

501/502

Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld

Ann-Sophie Schubert
ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke
lars.funke@udo.edu

Durchführung: 26.04.2016

Abgabe: 03.05.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	4
2	Theorie	4
2.1	Elektrisches Feld	4
2.2	Magnetisches Feld	5
3	Aufbau und Durchführung	7
3.1	Elektrisches Feld	7
3.2	Magnetisches Feld	8
4	Auswertung	9
4.1	Empfindlichkeit der Braunschen Röhre	9
4.2	Bestimmung der Apparaturkonstante	9
4.3	Kathodenstrahl-Oszillograph	19
4.4	Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld	19
4.5	Bestimmung der Totalintensität des Erdmagnetfeldes	24
5	Diskussion	24
	Literatur	25

1 Ziel

Es soll die Empfindlichkeit der Ablenkung eines Elektronenstrahls von der Stärke eines elektrischen beziehungsweise magnetischen Feldes bestimmt werden. Weiterhin wird mit demselben Aufbau die spezifische Ladung des Elektrons und das lokale Erdmagnetfeld bestimmt.

2 Theorie

2.1 Elektrisches Feld

Die kinetische Energie eines durch die Spannung U_B in z -Richtung beschleunigten Elektrons beträgt

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v_z^2 = e \cdot U_B. \quad (1)$$

Die Stärke eines in einem (hinreichend langen) Plattenkondensator herrschenden homogenen Elektrische Felds beträgt

$$E = \frac{U_d}{d} \quad (2)$$

mit der anliegenden Spannung U_d und dem Plattenabstand d . Mit der elektrischen Kraft

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (3)$$

folgt daraus für die Geschwindigkeit, die ein Elektron im Zeitintervall Δt , in dem es zwischen den Platten ist, erreicht

$$v_y = \frac{e}{m_e} \frac{U_d}{d} \Delta t. \quad (4)$$

Das Elektron, das wie in Abb. 1 mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_z durch einen Plattenkondensator der Länge p abgelenkt wird, erfährt demnach eine Ablenkgeschwindigkeit von

$$v_y = \frac{eU_dp}{m_e dv_z}. \quad (5)$$

Unter Näherung der Tangensfunktion für kleine Winkel ergibt sich für den Ablenkwinkel

$$\theta \approx \frac{v_y}{v_z} = \frac{eU_dp}{m_e dv_z^2}. \quad (6)$$

Mit der Entfernung zum Schirm L und (1) ergibt sich auf dem Schirm demnach eine Ablenkung von

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B} \quad (7)$$

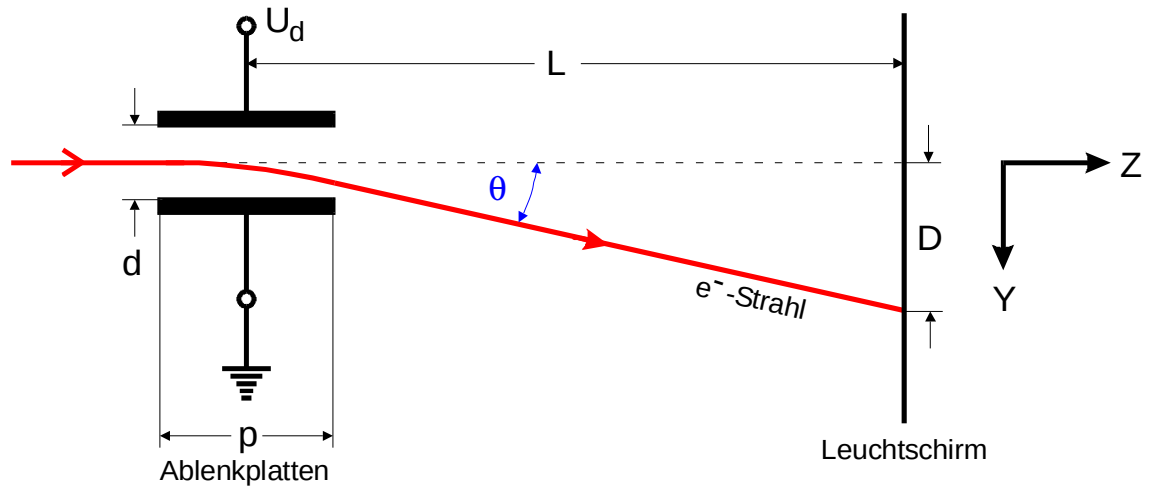


Abbildung 1: Ablenkung eines Elektronenstrahls durch einen Plattenkondensator. [1]

2.2 Magnetisches Feld

Auf eine mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegte Ladung in einem Magnetfeld \vec{B} wirkt die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (8)$$

Wenn das Teilchen (hier Elektron) sich senkrecht zum Magnetfeld bewegt, vereinfacht sich dies zu

$$F_L = ev_0 B. \quad (9)$$

Da die Kraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung steht ist die Energie des Teilchens im Gegensatz zum elektrischen Feld konstant, es ändert sich lediglich die Richtung des Geschwindigkeitsvektors. Demnach wirkt die Lorentzkraft als Zentripetalkraft und das Elektron wird auf eine Kreisbahn gezwungen. Über

$$em_e B = \frac{m_e v^2}{r} \quad (10)$$

und die Tatsache, dass die Geschwindigkeit konstant bleibt folgt dann

$$r = \frac{m_e v_0}{eB} \quad (11)$$

für den Radius der Teilchenbahn, siehe Abb. 2. Bei einer Anfangsgeschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e}{m_e}} \quad (12)$$

erhält man über den Satz des Pythagoras die Beziehung

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e}{m_e}} B \quad (13)$$

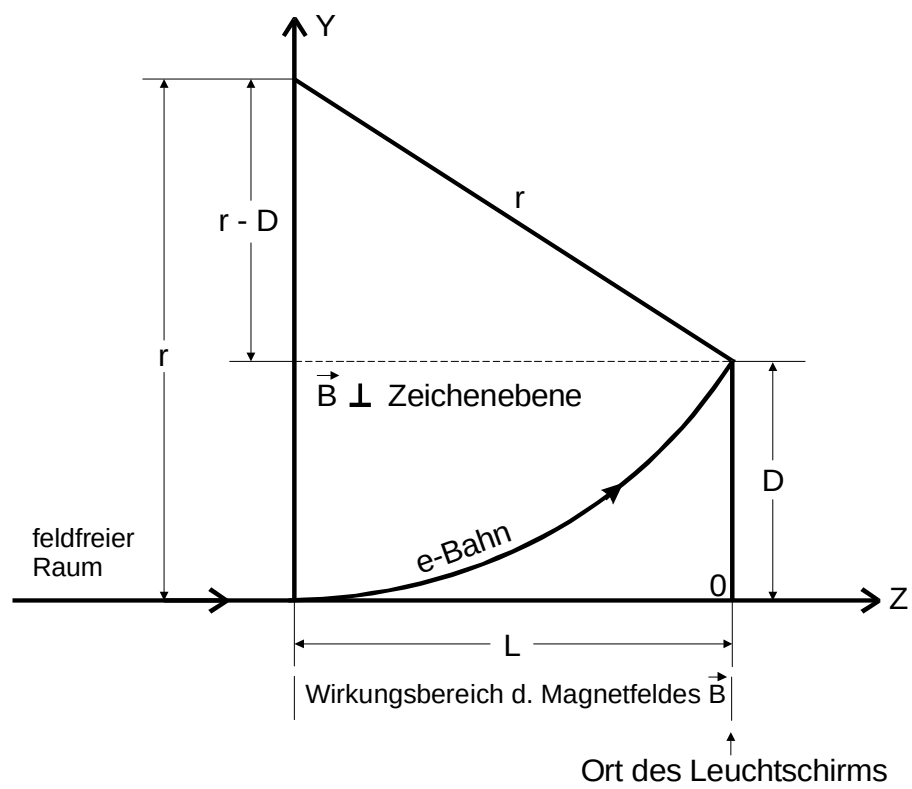


Abbildung 2: Ablenkung eines Elektronenstrahls durch ein homogenes Magnetfeld. [1]

mit der Länge L und der Ablenkung D , siehe wiederum Abb. 2.

