

V702

Aktivierung mit Neutronen

Philip Jaletzky
philip.jaletzky@udo.edu

Matthias Maile
matthias.maile@udo.edu

Durchführung: 26.01.2021

Abgabe: 02.02.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Kernreaktionen	3
1.2	Erzeugung niederenergetischer Neutronen	4
1.3	Zerfall instabiler Isotope	4
2	Durchführung	5
3	Auswertung	5
3.1	Bestimmung der Untergrundrate	5
3.2	Zerfallskurve und Halbwertszeit von Vanadium-52	6
3.3	Zerfallskurve und Halbwertszeit von Rhodium-104	8
4	Diskussion	11
	Literatur	12

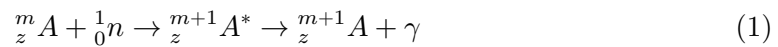
Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Halbwertszeiten eines Isotops und eines Isotopengemischs.

1 Theorie

1.1 Kernreaktionen

Wenn ein Neutron in einen Kern A eindringt, entsteht durch Absorption ein neuer Kern A^* , der auch als Zwischenkern oder Compoundkern bezeichnet wird. Der Kern A^* ist aber oft nicht in der Lage das aufgenommene Neutron oder ein anderes Nukleon abzustößen, sodass er durch die Emission eines γ -Quants wieder in seinen Grundzustand übergeht. Dieses Verhalten lässt sich mit Gleichung 1 beschreiben.



Der neu entstandene Kern ${}_z^{m+1} A$ ist in der Regel nicht stabil, da er mehr Neutronen enthält als ein entsprechender stabiler Kern. Die überschüssige Masse wird nach der Einsteinschen Beziehung in kinetische Energie eines Elektrons und Antineutrinos umgewandelt.

Der Wirkungsquerschnitt σ ist in der Kernphysik ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein stabiler Kern ein Neutron einfängt. Der Wirkungsquerschnitt ist durch

$$\sigma = \frac{u}{nKd} \quad (2)$$

gegeben. Dabei wird angenommen, dass 1cm^2 einer dünnen Folie mit der Dicke d von n Neutronen pro Sekunde getroffen wird und dabei u Einfänge auftreten. Dieser Wirkungsquerschnitt kann als Funktion der Neutronenenergie E nach

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \frac{c^*}{(E - E_{r_i})^2 + c^*} \quad (3)$$

berechnet werden. c^* und σ_0 sind Konstanten der Kernreaktion und die E_{r_i} sind die Energieniveaus des Zwischenkerns. Für $E \ll E_{r_i}$ folgt nach Gleichung 3:

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{1}{v} \quad (4)$$

Der Einfangsquerschnitt ist also umgekehrt proportional zur Neutronengeschwindigkeit. Somit wird die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron durch den Kern aufgenommen wird für niedrigere Neutronengeschwindigkeiten höher.

1.2 Erzeugung niederenergetischer Neutronen

Wie in Unterabschnitt 1.1 beschrieben ist die Wahrscheinlichkeit eines Neutroneneinfangs durch den Kern für niederenergetische Neutronen höher. Daher ist es sinnvoll für das vorliegende Experiment niederenergetische Neutronen zu verwenden. Da Neutronen als freie Teilchen instabil sind, kommen sie in der Natur nicht vor und müssen für den Versuch erzeugt werden. Die Neutronen wurden hier durch Beschuss von Be-Kernen mit α -Teilchen gemäß Gleichung 5 freigesetzt.



Zur Abbremsung der Neutronen werden sie durch Materieschichten mit leichten Kernen geschickt. Mit elastischen Stößen geben die Neutronen ihre Energie an die leichten Kerne nach

$$E_{\text{ü}} = E_0 \frac{4Mm}{(M+m)^2} \quad (6)$$

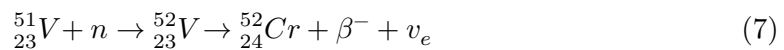
ab. Die beste Substanz ist dementsprechend Wasserstoff (geringste Massenunterschiede). Es wird daher ein Mantel aus Paraffin für die Neutronenquelle benutzt.

