

# ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Unidad N°4

## EJES INDUSTRIALES

Ing. Gonzalo Glissentí

Carrera Ingeniería Industrial 2023

Facultad Católica de Química e Ingeniería de Rosario

Universidad Católica Argentina

Abril 2023





# Temario

TÍTULO N°1	DEFINICIONES DE EJES PARA USO INDUSTRIAL
TÍTULO N°2	CONFIGURACIÓN DE LOS ÁRBOLES
TÍTULO N°3	TIPOS DE ESFUERZOS EJERCIDOS SOBRE LOS ÁRBOLES Y MODOS DE CÁLCULO
TÍTULO N°4	MATERIALES EMPLEADOS EN ÁRBOLES INDUSTRIALES
TÍTULO N°5	FUERZAS EJERCIDAS SOBRE LOS ÁRBOLES DE DÍFERENTES ELEMENTOS
TÍTULO N°6	CONCENTRACIÓN DE TENSIONES EN ÁRBOLES
TÍTULO N°7	RESISTENCIA REAL A LA FATIGA
TÍTULO N°8	PROCEDIMIENTO PARA DISEÑAR UN EJE
TÍTULO N°9	EJERCICIO PRÁCTICO N° 1
TÍTULO N°10	EJERCICIO PRÁCTICO N° 2

An aerial photograph of a multi-lane highway with several large trucks traveling in the same direction. The image is overlaid with a semi-transparent orange filter. On the left side, there is a thick white vertical bar. The title text is centered horizontally and partially overlaps the white bar.

# DEFINICION DE EJE y ÁRBOL

# Definiciones

## Árboles y Ejes

Los árboles y ejes son **elementos de máquinas**, generalmente de sección transversal circular, usados para **sostener piezas que giran solidariamente o entorno a ellos**. Principal característica dimensional y Geométrica: diámetro mucho menor que su longitud.

Algunos elementos que se montan sobre árboles y ejes son **ruedas dentadas, poleas, piñones para cadena, acoples y rotores**. **Los ejes no transmiten potencia y pueden ser giratorios o fijos**. El eje fijo es aquel elemento no giratorio o estático que no transmite movimiento y se utiliza solo como sostén de piezas rotatorias como ruedas, poleas, rodillos, engranajes locos, etc. El eje móvil es aquel elemento rotatorio que gira en forma solidaria a aquellos elementos de máquinas que soporta pero no transmite alta potencia. Por otro lado, **los árboles son elementos que giran soportando pares de torsión y transmitiendo potencia**.



# Definiciones

## Transmisión por Cadenas – Transmisión por Poleas

Las figuras siguientes, muestran transmisiones por cadenas, por correas y por ruedas dentadas, respectivamente, en las cuales la transmisión de potencia se lleva a cabo mediante árboles, poleas, correas, ruedas dentadas, estrellas y cadenas, entre otros elementos.

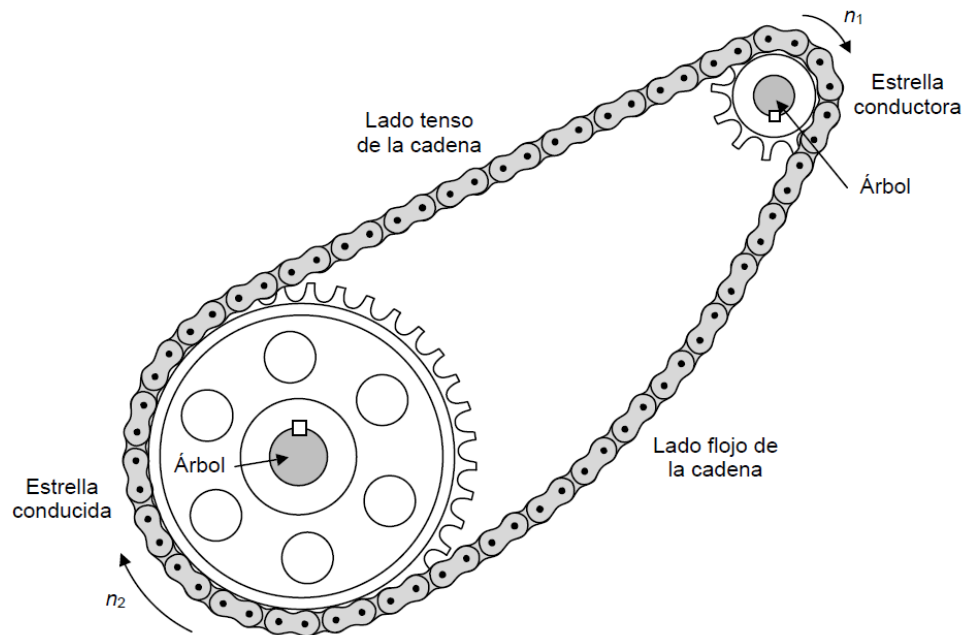


Figura 7.1 Transmisión por cadenas

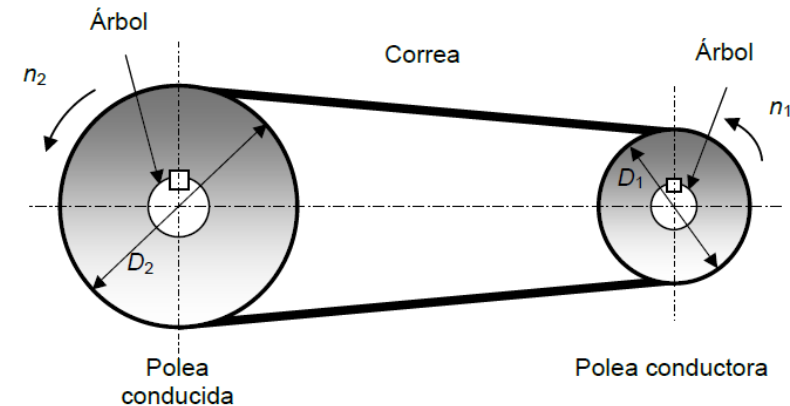
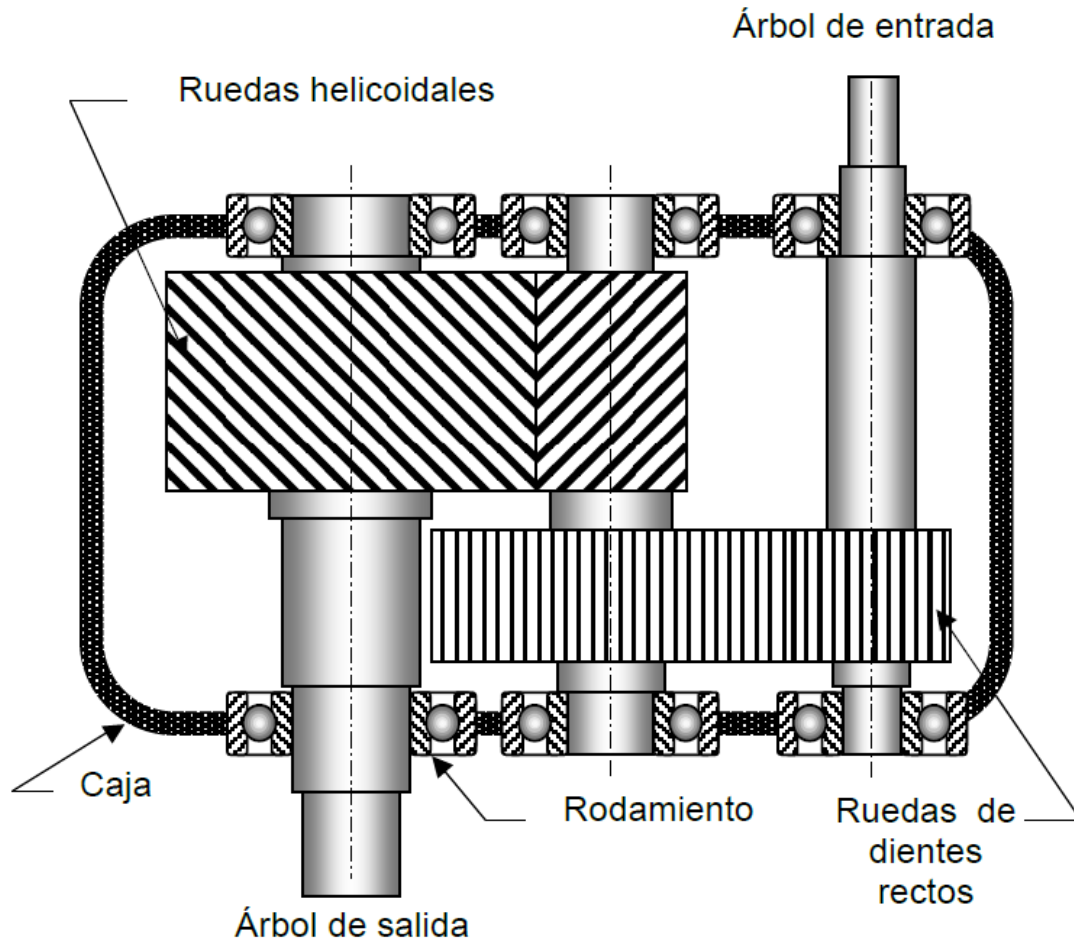


Figura 7.2 Transmisión por correas

# Definiciones

## Transmisión por Engranajes



**Figura 7.3** Transmisión por ruedas dentadas.  
Esquema de un reductor de velocidades horizontal de dos escalones cilíndricos

Los árboles están sometidos a torsión, flexión, carga axial y fuerzas cortantes, y al menos alguna de estas cargas es variable (en un árbol girando sometido a un momento flector constante, actúan esfuerzos normales variables).

Como los esfuerzos en los árboles son combinados y variables, debe aplicarse la teoría de fatiga para esfuerzos combinados.



# CONFIGURACIÓN DE ÁRBOLES

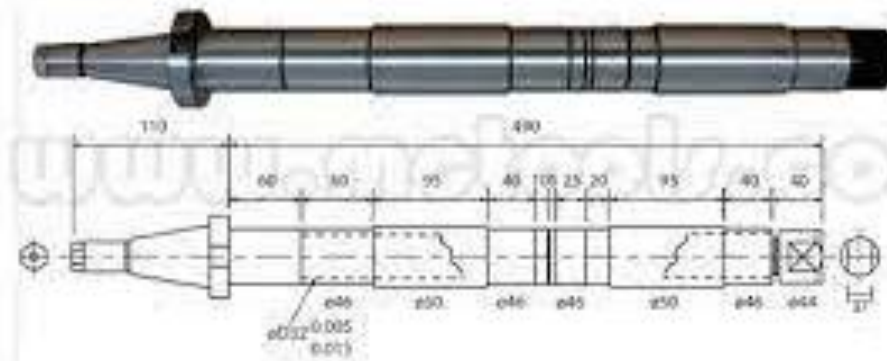
# Configuración de los Árboles

## Tipos de Árboles de acuerdo a su Longitud

Los árboles, de acuerdo a su configuración longitudinal pueden dividirse en tres grupos:

1. Árboles Rectos
2. Árboles Acodados
3. Árboles Flexibles

1. **Árboles Rectos:** son los más comunes que se utilizan comercialmente. Poseen simetría respecto a su eje de revolución. Eje Geométrico de Giro.





# Configuración de los Árboles

## Tipos de Árboles de acuerdo a su Longitud

2. **Árboles Acodados:** son aquellos que se utilizan para convertir movimientos de rotación en movimientos de traslación y viceversa. El ejemplo más típico de esto, son los cigüeñales o Árbol de Levas.



# Configuración de los Árboles

## Tipos de Árboles de acuerdo a su Longitud

3. **Árboles Flexibles:** son aquellos que tienen un eje geométrico de forma variable y permiten la transmisión del movimiento entre dos puntos (p/e motores de accionamiento y maquina accionada) donde los ejes geométricos de giro forman un determinado ángulo entre sí, de manera que es importante hacer un enlace rígido entre ellos. Estos constan de una serie de cuerpos de alambres arrollados en forma de hélice una sobre otra, que se encuentran cubierta flexible y que por medio de dispositivos especiales en los extremos pueden conectarse entre los puntos deseados. Existen árboles con un solo sentido de rotación y árboles con dos sentidos de rotación.





# Configuración de los Árboles

## Tipos de Árboles de acuerdo a su Sección Transversal

Según la forma de la sección transversal se pueden clasificar en:

1. Sección Circular
2. Sección acanalada o estriada
3. Sección Poligonal

Circular	Acanalada	Poligonal
		

# Configuraciones de Árboles

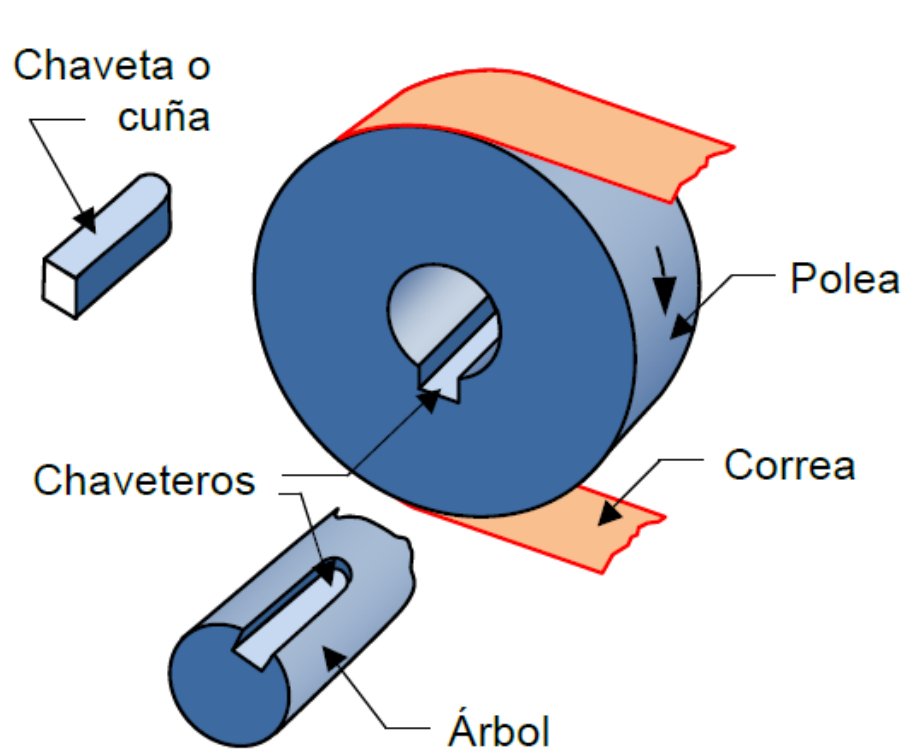
## Configuración y Accesorios de los Árboles.

