

## VERSUCH 602

# Röntgenemission und -absorption

Fabian Koch  
fabian3.koch@udo.edu

Tom Rosenstein  
tom.rosenstein@udo.edu

Durchführung: 29.05.2018

Abgabe: 05.06.2018

# Inhaltsverzeichnis

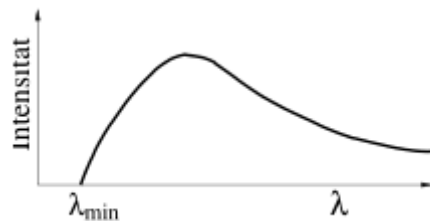
|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 Zielsetzung</b>                                      | <b>3</b>  |
| <b>2 Theorie</b>  | <b>3</b>  |
| <b>3 Durchführung</b>                                     | <b>5</b>  |
| <b>4 Auswertung</b>                                       | <b>7</b>  |
| 4.1 Überprüfung der Braggbedingung . . . . .              | 7         |
| 4.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre . . . . . | 8         |
| 4.3 Absorptionsspektren verschiedener Stoffe . . . . .    | 13        |
| <b>5 Diskussion</b>                                       | <b>20</b> |
| <b>Literatur</b>  | <b>21</b> |

## 1 Zielsetzung

Bei diesem Versuch soll das Röntgenemissionsspektrum von Kupfer, sowie die Absorptionsspektren von Bismut, Brom, Strontium, Zink und Zirkonium mithilfe einer Röntgenröhre, der Bragg-Reflexion und einem Geiger-Müller-Zählrohr untersucht werden.

## 2 Theorie

Röntgenstrahlung besteht aus Bremsstrahlung und charakteristischer Strahlung. Zur Erzeugung dieser werden durch Erhitzen einer Glühkathode freie Elektronen erzeugt, welche durch Hochspannung stark beschleunigt werden und dann auf die Anode treffen. Durch das Abbremsen der Elektronen, welches durch das Coulombfeld des Atomkerns geschieht, wird Energie in Form von Strahlung frei. Das Elektron kann hierbei seine gesamte oder nur einen Teil seiner kinetischen Energie abgeben. Dies resultiert in einem kontinuierlichen Bremsspektrum, wie in Abbildung 1 dargestellt.



**Abbildung 1:** Beispiel für ein kontinuierliches Bremsspektrum.[1]

Die minimale Wellenlänge  $\lambda_{\min}$ , und damit die maximal mögliche Energie der Röntgenstrahlung wird durch die Energieerhaltung zu folgendem Ausdruck bestimmt:

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (1)$$

Dabei ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $e_0$  die Elementarladung und  $U$  die angelegte Spannung. Zusätzlich zum Bremsspektrum wird aber auch ein materialspezifisches charakteristisches Spektrum des Anodenmaterials beobachtet. Dies entsteht durch das Herauslösen eines Elektrons aus einer inneren Atomschale durch das beschleunigte Elektron. Da das Atom den energetisch niedrigsten Zustand annehmen will, besetzt ein Elektron aus einer höheren Schale den frei gewordenen Platz. Da dieses Elektron dabei von einem Zustand höherer Energie in einen Zustand niedriger Energie wechselt, wird wieder Energie in Form von Strahlung frei. Da die Energieniveaus der einzelnen Atomschalen, und somit auch die Energiedifferenzen dieser feste Energiewerte besitzen, entsteht ein Linienspektrum. Die Benennung der Linien erfolgt nach einem einfachen Prinzip. Der Buchstabe K, L, M, ... gibt die Schale an, auf welcher die Übergänge enden und die Indizes  $\alpha$ ,  $\beta$ , ... präzisieren die Linien innerhalb der Schalen. Ein Beispiel wäre  $K_\alpha$ . Gerade in größeren Atomen muss jedoch bei der Energie der Schalen

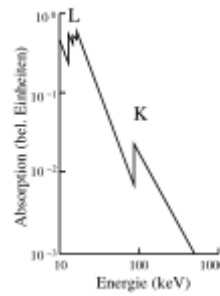
die Abschirmung durch die inneren Elektronenhüllen berücksichtigt werden, indem eine effektive Kernladung  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ , mit der Abschirmkonstante  $\sigma$  eingeführt wird. Die Bindungsenergie eines Elektrons kann dann mit

$$E_n = -R_{\infty} z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

berechnet werden.  $R_{\infty} = 13,6 \text{ eV}$  ist hierbei die Rydbergenergie. Aus den Differenzen der jeweiligen Energieniveaus der beteiligten Schalen kann dann die Energie der Röntgenstrahlung berechnet werden. Für die Abschirmkonstante ergibt sich durch Umstellen folgender Ausdruck:

$$\sigma = Z - \sqrt{\frac{E_n}{R_{\infty}}} \cdot n. \quad (3)$$

Bei der Absorption von Röntgenstrahlung unter 1 MeV treten hauptsächlich der Photo- und Comptoneffekt auf. Bei steigender Energie nimmt der Absorptionskoeffizient ab, zeigt jedoch einen Sprunghaften Anstieg bei bestimmten Energien. Dies ist in Abbildung 2 zu sehen. Diese Anstiege entstehen durch das Herauslösen eines Elektrons aus der nächs-



**Abbildung 2:** Beispiel für ein Absorptionsspektrum.[1]

ten höheren Schale. Somit ist die Lage dieser sogenannten Absorptionskanten nahe der Bindungsenergie der Elektronen. Die Kanten werden ähnlich wie die Emissionslinien nach der jeweiligen Schale benannt und bei weiterer Aufteilung durch die Feinstruktur einfach durchnummeriert. SO gibt es zum Beispiel die  $L_I$ ,  $L_{II}$  und  $L_{III}$  Kante. Quantitativ wird die Absorptionskante durch

$$h \cdot \nu_{\text{Abs}} = E_n - E_{\infty} \quad (4)$$

und die Bindungsenergie der Elektronen durch

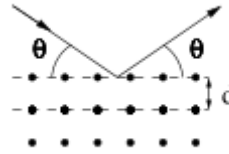
$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left( z_{\text{eff},1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + 1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante  $\alpha$  und dem Gesamtdrehimpuls des Elektrons  $j$ . Zur Berechnung der Abschirmkonstanten aus der L-Kante kann durch das

fehlende Auflösungsvermögen der Messapparatur mithilfe der Energiedifferenz  $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$  folgender Ausdruck hergeleitet werden:

