

V504

Thermische Elektronenemission

Samuel Haefs

samuel.haefs@tu-dortmund.de

Max Koch

max.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.08.2020

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Stromdichte	4
2.2	Raumladungsdichte	5
2.3	Anlaufstrom	6
2.4	Kennlinie	6
3	Durchführung	7
3.1	Aufabu	7
3.2	Messung des Sättigungsstrom	7
3.3	Messung der Anlaufstromkurve	8
4	Auswertung	9
4.1	Sättigungsstrom	9
4.2	Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz	11
4.3	Anlaufstromgebiet	12
4.4	Leistungsbilanz des Heizstromkreises	14
4.5	Austrittsarbeit der Elektronen	15
5	Diskussion	15
6	Anhang	16
	Literatur	16

1 Zielsetzung

Bei diesem Versuch sollen Elektronen aus einer Metalloberfläche gelöst werden. Dabei ist die Temperatur Abhängigkeit von besonderen Interesse.

2 Theorie

Durch das Erwärmen von Metall können aus diesem Elektronen gelöst werden. In einem Metall sind alle Atome in einer Gitterstruktur angeordnet. Dies hat den Effekt, dass der Großteil der Atome ionisiert ist. Die freigesetzten Elektronen hüllen dabei das Atomgitter ein und werden Leitungselektronen genannt. Dabei wird angenommen, dass das Gitterpotential entgegen der Realität überall gleich ist. So hat das Metallinnere ein positives Potential das sich um den Betrag ϕ von dem Potential des Außenraums unterscheidet. Im Metallgitter wirken also keine Kräfte auf das Elektron. Um aber das Metallgitter zu verlassen muss das Elektron gegen ein Potential Ξ anlaufen, womit die Austrittsarbeit $e\Xi = W_{\text{aus}}$ definiert wird. Diese Darstellung der Potentialunterschiede wird durch das Potentialtopf-Modell in Abbildung 1 veranschaulicht.

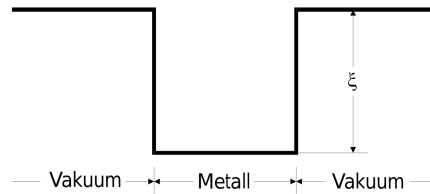


Abbildung 1: Potentialtopf-Modell eines Metall im Vakuum und Potential Ξ . Entnommen aus [2, S. 2].

Dabei ist zu beachten, dass Elektronen einigen Gesetzmäßigkeiten folgen. Zum Einen können Elektronen nur diskrete Energiezustände E_i annehmen. Zum anderen unterliegen sie dem Pauli-Verbot, welches besagt, dass immer nur zwei Elektronen einen Energiezustand E_i besetzen können. Dies steht im Widerspruch zu der klassischen Mechanik, in der jedes Elektron im Mittel die Energie $\frac{3}{2}kT$ besitzt. Dabei beschreibt k die Boltzmannkonstante und T die Temperatur. Die beiden zuvor genannten Gesetzmäßigkeiten der Elektronen haben zur Folge, dass Elektronen selbst bei $T = 0$ eine endliche Energie besitzen. Diese Grenzenergie ν hängt davon ab wie viele Elektronen sich in einem Volumenelement befinden. Mit ihr kann die Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\nu}{kT}} + 1} \quad (1)$$

aufgestellt werden. Ihr Verlauf wird in Abbildung 2 gezeigt. Zu erkennen ist, dass ein Elektron mindestens die Energie $E = \nu + W_{\text{aus}}$ besitzen muss um das Metall zu verlassen. Da selbst beim Schmelzpunkt von dem im Versuch zu betrachteten Wolfram

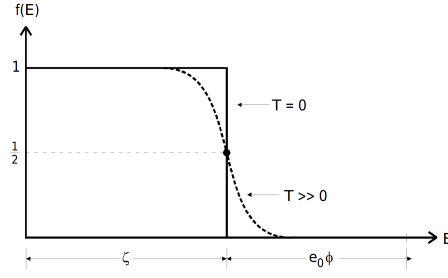


Abbildung 2: Die Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion am absoluten Nullpunkt und bei $T > 0$. Entnommen aus [2, S. 3].

die Energiewerte noch groß gegenüber kT sind kann eine weitere Näherung vorgenommen werden, aus der sich

$$f(E) = e^{\frac{\nu-E}{kT}}$$

ergibt.