1.3 Zerfall instabiler Isotope

Stabile Isotope können durch Neutronenstrahlung in instabile verwandelt werden. Die so erzeugten instabilen Isotope gehen jeweils durch einen β^- -Zerfall wieder in stabile Isotope über. Im vorliegenden Versuch wurde der Zerfall von Vanadium und Rhodium betrachtet.

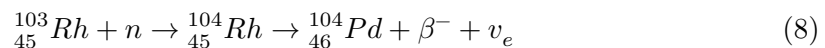
Vanadium

Für Vanadium läuft die Aktivierung und der Zerfall gemäß folgender Gleichung ab:

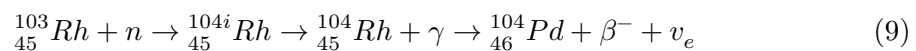


Rhodium

Für ${}^{103}\text{Rh}$ läuft die Reaktion mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% nach folgender Gleichung ab:



Neben ${}^{104}\text{Rh}$ entsteht mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% außerdem ${}^{104i}\text{Rh}$:



${}^{104}\text{Rh}$ und ${}^{104i}\text{Rh}$ sind zueinander isomere Kerne. Das heißt, dass die beiden Kerne die gleiche Ladungs- und Massenzahl haben, aber aufgrund einer unterschiedlichen Anordnung der Nukleonen verschiedene Energien und Halbwertszeiten besitzen.

Die Zahl $N(t)$, der zu einem Zeitpunkt t noch nicht zerfallenen Kerne kann durch

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad (10)$$

bestimmt werden. Die Halbwertszeit T kann dann durch

$$T = \ln 2 \frac{1}{\lambda} \quad (11)$$

berechnet werden.

2 Durchführung

Die Messungen wurden mit dem in Abbildung 1 dargestellten Versuchsaufbau durchgeführt.

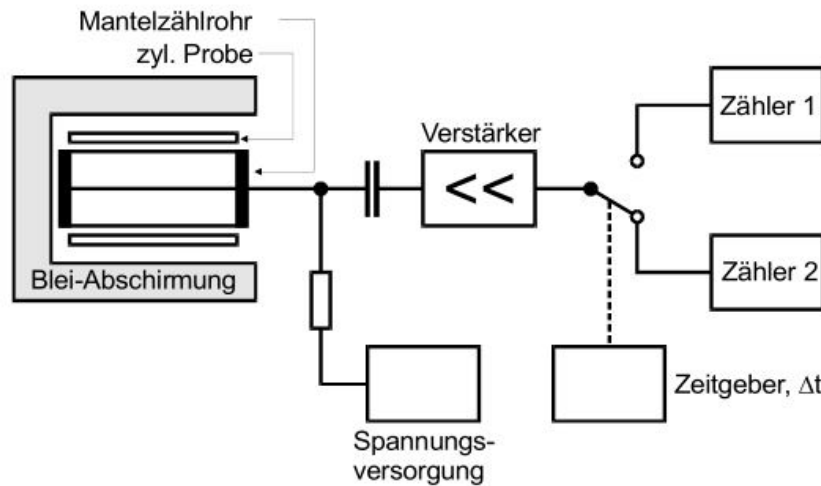


Abbildung 1: Versuchsaufbau [2]

Das Geiger-Müller-Zählrohr wird hier mit einem Abschirmblock aus Blei umgeben, um den Einfluss der Umgebungsradioaktivität zu minimieren. Der Zeitgeber dient dazu die Messzeit Δt einzustellen. Dabei wird immer am Ende des Intervalls Δt von einem Zähler auf den anderen umgeschaltet. Vor der Zerfallsmessung muss außerdem der Nulleffekt N_u gemessen werden, der durch Höhenstrahlung und natürliche Radioaktivität entsteht.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Untergrundrate

Für eine exakte Auswertung ist die Bestimmung der Nullrate notwendig. In sieben Messintervallen mit $t = 300$ s wurden die Untergrundraten aus Tabelle 1 aufgenommen.