Die Erde besitzt aufgrund ihres flüssigen äußeren Kerns ein Magnetfeld. Den Winkel zwischen der Magnetfeldrichtung und der Horizontalen in einem Punkt auf der Erde nennt man Inklination. Diese kann mit einem Inklinatorium bestimmt werden.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Elektrisches Feld

Zur Bestimmung der Ablenkung durch ein elektrisches Feld wird eine Kathodenstrahlröhre, wie in Abb. 3 dargestellt, verwendet. Die im Vakuum thermisch emittierten Elektronen werden durch einen Wehneltzylinder, mit dem Intensität reguliert werden kann und durch eine davor angebrachte gelochte Elektrode beschleunigt, sowie durch Fokussierungselektroden auf den Leuchtschirm fokussiert. Es folgen zwei Ablenkelektroden, jeweils für eine der beiden zueinander senkrechten Raumrichtungen.

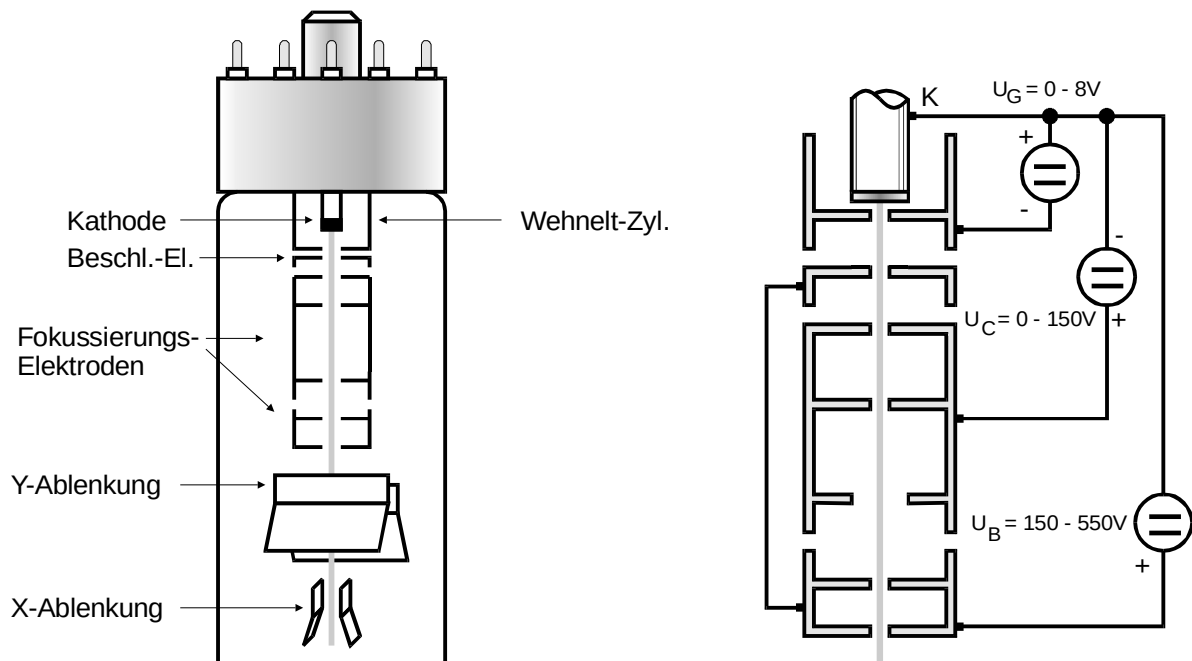


Abbildung 3: Querschnitt einer Kathodenstrahlröhre. [1]

Mithilfe der in Abb. 4 dargestellten Schaltung kann die Verschiebung des Leuchtflecks in Abhängigkeit von der Beschleunigungs- und Ablenkspannung bestimmt werden. Daraus lässt sich dann die Empfindlichkeit d/U_d aus (7) bestimmen. Weiterhin wird im zweiten Versuchsteil als x -Ablenkung eine Sägezahnspannung angelegt, um den zeitlichen Verlauf der an die y -Elektrode angeschlossenen Spannungsquelle beobachten zu können. Dies erfolgt durch die Schaltung in Abb. 5. Damit auf dem Schirm eine „stehende Welle“

sichtbar wird, muss die Synchronisationsbedingung

$$nf_{\text{Sägezahn}} = mf_{\text{Schwingung}}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (14)$$

erfüllt werden. Daher muss die Sägezahnfrequenz entsprechend eingestellt werden. Die Amplitude der Spannung kann Anhand der Ablenkung auf dem Schirm abgemessen werden.

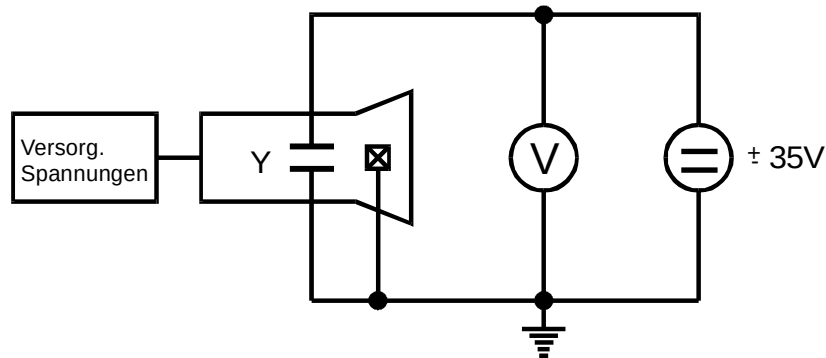


Abbildung 4: Schaltung zur Bestimmung der Empfindlichkeit. [1]

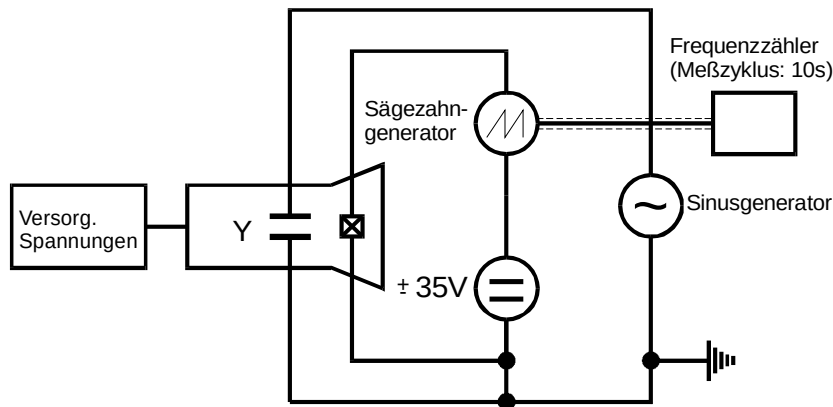


Abbildung 5: Schaltung als Oszillograph. [1]

3.2 Magnetisches Feld

Der Versuchsaufbau ist ähnlich wie beim elektrischen Feld, jedoch wird die Kathodenstrahlröhre in ein durch ein Helmholtzspulenpaar erzeugtes homogenes Magnetfeld eingebracht. Zuerst wird der Aufbau so gedreht, dass die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds parallel zum Versuchsaufbau steht. Dann wird die Spule eingeschaltet und erzeugt ein Magnetfeld

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R}, \quad (15)$$

mit dem Spulenradius

$$R = 28,2 \text{ cm} \quad (16)$$

und der Windungszahl

$$N = 20. \quad (17)$$

Die Beschleunigungsspannung sowie der Spulenstrom werden variiert und die Ablenkung des Leuchtpunktes wird gemessen. So kann nach (13) die spezifische Ladung des Elektrons e/m_e bestimmt werden.