2.1 Stromdichte

Um nun die Stromdichte $j_s(T)$ zu berechnen, also wie viele Elektronen pro Ziteinheit aus einer bestimmten Fläche austreten, wird das Metallgitter im dreidimensionalen Raum betrachtet. Die Zahl der Elektronen $d\alpha$ die von Innen gegen die Metalloberfläche stoßen ist gegeben durch

$$d\alpha = v_z N_{\text{elek}} dx dy dz. \quad (2)$$

Dabei bilden $dx dy dz$ ein Volumenelement, N_{elek} gibt die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit ihres Phasenraumes an, v_z gibt die Geschwindigkeit der Elektronen in Richtung der Oberflächennormale an. Die Energie eines Elektron ist durch

$$E = \frac{1}{2m_{\text{elek}}} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2),$$

womit sich Gleichung (2) zu

$$d\alpha = dE N_{\text{elek}} dx dy$$

umformen lässt. Jeder Quantenzustand im sechsdimensionalen Phasenraum nimmt das Volumen h^3 ein, mit h als Planksches Wirkungsquantum. So ergibt sich

$$d\alpha = \frac{2}{h^3} e^{\frac{\nu-E}{kT}} dx dy dE$$

Aus dem Metall können allerdings nur Elektronen austreten, deren Impuls der Ungleichung

$$\frac{p_z^2}{2m_{\text{elek}}} > \nu + e\phi \quad (3)$$

Um nun die Stromdichte zu erhalten werden alle Elektronen dessen Geschwindigkeit die Ungleichung (3) erfüllen addiert und mit der Elementarladung multipliziert. So ergibt sich für die Stromdichte, die sogenannte Richardson-Gleichung

$$j_s(T) = 4\pi \frac{em_{\text{elek}} k^2}{h^3} T^2 e^{\frac{-e\phi}{kT}}. \quad (4)$$

2.2 Raumladungsdichte

In Versuch wird mit einer Diode gearbeitet, diese hat die Eigenschaft, dass die Raumladungsdichte ρ zur Anode hin abnimmt. Dies liegt daran, dass die Elektronen zur Anode hin beschleunigt werden. Aus der Kontinuitätsbedingung

$$-\rho = \frac{j}{v}$$

wird einsichtlich, dass bei höherer Geschwindigkeit v und gleich bleibender Stromdichte j also die Raumladungsdichte ρ abnehmen muss. Die Raumladungsdichte beeinflusst den Verlauf der Feldstärke zwischen Anode und Kathode. Dadurch werden nicht alle Elektronen von dem Anodenfeld erfasst, dadurch ist der Diodenstrom kleiner als der zu erwartende Sättigungsstrom. Um den Zusammenhang zwischen Anodenspannung und -strom zu ermitteln wird die Poisson-Gleichung

$$\Delta F = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

herangezogen. Hier gibt F ein Potential und ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums an. Diese wird vereinfacht indem angenommen wird, dass die Anode und Kathode unendliche weit ausgedehnte Platten sind, die sich im Abstand a gegenüberstehen. Das Potential F und die Raumladungsdichte ρ hängen also nur noch von x ab, so ergibt sich

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = \frac{j}{\epsilon_0 v(x)}$$

wobei zusätzlich die Kontinuitätsbedingung genutzt wurde um $\rho(x)$ zu eliminieren. Da der Energiesatz

$$eF = \frac{m}{2} v^2$$

kann die Gleichung zu

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = \frac{j}{\epsilon_0 \sqrt{2eF/m}}$$

umgeschrieben werden. Diese Gleichung kann nun nach einigen Umformungen integriert werden woraus sich schließlich das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4F^{3/2}}{9a^2} \epsilon_0 \sqrt{2e/m}$$

ergibt. Der Verlauf von Potential, Feldstärke und Raumladungsdichte in Abhängigkeit von x ist in Abbildung 3 zu sehen.

