

## Absorption von $\beta$ - und $\gamma$ -Strahlung

Fabian Koch  
fabian3.koch@udo.edu

Tom Rosenstein  
tom.rosenstein@udo.edu

Durchführung: 12.06.18

Abgabe: 19.06.18

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Absorption von $\gamma$ -Strahlung . . . . .	3
2.2 Absorption von $\beta$ -Strahlung . . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten der $\gamma$ -Strahlung für Zink und Blei	8
4.2 Bestimmung der maximalen Energie eines $\beta$ -Strahlers . . . . .	12
<b>5 Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>14</b>

## 1 Zielsetzung

Bei diesem Versuch soll die Absorption von  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung bei Metallen untersucht werden.

## 2 Theorie

Nur wenn  $\beta$ -Strahlung und  $\gamma$ -Strahlung auf Teilchen trifft, lässt sich eine Wechselwirkung feststellen. Da innerhalb der Materie zwischen den Teilchen viel Freiraum ist, wird der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  definiert. Dieser gibt die Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Raumanteils an, dass die Strahlung mit den Teilchen wechselwirkt. Er steht somit in keinem direkten Verhältnis zu tatsächlichen geometrischen Größen. Allerdings ist die Anzahl der Wechselwirkungen von der Dicke  $D$  des Absorbermaterials abhängig. Dadurch ergibt sich für  $\gamma$ -Strahlung ein exponentieller Abfall.

$$N(D) = N_0 \cdot e^{-n\sigma D} \quad (1)$$

$N(D)$  bezeichnet hierbei die Anzahl der Teilchen, die nach dem Durchgang durch das Absorbermaterial noch vorhanden sind,  $n$  die Materieteilchen pro Volumeneinheit und  $N_0$  die Anzahl der Teilchen pro Zeiteinheit, die auf die Fläche des Absorbers treffen. Dies gilt auch für  $\beta$ -Strahlung bei geringen Dicken. Es wird nun  $n \cdot \sigma$  als der Absorptionskoeffizient  $\mu$  definiert. Die Materieteilchen pro Volumeneinheit können folgendermaßen berechnet werden:

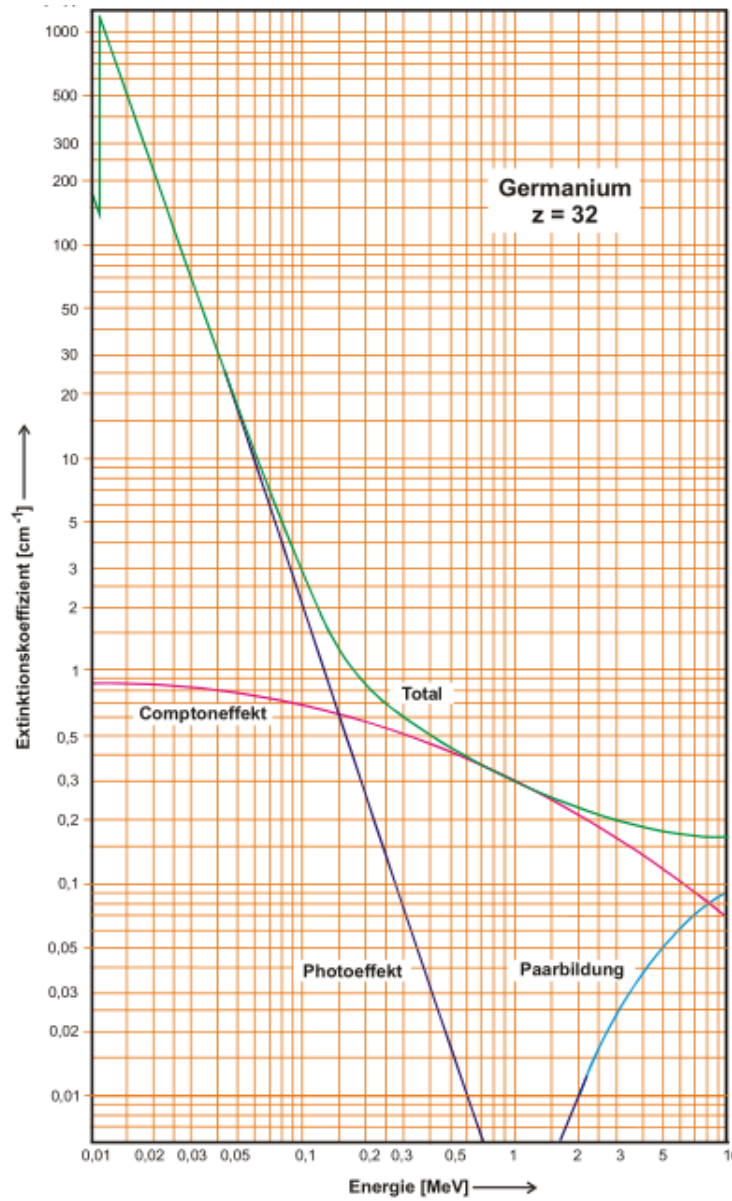
$$n = \frac{zN_A}{V_{\text{Mol}}} \quad (2)$$

Hierbei bezeichnet  $z$  die Ordnungszahl,  $N_A$  die Avogadro-Konstante und  $V_{\text{Mol}}$  das Molare Volumen.

