Schirm so justiert, dass ein scharfes Bild auf ihm zu sehen ist. Die Gegenstandsweite  $g$  und Bildweite  $b$  werden notiert. Der Vorgang wird für 5 weitere Gegenstandsweiten wiederholt.

### 3.2 Bestimmung der Brennweite einer Linse nach der Methode von Bessel

Der Gegenstand und der Schirm sind fest justiert. Der Abstand  $e$  (siehe Abb. 3) ist also konstant und sollte 4-Mal so groß wie die Brennweite  $f$  der Linse sein.

Nun werden die beiden Linsen verschoben bis das Bild auf dem Schirm scharf zu sehen ist. Die Gegenstandsweite  $g_1$  und Bildweite  $b_1$  werden notiert und es wird eine weitere Linsenposition gesucht, bei der ein scharfes Bild auf dem Schirm zu sehen ist. Die Gegenstandsweite wird als  $g_2$  und die Bildweite als  $b_2$  bezeichnet und notiert. Die Messung wird für 6 weitere Abstände  $e$  wiederholt.

Als nächstes wird einmal ein blauer und einmal ein roter Filter vor dem Gegenstand befestigt. Die oben beschriebene Messung wird für jeden Filter für jeweils drei Abstände  $e$  wiederholt.

### 3.3 Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems nach der Methode von Abbe.

Zwischen der Halogenlampe und dem Schirm wird der Gegenstand 'Perl L', eine Zerstreuungslinse mit  $f = -300\text{ mm}$  und eine Sammellinse mit  $f = 100\text{ mm}$  auf der optischen Bank justiert. Die Beiden Linsen werden so nah wie möglich aneinander geschoben und der Abstand zwischen den Linsen konstant gehalten. Die Gegenstandsgröße (Perl L) muss einmalig vermessen werden.

Nun wird als Punkt  $A$  die Kante des ersten Linsenreiters gewählt. Es wird ein bestimmter Abstand  $g'$  zwischen Punkt  $A$  und dem Gegenstand eingestellt und der Abstand  $b'$  zwischen Punkt  $A$  und dem Schirm gemessen. Zudem wird die Bildgröße  $B$  mit einem Lineal bestimmt.

Insgesamt werden für 6 Abstände  $g'$  die Größen  $b'$  und  $B$  vermessen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Abbildungsgleichung

Die Messwerte die zur Verifizierung der Gleichung (2) aufgenommen wurden, sind in Tabelle 1 zu finden.

Aus diesen Werten wurde nun mithilfe der Gleichung (2) die Brennweite der Linse berechnet. Die berechneten Brennweiten sind in Tabelle 2 zu finden

Der Mittelwert der berechneten Brennweiten beträgt

$$\bar{f} = (14,384 \pm 0,037) \text{ cm}$$

$b / \text{cm}$	$g / \text{cm}$	$B / \text{cm}$
34.8	25	2.9
27.6	30	2.6
24.4	35	2.0
22.5	40	1.6
21.0	45	1.4
20.0	50	1.1

**Tabelle 1:** Die Messwerte für den Abstand von Linse zu Schirm  $b$ , von Linse zu Gegenstand  $g$ , und der Abbildungsgröße auf dem Schirm  $B$ .

