

V107

Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Theodor Zies

theodor.zies@tu-dortmund.de

Tom Troska

tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 23.11.2021

Abgabe: 30.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	3
2. Durchführung	4
2.1. Bestimmung der Viskosität und Reynoldszahl	4
2.2. Bestimmung der Apperaturkonstante der großen Kugel	4
2.3. Temperaturabhängigkeit der Fallzeit	5
3. Auswertung	5
3.1. Berechnung der Viskosität von destilliertem Wasser bei Raumtemperatur	5
3.2. Berechnung der Apperaturkonstante der großen Kugel	6
3.3. Berechnung der Reynoldszahl	7
3.4. Temperaturabhängigkeit der Viskosität	7
4. Diskussion	10
Literatur	11
A. Anhang	13
A.1. Originaldaten	13

1. Theorie

Auf eine Kugel, welche sich in einer Flüssigkeit unter Einfluss der Gravitation bewegt, wirkt die Stokessche Reibungskraft

$$F_R = 6\pi\eta vr. \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet v die Geschwindigkeit der Kugel, r den Radius selber Kugel und η die dynamische Viskosität. Neben der Stokesschen Reibungskraft F_R wirkt auch eine Auftriebskraft F_A und die Schwerkraft F_G . Fällt eine Kugel in einer viskosen Flüssigkeit stellt sich nach kurzer Zeit ein Kräftegleichgewicht ein, sodass sich die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt.

Dies kann in einem Höppler-Viskosimeter untersucht werden.

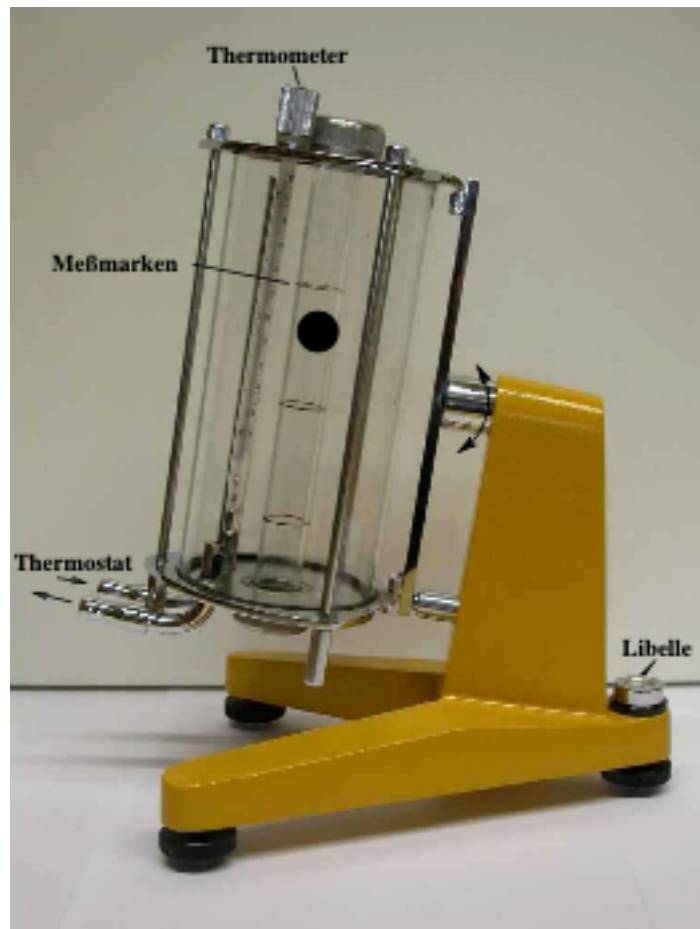


Abbildung 1: Ein Höppler-Viskosimeter mit regelbarer Wassertemperatur T und Messmarken in einem Abstand von jeweils $\Delta s = 5\text{cm}$. [3]

In diesem Versuch gilt es zu zeigen, dass die dynamische Viskosität einer Flüssigkeit von der Temperatur abhängig ist. Dabei ist zu beachten, dass sich ein solcher Zusammenhang

nur für laminare und nicht für turbulente Strömungen in geschlossener Form schreiben lässt. Ein Maß für die Turbulenz einer Rohrströmung ist die Reynoldszahl [2]

$$Re = \frac{\rho v_S r}{\eta}. \quad (2)$$

Die Reynoldszahl ist abhängig von der Dichte der Flüssigkeit ρ , der Strömungsgeschwindigkeit v_S , dem Rohrdurchmesser r , sowie der dynamischen Viskosität η . Liegt die Reynoldszahl unter einem kritischen Wert von $R_{\text{crit}} \approx 1200$ [2, 341/B102] liegt eine laminare Strömung vor.