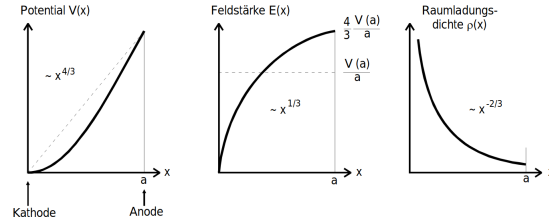


Abbildung 3: Ortsabhängigkeit

2.3 Anlaufstrom

Es ist zu beobachten, dass selbst wenn kein Potential anliegt ein Strom fließt. Dies geht nicht aus der Gleichung (2.2) hervor, da der Grund für diesen Strom die kinetische Energie der Elektron im Metall ist. Der Strom, welcher so zustande kommt wird Anlaufstrom genannt. So können alle Elektronen die eine Energie

$$E > \neq +e\phi$$

aus dem Material austreten und bei genügend hohem E sogar gegen ein kleines Gegenfeld anlaufen und die Anode erreichen. Da zusätzlich meistens die Anode aus einem anderen Metall als die Kathode besteht, weist sie eine andere Austrittsarbeit ϕ_A auf. Daraus folgt das nur Elektronen deren Energie größer als die Summe $e\phi_A + eF$ bei der Anode ankommen. Dies wird in Grafik 4 veranschaulicht. Aus diesem Zusammenhang kann nun

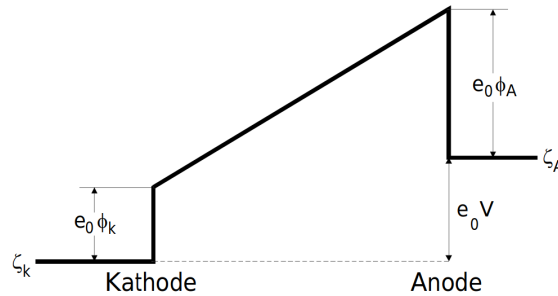


Abbildung 4: Potentialverhältnisse einer Anode und einer Kathode die aus Metallen mit verschiedenen Austrittsarbeiten bestehen. Entnommen aus [2, S. 8].

eine Gleichung für die Anlaufstromstärke $j(V)$ aufgestellt werden

$$j(V) = j_0 e^{-e \frac{\phi_A + V}{kT}}$$

2.4 Kennlinie

Aus den drei Bereichen Anlaufstrom, Raumladungsgebiet und Sättigstrom lässt sich nun die Kennlinie der Hochvakuumdiode zusammenstellen. Ihr Verlauf ist in Abbildung 5 zu sehen. Dabei wird der Diodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung auf-

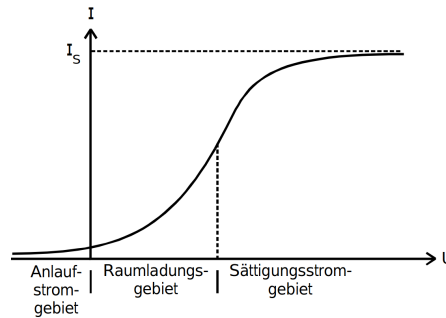


Abbildung 5: Die Kennlinie einer Hochvakuumdiode, dabei wird der Diodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung aufgetragen. Bild entnommen aus [2, S. 9].

getragen. Wie zu sehen ist kann die Kennlinie in die zuvor genannten Bereiche unterteilt werden. Der Bereich des Anlaufstroms kennzeichnet sich durch den exponentiellen Zusammenhang zwischen U und I aus. Der Darauf folgende Bereich das Raumladungsgebiet wird durch die Richardson-Gleichung (4) beschrieben. Da aber die Richardson-Gleichung nicht für beliebig hohe Anodenspannungen gültig ist, strebt die Kennlinie bei einer gewissen Anodenspannung einem Sättigungswert entgegen. So entsteht das Sättigungsstromgebiet.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Zur Messung der Kennlinie wird der Aufbau genutzt der in Abbildung 6 gezeigt wird. Der in der Abbildung zu sehende XY-Schreiber war leider nicht vorhanden, deswegen wurden die Messwerte direkt vom Messgerät abgelesen. Im oberen Teil der Abbildung ist die Hochvakuum-Diode zu sehen. An diese wird ein Konstantspannungsgerät, welches links im Bild zu sehen ist, angeschlossen. Mit diesem wird ein Heizstrom I_f erzeugt, der zwischen 2 – 2.5 A liegt, sodass der Heizdraht nicht kaputt geht. Zudem wird an der Diode eine weitere Spannungsquelle angebracht. Diese erzeugt eine Beschleunigungsspannung zwischen Anode und Kathode. Die Beschleunigungsspannung bewegt sich dabei von 0 – 250 V. Zwischen Anode und Kathode wird ein nano-Ampere Messgerät geschlossen um den Strom zwischen diesen zu messen.

