V407: Fresnelsche Formeln

Clara Sondermann clara.sondermann@tu-dortmund.de

Enno Wellmann enno.wellmann@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.05.2023, Abgabe 06.06.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| 1 | Ziei | | 1 | | | |
|-----------|----------------|--|----|--|--|--|
| 2 | Theorie | | | | | |
| | 2.1 | Polarisation | 1 | | | |
| | 2.2 | Die Fresnelschen Gleichungen | 2 | | | |
| | 2.3 | Brewsterwinkel | | | | |
| 3 | Durchführung 3 | | | | | |
| | 3.1 | Aufbau | 3 | | | |
| | 3.2 | Vorbereitung der Messung | 4 | | | |
| | 3.3 | Messprogramm | 5 | | | |
| 4 | Auswertung | | | | | |
| | 4.1 | Mittelwerte und Fehler | 5 | | | |
| | 4.2 | Gaußsche Fehlerfortpflanzung | 5 | | | |
| | 4.3 | Brechungsindex aus Fresnel-Gleichungen | 6 | | | |
| | 4.4 | Brechungsindex aus dem Brewsterwinkel | 9 | | | |
| 5 | Diskussion | | 11 | | | |
| Literatur | | | | | | |
| | Anh | ang | 12 | | | |

1 Ziel

In diesem Versuch wird das Verhalten von parallel und senkrecht polarisiertem Licht bei Reflexion an Grenzflächen untersucht, d.h. es werden die Fresnelschen Gleichungen für die Reflexion überprüft. Außerdem wird der Brewsterwinkel sowie der Brechungsindex von Silizium ermittelt.

2 Theorie¹

2.1 Polarisation

Elektromagnetische Wellen schwingen stets senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung. Je nach der Form, mit der sich das elektrische bzw. magnetische Feld dabei bewegt, wird beispielsweise von linear polarisiertem Licht (die Felder schwingen auf einer Geraden senkrecht zur Ausbreitung) oder zirkular polarisiertem Licht (die Felder schwingen auf einem Kreis senkrecht zur Ausbreitung) gesprochen. In diesem Versuch ist das linear polarisierte Licht von Interesse, das beispielsweies mittels Polarisationsfolien aus unpolarisiertem Licht erzeugt werden kann. Trifft Licht auf eine Grenzfläche, wird es zum Teil transmittiert und zum Teil reflektiert. Die Einfallsebene ist dann die Ebene, die vom einfallenden, transmittierten und reflektierten Lichtstrahl aufgespannt wird, vgl. Abbildung 1. Linear polarisiertes Licht, das parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene schwingt, wird parallel bzw. senkrecht polarisiert genannt.

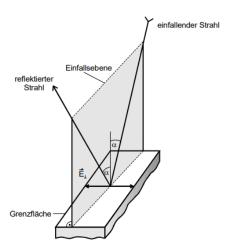


Abbildung 1: Darstellung der Einfallsebene bei der Reflexion an einer ebenen Grenzfläche [1].

¹Unter Verwendung von [1].

2.2 Die Fresnelschen Gleichungen

Theoretische Grundlage dieses Versuchs sind die Maxwellschen Gleichungen

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \epsilon \epsilon_0 \dot{\mathbf{E}} \qquad \qquad \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \mu_0 \dot{\mathbf{H}}$$
 (1)

mit der Dielektrizitätskonstante ϵ und der elekrischen Feldkonstante ϵ_0 sowie der magnetischen Permeabilität μ und der Induktionskonstante μ_0 . Dabei ist \boldsymbol{E} die elektrische Feldstärke und \boldsymbol{H} die magnetische Erregung. Ferner gibt \boldsymbol{j} die elektrische Stromdichte an. Im Folgenden werden nur nicht-ferromagnetische und nicht elektrisch leitende Materialien ($\mu=1,\boldsymbol{j}=0$) betrachtet. Aus den Maxwellschen Gleichungen lassen sich bestimmte Bedingungen für Licht als elektromagnetische Welle herleiten:

Zum einen kann hergeleitet werden, dass Strahlung ein Energietransport ist, der durch den Poynting-Vektor

$$S = E \times H, \tag{2}$$

beschrieben wird und für den kein Medium notwendig ist. Die Strahlungsleistung pro Fläche beträgt

$$|S| = v\epsilon\epsilon_0 E^2 \tag{3}$$

mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit v der Welle.