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Zur experimentellen Untersuchung der Röntgenstrahlung wird die Braggsche Reflexion ausgenutzt. Dabei wird das Röntgenlicht an einem dreidimensionalen Gitter, zum Beispiel einem Kristall, gebeugt. Dies ist in Abbildung 3 zu sehen. Beim Glanzwinkel  $\theta$  wird eine



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung der Bragg-Reflexion.[1]

konstruktive Interferenz und somit ein Maximum der Intensität beobachtet. So lässt sich aus dem Beugungswinkel  $\theta$  und der Gitterkonstanten  $d$  mit

$$2 d \sin \theta = n \lambda \quad (7)$$

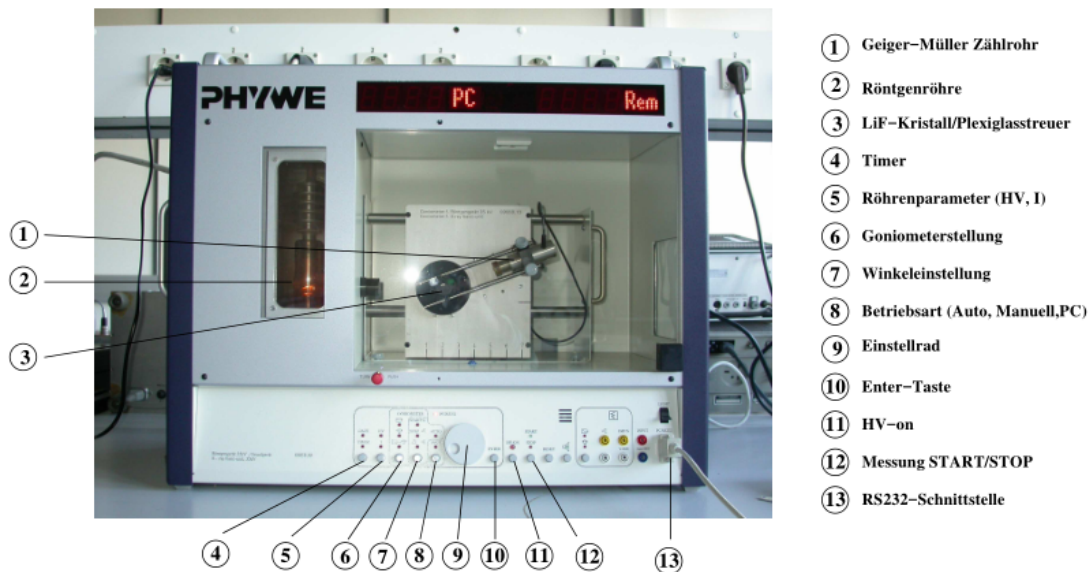
die gebeugte Wellenlänge  $\lambda$  und somit auch die Energie der Strahlung bestimmen. Wird dies nun für  $n = 1$  in die Gleichung (1) eingesetzt und nach der Energie umgestellt, ergibt sich folgender Ausdruck:

$$E = \frac{hc}{2d \sin \theta} \quad (8)$$

### 3 Durchführung

Der Versuch wird mit einer Kupfer-Röntgenröhre durchgeführt. Diese ist auf einen schwenkbaren LiF- Kristall ausgerichtet. Das Geiger-Müller-Zählrohr ist über einem Arm drehbar gelagert und kann unabhängig von dem Kristall gedreht werden. Es sind somit unabhängige und gekoppelte Bewegungen möglich. Der Aufbau ist in Abbildung 4 zu sehen.

Die Einstellungen und Messungen werden an einem Computer durchgeführt. Dort kann die Messart, der Drehmodus, der Kristallwinkel und die Integrationszeit eingestellt werden. Die Messart wird auf Spektren eingestellt. Die Beschleunigungsspannung  $U_B = 35 \text{ kV}$  wird für alle Messungen eingestellt. Gleiches gilt für den Emissionsstrom von  $I = 1 \text{ mA}$ . Die Messungen erfolgen dann automatisch. Es sollte für jede Messungen die 1 mm Schlitzblende vor dem Geiger-Müller-Zählrohr angebracht und waagrecht ausgerichtet sein.



**Abbildung 4:** Die für die Messungen verwendete Apparatur, entnommen der Versuchsanleitung[1, S. 4].

Um die Bragg Bedingung überprüfen zu können, wird der LiF-Kristall auf einen festen Kristallwinkel von  $14^\circ$  eingestellt und die Intensität gemessen. Die Integrationszeit beträgt  $\Delta t = 5$  s. Die Messung erfolgt im Winkelbereich von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  mit einem Winkelzuwachs von  $0,1^\circ$

Das Emissionsspektrum der Cu-Röntgenröhre wird im 2:1 Koppelmodus durchgeführt. Die Drehung des Kristalls ist somit mit dem der des Geiger-Müller-Zählrohrs verknüpft. Das Röntgenspektrum der Beugungsordnung  $n = 1$  wird in einem Winkelbereich von  $4^\circ$  bis  $26^\circ$  in  $0,2^\circ$  Schritten gemessen. Hierbei beträgt die Integrationszeit 5 s.

Um die Absorptionsspektren von verschiedenen Materialien zu messen, werden Blenden aus dem zu untersuchenden Material vor das Geiger-Müller-Zählrohr geschraubt. Die zu untersuchenden sind Brom, Strontium, Zink und Zirkonium. Der Winkelbereich wird dabei so gewählt, dass die spezifischen K-Kanten im Winkelbereich liegen. Die Winkelbereiche lauten nun:

$$\begin{aligned} \text{Brom} &: 24^\circ \leq \theta \leq 28^\circ \\ \text{Strontium} &: 21^\circ \leq \theta \leq 25^\circ \\ \text{Zink} &: 35^\circ \leq \theta \leq 39^\circ \\ \text{Zirkonium} &: 19^\circ \leq \theta \leq 23^\circ \end{aligned}$$

Diese Bereiche werden in  $0,1^\circ$  Schritten abgefahren. Die Messzeit beträgt 10 s. Dies wird für Bismut wiederholt, nur ist hier der Winkelbereich größer gewählt worden, da hier die L-Kanten untersucht werden sollen. Alle anderen Einstellungen bleiben gleich. Der Bereich lautet:

Bismut :  $22^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$

## 4 Auswertung

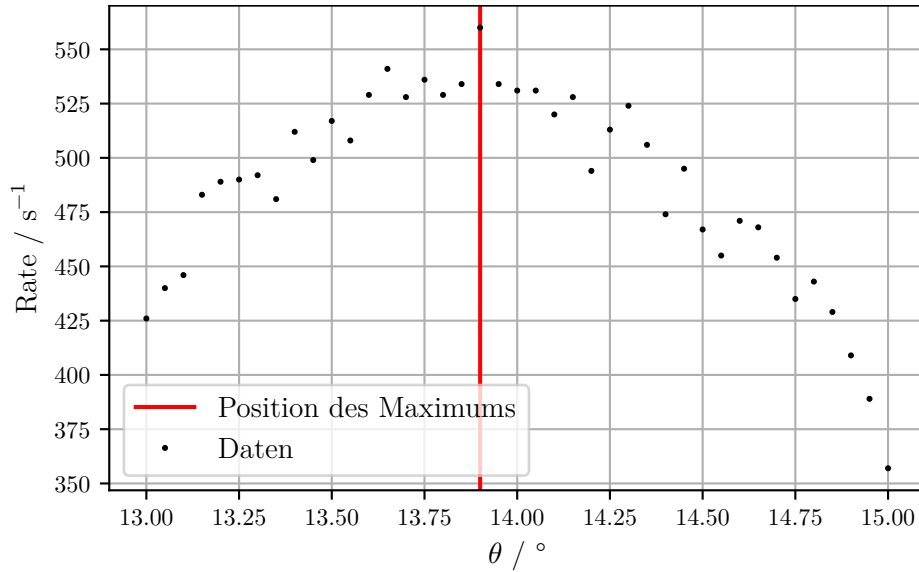
### 4.1 Überprüfung der Braggbedingung

Zur Überprüfung der Braggbedingung wurde der Kristallwinkel auf  $14^\circ$  eingestellt. Die Messdaten befinden sich in Tabelle 1.

**Tabelle 1:** Messwerte zur Überprüfung der Braggbedingung.

| $2 \cdot \theta / ^\circ$ Counts / 1/s |     | $2 \cdot \theta / ^\circ$ Counts / 1/s |     |
|--|-----|--|-----|
| 26,0                                   | 440 | 28,1                                   | 520 |
| 26,1                                   | 446 | 28,2                                   | 528 |
| 26,2                                   | 483 | 28,3                                   | 494 |
| 26,3                                   | 489 | 28,4                                   | 513 |
| 26,4                                   | 490 | 28,5                                   | 524 |
| 26,5                                   | 492 | 28,6                                   | 506 |
| 26,6                                   | 481 | 28,7                                   | 474 |
| 26,7                                   | 512 | 28,8                                   | 495 |
| 26,8                                   | 499 | 28,9                                   | 467 |
| 26,9                                   | 517 | 29,0                                   | 455 |
| 27,0                                   | 508 | 29,1                                   | 471 |
| 27,1                                   | 529 | 29,2                                   | 468 |
| 27,2                                   | 541 | 29,3                                   | 454 |
| 27,3                                   | 528 | 29,4                                   | 435 |
| 27,4                                   | 536 | 29,5                                   | 443 |
| 27,5                                   | 529 | 29,6                                   | 429 |
| 27,6                                   | 534 | 29,7                                   | 409 |
| 27,7                                   | 560 | 29,8                                   | 389 |
| 27,8                                   | 534 | 29,9                                   | 357 |
| 27,9                                   | 531 | 30,0                                   | 357 |
| 28,0                                   | 357 |  |     |

Das Maximum der Intensität lässt sich aus dem Plot zu  $13,9^\circ$  bestimmen und weicht um 0,7 % vom eingestellten Winkel ab.



**Abbildung 5:** Plot zur Überprüfung der Bragg-Bedingung.

## 4.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Die gemessenen Winkel und die entsprechenden Counts pro Sekunde sind in der Tabelle 2 zusammengefasst. Diese wurden graphisch in Abbildung 6 dargestellt. Dort können die  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  abgelesen werden.

Der Grenzwinkel wird aus den Messdaten zu  $\theta = 5,0^\circ$  bestimmt. Aus der Braggbedingung (7) ergibt sich somit für die Wellenlänge bei einer Gitterkonstante des LiF-Kristalls von 201,4 pm:

$$\lambda_{\text{Grenz}} = 35,11 \text{ pm}$$

Die maximale Energie des Bremsspektrums wird dann mittels der Gleichung (8) bestimmt. Dies wird mit dem theoretischen wert für  $E_{\text{kin, max}} = e_0 U$  verglichen. Es ergibt sich dann:

$$E_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{Grenz}}} = 35,313 \text{ keV}$$

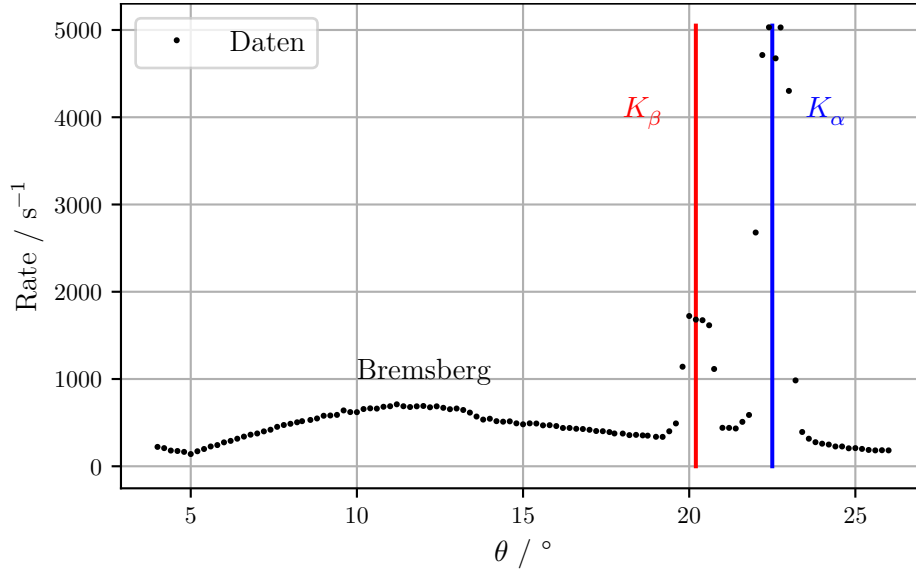
$$E_{\text{max, theoretisch}} = 35 \text{ keV}$$

Dabei ist  $h$  das plancksche Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Die elektrische Ladung  $e_0$  wurde der Internetseite [2] entnommen. Es ergibt sich somit ein Fehler von 0,89 %.