$f / \text{cm}$
14.54
14.37
14.37
14.40
14.31
14.28

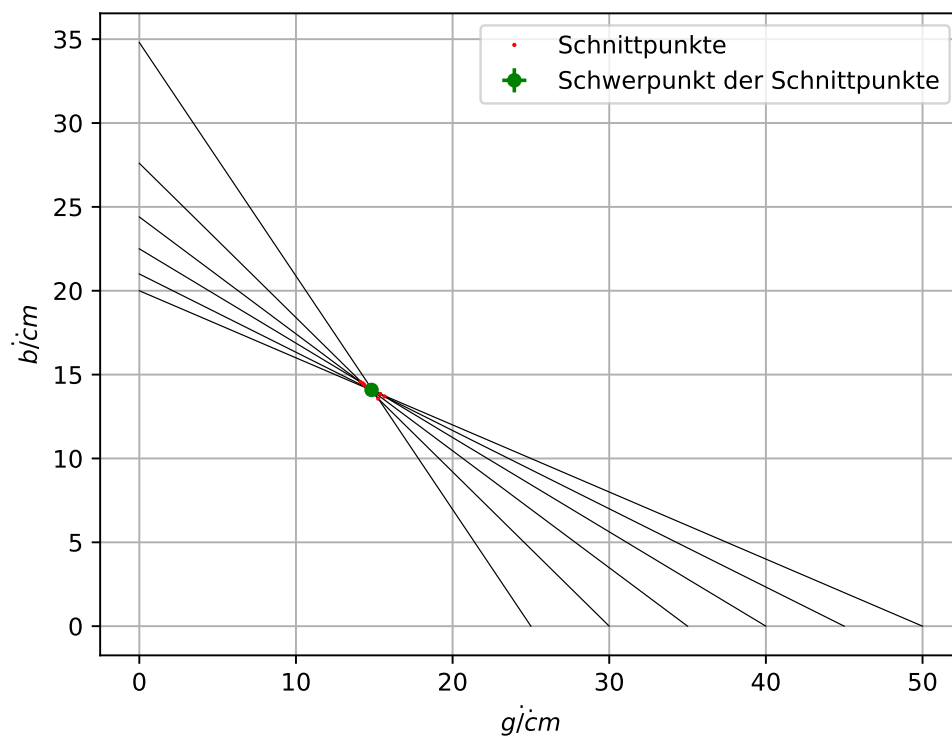
**Tabelle 2:** Die aus Gleichung (2) berechneten Brennweiten.

und weicht damit um  $\Delta \bar{f} = (0,62 \pm 0,04) \text{ cm}$  von der tatsächlichen Brennweite von 15 cm ab. Aus den Messwerte in Tabelle 1 wurde zudem ein Plot erstellt, der in Abbildung 4 zu sehen ist. Der Plot wurde mit dem python Paket matplotlib [2] erstellt. Um die Schnittpunkte und den Schwerpunkt der Schnittpunkte besser erkennen zu können wurde der Bereich um den Schwerpunkt vergrößert. Die vergrößerte Abbildung ist in Grafik 5 zu sehen. Dafür wurden durch jedes Werte Paar eine Gerade gezogen. Die Schnittpunkte der Geraden wurden rot markiert. Aus den Schnittpunkten wurde dann der Schwerpunkt dieser bestimmt und grün markiert. Die Schnittpunkte der Geraden wurden dabei durch gleichsetzten der jeweiligen Geradengleichungen berechnet. Der Schwerpunkt  $S$  aller Schnittpunkte wurde jeweils getrennt für die  $x$ - und  $y$ -Koordinate berechnet. Dafür wurde der Mittelwert aus alles Schnittpunkten berechnet. Der Mittelwert der Schnittpunkte liegt bei

