

VERSUCH NUMMER 46

Faraday-Effekt an Halbleitern

Patrick Schmidt
patrick7.schmidt@udo.edu

Karl Schiller
karl.schiller@udo.edu

Durchführung: 27.06.2018

Abgabe: 02.07.2018

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Die effektive Masse	1
2.2 Rotation linear polarisierten Lichts in doppelbrechenden Kristallen	1
2.3 Faraday-Rotation in optisch inaktiven Medien	2
3 Versuchsaufbau	4
4 Durchführung	5
4.1 Messung der magnetischen Flussdichte der Spule	5
4.2 Kalibrierung des Aufbaus	6
4.3 Vermessung der Faraday-Rotation	6
5 Auswertung	8
5.1 Messung der magnetischen Flussdichte	8
5.2 Bestimmung der effektiven Masse	9
6 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die effektive Masse von Leitungselektronen in GaAs ermittelt. Dazu wird die Faraday-Rotation an unterschiedlich stark dotierte Proben für verschiedene Wellen gemessen.

2 Theorie

2.1 Die effektive Masse

Halbleiter haben im Allgemeinen eine komplizierte Bandstruktur. Zur einfacheren Handhabung kann in der Nähe des Minimums des Leitungsbands am Punkt $\vec{k} = \vec{0}$ die $E(\vec{k})$ -Relation in eine Taylorreihe zu

$$E(\vec{k}) = E_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right)_{\vec{k}=\vec{0}} k_i + \dots$$

entwickelt werden. Dabei steht \vec{k} für den Wellenvektor des Elektrons und der Index i für die Raumdimensionen. Diese Reihe lässt sich in die parabolische Relation eines freien Elektrons überführen, wobei die Größe

$$m_i^* := \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right)_{\vec{k}=\vec{0}}^{-1} \quad (1)$$

als *effektive Masse* definiert wird, da sie die Dimension einer Masse haben muss. In der Formel spielt auch das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum \hbar eine Rolle. Bei einer Substitution der Elektronenmasse durch die effektive Masse lässt sich somit für Leitungselektronen die Quantenmechanik freier Teilchen anwenden, der Einfluss des Kristallpotentials ist durch dieses Konzept berücksichtigt.

2.2 Rotation linear polarisierten Lichts in doppelbrechenden Kristallen

Linear polarisiertes Licht lässt sich als eine lineare Überlagerung von links- und rechtszirkular polarisierten Lichts auffassen. Durchläuft dieses einen sogenannten doppelbrechenden Kristall der Länge L , so haben die beiden zirkularen Wellen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten und infolge dessen wird die lineare (überlagerte) Polarisationsrichtung um einen Winkel von

$$\theta = \frac{L}{2} (\vec{k}_R - \vec{k}_L) \quad (2)$$

gedreht. Dabei steht \vec{k}_R für den Wellenvektor des rechtszirkular und \vec{k}_L für den Wellenvektor des linkszirkular polarisierten Lichts. Dieser Effekt lässt sich mittels elektrischer Dipole erklären, welche im Kristall induziert werden: In einem externen elektrischen Feld \vec{E} werden zum einen positive Ionen relativ zu negativen Ionen verschoben, oder zum anderen der

Ladungsschwerpunkt der positiven Ladungen und der Elektronenverteilung stimmt nicht überein. Die Summe der einzelnen Dipolmomente pro Volumen erzeugt eine Polarisierung

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (3)$$

mit der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 und der *dielektrischen Suszeptibilität* χ . Dabei ist die Suszeptibilität χ im Allgemeinen ein Tensor.

Ein Material ist doppelbrechend, wenn im Suszeptibilitätstensor nicht-diagonale und komplex konjugierte Koeffizienten auftreten. Für in z -Richtung durchlaufendes Licht hat ein solcher Tensor mit allen für die Drehung relevanten Koeffizienten die Gestalt

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ -i\chi_{xy} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}$$

Ein Ausdruck für den Drehwinkel kann nun durch Einsetzen des Ansatzes einer ebenen Welle in die Wellengleichung in Materie gewonnen werden. Es ergeben sich nach Zerlegung in die Komponenten drei Gleichungen, aus einer folgt $E_z = 0$. Für die beiden übrigen Gleichungen muss für eine nicht-triviale Lösung

$$\left(-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi_{xx}) \right)^2 - \left(i \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{xy} \right) \left(-i \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{xy} \right) = 0$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Kreisfrequenz ω der Welle gelten. Daraus folgen zwei mögliche Wellenzahlen

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} \sqrt{(1 + \chi_{xx}) \pm \chi_{xy}},$$

oder mit der Beziehung $v_{\text{Ph}} = \omega/k$ zwei Phasengeschwindigkeiten für eine rechts- beziehungsweise linkszirkular polarisierte Welle. Werden diese Wellenzahlen in den Ausdruck (2) eingesetzt und dieser linearisiert, ergibt sich der Ausdruck

$$\theta \approx \frac{L \omega}{2 c n} \chi_{xy} \quad (4)$$

mit dem Brechungsindex $n = c/v_{\text{Ph}}$.