Usualmente, los árboles son cilindros escalonados, con el fin de que los hombros o resaltos sirvan para ubicar axialmente los diferentes elementos. Además, los hombros sirven para transmitir cargas axiales. En los árboles se usan diferentes elementos para la transmisión de potencia o para posicionar o fijar las piezas que se montan sobre éstos. Algunos métodos utilizados para transmitir pares de torsión y potencia son las **cuñas o chavetas, ejes estriados, espigas o pasadores, ajustes a presión, ajustes ahusados (con superficies cónicas) y conectores ranurados**. Para evitar movimientos axiales de las piezas se usan, por ejemplo, hombros, tornillos de fijación o prisioneros, anillos de retención, pasadores, collarines de fijación, tornillos y manguitos. Algunos métodos sirven tanto para fijar axialmente las piezas, como para transmitir par de torsión (por ejemplo, los pasadores). Las chavetas y los pasadores actúan como “fusibles”, es decir, son elementos “débiles” (y de bajo costo) que tienden a fallar en caso de una sobrecarga, protegiendo así las piezas de mayor costo.

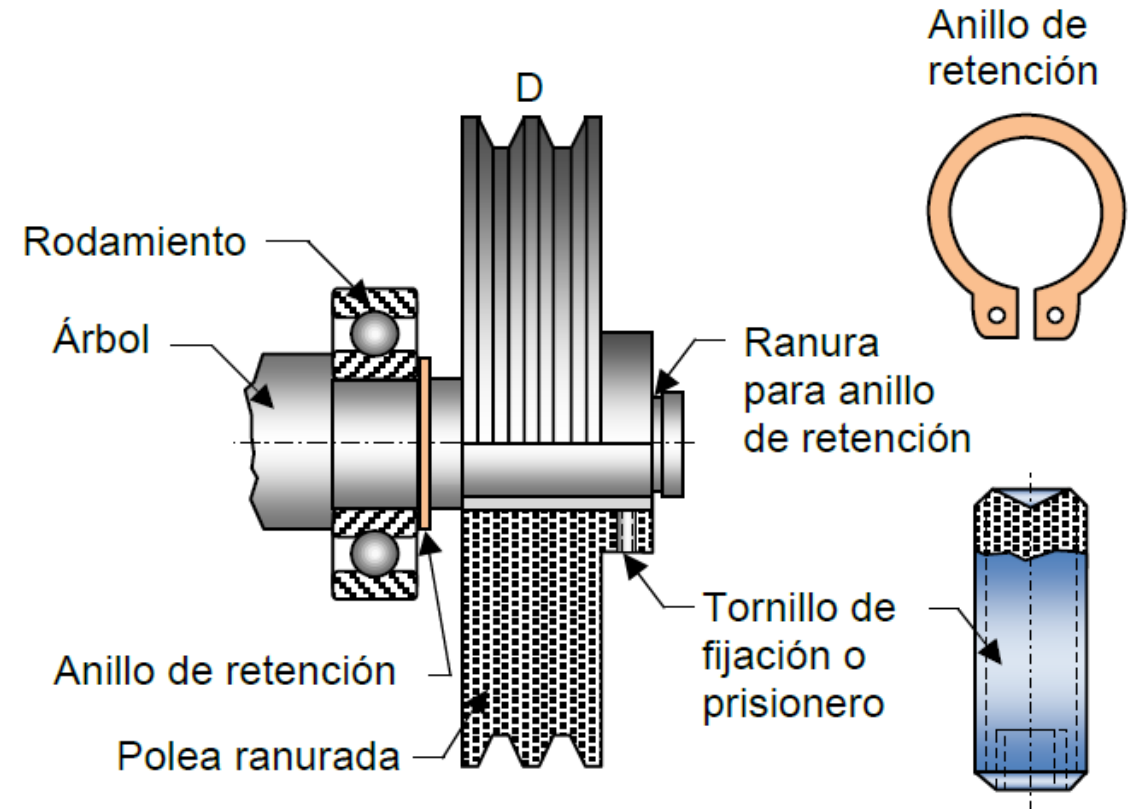


# Configuraciones de Árboles

## Configuración y Accesorios de los Árboles.



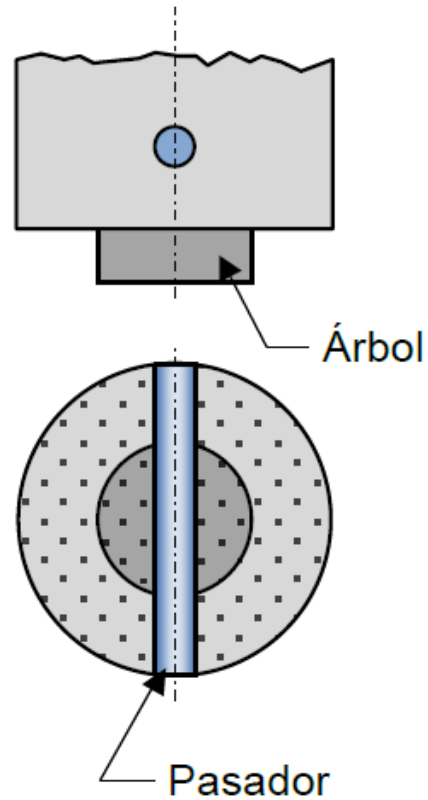
(a) Chaveta paralela



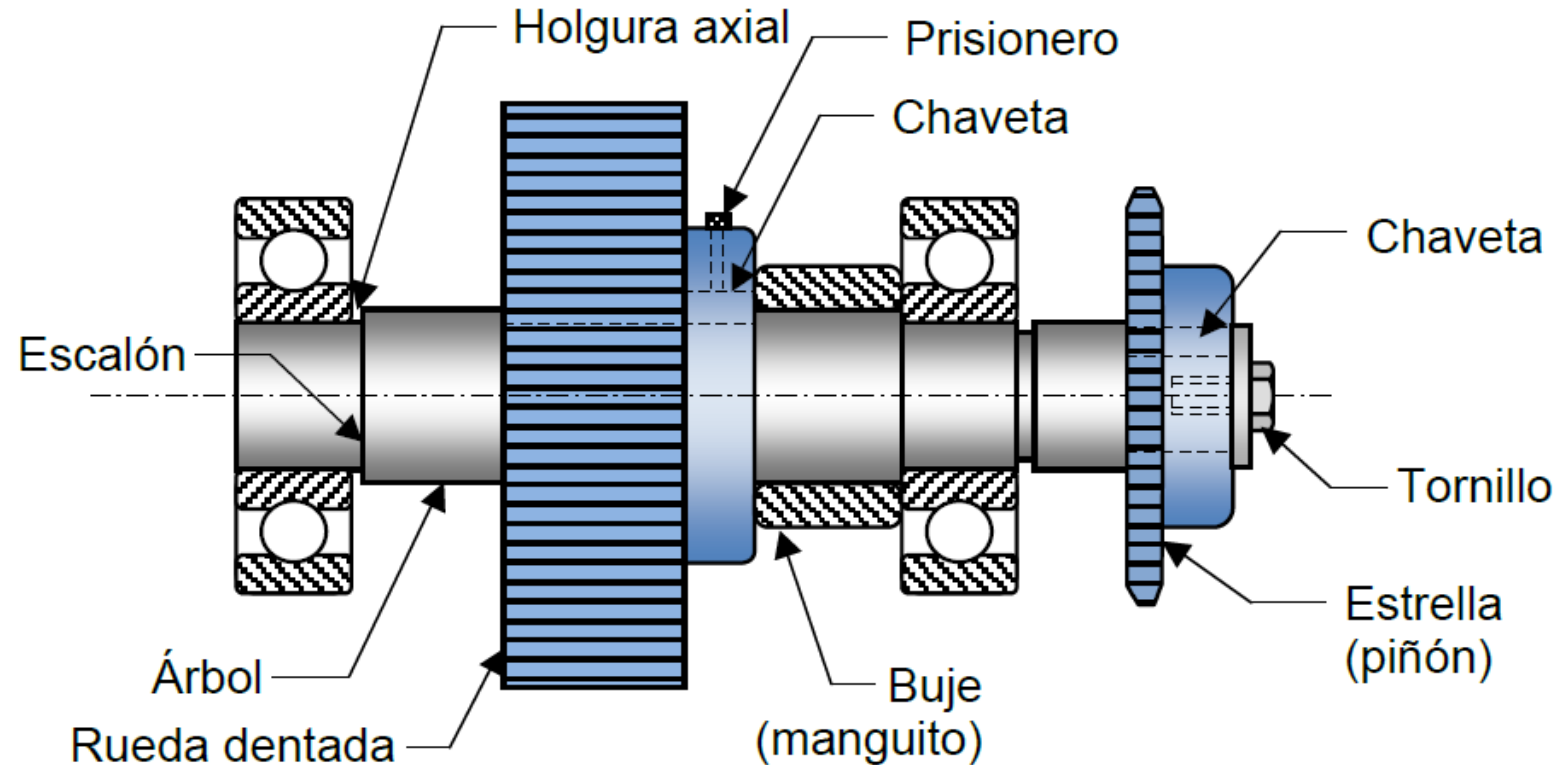
(b) Anillo de retención y tornillo de fijación

# Configuraciones de Árboles

## Configuración y Accesorios de los Árboles.



(c) Pasador



(d) Árbol escalonado con varios métodos de fijación



# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

Algunas veces, los elementos giratorios están integrados en los árboles (para las ruedas dentadas de diámetro pequeño que se fabrican con los árboles), pero con mas frecuencia dichas partes se fabrican por separado y luego se montan en los árboles. La parte del elemento montado que este en contacto con el árbol se denomina cubo.



# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

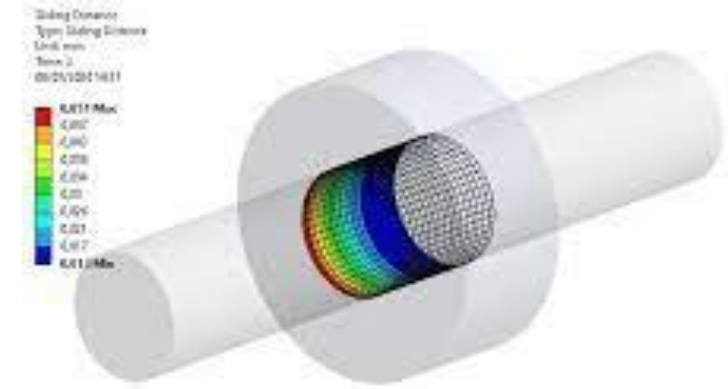
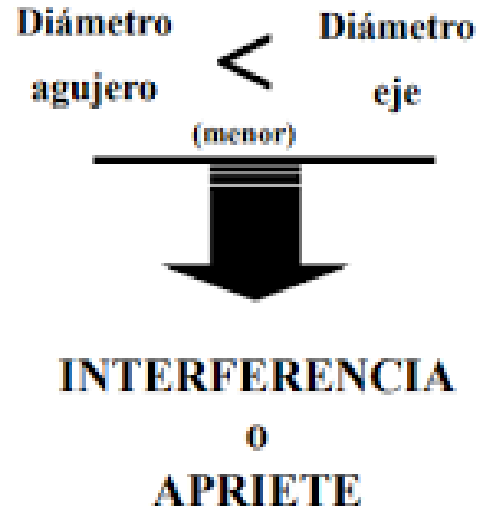
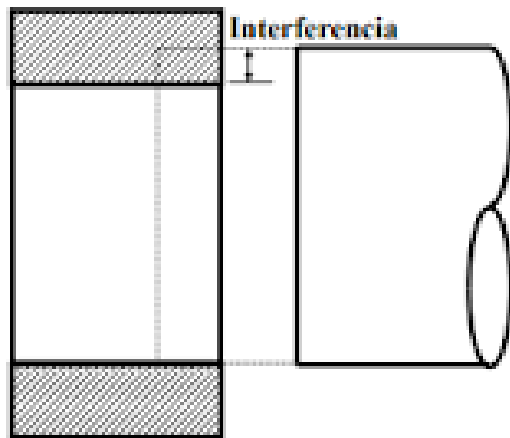
La unión del Árbol-Cubo, puede presentarse de las siguientes maneras:

1. Unión por Rozamiento
  - A. Unión de Ajuste por Interferencia
  - B. Unión de Ajuste por Cuña
  - C. Unión por Cubo Partido
2. Unión de Forma

# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

1. Unión por Rozamiento Ajuste por Interferencia: en este tipo de uniones, el enlace se asegura por las fuerzas de rozamiento surgidas entre la superficie exterior del árbol y la superficie interior del cubo. La interferencia se logra ensamblando las partes con una prensa o calentando el cubo para que se expanda o enfriando el eje para que se contraiga.