Zum anderen kann unter Verwendung des Snelliusschen Brechungsgesetzes

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} \tag{4}$$

das Verhalten von elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen zweier Materialien mit unterschiedlichen Brechungsindizes untersucht werden. Dabei steht n für den Brechungsindex des jeweiligen Mediums, α ist der Einfalls- und Reflexionswinkel und β ist der Transmissionswinkel. Der Brechungsindex n beschreibt dabei das Geschwindingkeitsverhältnis der Welle im Vakuum im Vergleich zum betrachteten Material, also n=c/v. Aus den Maxwellschen Gleichungen lässt sich ferner die Relation $n^2=\epsilon$ herleiten. Mit Hilfe dieser Relationen können schließlich die Fresnelschen Gleichungen für senkrecht und parallel polarisiertes Licht hergeleitet werden. Für die Reflexion gilt bei senkrecht polarisiertem Licht

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}\perp} = -\boldsymbol{E}_{\mathrm{e}\perp} \frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2}{n^2 - 1} \tag{5}$$

und bei parallel polarisiertem Licht

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}\parallel} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{e}\parallel} \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$
 (6)

Dabei steht "e" für das einfallende und "r" für das reflektierte Licht.

Gleichung (6) kann wie folgt nach n umgstellt werden:

$$\begin{split} E_{\text{r}\parallel} \left(n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \right) &= E_{\text{e}\parallel} \left(n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \right) \\ &\iff \cos^2 \alpha \left(E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel} \right)^2 n^4 = \left(n^2 - \sin^2 \alpha \right) \left(E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel} \right)^2 \\ &\iff \cos^2 \alpha \left(E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel} \right)^2 n^4 - \left(E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel} \right)^2 n^2 + \sin^2 \alpha \left(E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel} \right)^2 = 0 \\ &\iff n^4 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2 n^2 + \tan^2 \alpha \left(\frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2 = 0 \\ &\iff n^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^4 - \left(\tan \alpha \cdot \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2} \end{split}$$

Da n > 0 gelten muss, egibt sich schließlich

$$n = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\cos \alpha} \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^4 - \left(\tan \alpha \cdot \frac{E_{\text{r}\parallel} + E_{\text{e}\parallel}}{E_{\text{r}\parallel} - E_{\text{e}\parallel}} \right)^2}}.$$
(7)

Auf ähnliche Art und Weise lässt sich Gleichung (5) ebenfalls nach n umstellen. Da die Rechnung hier allerdings deutlich komplizierter verläuft, wird die Herleitung mittels des Online-Tools WolframAlpha [2] durchgeführt. Es ergibt sich in diesem Fall

$$n = \frac{\sqrt{E_{\rm r\perp}^2 + E_{\rm e\perp}^2 - 2E_{\rm r\perp}E_{\rm e\perp}\cos(2\alpha)}}{E_{\rm r\perp} + E_{\rm e\perp}}.$$
 (8)

2.3 Brewsterwinkel

Bei externer Reflexion (optisch dünn auf dicht) gibt es einen gewissen Winkel, den sogenannten Brewsterwinkel, bei dem kein parallel polarisiertes Licht reflektiert wird. Mathematisch bedeutet dass, dass $E_{\rm r\parallel}$ in Gleichung (6) einen Nulldurchgang hat. Die Bedingung hierfür lautet $\alpha_{\rm B}+\beta_{\rm B}=90^{\circ}$. Nach Snellius (4) folgt dann für $n_1=n_{\rm Luft}=1$ und $n_2=n$

$$\alpha_{\rm B} = \arctan n.$$
 (9)