2.3 Faraday-Rotation in optisch inaktiven Medien

In einem optisch inaktiven Medium dreht sich die Polarisationsrichtung von durchgehendem Licht nicht ($\chi_{ik} = 0$ für $i \neq k$). Dies ändert sich jedoch bei Anwesenheit eines externen magnetischen Feldes \vec{B} parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichts. Ein Elektron wird mit der Gleichung

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + K \vec{r} = -e_0 \vec{E}(r) - e_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

beschrieben, wobei m_e die Masse und e_0 die Ladung des Elektrons, K eine die Bindung beschreibende Konstante und \vec{E} die Feldstärke der einfallenden Lichtwelle darstellt. Wird des Weiteren angenommen, dass \vec{E} in der Zeit harmonisch oszilliert, die Polarisierung \vec{P}

proportional zu \vec{r} ist und das Magnetfeld in z-Richtung zeigt, lässt sich diese Gleichung komponentenweise zerlegen. Nicht-triviale Lösungen ergeben sich nur für $E_z = 0$, damit reduziert sich die Anzahl an Komponentengleichungen auf zwei. Wird die Relation (3) mit dem Ansatz

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & i\chi_{xy} & 0 \\ i\chi_{yx} & \chi_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix}$$

in die verbleibenden zwei Komponenten eingesetzt und diese Gleichung nach Real- und Imaginärteil getrennt, so ergibt sich durch Vergleich

$$\chi_{xy} = -\chi_{yx}.$$

Somit dreht sich die Polarisationssebene von einfallendem Licht in einem optisch inaktiven Medium bei einem externen Magnetfeld parallel zur Ausbreitungsrichtung prinzipiell. Dieser Effekt wird *Faraday-Effekt* genannt.

Mit Gleichung (4) und den eben genannten Überlegungen lässt sich der Drehwinkel durch

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\epsilon_0 c} \frac{1}{m_e^2} \frac{\omega^2}{\left(-\omega^2 + \frac{K}{m_e}\right)^2 - \left(\frac{e_0}{m_e} B\omega\right)^2} \frac{NBL}{n}$$

mit der Masse des Elektrons m_e und der Anzahl an Elektronen pro Volumen N ausdrücken. In diesem Ausdruck steht zum einen die Zyklotronfrequenz $\omega_Z = Be_0/m_e$ (Frequenz eines im magnetischen Feld rotierenden Elektrons aufgrund der Lorentzkraft) und zum anderen der Ausdruck $\omega_0 = \sqrt{K/m_e}$, welcher die Bedeutung einer Resonanzfrequenz hat. Für *quasifreie* Ladungsträger gilt der Grenzfall $\omega_0 \rightarrow 0$ und damit

$$\theta_{\text{frei}} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \frac{1}{m_e^2} \lambda^2 \frac{NBL}{n}. \quad (5)$$

Ansonsten ist in Halbleitern die Resonanzfrequenz ω_0 in der Regel deutlich größer als die Zyklotronfrequenz, sodass die Näherungen

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 \gg \omega^2 \omega_Z^2 \text{ und } \omega \ll \omega_0$$

angewendet werden können. Hieraus ergibt sich die Relation

$$\theta(\lambda) \approx \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m_e^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n}. \quad (6)$$

3 Versuchsaufbau

Zur Messung der Faraday-Rotation an verschiedenen GaAs-Halbleitern wird der in Abbildung 1 dargestellte Versuchsaufbau verwendet.