Wenn dies erfüllt ist, lässt sich die dynamische Viskosität η über die Formel

$$\eta = K(\rho_K - \rho_{\text{Fl}}) \cdot t \quad (3)$$

beschreiben. K ist eine Apperaturkonstante und enthält die Fallhöhe von $\Delta s = 10\text{cm}$. Außerdem bestehen auch Abhängigkeiten von der Fallzeit t , der Dichte der Flüssigkeit ρ_{Fl} und der Kugeldichte ρ_K .

Aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Dichten, ist die dynamische Viskosität gleichermaßen temperaturabhängig und kann über die *Andradesche Gleichung*

$$\eta(T) = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (4)$$

beschrieben werden.

2. Durchführung

2.1. Bestimmung der Viskosität und Reynoldszahl

Zu Beginn werden der Durchmesser d und die Masse m der kleinen sowie der großen Glaskugel bestimmt, sodass anschließend deren Dichten berechnet werden können. Die Apperaturkonstante der kleinen Kugel ist bekannt.

Das Höppler-Viskosimeter wird nun mit destilliertem Wasser befüllt, wobei alle eingeschlossenen Luftblasen entfernt werden. Für diesen Versuchsteil besitzt das Wasser eine konstante Temperatur von 20 °C. Zur Bestimmung der Reynoldszahl wird die Viskosität des destillierten Wassers bestimmt, indem die Fallzeit der kleinen Kugel im Viskosimeter gemessen wird. Als Orientierung dafür werden zwei rote Markierungen mit einem Abstand von 5cm gewählt.

Da die Fallzeit von der Oberseite zur Unterseite nicht genau identisch ist mit der von der Unterseite zur Oberseite (nach Drehung um 180° des Viskosimeters) werden diese Fälle separat gemessen und ausgewertet.

Es werden 10 Werte je Richtung gemessen und anschließend gemittelt. Aus den Ergebnissen wird in der Auswertung die Viskosität sowie die Reynoldszahl berechnet.

2.2. Bestimmung der Apperaturkonstante der großen Kugel

Als nächstes wird die kleine Kugel aus dem Höppler-Viskosimeter entfernt und gegen die Große getauscht. Auch hier besitzt das Wasser eine konstante Temperatur von 20 °C. Da

die Viskosität des destillierten Wassers bereits aus Unterabschnitt 2.1 bekannt ist, kann nun die Apperaturkonstante der großen Kugel bestimmt werden. Dafür wird deren Fallzeit wie in Unterabschnitt 2.1 für beide Richtungen getrennt gemessen. Aufgrund der längeren Fallzeit ist die Messung genauer und 5 Werte je Richtung genügen.

2.3. Temperaturabhängigkeit der Fallzeit

Für den letzten Teil des Versuchs wird erneut die große Kugel verwendet. Die Temperatur des destillierten Wassers im Höppler-Viskosimeter wird nun durch Heizen des Wasserbades variiert. Ausgehend von 22°C wird die Temperatur in ca. 3°C Schritten erhöht bis 50°C erreicht sind. Um ein Sieden des Wassers zu vermeiden wird dieser Wert nicht überschritten.

Für jeden Temperaturwert wird die Fallzeit der großen Kugel 2 mal gemessen, und dies wie in Unterabschnitt 2.1 und Unterabschnitt 2.2 jeweils getrennt für beide Richtungen.

