

Versuch 702: Aktivierung mit Neutronen

Clara Sondermann
clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann
enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.04.2023, Abgabe 25.04.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Ziel | 1 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 1 |
| 2.1 | Anregung der Proben | 1 |
| 2.2 | Wirkungsquerschnitt | 2 |
| 2.3 | Erzeugung niederenergetischer Neutronen | 2 |
| 2.4 | Halbwertszeit | 3 |
| 2.4.1 | Halbwertszeit bei zwei Silberisotopen | 4 |
| 3 | Durchführung | 4 |
| 4 | Auswertung | 6 |
| 4.1 | Mittelwerte und Fehler | 6 |
| 4.1.1 | Gaußsche Fehlerfortpflanzung | 6 |
| 4.2 | Der Nulleffekt | 6 |
| 4.3 | Vanadium Probe | 7 |
| 4.4 | Silber Probe | 9 |
| 4.4.1 | Messreihe 1 | 9 |
| 4.4.2 | Messreihe 2 | 11 |
| 5 | Diskussion | 14 |
| 5.1 | Vanadium Probe | 14 |
| 5.2 | Silberprobe | 14 |
| | Literatur | 14 |
| | Anhang | 15 |

1 Ziel

In diesem Versuch sollen mithilfe von Neutronen verschiedene Proben aus Vanadium und Silber Radioaktiv aktiviert werden. Von den erzeugten radioaktiven Isotopen dieser Proben wird anschließend die Halbwertszeit ermittelt.

2 Theoretische Grundlagen¹.

2.1 Anregung der Proben

In diesem Versuch werden drei Radioaktive Isotope aus in der Natur stabilen Metallen erzeugt.

$$^{51}\text{V}, ^{107}\text{Ag}, ^{109}\text{Ag} \quad (1)$$

Dies wird erreicht in dem das Verhältnis von Neutronen und Protonen in den Kernen des Elements verändert wird. Hierzu werden sich Kernreaktionen mit Neutronen zunutze gemacht. Eine Kernreaktion eines Atomkerns A mit einem Neutron beginnt mit der Absorption des Neutrons im Atomkern. Den neuen so entstandenen angeregten Kern A* nennt man Zwischenkern oder Compoundkern. Er ist durch die Bindungsenergie des Neutrons auf einem höheren Energielevel als der einfache Atomkern. Diese Energie verteilt sich auf die gesamten Nukleonen, weshalb die Energie des Atomkerns meist nicht mehr ausreicht um das ganze Nukleon wieder abzustößen. Das ist vor allem der Fall wenn die Neutronen eine geringe Geschwindigkeit haben. Stattdessen wird die Energie in Form eines γ -Quants emittiert wonach das Atom wieder in einem nicht angeregten Zustand befindet. Es läuft folgende Reaktion ab:

$${}_z^m\text{A} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_z^{m+1}\text{A}^* \rightarrow {}_z^{m+1}\text{A} + \gamma.$$

Dieser neu entstandene Kern ${}_z^{m+1}\text{A}$ ist oft nicht stabil, weil er mehr Neutronen enthält als er in einem stabilen Zustand haben kann. Er wandelt in einem β^- -Zerfall in ein Neutron in ein Proton um und emittiert Elektron β^- und Antineutrino $\bar{\nu}_e$ mit einer Kinetischen Energie E_{kin} :

$${}_z^{m+1}\text{A} \rightarrow {}_{z+1}^{m+1}\text{C} + \beta^- + E_{\text{kin}} + \bar{\nu}_e$$

In diesem Versuch werden die folgende Kernreaktionen gemessen:

$$\begin{aligned} {}_{23}^{51}\text{V} &\rightarrow {}_{23}^{52}\text{V} \rightarrow {}_{24}^{52}\text{Cr} + \beta^- + E_{\text{kin}} + \bar{\nu}_e \\ {}_{47}^{107}\text{Ag} &\rightarrow {}_{47}^{108}\text{Ag} \rightarrow {}_{48}^{108}\text{Cd} + \beta^- + E_{\text{kin}} + \bar{\nu}_e \\ {}_{47}^{109}\text{Ag} &\rightarrow {}_{47}^{110}\text{Ag} \rightarrow {}_{48}^{110}\text{Cd} + \beta^- + E_{\text{kin}} + \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

¹Unter Verwendung von [1]

2.2 Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt σ ist eine geometrische Überlegung, um die Wahrscheinlichkeit von Kernreaktionen darzustellen. Wenn n Neutronen, die auf eine dünne Folie mit der Dicke d [cm] und der Dichte K [Atome/cm³] geschossen werden, wobei u Einfänge auftreten, dann ergibt sich der Wirkungsquerschnitt mit

$$\sigma = \frac{u}{nKd}$$

Eine Vorstellung des Wirkungsquerschnitts ist die einer Zielscheibe. Die Neutronen treffen die Kerne, die einen gewissen Anteil der Fläche mit ihren Querschnitten abdecken. Der Querschnitt eines Kerns ist in der Größenordnung von $10 \cdot 10^{-24}$ cm². Diese klassische Vorstellung von Atomkernen die einen Querschnitt haben und von Neutronen getroffen werden können, ist tatsächlich weiterführend, wenn die De-Broglie Wellenlänge der Neutronen $\lambda = h/m_n v$ klein im Vergleich zum Kernradius $R (\simeq 10 \cdot 10^{-12}$ cm) ist. (Hier ist h das Plancksche Wirkungsquantum und m_n die Neutronenmasse) Für Wellenlängen, die $\leq R$ sind treten Streuungseffekte an den Kernen auf. In Experimenten werden Wirkungsquerschnitte beobachtet, die um mehrere Zehnerpotenzen größer als die als in der geometrischen Rechnung. Mit der Quantenmechanik können bestimmte Energieniveaus identifiziert werden, bei denen die Neutronen besonders gut absorbiert werden können. Breit und Wigner haben eine Formel angegeben, die den Wirkungsquerschnitt als Funktion der Neutronenenergie E darstellt:

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \frac{\tilde{c}}{(E - E_{r_i})^2 + \tilde{c}}$$