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Eine schematische Darstellung der Messappatur ist in Abbildung 2 zu sehen. Sie besteht im Wesentlichen aus einem Laser, der monochromatisches Licht erzeugt (hier unterscheidet sich der Aufbau etwas von der Darstellung in der Abbildung). Da dieses zunächst unpolarisiert ist, können zwei verstellbare Polarisatoren auf der Schiene aufgebaut werden, um

linear polaristeres Licht zu erzeugen. Der erste Polarisator ist dabei stets auf 45° gestellt. Der zweite Polarisator wird für parallele Polarisation auf 90° (parallel zur Zeichenebene in Abbildung 2) und für senkrechte Polarisation auf 0° (aus der Zeichenebene heraus) gestellt. Das Licht trifft auf einen Silizium-Spiegel, der sich auf einem Drehteller mit Winkelskala befindet, sodass der Einfallswinkel am Spiegel variiert und abgelesen werden kann. Außerdem gibt es ein schwenkbares Photoelement, dessen Strom proportional zur Intensität des Lichtes ist. Durch den beweglichen Arm kann das Element in den Reflexionsstrahl schwenken.

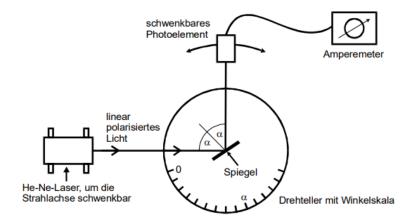


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus [1].

3.2 Vorbereitung der Messung

Im ersten Schritt wird der Probenhalter (vgl. Abblidung 3) vom Goniometer gelöst, um den Strahlengang frei zu machen. Der Drehteller wird genullt. Anschließend werden die beiden Polarisatoren auf der Schiene fixiert und wie oben beschrieben eingestellt. Hierbei werden die Intensitäten für das parallel und senkrecht polarisierte Licht bei einem Einfallswinkel von 0° notiert. Die beiden Werte sollten in etwa gleich groß sein. Im nächsten Schritt wird der Probenhalter wieder auf das Goniometer geschraubt und der Spiegel in Höhe und Neigung entsprechend eingestellt. Der reflektierte Laserstrahl sollte dabei die gleiche Höhe wie der einfallende Lichtstrahl haben. Bei einem Einfallswinkel von 0° sollte der reflektierte Strahl dann wieder auf die Öffnung des Lasers treffen.

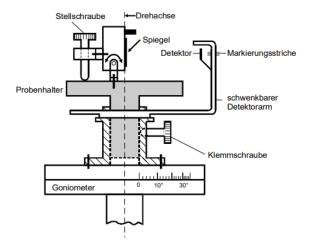


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Goniometers inklusive Probenhalter [1].

3.3 Messprogramm

Der Einfallswinkel wird in einem Intervall von 5° to 88° in Schritten von 5° erhöht. In der Nähe des Brewsterwinkels (zwischen 75° to 80°) wird dabei mit 1° Schritten genauer gemessen, um den Brewsterwinkel bestimmen zu können. Bei jedem eingestellten Winkel wird der zweite Polarisator jeweils für senkrecht und parallel polaristeres Licht eingestellt und die Stromstärke notiert. Ferner wird der Detektor ein wenig zur Seite bewegt, um die Nullintensität für jeden Winkel messen zu können und systematische Fehler zu minimieren.

4 Auswertung

4.1 Mittelwerte und Fehler

Das arithmetische Mittel \overline{c} und die Standardabweichung Δc einer Messreihe mit N Werten c_k errechnet sich gemäß der Formeln

$$\overline{c} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} c_k, \qquad \Delta c = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} (\overline{c} - c_k)^2}.$$
 (10)

4.2 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Wenn zu Messdaten die Standardabweichung bekannt ist, und mit diesen Messdaten weiter gerechnet werden soll, wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet. Angenommen, es gibt k Messwerte $x_i[i \in \mathbb{N}, i \leq k]$ mit den Standardabweichungen Δx_i und eine abgeleitete Größe $f(x_i)$. Dann ist der Fehler von f

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}. \tag{11}$$

Im Ergebnis ergibt sich der Mittelwert von f mit der errechneten Abweichung $\overline{f} \pm \Delta f$. Um Rechenfehler zu vermeiden, wird das Python [3] Paket uncertainties [4] verwendet. Hier wird die Fehlerfortpflanzung automatisch verrechnet, wenn die Variablen als ufloat definiert werden.