3. Auswertung

3.1. Berechnung der Viskosität von destilliertem Wasser bei Raumtemperatur

Aus dem gemessenen Durchmesser der kleinen Glaskugel $d_{kl} = (1,565 \pm 0.01)\text{cm}$ und der angegebenen Masse $m_{kl} = 4.4531\text{g}$ wird die Dichte berechnet:

$$\rho_{kl} = \frac{m_{kl}}{V_{kl}} = \frac{m_{kl}}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} = (2,22 \pm 0,04) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (5)$$

Ein Literaturwert für die Dichte von Wasser bei Raumtemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ lautet $\rho_{\text{Wasser}} = 0,99823\text{g/cm}^3$. [2, S. 551/C23]

Die Fallzeiten der kleinen Kugel sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Tabelle 1: Fallzeiten der kleinen Kugel bei Start von oben bzw. unten

t oben [s]	t unten [s]
6,62	6,76
6,62	6,50
6,61	6,43
6,68	6,50
6,56	6,56
6,49	6,68
6,56	6,64
6,44	6,50
6,50	6,49
6,69	6,69

Dabei wird der Messfehler der Fallzeit mit $\Delta t = 0.5\text{s}$ angesetzt. Durch Mittelwertbildung erhält man abschließend folgende Ergebnisse:

$$\begin{aligned}\bar{t}_{\text{oben}} &= (6,58 \pm 0,16)\text{s} \\ \bar{t}_{\text{unten}} &= (6,58 \pm 0,16)\text{s}.\end{aligned}$$

Setzt man diese Werte zusammen mit der gegebenen Apperaturkonstante $K = 0.07640 \frac{\text{mPas cm}^3}{\text{g}}$ und den ermittelten Dichten $\rho_{\text{kl}} = (2,22 \pm 0,04)\text{g/cm}^3$ und $\rho_{\text{Fl}} = \rho_{\text{Wasser}} = 0,99823\text{g/cm}^3$ in Gleichung 3 ein, erhält man folgende Ergebnisse für die Viskosität des destillierten Wassers:

$$\begin{aligned}\eta_{\text{oben}} &= (1,23 \pm 0,05)\text{mPas} \\ \eta_{\text{unten}} &= (1,23 \pm 0,05)\text{mPas}.\end{aligned}$$

3.2. Berechnung der Apperaturkonstante der großen Kugel

Die Fallzeiten der großen Kugel sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Tabelle 2: Fallzeiten der großen Kugel bei Start von oben bzw. unten

t oben [s]	t unten [s]
43,05	42,63
43,33	42,47
43,01	42,92
43,47	42,68
42,98	42,79

Auch hier wird der Messfehler der Fallzeit mit $\Delta t = 0.5\text{s}$ angesetzt. Durch Mittelwertbildung erhält man abschließend folgende Fallzeiten:

$$\begin{aligned}\bar{t}_{\text{oben}} &= (43.17 \pm 0,22)\text{s} \\ \bar{t}_{\text{unten}} &= (42.70 \pm 0,22)\text{s}.\end{aligned}$$

Aus dem gemessenen Durchmesser der großen Glaskugel $d_{\text{gr}} = (1,585 \pm 0.01)\text{cm}$ und der angegebenen Masse $m_{\text{gr}} = 4.9528\text{g}$ wird die Dichte berechnet:

$$\rho_{\text{gr}} = \frac{m_{\text{gr}}}{V_{\text{gr}}} = \frac{m_{\text{gr}}}{\frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3} = (2,38 \pm 0,04) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad (6)$$

Für die Dichte des Wassers wird der selbe Wert wie in Unterabschnitt 3.1 verwendet. Gleichung 3 wird nun nach der Apperaturkonstante K aufgelöst:

$$K = \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_{F1}) \cdot t} \quad (7)$$

Nun werden alle Werte eingesetzt und die Ergebnisse verdoppelt, damit sich die Apperaturkonstante wie bei der kleinen Kugel auf 10cm bezieht. Es ergibt sich:

$$K_{\text{oben}} = (0,0103 \pm 0,0006) \frac{\text{mPacm}^3}{\text{g}}$$

$$K_{\text{unten}} = (0,0104 \pm 0,0006) \frac{\text{mPacm}^3}{\text{g}}.$$

3.3. Berechnung der Reynoldszahl

In Gleichung 2 kann die Strömungsgeschwindigkeit v_s der Kugel ersetzt werden durch ihre Fallgeschwindigkeit:

$$v_s = \frac{\Delta s}{\bar{t}} \quad (8)$$

Dabei ist $\Delta s = 5\text{cm}$ und die Fallzeiten \bar{t} wurden in Unterabschnitt 3.1 und Unterabschnitt 3.2 ermittelt.