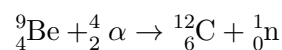
\tilde{c} und σ_0 sind charakteristische Konstanten der Kernreaktion. Für kleine Energien $E \ll E_{r_i}$ kann $(E - E_{r_i})^2$ als konstant angenommen werden. Dafür gilt also

$$\sigma \propto 1/\sqrt{E} \propto 1/v.$$

Für niedrigere Geschwindigkeiten gibt es also höhere Einfangswahrscheinlichkeiten des Neutrons

2.3 Erzeugung niederenergetischer Neutronen

Um eine möglichst effiziente Anregung zu erreichen werden also langsame Neutronen gebraucht. Zunächst werden die Neutronen durch Beschuss von Beryllium Kernen mit α -Teilchen freigesetzt:



Die α -Teilchen stammen aus dem Zerfall von ²²⁶Ra-Kernen. Die Neutronen haben Energien von bis zu 13,7 MeV. Um die Energie der Neutronen zu vermindern werden sich elastische Stöße zunutze gemacht. Der Maximale Energieübertrag bei einem Elastischen Stoß beträgt

$$E_{\text{ü}} = E_0 \frac{4Mm}{(M+m)^2}$$

Den besten Energieübertrag gibt es demnach bei gleichschweren Stoßpartnern. Hierfür bietet sich Wasserstoff an, da es aus nur einem Proton besteht, welches in etwa gleich schwer wie ein Neutron ist. Die Neutronenquelle befindet sich also in einem Mantel aus Paraffin (siehe Abb. 1). Durch Mehrfache Stöße eines Neutrons mit den Protonen des Paraffin erreichen sie eine Energie, die der mittleren kinetischen Energie der Moleküle bei Raumtemperatur angenähert ist. Diese Energie liegt bei etwa 0,025 eV für $T = 290 \text{ K}$.

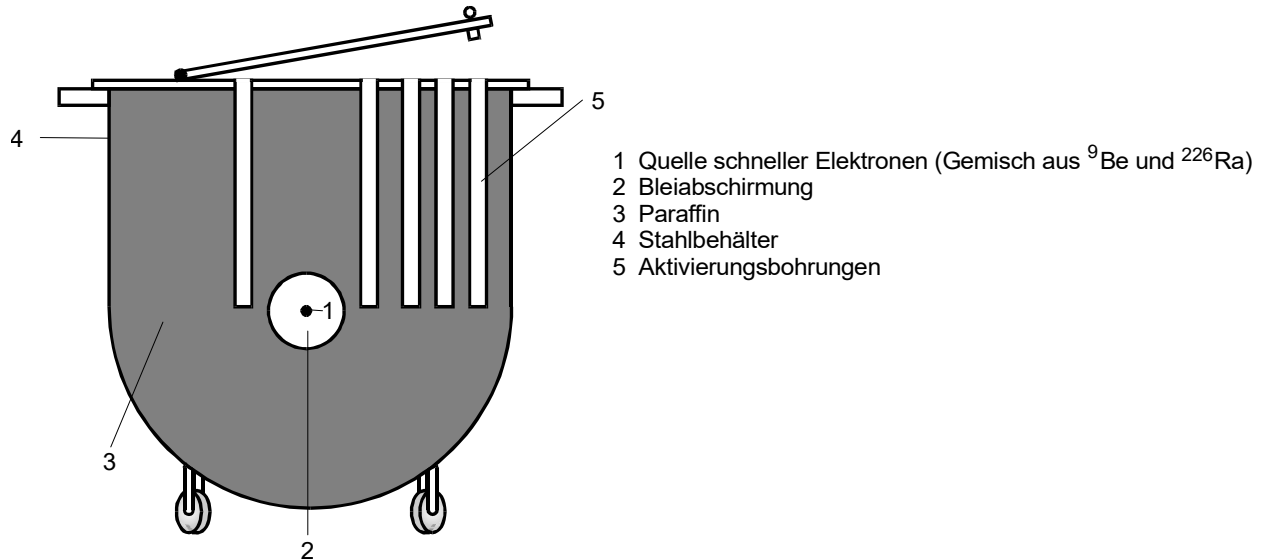


Abbildung 1: Querschnitt durch die heur verwendete Quelle von Neutronen [1].

2.4 Halbwertszeit

Die Halbwertszeit eines radioaktiven Materials ist ein statistischer Wert, der bei einer großen Anzahl an Teilchen die Zeit bestimmt, bis die Hälfte der Teilchen zerfallen ist. Die Zahl der Noch nicht zerfallenen Kerne in einer Probe wird durch

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

beschrieben. Die Halbwertszeit T der Probe ergibt sich damit aus

$$1/2 N_0 = N_0 e^{-\lambda T} \Leftrightarrow T = \ln(2)/\lambda \quad (3)$$

Um die Halbwertszeit aus den gemessenen Zerfällen in einem Zeitintervall Δt zu ermitteln werden sich die Eigenschaften der e-Funktion zunutze gemacht. Es gilt

$$\ln N_{\Delta t} = \ln N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) - \lambda t \quad (4)$$

Der Wert für λ ergibt sich aus einer linearen Ausgleichsrechnung, da

$$\ln N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) = \text{const.}$$

Die Länge des Zeitintervalls Δt muss sorgfältig gewählt werden und ist vom zerfallenden Isotop abhängig. Bei zu klein gewähltem Δt sind die statistischen Schwankungen zu groß um einen erkennbaren Effekt zu erhalten. Bei zu groß gewähltem Δt , etwa in der Größe der Halbwertszeit T gibt es nicht mehr genug Datenpunkte um eine zielführende Ausgleichsrechnung zu machen.

2.4.1 Halbwertszeit bei zwei Silberisotopen

Bei dem Zerfall der angeregten Silberprobe ist zu beachten, dass die Probe in etwa zu gleichen Teilen zwei verschiedene Isotope enthält. Die Halbwertszeit dieser Isotope ist nur feststellbar, weil die Halbwertszeit des einen des ^{108}Ag Isotops deutlich länger als die Halbwertszeit von ^{110}Ag ist. Im Halblogarithmischen Diagramm folgt die Zerfallszahl ab einer gewissen Zeit t^* einer Geraden. Bei dieser Geraden ist nur noch der langlebigere Zerfall aktiv. Mit der Ausgleichsrechnung aus Abschnitt 2.4 lässt sich der Koeffizient λ_l für die Zerfallsfunktion dieses Isotops herleiten. Für den Koeffizienten λ_k des kurzlebigeren Isotops wird die Zerfallsfunktion für die Werte $t > t^*$ an den Stellen $t_i < t_{\max} < t^*$ von den Werten an diesen Stellen abgezogen. Daraus ergibt sich dann die Ausgleichsrechnung für das Kurzlebige Isotop. In Abbildung 2 wird das Ergebnis dieser Rechnung auf einer Logarithmischen Skala dargestellt.