4.3 Brechungsindex aus Fresnel-Gleichungen

| $\alpha/^{\circ}$ | I_0/nA | I_{\perp}/nA | $I_{\parallel}/\mathrm{nA}$ |
|-------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 5,0 | $5,00 \pm 0,10$ | $8,00 \pm 0,10$ | $7,20 \pm 0,10$ |
| 10,0 | $2,60 \pm 0,10$ | $9,20 \pm 0,10$ | $5,70 \pm 0,10$ |
| 15,0 | $1,00 \pm 0,10$ | 10.0 ± 0.5 | $6,00 \pm 0,10$ |
| 20,0 | $1,\!80 \pm 0,\!10$ | 11.0 ± 0.5 | $4,80 \pm 0,10$ |
| 25,0 | $0,80 \pm 0,10$ | $12,0 \pm 0,5$ | $5,60 \pm 0,10$ |
| 30,0 | $1,60 \pm 0,10$ | $12,0 \pm 0,5$ | $5,\!20 \pm 0,\!10$ |
| 35,0 | $0,80 \pm 0,10$ | 20.0 ± 0.5 | $7,40 \pm 0,10$ |
| 40,0 | $1{,}10\pm0{,}10$ | $28{,}0\pm0{,}5$ | $8,00 \pm 0,10$ |
| 45,0 | $0,80 \pm 0,10$ | 36.0 ± 0.5 | $7,\!80 \pm 0,\!10$ |
| 50,0 | $4{,}00\pm0{,}10$ | $38,0 \pm 0,5$ | $7,40 \pm 0,10$ |
| 55,0 | $1,90 \pm 0,10$ | $48,0 \pm 0,5$ | $8,00 \pm 0,10$ |
| 60,0 | $1,\!80 \pm 0,\!10$ | $62,0 \pm 0,5$ | $7,00 \pm 0,10$ |
| 65,0 | $1,\!80 \pm 0,\!10$ | $54{,}0\pm0{,}5$ | $4,\!70\pm0,\!10$ |
| 70,0 | $1,90 \pm 0,10$ | $92,0 \pm 0,5$ | $3,40 \pm 0,10$ |
| 75,0 | $1{,}40\pm0{,}10$ | $82,0 \pm 0,5$ | $1,60 \pm 0,10$ |
| 76,0 | $1,60 \pm 0,10$ | 100 ± 5 | $1,70 \pm 0,10$ |
| 77,0 | $1,40 \pm 0,10$ | 100 ± 5 | $1,80 \pm 0,10$ |
| 78,0 | $1,30 \pm 0,10$ | 110 ± 5 | $2,20 \pm 0,10$ |
| 79,0 | $1{,}10\pm0{,}10$ | 110 ± 5 | $2,40 \pm 0,10$ |
| 80,0 | $1,\!30 \pm 0,\!10$ | 100 ± 5 | $4,00 \pm 0,10$ |
| 85,0 | $1,00 \pm 0,10$ | 120 ± 5 | $18{,}0\pm0{,}5$ |
| 88,0 | $3,70 \pm 0,10$ | 150 ± 5 | 46.0 ± 0.5 |

Tabelle 1: Gemessene Intensitäten für die senkrechte und die parallele Polarisation, sowie die Dunkelintensität.