Setzt man alles ein resultiert für die Reynoldszahl der kleinen Kugel:

$$Re_{\text{oben,kl}} = (98 \pm 6)$$

$$Re_{\text{unten,kl}} = (98 \pm 6).$$

Durch gleiches vorgehen erhält man für die große Kugel:

$$Re_{\text{oben,gr}} = (14,9 \pm 0,6)$$

$$Re_{\text{unten,gr}} = (15,1 \pm 0,7).$$

Da alle Reynoldszahlen deutlich kleiner als die kritische Reynoldszahl $R_{\text{crit}} \approx 1200$ sind, liegt für alle betrachteten Fälle eine laminare Strömung vor.

3.4. Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die *Andradesche Gleichung* aus Gleichung 4 wird logarithmiert, sodass sich ein linearer Zusammenhang zwischen dem Kehrwert der Temperatur und dem natürlichen Logarithmus der dynamischen Viskosität η ergibt:

$$\eta(T) = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \ln(\eta(T)) = B \cdot \frac{1}{T} + \ln(A) \quad (10)$$

Als Messfehler werden für die Temperatur eine Unsicherheit von $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ und für die Zeit eine Messunsicherheit von $\Delta t = 0,5\text{s}$ angesetzt. Die Messung wird jeweils für beide Richtung getrennt ausgewertet. Zunächst wird der Start von oben betrachtet. Die dynamische Viskosität η wird für die jeweiligen Temperaturen T und verschiedenen Dichten ρ_{Wasser} des destillierten Wassers berechnet und tabellarisch dargestellt (Tabelle 3 und Tabelle 4). Anschließend wird eine lineare Regression mit den Wertepaaren $\{\frac{1}{T}, \ln(\eta)\}$ durchgeführt. Für die Gleichung 10 ergeben sich so die Parameter

$$B_{\text{oben}} = 1860 \pm 50 \quad (11)$$

$$\ln(A_{\text{oben}}) = -6,19 \pm 0,16 \quad \Leftrightarrow A_{\text{oben}} = 0,00206 \pm 0,00033. \quad (12)$$

Analog ergeben sich für den Start von unten die Werte

$$B_{\text{unten}} = 1940 \pm 60 \quad (13)$$

$$\ln(A_{\text{unten}}) = -6,44 \pm 0,2 \quad \Leftrightarrow A_{\text{unten}} = 0,000159 \pm 0,00032. \quad (14)$$

Tabelle 3: Fallzeiten der großen Kugel bei variabler Temperatur von oben

$T [^\circ\text{C}]$	$t [\text{s}]$	1.Messung	$t [\text{s}]$	2.Messung	$\rho_{\text{Wasser}} [\text{g}/\text{cm}^3][1]$	$\eta [\text{mPa s}]$
22		39,76		39,46	0,997 77	$1,125 \pm 0,050$
27		35,49		35,83	0,996 51	$1,014 \pm 0,045$
30		33,33		32,33	0,995 65	$0,934 \pm 0,042$
33		31,48		31,01	0,994 70	$0,890 \pm 0,040$
36		29,77		29,62	0,993 69	$0,846 \pm 0,038$
39		27,28		26,63	0,992 60	$0,769 \pm 0,035$
42		26,36		26,03	0,991 44	$0,748 \pm 0,034$
45		24,26		24,73	0,990 21	$0,700 \pm 0,033$
48		23,88		23,74	0,988 93	$0,681 \pm 0,032$
51		22,43		22,43	0,987 58	$0,642 \pm 0,030$