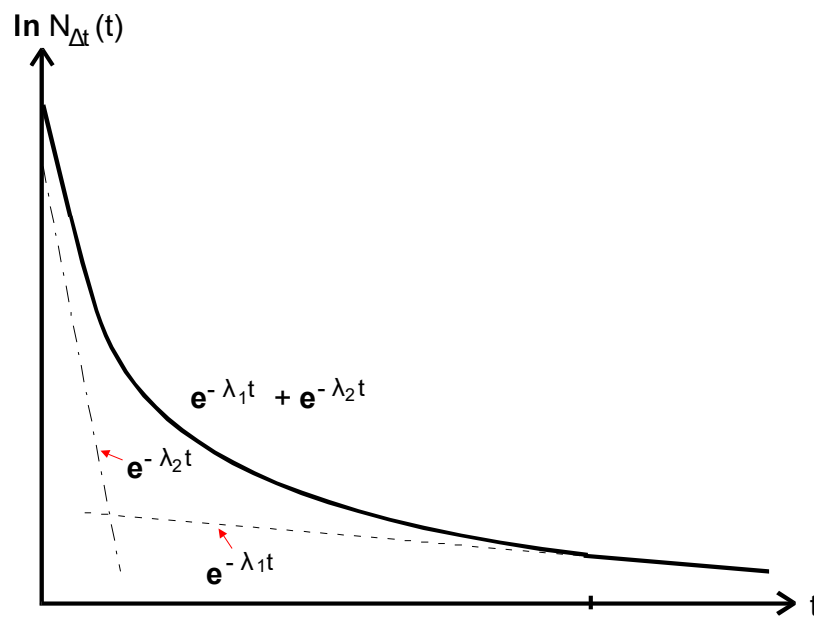


Abbildung 2: Überlagerung der Zerfallskurven für die Silber Isotope [1].

3 Durchführung

Die Messungen erfolgen mit der In Abb. 3 skizzierten Apparatur. Mit einem Geiger-Müller-Zählrohr werden die von den Proben emittierten β - und γ -Teilchen gemessen.

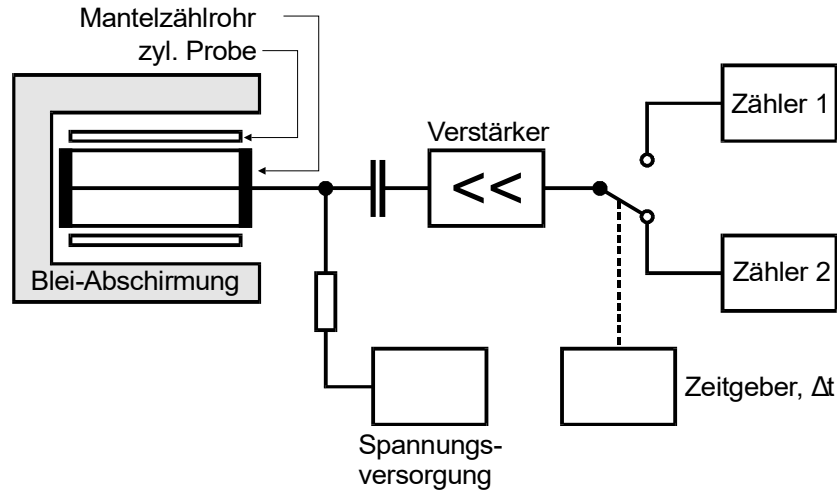


Abbildung 3: Aufbau der Messanlage [1]

Der Verstärker macht es möglich die gemessenen Teilchen in den Zählmaschinen zu zählen. In einer Angemessenen Zeit Δt wird das Signal zwischen den Zählmaschinen hin und her geschaltet. Das Messgerät wird durch eine Bleiwand von der äusseren Hintergrundstrahlung abgeschirmt. Trotzdem existiert ein sogenannter Nulleffekt, Strahlung die ohne hinzufügen von einer Radioaktiven Strahlungsquelle gemessen werden kann. Dieser Nulleffekt wird in der ersten Messreihe gemessen. Bei dieser Messreihe wird ein δt von 35 s gewählt. Anschliessend wird die Strahlung der in der Neutronenquelle (vgl. Abb. 1) erzeugten radioaktiven Isotope gemessen. Dazu werden die Zylinderförmigen Bleche aus der Neutronenquelle genommen und so schnell wie möglich über das Geiger-Müller-Zählrohr geschoben. Direkt danach wird die Messung gestartet. Die geeigneten Zeitintervalle Δt sind nur durch aufwändige vorherige Experimente zu ermitteln. Zur besseren Durchführbarkeit der Experimente sind ideale Werte für Δt und die Minimale Anregungszeit in der Neutronenquelle bereits vorgegeben. In Tabelle 1 werden die nach diesen Vorgaben verwendeten Zeiten aufgelistet. Für die Silberprobe wird die gleiche Messung zweimal wiederholt um mit mehr Daten einen kleineren Messfehler zu erreichen.

| Element | δT | Minimale Zeit in der Neutronenquelle | Dauer der Messreihe |
|----------|------------|--------------------------------------|---------------------|
| Vanadium | 35 s | 15 min | 17 min |
| Silber | 10 s | 10 min | 8 min |

Tabelle 1: Verwendete Einstellungen für die Messreihen.