Im zweiten Versuchsteil wird das Erdmagnetfeld dadurch bestimmt, dass der Aufbau nun senkrecht zur Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds gestellt wird und dann die erzeugte Ablenkung dann durch das „künstliche“ Magnetfeld kompensiert wird. Da hierbei nur die horizontale Komponente gemessen wird, wird zur Bestimmung der Totalintensität daraufhin noch der Inklinationwinkel ϕ des Erdmagnetfelds mit einem Kompass ausgemessen.

4 Auswertung

4.1 Empfindlichkeit der Braunschen Röhre

Um die Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$ zu ermitteln, wird für die sieben Messreihen (siehe Tabelle 1) bis 5 bei unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen U_B jeweils die Auslenkung D gegen die Ablenkspannung U_d aufgetragen. Mittels einer linearen Ausgleichsrechnung wird die Steigung der Geraden der Form $D(U_d) = a \cdot U_d + b$, welche der Empfindlichkeit entspricht, bestimmt. Dargestellt ist dies in den Abbildungen 6 bis 12.

Tabelle 1: Messwerte zur Ablenkspannung U_d und zur Ablenkung D bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen U_B .

Ablenkung D/m	Ablenkspannung $U_d(U_B = 200\text{V})/\text{V}$	Ablenkspannung $U_d(U_B = 250\text{V})/\text{V}$	Ablenkspannung $U_d(U_B = 300\text{V})/\text{V}$
-0,025	-20,43	-25,50	-30,40
-0,0191	-16,85	-21,59	-25,03
-0,012	-13,44	-16,95	-20,04
-0,006	-9,64	-12,29	-14,72
0	-6,15	-7,76	-9,19
0,006	-2,49	-3,24	-3,90
0,013	1,22	1,24	1,84
0,019	4,98	6,19	7,92
0,025	7,89	10,51	13,27

Die berechneten Werte für Die Steigung und den y-Achsenabschnitt der Geraden befinden sich in Tabelle 6.

Damit ergibt sich für die Empfindlichkeit gemittelt $\langle \frac{D}{U_d} \rangle = (0.0100 \pm 0.0004) 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{V}}$.

4.2 Bestimmung der Apparaturkonstante

Die zuvor bestimmten Empfindlichkeiten sollen nun gegen $\frac{1}{U_B}$ aufgetragen werden (siehe Abbildung 13). erneut wird mittels linearer Ausgleichsrechnung die Steigung bestimmt und soll mit der Konstante $A = \frac{pL}{2d}$ verglichen werden.

Tabelle 2: Messwerte zur Ablenkspannung U_d und zur Ablenkung D bei $U_B = 350$.

Ablenkung D/m	Ablenkspannung U_d/V
-0,024	-33,96
-0,019	-29,50
-0,013	-23,86
-0,006	-17,05
0	-10,79
0,006	-4,46
0,013	2,49
0,019	8,49
0,025	15,36

Tabelle 3: Messwerte zur Ablenkspannung U_d und zur Ablenkung D bei $U_B = 400$.

Ablenkung D/m	Ablenkspannung U_d/V
-0,021	-34,60
-0,019	-32,82
-0,013	-26,18
-0,006	-19,28
0	-12,26
0,006	-5,24
0,013	2,15
0,019	9,66
0,025	16,76

Tabelle 4: Messwerte zur Ablenkspannung U_d und zur Ablenkung D bei $U_B = 450$.

Ablenkung D/m	Ablenkspannung U_d/V
-0,016	-33,85
-0,014	-31,38
-0,013	-26,69
-0,006	-21,80
0	-13,89
0,006	-5,87
0,013	2,32
0,019	10,37
0,025	18,93

Tabelle 5: Messwerte zur Ablenkspannung U_d und zur Ablenkung D bei $U_B = 500$.

Ablenkung D/m	Ablenkspannung U_d/V
-0,014	-34,52
-0,013	-32,93
-0,010	-28,12
-0,006	-23,72
0	-15,33
0,006	-6,46
0,013	2,57
0,019	12,02
0,025	21,21

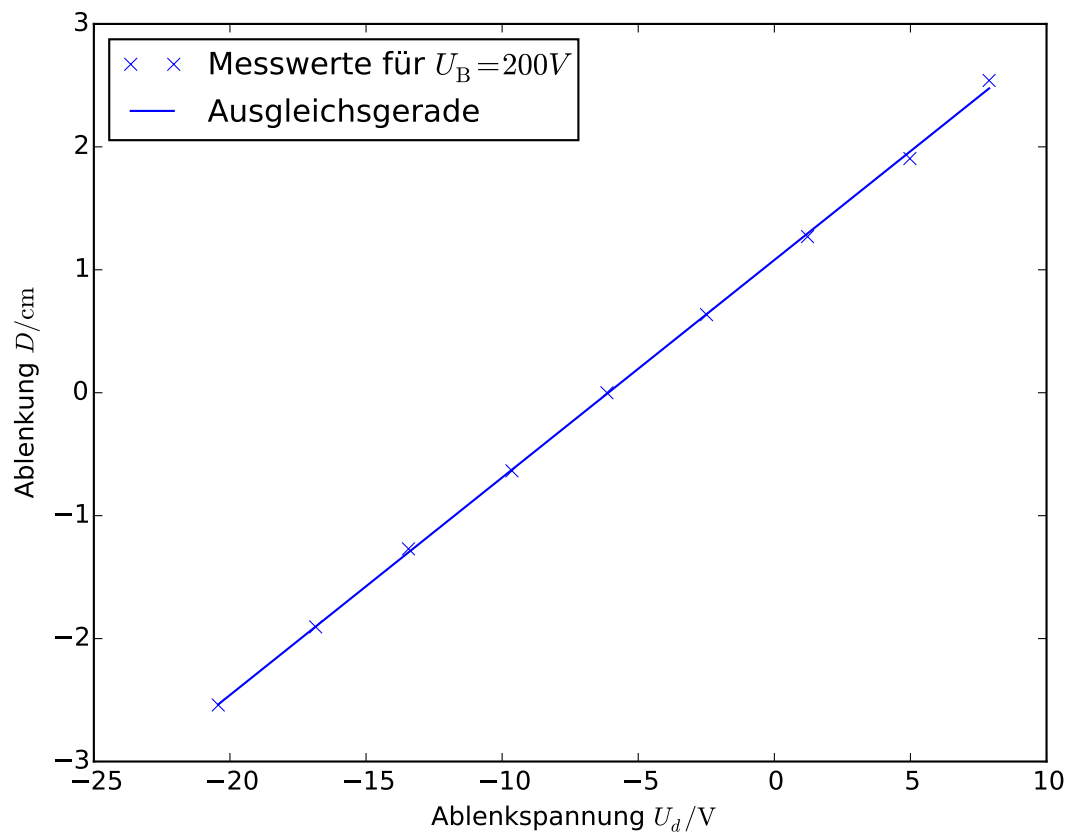


Abbildung 6: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 200 V.