Tabelle 1: Messdaten zur Untergrundrate, Messintervall jeweils $t = 300$ s.

N_U	ΔN_U
129	11,36
143	11,96
144	12
136	11,66
139	11,79
126	11,22
158	12,57

Da die Zählraten Poisson-verteilt sind, ist die Messunsicherheit durch $\Delta N = \sqrt{N}$ gegeben. Zu den sieben Messdaten lautet der Mittelwert

$$\langle N_U \rangle_{t=300\text{s}} = 139 \pm 4. \quad (12)$$

Wobei dieser im Folgenden auf die verschiedenen Messintervalle angepasst werden muss. Die Abweichung folgt aus der linearen Approximation der Fehlerfortpflanzung

$$\Delta N_U = \sqrt{(\partial_x N)^2 (\Delta x)^2 + (\partial_y N)^2 (\Delta y)^2 + \dots} \quad (13)$$

3.2 Zerfallskurve und Halbwertszeit von Vanadium-52

In dieser Messreihe wurde der Zerfall von Vanadium-52 betrachtet. Als Messintervall wurden hier 30 s gewählt, daher wird von den Messdaten der Untergrund

$$\langle N_U \rangle_{t=30\text{s}} = \frac{\langle N_U \rangle_{t=300\text{s}}}{10} = 14 \pm 0,4 \quad (14)$$

abgezogen.

Tabelle 2: Messdaten zum Zerfall von Vanadium-52. Die Abweichung folgt aus der Poisson Verteilung mit $\Delta N = \sqrt{N}$. Für die korrigierten Zerfallsraten wurde der Untergrund $14 \frac{\text{Zerfallen}}{30\text{s}}$ abgezogen.

t/s	N	ΔN	N Korrigiert
30	189	14	175
60	197	14	183
90	150	12	136
120	159	13	145
150	155	12	141
180	132	11	118
210	117	11	103
240	107	10	93
270	94	10	80

Tabelle 2: Messdaten zum Zerfall von Vanadium-52. Die Abweichung folgt aus der Poisson Verteilung mit $\Delta N = \sqrt{N}$. Für die korrigierten Zerfallsraten wurde der Untergrund $14 \frac{\text{Zerfälle}}{30\text{s}}$ abgezogen.

t/s	N	ΔN	N Korrigiert
300	100	10	86
330	79	9	65
360	69	8	55
390	81	9	67
420	46	7	32
450	49	7	35
480	61	8	47
510	56	7	42
540	40	6	26
570	45	7	31
600	32	6	18
630	27	5	13
660	43	7	29
690	35	6	21
720	19	4	5
750	28	5	14
780	27	5	13
810	36	6	22
840	25	5	11
870	29	5	15
900	18	4	4
930	17	4	3
960	24	5	10
990	21	5	7
1020	25	5	11
1050	21	5	7
1080	24	5	10
1110	25	5	11
1140	17	4	3
1170	20	4	6
1200	19	4	5
1230	20	4	6
1260	18	4	4
1290	16	4	2
1320	17	4	3

Für die im Zeitintervall Δt gemessenen Zerfälle gilt

$$\ln N_{\Delta t}(t) = \ln(N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t})) - \lambda t. \quad (15)$$

In einer linearen Ausgleichsrechnung wurde die Funktion

$$f(x) = m \cdot x + b \quad (16)$$

an den Logarithmus der Messdaten angepasst. Dabei gilt zwischen Gleichung 15 und Gleichung 16 der Zusammenhang $m = -\lambda$.