4 Auswertung

4.1 Mittelwerte und Fehler

Das arithmetische Mittel \bar{c} und die Standardabweichung Δc einer Messreihe mit N Werten c_k errechnet sich gemäß der Formeln

$$\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k, \quad \Delta c = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\bar{c} - c_k)^2}. \quad (5)$$

4.1.1 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Wenn zu Messdaten die Standardabweichung bekannt ist, und mit diesen Messdaten weiter gerechnet werden soll, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Angenommen, es gibt k Messwerte $x_i [i \in \mathbb{N}, i \leq k]$ mit den Standardabweichungen Δx_i und eine abgeleitete Größe $f(x_i)$. Dann ist der Fehler von f

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \quad (6)$$

Im Ergebnis ergibt sich der Mittelwert von f mit der errechneten Abweichung $\bar{f} \pm \Delta f$. Um Rechenfehler zu vermeiden, wird das Python [2] Paket `uncertainties` [3] verwendet. Hier wird die Fehlerfortpflanzung automatisch verrechnet, wenn die Variablen als `ufloat` definiert werden.

4.2 Der Nulleffekt

Über eine Zeitspanne von insgesamt 560 s wird der Nulleffekt gemessen. Dabei wird die Zeit in 16 gleich große Intervalle x der Länge $\Delta t = 35$ s eingeteilt, in denen jeweils die Zerfallszahl y gemessen wird. Die Werte gemessenen Werte sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Intervallnummer x und Zerfallsanzahl y beim Nulleffekt.

| x | y | x | y |
|---|----|----|----|
| 1 | 19 | 9 | 14 |
| 2 | 17 | 10 | 12 |
| 3 | 15 | 11 | 14 |
| 4 | 15 | 12 | 14 |
| 5 | 13 | 13 | 7 |
| 6 | 14 | 14 | 18 |
| 7 | 9 | 15 | 11 |
| 8 | 21 | 16 | 16 |

Werden von diesen Werten Mittelwert und Standardabweichung ausgerechnet, ergibt sich gemäß Formel (5) eine Zerfallsanzahl von $N_u = 0,4089 \pm 0,0988$ pro Sekunde. Bei

der Messung des Vanadium Zerfalls wurde ein Zeitintervall von $\Delta t_V = 35\text{ s}$ gewählt, wodurch sich in diesem Fall der Nulleffekt von $N_{u,V} = 14,3125 \pm 3,4590$ ergibt. Analog folgt beim Silber Zerfall mit einem Zeitintervall von $\Delta t_{Ag} = 10\text{ s}$ ein Nulleffekt von $N_{u,Ag} = 4,0893 \pm 0,9883$.

Da bei der Zerfallszahl nur ganze Zahlen sinnvoll sind, werden diese Werte weiter auf $N_{u,V} = 14 \pm 3$ bzw. $N_{u,Ag} = 4 \pm 1$ gerundet.

4.3 Vanadium Probe

Die gemessene Zerfallsanzahl y in Abhängigkeit der Intervallnummer x des Vanadium Zerfalls vor Abzug des Nulleffekts sind in Tabelle 3 einzusehen. Dabei gilt im Folgenden stets für die vergangene Zeit $t = x \cdot \Delta t$, wobei in diesem Versuchteil $\Delta t_V = 35\text{ s}$ gilt.

Tabelle 3: Intervallnummer x und Zerfallsanzahl y beim Zefall von Vanadium.

| x | y | x | y | x | y |
|----|-----|----|----|----|----|
| 1 | 205 | 11 | 76 | 21 | 36 |
| 2 | 221 | 12 | 72 | 22 | 38 |
| 3 | 150 | 13 | 67 | 23 | 36 |
| 4 | 139 | 14 | 59 | 24 | 33 |
| 5 | 116 | 15 | 56 | 25 | 37 |
| 6 | 112 | 16 | 46 | 26 | 27 |
| 7 | 108 | 17 | 59 | 27 | 21 |
| 8 | 115 | 18 | 37 | 28 | 24 |
| 9 | 96 | 19 | 45 | 29 | 23 |
| 10 | 100 | 20 | 44 | 30 | 32 |

Nach Abzug des Nulleffekts $N_{u,V}$ ergibt sich die Zahl $N_{\Delta t,V}(t) = y - N_{u,V}$ der im Zeitintervall Δt_V gemessenen Zerfälle. Wird $N_{u,V}$ in Abhängigkeit des betrachteten Zeitintervalls halblogarithmisch geplottet, ergibt sich Abbildung 4. Die darin eingezeichneten Fehler $\Delta N_{\Delta t} = 3,4590$ wurden gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (6) berechnet. Gemäß Formel (4) wird eine lineare Ausgleichsrechnung

$$\ln(N_{\Delta t}(t)) = a \cdot t + b \quad (7)$$

mittels der `scipy` [4] Funktion `curve_fit` durchgeführt. Die Ausgleichsgerade ist ebenfalls in Abbildung 4 zu sehen. Anhand der somit bestimmten Konstanten

$$a = (-0,1060 \pm 0,0053) \frac{1}{35\text{s}} \quad b = 5,3690 \pm 0,0376$$

kann die gesuchte Konstante

$$N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda \Delta t)) = \exp(b) = 215 \pm 8 \quad (8)$$

sowie die Zerfallskonstante

$$\lambda = -a = (0,0030 \pm 0,0002) \frac{1}{s} \quad (9)$$

bestimmt werden. Aus letzterer folgt die Halbwertszeit

$$T = (229 \pm 12) s = (3,81 \pm 0,19) \text{ min} \quad (10)$$

gemäß Gleichung (3).