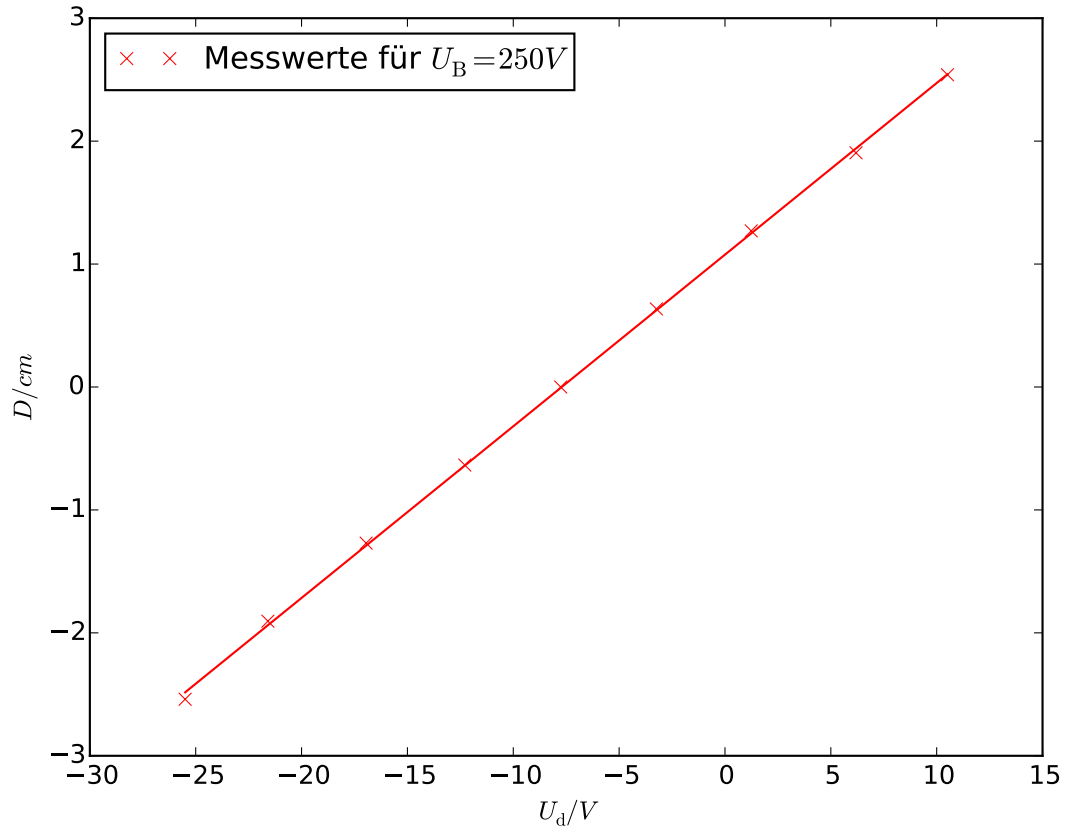


Abbildung 7: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 250V.

Tabelle 6: Werte für die Steigungen der Ausgleichsgeraden.

Beschleunigungsspannung U_B/V	Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}/10^{-2} \frac{m}{V}$	$b/10^{-2}m$
200	$0,177 \pm 0,001$	$1,078 \pm 0,014$
250	$0,140 \pm 0,001$	$1,077 \pm 0,012$
300	$0,116 \pm 0,001$	$1,035 \pm 0,017$
350	$0,099 \pm 0,001$	$1,048 \pm 0,015$
400	$0,089 \pm 0,001$	$1,066 \pm 0,011$
450	$0,080 \pm 0,002$	$1,066 \pm 0,034$
500	$0,076 \pm 0,001$	$1,090 \pm 0,015$

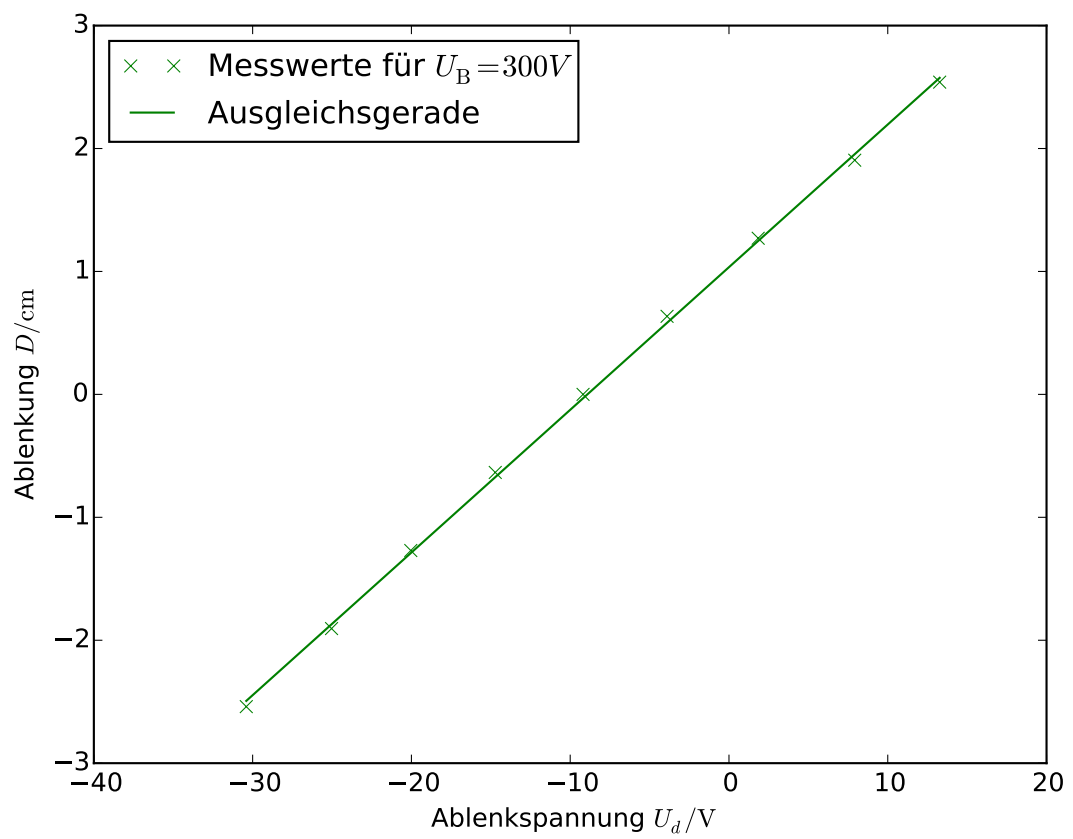


Abbildung 8: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 300V.