### 2.1 Absorption von $\gamma$ -Strahlung

Die Kerne eines Atom besitzen diskrete Energiezustände. Wechseln die Kerne von einem energetisch höheren Zustand in einen energetisch niedrigeren so setzen sie Energie in Form von  $\gamma$ -Quanten frei. Bei diesen  $\gamma$ -Quanten handelt es sich um Strahlung, die aus Photonen besteht. Sie weist somit ebenso Teilchen-, wie auch Welleneigenschaften auf. Bei der Wechselwirkung von  $\gamma$ -Strahlung mit Materie treten sehr viele Prozesse auf. Die drei wichtigsten sind der innere Photo-Effekt, der Compton-Effekt und die Paarerzeugung. Sie alle dominieren für verschiedene Energiebereiche der Strahlung, so dass sich eine sehr komplizierte Absorptionskurve ergibt. Diese ist in Abbildung 1 für Germanium dargestellt.

Der Photoeffekt spielt für niedrige Energien von weniger als 200 keV eine große Rolle. Hier tritt das Elektron in Wechselwirkung mit einem Hüllenelektron und wird vernichtet. Die Energie wird dabei an das Elektron abgegeben, welches dadurch aus der Hülle austritt. Dies ist allerdings nur möglich, wenn die Energie der  $\gamma$ -Strahlung größer als die der



**Abbildung 1:** Die Energieabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten für Germanium der verschiedenen Absorptionsprozesse, entnommen der Versuchsanleitung [4, S. 236].

Bindungsenergie ist. Aus dem Impulssatz der Quantenmechanik ergibt sich allerdings, dass der Atomkern einen Teil des Impulses aufnimmt. Die Impulsübertragung ist hingegen nur für Elektronen wahrscheinlich, die fest an das Atom gebunden, also sehr nahe am Kern liegen. Sie tritt somit für Elektronen der innersten Schale am häufigsten auf. Dies erklärt auch, warum die Absorption von  $\gamma$ -Strahlung bei großen Atomen stärker auftritt. Die Bindungsenergie der Elektronen in der K-Schale wächst ungefähr mit  $Z^2$  an. Die Übertragung des Impulses ist allerdings nur für geringe Energien wahrscheinlich, die Wahrscheinlichkeit der Absorption nimmt also für höhere Quantenenergien ab.

Der Compton-Effekt hingegen tritt bei der Streuung von  $\gamma$ -Strahlung an einem freien Elektron auf. Es wird die Energie und die Richtung der  $\gamma$ -Strahlung verändert. Auch hierbei wird Energie an das Elektron abgegeben, allerdings nicht die komplette. nach erfolgter Wechselwirkung bleibt somit noch ein  $\gamma$ -Quant übrig. Dessen Impuls zeigt in eine andere Richtung als die des Ursprungsquants. Die  $\gamma$ -Strahlung wird somit aufgespalten und es kommt zu einer Intensitätsabnahme. Nach Klein und Nishina kann der Wirkungsquerschnitt nach

$$\sigma_{com} = 2\pi r_e^2 \left( \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left( \frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln(1+\varepsilon) \right) + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right) \quad (3)$$

berechnet werden. Hierbei ist  $r_e$  der klassische Elektronenradius mit  $2,82 \cdot 10^{-15}$  m und  $\varepsilon$  das Verhältnis der Energie der  $\gamma$ -Quanten zur Ruheenergie des Elektrons. Die  $\gamma$ -Strahlung weist dabei eine mittlere Energie von über 200 keV und weniger als 1 MeV auf.

Bei großen Energien von über 1 MeV kann die sogenannte Paarerzeugung auftreten. Hierbei wird das  $\gamma$ -Quant unter Bildung eines Elektrons und eines Positrons vernichtet. Auch bei diesem Vorgang muss der quantenmechanische Impulssatz erfüllt sein. Die Energie muss wieder von einem weiteren Partner, hier meist dem Atom, in dessen Coulomb-Feld sich das Elektron und Positron gebildet haben, übernommen werden.

