

Demostración de $\delta(C)$ coincide con el mínimo de columnas LD de la matriz de chequeo de C

Nicolás Cagliero

26 de junio de 2024

Theorem 1. Sea H la matriz de chequeo de C , entonces $\delta(C) = \text{Min}\{j : \exists \text{un conjunto de } j \text{ columnas LD de } H\}$

Demostración. Sea $m = \text{mínimo número de columnas LD de } H$, $\delta = \delta(C)$. Como C es lineal, $\delta = \min\{|x|, x \in C, x \neq 0\}$

Sea $x \in C, x \neq 0$ con $|x| = \delta$.

Como $|x| = \delta \Rightarrow x$ tiene δ 1's.

$\Rightarrow \exists i_1, i_2, \dots, i_\delta : x = e_{i_1} + \dots + e_{i_\delta}$

Como $x \in C$ y $C = \text{Nu}(H) \Rightarrow Hx^t = 0 \Rightarrow 0 = H^{i_1} + \dots + H^{i_\delta}$. De esta forma ya tenemos un conjunto de δ columnas LD $\Rightarrow m \leq \delta$

Sean $H^{j_1} + \dots + H^{j_m}$ m columnas LD. Sea $x = e_{j_1} + \dots + e_{j_m} \Rightarrow Hx^t = 0 \Rightarrow x \in \text{Nu}(H) = C$. De esta forma $\delta \leq |x| = m$

Luego $m = \delta$

□