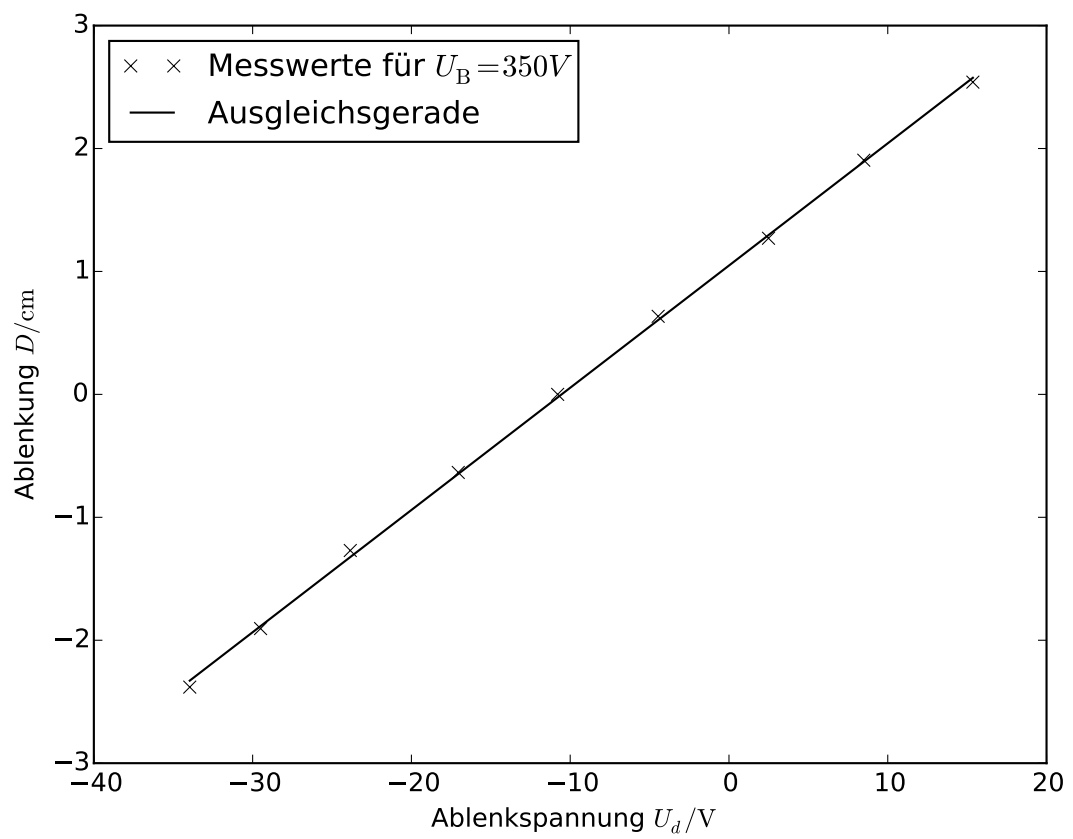


Abbildung 9: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 350V.

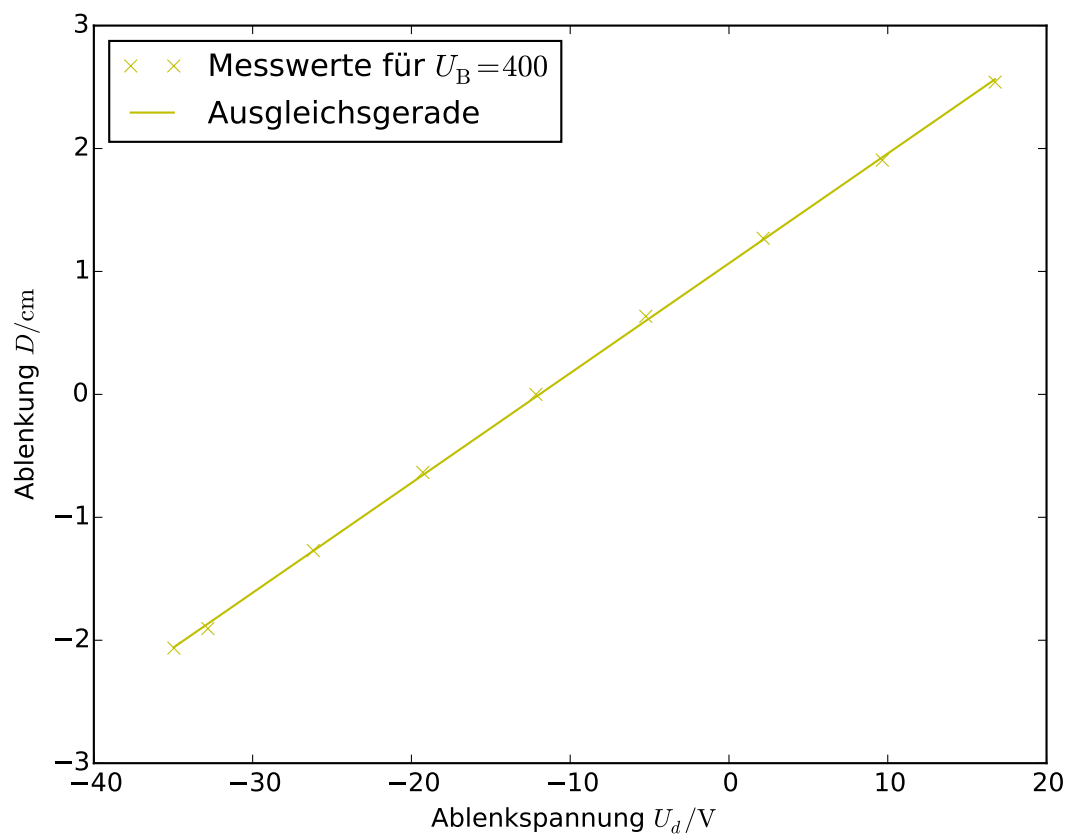


Abbildung 10: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 400V.

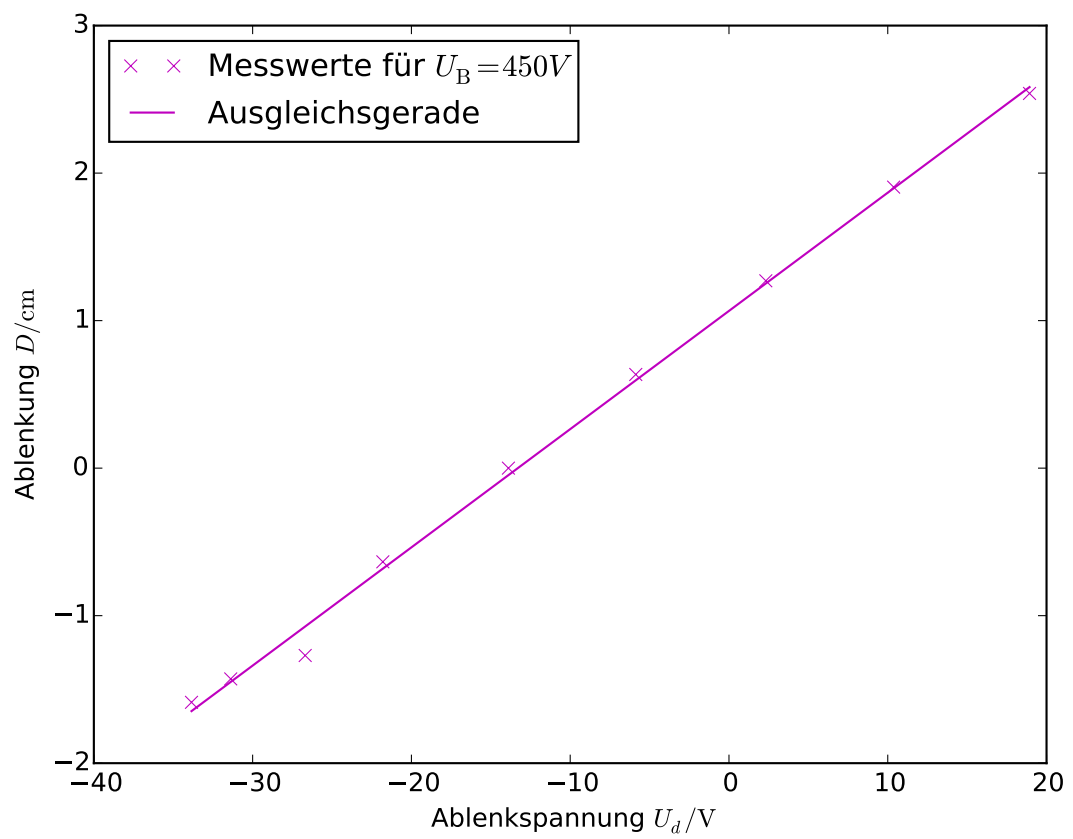


Abbildung 11: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 450V.