$$S_x = (14,83 \pm 0,11) \text{ cm}$$

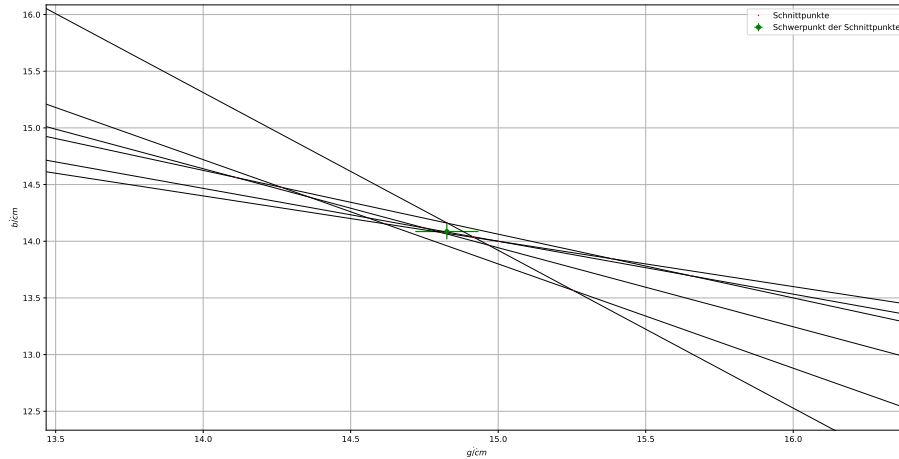
$$S_y = (14,09 \pm 0,07) \text{ cm}.$$

Wie zu erkennen ist weicht auch dieser von der eigentlichen Brennweite ab. Die Abweichung



**Abbildung 4:** Die aufgenommenen Werte Paare, verbunden mit einer Gerade um die Messgenauigkeit und die Brennweite der Linse zu erkennen.





**Abbildung 5:** Die Abbildung 4 um den Schwerpunkt der Schnittpunkte herum vergrößert.

betragen dabei

$$\Delta S_x = (0,17 \pm 0,11) \text{ cm}$$

$$\Delta S_y = (0,91 \pm 0,07) \text{ cm}.$$

Mit der Gleichung (1) wurde zudem der Abbildungsmaßstab  $V$  berechnet. Einmal durch die Messwerte der Bildgröße  $B$  und der Gegenstandsgröße  $G$ , dieser Abbildungsmaßstab soll  $V_1$  heißen, und einmal zum Vergleich mit den Abständen  $g$  und  $b$ , dieser heißt  $V_2$ . Aus den berechneten Abbildungsgrößen wurde zudem der Mittelwert berechnet um das weitere rechnen übersichtlicher zu gestalten. Die berechneten Mittelwerte sind

$$\bar{V}_1 = 0,64 \pm 0,10$$

$$\bar{V}_2 = 0,74 \pm 0,15.$$

Damit weichen sie um  $\Delta \bar{V} = 0,10 \pm 0,18$  voneinander ab.

## 4.2 Bestimmung einer unbekannten Brennweite durch Bessel

Die Messwerte die durch die Bessel'schen Methode aufgenommen wurden sind in Tabelle 3 zu sehen. Zudem wurden die selbe Methode für rotes und blaues Licht durchgeführt, die Messwerte dieser Messungen sind in Tabelle 4 für rotes Licht und in Tabelle 5 für blaues Licht, zu sehen.

Aus diesen Werten wurden die Brennweiten durch Gleichung (4) berechnet. Die berechneten Brennweiten für weißes Licht sind in der Tabelle 6 zu finden. Die für blaues und rotes Licht sind in Tabelle 7

$e / \text{cm}$	$b / \text{cm}$	$g / \text{cm}$
75	55.5	19.5
75	19.3	55.7
80	19.1	60.9
80	61.4	18.6
85	18.7	66.3
85	67.0	18.0
90	18.5	71.5
90	72.0	18.0
100	17.9	82.1
100	82.7	17.3
110	17.5	92.5
110	93.3	16.7

**Tabelle 3:** Die bei der Bessel'schen Methode aufgenommenen Abstände von Schirm zu Gegenstand  $e$ , von Linse zu Schirm  $b$  und von Gegenstand zu Linse  $g$ .

$e / \text{cm}$	$b / \text{cm}$
64	22.7
64	42.0
70	21.1
70	49.4
80	19.4
80	61.1

**Tabelle 4:** Die bei der Bessel'schen Methode aufgenommenen Abstände von Schirm zu Gegenstand  $e$ , von Linse zu Schirm  $b$ , für rotes Licht

$e / \text{cm}$	$b / \text{cm}$
64	22.4
64	42.2
70	20.6
70	50.1
80	19.2
80	61.4

**Tabelle 5:** Die bei der Bessel'schen Methode aufgenommenen Abstände von Schirm zu Gegenstand  $e$ , von Linse zu Schirm  $b$ , für blaues Licht