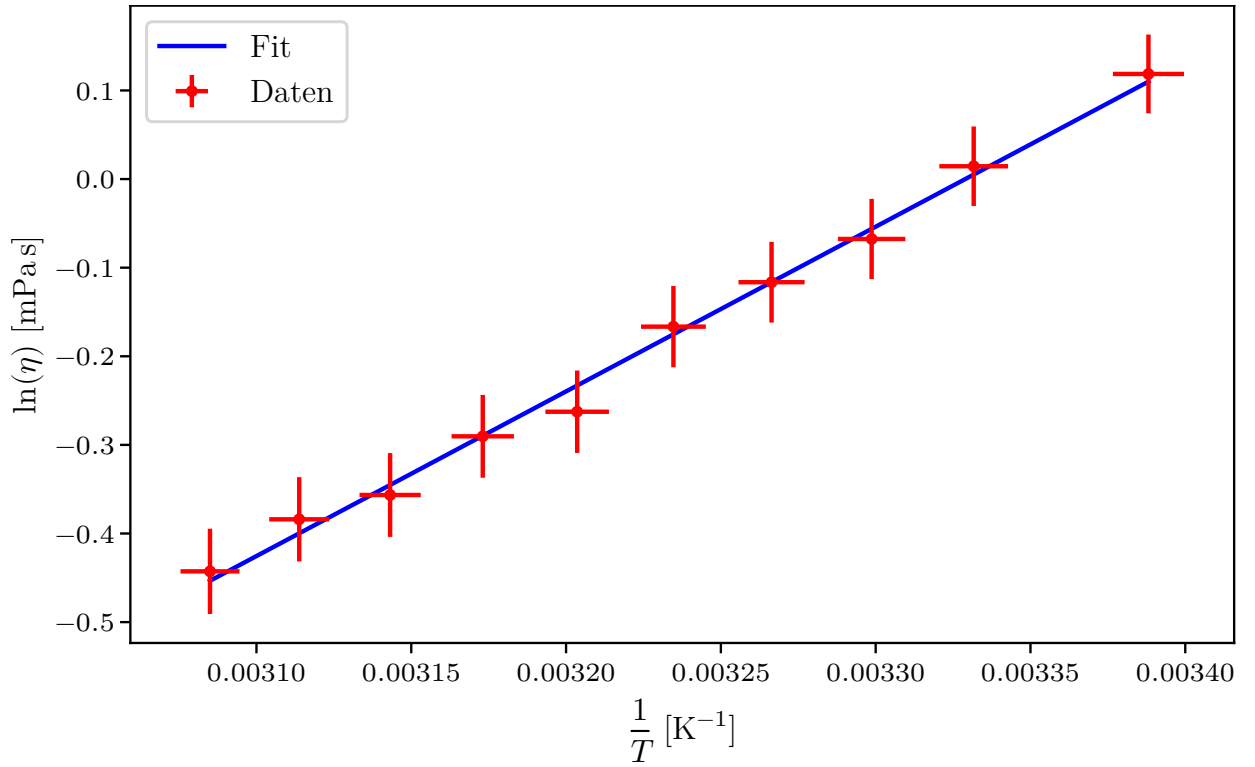


Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der Fallzeit bei Start von oben.

Tabelle 4: Fallzeiten der großen Kugel bei variabler Temperatur von unten

T [°C]	t [s]	1.Messung	t [s]	2.Messung	ρ_{Wasser} [g/cm ³][1]	η [mPa s]
22	40,12		39,06		0,997 77	1,137 ±0,050
27	36,82		35,53		0,996 51	1,040 ±0,046
30	33,51		33,12		0,995 65	0,958 ±0,043
33	30,88		30,69		0,994 70	0,886 ±0,040
36	29,12		28,86		0,993 69	0,835 ±0,038
39	26,24		26,95		0,992 60	0,767 ±0,035
42	25,83		26,02		0,991 44	0,748 ±0,035
45	24,09		24,09		0,990 21	0,696 ±0,033
48	23,17		23,35		0,988 93	0,672 ±0,032
51	22,18		22,48		0,987 58	0,646 ±0,031