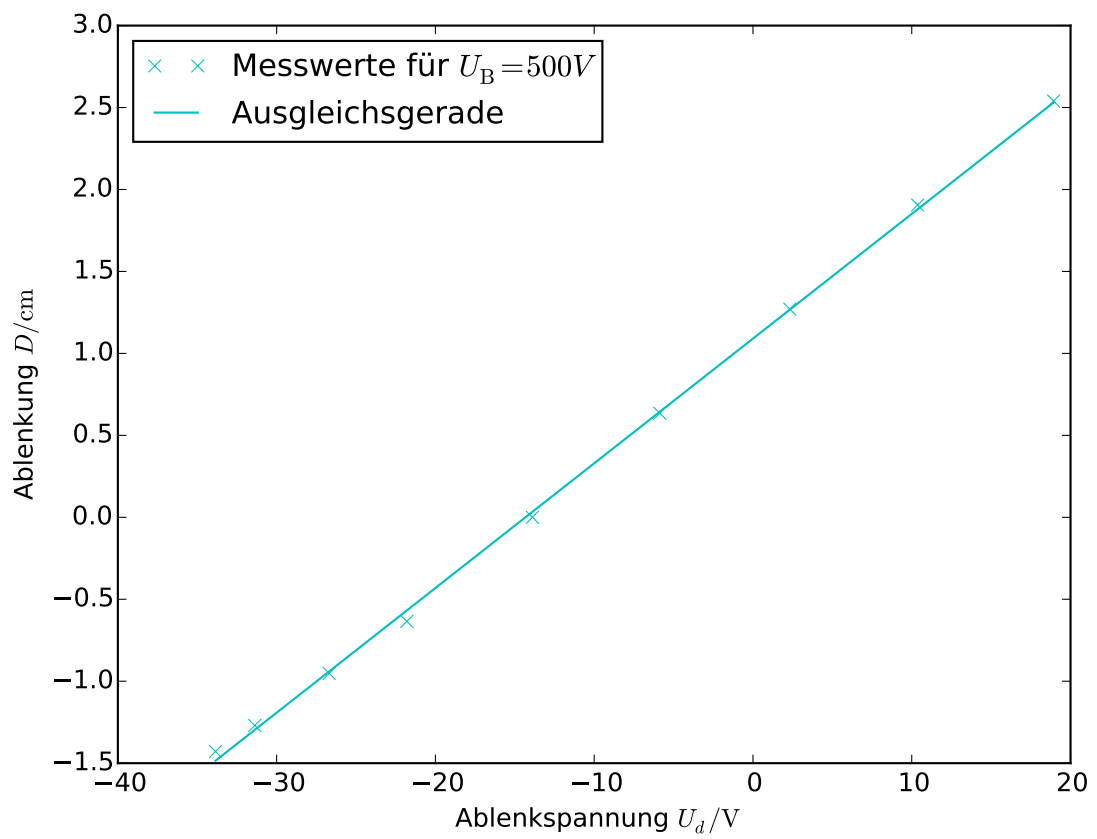


Abbildung 12: Ablenkung D in Abhängigkeit von U_d für U_B 500V.

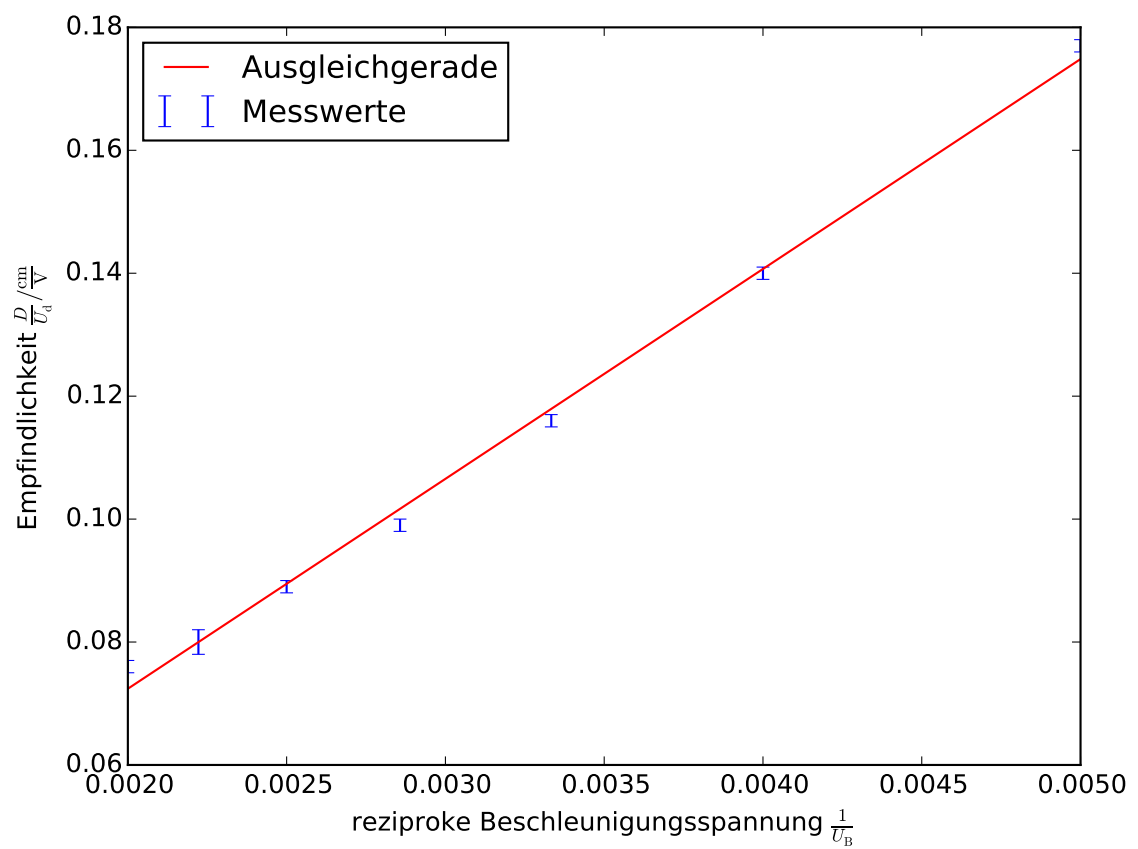


Abbildung 13: Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$ in Abhängigkeit von der reziproken Beschleunigungsspannung $\frac{1}{U_B}$.