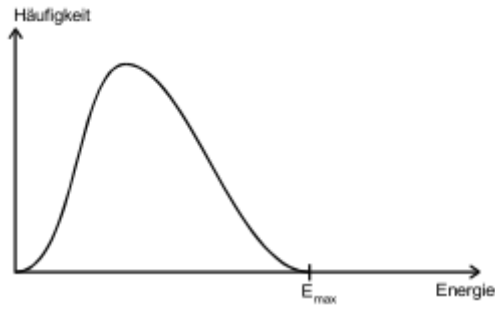
Bei Durchtreten der  $\gamma$ -Strahlung durch ein Absorbermaterial überlagern sich alle oben genannten Effekte. Die so entstehende Totalkurve ist relativ kompliziert und ist in Abbildung 1 dargestellt.

## 2.2 Absorption von $\beta$ -Strahlung

Die  $\beta$ -Strahlung entsteht durch die Umwandlung eines Neutrons in ein Proton, oder eines Protons in ein Neutron und besteht aus Elektronen beziehungsweise Positronen. Zusätzlich entsteht noch ein Neutrino beziehungsweise Antineutrino. Dies wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} p &\Rightarrow n + \beta^+ + \nu_e \\ n &\Rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

Die freiwerdende Energie verteilt sich statistisch auf die entstehenden Teilchen. Das Spektrum eines  $\beta$ -Strahlers ist somit, wie in Abbildung 2 zu sehen, ein kontinuierliches. Bei der Absorption von  $\beta$ -Strahlung am Festkörper treten eine Vielzahl von Prozessen



**Abbildung 2:** Emissionspektrum eines Beta-Strahlers.[4]

auf. Zum einen erleiden die Elek- und Positronen elastische Stoßprozesse. Dies führt zur Rutherfordstreuung. Dabei werden die  $\beta$ -Teilchen durch Stöße mit den Atomen im Festkörper beziehungsweise deren Coulomb-Feld gestreut. Dabei kommt es zu keinem großen Energieverlust der Strahlung, jedoch nimmt die Intensität der Strahlung durch die große Streuung stark ab. Bei der inelastischen Streuung an den Atomkernen werden die geladenen  $\beta$ -Teilchen im Coulombfeld der Atome abgebremst und erzeugen sogenannte Bremsstrahlung. Der Energieverlust durch die Bremsstrahlung ist jedoch für natürliche  $\beta$ -Strahler relativ gering. Wesentlich höher ist der Energieverlust durch inelastische Stöße mit den Elektronen des Festkörpers. Dabei treten Ionisations- und Anregungsprozesse an den Atomen auf. Bei diesen Prozessen verliert das  $\beta$ -Teilchen zwar nur eine geringe Energiemenge, jedoch treten, vorallem bei Metallen, viele dieser Prozesse hintereinander auf und bremsen die Strahlung stark ab. Da eine einheitliche analytische Beschreibung unter Berücksichtigung all dieser Absorptionsprozesse sehr schwierig ist, wird im Folgenden mit empirisch ermittelten Gesetzmäßigkeiten gearbeitet. So zeigt sich grafisch der in Abbildung 3 zu sehende Zusammenhang zwischen durchgehender Intensität und der Massenbelegung  $R = \rho D$ .

Aus dem aus der Grafik 3 ermittelten  $R_{\max}$  lässt sich nun die maximale Energie der  $\beta$ -Strahlung mit

$$E_{\max} = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}} \cdot [\text{MeV}] \quad (4)$$

berechnen.  $R_{\max}$  ist dabei in  $\text{g}/\text{cm}^2$  einzusetzen.

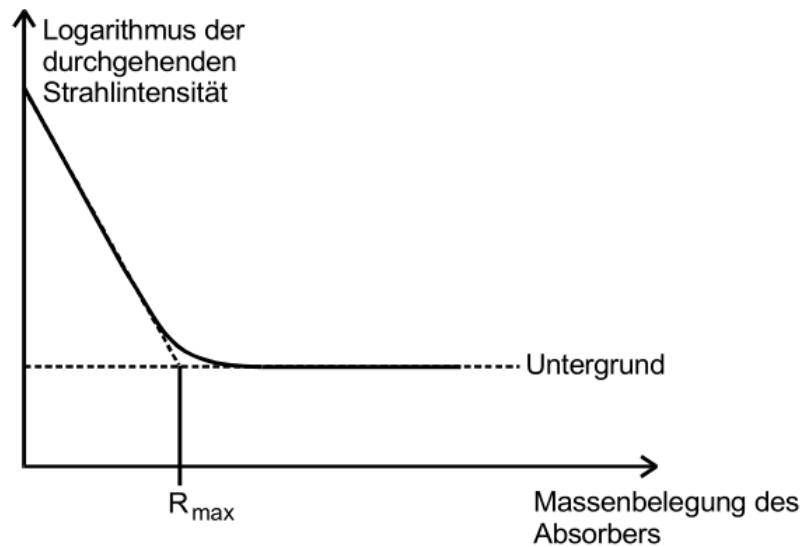


Abbildung 3: Schematische Darstellung der Absorptionskurve eines Beta-Strahlers.[4]