$f_{\text{weiß}} / \text{cm}$
14.43
14.33
14.53
14.27
14.58
14.18
14.69
14.4
14.69
14.30
14.71
14.16

**Tabelle 6:** Die aus Gleichung (4) berechneten Brennweiten für weißes Licht.

$f_{\text{rot}} / \text{cm}$	$f_{\text{blau}} / \text{cm}$
14.64	14.56
14.43	14.37
14.73	14.53
14.53	14.24
14.69	14.59
14.43	14.27

**Tabelle 7:** Die aus Gleichung (4) berechneten Brennweiten für rotes und blaues Licht.

Aus den berechneten Brennweiten wurden die Mittelwerte der Brennweiten berechnet diese betragen

$$f_{\text{weiß}}^- = (14,44 \pm 0,06) \text{ cm}$$

$$f_{\text{rot}}^- = (14,58 \pm 0,05) \text{ cm}$$

$$f_{\text{blau}}^- = (14,43 \pm 0,06) \text{ cm}$$

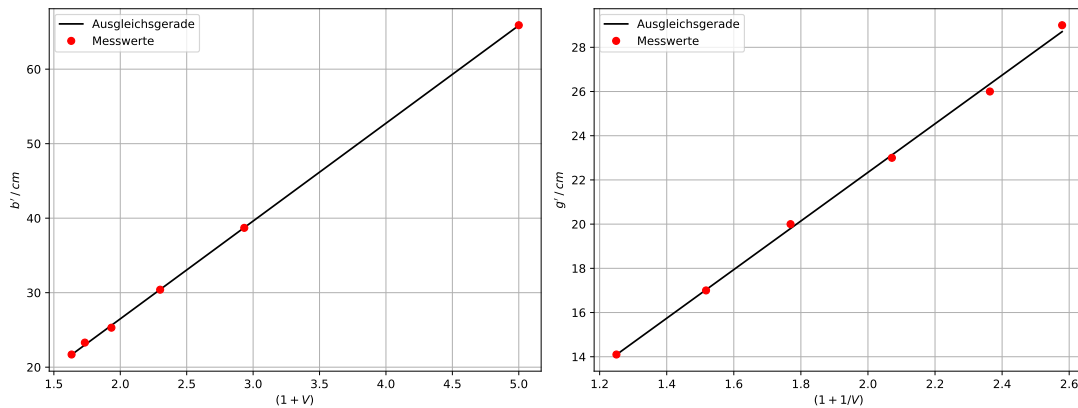
### 4.3 Methode von Abbe

Die Messwerte die bei der Abbe'schen Methode aufgenommen wurden sind in Tabelle 8 zu finden.

$g / \text{cm}$	$b / \text{cm}$	$B / \text{cm}$
14.1	65.9	12.0
17.0	38.7	5.8
20.0	30.4	3.9
23.0	25.3	2.8
26.0	23.3	2.2
29.0	21.7	1.9

**Tabelle 8:** Die Abstände von Gegenstand zur ersten Hauptebene des Linsenpaares  $g$ , von zweiter Hauptebene zum Schirm  $b$  und die Abbildungsgröße  $G$ .

Diese Messwerte wurden zunächst grafisch aufgetragen. Dafür wurde aus den Messwerte der Abbildungsgröße und der Gegenstandsgröße nach (1) der Abbildungsmaßstab  $V$  berechnet. Gegen diesen wurden nun  $g$  und  $b$  aufgetragen. Die Plots sind in Abbildung 6 zu sehen.



**Abbildung 6:** Die beiden Plots für die Messwerte die beide Methode nach Abbe aufgenommen wurde.

Die Ausgleichsgeraden wurden dabei mit dem Python Paket scipy [3] erstellt. Die Ausgleichsgeraden wurden mit der Gleichung

$$g' = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (7)$$

$$b' = f \cdot (1 + V) + h'. \quad (8)$$

erstellt. Das  $h$  entspricht dabei dem Abstand von Hauptebene zu  $g$  oder  $b$ . Aus diesem Grund entsprechen  $g$  und  $b$  auch nicht genau  $g'$  und  $b'$ . Die Parameter der Ausgleichsgeraden werden auf

$$f_{g'} = (11,00 \pm 0,22) \text{ cm}, h = (0,3 \pm 0,4) \text{ cm}$$

$$f_{b'} = (13,12 \pm 0,08) \text{ cm}, h = (0,24 \pm 0,22) \text{ cm}$$

bestimmt.