Für die Gerade gilt erneut $D(U_d) = a \cdot U_d + b$. Für a und b ergeben sich folgende Werte:

$$a = (34,147 \pm 0,972)10^{-2}\text{m} \quad (18)$$

$$b = (0,004 \pm 0,003) \frac{10^{-2}\text{m}}{\text{V}} \quad (19)$$

$$(20)$$

Mit

$$p = 0,0019\text{m} \quad (21)$$

$$l = 0,1533\text{m} \quad (22)$$

$$d = 0,000665\text{m} \quad (23)$$

$$(24)$$

ergibt sich für $A = 0,438$ m. Das entspricht einer Abweichung von $(28 \pm 0,04)\%$ zur berechneten Steigung der Ausgleichsgeraden.

4.3 Kathodenstrahl-Oszillograph

Im folgenden Teil soll aus den vier gemessenen Frequenzen der Sägezahnspannung die Frequenz der anliegenden Sinusspannung ermittelt sowie ihr Scheitelwert berechnet werden. Die gemessenen Frequenzen befinden sich in Tabelle 7.

Tabelle 7: Werte für die Steigungen der Ausgleichsgeraden.

f/Hz	D/m	n
79,87	0,01905	1
39,95	0,01905	2
159,75	0,01905	1/2
239,37	0,01905	1/3

Mit der Synchronisationsbedingung $nf_{\text{Sä}} = mf_{\text{sin}}$ folgt, dass $f_{\text{sin}} = 79,87$ Hz. Setzt man die Empfindlichkeit mit $\frac{D}{U_{\text{sin}}}$ gleich, erhält man.

$$(0.0100 \pm 0.0004)10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{V}} = \frac{0,01905\text{m}}{U_{\text{sin}}} \Rightarrow U_{\text{sin}} = 19,5\text{V}. \quad (25)$$

4.4 Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld

Die gemessenen Spulenströme für verschiedene Beschleunigungsspannungen sind in Tabelle 8 bis 12 dargestellt. Das B -Feld innerhalb der Spule kann mit Formel (15) berechnet werden. Nun soll, wie in Abbildung 14 und 15 dargestellt, $\frac{D}{L^2 + D^2}$ gegen B aufgetragen werden und aus der Steigung der Ausgleichsgeraden die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$ bestimmt werden.

Tabelle 8: Messwerte zur Ablenkung D , zum Spulenstrom I_S und dem daraus resultierenden B -feld bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 250\text{V}$.

Ablenkung D/m	I_S/A	B/mT
0	0	0
0,0254	0,27	0,017
0,0508	0,60	0,038
0,0762	0,91	0,058
0,1016	1,25	0,080
0,127	1,58	0,101
0,1524	1,91	0,122
0,1778	2,25	0,143
0,2032	2,59	0,165

Tabelle 9: Messwerte zur Ablenkung D , zum Spulenstrom I_S und dem daraus resultierenden B -feld bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 300\text{V}$.

Ablenkung D/m	I_S/A	B/mT
0	0	0
0,0254	0,32	0,20
0,0508	0,67	0,043
0,0762	1,04	0,066
0,1016	1,38	0,088
0,127	1,75	0,112
0,1524	2,09	0,133
0,1778	2,45	0,156
0,2032	2,81	0,179

Tabelle 10: Messwerte zur Ablenkung D , zum Spulenstrom I_S und dem daraus resultierenden B -feld bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 350\text{V}$.

Ablenkung D/m	I_S/A	B/mT
0	0	0
0,0254	0,33	0,021
0,0508	0,70	0,045
0,0762	1,09	0,070
0,1016	1,47	0,094
0,127	1,84	0,117
0,1524	2,27	0,145
0,1778	2,68	0,171
0,2032	3,02	0,193

Tabelle 11: Messwerte zur Ablenkung D , zum Spulenstrom I_S und dem daraus resultierenden B -feld bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 400\text{V}$.

Ablenkung D/m	I_s/A	B/mT
0	0	0
0,0254	0,4	0,026
0,0508	0,77	0,049
0,0762	1,22	0,078
0,1016	1,63	0,104
0,127	2,05	0,131
0,1524	2,49	0,159
0,1778	2,88	0,184
0,2032	/	/

Tabelle 12: Messwerte zur Ablenkung D , zum Spulenstrom I_S und dem daraus resultierenden B -feld bei der Beschleunigungsspannung $U_B = 450\text{V}$.

Ablenkung D/m	I_s/A	B/mT
0	0	0
0,0254	0,41	0,026
0,0508	0,82	0,052
0,0762	1,28	0,082
0,1016	1,69	0,108
0,127	2,12	0,135
0,1524	2,58	0,165
0,1778	3,01	0,192
0,2032	/	/

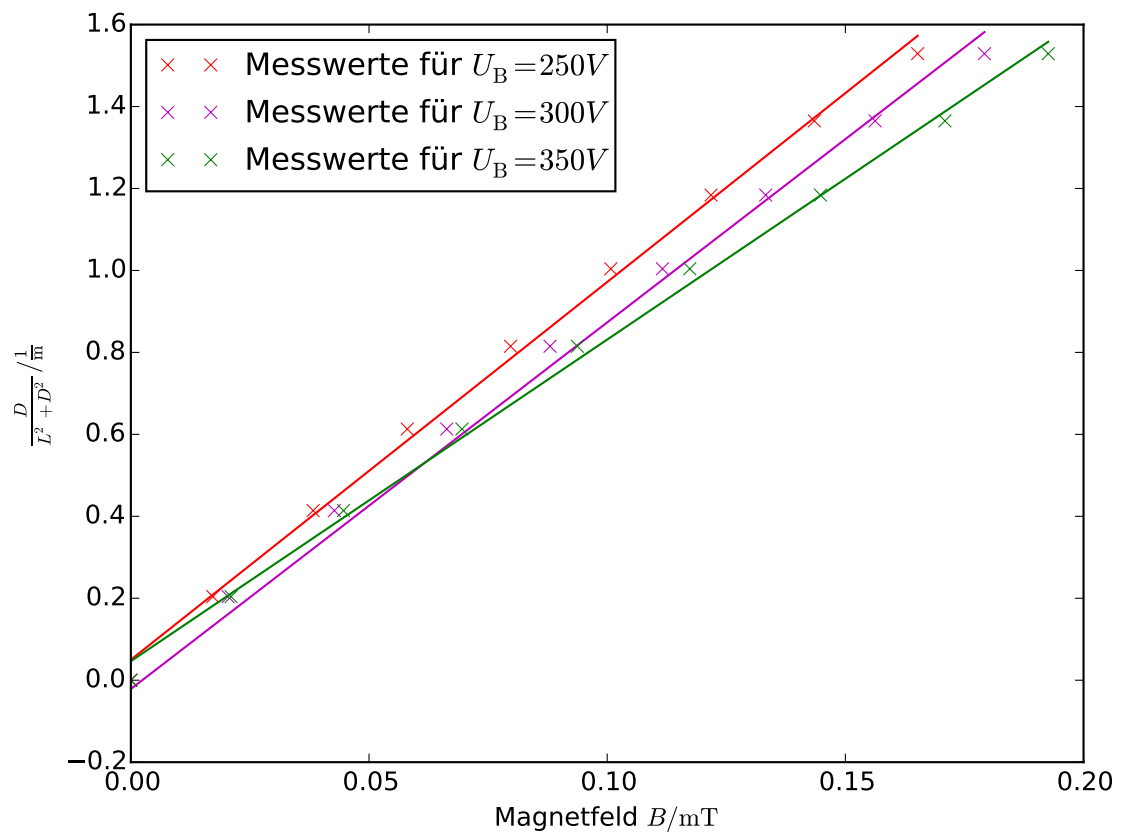


Abbildung 14: $\frac{D}{L^2 + D^2}$ in Abhängigkeit von B für $U_B 250 - 350V$.