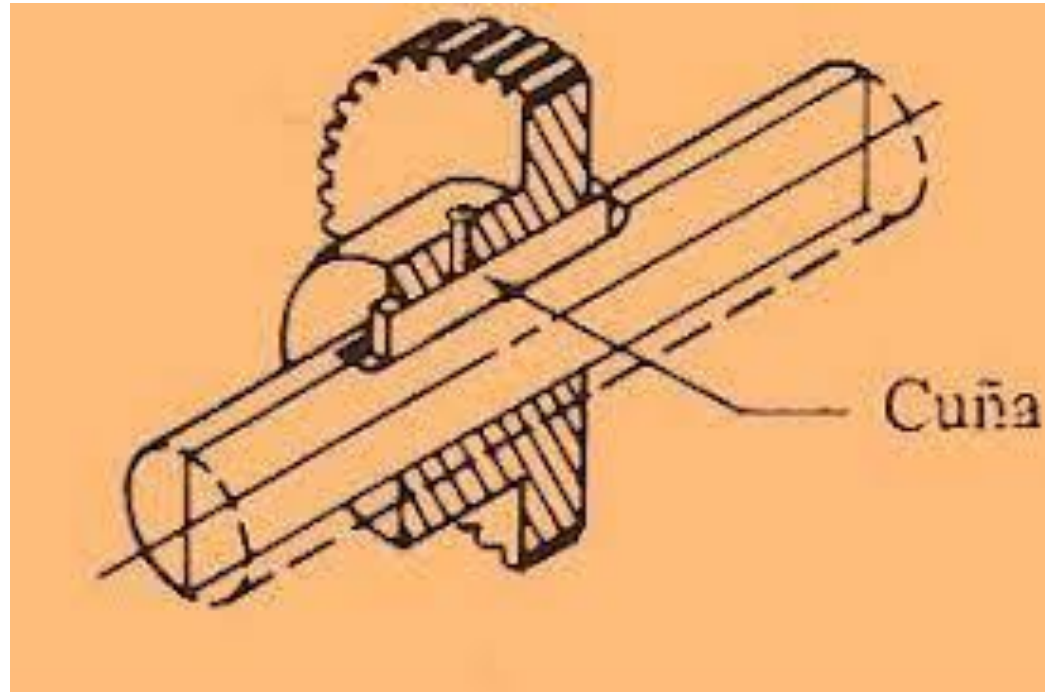




# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

2. Unión por Rozamiento Ajuste por Cuña: donde la cuña oprime el cubo contra el árbol y se "clava" la pieza. El factor de concentración de esfuerzos no es muy alto.



# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

3. Unión por Cubo Partido: se realiza a través del cubo partido que se ajusta por medio de tornillos. Este permite el desensamble y ajuste lateral con gran facilidad.

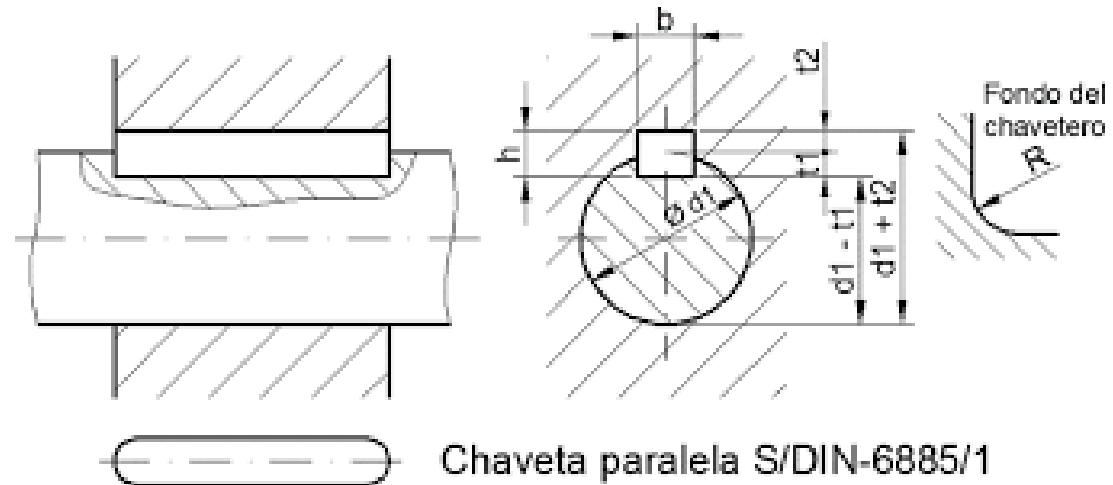
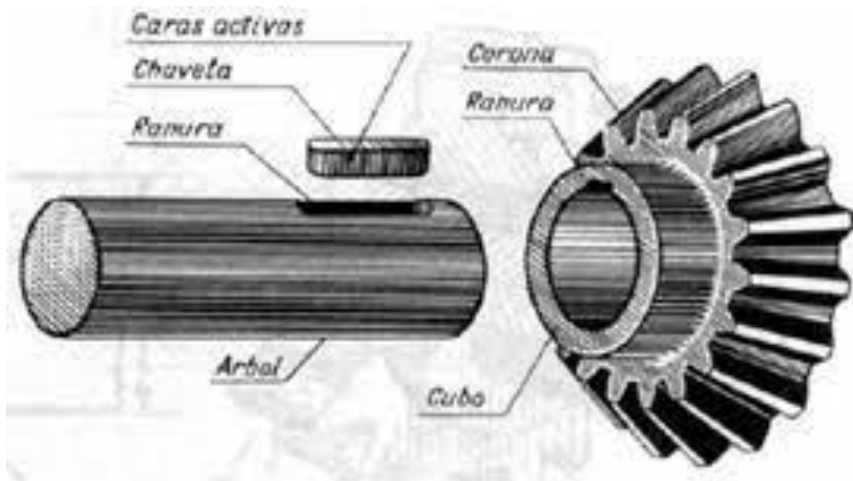


# Configuración de los Árboles

## Unión de los Árboles a los Cubos de Ruedas y Poleas

3. Unión de Forma: la transmisión del par se asegura por medio de piezas especiales como pasadores y chavetas o por la forma de las secciones a unir. Esta ultima unión se usa cuando se necesita transmitir grandes momentos torsionales. Los pasadores se usan para fijar la posición axial y transmitir momento torsor. Hay que analizar bien el tema de la concentración de tensiones en el agujero del árbol.

Las uniones por chavetas son muy difundidas y se puede mencionar la chaveta cuadrada y la chaveta de disco que se emplea para servicio ligero debido a la profundidad del chavetero.





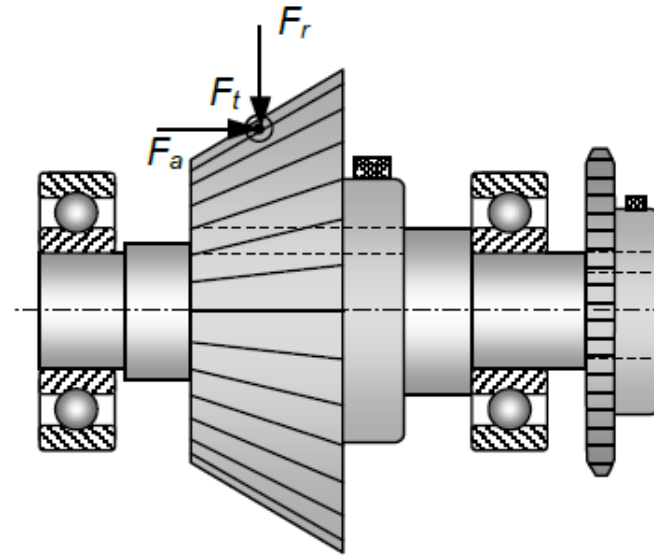
A background image showing a person's hands pouring oil from a bottle into a frying pan on a stovetop. The entire image is covered with a semi-transparent blue filter. On the left side, there is a thick white vertical bar. To the right of this bar, the title text is displayed in white, uppercase letters.

# FUERZAS EJERCIDAS SOBRE EJES Y FÓRMULAS DE CALCULO

# Esfuerzos

## Esfuerzos en los Árboles.

Los elementos de transmisión de potencia como las ruedas dentadas, poleas y estrellas transmiten a los árboles **fuerzas radiales, axiales y tangenciales**. Debido a estos tipos de carga, en el árbol se producen generalmente esfuerzos por flexión, torsión, carga axial y cortante. La siguiente figura muestra esquemáticamente un árbol en el cual está montado un engranaje cónico y una estrella. Se muestran las fuerzas sobre el engranaje, las cuales producen los cuatro tipos de sollicitación mencionados.



Las fuerzas radial,  $F_r$ , axial,  $F_a$ , y tangencial,  $F_t$  (saliendo del plano del papel), actúan sobre el piñón cónico produciendo, respectivamente:

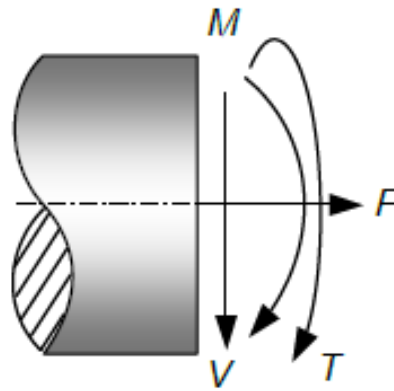
- Flexión y cortadura ( $F_r$ )
- Carga axial (tracción o compresión) y flexión ( $F_a$ )
- Flexión, torsión y cortadura ( $F_t$ )

**Figura 7.5** Sollicitaciones en los árboles: torsión, flexión, cortante y carga axial

# Esfuerzos

## Esfuerzos en los Árboles.

Como se muestra en la figura 7.6, en cualquier sección transversal de un árbol existe, en general, un par de torsión,  $T$ , una carga axial,  $F$ , una fuerza cortante,  $V$ , y un momento flector,  $M$ . Estas cargas producen los esfuerzos siguientes:



$F$ : Fuerza axial  
 $T$ : Par de torsión  
 $M$ : Momento flector  
 $V$ : Fuerza cortante

**Figura 7.6** Cargas internas en una sección de un árbol



# Esfuerzos

## Esfuerzos Cortante en los Árboles.

Esfuerzos cortantes producidos por el par de torsión. Si la sección es circular sólida, los puntos de mayor esfuerzo cortante son los ubicados en la periferia, y dicho esfuerzo está dado por:

$$S_s = \frac{Tc}{J} = \frac{16T}{\pi d^3},$$

donde  $T$  es el Par de Torsión,  $c$  es la distancia del eje Neutro hasta los puntos de mayor esfuerzo,  $J$  es el Momento Polar de Inercia y  $d$  el diámetro respectivamente, de la sección transversal que se esté analizando.

# Esfuerzos

## Esfuerzos Normales en los Árboles.

Esfuerzos normales por carga axial. El esfuerzo normal,  $S(F)$ , es constante en toda la sección y está dado por:

$$S_{(F)} = \pm \frac{F}{A},$$

donde  $F$  y  $A$  son la fuerza axial y el área transversal, respectivamente, de la sección de análisis. El signo “+” indica que el esfuerzo es de tracción y se toma si  $F$  es de tracción; el signo “–” se toma si  $F$  es de compresión.

# Esfuerzos

## Esfuerzos Normales en los Árboles.

Cuando la carga es de compresión, la ecuación anterior es válida **si no existe posibilidad de pandeo**. Si el árbol es “esbelto”, una carga de compresión puede tratar de flexionarlo (pandearlo), produciéndose esfuerzos por carga axial y flexión combinados. Como el esfuerzo máximo en una columna esbelta es mayor que el dado por la ecuación 7.2, se debe utilizar una ecuación diferente. Se propone calcular un esfuerzo equivalente,  $S_e(F)$  (que es diferente al esfuerzo real máximo) para el caso de columnas:

$$S_{e(F)} = -\alpha_P \frac{F}{A},$$

donde  $\alpha_P$  es un coeficiente mayor o igual a la unidad que tiene en cuenta el efecto de pandeo y se calcula de maneras diferentes de acuerdo con el tipo de columna (esbelta, corta, de esbeltez media)



# Esfuerzos

## Esfuerzos Normales por Momento Flector en los Árboles.

Esfuerzos normales producidos por el momento flector. El esfuerzo normal,  $S(M)$ , es máximo en las fibras más alejadas del eje neutro y está dado por:

$$S_{(M)} = \pm \frac{Mc}{I},$$

donde  $M$ ,  $c$  e  $I$  son el momento flector, la distancia desde el eje neutro hasta las fibras más alejadas y el momento rectangular de inercia, respectivamente, de la sección de análisis. El signo "+" se toma si el punto analizado está a tracción y el signo "-" si está a compresión. En general, existirán dos valores de  $c$ , uno para los puntos a tracción y otro para los puntos a compresión.

# Esfuerzos

## Esfuerzos Normales por Momento Flector en los Árboles.

Algunas veces se tienen dos componentes del momento flector,  $M_{xy}$  y  $M_{xz}$ , donde  $x$  es la dirección axial y  $y$  y  $z$  son direcciones cartesianas paralelas a la sección del árbol. Como generalmente interesa el momento resultante, éste se puede obtener mediante:

$$M_R = \left( M_{xy}^2 + M_{xz}^2 \right)^{1/2}.$$

Note que las componentes  $M_{xy}$  y  $M_{xz}$  son perpendiculares entre sí, por lo que el momento resultante se obtiene utilizando el **teorema de Pitágoras**, dado por la ecuación anterior.

# Esfuerzos

## Esfuerzos Cortante en los Árboles.

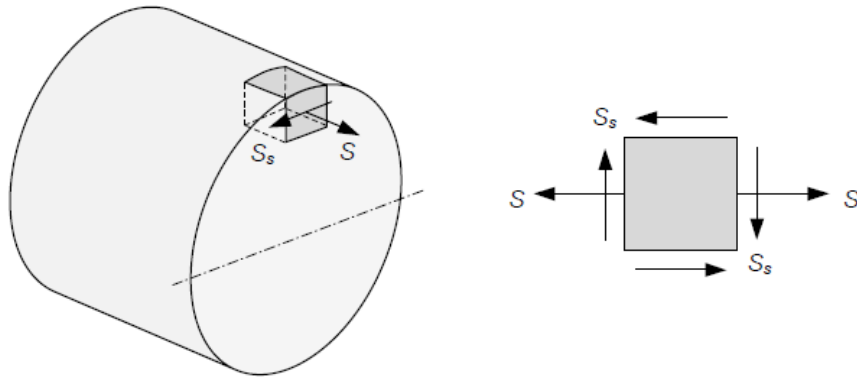
Esfuerzos cortantes producidos por la fuerza cortante,  $V$ . Normalmente, estos esfuerzos son mucho más pequeños que, por ejemplo, los esfuerzos normales debidos a flexión y tienden a actuar en puntos donde otros esfuerzos son pequeños o son iguales a cero. Debido a esto, es práctica común no tener en cuenta el efecto de la fuerza cortante, aunque si ésta se considera suficientemente grande, debe tenerse en cuenta este efecto.

Adicionalmente, pueden existir esfuerzos de compresión transversales al árbol cuando existen ajustes de interferencia, llamados también ajustes forzados. Aunque los esfuerzos de compresión tienden a inhibir la fatiga, éstos pueden provocar fluencia en el árbol cuando actúan las cargas dinámicas (cargas pico). Los esfuerzos producidos por ajustes de interferencia podrían despreciarse en el diseño, si las interferencias son “pequeñas”.