In Tabelle 1 sind die gemessenen Intensitäten für die parallel und senkrecht polarisierten Reflexionen abzulesen. Um Störeffekte zu berücksichtigen wird zusätzlich zu jedem Winkel eine Dunkelintensität aufgenommen. Alle gemessen Werte haben eine Messunsicherheit, die von der gemessenen Intensität abhängt. Für Intensitäten $\geq 1000\,\mathrm{nA}$ wird diese auf 50 nA abgeschätzt. Bei kleineren Intensitäten $\geq 100\,\mathrm{nA}$ liegt Messunsicherheit bei 5 nA. Die kleineren Messbereiche 10 nA $\leq I \leq I100\,\mathrm{nA}$ und $I \leq 10\,\mathrm{nA}$ erhalten Messunsicherheiten von 0,5 nA und 0,1 nA. Die Messunsicherheiten entstehen aus den Ablesemöglichkeiten bei dem Messgerät für unterschiedliche Empfindlichkeiten. In Tabelle 2 werden die mit der Dunkelintensität verrechneten Werte ($I_{\mathrm{gemessen}} - I_{\mathrm{dunkel}}$)

| $\alpha/^{\circ}$ | I_{\perp}/nA | $I_{\parallel}/\mathrm{nA}$ |
|-------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 5,0 | $3,00 \pm 0,14$ | $2,\!20\pm0,\!14$ |
| 10,0 | $6,60 \pm 0,14$ | $3,10 \pm 0,14$ |
| 15,0 | 9.0 ± 0.5 | $5,00 \pm 0,14$ |
| 20,0 | 9.2 ± 0.5 | $3,00 \pm 0,14$ |
| 25,0 | $11,2 \pm 0,5$ | $4,80 \pm 0,14$ |
| 30,0 | 10.4 ± 0.5 | $3,\!60 \pm 0,\!14$ |
| 35,0 | 19.2 ± 0.5 | $6,60 \pm 0,14$ |
| 40,0 | 26.9 ± 0.5 | $6,90 \pm 0,14$ |
| 45,0 | $35,2 \pm 0,5$ | $7,00 \pm 0,14$ |
| 50,0 | 34.0 ± 0.5 | $3,40 \pm 0,14$ |
| 55,0 | 46.1 ± 0.5 | $6{,}10\pm0{,}14$ |
| 60,0 | 60.2 ± 0.5 | $5,\!20 \pm 0,\!14$ |
| 65,0 | $52,2 \pm 0,5$ | $2,90 \pm 0,14$ |
| 70,0 | 90.1 ± 0.5 | $1,50 \pm 0,14$ |
| 75,0 | 80.6 ± 0.5 | $0,\!20 \pm 0,\!14$ |
| 76,0 | 98 ± 5 | $0{,}10\pm0{,}14$ |
| 77,0 | 99 ± 5 | $0,40 \pm 0,14$ |
| 78,0 | 109 ± 5 | $0,90 \pm 0,14$ |
| 79,0 | 109 ± 5 | $1,\!30 \pm 0,\!14$ |
| 80,0 | 99 ± 5 | $2,\!70\pm0,\!14$ |
| 85,0 | 119 ± 5 | $17{,}0\pm0{,}5$ |
| 88,0 | 146 ± 5 | $42,3 \pm 0,5$ |

 $\frac{88,0}{\text{Tabelle 2: Korrigierte Intensitäten nach Abzug der Dunkelintensität}}$