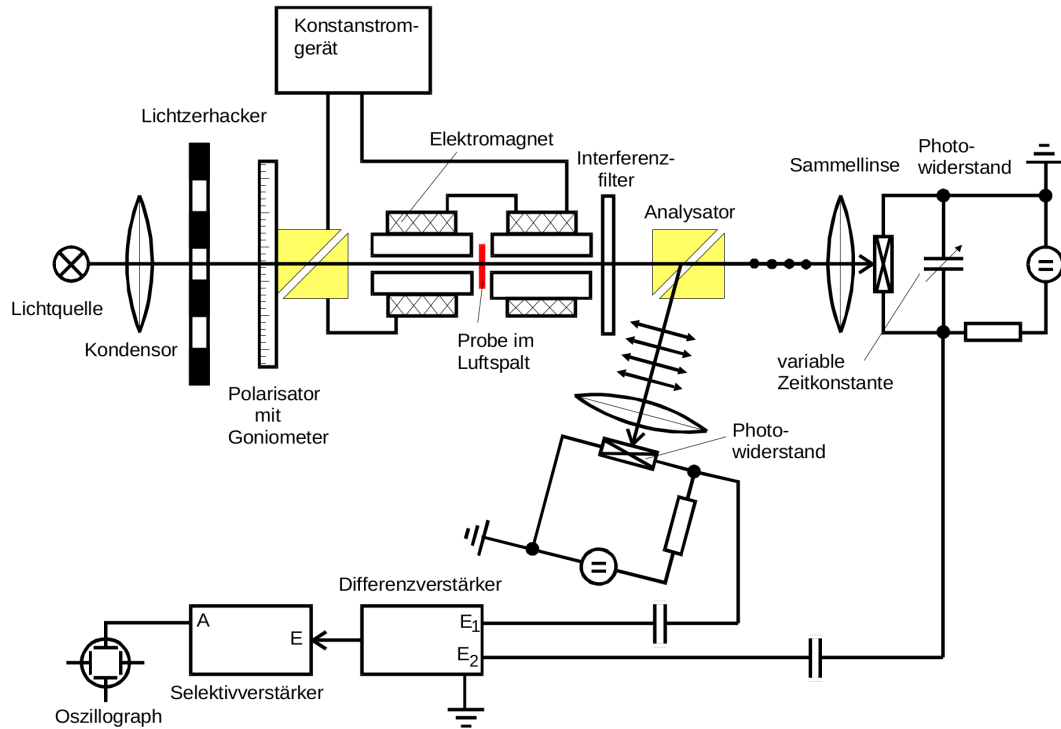


Abbildung 1: Der verwendete Versuchsaufbau schematisch dargestellt[2, S. 11].

Das Licht einer Halogenlampe wird mit einem Kondensor (Sammellinse) parallelisiert und mit einem Lichtzerhacker gepulst. Die Amplitude des Lichtsignals oszilliert damit in der Frequenz des Zerhackers. Im Anschluss fällt der Lichtstrahl auf ein Glan-Thomson Prisma (Erläuterung weiter unten), welches drehbar gelagert ist und das einfallende Licht linear polarisiert. Der Drehwinkel dieses Polarisators ist an einem Goniometer ablesbar. Das linear polarisierte Licht läuft durch einen Elektromagneten, in welchem sich die zu untersuchende Probe in einem Luftspalt befindet. Mit Hilfe eines Konstantstromgeräts kann somit ein externes Magnetfeld an die Probe angelegt werden.

Hinter dem Elektromagneten wird das Licht mit Hilfe eines Interferenzfilters monochromatisiert. Ein Interferenzfilter besteht aus einem Dielektrikum zwischen zwei transparenten Scheiben, in welchem die Lichtstrahlen an jeder Schicht teilweise reflektiert werden. Insgesamt ergibt sich nur dann eine Transmission, wenn diese Teilstrahlen konstruktiv interferieren. Aufgrund der begrenzten Anzahl an reflektierenden Schichten ergibt sich jedoch keine scharfe Spitze, sondern eine Verteilung endlicher Breite. Das (nahezu) monochromatische Licht trifft auf ein zweites Glan-Thomson-Prisma, welches den Lichtstrahl in zwei orthogonal zueinander linear polarisierte Lichtstrahlen räumlich teilt. Beide Strahlen werden jeweils mit einer Sammellinse auf einen Photowiderstand fokussiert.

Die Photowiderstände befinden sich jeweils in einem geerdeten Schaltkreis mit einer

Spannungsquelle und einem Vorwiderstand. Sie bestehen aus amorphen PbS Halbleitern. Je größer die Intensität des auf die Widerstände treffenden Lichtes ist, desto mehr Elektronen werden aus dem Halbleitermaterial heraus gelöst (äußerer Photoeffekt). So entstehende Löcher werden mit Elektronen aus dem Schaltkreis gefüllt und folglich fällt an dem Widerstand eine Spannung ab. Dieser Innenwiderstand ist für viele Größenordnungen proportional zur Lichtintensität [2, S. 11]. An den Photowiderständen abfallende Wechselspannung wird auf Kondensatoren ausgekoppelt, welche an einen Differenzverstärker angeschlossen sind. Im Schaltkreis zur Messung des ordentlichen Strahlengangs befindet sich parallel zum Photowiderstand geschaltet eine regelbare Zeitkonstante. Sie ermöglicht eine Anpassung der Phase an das Signal des anderen Photowiderstands.

