Lenguajes Formales y Computabilidad

Definiciones y Convenciones: Combo 1

Nicolás Cagliero

June 22, 2025

1. Defina cuando un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivo (no hace falta que defina "función Σ-recursiva")
2. Defina $\langle s_1, s_2, \dots \rangle$
3. Defina "f es una función Σ-mixta"
4. Defina "familia Σ-indexada de funciones"
5. Defina $R(f, \mathcal{G})$ (haga el caso de valores numéricos)

Respuestas:

1. Un conjunto $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$ es llamado Σ-recursivo cuando la función $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$ sea Σ-recursiva
2. $\langle s_1, s_2, \dots \rangle$ es lo que usamos para denotar al número $\displaystyle\prod_{i=1}^{\infty} pr(i)^{s_i}$ dada una infinitupla $(s_1, s_2, \dots) \in \omega^{[N]}$
3. Sea Σ un alfabeto finito. Dada una función f, diremos que f es $\Sigma - mixta$ si cumple las siguientes propiedades:

   (M1) Existen $n, m \geq 0$, tales que $D_f \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$
   (M2) Ya sea $I_f \subseteq \omega$ o $I_f \subseteq \Sigma^m$
4. Dado un alfabeto Σ, una familia Σ-indexada de funciones es una función $\mathcal{G}$ tal que $D_{\mathcal{G}} = \Sigma$ y para cada $a \in D_{\mathcal{G}}$ se tiene que $D_{\mathcal{G}}(a)$ es una función.
5. Sea

   $$f : S_1 \times \cdots \times S_n \times L_1 \times \cdots \times L_m \to \omega$$

   con $S_1 \times \cdots \times S_n \subseteq \omega$ y $L_1 \times \cdots \times L_m \subseteq \Sigma^*$ conjuntos no vacíos y sea $\mathcal{G}$ una familia Σ-indexada de funciones tal que

$$\mathcal{G}_a : \omega \times S_1 \times \cdots \times S_n \times L_1 \times \cdots \times L_m \to \omega$$

para cada $a \in \Sigma$, definimos

$$\begin{gathered}
R(f, \mathcal{G}) : S_1 \times \cdots \times S_n \times L_1 \times \cdots \times L_m \times \Sigma^* \to \omega \\
R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{a}, \varepsilon) = f(\vec{x}, \vec{a}) \\
R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{a}, \alpha a) = \mathcal{G}_a(R(f, \mathcal{G})(\vec{x}, \vec{a}, \alpha), \vec{x}, \vec{a}, \alpha)
\end{gathered}$$