**Tabelle 2:** Die zu den entsprechenden Winkeln gemessenen Counts.

| $2 \cdot \theta / ^\circ$ | Counts / 1/s | $2 \cdot \theta / ^\circ$ | Counts / 1/s | $2 \cdot \theta / ^\circ$ | Counts / 1/s |
|---------------------------|--------------|---------------------------|--------------|---------------------------|--------------|
| 8,0                       | 208          | 22,8                      | 679          | 37,5                      | 338          |
| 8,4                       | 180          | 23,2                      | 687          | 38,0                      | 337          |
| 8,8                       | 175          | 23,6                      | 691          | 38,4                      | 401          |
| 9,2                       | 165          | 24,0                      | 676          | 38,8                      | 491          |
| 9,6                       | 140          | 24,4                      | 687          | 39,2                      | 1141         |
| 10,0                      | 172          | 24,8                      | 670          | 39,6                      | 1722         |
| 10,4                      | 198          | 25,2                      | 654          | 40,0                      | 1681         |
| 10,8                      | 227          | 25,6                      | 662          | 40,4                      | 1674         |
| 11,2                      | 243          | 26,0                      | 645          | 40,8                      | 1616         |
| 11,6                      | 274          | 26,4                      | 615          | 41,2                      | 1115         |
| 12,0                      | 291          | 26,8                      | 570          | 41,5                      | 441          |
| 12,4                      | 316          | 27,2                      | 535          | 42,0                      | 440          |
| 12,8                      | 340          | 27,6                      | 545          | 42,4                      | 433          |
| 13,2                      | 362          | 28,0                      | 517          | 42,8                      | 509          |
| 13,6                      | 376          | 28,4                      | 511          | 43,2                      | 588          |
| 14,0                      | 400          | 28,8                      | 515          | 43,6                      | 2679         |
| 14,4                      | 419          | 29,2                      | 492          | 44,0                      | 4713         |
| 14,8                      | 452          | 29,6                      | 481          | 44,4                      | 5031         |
| 15,2                      | 473          | 30,0                      | 492          | 44,8                      | 4675         |
| 15,6                      | 487          | 30,4                      | 490          | 45,2                      | 5029         |
| 16,0                      | 504          | 30,8                      | 469          | 45,5                      | 4302         |
| 16,4                      | 517          | 31,2                      | 471          | 46,0                      | 984          |
| 16,7                      | 531          | 31,6                      | 461          | 46,4                      | 393          |
| 17,2                      | 548          | 32,0                      | 439          | 46,8                      | 316          |
| 17,6                      | 579          | 32,4                      | 439          | 47,2                      | 276          |
| 18,0                      | 582          | 32,8                      | 430          | 47,6                      | 259          |
| 18,4                      | 589          | 33,2                      | 427          | 48,0                      | 249          |
| 18,8                      | 640          | 33,6                      | 418          | 48,4                      | 227          |
| 19,2                      | 621          | 34,0                      | 404          | 48,8                      | 227          |
| 19,6                      | 620          | 34,4                      | 402          | 49,2                      | 206          |
| 20,0                      | 656          | 34,8                      | 392          | 49,6                      | 208          |
| 20,4                      | 664          | 35,2                      | 376          | 50,0                      | 199          |
| 20,8                      | 661          | 35,5                      | 375          | 50,4                      | 187          |
| 21,2                      | 682          | 36,0                      | 357          | 50,8                      | 182          |
| 21,6                      | 688          | 36,4                      | 360          | 51,2                      | 184          |
| 22,0                      | 710          | 36,8                      | 354          | 51,6                      | 182          |
| 22,4                      | 182          | 37,2                      | 182          | 52,0                      | 182          |



**Abbildung 6:** Graphische Darstellung der Messergebnisse und kenntlich machen der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien und des Bremsberges.

Um nun die Halbwertsbreite der  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  bestimmen zu können, muss aus den Messwerten die Werte abgelesen werden, die der Hälfte der Höhe des jeweiligen Maximums entsprechen. Die genommenen Messwerte erlauben es nicht die genaue Mitte der Höhe des Maximums als Messwert zu nutzen. Für  $K_\beta$  liegt das Maximum der Messwerte bei 1722.0 counts / s. Die Hälfte dieses Maximums berechnet sich dann zu 861.0 counts / s. Um nun die zu diesen Counts passenden Winkel zu berechnen, wird linear interpoliert. Die Interpolationsformel für den gesuchten Winkel ergibt sich dabei zu:

$$\theta = \theta_1 + \frac{\theta_2 - \theta_1}{y_2 - y_1} \cdot (y - y_1) \quad (9)$$

Dabei bezeichnet  $\theta_1$  den Winkel mit den niedrigsten Counts in der Nähe des Maximums,  $\theta_2$  den Winkel für den die Counts maximal werden,  $\theta$  ist der gesuchte Winkel,  $y_1$  sind die dem Winkel  $\theta_1$  zugeordneten Counts,  $y_2$  sind die dem Winkel  $\theta_2$  zugeordneten Counts und  $y$  sind die zuvor bestimmten Counts des halben Maximums. Dies wird für  $K_\alpha$  analog durchgeführt. Es ergibt sich für das Maximum ein Wert von 5031.0 counts / s. Dies ergibt eine Hälfte von 2515.2 counts / s. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 3 für  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  aufgetragen. Die Energien berechnen sich dabei nach Gleichung (8). Die Differenz Der Energien ist nun die gesuchte Energieauflösung:

$$\Delta E_1 = E_{1,\theta_1} - E_{1,\theta_2} = 0,513 \text{ keV}$$

$$\Delta E_2 = E_{2,\theta_1} - E_{2,\theta_2} = 0,374 \text{ keV}$$

Der Mittelwert wird nun nach folgender Gleichung gebildet:

**Tabelle 3:** Tabelle für die Berechnung der Energien für die  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien.