# Esfuerzos

## Esfuerzos Cortante en los Árboles.

Teniendo en cuenta lo estudiado en los capítulos anteriores, se concluye que el punto o puntos críticos de cualquier sección transversal tienen estados de esfuerzo como el de la figura siguiente.



$$S = \pm \alpha_P \frac{F}{A} \pm \frac{Mc}{I} = \pm \alpha_P \frac{4F}{\pi d^2} \pm \frac{32M}{\pi d^3}.$$

$$S_s = \frac{Tc}{J} = \frac{16T}{\pi d^3}.$$

**Figura 7.7** Estado de esfuerzo usual de los puntos críticos de un árbol

Para árboles de **sección circular sólida**, los esfuerzos  $S$  y  $S_s$ .



# Esfuerzos

## Esfuerzos en los Árboles, Resumen.

La determinación de la sección o secciones críticas se basa parcialmente en estas ecuaciones. De acuerdo con éstas, la sección es más crítica si:

- Su diámetro es pequeño.
- Las cargas  $\alpha PF$ ,  $M$  y  $T$  son grandes.
- Adicionalmente, por el criterio de fatiga, una sección es más crítica en la medida en que tenga discontinuidades, gran rugosidad superficial, etcétera.

Como generalmente no existe una sección en la cual las propiedades seccionales sean menores y las cargas sean mayores, etc., deben analizarse las secciones críticas de los diferentes tramos del árbol. No necesariamente la sección crítica es aquella en la cual alguna carga es máxima o alguna propiedad es mínima, ya que alguna combinación de propiedades y cargas sub-críticas podría ser la más crítica. Debe tenerse un cuidado similar al escoger los puntos críticos (de las secciones críticas), si no existe un punto en el cual actúen simultáneamente los esfuerzos máximos por carga axial, flexión y torsión.



# MATERIALES UTILIZADOS PARA EL DISEÑO DE LOS ÁRBOLES

# Materiales Utilizados en el Diseño

## Materiales para Árboles

El material típico para fabricares el **acero al carbono estirado en frío**. Pero pueden emplearse toda clase de materiales, incluyendo los metales no férricos y también los materiales no metálicos.

Las barras de acero estiradas en frío **tienen propiedades físicas superiores a las barras estiradas en caliente del mismo material**. Poseen mayor límite de fluencia, de rotura y de fatiga. Sin embargo, las tensiones residuales provocadas por el estirado en frío pueden afectar a los límites de fatiga.

Para fabricar **árboles que deban trabajar con cargas altas** con el fin de conseguir diámetros pequeños y elevada resistencia la desgaste en los gorriones, se emplean **barras de acero aleado**, trabajadas mediante **tratamientos térmicos y térmico-químicos**. No obstante, el elevado precio de estos aceros, así como la alta sensibilidad a la entalla limitan su aplicación.

Además, las altas propiedades mecánicas de los aceros aleados no siempre pueden ser aprovechadas, puesto que el pequeño diámetro del árbol que se obtiene después de un cálculo resistente puede no garantizar su rigidez necesaria.

# Materiales Utilizados en el Diseño

## Materiales para Árboles

Los cigüeñales, con frecuencia, se fabrican de acero, forjados o estampados, y así como de fundiciones de alta resistencia, las cuales se distinguen por su suficiente resistencia mecánica y pequeña sensibilizada a la entalla, además amortiguan mejor las vibraciones de los aceros.

AISI/SAE	Composición Química	Características	Aplicaciones	Tratamientos térmicos
1045	C: 0,43 / 0,50 Mn: 0,60 / 0,90	Acero al C. De baja templabilidad. En estado templado tiene alta dureza y buena tenacidad. Es apto para temple superficial.	Piezas de alta dureza y buena tenacidad (manivelas, chavetas, ejes, cigüeñales, bielas, engranajes, espárragos, etc.)	Laminado forjado: 1200 / 850 °C Normalizado: 850 / 875 °C Recocido para mecanizar: 810 / 860 °C Temple: aceite 815 / 840 °C Revenido: 540 °C Temple: aceite 815 / 840 °C Revenido: 650 °C
1541	C: 0,36 / 0,44 Mn: 1,35 / 1,65	Acero al C. Con templabilidad mejorada	Piezas de dimensiones medianas y chicas. Engranajes, árboles, pernos	Laminado forjado: 1200 / 850 °C Normalizado: 850 / 875 °C Recocido: 830 °C
4140	C: 0,38 / 0,43 Mn: 0,75 / 1,00 Cr: 0,80 / 1,10 Mo: 0,15 / 0,25	Acero al Cr-Mo de mediana templabilidad y buena tenacidad. No presenta fragilidad de revenido. Apto para temple superficial. Con estructura globulizada puede estampar en frío	Piezas de alta exigencia para la construcción de vehículos en general. Cigüeñales, árboles, palieres, engranajes de transmisión, etc. Piezas confeccionadas por estampado en frío (bulones de alta calidad)	Laminado Forjado: 1100/850°C Recocido de globulización: 755°C Recocido para mecanizar: 830°C Recocido de ablandamiento: 680°C Temple: 840°C, aceite; Revenido: 540 °C Temple: 840°C, aceite; Revenido: 650 °C



A photograph of a person's hands pouring oil from a clear bottle into a black frying pan on a stovetop. The scene is overlaid with a semi-transparent blue filter. On the left side, there is a thick white vertical bar. To the right of this bar, the title text is written in white, uppercase, sans-serif font.

# FUERZAS EJERCIDAS SOBRE EJES DE LOS ELEMENTOS DE MÁQUINAS

# Fuerzas Ejercidas sobre por Elementos de Máquinas

## Acciones sobre los Árboles

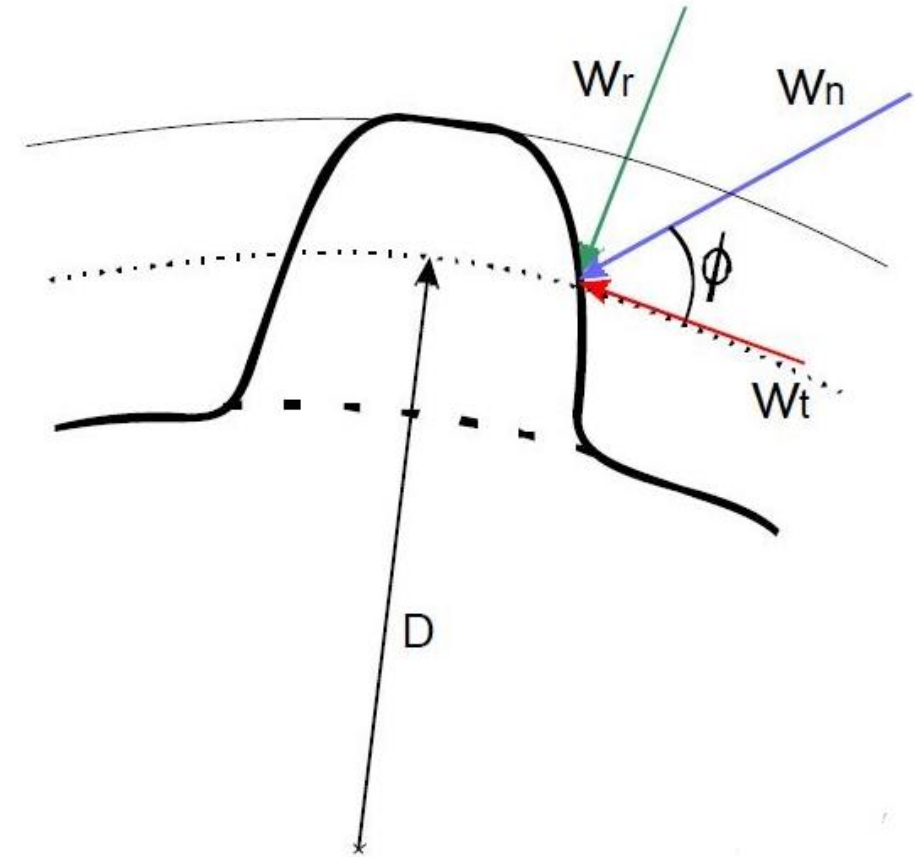
Los elementos de maquinas como los engranajes, poleas, coronas, etc. ejercen fuerzas sobre los ejes que dan lugar a esfuerzos de corte, momentos de flexión y cargas axiales.

**ENGRANAJES DE DIENTES RECTOS:** Cuando dos engranajes transmiten potencia, la fuerza que se ejerce sobre los dientes "Wn" es perpendicular al perfil envolvente de los dientes. Esta tiene sus componentes rectangulares: una radial "Wr" y otra tangencial "Wt".

Como la relación entre potencia (P) y torque (T) y (D) diámetro primitivo del engranaje:

$$P = T \cdot \omega \quad ; \quad \text{Donde: } \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

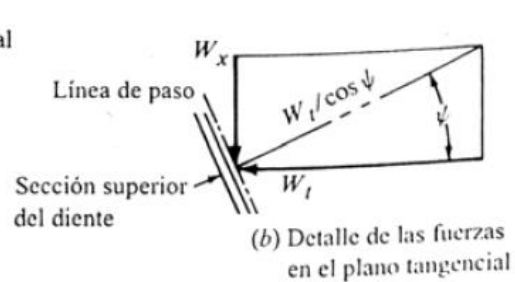
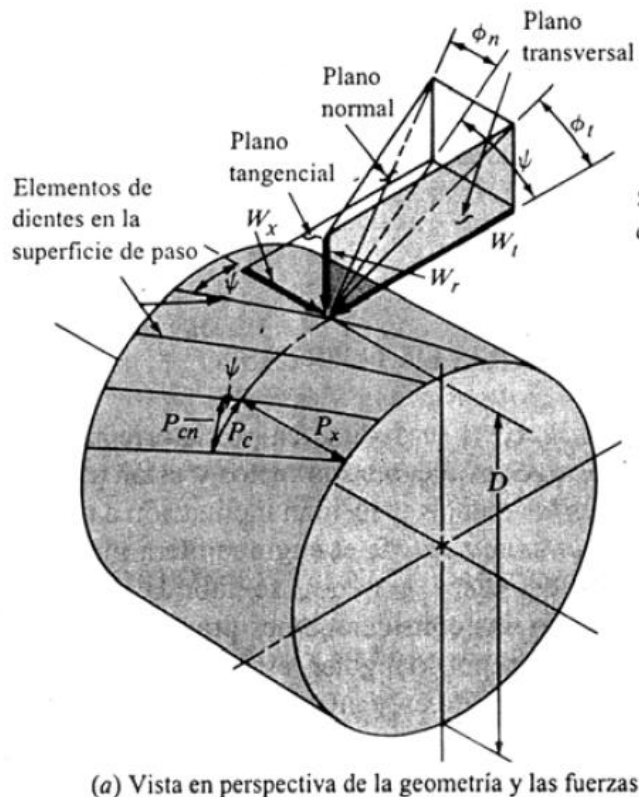
$$\text{Entonces: } T = \frac{P}{\omega} \quad \text{y} \quad Wt = \frac{T}{D/2}$$



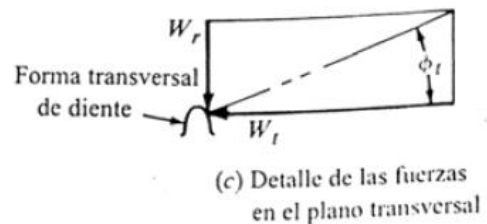
# Fuerzas Ejercidas sobre por Elementos de Máquinas

## Acciones sobre los Árboles

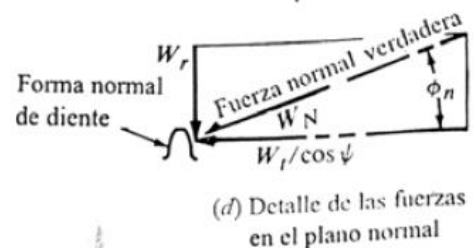
**ENGRANAJES DE DIENTES HELICOIDALES:** además de las fuerzas vistas en los engranajes de dientes recto, en este tipo de engranajes aparece una fuerza axial. Si el ángulo helicoidal del engranaje es  $\psi$  y el ángulo de presión normal es:



Angulo  
 $\psi$  = helicoidal  
 $\tan \psi = W_x / W_t$   
 $W_x = W_t \tan \psi$



$\phi_t$  = Angulo de  
presión transversal  
 $\tan \phi_t = W_r / W_t$   
 $W_r = W_t \tan \phi_t$



$\phi_n$  = Angulo de  
presión normal  
 $\tan \phi_n = \frac{W_r}{W_t / \cos \psi}$   
 $W_r = \frac{W_t \tan \phi_n}{\cos \psi}$

$$\phi_n \Rightarrow W_r = \frac{W_t \cdot \tan \phi_n}{\cos \psi}$$

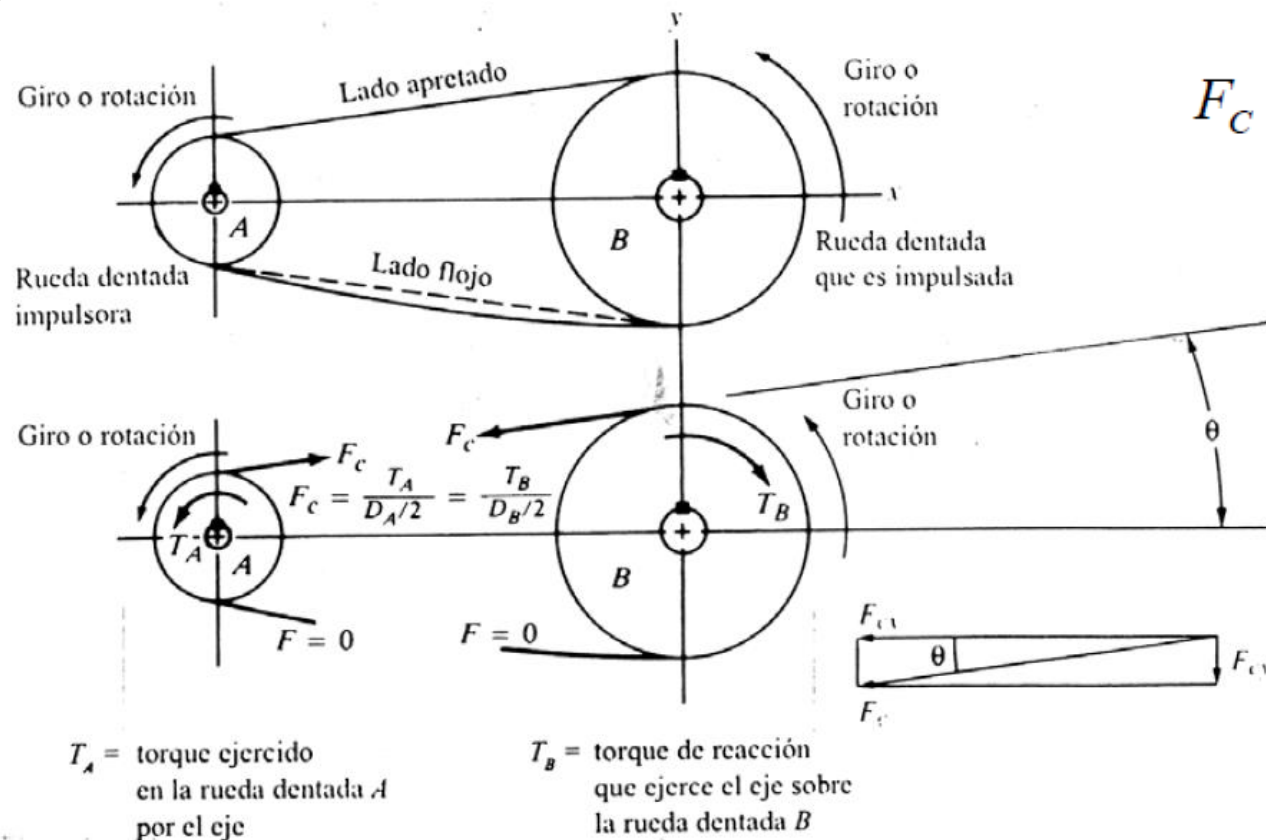
y la carga axial es:  $W_a = W_t \cdot \tan \psi$