3.2 Messung des Sättigungsstrom

Zur Messung des Sättigungsstrom wird zunächst ein fester Heizstrom I_f an der Glühkathode eingestellt. Dieser sollte zunächst 2 A betragen. Nachdem die Diode eine kurze Zeit mit diesem Heizstrom lief, wird der Anodenstrom notiert. Wenn dieser notiert wurde wird die Beschleunigungsspannung zwischen Anode und Kathode um 10 V erhöht. Der Prozess wird bis zu einer Beschleunigungsspannung von 150 V erhöht. Nun wird der Heizstrom auf 2,2 A erhöht. Der Anodenstrom wird wieder notiert und die Beschleunigungsspannung wird wieder in 10 V-Schritten erhöht. Nun wird der Heizstrom an der Kathode auf 2,4 A

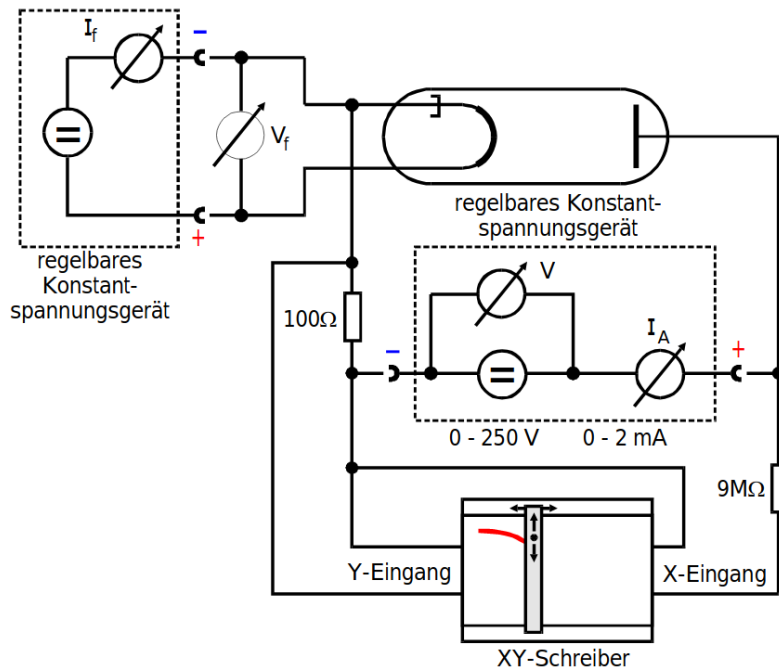


Abbildung 6: Der Aufbau welcher zur Messung der Kennlinie genutzt wird. Abbildung entnommen aus [2, S. 10].

erhöht. Entgegen den anderen beiden Messungen wird die Spannung nun, bis 60 V erreicht werden, in 5 V-Schritten erhöht. Nachdem 60 V erreicht wurden wird die Spannung wieder in 10 V-Schritten erhöht. Nach jeder Erhöhung der Spannung wird wie zuvor der Anodenstrom notiert.

3.3 Messung der Anlaufstromkurve

Zur Messung des Anlaufstroms wird der Aufbau in Abbildung 7 verwendet. Da die zu messenden Ströme sehr gering sind, wird zur Messung ein sehr kurzes Kabel genutzt. Zudem sollte während der Messung das Kabel zwischen Anode und Messgerät nicht berührt werden, da schon die leichte elektrische Ladung der Haut die Messung beeinflusst. Die Diode ist wie zuvor an ein konstant Spannungsgerät angeschlossen, welches den Heizstrom an der Kathode erzeugt. Zwischen Anode und Kathode wird eine Spannungsquelle angeschlossen. Diese erzeugt eine Bremsspannung, im Bereich von 0 – 1 V, zwischen Kathode und Anode. Zur Messung wird nun der Heizstrom an der Kathode auf 2,5 A gebracht. Nun wird bei einer Bremsspannung von 0 V die Messung gestartet und der Wert notiert, den das nano-Ampere Meter anzeigt. Die Spannung wird jetzt um 0,1 V erhöht und der Strom zwischen Anode und Kathode wird erneut notiert. Die Messung wird bis zu einer Spannung von 1 A weitergeführt.