### 3 Durchführung

Zur Messung der Absorption der  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung wird ein Geiger-Müller-Zählrohr innerhalb einer Bleiabschirmung gegenüber einer Strahlungsquelle, vor welcher das entsprechende Absorbermaterial platziert wurde, genutzt. Dies ist schematisch in Abbildung 4 dargestellt. Das Zählrohr wird dabei über einen Verstärker an ein elektronisches Zählwerk

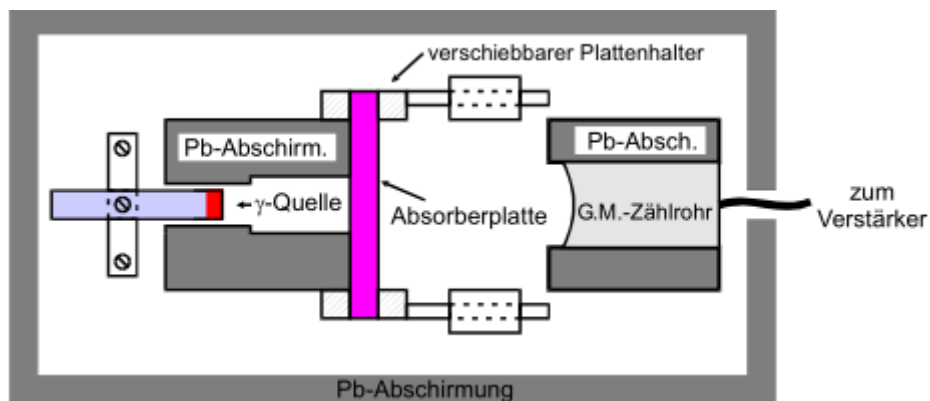


Abbildung 4: Schematischer Aufbau der Messapparatur für Gammastrahlung.[4]

angeschlossen, welches die Messzeit über die Netzfrequenz festlegt. Nun wird zunächst ohne Strahlungsquelle und Absorber eine Nullmessung der Hintergrundstrahlung über 900 s durchgeführt. Danach wird für den  $\gamma$ -Strahler einmal für Blei und einmal für Zink die Counts und die Absorberdicke gemessen. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen. Es werden zunächst mehrere Platten des Absorbermaterials, deren Dicken vorher mittels

Schieblehre gemessen wurden, hintereinander eingespannt, bis die maximal zu messende Schichtdicke erreicht ist. Dann werden die Counts über einen ausreichend langen Zeitraum gemessen, eine Platte entfernt und erneut gemessen. Dies wird wiederholt bis kein Absorber mehr vorhanden ist und anschließend wird noch eine Messung ohne Absorber gemacht. Die Messung für die  $\beta$ -Strahlung verläuft analog, nur dass hierbei nicht mit mehreren Platten hintereinander, sondern mit verschiedenen dicken Platten, welche nacheinander gemessen werden gearbeitet wird. Das zu messende Absorbermaterial ist in diesem Fall Aluminium.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten der $\gamma$ -Strahlung für Zink und Blei

Für die Nullmessung wurden folgende Daten ermittelt:

Messzeit:  $t = 900 \text{ s}$

Anzahl der Wechselwirkungen:  $N = (950 \pm 31)$

Aktivität:  $A_0 = (1,06 \pm 0,03) \frac{1}{\text{s}}$

Die Fehler der Anzahl der Wechselwirkungen ergibt sich dadurch, dass diese statistisch nach der Poissonverteilung verteilt sind. Der Fehler berechnet sich dann folgendermaßen:

$$\Delta N = \sqrt{N} \quad (5)$$

Die gemessenen Wechselwirkungen und die totalen Aktivitäten weisen somit ebenfalls einen Fehler auf. Nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung für  $A_{\text{total}} = A - A_0$  wird der Fehler für die totale Aktivität nach

$$\Delta A_{\text{total}} = \frac{\partial A_{\text{total}}}{\partial A} \cdot \Delta A + \frac{\partial A_{\text{total}}}{\partial A_0} \cdot \Delta A_0 \quad (6)$$

$$\Delta A_{\text{total}} = \Delta A - \Delta A_0 \quad (7)$$

berechnet. Die so berechneten Werte sind für Zink in Tabelle 1 und für Blei in Tabelle 2 aufgetragen.