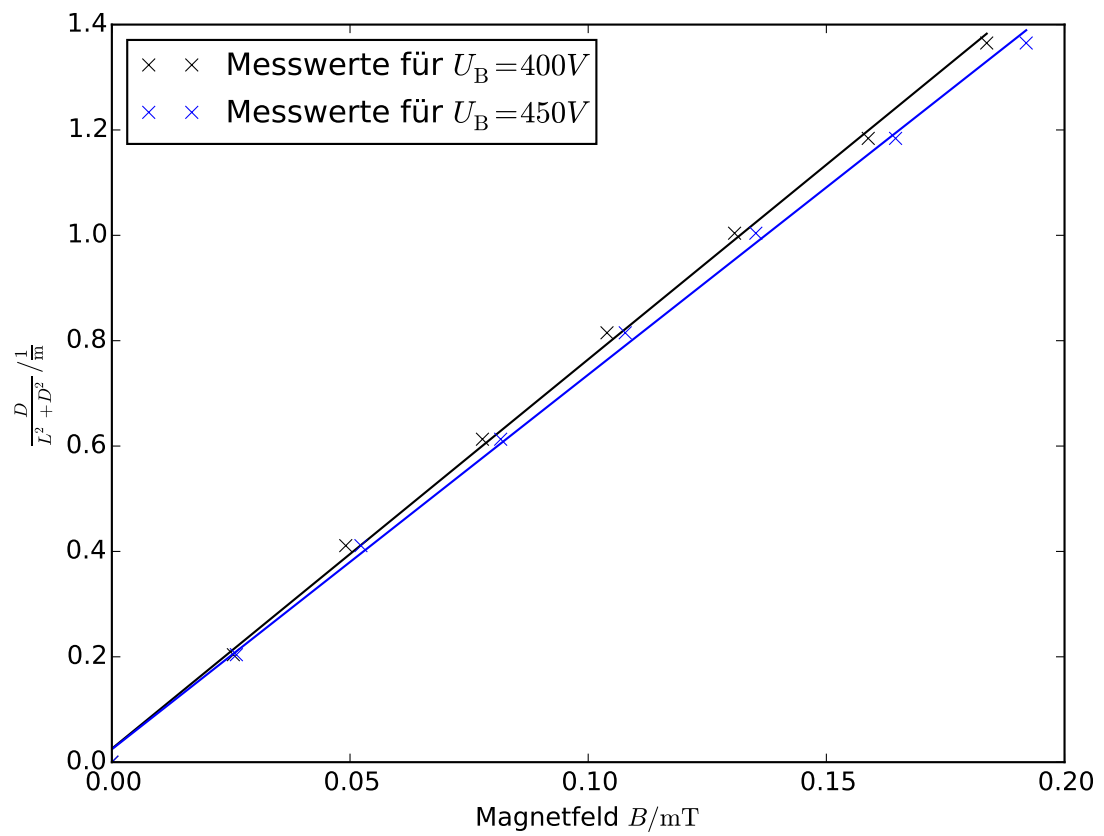


Abbildung 15: $\frac{D}{L^2 + D^2}$ in Abhängigkeit von B für $U_B 400 - 500V$.

Für alle geraden gilt $y = ax + b$. Die Werte der Parameter für die Ausgleichsgeraden befinden sich in Tabelle 13. Mit Gleichung (13) folgt für die spezifische Ladung

$$\frac{e}{m_e} = 8U_B a^2. \quad (26)$$

Die Werte hierzu befinden sich ebenfalls in 13.

Tabelle 13: Werte für die Steigungen der Ausgleichsgeraden und die daraus ermittelte spezifische Ladung.

U_B/V	$a/\frac{1}{\text{m mT}}$	$b/\frac{1}{\text{m}}$	$\frac{e}{m_e}/\frac{\text{C}}{\text{kg}} 10^1 1$
250	$9,218 \pm 0,197$	$0,050 \pm 0,019$	$1,70 \pm 0,07$
300	$8,945 \pm 0,040$	$-0,021 \pm 0,019$	$1,92 \pm 0,16$
350	$7,849 \pm 0,162$	$0,046 \pm 0,019$	$1,72 \pm 0,07$
400	$7,389 \pm 0,121$	$0,026 \pm 0,013$	$1,75 \pm 0,06$
450	$7,110 \pm 0,115$	$0,024 \pm 0,013$	$1,82 \pm 0,06$

Damit ergibt sich für die spezifische Ladung ein Mittelwert von $\langle \frac{e}{m_e} \rangle = (1,78 \pm 0,04) 10^1 1 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$.

4.5 Bestimmung der Totalintensität des Erdmagnetfeldes

Für den Spulestrom und dem Inklinationwinkel werden folgende Werte gemessen:

$$I_{\text{hor}} = 0,12\text{A} \quad (27)$$

$$\phi = 72,5^\circ \quad (28)$$

$$(29)$$

Es wird erneut Gleichung (15) für das B -Feld innerhalb einer Helmholtzspule verwendet. Mit der gemessenen Stromstärke ergibt sich die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes. Für die Totalintensität gilt

$$B_{\text{total}} = \frac{B_{\text{hor}}}{\cos(\phi)}. \quad (30)$$

Damit ergibt sich $B_{\text{total}} = 2,54 \cdot 10^{-5}\text{T}$.

5 Diskussion

Alle Werte der Messreihen, welche zur Bestimmung der Empfindlichkeit der Braunschen Röhre durchgeführt wurden, liegen auf der jeweiligen Ausgleichsgeraden. Die ermittelten Empfindlichkeiten für die Braunsche Röhre zeigen untereinander kleine Abweichungen, was darauf hindeutet, dass die Messung nur geringe Ungenauigkeiten aufweist. Das Auftragen

der Empfindlichkeit $\frac{D}{U_d}$ gegen $\frac{1}{U_B}$ bestätigt dies, da die ermittelte Steigung lediglich um $(28 \pm 0,04)\%$ von der Apparaturkonstante abweicht. Auch die Werte der Messreihen zur Bestimmung der spezifischen Ladung können durch die Ausgleichsgeraden beschrieben werden. Der gemittelte Wert der spezifischen Ladung $\langle \frac{e}{m_e} \rangle = (1,78 \pm 0,04) 10^{11} \frac{C}{kg}$ weicht nur geringfügig vom Literaturwert $\frac{e_{lit}}{m_{e,lit}} = 1,759 \cdot 10^{11} C kg^{-1}$ [2] ab. Die Abweichung beträgt $(1,7 \pm 2,3)\%$. Die berechnete Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes $B_{hor} = 25,45 \cdot 10^{-6} T$ weicht um 92,53% vom Literaturwert $B_{hor,lit} = 49 \cdot 10^{-6} T$ [3] ab. Die Abweichung kann darauf zurückgeführt werden, dass nur abgeschätzt werden konnte, wann der Leuchtfleck sich wieder in seiner ursprünglichen Lage befand.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 501/2: Elektronen im elektrischen/magnetischen Feld.*
- [2] Matthias Felsch u. a. *Das große Tafelwerk interaktiv.*
- [3] Wolfram/Alpha. URL: <http://wolframalpha.com>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.