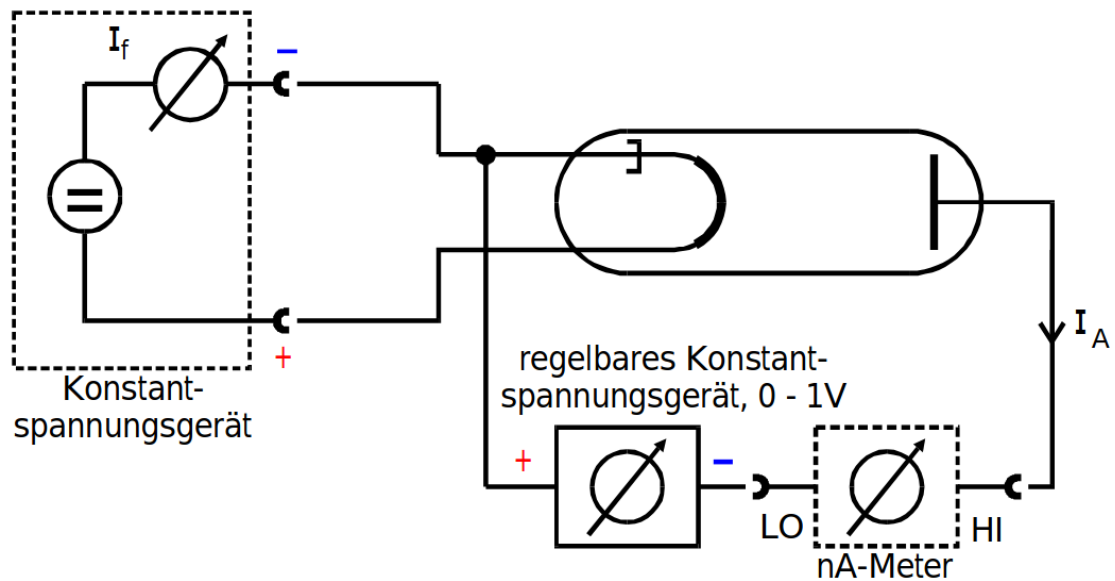


Abbildung 7: Der Aufbau welcher zur Messung des Anlaustroms genutzt wird. Die Abbildung wurde aus [2, S. 10] entnommen.

4 Auswertung

4.1 Sättigungsstrom

Die gemessenen Daten für einen Heizstrom von $I_f = 2\text{ A}$ befinden sich in Tab. 1, für $I_f = 2,2\text{ A}$ in Tab. 2 und für $I_f = 2,4\text{ A}$ in Tab. 3.

U / V	I_A / mA	U / V	I_A / mA
0	0,000	80	0,120
10	0,019	90	0,123
20	0,044	100	0,125
30	0,069	110	0,127
40	0,091	120	0,128
50	0,101	130	0,130
60	0,111	140	0,131
70	0,116	150	0,132

Tabelle 1: Der Strom I_A gemessen in Abhängigkeit der angelegten Spannung U für einen Heizstrom von $I_f = 2\text{ A}$.

U / V	I _A / mA	U / V	I _A / mA
0	0,000	130	0,582
10	0,027	140	0,597
20	0,067	150	0,609
30	0,118	160	0,619
40	0,173	170	0,626
50	0,229	180	0,632
60	0,292	190	0,637
70	0,348	200	0,642
80	0,408	210	0,646
90	0,457	220	0,649
100	0,496	230	0,653
110	0,532	240	0,656
120	0,560	250	0,659

Tabelle 2: Der Strom I_A gemessen in Abhängigkeit der angelegten Spannung U für einen Heizstrom von $I_f = 2,2$ A.