# Fuerzas Ejercidas sobre por Elementos de Máquinas

## Acciones sobre los Árboles

**CORREAS EN V:** El tratamiento es similar al de las cadenas, salvo que ambos lados de la banda en V se encuentran en tensión  $F_1$  y  $F_2$ . Existe una fuerza neta de impulso en las poleas que vale:

2



$$F_c = \frac{T}{D/2} ; D = \text{Diámetro primitivo de la rueda.}$$



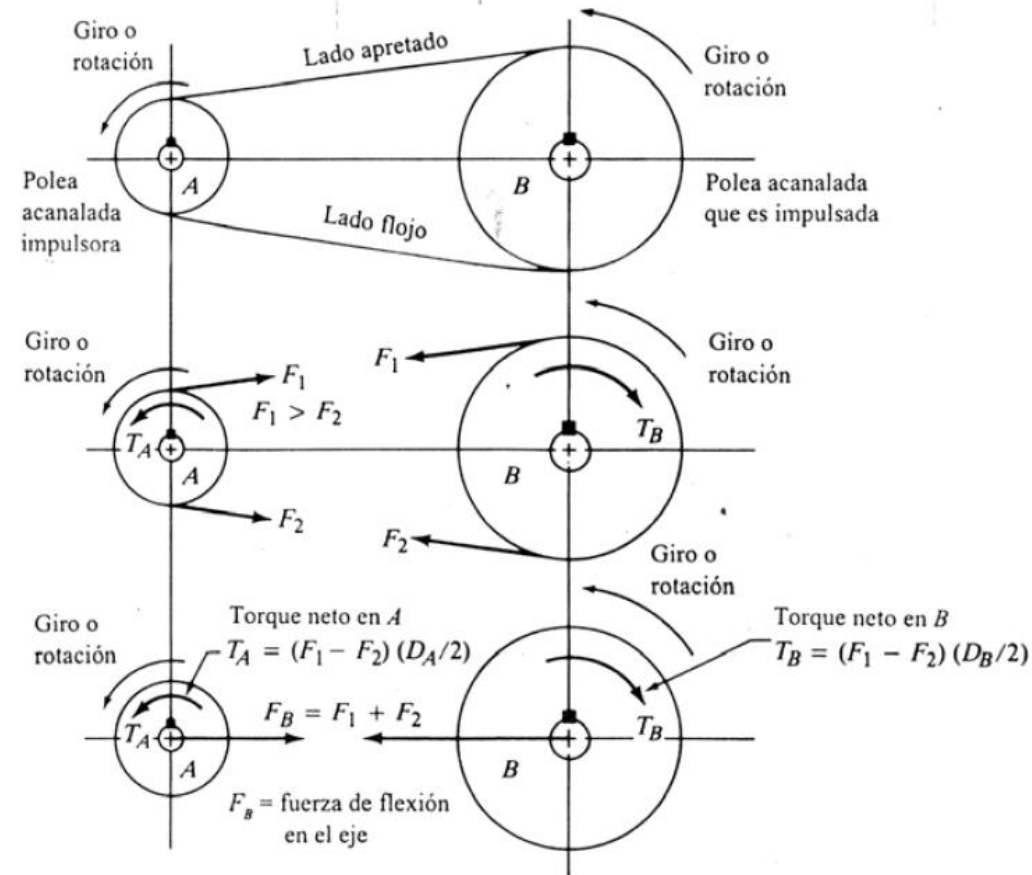
# Fuerzas Ejercidas sobre por Elementos de Máquinas

## Acciones sobre los Árboles

**CADENAS Y RUEDAS DENTADAS:** La parte superior de la cadena es la que tracciona y genera torque en cualquiera de las ruedas. La parte floja no ejerce fuerza sobre las ruedas.

La fuerza total de flexión en el eje es:

$$F_N = F_1 - F_2 \quad \text{y a su vez.} \quad F_N = \frac{T}{D/2}$$



An aerial photograph of a multi-lane highway with several large trucks, including semi-trailers and dump trucks, moving in the same direction. The image is covered with a semi-transparent green filter. The text 'CONCENTRACIÓN DE TENSIONES' is written in white, uppercase letters across the middle of the image. To the left of the text, there is a thick white vertical bar.

# CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

# Concentración de Tensiones

## Tensiones en Chaveteros

Se verán 3 tipos de discontinuidades geométricas que se encuentran generalmente en los ejes que transmiten potencia:

- Los chaveteros,
- Radios de acuerdo de los hombros
- Ranuras para arandelas de sujeción.

Se verá a continuación que valores de factores de concentración de tensión  $K_t$  se pueden usar para cada caso para empezar los cálculos y luego optimizar el diseño (no olvidar que el  $K_t$  depende del tipo de continuidad, geometría y diámetro del eje, por lo cual requiere de un proceso iterativo).

# Concentración de Tensiones

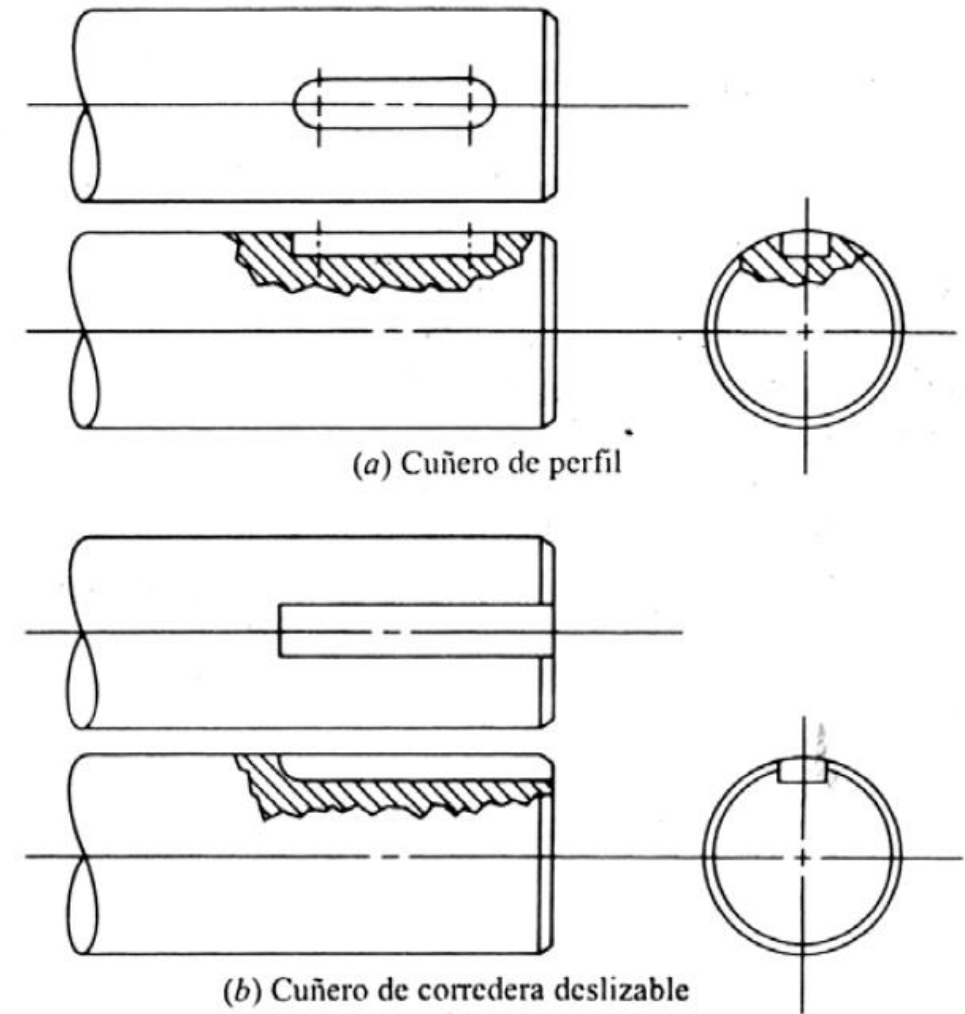
## Chaveteros

Las chavetas insertadas en los chaveteros permiten transmitir el torque entre el eje y el elemento que transmite potencia (engranaje, polea, etc.).

Los  $K_t$  son:

- $K_t = 2$  (chavetero de perfil)
- $K_t = 1.6$  (chavetero de corredera deslizante)

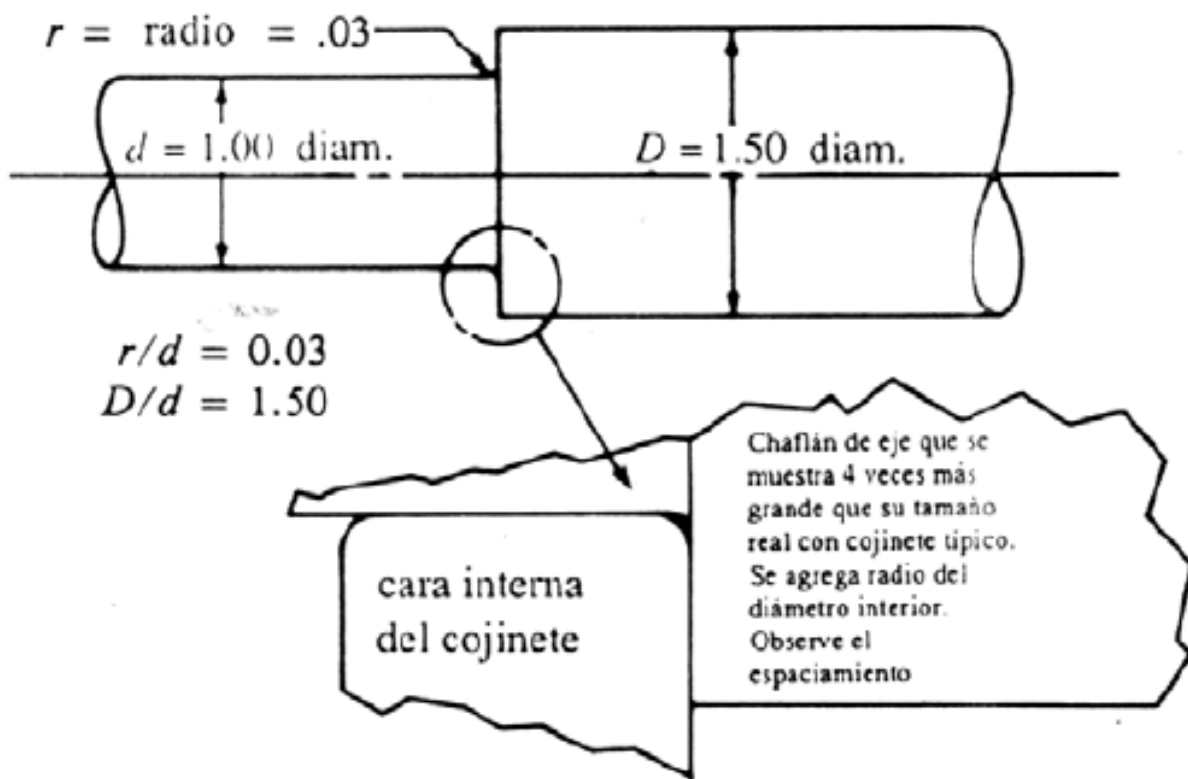
Estos factores se aplican al cálculo de la tensión por flexión del eje.