Der Differenzverstärker bildet die Differenz der beiden Wechselspannungen und gibt sie an einen Selektivverstärker weiter. Ein Selektivverstärker funktioniert ähnlich zu ein Bandpass mit regelbarer Frequenz: Frequenzen, welche nicht der eingestellten Frequenz entsprechen, werden gefiltert. Entscheidend ist dabei die Breite der Frequenzverteilung, die durch die Güte Q beschrieben wird. Schließlich wird das gefilterte Signal auf einem Oszilloskop angezeigt.

Glan-Thomson-Prisma Ein Glan-Thomson-Prisma besteht aus einem doppelbrechendem Kristall, der wie in Abbildung 2 dargestellt zerschnitten ist. Linear polarisierte einfallende Strahlen werden in zwei senkrecht zueinander linear polarisierte Strahlen aufgespalten. Während der ordentliche Strahl an der Schnittfläche total reflektiert wird, ändert der außerordentliche Strahl seine Ausbreitungsrichtung nicht.

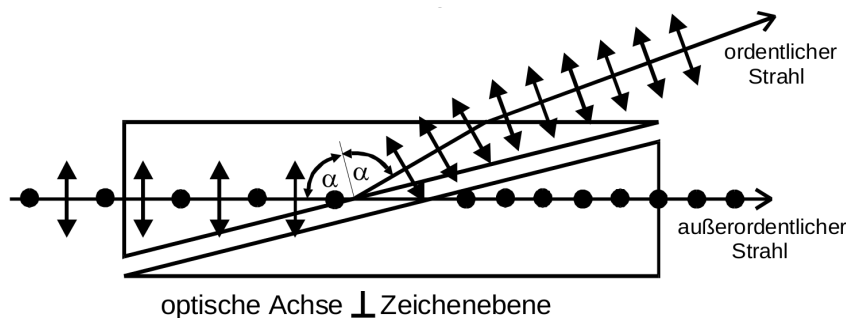


Abbildung 2: Ein Glan-Thompson-Prisma schematisch dargestellt[2, S. 17].

4 Durchführung

4.1 Messung der magnetischen Flussdichte der Spule

Das externe magnetische Feld, in welchem sich die Probe befindet, wird mit Hilfe einer Hall-Sonde gemessen. Dazu wird das Konstantstromgerät auf den für die spätere Messung verwendeten maximalen Strom von ungefähr 10 A eingestellt und die Spitze der Hall-Sonde mittig im Luftspalt positioniert. In Abständen von 1 mm wird nun die magnetische

Flussdichte in einem Bereich von 10 mm jeweils vor und hinter der Mitte des Luftspaltes vermessen.

4.2 Kalibrierung des Aufbaus

Bevor die Faraday-Rotation vermessen werden kann, muss der Versuchsaufbau justiert werden. Die Halogenlampe wird dazu mit einem Konstantspannungsgerät bei ungefähr 11 V betrieben und Kondensor, Lichtzerhacker, Polarisator, Elektromagnet, Analysator und die beiden Photowiderstände so aufgebaut, dass die beiden Lichtstrahlen auf die Photowiderstände treffen. Um diese Kalibrierung durch zu führen, werden die Deckel der Photowiderstandsgehäuse entfernt. Durch Verschiebung des Kondensors und der Sammellinsen in Strahlrichtung kann die Lichtintensität auf den Photowiderständen maximiert werden. Im Anschluss wird das Analysatorprisma um seine vertikale Achse so weit gedreht, bis der durchgehende Strahl verschwindet.

Daraufhin wird der Lichtzerhacker auf eine Frequenz von ungefähr 590 Hz eingestellt. Um die tatsächliche Frequenz zu ermitteln und Fehler zu vermeiden, wird der Photowiderstand des durchgehenden Strahles an das Oszilloskop angeschlossen und die Frequenz abgelesen. Nun wird eine Probe in den Luftspalt des Elektromagneten gebracht und die Photowiderstände an die Eingänge des Differenzverstärkers angeschlossen. Dabei ist zu beachten, dass die Amplitude der jeweiligen Wechselspannungen der Photowiderstände nicht 100 mV überschreitet. Angepasst wird dies durch Regelung der Intensität der Halogenlampe über das Konstantspannungsgerät. Ein Signal wird als „Ground“, das andere als Wechselstromsignal deklariert, um ein möglichst klares Signal zu erhalten.

Der Ausgang des Differenzverstärkers wird mit dem Eingang des Selektivverstärkers verbunden. Am Selektivverstärker wird die Frequenz des Lichtzerhackers von 590 Hz sowie eine maximal mögliche Güte von 100 eingestellt. Schließlich wird der Ausgang des Selektivverstärkers an das Oszilloskop angeschlossen. Durch Drehung des Polarisators und der Zeitkonstante ist das Signal auf Null abzugleichen.

