UCLouvain

École polytechnique de Louvain

LINFO1140 - Bases électroniques de l'informatique

Travail 2 : Circuits DC - méthode des noeuds

Auteur :
Nicolas Jeanmenne

Noma :
4874-19-00

2021-2022

1 Introduction

Le but de ce deuxième travail est d'implémenter un circuit contenant au moins une source de tension ainsi qu'une source de courant avec plusieurs résistances. Il s'agira ensuite de calculer les tensions en utilisant la méthode des noeuds et enfin de simuler le circuit avec le logiciel *LTspice* afin de démontrer l'exactitude des calculs.

À l'attention du correcteur / correctrice

N'hésitez pas à zoomer sur les schémas du circuit et autres images afin d'y voir plus clair.

2 Schéma initial du circuit

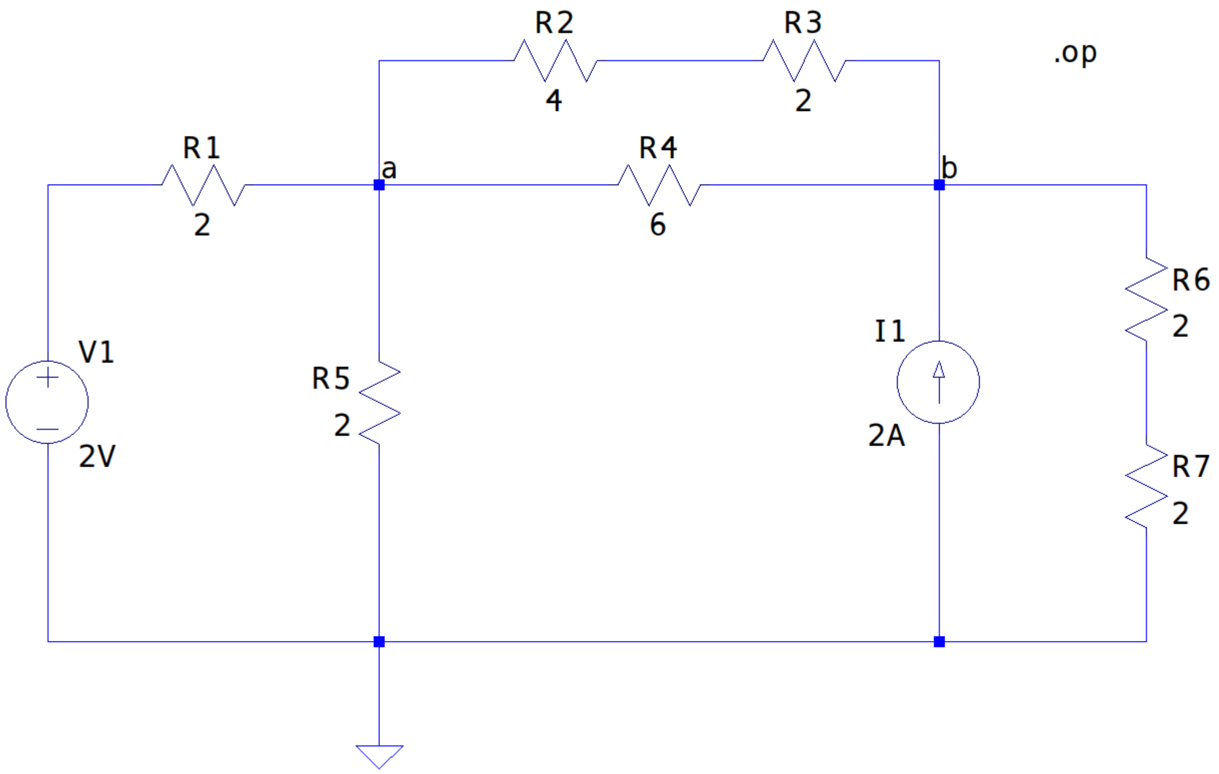
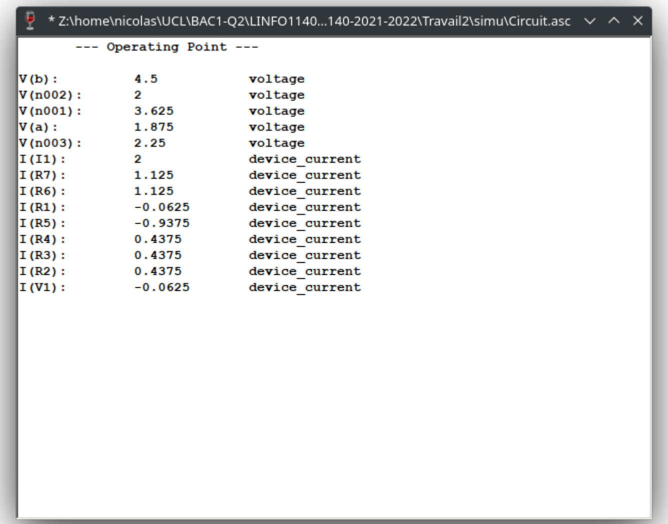