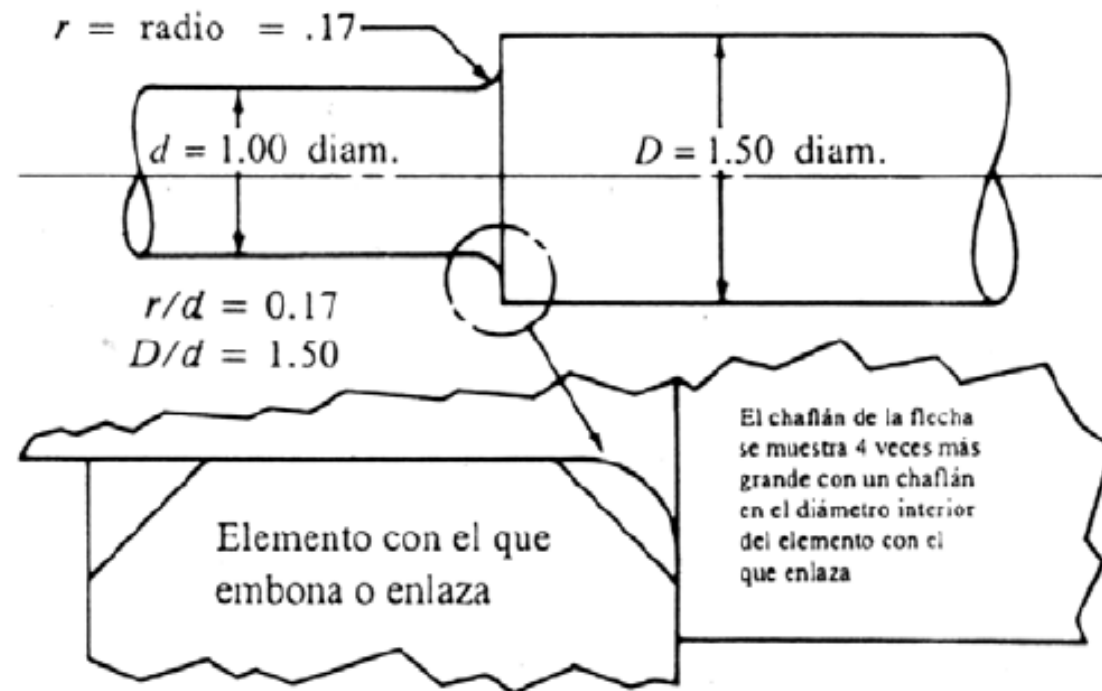


# Concentración de Tensiones

## Radios de Acuerdo en los Hombros



(a) Ejemplo de chaflán con bordes cortantes ( $K_t = 2.5$  para flexión)



(b) Ejemplo de chaflán con bordes bien redondeados ( $K_t = 1.5$  para flexión)



# Concentración de Tensiones

## Ranuras para Arandelas de Sujeción

- Para diseño a flexión:  $K_t=3$ .
- Para diseño a torsión y flexión o solo torsión: Aumento un 6% el valor del diámetro hallado en el diseño y una vez que se adopte sobre ese valor, la geometría de la ranura, deberá calcularse la tensión en la ranura con el  $K_t$  adoptado para la geometría de la ranura.

An aerial photograph of a multi-lane highway with several large trucks traveling in the same direction. The image is overlaid with a semi-transparent orange filter. On the left side, there is a white vertical bar. The text 'RESISTENCIA REAL A LA FATIGA' is centered in the lower half of the image in white capital letters.

# RESISTENCIA REAL A LA FATIGA

# Resistencia a la Fatiga

## Procedimiento para estimar la Resistencia Real a la Fatiga

Si las características del material, o las condiciones de operación reales para una pieza de máquina son distintas a aquellas para las que se determinó la resistencia a la fatiga, ésta se debe reducir respecto al valor consultado.

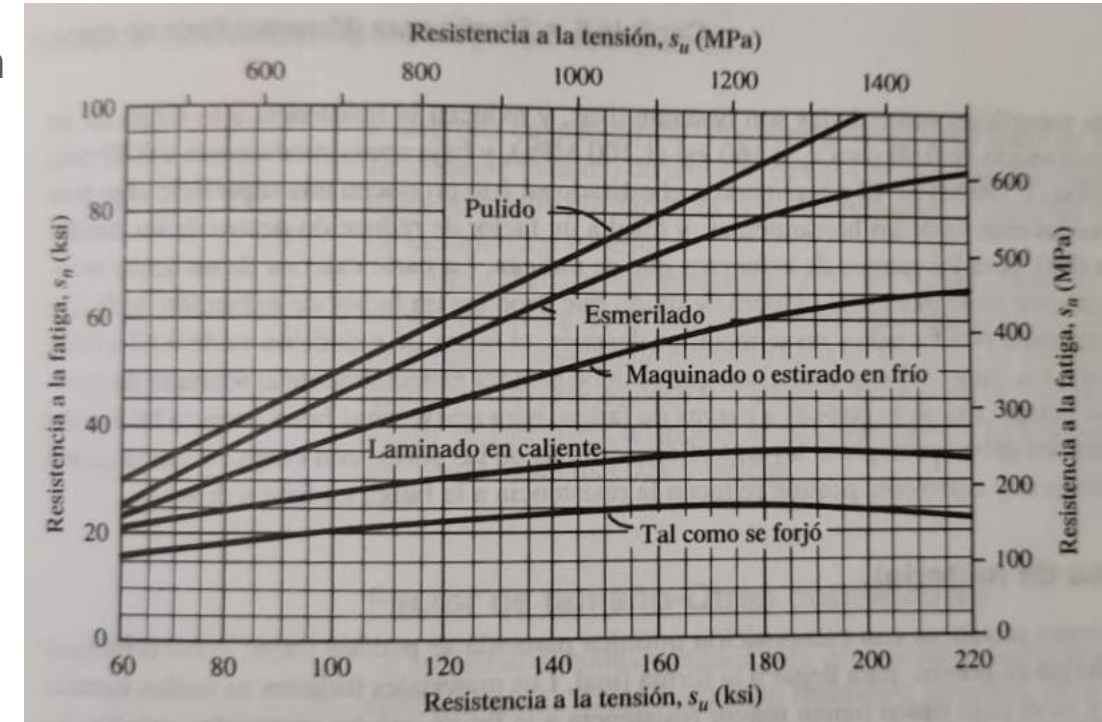
Solamente consideraremos materiales sometidos a esfuerzos de tensión normal como flexión, y tensión axial directa.

1. Se especifica el material para la pieza y determina su resistencia última de tensiones  $S_u$ , mediante la consideración de su condición, tal cual se utilizará para su servicio.
2. Especifique el proceso de manufactura usado para producir la parte, con especial atención en el estado de la superficie en la zona donde los esfuerzos sean mayores.
3. Empleo de gráfico para estimar la resistencia a la fatiga modificada.

# Resistencia a la Fatiga

## Procedimiento para estimar la Resistencia Real a la Fatiga

3. Empleo de gráfico 5.8 para estimar la resistencia a la fatiga modificada.
4. Aplique un factor de material  $C_m$  de la siguiente lista:
  - Acero Forjado  $C_m$ : 1,00
  - Acero Colado  $C_m$ : 0,80
  - Acero Pulverizado  $C_m$ : 0,76
  - Hierro Colado Maleable  $C_m$ : 0,80
  - Hierro Colado Gris  $C_m$ : 0,70
  - Hierro Colado Dúctil  $C_m$ : 0,66
5. Aplique un factor de tipo de esfuerzo
  - Cst: 1,00 para el esfuerzo flexionante
  - Cst: 0,80 para la tensión axial





# Resistencia a la Fatiga

## Procedimiento para estimar la Resistencia Real a la Fatiga

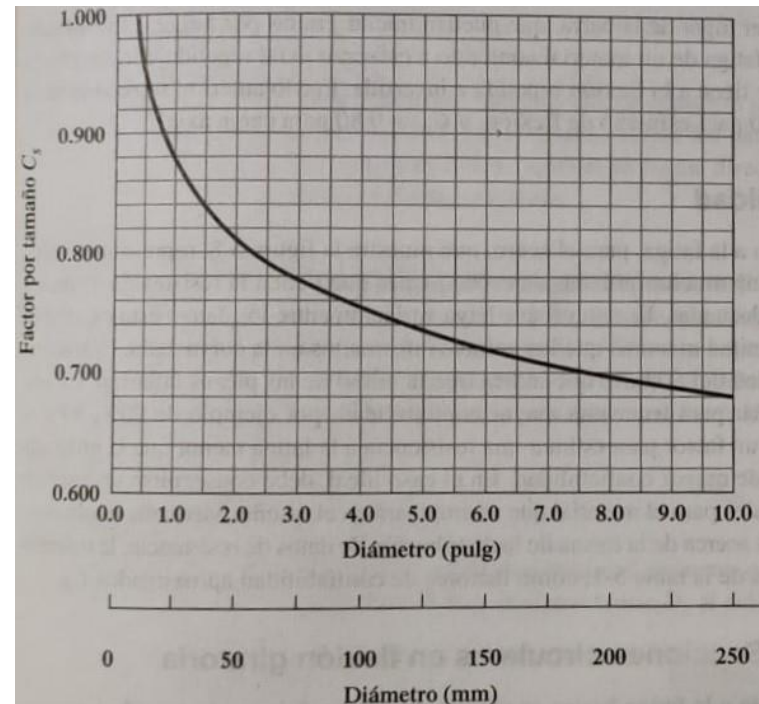
6. Aplique un factor de Confiabilidad  $C_r$ , re la siguiente tabla:
7. Aplique un fator de tamaño  $C_s$ , de acuerdo a la las siguientes tablas o gráficos.
8. Calcule la resistencia a la fatiga estimada real  $S_n''$ , con la siguiente ecuación:

$$S_n'' = S_n (C_m)(C_{st})(C_r)(C_s)$$

**TABLA 5-1**

Factores de confiabilidad aproximados  $C_R$

Confiabilidad deseada $C_R$	
0.50	1.0
0.90	0.90
0.99	0.81
0.999	0.75



**TABLA 5-2** Factores de tamaño

Unidades del Sistema Estadounidense Tradicional

Rango de tamaño	Para $D$ en pulgadas
$D \leq 0.30$	$C_S = 1.0$
$0.30 < D \leq 2.0$	$C_S = (D/0.3)^{-0.11}$
$2.0 < D < 10.0$	$C_S = 0.859 - 0.02125D$

Unidades SI

Rango de tamaño	Para $D$ en mm
$D \leq 7.62$	$C_S = 1.0$
$7.62 < D \leq 50$	$C_S = (D/7.62)^{-0.11}$
$50 < D < 250$	$C_S = 0.859 - 0.000837D$



A person is pouring oil from a clear plastic bottle into a black frying pan on a stovetop. To the left of the pan is a plate with some food. The background is slightly blurred, showing a kitchen setting. The entire image has a blue tint.

FACTOR DE DISEÑO

# Factor de Diseño

## Definición de Factor de Diseño

El término de **Factor de Diseño,  $N$** , es una medida de la seguridad relativa de un componente bajo la acción de una carga. En la mayor parte de los casos, la resistencia del material con la que se fabricará el componente se divide entre el factor de diseño para determinar el esfuerzo de diseño, que a veces se llama *esfuerzo admisible* o *esfuerzo permisible*.

### Materiales dúctiles

1.  $N = 1.25$  a  $2.0$ . El diseño de estructuras bajo cargas estáticas, para las que haya un alto grado de confianza en todos los datos del diseño.
2.  $N = 2.0$  a  $2.5$ . Diseño de elementos de máquina bajo cargas dinámicas con una confianza promedio en todos los datos de diseño. Es la que se suele emplear en la solución de los problemas de este libro.
3.  $N = 2.5$  a  $4.0$ . Diseño de estructuras estáticas o elementos de máquina bajo cargas dinámicas con incertidumbre acerca de las cargas, propiedades de los materiales, análisis de esfuerzos o el ambiente.
4.  $N = 4.0$  o más. Diseño de estructuras estáticas o elementos de máquinas bajo cargas dinámicas, con incertidumbre en cuanto a alguna combinación de cargas, propiedades del material, análisis de esfuerzos o el ambiente. El deseo de dar una seguridad adicional a componentes críticos puede justificar también el empleo de estos valores.

# Factor de Diseño

## Ecuación de Diseño para Ejes

La Siguiete ecuación, se utiliza para el diseño de ejes. Ésta ecuación es compatible con la Norma ANSI B106.IM-1985

$$D = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{KtxM}{Sn''} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{Sy} \right]^2} \right]^{1/3}$$

A background image showing a person's hands pouring oil from a clear bottle into a dark frying pan on a stovetop. To the left, there is a plate with some food items. The entire image is overlaid with a semi-transparent blue filter.

# PROCEDIMIENTO PARA DISEÑAR UN EJE

# Procedimiento para diseñar un Eje

## Paso a Paso el Diseño un Eje

1. Determinar la **velocidad de Giro del Eje**
2. Determinar la **potencia** que debe transmitir el Eje
3. Determinar el **Diseño de los componentes transmisores de potencia** que se montarán sobre el eje y especificar la posición de cada uno de ellos sobre el eje.
4. Especificar la **ubicación de los cojinetes** a soportar en el eje. Por lo común, se suponen que se utilizan 2 cojinetes para soportar un eje.
5. Proponga la **forma general de los detalles geométricos para el eje**, considerando la forma de posición axial en que se mantendrá cada elemento sobre el eje, y la forma en que se vaya a efectuarse la transmisión de potencia de cada elemento al eje.
6. Determinar la **magnitud del par torsional** que se desarrollará en cada punto del eje. Se recomienda preparar un diagrama de par torsional.



# Procedimiento para diseñar un Eje

## Paso a Paso el Diseño un Eje

7. Determina las **fuerzas que se obran sobre el eje**, en dirección radial y axial.
8. **Descomponga las fuerzas radiales en direcciones perpendiculares**, las cuales serían en general, vertical y horizontal.
9. **Calcule las reacciones** en cada plan sobre todos los cojinetes de soporte.
10. Genere los **diagramas de fuerza cortante y momento flexionante completos**, para determinar la distribución de momentos flexionantes en el eje.
11. **Seleccione el material con el que se fabricará el eje y especifique su condición**: estirado en frío, tratamiento térmico, entre otras cosas. Lo más común son los aceros al carbono simples o aleados, con contenido medio de carbono como son los AISI 1040, 4140, 4340, 4640, 5150, 6150 y 8650.
12. **Determina un esfuerzo de diseño adecuado**, contemplando la forma de aplicar la carga.
13. Analice cada punto crítico del eje, para **determinar el diámetro mínimo aceptable** de ese punto y para garantizar la seguridad frente a las cargas en ese punto.
14. **Especifique las dimensiones finales para cada punto del Eje**.