4.3 Vermessung der Faraday-Rotation

Die Konstantstromquelle des Elektromagneten wird eingeschaltet und langsam auf einen maximalen Strom von ungefähr 10 A eingestellt. Nun werden für acht verschiedene Interferenzfilter jeweils drei Proben in den Luftspalt eingesetzt und das am Oszilloskop zu beobachtende Signal auf ein Minimum abgeglichen. Hierzu wird die Zeitkonstante eines Photowiderstands angepasst und der Polarisator gedreht. Mit Hilfe des Goniometers wird der Winkel des Polarisators abgelesen und zusammen mit der Probe und dem verwendeten Filter notiert.

Im Anschluss wird der Strom am Elektromagneten langsam auf 0 A herunter gefahren, die Anschlüsse getauscht und wieder auf einen maximalen Strom eingestellt. Wiederum werden die Proben für sämtliche Filter eingesetzt, das Signal am Oszilloskop abgelesen und der Winkel des Goniometers notiert. Besonders bei dem Wechsel der Proben oder der Polarisationsfilter ist darauf zu achten, dass die Amplitude der Wechselspannungen an den

Eingängen des Differenzverstärkers 100 mV nicht überschreitet.

Die verwendeten Proben sind

1. n-dotiertes GaAs mit $N = 2,8 \cdot 10^{18} \text{ 1/cm}^3$ und $L = 1,296 \text{ mm}$
2. n-dotiertes GaAs mit $N = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ 1/cm}^3$ und $L = 1,36 \text{ mm}$
3. hochreines GaAs mit $L = 5,11 \text{ mm}$

Die Interferenzfilter sind für die Wellenlängen 1000 nm bis 1600 nm in 1000 nm-Schritten und zusätzlich 1550 nm durchlässig.

5 Auswertung

Im Folgenden werden die Regressionen, Abbildungen und Fehlerrechnungen mit den Paketen Numpy [8], Uncertainties [6], Matplotlib [3] und Scipy [5] in der Programmierumgebung Python 3.6.5 erstellt beziehungsweise durchgeführt.

5.1 Messung der magnetischen Flussdichte

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben wird das Magnetfeld vor und nach der Messung der Faraday-Rotationswinkel vermessen. Da jedoch vor Messung der Rotationswinkel der Elektromagnet noch nicht aufgeheizt war, ist für die weitere Auswertung die Messung des Magnetfeldes nach Messung der Rotationswinkel verwendet worden. Die aufgenommenen Flussdichten B an der jeweiligen Position z sind in Tabelle 1 dargestellt. Dabei entspricht die Reihenfolge der Messwerte der Reihenfolge ihrer Aufnahme, die per Auge abgeschätzte Position der Probe $z = 0$ wurde mehrmals vermessen.

Tabelle 1: Die gemessenen magnetischen Flussdichten und ihre jeweilige Position.

z / mm	B / mT	z / mm	B / mT
0	376	0	375
-1	377	1	373
-2	376	2	369
-3	375	3	363
-4	372	4	354
-5	368	5	341
-6	362	6	325
-7	353	7	301
-8	340	8	268
-9	322	9	225
-10	294	10	175
		0	374

Zur Bestimmung der maximalen Flussdichte wird ein Polynom vierten Grades der Form

$$B_{\text{reg}} = az^4 + bz^3 + cz^2 + dz + e$$

mit Hilfe der Funktion `scipy.curve_fit` an die Messwerte regressiert. Diese Regression ist in blau zusammen mit den Messwerten in Abbildung 3 dargestellt. Für die Parameter

ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned}
 a &= (-0,0081 \pm 0,0002) \frac{\text{mT}}{\text{mm}^4} \\
 b &= (-0,045 \pm 0,001) \frac{\text{mT}}{\text{mm}^3} \\
 c &= (-0,59 \pm 0,02) \frac{\text{mT}}{\text{mm}^2} \\
 d &= (-1,58 \pm 0,08) \frac{\text{mT}}{\text{mm}} \\
 e &= (375,0 \pm 0,3) \text{mT}.
 \end{aligned}$$

Als die an der Probe anliegende Feldstärke wird das Maximum der magnetischen Flussdichte angenommen. Dieses ergab sich unter Verwendung des Pakets `scipy.minimize_scalar` zu 376 mT an der Position $z = -1,5 \text{ mm}$.