## 5 Diskussion

### 5.1 Linsengleichung

Die Brennweiten die bei der Verifizierung der Gleichung (2) berechnet wurden wichen geringfügig von den realen Brennweiten ab

$$f_{\text{reel}} = 15 \text{ cm}$$

$$\bar{f} = (14,384 \pm 0,037) \text{ cm}$$

$$\Delta \bar{f} = (0,62 \pm 0,04) \text{ cm}$$

Dies ist damit zu befründen, dass bei einigen Messung der Schirm nicht genau im Brennpunkt stand oder die Linse und die Lichtquelle nicht genau senkrecht zueinander standen. So kommt es auch bei der grafischen Methode zu geringen Abweichungen denn auch hier entsprechen die berechneten Werte

$$S_x = (14,83 \pm 0,11) \text{ cm}$$

$$S_y = (14,09 \pm 0,07) \text{ cm}.$$

nicht genau der Brennweite der Linse die verwendet wurde. Sie weichen um die Werte

$$\Delta S_x = (0,17 \pm 0,11) \text{ cm}$$

$$\Delta S_y = (0,91 \pm 0,07) \text{ cm}.$$

von der richtigen Brennweite  $f_{\text{reel}}$  ab. Trotz der Abweichungen folgen die Geraden in der grafischen Methode aber den erwarteten Verläufen, die Abweichungen scheinen also gering zu sein.

## 5.2 Bessel'sche Methode

Bei der Messung der Brennweite durch die Bessel'sche Methode fällt auf, dass die Brennweiten von dem verwendeten Licht abhängen. Dadurch ergeben sich die Mittelwerte

$$f_{\text{weiß}}^- = (14,44 \pm 0,06) \text{ cm}$$

$$f_{\text{rot}}^- = (14,58 \pm 0,05) \text{ cm}$$

$$f_{\text{blau}}^- = (14,43 \pm 0,06) \text{ cm}$$

der Brennweiten zu den jeweiligem Licht. Dieses Phänomen ist damit zu erklären, dass Licht unterschiedlicher Wellenlänge unterschiedlich stark gebrochen wird. So wird blaues Licht stärker als rotes Licht gebrochen und hat dementsprechend eine geringere Brennweite als rotes Licht. Allerdings ist der Wert der Brennweite von blauem Licht und weißen Licht sehr ähnlich. Dies könnte daran liegen, dass das verwendete weiße Licht einen hohen blau-Licht anteil besitzt. Wahrscheinlicher ist allerdings, dass der Schirm bei der Messung des Brennpunkts des weißen Lichts nicht genau im Brennpunkt sondern etwas zu nah an der Linse stand.

## 5.3 Abbe'sche Methode

Die bei der Auswertung erstellten Plots zur Abbe'schen Methode 6 folgen den erwarteten Verläufen und liegen so ziemlich genau auf einer Geraden. Sie weisen dennoch kleinere Abweichungen von der Geraden auf, was zur Folge hat, dass sich die beiden berechneten Brennweiten und Abstände zur Hauptebene

$$f_{g'} = (11,00 \pm 0,22) \text{ cm}, h = (0,3 \pm 0,4) \text{ cm}$$

$$f_{b'} = (13,12 \pm 0,08) \text{ cm}, h = (0,24 \pm 0,22) \text{ cm}$$

geringfügig unterscheiden. Auch hier ist der Grund für die Abweichungen wahrscheinlich, eine falsche Messung des Brennpunkts oder eine Fehlstellung der Linsen.

# 6 Anhang

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V408 - Geometrische Optik*. 2014.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.