| $\alpha/^{\circ}$ | n_{\perp} | n_\parallel |
|-------------------|-------------------------|-----------------------|
| 5,0 | $1,000337\pm0,000010$ | $4,043 \pm 0,015$ |
| 10,0 | $1,00207\pm0,00004$ | $1,284 \pm 0,006$ |
| 15,0 | $1,00547\pm0,00020$ | $1,402 \pm 0,007$ |
| 20,0 | $1,00965\pm0,00034$ | $2,746 \pm 0,011$ |
| 25,0 | $1,0165 \pm 0,0005$ | $1,204 \pm 0,004$ |
| 30,0 | $1,0220 \pm 0,0007$ | $7,670 \pm 0,027$ |
| 35,0 | $1,0414 \pm 0,0010$ | $1,259 \pm 0,005$ |
| 40,0 | $1,0635 \pm 0,0013$ | $1,610 \pm 0,008$ |
| 45,0 | $1,0904 \pm 0,0018$ | $2,\!110 \pm 0,\!010$ |
| 50,0 | $1{,}1031 \pm 0{,}0020$ | $1,205 \pm 0,004$ |
| 55,0 | $1{,}1421 \pm 0{,}0028$ | $54,\!56 \pm 0,\!20$ |
| 60,0 | $1{,}188 \pm 0{,}004$ | $1,223 \pm 0,005$ |
| 65,0 | $1{,}186 \pm 0{,}004$ | $1,901 \pm 0,008$ |
| 70,0 | $1,287 \pm 0,006$ | $1,627 \pm 0,008$ |
| 75,0 | $1,\!279 \pm 0,\!005$ | $1{,}156 \pm 0{,}015$ |
| 76,0 | $1,323 \pm 0,013$ | $1,\!196 \pm 0,\!034$ |
| 77,0 | $1,\!326 \pm 0,\!013$ | $36,90 \pm 0,24$ |
| 78,0 | $1,\!352 \pm 0,\!014$ | $1,\!228 \pm 0,\!006$ |
| 79,0 | $1,\!354 \pm 0,\!014$ | $1,213 \pm 0,005$ |
| 80,0 | $1,\!332 \pm 0,\!014$ | $10,69 \pm 0,04$ |
| 85,0 | $1,387 \pm 0,014$ | $1,246 \pm 0,005$ |
| 88,0 | $1,\!454 \pm 0,\!015$ | $1,\!272 \pm 0,\!006$ |
| | | |

Tabelle 3: Berechnete Brechungsindizes bei paralleler und senkrechter Polarisation

für die Intensität aufgeführt. Nach den umgestellten Fresnel Formeln (8),(7) werden die Brechungsindizes berechnet. Dazu wird zur Berechnung des elektrischen Feldes die wurzeln aus den Intensitäten eingesetzt. Das Einfallende elektrische Feld wird durch eine Messung ohne eingebauten Spiegel ermittelt.

$$I_{\rm e,\perp} = (1800 \pm 50) \,\mathrm{nA}$$
 $I_{\rm e,\parallel} = (1000 \pm 50) \,\mathrm{nA}$ (12)

Die Ergebnisse in Tabelle 3 enthalten besonders bei der parallelen Polarisation statistische Ausreißer. Um diesen zu entgehen werden bei der Mittelung über die Brechungsindizes alle Werte für $n \geq 8$ herausgefiltert. Aus den Messreihen ergeben sich die mittleren Brechungsindizes von

$$\overline{n_{\perp}} = 1{,}180 \pm 0{,}004$$
 $\overline{n_{\parallel}} = 1{,}962 \pm 0{,}008$ (13)

Die Ergebnisse für den Brechungsindex weichen stark voneinander ab.

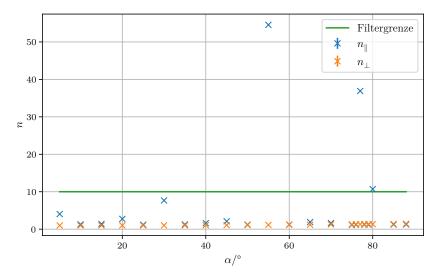


Abbildung 4: Graphische Darstellung der Werte für n

4.4 Brechungsindex aus dem Brewsterwinkel

In Abbildung 5 wird die reflektierte Intensität gegen den Reflexionswinkel α aufgetragen. In dieser Abbildung lässt sich am Minimum des parallel polarisierten Lichtes der Brewsterwinkel ablesen. Es ergeben sich nach Formel (9)

$$\alpha_{\rm b} = (76.0 \pm 0.5)^{\circ}$$
 $n_{\rm b} = 4.01 \pm 0.15$
(14)

Es gibt also drei verschiedene Werte für den Brechungsindex n. In Abbildung 6 werden die erwarteten Reflexionsintensitäten basierend auf den Formeln (5) und (6) geplottet.

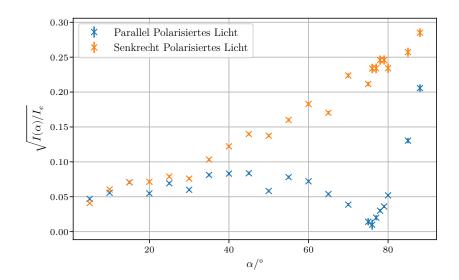


Abbildung 5: Reflektierte Intensitäten auf die einfallende Intensität normiert.