U / V	I _A / mA	U / V	I _A / mA
0	0,000	100	0,774
5	0,012	110	0,918
10	0,028	120	1,025
15	0,048	130	1,126
20	0,072	140	1,229
25	0,098	150	1,337
30	0,131	160	1,432
35	0,169	170	1,538
40	0,207	180	1,632
45	0,248	190	1,717
50	0,289	200	1,807
55	0,336	210	1,892
60	0,382	220	1,971
70	0,476	230	2,05
80	0,578	240	2,12
90	0,673	250	2,18

Tabelle 3: Der Strom I_A gemessen in Abhängigkeit der angelegten Spannung U für einen Heizstrom von $I_f = 2,4$ A.

Im Sättigungsstromgebiet kann die Kurve durch die Funktion

$$I(U) = I_S - A \cdot e^{-B \cdot U} \quad (5)$$

angenähert werden. Aus einer Ausgleichsrechnung [5] mit der Funktion 5 für das Sättigungsstromgebiet folgt der Sättigungsstrom I_S (siehe Tab. 4). In Abb. 8 ist der gemessene

I_f / A	Anfang Sättigungsgebiet U_A / V	I_S / mA
2.0	20	$131,2 \pm 0,7$
2.2	60	$664,8 \pm 2,2$
2.4	110	4250 ± 180

Tabelle 4: Der durch eine Ausgleichsrechnung ermittelte Sättigungsstrom I_S für einen bestimmten Heizstrom I_f .

Strom in Abhängigkeit der Spannung und ein Fit für das Sättigungsstromgebiet aufgetragen.

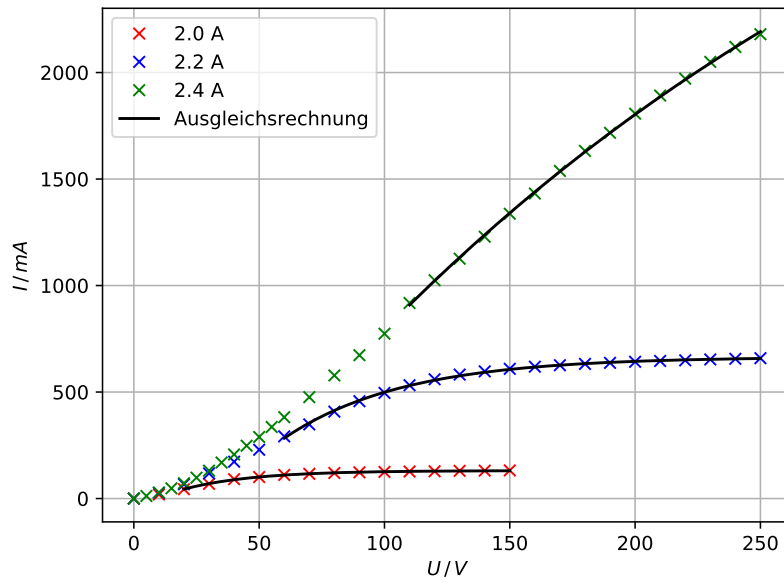


Abbildung 8: Der gemessene Strom I_A und eine Ausgleichskurve für die drei Heizströme. [4][7][5][6]

4.2 Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

Hier wird nur das Raumladungsgebiet bei maximalen Heizstrom $I_f = 2,4 \text{ A}$ (siehe Tab. 1) betrachtet. Das Raumladungsgebiet liegt im Intervall $[0 \text{ V}, 60 \text{ V}]$ und kann durch das

Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz beschrieben werden. Der Exponent b der Strom-Spannung Beziehung wird durch eine Ausgleichrechnung [5] der Form

$$I(U) = a \cdot U^b$$

ermittelt. Daraus folgt für die Parameter:

$$a = (7,55 \pm 0,32) \cdot 10^{-7}$$

$$b = 1,521 \pm 0,011$$

Die Messwerte im Raumladungsgebiet und der zugehörige Fit sind in Abb. 9 graphisch dargestellt.