Zur Bestimmung der Absorptionskoeffizienten werden die Aktivitäten halblogarithmisch gegen die Dicke des Absorbermaterials aufgetragen. Dies wird anschließend über lineare Regression gefittet. Die Regression erfolgt durch Python. Dies ist für Zink in Abbildung 5 und für Blei in Abbildung 6 dargestellt. In der Ausgleichsrechnung ist die Steigung dem Absorptionskoeffizienten und der y-Achsenabschnitt der Anfangsaktivität zugeordnet. Es ergeben sich für Zink folgende Werte:



**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Zink

Dicke d / mm	Zeit t / s	Zählrate N	Aktivität (A - A <sub>0</sub> ) / 1/s
20	180	11022 ±105	60.2 ±0.4
18	160	10602 ±103	65.2 ±0.5
16	150	10898 ±104	71.6 ±0.5
14	140	11194 ±106	78.9 ±0.5
12	140	11933 ±109	84.2 ±0.6
10	120	11561 ±108	95.3 ±0.6
8	100	9970 ±100	98.6 ±0.7
6	90	10478 ±102	115.4 ±0.8
4	80	9716 ±99	120.4 ±0.8
2	80	10718 ±104	132.9 ±0.9
0	100	15013 ±123	149.1 ±0.9

**Tabelle 2:** Messwerte zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Blei

Dicke d / mm	Zeit t / s	Zählrate N	Aktivität (A - A <sub>0</sub> ) / 1/s
50	700	1245 ±35	0.7 ±0.0
40	500	1334 ±37	1.6 ±0.0
30	350	2500 ±50	6.1 ±0.1
20	220	3839 ±62	16.4 ±0.1
15	170	5189 ±72	29.5 ±0.2
12	150	5784 ±76	37.5 ±0.3
10	130	6233 ±79	46.9 ±0.4
5	100	8110 ±90	80.0 ±0.6
4	90	7703 ±88	84.5 ±0.6
3	70	7324 ±86	103.6 ±0.8
2	60	7144 ±85	118.0 ±0.9
1	60	7787 ±88	128.7 ±1.0
0	100	15067 ±123	149.6 ±0.9

$$\text{Absorptionskoeffizient: } \mu = (45,2 \pm 1,2) \frac{1}{\text{m}}$$

$$\text{Anfangsaktivität: } A_0 = (147,0 \pm 1,4) \frac{1}{\text{s}}$$

Der Theoriewert des Compton-Absorptionskoeffizienten  $\mu_{\text{com}}$  wird berechnet, indem der Compton-Wirkungsquerschnitt 3 mit der Teilchenanzahl pro Volumen 2 multipliziert wird. Es ergibt sich daher:

$$\mu_{\text{com, Zink}} = 49,7 \frac{1}{\text{m}}.$$

Die erforderlichen Werte des Molvolumens wurden [3] entnommen. Dieser Wert ist etwas höher als der gemessene Wert, liegt aber noch im Toleranzbereich. Es wird somit lediglich der Comptoneffekt eine Rolle spielen.

Für Blei ergeben sich folgende Werte:

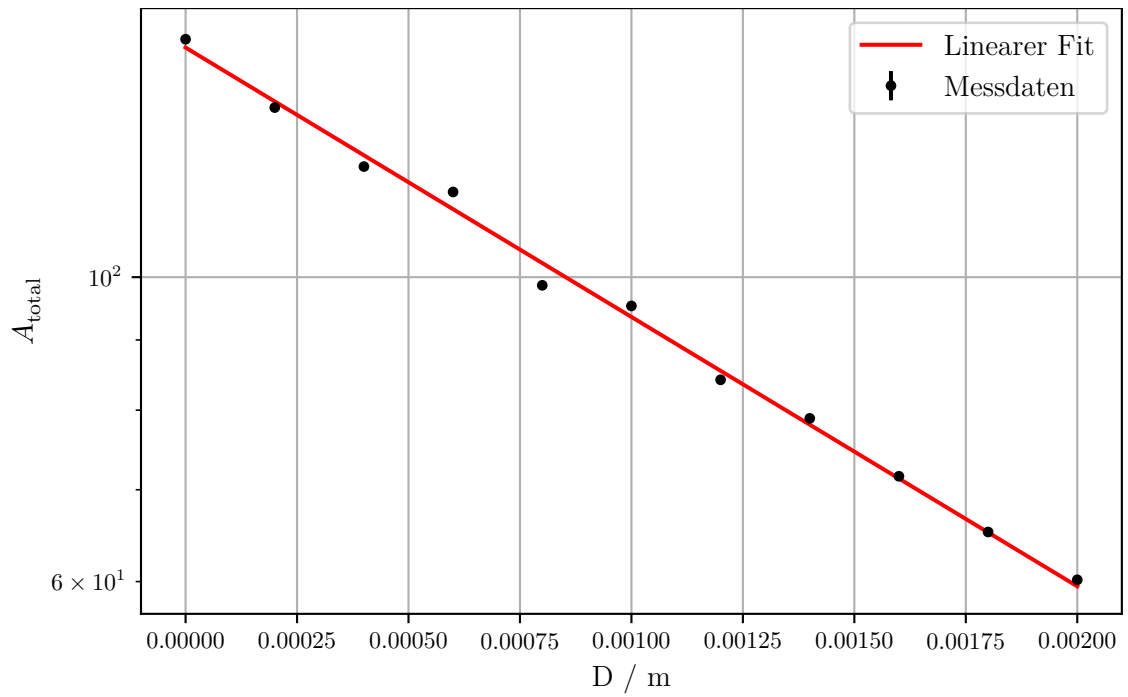
$$\text{Absorptionskoeffizient: } \mu = (115,6 \pm 3,8) \frac{1}{\text{m}}$$

$$\text{Anfangsaktivität: } A_0 = (146,0 \pm 2,1) \frac{1}{\text{s}}$$

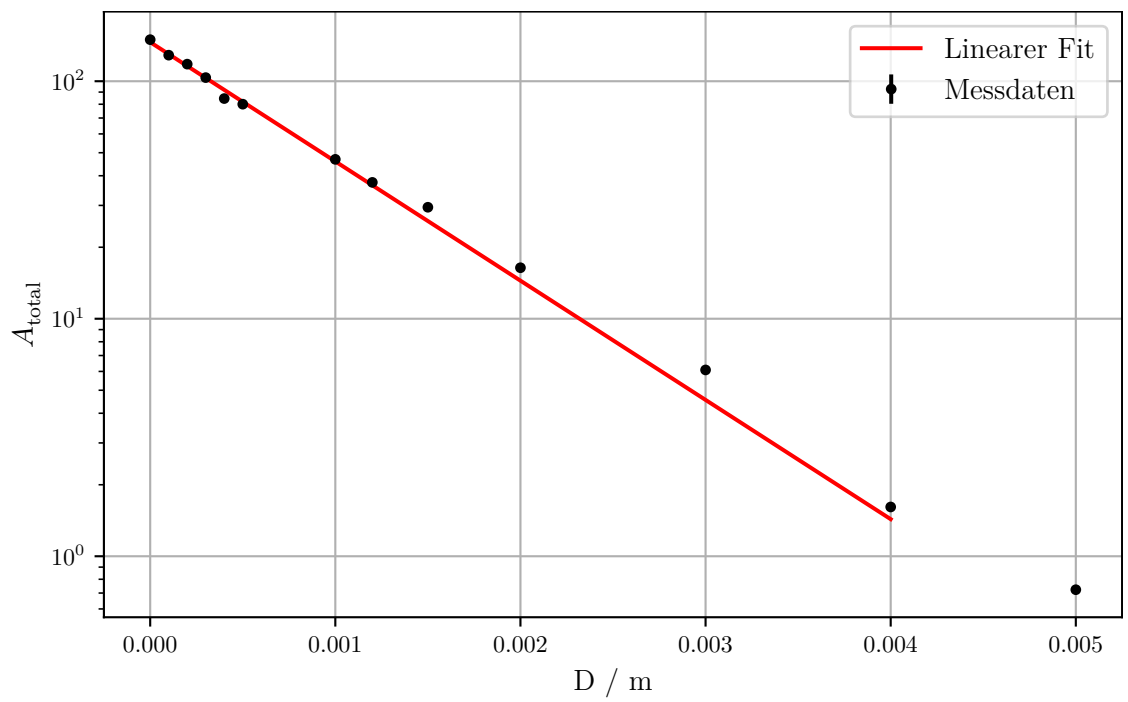
Der theoretische Compton-Absorptionskoeffizienten  $\mu_{\text{com}}$  berechnet sich nun zu:

$$\mu_{\text{com, Blei}} = 68,1 \frac{1}{\text{m}}$$

Die erforderlichen Werte des Molvolumens wurden [2] entnommen. Dieser Wert liegt wesentlich unter dem gemessenen Wert. Es ist daher anzunehmen, dass zusätzlich noch der Photoeffekt beteiligt ist.