|              | $\theta_1 / ^\circ$ | $y_1 / 1/s$ | $\theta_2 / ^\circ$ | $y_2 / 1/s$ | $y / 1/s$ | $\theta / ^\circ$ | $E_\theta / \text{keV}$ |
|--------------|---------------------|-------------|---------------------|-------------|-----------|-------------------|-------------------------|
| $K_\alpha :$ |                     |             |                     |             |           |                   |                         |
|              | 19.2                | 337.0       | 20.0                | 1722.0      | 862       | 19.5              | 9.221                   |
|              | 21.0                | 441.0       | 20.0                | 1722.0      | 862       | 20.7              | 8.708                   |
| $K_\beta :$  |                     |             |                     |             |           |                   |                         |
|              | 21.4                | 433.0       | 22.4                | 5031.0      | 2515.2    | 21.9              | 8.252                   |
|              | 23.6                | 316.0       | 22.4                | 5031.0      | 2515.2    | 23.0              | 7.878                   |

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (10)$$

Der entsprechende Fehler nach dieser:

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (11)$$

Es ergibt sich somit für  $\Delta E$  folgender Wert:

$$\Delta E = (0,4435 \pm 0,0695) \text{ keV}$$

Die Abschirmungszahlen werden durch die Messwerte der Maxima der Linien gebildet. Aus der Abbildung 6 werden die entsprechenden Werte abgelesen:

$$\begin{aligned} \theta_\alpha &= 22,4^\circ \\ \theta_\beta &= 20,0^\circ \end{aligned}$$

Aus diesen werden nach Gleichung (8) erneut die Energien berechnet. Es ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} E_\alpha &= 8,077 \text{ keV} \\ E_\beta &= 9,000 \text{ keV} \end{aligned}$$

Vergleicht man diese mit den Werten aus der Literatur:

$$\begin{aligned} E_{\alpha,\text{lit}} &= 8,047 \text{ keV} \\ E_{\beta,\text{lit}} &= 8,900 \text{ keV} \end{aligned}$$

ergibt sich ein relativer Fehler von 0,37 % für  $E_\alpha$  und ein relativer Fehler von 1,12 % für  $E_\beta$ .

Daraus können die Abschirmungszahlen bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= z_{\text{Cu}} - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} = 3.28 \\ \sigma_2 &= z_{\text{Cu}} - 2\sqrt{\frac{R_\infty (z_{\text{Cu}} - \sigma_1)^2 - E_\alpha}{R_\infty}} = 12.52 \\ \sigma_{1,\text{lit}} &= 3.4 \\ \sigma_{2,\text{lit}} &= 13.01\end{aligned}$$

Für diese lässt sich erneut der relative Fehler berechnen. Es ergibt sich für  $\sigma_1$  ein Fehler von 3,53 % und für  $\sigma_2$  ein Fehler von 3,77 %.

### 4.3 Absorptionsspektren verschiedener Stoffe

Die Messwerte für die Absorber mit  $30 \leq Z \leq 50$  befinden sich in den Tabellen 4 und 5.

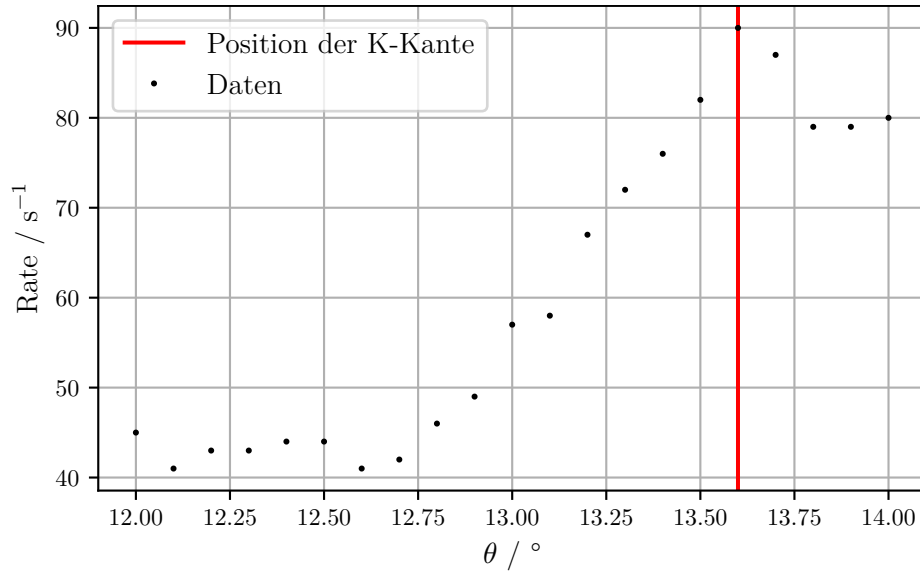
**Tabelle 4:** Messwerte zum Absorptionsspektrum von Brom und Strontium

| $2 \cdot \theta_{\text{Brom}} / ^\circ$ | $\text{Counts}_{\text{Brom}} / 1/\text{s}$ | $2 \cdot \theta_{\text{Strontium}} / ^\circ$ | $\text{Counts}_{\text{Strontium}} / 1/\text{s}$ |
|---|--|--|---|
| 24,0                                    | 41   | 21,0   | 112   |
| 24,2                                    | 43   | 21,2   | 128   |
| 24,4                                    | 43   | 21,4   | 160   |
| 24,6                                    | 44   | 21,6   | 177   |
| 24,8                                    | 44   | 21,7   | 220   |
| 25,0                                    | 41   | 22,0   | 237   |
| 25,2                                    | 42   | 22,2   | 267   |
| 25,4                                    | 46   | 22,4   | 289   |
| 25,6                                    | 49   | 22,6   | 304   |
| 25,8                                    | 57   | 22,8   | 304   |
| 26,0                                    | 58   | 23,0   | 291   |
| 26,2                                    | 67   | 23,2   | 288   |
| 26,4                                    | 72   | 23,4   | 285   |
| 26,6                                    | 76   | 23,6   | 282   |
| 26,8                                    | 82   | 23,8   | 272   |
| 27,0                                    | 90   | 24,0   | 272   |
| 27,2                                    | 87   | 24,2   | 258   |
| 27,4                                    | 79   | 24,4   | 259   |
| 27,6                                    | 79   | 24,6   | 256   |
| 27,8                                    | 80   | 24,8   | 250   |
| 28,0                                    | 80   | 25,0   | 250   |