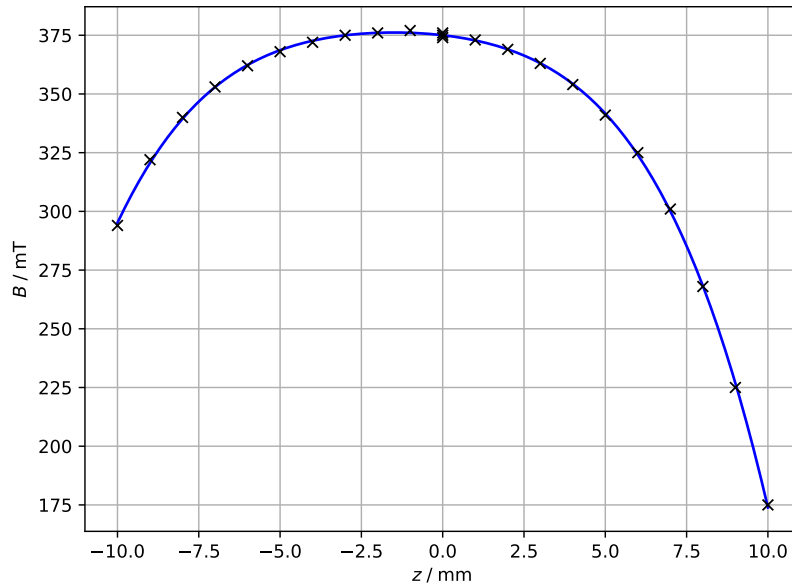


Abbildung 3: Die gemessene magnetische Flussdichte in Abhängigkeit des Ortes.

5.2 Bestimmung der effektiven Masse

Im Folgenden werden die Proben nach der in Abschnitt 4.3 angegebenen Reihenfolge durchnummeriert. Für jede Probe wird pro Filterwellenlänge die Differenz der am Goniometer abgelesenen Winkel vor und nach Umpolung des Magnetfelds gebildet. Diese Differenzwinkel θ sind zusammen mit der jeweiligen Wellenlänge λ in den Tabellen 2 bis 4 aufgeführt. Um nun die verschiedenen Proben miteinander vergleichen zu können, werden die Rotationswinkel anschließend in das Radmaß umgerechnet und auf die Dicke der Probe L normiert. Die entsprechenden Werte sind ebenfalls in den drei Tabellen eingetragen und grafisch in Abbildung 4 gegen das Quadrat der Wellenlänge dargestellt.

Tabelle 2: Messwerte und weitere Größen zu Probe 1.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\lambda^2 / (\mu\text{m})^2$	$\theta / ^\circ$	$\frac{\theta}{L} / \text{rad/m}$	$\Delta \frac{\theta}{L} / \text{rad/m}$
1,6	2,56	20,50	138,04	103,03
1,55	2,40	18,07	121,65	90,80
1,5	2,25	19,13	128,83	96,16
1,4	1,96	19,97	134,45	100,35
1,3	1,69	14,97	100,78	75,22
1,2	1,44	21,23	142,98	106,71
1,1	1,21	19,17	129,06	96,33
1,0	1,00	38,50	259,24	193,49

Tabelle 3: Messwerte und weitere Größen zu Probe 2.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\lambda^2 / (\mu\text{m})^2$	$\theta / ^\circ$	$\frac{\theta}{L} / \text{rad/m}$	$\Delta \frac{\theta}{L} / \text{rad/m}$
1,6	2,56	20,50	131,54	96,53
1,55	2,40	18,07	115,93	85,07
1,5	2,25	19,13	122,77	90,10
1,4	1,96	19,97	128,12	94,02
1,3	1,69	14,97	96,04	70,48
1,2	1,44	21,23	136,25	99,99
1,1	1,21	19,17	122,99	90,25
1,0	1,0	38,50	247,04	181,29

Tabelle 4: Messwerte und weitere Größen zu Probe 3.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\lambda^2 / (\mu\text{m})^2$	$\theta / ^\circ$	$\frac{\theta}{L} / \text{rad/m}$
1,6	2,56	20,50	35,01
1,55	2,40	18,07	30,85
1,5	2,25	19,13	32,68
1,4	1,96	19,97	34,10
1,3	1,69	14,97	25,56
1,2	1,44	21,23	36,26
1,1	1,21	19,17	32,73
1,0	1,0	38,50	65,75