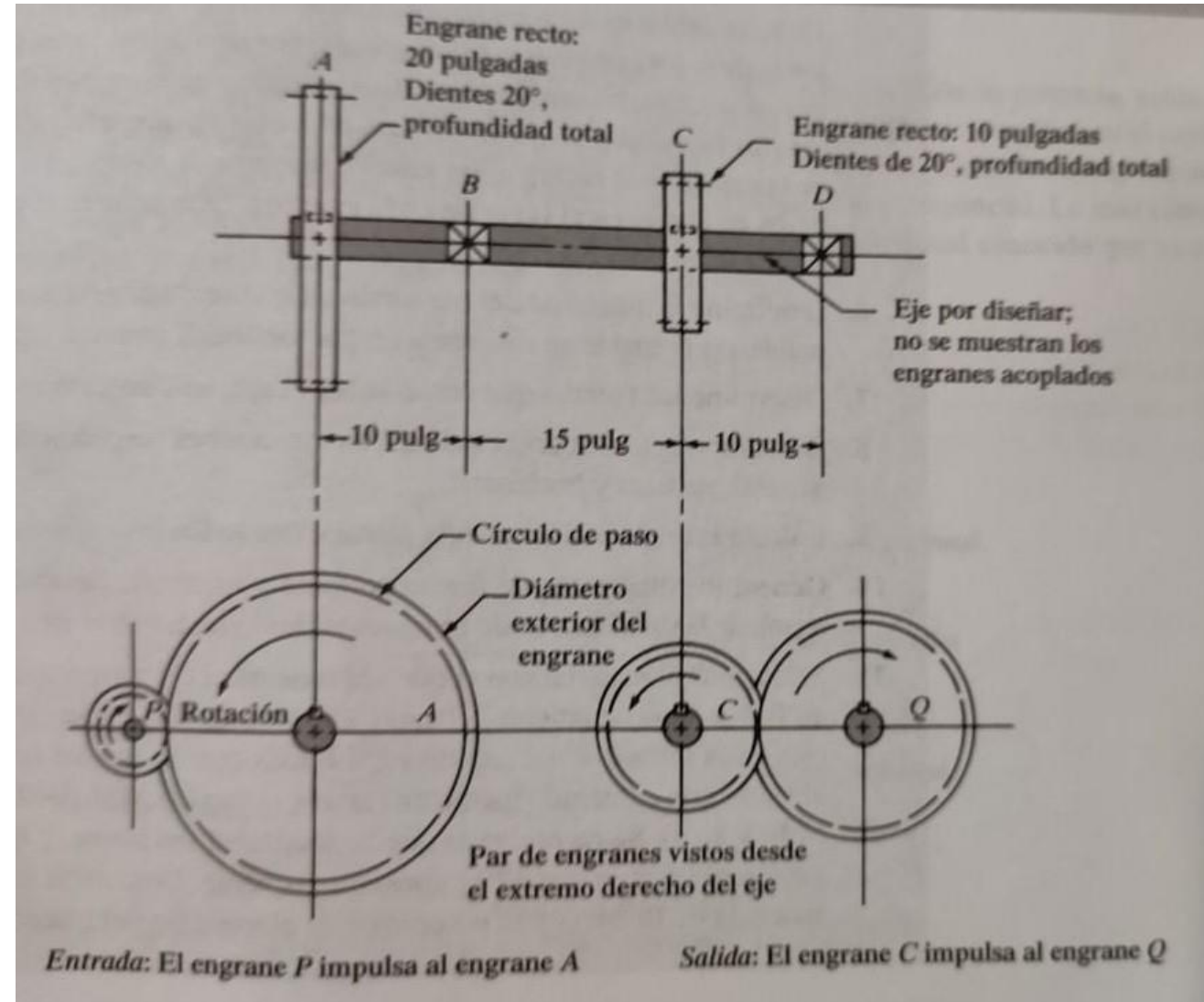


# EJERCICIO PRÁCTICO

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

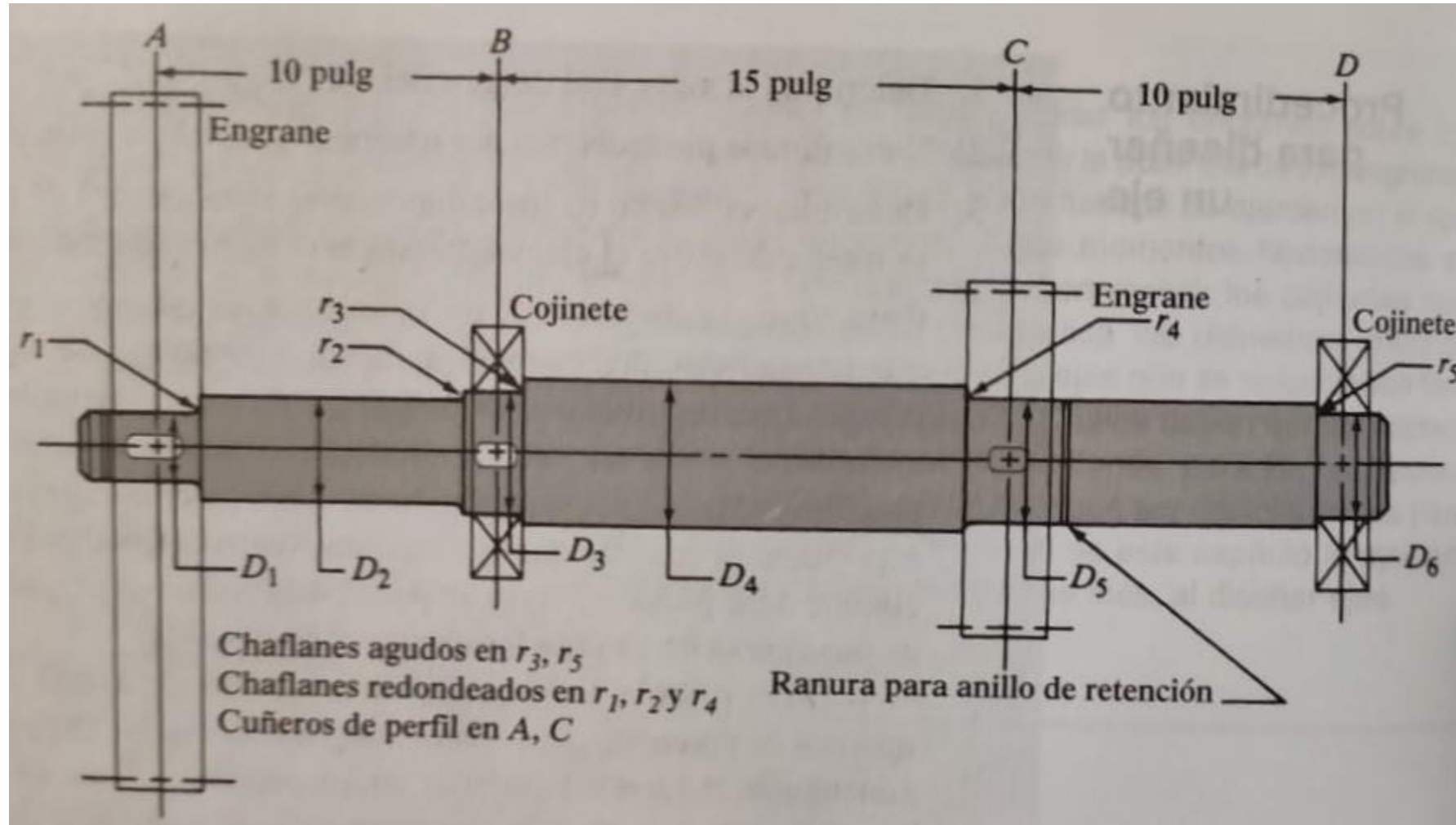
## Problema Modelo N°1

Diseñe el eje mostrado en la siguiente figura. Se va a maquinar a partir de un Acero AISI 1144 OQT1000 (Tratamiento Térmico templado en Aceite y Revenido). El eje es parte de una transmisión para un sistema de un equipo soplador grande, que suministra aire a un horno para tratamiento térmico (Soplo por Aire Controlado). El engranaje A recibe 200HP del Engranaje P. El engranaje C entrega la potencia al engranaje Q. La velocidad de giro del eje es a 600RPM.



# Ejercicio Práctico Paso a Paso

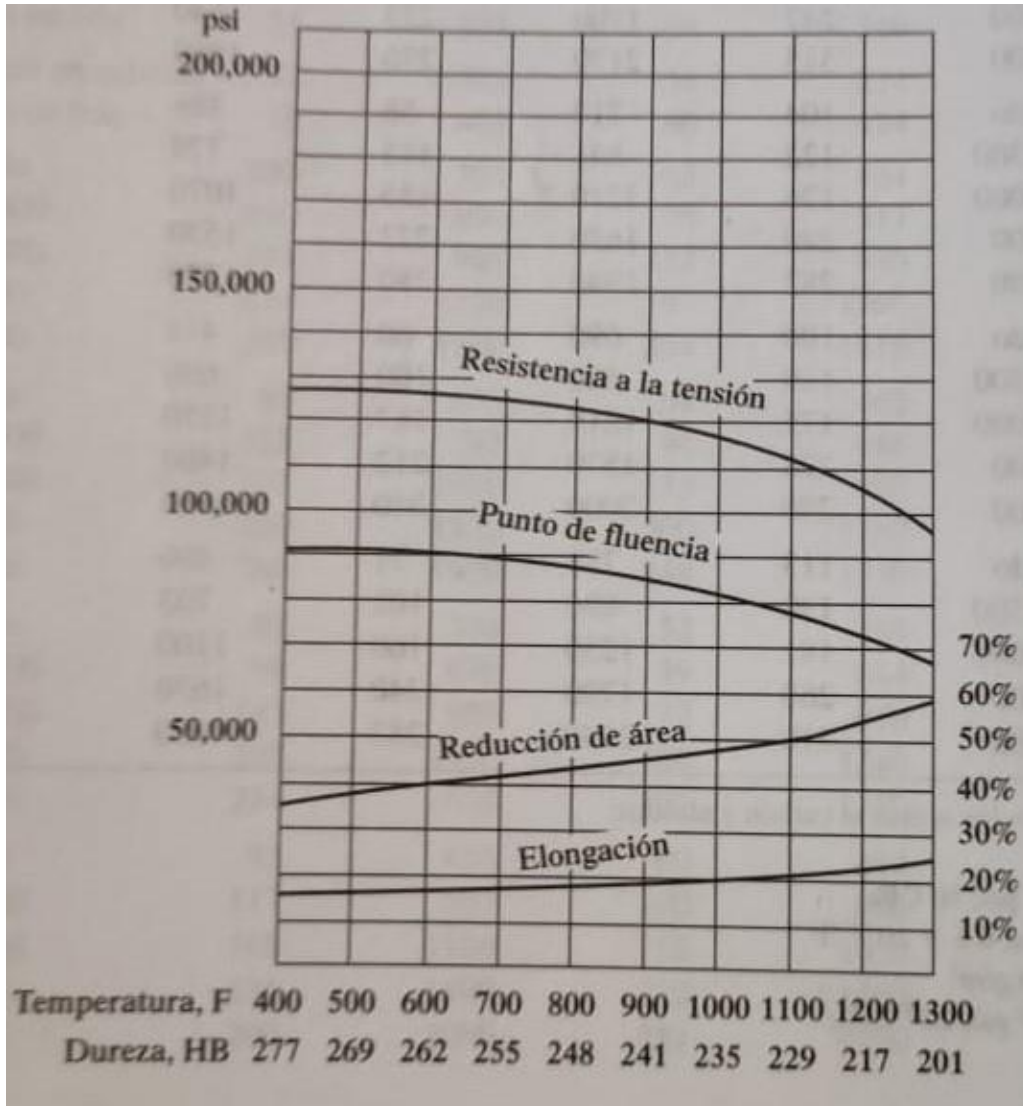
## Problema Modelo N°1





# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema



Primero vamos a determinar las propiedades del acero para el Eje. La siguiente gráfica da información sobre las propiedades del Acero AISI 1144 con tratamiento térmico: templado en Aceite y revenido.

De aquí podemos determinar los siguiente valores:

- $S_y = 83000$  PSI (Punto de Fluencia)
- $W_u = 128000$  PSI (Resistencia a la Tensión)
- Porcentaje Elongación = 19%

Por lo que se puede ver que el material tiene una buena Ductilidad.



# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

Lo que tenemos que determinar ahora, es la resistencia Real a la Fatiga, en relación a las tensiones del material.

Del gráfico 5.8, podemos determinar el valor de  **$S_n=42000 \text{ PSI}$** .

Luego debemos aplicar un factor por tamaño a la resistencia a la fatiga, porque el eje será bastante grande, para transmitir 200HP. Aunque no conocemos el tamaño real en éste momento, podremos seleccionar  **$C_s= 0,75$** . (NO sabemos el tamaño del diámetro del eje, pero podemos hacer una estimación).

También debemos especificar un factor de confiabilidad. Es una decisión de diseño. Para éste problema, se diseñará para una confiabilidad de 0,99 y se manejará un  $C_r=0,81$ . Con éstos valores podemos calcular la resistencia a la fatiga modificada de la siguiente manera:

$$S_n'' = S_n (C_m)(C_{st})(C_r)(C_s) = (42000\text{PSI}) \times (0,75) \times (0,81) = 25500\text{PSI}$$

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

Se supondrá que el factor de Diseño es  $N=2$ . No se espera que el soplador tenga choque o impacto inusual.

Ahora se calcula el Par Torsional en el Eje, con la siguiente ecuación:

$$T = 63000 \frac{P}{n} = 63000 x \left( \frac{200}{600} \right) = 21000 \text{ Lb.Pulg.}$$

Observe que solo la parte del eje que va de A a C es la parte sometida a este par Torsional. A la derecha del Engranaje C hasta el rodamiento D existe par torsional igual a cero.

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

**Fuerza sobre los Engranajes.** Las siguientes figuras, muestran los dos pares de engranes con las fuerzas que actúan sobre los engranes A y C indicados. Observe que el engrane A se impulsa por el engrane P, y que C impulsa a Q.