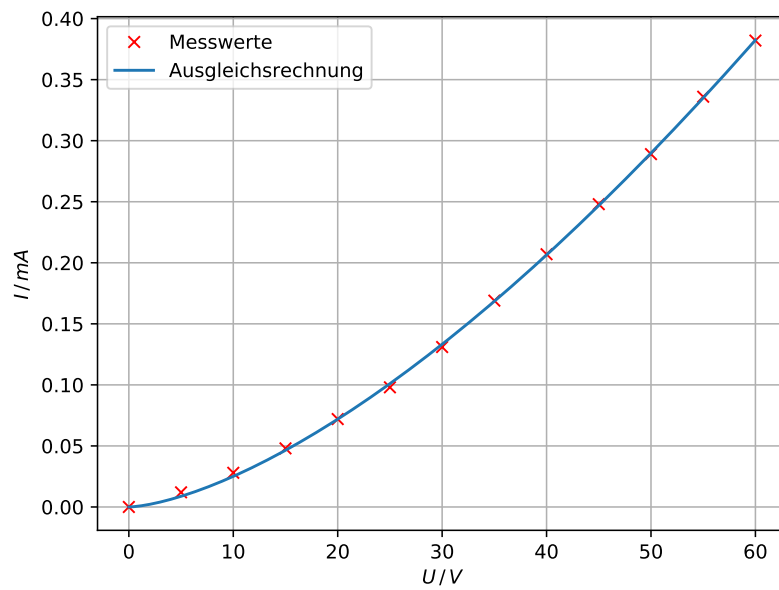


Abbildung 9: Das Raumladungsgebiet bei einem Heizstrom von $I_f = 2,4 \text{ A}$ mit einer Ausgleichskurve dargestellt. [5][7][4]

4.3 Anlaufstromgebiet

Im folgenden wird das Anlaufstromgebiet untersucht. In Tab. 5 befindet sich der gemessene Anlaufstrom I in Abhängigkeit der Bremsspannung U für die maximale Heizleistung $I_f = 2,4 \text{ A}$. Zudem muss die Spannung, wegen des Innenwiderstand $R_i = 1 \text{ M}\Omega$ nach der Gleichung

$$U_K = U - R_i \cdot I \quad (6)$$

korrigiert werden (siehe Tab. 5). Nun wird mit der korrigierten Spannung U_K und

U/V	I/nA	U_K/V
0.0	8	-0.008
0.1	4	0.0096
0.2	2	0.198
0.3	1.75	0.298
0.4	0.8	0.399
0.5	0.5	0.500
0.6	0.25	0.600
0.7	0.21	0.700
0.8	0.15	0.800
0.9	0.10	0.900

Tabelle 5: Der gemessene Strom I in Abhängigkeit der Spannung U und die korrigierte Spannung U_K .

dem Strom I eine Ausgleichrechnung [5] nach Gleichung durchgeführt Daraus folgt die Temperatur T der Glühkathode

$$T = (1950 \pm 10) \text{ K}.$$

Die Messwerte und der Fit sind in Abb. 10 graphisch dargestellt.

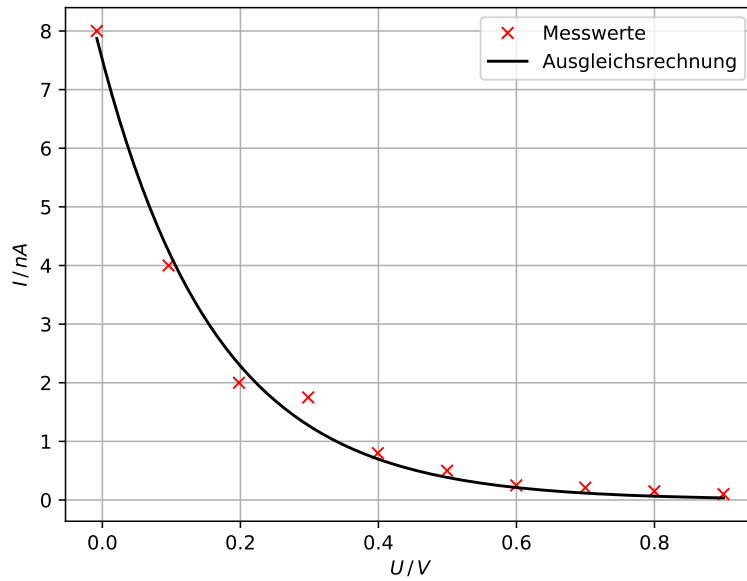


Abbildung 10: Das Anlaufgebiet bei maximalen Heizstrom $I_f = 2,4 \text{ A}$ mit einer Ausgleichskurve. [5][7][4]

4.4 Leistungsbilanz des Heizstromkreises

Als nächstes wird die Kathodentemperatur T durch die Gleichung

$$\sqrt[4]{\frac{I_f U_f - N_{WL}}{f \eta \sigma}}$$

ermittelt. In Tab. 6 befinden sich die Spannungs- und Stromwerte für den Heizkreis und die daraus folgende Temperatur. N_{WL} beträgt schätzungsweise 1 W. Weitere Konstanten werden der Versuchsanleitung [2] entnommen.