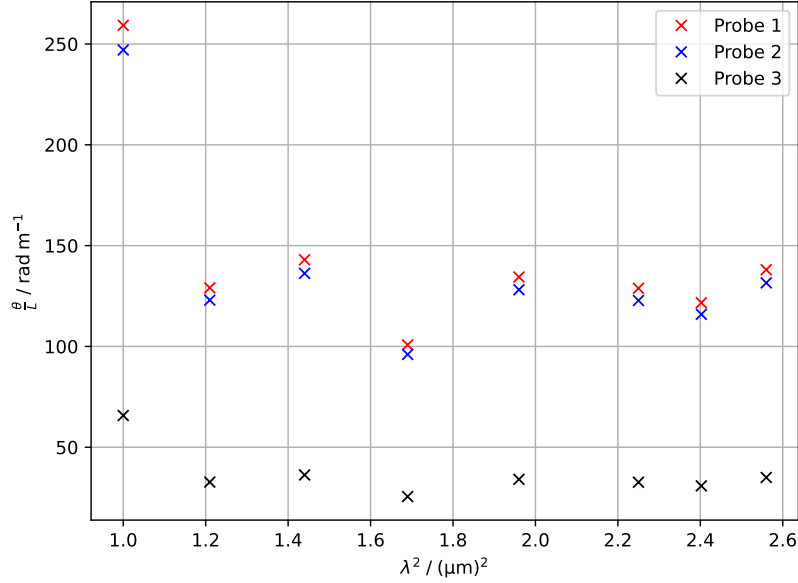


Abbildung 4: Differenz der Rotationswinkel zwischen den Magnetfeldpolungen für alle drei Proben.

Um die Faraday-Rotation von freien Ladungsträgern zu untersuchen, wurde der Rotationswinkel der hochreinen GaAs-Probe (Probe 3) von den ersten beiden Proben abgezogen. Diese Differenzen sind in Tabelle 2 bis 4 als $\Delta\theta/L$ aufgeführt. Nach Formel (5) ist der auf die Länge normierte Rotationswinkel proportional zum Quadrat der Filterwellenlänge. Aufgrund dessen wird eine Funktion der Form

$$\frac{\theta}{L}(\lambda) = a \cdot \lambda^2 + b$$

an die Messwerte regressiert. Unter Verwendung von Formel (5) lässt sich daraus die effektive Masse der freien Ladungsträger in GaAs zu

$$m^* = \sqrt{\frac{e^3}{8 \pi \epsilon_0 c^3} \frac{1}{a} \frac{N B}{n}} \quad (7)$$

berechnen. Als Brechungsindex wurde 3,397 eingesetzt, welcher für eine Wellenlänge von 1377,56 nm in Quelle [4] angegeben ist. Für die beiden dotierten Proben 1 und 2 ergaben sich unter Verwendung der Funktion `scipy.curve_fit` die Regressionsparameter zu

$$\begin{aligned} a_1 &= (3 \pm 13) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3} \\ b_1 &= (90 \pm 27) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}} \\ a_2 &= (2 \pm 12) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3} \\ b_2 &= (85 \pm 25) \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{m}}. \end{aligned}$$

Bei der Regression wurden die Messwerte für eine Wellenlänge von 1 μm nicht mit einbezogen. In Abbildung 5 sind die Differenzwinkel mit den Regressionen dargestellt. Unter Verwendung

von Gleichung (7) ergeben sich die effektiven Massen zu

$$\frac{m_1^*}{m_e} = 0,011 \pm 0,027 \quad \text{und}$$

$$\frac{m_2^*}{m_e} = 0,007 \pm 0,019.$$

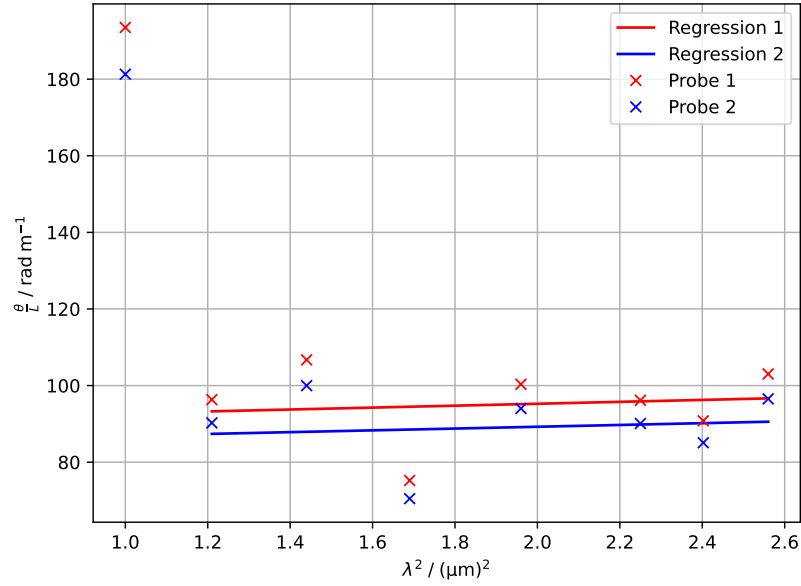


Abbildung 5: Rotationswinkel für freie Ladungsträger mit Regression für die beiden dotierte Proben.

