

V303 Lock-In-Verstärker

Tobias Rücker

tobias.ruecker@tu-dortmund.de

Paul Störbrock

paul.stoerbrock@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.01.2020, Abgabe: 21.01.2020

Versuchsgruppe: **42**

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	1
2	Theorie	1
3	Fehlerrechnung	1
4	Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung	2
5	Auswertung	3
6	Diskussion	8
	Literatur	10

1 Ziel

Bei Messungen von Signalen sind diese häufig durch die Hintergrundstrahlung stark verrauscht. Der Lock-In-Verstärker löst dieses Problem, indem er das Messsignal aus dem Rauschen herausfiltert. Daher wird die Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers in diesem Versuch näher betrachtet.

2 Theorie

Bei einem Lock-In-Verstärker wird ein verrauschtes Signal durch einen Bandpass geleitet. Ein Bandpass stellt eine elektrische Schaltung dar, welches einen bestimmten Frequenzbereich aus einem Signal herausfiltert. Das vom Phasenschieber variierte Referenzsignal, mit der Frequenz ω_0 , wird vom Mischer mit dem Signal multipliziert. Dannach wird das daraus entstehende Signal durch einen Tiefpassfilter geleitet, der Tiefpassfilter integriert dabei für $\tau = RC \gg 1/\omega_0$ das Mischsignal. Durch den Tiefpass wird bei großem τ die Bandbreite des Rauschens beliebig klein. Zudem unterdrückt der Tiefpass die geraden Oberwellen der Grundfrequenz ω [1]

$$U_{\text{sig}} \times U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} U_0 \left(1 - \frac{3}{2} \cos(2 \omega t) - \frac{2}{15} \cos(4 \omega t) - \frac{2}{35} \cos(6 \omega t) + \dots \right)$$

Durch den Tiefpassfilter ergibt sich für ein um ϕ phasenverschobenes Referenzsignal eine Ausgangsspannung der Form [1]:

$$U_{\text{out}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos \Phi \quad (1)$$

3 Fehlerrechnung

Für die Berechnung von Messunsicherheiten werden in diesem Protokoll folgende Formeln verwendet:

Zur Bestimmung eines Mittelwertes wird folgende Formel benutzt:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2a)$$

Zur Bestimmung der Messunsicherheit bei Mittelwerten wird mit der Formel

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{1-N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (2b)$$

gearbeitet und die Gaußsche Fehlerfortpflanzung wird mit

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta f}{\delta x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2} \quad (2c)$$

berechnet. Um Ausgleichsgeraden und ihre Parameter zu bestimmen, werden folgende Formeln verwendet:

$$y = m \cdot x + b \quad (2d)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (2e)$$

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \overline{x^2} - \overline{xy} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (2f)$$

4 Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Benötigt werden: *Ein Lock-In-Verstärker, ein Digitales Oszilloskop, acht BNC Verbindungskabel, eine BNC Steckverbindung, ein USB Stick, eine Leuchtdiode (LED), ein Photodetektor und eine Skala (ca. 50 cm).*

Zuerst wird das ungestörte Signal U_{sig} und das Referenzsignal U_{ref} , welche vom Reference/Oscillator ausgegeben werden, vom Oszilloskop abgebildet. Damit wird das variable Signal bestimmt. Nachdem das variable Signal gefunden wurde, wird dem Oszilloskop die Amplitude des konstanten Signals entnommen.

Anschließend wird der Versuch, wie in der folgenden Abbildung 1 dargestellt, aufgebaut:

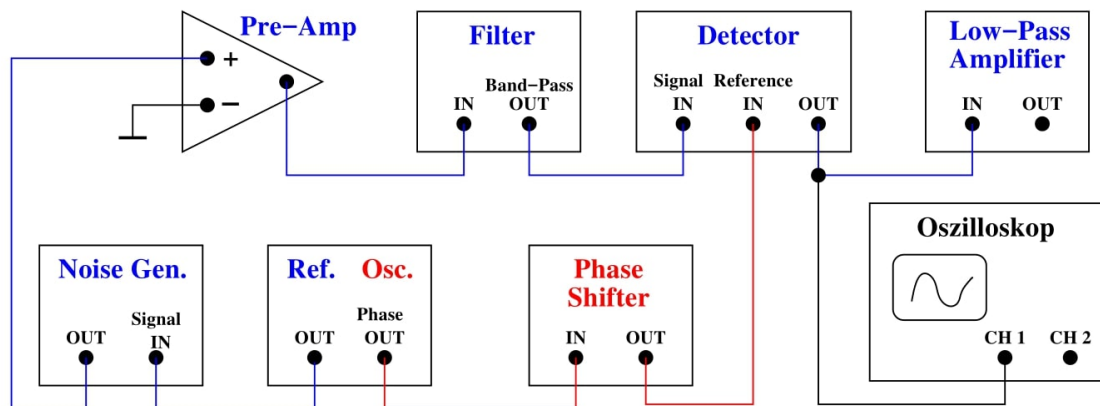


Abbildung 1: Versuchsaufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

Zunächst wird der Noise Generator überbrückt, damit das ungestörte Signal U_{sig} mit dem Referenzsignal U_{ref} im Detektor multipliziert werden kann. Anschließend wird der USB Stick am Oszilloskop angeschlossen und es werden für fünf Phasen das Phasendiagramm der multiplizierten Signale gespeichert. Danach soll die Ausgangsspannung in Abhängigkeit der Phase am Tiefpass gemessen werden. Dafür werden 20 unterschiedliche Phasen am Phase Shifter eingestellt.

Nun wird der Noise Generator dazu geschaltet. Für das nun gestörte Signal U_{sig} werden erneut fünf Phasendiagramme erstellt. Außerdem werden für die selben 20 Phasen wie bei den Messungen ohne Störung die Ausgangsspannung vom Tiefpass abgelesen.

Anschließend wird der Aufbau wie in Abbildung 2 abgeändert, sodass nun eine LED und ein Photodetektor den Noise Generator ersetzen:

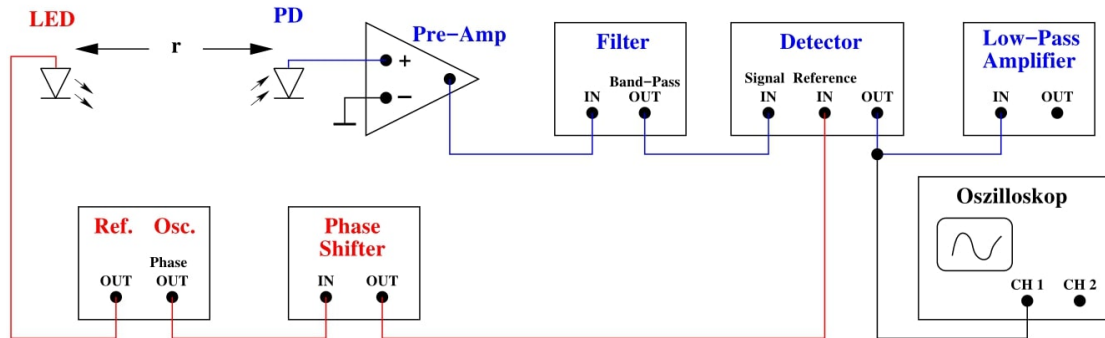


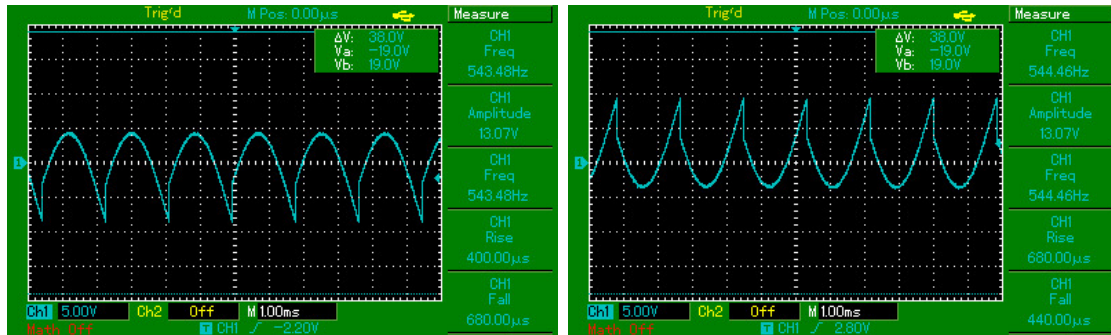
Abbildung 2: Versuchsaufbau des Lock-In-Verstärkers mit LED [1]

Die LED und der Photodetektor werden auf einer Skala montiert, dabei soll die LED beweglich bleiben und der Detektor stationär. Die LED wird auf eine Leuchtfrequenz zwischen 50 Hz und 500 Hz eingestellt. Nun wird die LED um gleichmäßige Distanzen von dem Photodetektor wegbewegt, hier um 2 cm. Für jede neue Distanz wird die Intensität am Oszilloskop abgelesen. Sobald sich keine Änderung der Intensität am Oszilloskop erkennen lässt, werden keine weiteren Messwerte mehr aufgenommen.

