Teóricos para el final-MDII-2024

La parte teórica del final consistirá de 3 preguntas tomadas de esta lista, mas una pregunta extra del tema de Milagro. Para aprobar el teórico hay que obtener 40% del puntaje EN CADA pregunta (de esta lista).

Estos teoremas son para Julio/Agosto 2024, excepto algunos que estan marcado que solo se tomaran a partir de Diciembre.

Ademas de estos teoremas, en Diciembre/Febrero/Marzo pueden agregarse incluso otros, pero si lo hacemos se indicara en la pagina de la materia. Si no se dice nada, estos son los que valen.

De los tres teoremas que se tomarán de esta lista, uno será de los seis primeros, otro de los tres ultimos y el otro del resto.

OBSERVACION PARA LOS PRIMEROS 3 ejercicios: como explicamos en el teorico, casi toda la prueba de estos teoremas valdrian para pej Ford-Fulkerson, excepto por unas partes claves de la prueba donde se usa una propiedad especifica de Edmonds-Karp. Si ustedes escriben toda la prueba sin destacar que propiedad de Edmonds-Karp se usa y donde, estan desaprobados.

1. ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp? Probarlo.(Nota: en la prueba se definen unas distancias, y se prueba que esas distancias no disminuyen en pasos sucesivos de EK. Ud. puede usar esto sin necesidad de probarlo)
2. Probar que si, dados vértices x, z y flujo f definimos a la distancia entre x y z relativa a f como la longitud del menor f-camino aumentante entre x y z, si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si $x = z$, denotandola por $d_f(x, z)$, y definimos $d_k(x) = d_{f_k}(s, x)$, donde f_k es el k-ésimo flujo en una corrida de Edmonds-Karp, entonces $d_k(x) \leq d_{k+1}(x)$.
3. Probar que si, dados vértices x, z y flujo f definimos a la distancia entre x y z relativa a f como la longitud del menor f-camino aumentante entre x y z, si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si $x = z$, denotandola por $d_f(x, z)$, y definimos $b_k(x) = b_{f_k}(x, t)$, donde f_k es el k-ésimo flujo en una corrida de Edmonds-Karp, entonces $b_k(x) \leq b_{k+1}(x)$. (este teorema sólo se tomara a partir de diciembre 2024).
4. ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Dinic? Probarla en ambas versiones: Dinitz original y Dinic-Even. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).
5. ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).
6. Probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta. (este teorema sólo se tomara a partir de diciembre 2024).
7. Probar que el valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte y que si f es un flujo, entonces f es maximal si y solo si existe un corte S tal que $v(f) = cap(S)$. (y en este caso, S es minimal)

   (puede usar sin necesidad de probarlo que si f es flujo y S es corte entonces $v(f) = f(S, \overline{S}) - f(\overline{S}, S)$)
8. Probar que si G es conexo no regular, entonces $\chi(G) \leq \Delta(G)$.
9. Probar que 2-COLOR es polinomial.
10. Enunciar y probar el Teorema de Hall.
11. Enunciar y probar el teorema del matrimonio de Kőnig.
12. Probar que si G es bipartito entonces $\chi'(G) = \Delta$. (este teorema sólo se tomara a partir de diciembre 2024).
13. Probar la complejidad $O(n^4)$ del algoritmo Hungaro y dar una idea de como se la puede reducir a $O(n^3)$. (este teorema sólo se tomara a partir de diciembre 2024).
14. Enunciar el teorema de la cota de Hamming y probarlo.
15. Probar que si H es matriz de chequeo de C, entonces;

$$\delta(C) = Min\{j : \exists \text{ un conjunto de } j \text{ columnas LD de } H\}$$

   (LD es “linealmente dependiente”)

16. Sea C un código cíclico de dimensión k y longitud n y sea $g(x)$ su polinomio generador. Probar que:

    i) C esta formado por los multiplos de $g(x)$ de grado menor que n:

    $$C = \{p(x) : gr(p) < n \& g(x) | p(x)\}$$

    ii) $C = \{v(x) \odot g(x) : v \text{ es un polinomio cualquiera}\}$

    iii) $gr(g(x)) = n - k$.

    iv) $g(x)$ divide a $1 + x^n$

17. Probar que 3SAT es NP-completo

18. Probar que 3-COLOR es NP-completo.

19. Probar que Matrimonio3D ("matrimonio trisexual") es NP completo.