I_f / A	U_f / V	T / K
2,0	4,0	1881,48
2,2	4,5	1997,89
2,4	5,5	2161,80

Tabelle 6: Die ermittelte Temperatur T bei konstantem Heizstrom I_f und -spannung U_f .

4.5 Austrittsarbeit der Elektronen

Mithilfe der Richardson-Gleichung

$$\phi = -\frac{k_B T}{e_0} \ln \left(\frac{I_S h^3}{4\pi f e_0 m_0 k_B^2 T^2} \right)$$

kann die Austrittsarbeit ϕ der Elektronen bestimmt werden. Die Konstanten werden der Literatur [3] entnommen. In Tab. 7 befinden sich die berechneten Austrittsarbeiten ϕ .

I_f / A	ϕ / eV
2.0	$3,7538 \pm 0,0009$
2.2	$3,7273 \pm 0,0006$
2.4	$3,7170 \pm 0,0080$

Tabelle 7: Die ermittelte Austrittsarbeit ϕ bei konstantem Heizstrom I_f .

Im Mittel beträgt die Austrittsarbeit

$$\bar{\phi} = (3,7327 \pm 0,0027) \text{ eV}.$$

5 Diskussion

Die Kurven für einen Heizstrom von $I_f = 2,0 \text{ A}$ und $I_f = 2,2 \text{ A}$ haben den typischen Verlauf (siehe Abb. 8). Die Kurven flachen relativ schnell ab und nähern sich dem Sättigungsstrom I_S an. Auffällig ist, dass die Kurve bei einem Heizstrom von $I_f = 2,4 \text{ A}$ kaum abflacht und der Sättigungswert erst bei sehr hohen Spannungen erreicht wird. Insgesamt verlaufen die Kurven exponentiell, wie zu erwarten war.

Das Lanmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz besagt, dass $I \sim U^{\frac{3}{2}}$ gilt. Der experimentell bestimmte Exponent

$$b = 1,521 \pm 0,011$$

weicht um 1,4% vom Raumladungsgesetz ab. Der Verlauf der Kurve entspricht der Theorie und auch die Messwerte liegen in der Ausgleichskurve (siehe Abb. 9).

Die Kathodentemperatur für die maximale Heizleistung wurde zum einen über eine Ausgleichsrechnung im Anlaufstromgebiet T_1 bestimmt und zum anderen mithilfe einer Leistungsbilanz des Heizstromkreises T_2 :

$$T_1 = (1950 \pm 10) \text{ K}$$

$$T_2 = 2161,80 \text{ K}$$

Die Abweichung beträgt 211,8 K.

Die experimentell bestimmte Austrittsarbeit für Elektronen in Wolfram beträgt

$$\phi_{\text{exp}} = (3,7327 \pm 0,0027) \text{ eV}$$

und weicht somit um 17,05 % vom Theoriewert [1]

$$\phi_{\text{th}} = 4,5 \text{ eV}$$

ab. Das Experiment ist sehr empfindlich, da z.B im nano-Bereich gemessen wird und somit kleinste Störungen die Ergebnisse beeinflussen. Schon während des Experiments fiel auf, dass durch einen zu geringen Abstand zur Kathode der gemessene Strom stark schwankt. Um bessere Ergebnisse zu erhalten, sollte das Experiment vor äußeren Einflüssen abgeschirmt werden.

6 Anhang

Literatur

- [1] *Das Ingenieurwissen 34. Auflage. Tabelle 16-6.* Springer Vieweg 2012.
- [2] TU Dortmund. *V504 - Thermische Elektronenemission.* 2014.
- [3] *Fundamentale Physikalische Konstanten - Gesamtliste.* URL: www.uni-due.de.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python.* Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.