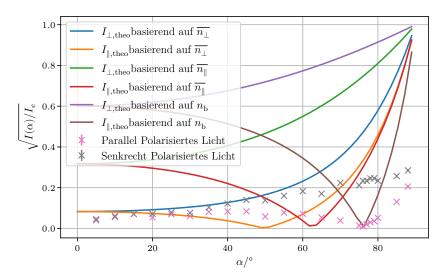


Abbildung 6: Messwerte mit den erwarteten Funktionen für die verschiedenen ermittelten Brechungsindizes n.

5 Diskussion

Die berechneten Brechungsindizes von $\overline{n_{\perp}} = 1,180 \pm 0,004$ und $\overline{n_{\parallel}} = 1,962 \pm 0,008$ haben eine Abweichung von $\left|\overline{n_{\perp}} - \overline{n_{\parallel}}\right|/\overline{n_{\parallel}} = (39,86 \pm 0,32)$ %. Im Vergleich zum Literaturwert [5] $n_{\rm Lit} = 3,353$ ergeben sich Abweichungen von $\left|\overline{n_{\perp}} - n_{\rm Lit}\right|/n_{\rm Lit} = (64,81 \pm 0,12)$ % und $\left|\overline{n_{\parallel}} - n_{\rm Lit}\right|/n_{\rm Lit} = (41,49 \pm 0,24)$ %. Dies lässt auf erhebliche systematische Fehler schließen.

Der Brewsterwinkel konnte zu $\alpha_{\rm b}=(76.0\pm0.5)^{\circ}$ bestimmt werden. Über Gleichung (9) kann hierdurch ein Vergleich zum Literaturwert des Brechungsindexes erzielt werden. Die Abweichung beträgt in diesem Fall $|\overline{n_{\rm b}}-n_{\rm Lit}|/n_{\rm Lit}=(20\pm4)$ % bei $n_{\rm b}=4.01\pm0.15$. Auch hier kann also auf systematische Fehler geschlossen werden.

Ein systematischer Fehler durch Umgebungseinflüsse wurde dadurch vorgebeugt, dass zu jedem eingestellten Winkel die Dunkelintensität gemessen wurde. Die Fehlerquelle muss also woanders liegen. Beispielsweise könnte es sein, dass der Lichtsensor durch eine geneigte Polarisationsfolie beim senkrecht polarisierten Licht anders getroffen wird als beim parallel polarisierten Licht. Dies erklärt zwar die Abweichung zwischen den experimentell bestimmten Werten, aber nicht die jeweilige Abweichung zum Literaturwert. Geringe Abweichungen zum Literaturwert könnten ihre Ursache im ungenauen Einstellen des Winkels haben, diese sind aber keine Erklärung für die obigen Diskrepanzen. Da bereits einige statistische Ausreißer vernachlässigt wurden, können diese als Begründung auch nicht genügen. Auch die geplotteten Messwerte in Abblidung 6 weichen deutlich von der Theorie ab. Die systematischen Fehler als Ursache für die Diskrepanzen können in diesem Zusammenhang nicht aufgeklärt werden. Folglich müsste der Versuch wiederholt werden, um bessere Ergebnisse zu erzielen und diese Fehler bestenfalls zu eliminieren.

Literatur

- [1] Versuch 407 Fresnelsche Formeln. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] WolframAlpha. URL: https://www.wolframalpha.com/input?i=solve+r%3D-e*%28%E2%88%9A%28n%5E2-sin%5E2a%29-cosa%29%5E2%2F%28n%5E2-1%29+for+n (besucht am 04.06.2023).
- [3] Python. Version 3.9.12. 1. Aug. 2022. URL: https://www.python.org.
- [4] Eric O. LEBIGOT. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [5] Korth Kristalle Silizium. URL: https://www.korth.de/material/detail/ Silizium.

Anhang