Die lineare Ausgleichsrechnung ergibt

$$\lambda = (3,2 \pm 0,16)10^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (17)$$

Dann folgt die Halbwertszeit

$$T = (219 \pm 11) \text{ s}. \quad (18)$$

Hier wird, wie bei der Untergrundrate, mit der gaußschen Fehlerfortplanzung gerechnet (Siehe Gleichung 13).

In Abbildung 2 sind die Messdaten und die Ausgleichsfunktion zu sehen.

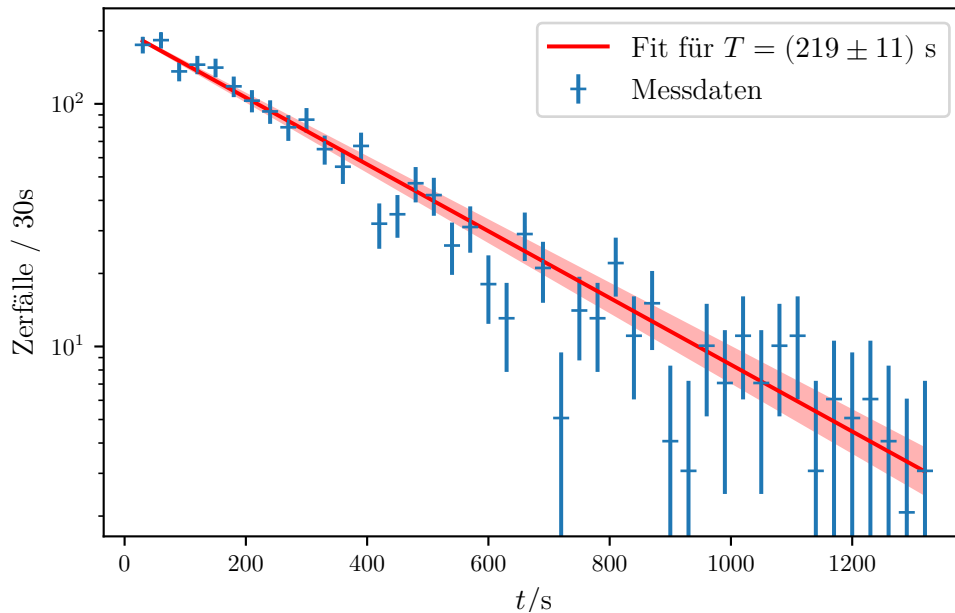


Abbildung 2: Messdaten und Fit für die Zerfallskurve von Vanadium.

3.3 Zerfallskurve und Halbwertszeit von Rhodium-104

Wie in Abschnitt 1 erklärt, besitzt Rhodium-104 zwei isomere Kerne mit unterschiedlichen Energien und somit zwei verschiedenen Halbwertszeiten.

Die Messung der Zerfallsraten ergibt die Messwerte in Tabelle 3.

Tabelle 3: Messdaten zum Zerfall von Rhodium-104. Die Abweichung $\Delta N = \sqrt{N}$ folgt aus der Poisson Verteilung. Für die korrigierten Zerfallsraten wurde der Untergrund $7 \frac{\text{Zerfällen}}{30 \text{ s}}$ abgezogen.

t/s	N	ΔN	N Korrigiert
15	667	26	660
30	585	24	578
45	474	22	467
60	399	20	392
75	304	17	297
90	253	16	246
105	213	15	206
120	173	13	166
135	152	12	145
150	126	11	119
165	111	11	104
180	92	10	85
195	79	9	72
210	74	9	67
225	60	8	53
240	52	7	45
255	56	7	49
270	53	7	46
285	41	6	34
300	36	6	29
315	37	6	30
330	32	6	25
345	36	6	29
360	38	6	31
375	34	6	27
390	40	6	33
405	21	5	14
420	35	6	28
435	33	6	26
450	36	6	29
465	20	4	13
480	24	5	17
495	30	5	23
510	30	5	23
525	26	5	19
540	28	5	21
555	23	5	16
570	20	4	13
585	28	5	21