5 Auswertung

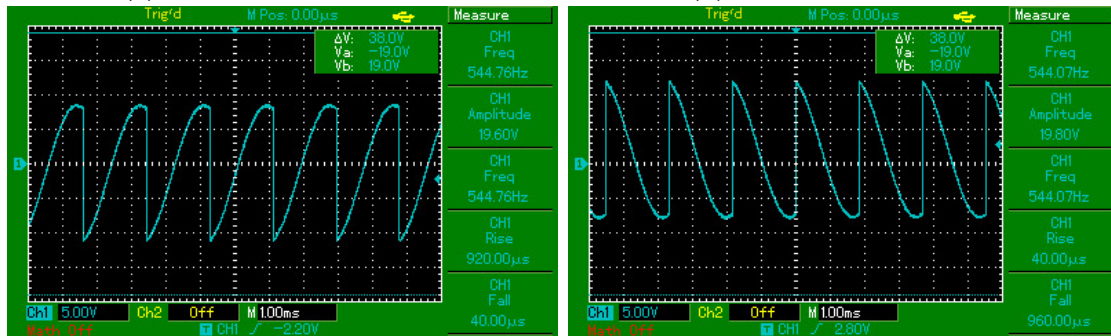
Die Phasendiagramme der multiplizierten Signale sind in Abbildung 3 dargestellt. Die linke Seite beinhaltet das multiplizierte Signal ohne Störung und die rechte Seite das mit Störung. Die Phase von U_{ref} wird mit dem Phase Shifter aus Abbildung 1 variiert. Die fünf Phasen, mit welchen die Phasendiagramme aufgenommen werden, betragen 0° , 90° , 135° , 180° und 270° .