**Abbildung 5:** Die lineare Regression zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Zink.



**Abbildung 6:** Die lineare Regression zur Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Blei.

## 4.2 Bestimmung der maximalen Energie eines $\beta$ -Strahlers

Die Messdaten und die mit (5) und (7) berechneten Aktivitäten befinden sich in Tabelle 3. Die Hintergrundstrahlung wurde zu  $A_0 = (0,631 \pm 0,026)/s$  bestimmt. Die gemessenen

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung der maximalen Energie der Beta-Strahlung

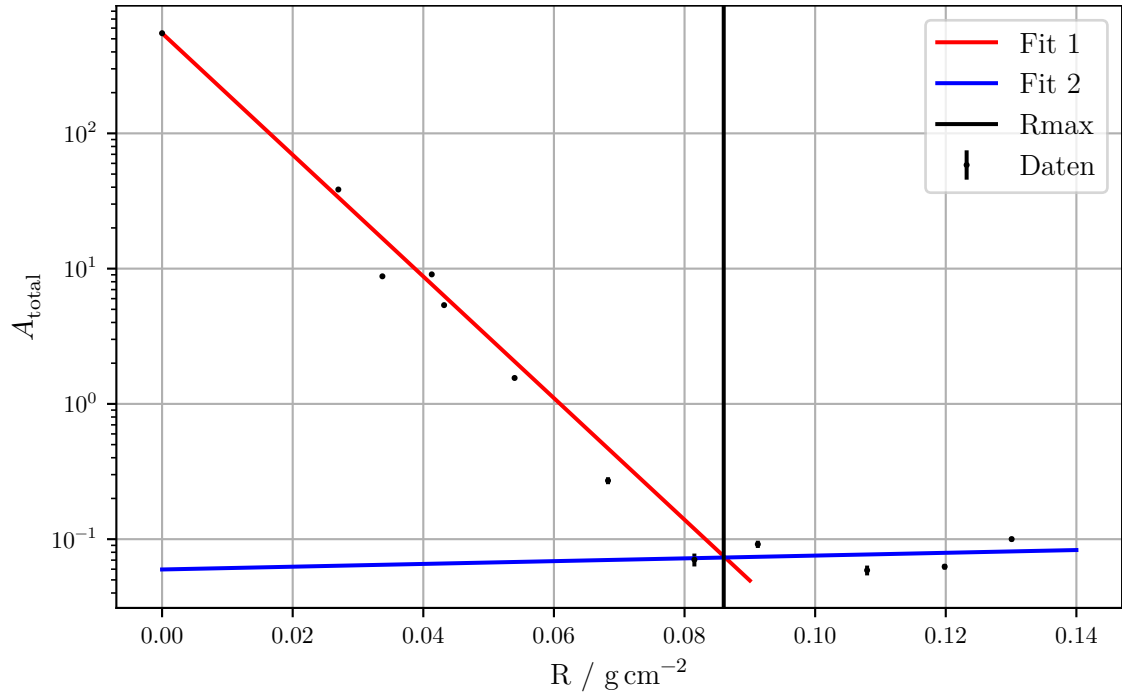
Dicke d / $\mu m$	Zeit t / s	Zählrate N	Aktivität (A - A <sub>0</sub> ) / 1/s
482	800	585 $\pm$ 24	0,10 $\pm$ 0,004
444	800	555 $\pm$ 24	0,06 $\pm$ 0,003
400	700	483 $\pm$ 22	0,06 $\pm$ 0,005
338	700	506 $\pm$ 22	0,09 $\pm$ 0,006
302	600	421 $\pm$ 21	0,07 $\pm$ 0,008
253	500	451 $\pm$ 21	0,27 $\pm$ 0,016
200	500	1093 $\pm$ 33	1,55 $\pm$ 0,040
160	300	1801 $\pm$ 42	5,37 $\pm$ 0,115
153	200	1940 $\pm$ 44	9,07 $\pm$ 0,194
125	200	1881 $\pm$ 43	8,77 $\pm$ 0,190
100	200	7817 $\pm$ 88	38,45 $\pm$ 0,416
0	100	55061 $\pm$ 235	549,98 $\pm$ 2,320