Tabelle 3: Messdaten zum Zerfall von Rhodium-104. Die Abweichung $\Delta N = \sqrt{N}$ folgt aus der Poisson Verteilung. Für die korrigierten Zerfallsraten wurde der Untergrund $7 \frac{\text{Zerfälle}}{30 \text{ s}}$ abgezogen.

t/s	N	ΔN	N Korrigiert
600	17	4	10
615	26	5	19
630	19	4	12
645	13	4	6
660	17	4	10

Das Ziel dieser Messung ist es, beide Halbwertszeiten zu bestimmen. Dafür wird wie in Unterabschnitt 3.2 vorgegangen, wobei hier mit dem langsameren Zerfall angefangen wird.

Zunächst wurden die Messdaten ab 300 s betrachtet und die Funktion

$$f(x) = -\lambda \cdot x + b \quad (19)$$

an

$$\ln N_{\Delta t}(t) = \ln(N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda \Delta t})) - \lambda t. \quad (20)$$

angepasst. Die lineare Ausgleichsrechnung ergibt die Steigung

$$\lambda_1 = (3 \pm 0,6) 10^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (21)$$

Dann folgt die Halbwertszeit des langsameren Zerfalls mit

$$T_1 = (230 \pm 50) \text{ s}. \quad (22)$$

Als zweites soll die Halbwertszeit für den schnelleren Zerfall bestimmt werden. Dafür wird mit T_1 berechnet, wie viele $\frac{\text{Impulse}}{\text{Messintervall}}$ am Anfang durch den schnellen Zerfall ausgelöst wurden. Laut dem Zerfallsgesetz liegt das bei

$$N_{\Delta t_1}(t) = N_{0_1} (1 - e^{-\lambda_1 \Delta t}) e^{-\lambda_1 t}. \quad (23)$$

Wird $N_{\Delta t_1}(t)$ von den Messwerten bis 120 s abgezogen, so liefert das die Impulsrate des kurzlebigeren Atomkerns. Über den Logarithmus dieser Zerfallsrate, also

$$\{\ln(N_{\Delta t}(t_i) - N_{\Delta t_1}(t_i))\}, \quad (24)$$

wird eine lineare Ausgleichsrechnung wie in Gleichung 20 beschrieben durchgeführt. Diesmal wird allerdings nur das Intervall von $t = 0$ bis $t = 120 \text{ s}$ betrachtet, da hier der schnelle Zerfall dominiert.

Die Fit-Parameter liefern

$$\lambda_s = (1,43 \pm 0,04) 10^{-2} \text{ s}^{-1}. \quad (25)$$

Dann folgt unter Zuhilfenahme der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$T_s = (48 \pm 1,2) \text{ s}. \quad (26)$$

In Abbildung 3 sind die Messdaten sowie die Ausgleichsgeraden skizziert.