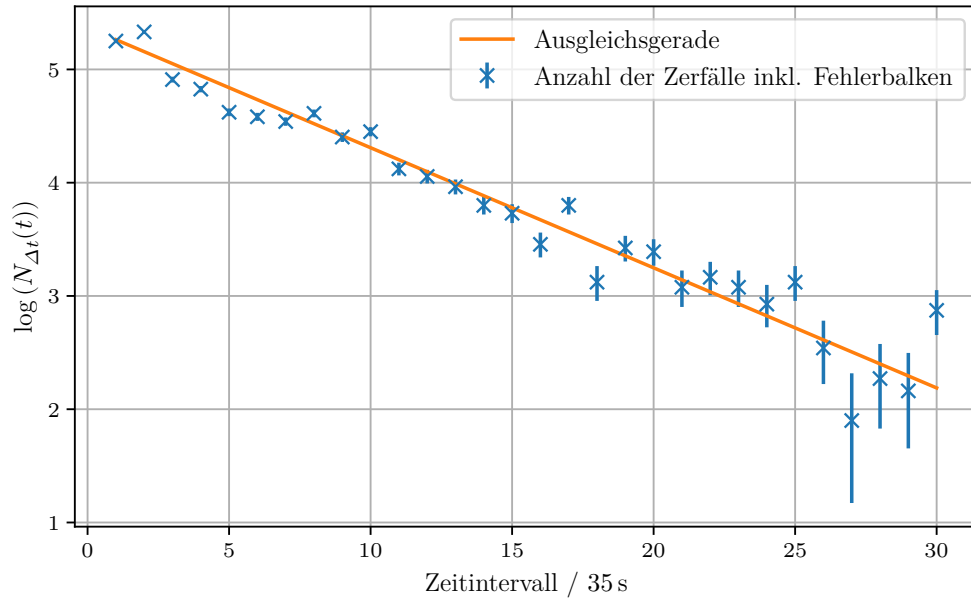


Abbildung 4: Halblogarithmische Darstellung des Vanadium Zerfalls in Abhängigkeit von Δt_V .

Da die Fehlerbalken durch die halblogarithmische Darstellung verzerrt erscheinen, ist für eine bessere Veranschaulichung zusätzlich ein linearer Plot in Abbildung 5 zu sehen.

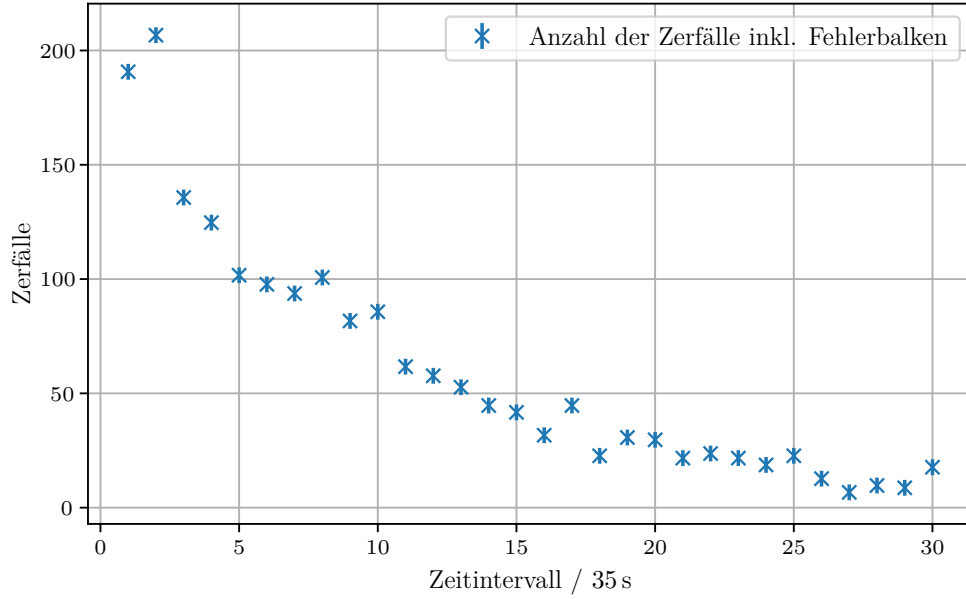


Abbildung 5: Lineare Darstellung des Vanadium Zerfalls in Abhängigkeit von Δt_V .

4.4 Silber Probe

4.4.1 Messreihe 1

Die Intervallnummer x und Zerfallsanzahl y (vor Abzug des durchschnittlichen Nulleffekts, vgl. Abschnitt 4.2) sind in Tabelle 4 zu sehen.

Tabelle 4: Intervallnummer x und Zerfallsanzahl y der ersten Messreihe mit Silber.

| x | y | x | y | x | y | x | y | x | y |
|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 192 | 11 | 29 | 21 | 16 | 31 | 15 | 41 | 8 |
| 2 | 153 | 12 | 34 | 22 | 8 | 32 | 16 | 42 | 9 |
| 3 | 119 | 13 | 28 | 23 | 17 | 33 | 11 | 43 | 9 |
| 4 | 94 | 14 | 24 | 24 | 23 | 34 | 13 | 44 | 9 |
| 5 | 82 | 15 | 20 | 25 | 10 | 35 | 11 | 45 | 8 |
| 6 | 71 | 16 | 21 | 26 | 12 | 36 | 18 | 46 | 10 |
| 7 | 55 | 17 | 18 | 27 | 10 | 37 | 15 | 47 | 8 |
| 8 | 55 | 18 | 20 | 28 | 17 | 38 | 11 | 48 | 8 |
| 9 | 42 | 19 | 29 | 29 | 15 | 39 | 14 | 49 | 13 |
| 10 | 49 | 20 | 21 | 30 | 18 | 40 | 16 | 50 | 10 |

Analog zu oben ergibt sich nach Abzug des Nulleffekts die effektive Zerfallzahl $N_{\Delta t, Ag}(t) = y - N_{u, Ag}$ je Intervall $\Delta t_{Ag} = 10$ s, die erneut halblogarithmisch geplottet wird, vgl. Abbildung 6. Hier ergeben sich die eingezeichneten Fehler gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (6) zu $\Delta N_{\Delta t} = 0,9883$. Um die unterschiedlichen Halbwertszeiten der

beiden Isotope im natürlich vorkommenden Silber ermitteln zu können, wird für einen Wert ab $t^* = 30 \cdot \Delta t_{Ag} = 300 \text{ s}$ eine lineare Ausgleichsrechnung gemäß (7) durchgeführt. Dadurch können die gesuchten Konstanten des langlebigen Isotops ermittelt werden, da hier das kurzlebige Isotop nahezu vollständig zerfallen ist. Es sei angemerkt, dass aufgrund der Werteschwankungen im späteren Zeitbereich der Wert t^* so festgelegt wurde, dass zum einen die zugehörige Ausgleichsgerade nicht zu steil verläuft, und zum anderen die resultierenden Abweichungen der gesuchten Größen nicht allzu groß sind. Außerdem wurde darauf geachtet, dass die unten beschriebene Summe der beiden Ausgleichsfunktionen verhältnismäßig nahe an den Messwerten liegt. In diesem Fall ergeben sich die Konstanten zu

$$a = (-0,0374 \pm 0,0113) \frac{1}{10\text{s}} \quad b = 3,6702 \pm 0,4201. \quad (11)$$

Hieraus ergeben sich analog zu oben die Werte

$$N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda \Delta t)) = \exp(b) = 39 \pm 16 \quad (12)$$

sowie die Zerfallskonstante

$$\lambda = -a = (0,0037 \pm 0,0011) \frac{1}{\text{s}}. \quad (13)$$

Aus letzterer folgt die Halbwertszeit

$$T = (190 \pm 60) \text{ s} = (3,1 \pm 0,9) \text{ min} \quad (14)$$

gemäß Gleichung (3).