Abbildung 3: Phasendiagramme



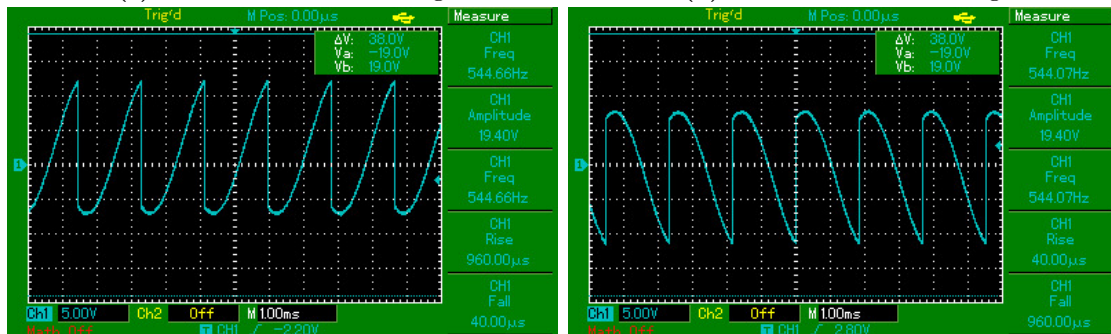
(a) Phase = 0° ohne Störung

(b) Phase = 0° mit Störung



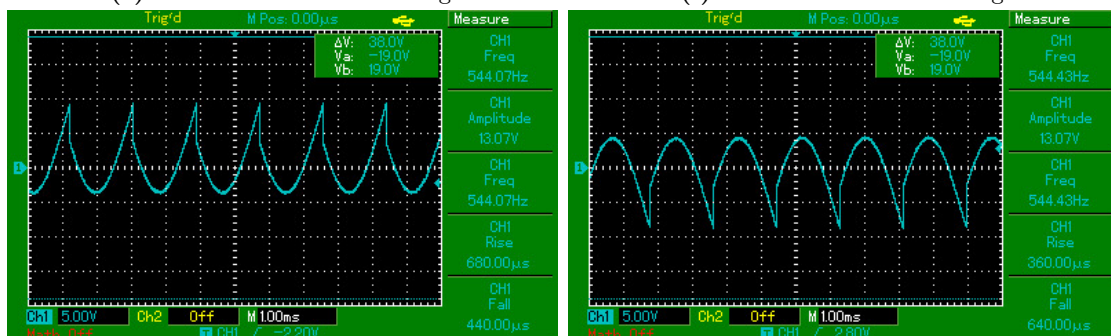
(c) Phase = 90° ohne Störung

(d) Phase = 90° mit Störung



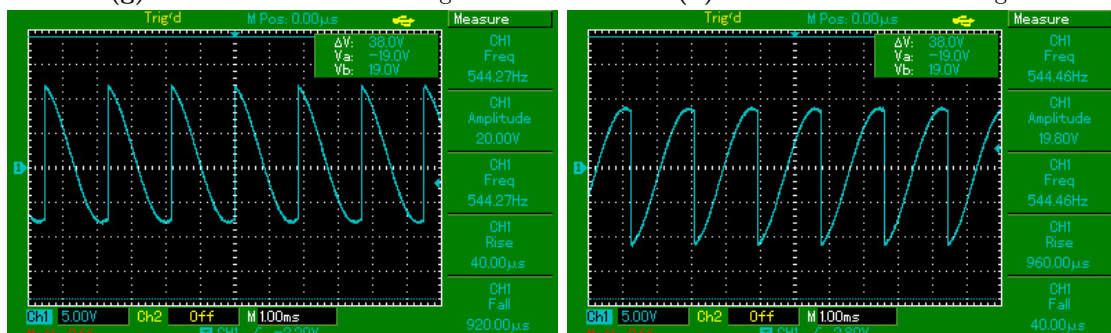
(e) Phase = 135° ohne Störung

(f) Phase = 135° mit Störung



(g) Phase = 180° ohne Störung

(h) Phase = 180° mit Störung



(i) Phase = 270° ohne Störung

(j) Phase = 270° mit Störung

Die Messwerte für das Integrierte Signal ohne Störung und die dazugehörigen Phasen, sind in der folgenden Tabelle 1 aufgetragen:

Spannung U / V	Phase $\varphi / ^\circ$	Spannung U / V	Phase $\varphi / ^\circ$
6.5	0.00	-4.50	150.00
6.5	15.00	-6.00	180.00
6.5	30.00	-6.00	195.00
6.0	45.00	-6.00	210.00
4.5	60.00	-5.50	225.00
3.0	75.00	-4.00	240.00
2.0	90.00	-2.00	270.00
1.5	105.00	-1.00	286.00
-0.5	120.00	3.00	305.00
-2.5	135.00	6.00	345.00

Tabelle 1: Messwerte ohne Störung

Der folgenden Graph 5 stellt das Amplitudenverhältnis des integrierten Signals ohne Störung bezüglich der Phase dar. Die nicht-lineare Regression wird mit dem Python Befehl `np.ployfit()` [2], der Formel (1)

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} \cdot A \cdot \cos(\varphi + B) \quad (3)$$

und den folgenden Parametern erstellt:

$$A = 10,02 \pm 0,49 \quad (4)$$

$$B = -0,322 \pm 0,051 \quad (5)$$

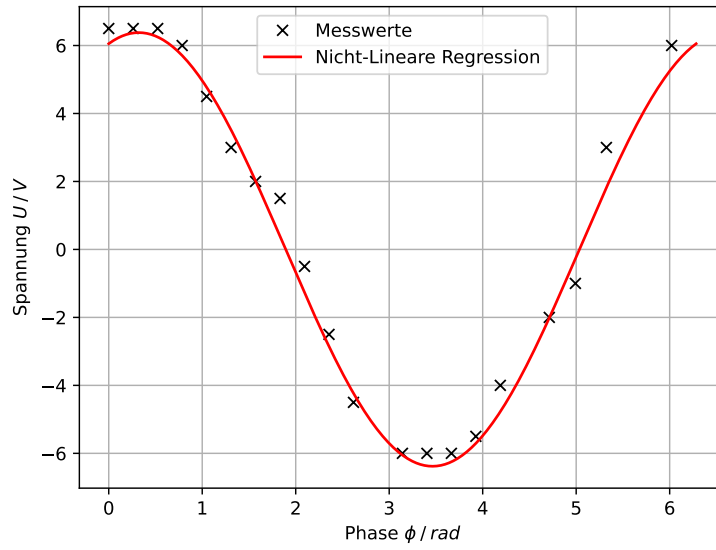


Abbildung 5: Nicht-lineare Regression des Signals ohne Störung

Die Messwerte des integrierten Signals mit Störung und die dazugehörigen Phasen sind in der folgenden Tabelle 2 aufgelistet:

Spannung U / V	Phase $\varphi / ^\circ$	Spannung U / V	Phase $\varphi / ^\circ$
-6.0	0.00	5.00	150.00
-6.0	15.00	6.00	180.00
-6.0	30.00	6.50	195.00
-5.5	45.00	6.50	210.00
-4.0	60.00	6.00	225.00
-2.5	75.00	4.50	240.00
-2.0	90.00	2.00	270.00
-1.0	105.00	1.50	285.00
0.5	120.00	-2.50	305.00
3.0	135.00	-5.50	345.00

Tabelle 2: Messwerte mit Störung

Der folgende Graph 5 stellt das Amplitudenverhältnis des integrierten Signals mit Störung bezüglich der Phase dar. Dieser Graph wird ebenso mit dem Python Befehl `np.polyfit()` [2], der Formel (1)

$$U_{out} = \frac{2}{\pi} \cdot C \cdot \cos(\varphi + D) \quad (6)$$

und den folgenden Parametern erstellt:

$$C = 9,91 \pm 0,49 \quad (7)$$

$$D = 2,826 \pm 0,051 \quad (8)$$

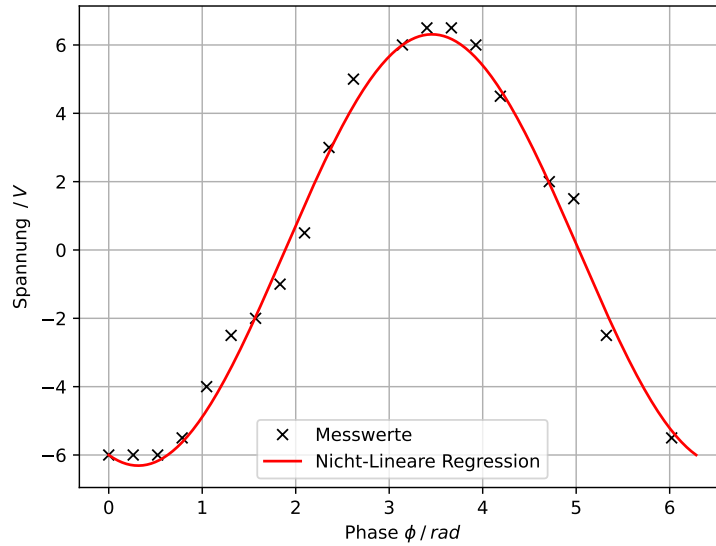


Abbildung 6: Nicht-lineare Regression des Signals mit Störung

Die folgende Tabelle gibt die Messwerte der Intensität der LED aus Abbildung 2 bezüglich des gemessenen Abstands wieder:

Radius r /cm	Intensität I / V	Radius r /cm	Intensität I / V
0.0	9.00	20.00	3.00
2.0	8.50	22.00	2.50
4.0	8.50	24.00	2.00
6.0	8.00	26.00	2.00
8.0	7.00	28.00	1.50
10.0	6.00	30.00	1.50
12.0	5.00	32.00	1.50
14.0	4.50	34.00	1.00
16.0	3.50	36.00	1.00
18.0	3.00	38.00	1.00

Tabelle 3: Messwerte der Intensität

Die Kurve der Intensität mit der Funktion

$$I = E \frac{1}{r^2} + F \quad (9a)$$

und den Fitparametern

$$E = (2,81 \pm 0,41) \cdot 10^{-3} \quad \text{und} \quad (9b)$$

$$F = 3,15 \pm 0,25 \quad (9c)$$

sieht aus wie folgt:

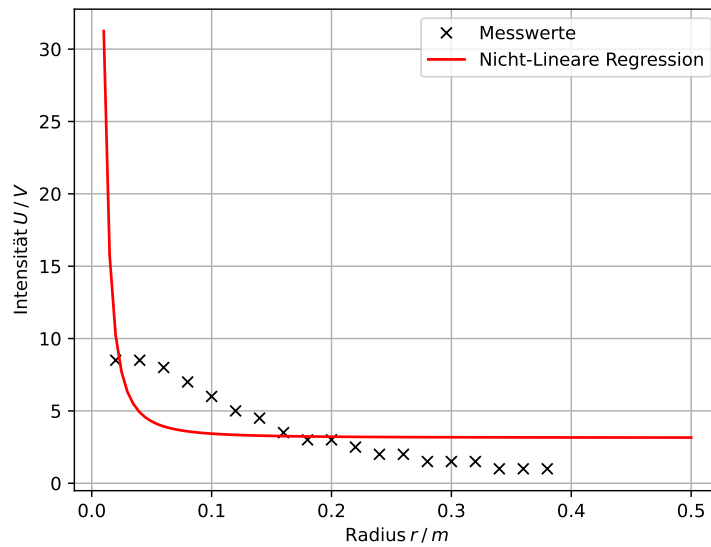


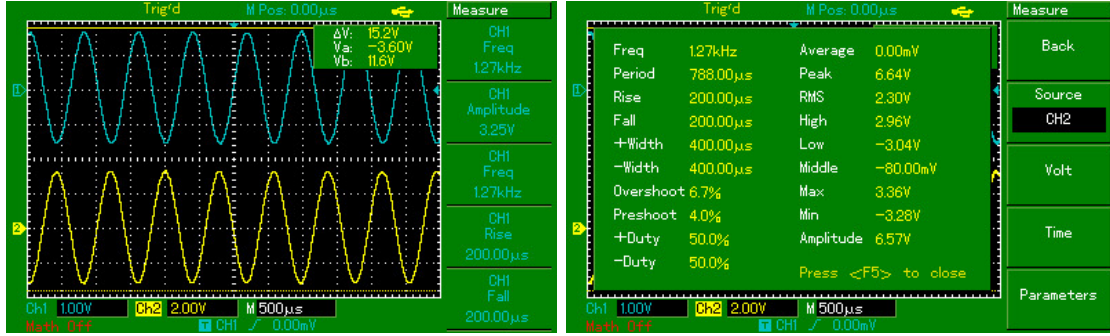
Abbildung 7: Nicht-lineare Regression der Intensität

6 Diskussion

Es lässt sich in Abbildung 3 erkennen, dass sich das ungestörte Signal und das gestörte Signal ähneln. Unter genauerer Betrachtung lässt sich feststellen, dass der Unterschied zwischen den Graphen in der Phasenverschiebung von ungefähr $\pi/2$ liegt. Abgesehen von den leicht unterschiedlichen Phasenverläufen, sind die Amplituden identisch.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Parameter der Signale U_{ref} (CH1) und U_{sig} (CH2). Hier ist U_{ref} (CH1) das variable Signal.

Abbildung 8: Funktionalität des Gleichrichters



(a) Phasendiagramm der Signale U_{sig} und U_{ref}

(b) Parameter des Signals U_{sig}

Da das angelegte Signal U_{sig} das zu störende Signal ist, wird der Verstärkungsfaktor relevant. Anhand des Graphen 5 ohne Störung und dessen Parameter A (4), welcher laut Formel (1) die angelegte Spannung U_0 beschreibt, lässt sich U_0 bestimmen als:

$$U_0 = A = 10,02 \pm 0,49 \text{ V} \quad (10)$$

Wird diese Spannung mit der Amplitude $U = 6,57 \text{ V}$ aus Abbildung 9b, welche von Reference/Oscillator ausgegeben wird, verglichen, lässt sich ein Verstärkungsfaktor von $U_0/U = 1,525 \pm 0,074$ berechnen. Der Graph 5 gibt einen erwarteten Amplitudenverlauf des Signals U_{sig} ohne Störung wieder.

Aus dem Graphen 6 des Signals mit Störung und dessen Parameter C lässt sich die angelegte Spannung

$$U_0 = C = 9,91 \pm 0,49 \text{ V} \quad (11)$$

analog zum Graphen ohne Störung bestimmen. Um den Verstärkungsfaktor zu berechnen, wird hier ebenfalls die Amplitude $U = 6,57 \text{ V}$ aus Abbildung 9b verwendet. Daraus folgt der Verstärkungsfaktor des Signals von $U_0/U = 1,509 \pm 0,074$ mit Störung.

Der Graph 7 gibt die abklingende Genauigkeit des empfangenen Signals der LED wieder. Die Intensität aus Tabelle 3 sollte mit einem Faktor von $1/r^2$ abfallen. Dies ist hier jedoch nicht der Fall. Die nicht-lineare Regression aus 7 zeigt das eigentliche Verhalten der Intensität. Die Messwerte verhalten sich jedoch anders. Dies könnte mit dem wackeligen Aufbau des Photodetektors zusammenhängen, oder einer hohen Intensität der Hintergrundstrahlung.

Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch Nr.303 Lock-In-Verstärker. 2019.
- [2] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.