Figure 1 – Schéma du circuit



* Z:\home\nicolas\UCL\BAC1-Q2\LINFO1140...140-2021-2022\Travail2\simu\Circuit.asc

--- Operating Point ---

V(b):	4.5	voltage
V(n002):	2	voltage
V(n001):	3.625	voltage
V(a):	1.875	voltage
V(n003):	2.25	voltage
I(I1):	2	device_current
I(R7):	1.125	device_current
I(R6):	1.125	device_current
I(R1):	-0.0625	device_current
I(R5):	-0.9375	device_current
I(R4):	0.4375	device_current
I(R3):	0.4375	device_current
I(R2):	0.4375	device_current
I(V1):	-0.0625	device_current

FIGURE 2 – Résultat du circuit

3 Méthode des noeuds

3.1 Simplification du circuit

Afin de simplifier les calculs, nous pouvons poser des résistances équivalentes :

$$
\begin{aligned}
R_{eq_1} &= (R_2 + R_3) \,//\, R_4 \\
R_{eq_1} &= \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{(R_2 + R_3) + R_4} \\
R_{eq_1} &= \frac{(4 + 2) \cdot 6}{(4 + 2) + 6} \\
R_{eq_1} &= \frac{36}{12} \\
R_{eq_1} &= 3\ \Omega
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{eq_2} &= R_6 + R_7 \\
R_{eq_2} &= 2 + 2 \\
R_{eq_2} &= 4\ \Omega
\end{aligned}
$$

On obtient donc le circuit simplifié suivant :

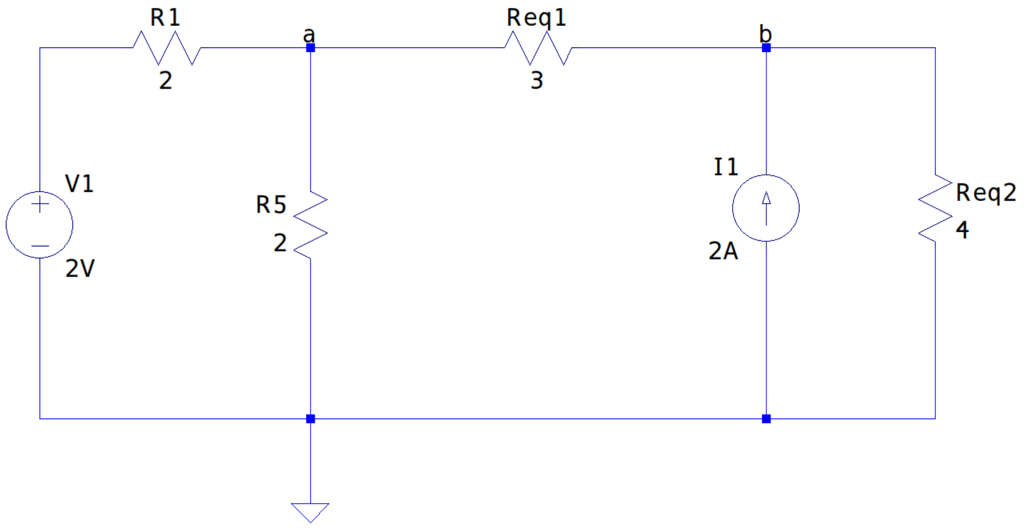


FIGURE 3 – Circuit simplifié

3.2 Sens des courants et tensions

Ensuite, on définit arbitrairement le sens des courants dans le circuit et puis le sens des tensions de manière opposé au sens des courants :