Zur Bestimmung der Halbwertszeit des kurzlebigen Isotops werden nun die Messwerte bis $t_{\max} = 4 \cdot \Delta t_{Ag} = 40 \text{ s}$ betrachtet, da in diesem Bereich besonders viele Zerfälle eben dieses Isotops gemessen werden. Zur Bestimmung der Kenngrößen ist es in diesem Fall notwendig, die Zerfälle des langlebigen Isotops von $N_{\Delta t, Ag}$ abziehen. Für die Zerfälle des langlebigen Isotops werden dafür die einzelnen Werte $x \leq t_{\max}$ in die Ausgleichsfunktion (7) eingesetzt, wodurch sich $N_{\Delta t, lang}(x)$ ergibt. Für $\ln(N_{\Delta t, kurz}(x))$ mit $N_{\Delta t, kurz}(x) = N_{\Delta t, Ag}(x) - N_{\Delta t, lang}(x)$ wird anschließend analog zu oben eine lineare Ausgleichsrechnung durchgeführt. Es ergeben sich

$$a = (-0,3105 \pm 0,0160) \frac{1}{10\text{s}} \quad b = 5,3268 \pm 0,0290. \quad (15)$$

Weiterhin folgt

$$N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda \Delta t)) = \exp(b) = 206 \pm 6 \quad (16)$$

sowie die Zerfallskonstante

$$\lambda = -a = (0,0310 \pm 0,0016) \frac{1}{\text{s}}, \quad (17)$$

aus welcher wiederum die Halbwertszeit

$$T = (22,3 \pm 1,1) \text{ s} = (0,372 \pm 0,029) \text{ min} \quad (18)$$

folgt.

Schließlich können mit Hilfe der beiden Ausgleichsfunktionen die Werte $N_{\Delta t, kurz}(t^*)$ und $N_{\Delta t, lang}(t^*)$ verglichen werden, um zu zeigen, dass ab t^* tatsächlich hauptsächlich das langlebige Isotop zerfällt. Es ergibt sich

$$N_{\Delta t, kurz}(t^*) = 0,019 \pm 0,009 \quad N_{\Delta t, lang}(t^*) = 13 \pm 7,$$

woraus eine prozentuale Abweichung von $99,85 \pm 0,10 \%$ folgt.

Des Weiteren kann die Summenkurve $N_{\Delta t, kurz}(t) + N_{\Delta t, lang}(t)$ halblogarithmisch dargestellt werden, was ebenfalls in Abbildung 6 zu sehen ist.

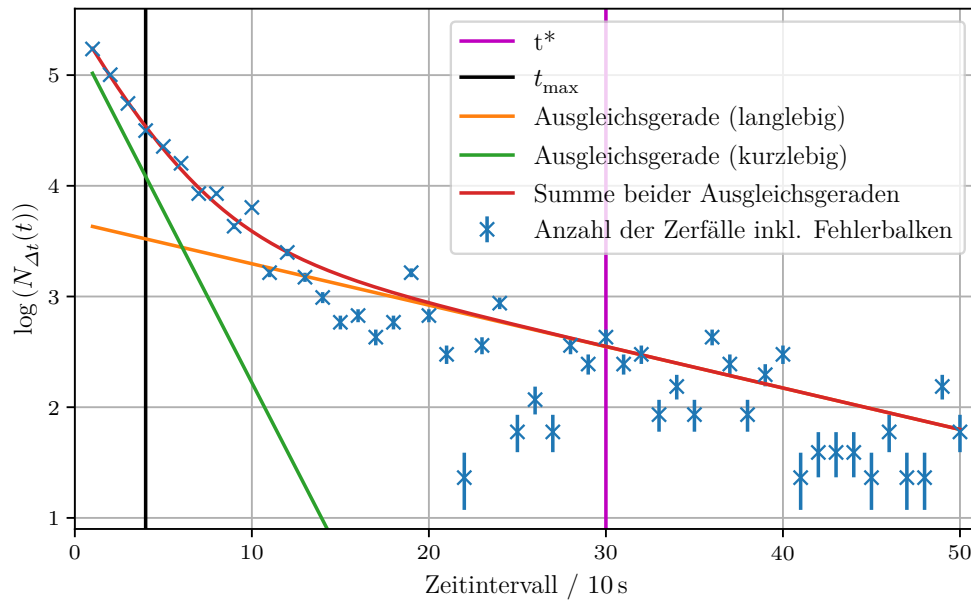


Abbildung 6: Halblogarithmische Darstellung des ersten Silber Zerfalls in Abhängigkeit von Δt_{Ag} .

4.4.2 Messreihe 2

Die Intervallnummer x und die Zerfallsanzahl y sind in Tabelle 5 zu sehen. Die eingeklammerten Werte wurden in der Auswertung vernachlässigt, da sie bzw. ihre untere Grenze (Mittelwert - Standardabweichung) unterhalb des Nulleffekts liegen (vgl. Abschnitt 4.2) und in der logarithmischen Darstellung zu Komplikationen führen würden.