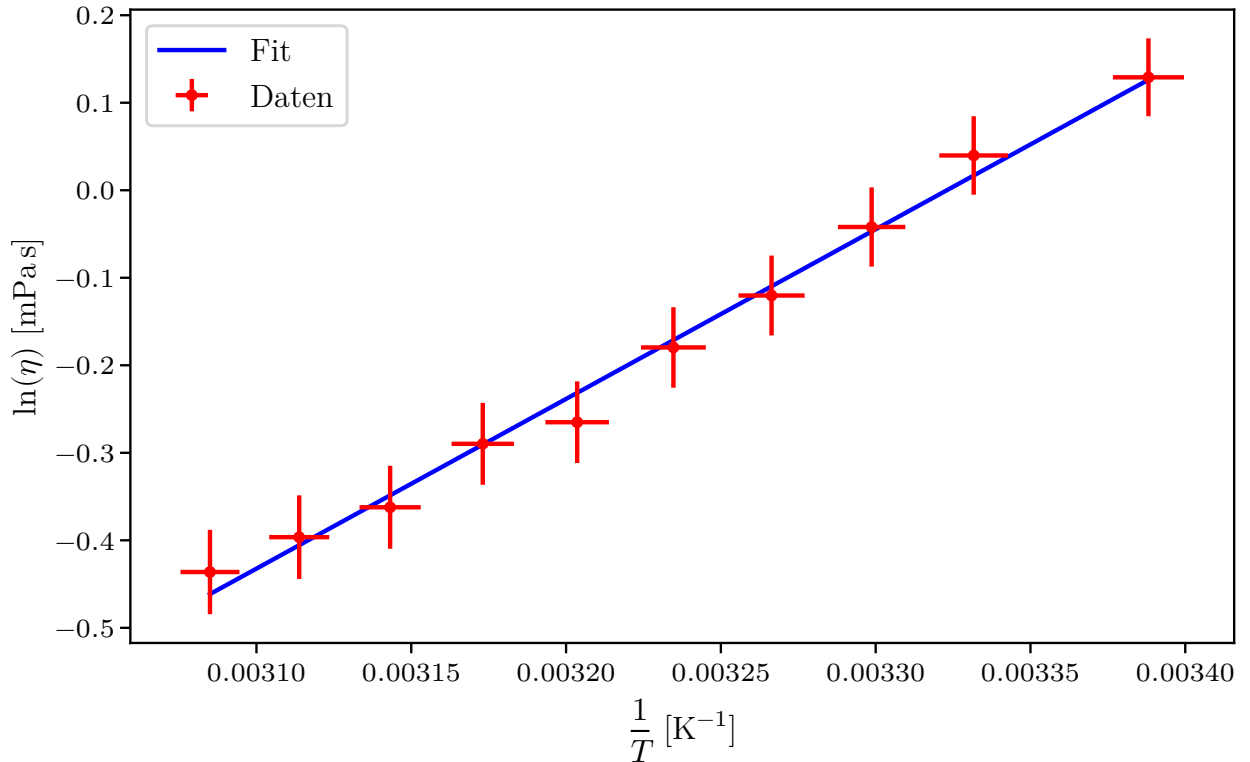


Abbildung 3: Temperaturabhängigkeit der Fallzeit bei Start von unten.

4. Diskussion

Die dynamische Viskosität von destilliertem Wasser bei Raumtemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ wird in der Literatur mit $\eta = 1,002\text{mPa s}$ [1] angegeben. Die Messung unter dem angegebenen Versuchsaufbau liefert eine dynamische Viskosität von

$$\eta_{\text{oben}} = \eta_{\text{unten}} = (1,23 \pm 0,05)\text{mPa s}.$$

Dieser Wert lässt sich auch unter Betrachtung der angegebenen Messunsicherheiten nicht mit dem Literaturwert in Einklang bringen. Die große Diskrepanz liegt eventuell darin begründet, dass für die Berechnung der dynamischen Viskosität η zunächst mehrere andere Größen bestimmt werden müssen. Zur Berechnung der Dichte ρ_{kl} der kleinen Glaskugel muss auf eine ohne Messfehler angegebene Masse m_{kl} zurückgegriffen werden. Auch kann es durchaus sein, dass die Strömung nicht in dem Maße laminar ist, wie die Reynoldszahl Re_{kl} vermuten lässt. Dies ließe sich mit etwaigen Unebenheiten auf der Kugeloberfläche begründen.