6 Diskussion

Das vermessene Magnetfeld ist in Anbetracht der Dicke der Proben relativ homogen. Die theoretische effektive Masse von GaAs in Abhängigkeit von der Dotierungsdichte N in $1/\text{cm}^3$ lässt sich unter Verwendung der Formel

$$\frac{m^*}{m_e} = 0,0635 + 2,06 \cdot 10^{-22} \cdot N + 1,16 \cdot 10^{-40} \cdot N^2$$

berechnen [7, S. 7]. Dabei beziehen sich die errechneten Werte auf eine Probe bei Raumtemperatur. Für die beiden verwendeten Proben ergeben sich Theoriewerte von

$$\begin{aligned}\frac{m_1^*}{m_e} &\approx 0,065 \\ \frac{m_2^*}{m_e} &\approx 0,064.\end{aligned}$$

Es zeigen sich große Abweichungen zu den experimentell ermittelten Werten um das fünf- bis achtfache nach unten. Dies lässt sich auf verschiedene Ursachen zurück führen: Zum einen war die regelbare Zeitkonstante des einen Photowiderstands defekt, sodass entstehende Phasendifferenzen zwischen den Wechselstromsignalen der beiden Widerstände nicht korrigiert werden konnten. Des Weiteren ließ sich das Signal am Oszilloskop bei der Kalibrierung ohne magnetisches Feld zwar auf Null herunter regeln, jedoch war dies mit Einschalten des Elektromagneten nicht mehr möglich. Aufgrund dieses Rauschens war eine präzise Einstellung mit dem Goniometer unterschiedlich gut möglich. Bei manchen Frequenz-Probenkombinationen konnte teilweise über 2° keine Veränderung des Signals erkannt werden. Daher lassen sich die Steigungen der Regressionen und infolge dessen auch die effektive Masse nur sehr ungenau bestimmen.

Das Rauschen des Signals lässt sich teilweise mit Wärmestrahlung erklären, welche der Magnet und die Proben aufgrund eines Aufheizens im Laufe der Messung emittieren. Aus Abbildung 6 wird ersichtlich, dass die Wärmestrahlung lediglich für die Wellenlänge von $1\mu\text{m}$ nicht beiträgt. Hier zeigt sich in Abbildung 5 auch eine signifikant größere Winkeldifferenz. Schließlich ist zu erwähnen, dass die Filter verstaubt waren und sich auf den Proben Fingerabdrücke befanden, was zu weiteren Störungen geführt haben kann.

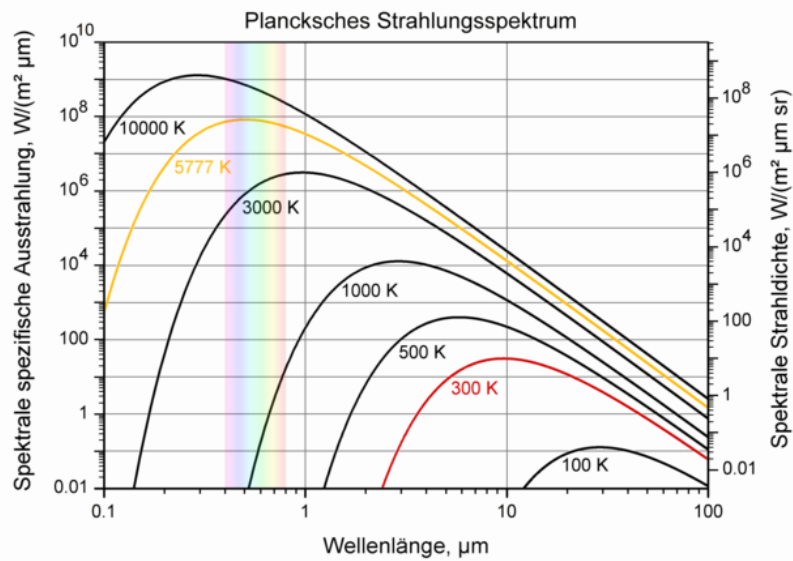


Abbildung 6: Das Plancksche Strahlungsspektrum für verschiedene Temperaturen und Wellenlängen [1].

Literatur

- [1] Wikimedia Commons. *BlackbodySpectrum*. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:BlackbodySpectrum_loglog_150dpi_de.png (besucht am 30.06.2018).
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 46 Faraday-Effekt an Halbleitern*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V46.pdf> (besucht am 24.06.2018).
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Filmetrics Inc. *Brechungsindex von Gallium Arsenid*. URL: <https://www.filmetrics.de/refractive-index-database/GaAs/Gallium-Arsenide> (besucht am 30.06.2018).
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] Włodzimierz Nakwaski. „Effective masses of electrons and heavy holes in GaAs, InAs, AlAs and their ternary compounds“. In: *Physica B: Condensed Matter* 210.1 (1995), S. 1–25. ISSN: 0921-4526. DOI: [https://doi.org/10.1016/0921-4526\(94\)00921-H](https://doi.org/10.1016/0921-4526(94)00921-H). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/092145269400921H>.
- [8] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.