Tabelle 5: Intervallnummer x und Zerfallsanzahl y der zweiten Messreihe mit Silber.

| x | y | x | y | x | y | x | y | x | y |
|----|-----|----|----|----|----|----|----|------|-----|
| 1 | 156 | 11 | 23 | 21 | 21 | 31 | 15 | 41 | 12 |
| 2 | 112 | 12 | 19 | 22 | 18 | 32 | 16 | 42 | 8 |
| 3 | 116 | 13 | 28 | 23 | 22 | 33 | 11 | 43 | 6 |
| 4 | 78 | 14 | 21 | 24 | 10 | 34 | 13 | 44 | 10 |
| 5 | 69 | 15 | 23 | 25 | 15 | 35 | 11 | (45) | (3) |
| 6 | 61 | 16 | 15 | 26 | 8 | 36 | 18 | 46 | 10 |
| 7 | 53 | 17 | 19 | 27 | 11 | 37 | 15 | 47 | 15 |
| 8 | 45 | 18 | 20 | 28 | 10 | 38 | 11 | (48) | (3) |
| 9 | 41 | 19 | 23 | 29 | 13 | 39 | 14 | 49 | 13 |
| 10 | 34 | 20 | 16 | 30 | 19 | 40 | 16 | (50) | (5) |

Die Auswertung verläuft hier vollständig analog zur Auswertung der ersten Messreihe mit Silber, vgl. Abschnitt 4.4.1. Für die Festlegung von t^* sei angemerkt, dass für $x \geq 31$ die untere Grenze von T (d.h. Mittelwert - Standardabweichung) negativ wird und ab $x = 33$ der Mittelwert der Halbwertszeit selbst negativ wird. Für $x \leq 29$ steigen sowohl der Mittelwert als auch die Standardabweichung der Halbwertszeit im Vergleich zu Messung 1 so deutlich, dass $t^* = 30 \cdot \Delta t_{\text{Ag}} = 300 \text{ s}$ gewählt wird.

Für das langlebige Isotop folgen damit die Werte

$$a = (-0,0235 \pm 0,0127) \frac{1}{10\text{s}} \quad b = 3,1325 \pm 0,4780. \quad (19)$$

Es folgt die Konstante

$$N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda \Delta t)) = \exp(b) = 23 \pm 11 \quad (20)$$

sowie

$$\lambda = -a = (0,0023 \pm 0,0013) \frac{1}{\text{s}}, \quad (21)$$

woraus sich

$$T = (300 \pm 160) \text{ s} = (4,9 \pm 2,7) \text{ min} \quad (22)$$

ableiten lässt.

Zur Bestimmung von t_{max} werden die folgenden Fälle betrachtet: Für $x \leq 6$ ist die Standardabweichung der Halbwertszeit sehr groß, zwischen $7 \leq x \leq 12$ sind die Mittelwerte sehr nah bei einander. Allerdings sinkt in diesem Bereich die Standardabweichung etwas. Ab $x = 13$ werden die Werte für $N_{\Delta t, \text{kurz}}(x) = N_{\Delta t, \text{Ag}}(x) - N_{\Delta t, \text{lang}}(x)$ negativ, was eine halblogarithmische Darstellung erneut unmöglich macht. Folglich wird $t_{\text{max}} = 12 \cdot \Delta t_{\text{Ag}} = 120 \text{ s}$ gewählt.

Für das kurzlebige Isotop folgt somit

$$a = (-0,2494 \pm 0,0181) \frac{1}{10\text{s}} \quad b = 5,0984 \pm 0,0585. \quad (23)$$

Hieraus ergeben sich die gesuchten Werte

$$N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda\Delta t)) = \exp(b) = 164 \pm 10 \quad (24)$$

sowie

$$\lambda = -a = (0,0249 \pm 0,0018) \frac{1}{\text{s}}, \quad (25)$$

und schließlich

$$T = (27,8 \pm 2,0) \text{ s} = (0,463 \pm 0,034) \text{ min}. \quad (26)$$

Ferner gilt in dieser Messreihe

$$N_{\Delta t, \text{kurz}}(t^*) = 0,09 \pm 0,05 \quad N_{\Delta t, \text{lang}}(t^*) = 11 \pm 7,$$

woraus die prozentuale Abweichung von $99,2 \pm 0,7\%$ folgt.

Die beiden Ausgleichsgeraden und ihre Summe sind mitsamt der Messwerte des zweiten Silberzerfalls in Abbildung 7 geplottet. Die eingezeichneten Fehler betragen wie zuvor $\Delta N_{\Delta t} = 0,9883$.

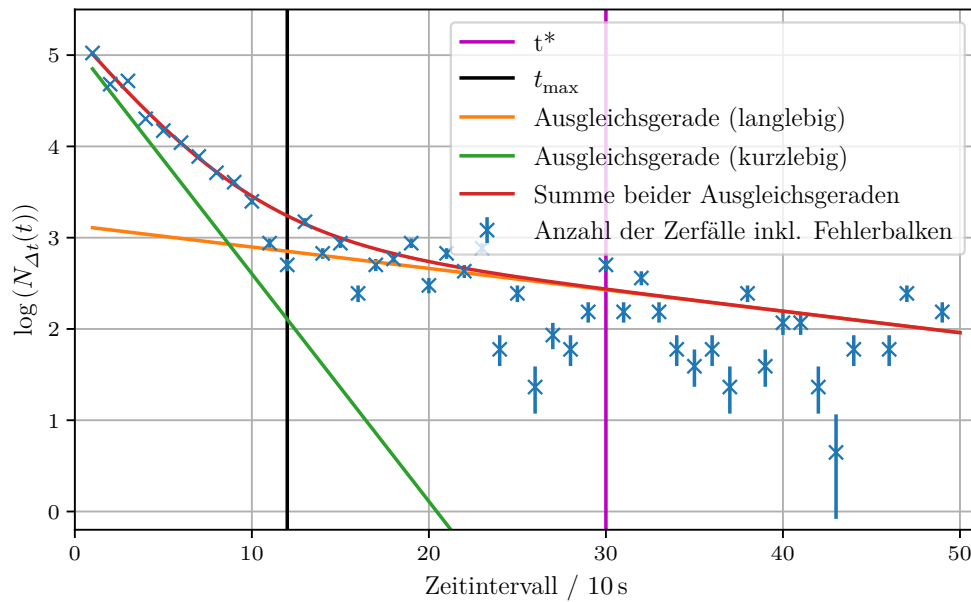


Abbildung 7: Halblogarithmische Darstellung des zweiten Silber Zerfalls in Abhängigkeit von Δt_{Ag} .

5 Diskussion

5.1 Vanadium Probe

Für die Vanadium Probe ergab sich eine Halbwertszeit von $T = (229 \pm 12)$ s. Die Fehlerabschätzung dieses Wertes überlappt mit dem Literaturwert von $T_{\text{Lit}} = 224,6$ s [5].