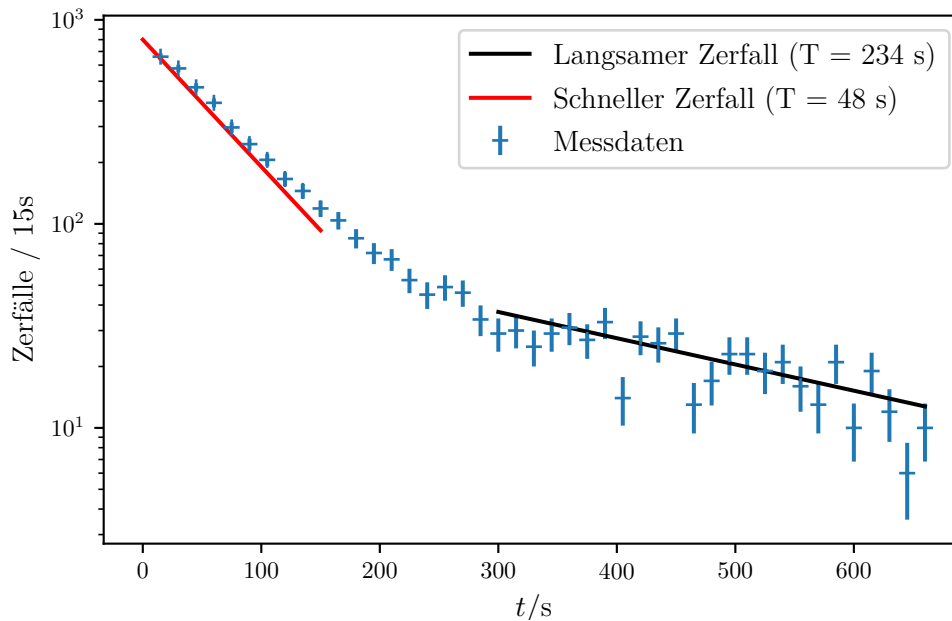


Abbildung 3: Messdaten und Fit für langsamen und schnellen Zerfall von Rhodium-104.

4 Diskussion

In diesem Versuch wurden drei Halbwertszeiten bestimmt:

1. $(219 \pm 11)\text{s}$ für Vanadium-52 (Ungefähr 3 Minuten und $(39 \pm 11)\text{s}$),
2. $(230 \pm 50)\text{s}$ für Rhodium-104 (Ungefähr 3 Minuten und $(50 \pm 50)\text{s}$),
3. $(48 \pm 1, 2)\text{s}$ für Rhodium-104i.

Für diese Isotope lauten die Literaturwerte:

1. Vanadium-52: 3 Minuten 45 Sekunden [1],
2. Rhodium-104: 4 Minuten 20 Sekunden [3],
3. Rhodium-104i: 42,3 Sekunden [3].

Damit lauten die relativen Abweichungen:

- Vanadium-52: 2,6%,
- Rhodium-104: 10,15%,

- Rhodium-104i: 14,22%.

Mit nur 2,6% Abweichung vom Literaturwert wurde die Halbwertszeit von Vanadium sehr genau bestimmt. Die Ergebnisse der zweiten Messung weichen jedoch deutlich von den Literaturwerten ab. Während der Literaturwert für die Halbwertszeit von Rhodium-104 noch in der ermittelten Messunsicherheit liegt, ist das bei dem Ergebnis für Rhodium-104i nicht der Fall, d.h. dass dort ein für das zugrunde liegende Modell ein guter Wert gefunden wurde, aber dieses Modell fehleranfällig war.

Eine grundsätzliche Fehlerquelle bei der Messung vom Rhodium ist die, dass für die einzelnen Zeiten (schneller Zerfall, langsamer Zerfall) weniger Datenpunkte verfügbar waren. Während für Vanadium noch 40 Messpunkte aufgenommen wurden, lagen für den schnellen Zerfall von Rhodium-104i nur acht verwendbare Messpunkte vor. Dies könnte man durch mehrfache Messung des 120-Sekunden-Zeitfensters, wo der schnelle Zerfall dominiert, ausbessern.

Eine Fehlerquelle speziell für die Berechnung der Halbwertszeit von Rhodium-104i ist, dass die tatsächliche Zerfallsrate auf dem Wert für Rhodium-104 beruht, welche aber auch schon 10,15% Abweichung besitzt, sodass dort eine hohe Fortpflanzung der Abweichung vorliegt.

Literatur

- [1] *Chemie.de Artikel zu Vanadium*. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Vanadium.html> (besucht am 30.01.2021).
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung: Versuch Nr. 702, Aktivierung mit Neutronen*. 2020.
- [3] *Internetchemie.info Artikel zu Rhodium-104*. URL: <https://www.internetchemie.info/isotop.php?Kern=Rh-104m> (besucht am 30.01.2021).