Counts werden durch die Messzeiten dividiert und dann die Hintergrundstrahlung abgezogen. Dann wird das Ergebnis halblogarithmisch gegen die Massenbelegung R, welche das Produkt der Dicke des Absorbers und der aus [1] entnommenen Dichte von Aluminium ist, aufgetragen. Dies ist in Abbildung 7 zu sehen. Zur Ermittlung der maximalen Reichweite  $R_{\max}$  der  $\beta$ -Strahlung werden nun die beiden linearen Anteile der Kurve mittels SciPy mit  $y = \exp(ax + b)$  gefittet. Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist die maximale Reichweite und wird folgendermaßen ermittelt:

$$R_{\max} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}.$$

Der zugehörige Fehler wird mit

$$\Delta R_{\max} = \sqrt{\frac{\Delta_{a_1}^2 (-b_1 + b_2)^2}{(a_1 - a_2)^4} + \frac{\Delta_{a_2}^2 (-b_1 + b_2)^2}{(a_1 - a_2)^4} + \frac{\Delta_{b_1}^2}{(a_1 - a_2)^2} + \frac{\Delta_{b_2}^2}{(a_1 - a_2)^2}}$$



**Abbildung 7:** Grafische Darstellung der Messdaten mit linearen Fits.

ermittelt. So wurden die Parameter und die maximale Reichweite zu folgenden Werten bestimmt:

$$a_1 = (-103,52 \pm 3,68) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$a_2 = (2,36 \pm 6,77) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

$$b_1 = 6,31 \pm 0,01$$

$$b_2 = -2,82 \pm 0,74$$

$$R_{\text{max}} = (0,086 \pm 0,009) \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}.$$

Nun wird mit der Gleichung (4) aus  $R_{\text{max}}$  die maximale Energie der  $\beta$ -Strahlung ermittelt. Der zugehörige Fehler wird mit

$$\Delta E_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\Delta_{R_{\text{max}}}^2 \cdot 1.92^2 \left(R_{\text{max}} + \frac{0.22}{2}\right)^2}{R_{\text{max}}^2 + R_{\text{max}} 0.22}}$$

berechnet. So wurde folgende maximale Energie berechnet:

$$E_{\text{max}} = (312 \pm 22) \text{ keV}.$$

## 5 Diskussion

Folgende Werte und Abweichungen von den Literaturwerten wurden bestimmt:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Zink, gemessen}} &= (45,2 \pm 1,2) \frac{1}{\text{m}} & \mu_{\text{com, Zink}} &= 49,7 \frac{1}{\text{m}} \\ &\Rightarrow \text{Relative Abweichung} = 9,05 \% \\ \mu_{\text{Blei, gemessen}} &= (115,6 \pm 3,8) \frac{1}{\text{m}} & \mu_{\text{com, Blei}} &= 68,1 \frac{1}{\text{m}} \\ &\Rightarrow \text{Relative Abweichung} = 69,75 \% \\ E_{\text{max, gemessen}} &= (312 \pm 22) \text{ keV} & E_{\text{Literatur}} &= 293 \text{ keV} \\ &\Rightarrow \text{Relative Abweichung} = 6,48 \%\end{aligned}$$

Der Literaturwert für die Energie eines Technetium-99 Strahlers wurde [5] entnommen. Bei der  $\gamma$ -Absorption weicht der gemessene Absorptionskoeffizient nur sehr wenig von dem theoretischen Compton-Absorptionskoeffizienten ab, was qualitativ zu erwarten war, da Zink ein Metall mit einem relativ leichten Kern ist. So lässt sich der Comptoneffekt als vorherrschender Absorptionsprozess bei Zink mit hinreichender Genauigkeit verifizieren. Beim Blei dagegen eine starke Abweichung erkennbar, was vermutlich darauf zurück geht, dass Blei einen deutlich schwereren Kern hat, und somit der Photoeffekt einen größeren Einfluss hat. Darüber wie groß dieser ist oder ob der Photoeffekt der vorherrschende Absorptionsprozess ist lässt sich anhand dieses Versuchs keine Aussage treffen. Die maximale Energie der  $\beta$ -Strahlung zeigt nur eine geringe Abweichung vom Literaturwert, was entweder eine Messungenauigkeit ist, jedoch auch dadurch zu erklären ist, dass in der Quelle nicht unbedingt die maximale sondern wahrscheinlich eher die mittlere Energie der Strahlung angegeben ist.

## Literatur

- [1] *Composition of Aluminium*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl?matno=013> (besucht am 18.06.2018).
- [2] *Die Eigenschaften von Blei*. URL: <https://www.webelements.com/lead/> (besucht am 17.06.2018).
- [3] *Die Eigenschaften von Zink*. URL: <https://www.webelements.com/zinc/> (besucht am 17.06.2018).
- [4] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch V704: Absorption von  $\gamma$ - und  $\beta$ -Strahlung*. 2018.
- [5] *Technetium-99*. URL: <http://www.periodensystem-online.de/index.php?id=isotope&el=43&mz=99&show=nuklid> (besucht am 18.06.2018).