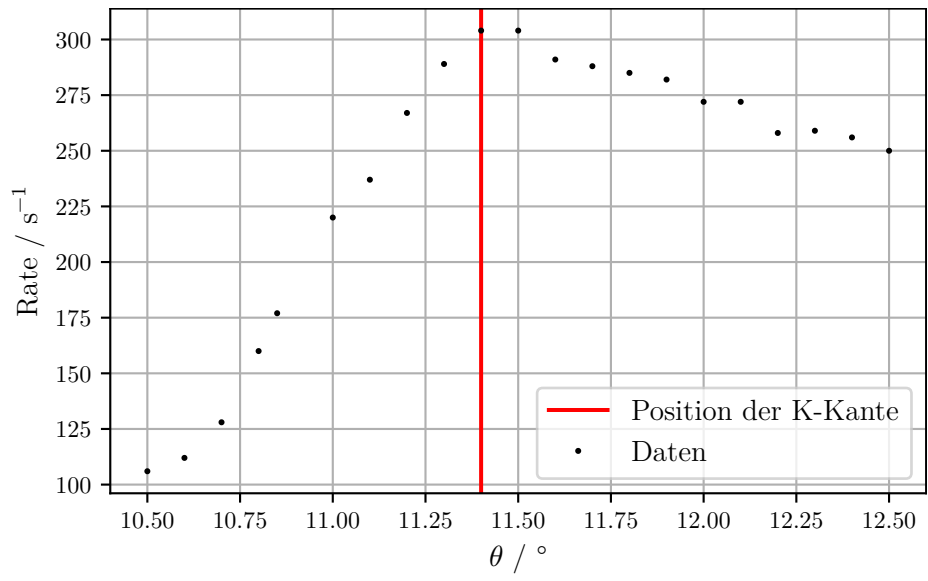
**Tabelle 5:** Messwerte zum Absorptionsspektrum von Zink und Zirkonium.

| $2 \cdot \theta_{\text{Zink}} / ^\circ$ | $\text{Counts}_{\text{Zink}} / 1/\text{s}$ | $2 \cdot \theta_{\text{Zirkonium}} / ^\circ$ | $\text{Counts}_{\text{Zirkonium}} / 1/\text{s}$ |
|---|--|--|---|
| 35,0                                    | 56   | 19,0   | 267   |
| 35,2                                    | 52   | 19,2   | 297   |
| 35,4                                    | 56   | 19,4   | 331   |
| 35,5                                    | 53   | 19,6   | 356   |
| 35,8                                    | 52   | 19,8   | 412   |
| 36,0                                    | 56   | 20,0   | 413   |
| 36,2                                    | 57   | 20,2   | 445   |
| 36,4                                    | 60   | 20,4   | 464   |
| 36,5                                    | 73   | 20,6   | 456   |
| 36,8                                    | 80   | 20,8   | 454   |
| 37,0                                    | 87   | 21,0   | 457   |
| 37,2                                    | 92   | 21,2   | 469   |
| 37,4                                    | 95   | 21,4   | 464   |
| 37,5                                    | 94   | 21,6   | 464   |
| 37,8                                    | 93   | 21,7   | 461   |
| 38,0                                    | 90   | 22,0   | 464   |
| 38,2                                    | 89   | 22,2   | 459   |
| 38,4                                    | 91   | 22,4   | 452   |
| 38,6                                    | 93   | 22,6   | 446   |
| 38,8                                    | 92   | 22,8   | 444   |
| 39,0                                    | 92   | 23,0   | 444   |

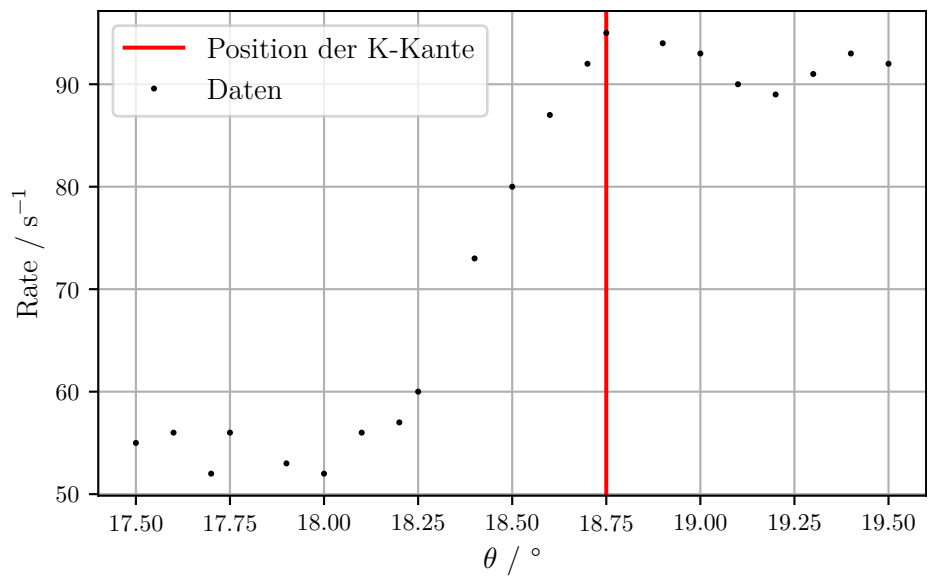
Die grafische Darstellung der Messdaten, sowie die bestimmten K-Kanten sind in den Abbildungen 7, 8, 9 und 10 zu sehen.