Auch die Werte der dynamischen Viskosität bei verschiedenen anderen Temperaturen liegen außerhalb des Toleranzbereichs, wie in Tabelle 5 zu sehen ist. Dabei fällt auf, dass die Messwerte in allen Fällen über den Literaturwerten liegen. Dies lässt Vermuten, dass die gemessenen Temperaturen T nicht den tatsächlichen Temperaturen in dem Fallrohr

entsprechen. Die Temperatur im Fallrohr wird durch das Erhitzen eines Wasserbades, welches das Fallrohr umspült, reguliert. Möglicherweise weicht die Wassertemperatur im Fallrohr zum Zeitpunkt der Messung um mehr als den betrachteten Fehler $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ ab.

Tabelle 5: Gemessene dynamische Viskositäten im Vergleich zu Literaturwerten

T [$^\circ\text{C}$]	η_{oben} [mPa s]	η_{unten} [mPa s]	η_{lit} [mPa s][1]
22	$1,125 \pm 0,050$	$1,137 \pm 0,050$	0,954
27	$1,014 \pm 0,045$	$1,040 \pm 0,046$	0,851
30	$0,934 \pm 0,042$	$0,958 \pm 0,043$	0,797
33	$0,890 \pm 0,040$	$0,886 \pm 0,040$	0,749
36	$0,846 \pm 0,038$	$0,835 \pm 0,038$	0,705
39	$0,769 \pm 0,035$	$0,767 \pm 0,035$	0,665
42	$0,748 \pm 0,034$	$0,748 \pm 0,035$	0,629
45	$0,700 \pm 0,033$	$0,696 \pm 0,033$	0,596
48	$0,681 \pm 0,032$	$0,672 \pm 0,032$	0,566
51	$0,642 \pm 0,030$	$0,646 \pm 0,031$	0,538

Literatur

- [1] U.S. Secretary of Commerce. *Thermophysical Properties of Fluid Systems*. 2021. URL: <https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/> (besucht am 28.11.2021).
- [2] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *HÜTTE - Das Ingenieurwissen*. Springer, 2008. ISBN: 9783540718512.
- [3] Unknown. *Versuch V107: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler*. TU Dortmund, Fakultät Physik.

A. Anhang

A.1. Originaldaten

V107 - Das Mischkoll-Viskosimeter nach Höppler

- oben: Schichtchen oben (0) (Sei. sch.) $d_{kl} = (1,585 \pm 0,01) \text{ cm}$
 - Durchbohrte kl. Glaskugel: $d_{kl} = (1,585 \pm 0,01) \text{ cm}$
 gr. Glaskugel $d_{gr} = (1,585 \pm 0,01) \text{ cm}$
 $m_{gr} = 4,9528 \text{ g}$

kl. Kugel Sei. Randtemperatur für $d_s = \text{gr. (nur bei beiden Strichen)}$

		Temperatur	
1	0	6,62	43,05
2	U	6,76	42,63
3	0	6,62	43,33
4	U	6,50	42,47
5	0	6,61	43,01
6	U	6,43	42,92
7	0	6,68	43,47
8	U	6,50	42,68
9	0	6,56	42,98
10	U	6,56	42,79
11	0	6,49	
12	U	6,68	
13	0	6,56	
14	U	6,64	
15	0	6,44	
16	U	6,50	
17	0	6,50	
18	U	6,49	
19	0	6,69	
20	U	6,69	

klein groß

T in °C	Fallzeit Ober 1 ins	Unter 1 ins	Ober 2 ins	Unter 2 ins
22	39,76	40,12	35,06 33,46	35,06
27	35,49	36,82	35,83	35,53
30	32,33	33,51	32,37	33,12
33	31,48	30,88	31,01	30,69
36	29,77	29,12	29,62	28,86
39	27,28	26,24	26,63	26,95
42	26,36	25,83	26,03	26,02
45	24,26	24,09	24,73	24,09
48	23,71	23,17		
48	23,88	23,17	23,74	23,35
51	22,43	22,18	22,43	22,48