5.2 Silberprobe

Bei der Silber-probe gibt es einige Schwierigkeiten in der Auswertung. Zunächst müssen in der zweiten Messreihe einige Messungen gegen Ende außer acht gelassen werden, da sie nach Abzug des Nulleffektes einen negativen Wert ergeben. Diese Fehler lassen sich durch Statistische Schwankungen im Nulleffekt erklären, die bei den kürzeren Messintervallen Δt noch stärker ins Gewicht fallen.

Die zweite Messung hat auch das Problem, dass die Silberprobe nicht die maximale Konzentration an radioaktiven Isotopen enthält. Das erkennt man anhand des niedrigeren y-Achsenabschnitts $N(0) \cdot (1 - \exp(-\lambda \Delta t))$, der für das langlebige ^{108}Ag von 39 ± 16 auf 23 ± 11 sinkt und bei dem kurzlebigeren ^{110}Ag von 206 ± 6 auf 164 ± 10 . Das ist auch eine Begründung dafür, warum die zweite Messung gegen Ende Werte im Bereich des Nulleffektes hat.

Die Halbwertszeiten T für ^{108}Ag werden zu (190 ± 60) s bzw (300 ± 160) s ermittelt. Der Literaturwert [5] liegt bei 142,2 s. Die größere Anzahl an Messungen im Bereich des Nulleffektes können eine systematische Verlängerung der gemessenen Halbwertszeit nach sich ziehen. Für ^{110}Ag wurden Halbwertszeiten von $(22,3 \pm 1,1)$ s sowie $(27,8 \pm 2,0)$ s gemessen. Hier gibt die Literatur eine Halbwertszeit von 24,6 s [5]. Die Messungen für das kurzlebige Isotop sind dagegen relativ nah am Literaturwert, auch wenn die Fehlerabschätzungen nicht mit diesem überlappen.

Literatur

- [1] *Versuch Nr. 702 - Aktivierung mit Neutronen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Python*. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Eric O. LEBIGOT. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [5] *Das Periodensystem der Elemente online*. 2023. URL: <https://www.periodensystem-online.de/>.

Anhang

Vorbereitung mit Meßuhr
18.04.22
Rechner: Zeitintervall: 10s
Uhrzeit: (S₀ = 0)
25.04.22

| Messung | # | Messung | # |
|---------|-----|---------|-----|
| 1) | 19 | 2) | 17 |
| 3) | 15 | 4) | 16 |
| 5) | 13 | 6) | 14 |
| 7) | 9 | 8) | 2.1 |
| 9) | 14 | 10) | 1.2 |
| 11) | 1.5 | 12) | 1.4 |
| 13) | 7 | 14) | 1.8 |
| 15) | 1.1 | 16) | 1.6 |

Vorbereitung
Ablesung = 15 min. d.h. 15.46s
Massen: mittel 15.46s

| Messung | # | Messung | # |
|---------|------|---------|------|
| 1) | 205 | 2) | 22.1 |
| 3) | 15.0 | 4) | 13.9 |
| 5) | 11.6 | 6) | 11.2 |
| 7) | 10.8 | 8) | 11.5 |
| 9) | 9.6 | 10) | 10.0 |
| 11) | 9.6 | 12) | 7.2 |
| 13) | 6.7 | 14) | 5.0 |
| 15) | 5.6 | 16) | 4.6 |
| 17) | 4.3 | 18) | 5.7 |

Silber-1 Ablesung $\approx 10 \text{ min}$
 $\Delta t = 8-10s \rightarrow 10s$ $(\text{min} \rightarrow 1 \text{ min})$

| | | | |
|----|------|-----|------|
| 1) | 19.2 | 2) | 19.3 |
| 3) | 19.3 | 4) | 19.3 |
| 5) | 8.2 | 6) | 7.1 |
| 7) | 5.5 | 8) | 5.2 |
| 9) | 4.2 | 10) | 4.7 |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 11) | 2.3 | 12) | 2.4 |
| 13) | 2.8 | 14) | 2.4 |
| 15) | 2.0 | 16) | 2.1 |
| 17) | 2.2 | 18) | 1.0 |
| 19) | 2.3 | 20) | 2.1 |
| 21) | 2.4 | 22) | 8 |
| 23) | 2.2 | 24) | 2.3 |
| 25) | 1.0 | 26) | 7.2 |
| 27) | 1.0 | 28) | 1.7 |
| 29) | 1.2 | 30) | 1.8 |
| 31) | 1.5 | 32) | 1.6 |
| 33) | 1.1 | 34) | 1.3 |
| 35) | 1.1 | 36) | 1.3 |
| 37) | 1.1 | 38) | 1.1 |

Silber-2 Wendek: 9 min

| | | | |
|-----|------|-----|------|
| 1) | 15.4 | 2) | 17.2 |
| 3) | 11.5 | 4) | 9.8 |
| 5) | 6.8 | 6) | 6.1 |
| 7) | 3.5 | 8) | 1.5 |
| 9) | 1.7 | 10) | 3.4 |
| 11) | 2.3 | 12) | 1.9 |
| 13) | 2.8 | 14) | 2.1 |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 15) | 2.5 | 16) | 2.0 |
| 17) | 1.9 | 18) | 1.4 |
| 19) | 2.3 | 20) | 1.8 |
| 21) | 2.1 | 22) | 1.0 |
| 23) | 2.2 | 24) | 1.0 |
| 25) | 1.5 | 26) | 8 |
| 27) | 1.1 | 28) | 1.0 |
| 29) | 1.3 | 30) | 1.3 |
| 31) | 1.3 | 32) | 1.7 |
| 33) | 1.3 | 34) | 1.0 |
| 35) | 1.3 | 36) | 1.0 |
| 37) | 1.3 | 38) | 1.5 |
| 39) | 1.3 | 40) | 1.2 |
| 41) | 1.2 | 42) | 8 |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 43) | 6 | 44) | 1.0 |
| 45) | 3 | 46) | 1.0 |
| 47) | 1.5 | 48) | 3 |
| 49) | 1.3 | 50) | 5 |

T. 0.05 min