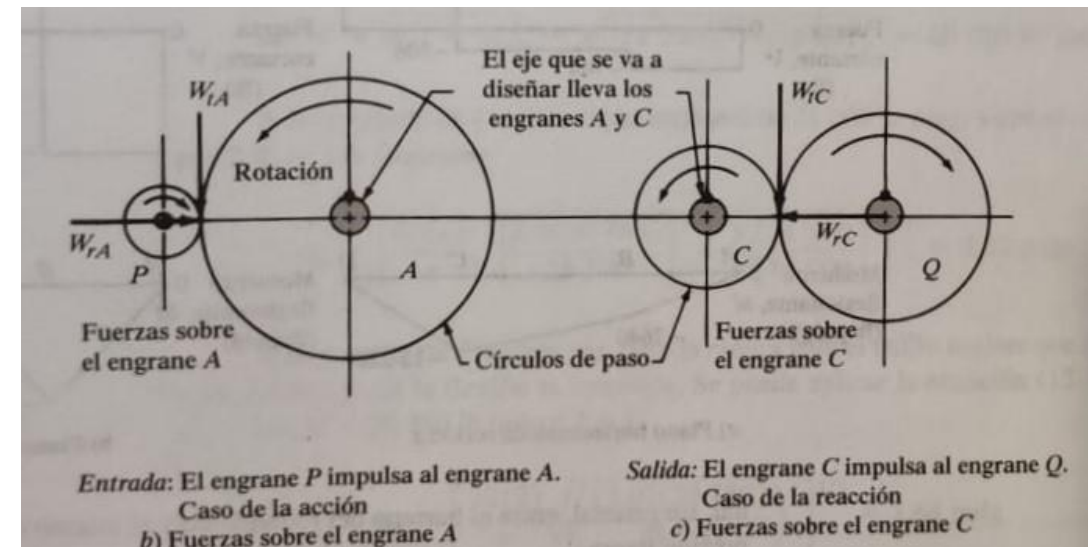
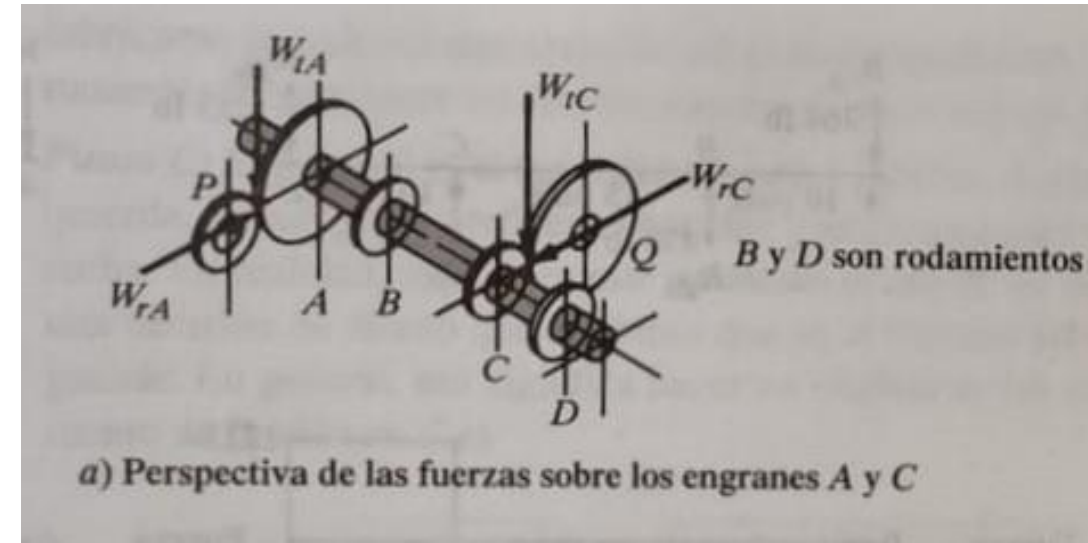
Procedemos al cálculo de las Fuerzas Tangenciales y Radiales que ejercen los engranes.

$$W_{ta} = T_a / (D_a/2) = 21000 / (20/2) = 2100lb$$

$$W_{ra} = W_{ta} \tan(\varphi) = 21000 \tan(20^\circ) = 764lb$$

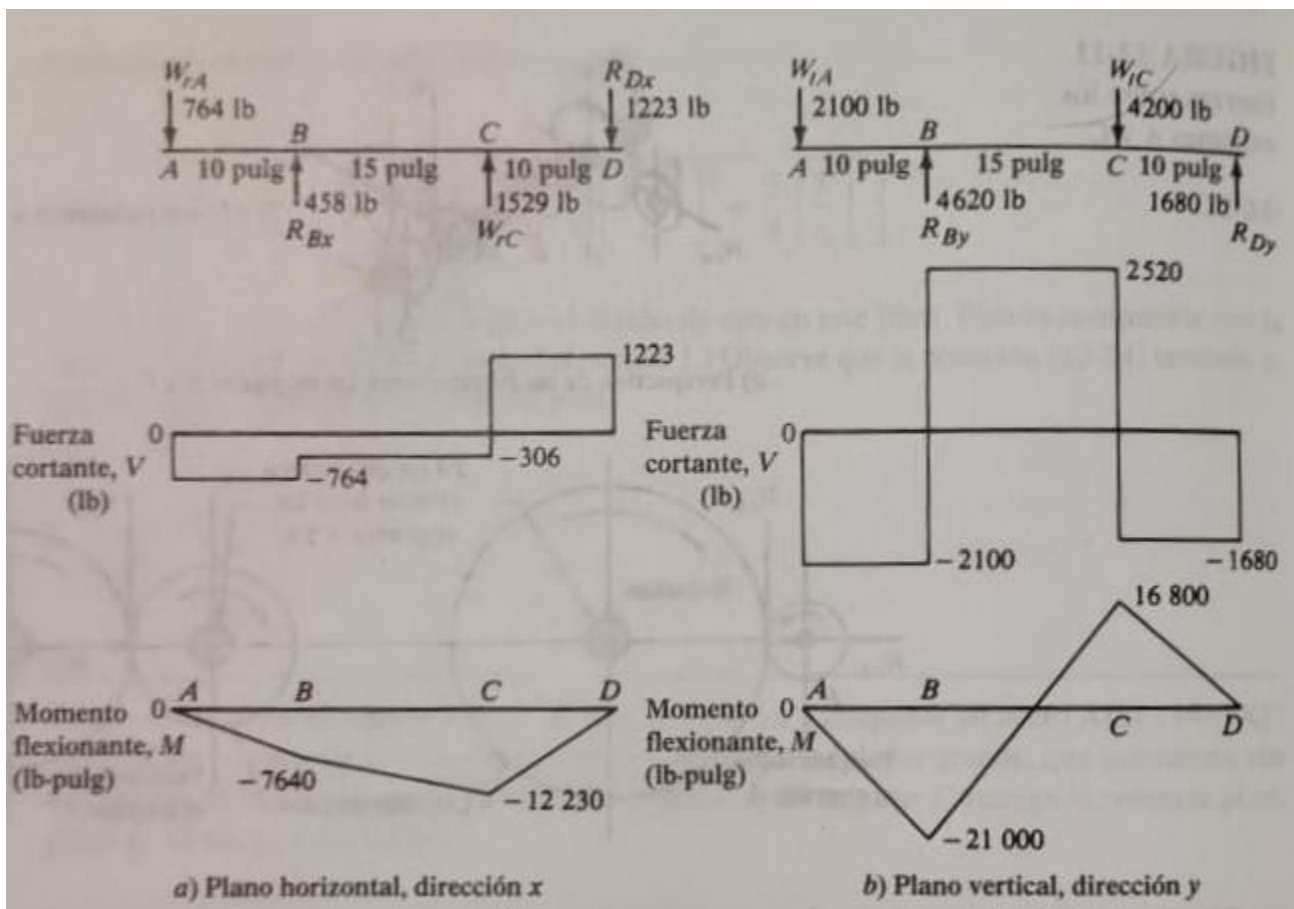
$$W_{tc} = T_c / (D_c/2) = 21000 / (10/2) = 4200lb$$

$$W_{rc} = W_{tc} \tan(\varphi) = 21000 \tan(20^\circ) = 1529lb$$



# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema



**Fuerza sobre el Eje.** El Siguiente paso es indicar esas fuerzas sobre el eje, en sus planos de acción correctos y en la dirección correcta. Se calculan las reacciones en los rodamientos y se preparan los diagramas de fuerza cortante y momento flector.

Se continúa con el diseño mediante el cálculo del diámetro mínimo aceptable del eje, en varios puntos del mismo. En cada punto se observará la magnitud del par torsional y del momento flexionante existente allí.

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

**1. Punto A:** el engranaje A produce torsión en el eje, desde A hacia la derecha. A la izquierda de A, donde hay un anillo de retención, no hay fuerzas actuantes, ni flexión ni torsión.

El momento flexionante en A es cero, porque es un extremo libre del eje. Ahora se podrá emplear la ecuación para calcular el diámetro requerido del eje en A, mediante el término de torsión únicamente.

$$D = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left[ \frac{T}{S_y} \right]^2} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32 \times 2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{4} \left[ \frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 1,65 \text{ pulg.}$$



# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

**2. Punto b:** el punto B es el lugar de un rodamiento, y tiene un chaflán agudo a la derecha de B y una bien redondeada a la izquierda. Es preferible hacer que D2 sea cuando menos un poco menor que D3 en el asiento del rodamiento, para permitir que el rodamiento se deslice sobre el eje y llegue al lugar donde entre con prensa a su posición final. En general entre el barreno del rodamiento y el asiento del eje se deja un ajuste a presión ligera.

A la izquierda de B (diámetro D2),

$$T = 63000 P/n = 63000x(200/600) = 21000 \text{ Lb. Pulg.}$$

El momento flexionante en B es el resultante del momento en los planos X e Y, de acuerdo con los cálculos de momentos realizados, tenemos que:

$$M_B = \sqrt{Mbx^2 + Mby^2} = \sqrt{7640^2 + 21000^2} = 22350 \text{ lb. pulg.}$$

Kt=1,5 (Chaflan bien redondos)

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

Se emplea la ecuación para determinar los diámetros a causa de la condición de esfuerzos combinados:

$$D_2 = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{KtxM}{Sn''} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{Sy} \right]^2} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{(1,5)x(22350)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,30 \text{pulgadas}$$

En B, y a la derecha de B (Diámetro D3) todo es igual, excepto el valor de Kt=2,5 debido al chaflán agudo.

Entonces tenemos que:

$$D_2 = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{KtxM}{Sn''} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{Sy} \right]^2} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{(2,5)x(22350)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,55 \text{pulgadas}$$

Observe que D4 será mayor que D3, para poder tener un escalón para el rodamiento. Por consiguiente será

seguro. El catálogo del fabricante de rodamientos especificará el diámetro mínimo aceptable a la derecha del rodamiento para tener un escalón adecuado para asentarlos.

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

**3. Punto C:** el punto C es el lugar del engrane C, con un chaflán bien redondeado a la izquierda, un cuñero de perfil de engrane y una ranura para anillo de retención a la derecha. El momento flexionante en CB es el resultante del momento en los planos X e Y, de acuerdo con los cálculos de momentos realizados, tenemos que:

$$M_c = \sqrt{M_{cx}^2 + M_{cy}^2} = \sqrt{12230^2 + 16800^2} = 20780 \text{ lb.pulg.}$$

A la izquierda de C existe el par torsional de 21000 lb.pulg, y con el cuñero de perfil Kt=2,0. Entonces:

$$D_5 = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{KtxM}{Sn''} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{Sy} \right]^2} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{(2)x(20780)}{25500} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{21000}{83000} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,22 \text{ pulgadas}$$

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

A la derecha de C no hay par, pero la ranura para el anillo sugiere que  $K_t=3,0$  para diseño, y allí la flexión es invertida. Se puede aplicar la ecuación  $M=20780\text{lb.pulg}$ ,  $K_t=3,0$  y  $T=0$  }

$$D_5 = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{K_t x M}{S_n''} \right]^2} \right]^{1/3} = \left[ \frac{32(2)}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{(3,0) x (20780)}{25500} \right]^2} \right]^{1/3} = 3,68 \text{pulgadas}$$

Si el factor por ranura de anillo es 1,06, el diámetro sube a 3,90 pulgada. Este valor es mayor que el calculado a la izquierda de C, por lo cual es el que gobierna el diseño en el punto C.

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

**4. Punto D:** el punto D es el asiento de rodamiento D, y allí no hay momentos torsionales ni flexionantes. Sin embargo, si hay fuerzas cortantes verticales, igual a la reacción en el rodamiento, Se empleará la ecuación resultante en los planos X e Y para calcular la fuerza cortante:

$$V_d = \sqrt{Vdx^2 + Vdy^2} = \sqrt{1223^2 + 1680^2} = 2078 \text{ lb.pulg.}$$

Podemos calcular el diámetro que requiere el eje en ese punto, de la siguiente manera:

$$D = \sqrt{2,94 K_t(V)(N)/Sn''} = \sqrt{2,94 \frac{K_t(2,5)(2078)(2)}{25500}} = 1,094 \text{ pulg.}$$

Éste diámetro es muy pequeño, en comparación con los demás diámetros calculados, y en general eso es lo que sucede. En la realidad, es probable que el diámetro D sea mayor que este valor calculado, por el tamaño de un rodamiento razonable que soporte la carga radial de 2078lb.



# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Solución del Problema

### 5. RESUMEN DE DIÁMETROS:

$$D_1 = 1,65 \text{ pulg.}$$

$$D_2 = 3,30 \text{ pulg.}$$

$$D_3 = 3,55 \text{ pulg.}$$

$$D_5 = 3,90 \text{ pulg.}$$

$$D_6 = 1,094 \text{ pulg.}$$

TABLA 12-1 Diámetros recomendados

Parte acoplada	Diámetro número (del problema modelo 12-1 y la figura 12-2)	Diámetro mínimo	Diámetro especificado (tamaño básico)
Engrane	$D_1$	1.65 pulg	1.800 pulg
Ninguna	$D_2$	3.30 pulg	3.400 pulg
Rodamiento	$D_3$	3.55 pulg	3.7402 pulg (95 mm)
Ninguna	$D_4$	$>D_3$ o $D_5$	4.400 pulg
Engrane	$D_5$	3.90 pulg	4.000 pulg
Rodamiento	$D_6$	1.094 pulg	3.1496 pulg (80 mm)

# Ejercicio Práctico Paso a Paso

## Problema Modelo N°2

En el eje de la figura, recibe una potencia de 110HP de una turbina hidráulica, a través de una rueda de cadena en el Punto C. El par de engranajes en E entrega 80HP a un generador eléctrico. La polea para la Banda en V entrega 30HP a un elevador de cangilones, que sube grano a un silo elevador. El eje gira a 1700RPM. La Catarina, la polea y el engrane se posicionan axialmente mediante anillos de retención. La polea y el engrane tienen cuñas, con cuñeros de trineo y en la Catarina se usa un cuñero para embutir. Use acero AISI 1040 estirado en frío. Calcule los diámetros mínimos aceptables D1 a D7.