**Abbildung 7:** Absorptionsspektrum von Brom mit K-Kante.

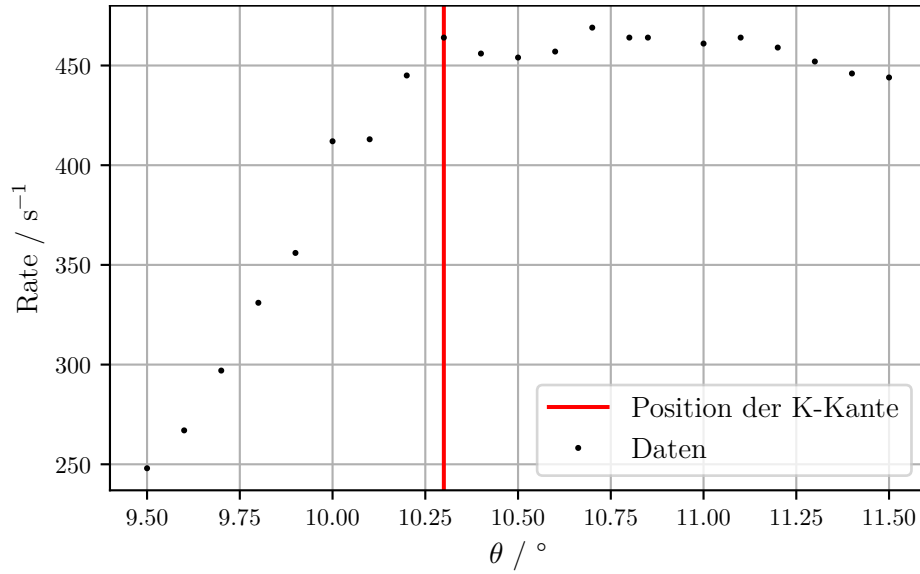


**Abbildung 8:** Absorptionsspektrum von Strontium mit K-Kante.



**Abbildung 9:** Absorptionsspektrum von Zink mit K-Kante.





**Abbildung 10:** Absorptionsspektrum von Zirkonium mit K-Kante.

Der aus den Grafiken bestimmte Winkel, die daraus mit (8) bestimmte Energie sowie die Literaturwerte [3] und Abweichungen sind in Tabelle 6 dargestellt.

**Tabelle 6:** Messergebnisse für die Absorptionsenergien.

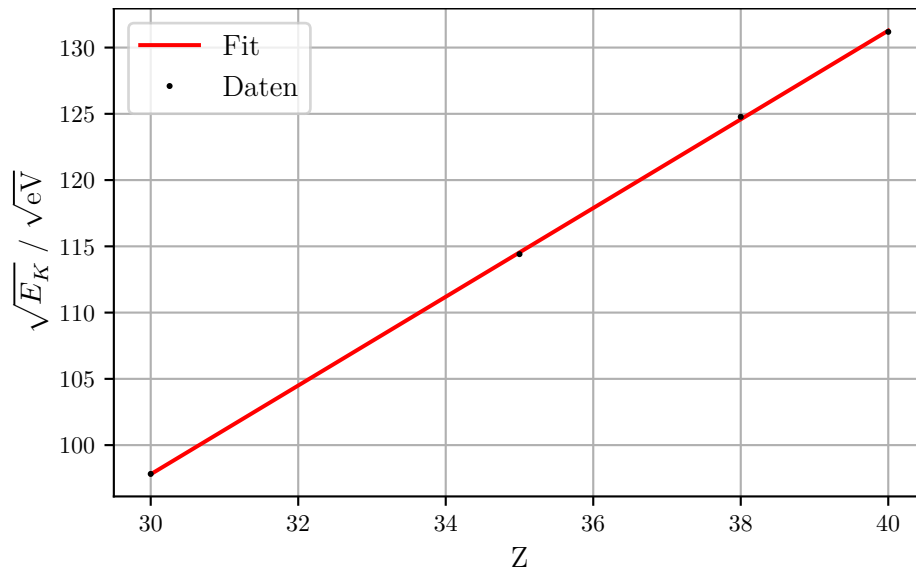
| Element   | $\theta / ^\circ$ | $E_{\text{K,gemessen}} / \text{keV}$ | $E_{\text{K,Literatur}} / \text{keV}$ | rel. Abweichung / % |
|-----------|-------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| Brom      | 13,60             | 13,09                                | 13,47                                 | 3,00                |
| Strontium | 11,40             | 15,57                                | 16,11                                 | 3,35                |
| Zink      | 18,75             | 9,57                                 | 9,65                                  | 0,83                |
| Zirkonium | 10,30             | 17,21                                | 18,00                                 | 4,39                |

Aus den berechneten und recherchierten Energien werden nun mit (3) die Abschirmkonstanten ermittelt und verglichen. Dies ist in Tabelle 7 zu sehen.

**Tabelle 7:** Messergebnisse für die Abschirmkonstanten.

| Element   | $\sigma_{\text{gemessen}}$ | $\sigma_{\text{Literatur}}$ | rel. Abweichung / % |
|-----------|----------------------------|-----------------------------|---------------------|
| Brom      | 3,98                       | 3,53                        | 12,75               |
| Strontium | 4,16                       | 3,58                        | 16,20               |
| Zink      | 3,47                       | 3,36                        | 3,27                |
| Zirkonium | 4,43                       | 3,62                        | 22,38               |

Die Quadratwurzel der gemessenen Energien wird nun in einem Diagramm gegen  $Z$  aufgetragen und mit  $y = ax + b$  mittels SciPy linear gefittet. Dies ist in Abbildung 11 dargestellt.



**Abbildung 11:** Bestimmung der Rydbergkonstanten durch lineares Fitten.

Die Parameter ergeben sich so zu

$$a = (3,35 \pm 0,02) \cdot 1/\sqrt{\text{eV}}$$

$$b = (-2,63 \pm 0,85) \cdot \sqrt{\text{eV}}.$$

Durch Vergleich mit (2) lässt sich die Rydbergkonstante nun zu

$$R_{\infty} = a^2 = (11,21 \pm 0,16) \text{ eV}$$

bestimmen. Dies entspricht einer Abweichung von 17,57 % vom Literaturwert von 13,6 eV.

Die Messwerte für das Absorptionsspektrum von Bismut sind in Tabelle 8 dargestellt.

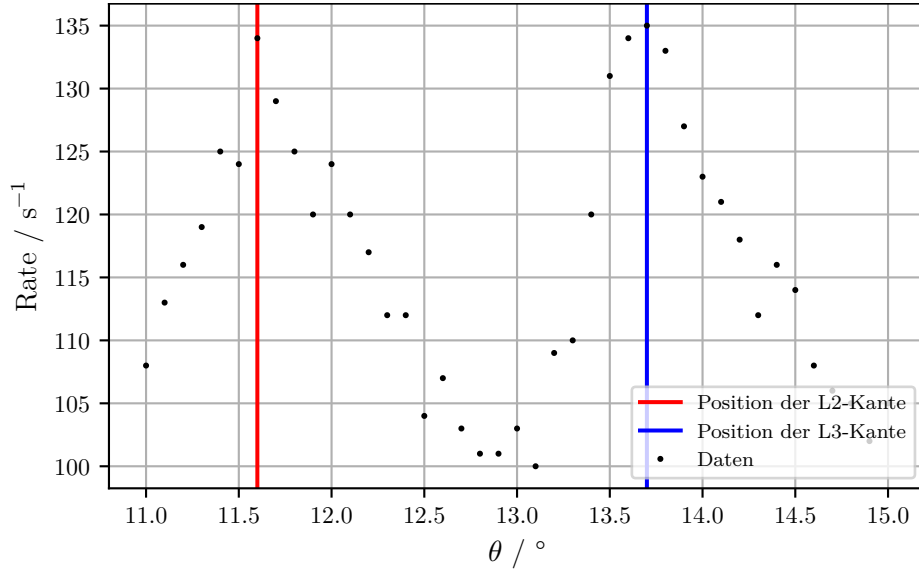
**Tabelle 8:** Messwerte zum Absorptionsspektrum von Bismut.

| $2 \cdot \theta / ^\circ$ Counts / 1/s |     | $2 \cdot \theta / ^\circ$ Counts / 1/s |     |
|--|-----|--|-----|
| 22,0                                   | 113 | 26,2                                   | 109 |
| 22,2                                   | 116 | 26,4                                   | 110 |
| 22,4                                   | 119 | 26,6                                   | 120 |
| 22,6                                   | 125 | 26,8                                   | 131 |
| 22,8                                   | 124 | 27,0                                   | 134 |
| 23,0                                   | 134 | 27,2                                   | 135 |
| 23,2                                   | 129 | 27,4                                   | 133 |
| 23,4                                   | 125 | 27,6                                   | 127 |
| 23,6                                   | 120 | 27,8                                   | 123 |
| 23,8                                   | 124 | 28,0                                   | 121 |
| 24,0                                   | 120 | 28,2                                   | 118 |
| 24,2                                   | 117 | 28,4                                   | 112 |
| 24,4                                   | 112 | 28,6                                   | 116 |
| 24,6                                   | 112 | 28,8                                   | 114 |
| 24,8                                   | 104 | 29,0                                   | 108 |
| 25,0                                   | 107 | 29,2                                   | 106 |
| 25,2                                   | 103 | 29,4                                   | 105 |
| 25,4                                   | 101 | 29,6                                   | 102 |
| 25,6                                   | 101 | 29,8                                   | 105 |
| 25,8                                   | 103 | 30,0                                   | 105 |
| 26,0                                   | 105 |  |     |

Diese Daten werden nun grafisch dargestellt, und aus der Grafik die Position der  $L_{II}$  und  $L_{III}$  Kante bestimmt. Dies ist in Abbilung 12 zu sehen. Für den Winkel, die daraus mit (8) berechnete Energie und die mit (6) berechnete Abschirmkonstante wurden folgende Werte bestimmt:

$$\begin{aligned}
 \theta_{L_{II}} &= 11,6^\circ & \theta_{L_{III}} &= 13,7^\circ \\
 E_{L_{II}} &= 15,31 \text{ keV} & E_{L_{III}} &= 12,99 \text{ keV} \\
 \sigma_L &= 3,37.
 \end{aligned}$$

Die Energie der  $L_{II}$  Kante weicht vom Literaturwert 15,71 keV[3] um 2,55 % ab. Die Energie der  $L_{III}$  Kante weicht vom Literaturwert 13,42 keV[3] um 3,20 % ab. Die Abschirmkonstante weicht vom Literaturwert 3,60 um 6,82 % ab.



**Abbildung 12:** Absorptionsspektrum von Bismut mit L-Kanten.

## 5 Diskussion

Die Braggbedingung wurde hinreichend genau nachgewiesen. Mit einer Abweichung von lediglich 0,7 % ist die 2:1 Kopplung des Kristalls ohne Bedenken verwendbar.

Ebenfalls stimmen die Energien der gemessenen Grenzwellenlängen und die theoretisch berechneten Energien sehr gut überein. Hier ergibt sich eine Abweichung von 0,89 %. Die Energieauflösung wurde auf  $\Delta E = (0,4435 \pm 0,0695)$  keV bestimmt. Diese Angabe ist einigermaßen genau. Die Werte für die exakten Halbwertsbreiten wurden zwar nur linear interpoliert, allerdings dürften die genutzten Werte nur um wenige zehntel Grad von den tatsächlichen Halbwertsbreiten abweichen. Hinzukommt, dass es sich hierbei um statistische Verteilungen handelt, die Messwerte werden sich somit von Messung zu Messung unterscheiden. Genaue Aussagen können nur gemacht werden, wenn man die Ergebnisse über eine hinreichend große Anzahl an Wiederholungen mitteln würde. Für eine Näherung des Energieauflösungsvermögen ist diese Methode allerdings ausreichend. Die Energien der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien konnten mit sehr geringen Fehlern berechnet werden. Die daraus resultierenden Abschirmungszahlen wiesen ebenfalls Abweichungen von lediglich 3,53 % für  $\sigma_1$  und von 3,77 % für  $\sigma_2$ .

Die Energien der Elemente mit Kernladungszahl von  $30 \leq Z \leq 50$  weisen nur kleine Abweichungen zu den Literaturwerten auf. Die Abschirmkonstanten konnten allerdings nicht genau angegeben werden. Vor allem Zirkonium weicht vergleichsweise stark von den Literaturwerten ab. Dies schlägt sich auch in der Genauigkeit der Bestimmung der Rydbergkonstante nieder. Auch hier gibt es eine relativ große Abweichung. Die Fehler hier können mit der statistischen Natur des Versuches erklärt werden. Diese verhindert, dass die Daten über mehrere Versuche hinweg konstant bleiben, es müssten somit die Messungen mehrfach durchgeführt und dann über die Daten gemittelt werden.

Hinzukommt die geringe Auflösung der Messdaten an den wichtigen Stellen an den K-Kanten. Desweiteren wurden bei der Bestimmung der Rydbergkonstante die jeweiligen Abschirmzahlen vernachlässigt. Eine genauere Bestimmung dieser Konstante wäre bei Elementen mit kleineren  $Z$ , und somit auch kleineren Abschirmzahlen möglich. Die Messung der L-Kanten von Bismut sind wiederum recht genau. Jedoch potenzieren sich die Fehler der L-Kante bei der Bestimmung der Abschirmkonstante.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch V602: Röntgenemission und -absorption*. 2018.
- [2] *electron charge*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e> (besucht am 02.06.2018).
- [3] *X-Ray Absorption Edges*. URL: [http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS\\_periodic.html](http://skuld.bmsc.washington.edu/scatter/AS_periodic.html) (besucht am 03.06.2018).