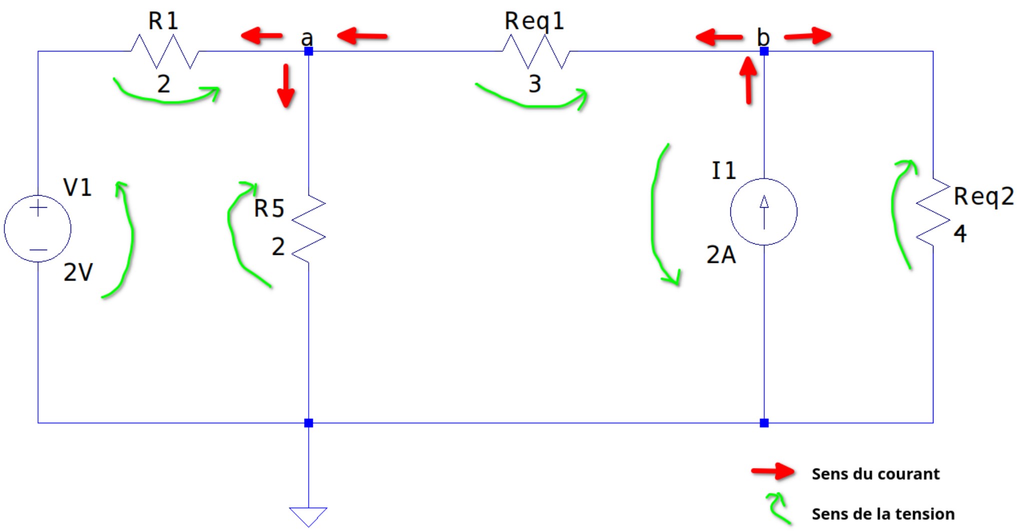


FIGURE 4 – Circuit avec le sens des courants en rouge et ceux des tensions en vert

3.3 Écriture des équations

On cherche la tension aux bornes de a (V_a) et la tension aux bornes de b (V_b). On sait que l'on peut trouver l'intensité des courants par la formule $I = \frac{V}{R}$. On sait également grâce à la loi de Kirchhoff que la somme des courants est égale à la somme des courants sortants. On peut donc poser le système suivant :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{V_b - V_a}{3} &= \frac{V_a - 2}{2} + \frac{V_a}{2} \\ 2 &= \frac{V_b}{4} + \frac{V_b - V_a}{3} \end{aligned} \right.$$

3.4 Résolution du système d'équation

Pour plus de lisibilité, posons $x = V_a$, $y = V_b$:

$$\begin{cases} \frac{y-x}{3} &= \frac{x-2}{2} + \frac{x}{2} \\ 2 &= \frac{y}{4} + \frac{y-x}{3} \end{cases}$$

Supprimons les dénominateurs :

$$\begin{cases} 2 \cdot (y - x) &= 3 \cdot (x - 2) + 3x \\ 24 &= 3y + 4 \cdot (y - x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8x + 2y &= -6 \\ -4x + 7y &= 24 \end{cases}$$

3.4.1 Résolution par l'élimination de Gauss-Jordan

$$A = \left(\begin{array}{cc|c} -8 & 2 & -6 \\ -4 & 7 & 24 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow^{L_1^{(-2)}} \left(\begin{array}{cc|c} -4 & 1 & -3 \\ -4 & 7 & 24 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow^{L_{21}^{(-7)}} \left(\begin{array}{cc|c} -4 & 1 & -3 \\ 24 & 0 & 45 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow^{L_2^{(\frac{1}{24})}} \left(\begin{array}{cc|c} -4 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 45/24 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow^{L_{12}^{(4)}} \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 9/2 \\ 1 & 0 & 15/8 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow^{L_{12}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 15/8 \\ 0 & 1 & 9/2 \end{array}\right)$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} x &= \frac{15}{8} \\ y &= \frac{9}{2} \end{cases}$$

On peut donc maintenant calculer V_a et V_b :

$$\begin{aligned} V_a &= x \\ V_a &= \frac{15}{8} \\ V_a &= 1.875\ V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_b &= y \\ V_b &= \frac{9}{2} \\ V_b &= 4.5\ V \end{aligned}$$

4 Conclusion

Pour conclure ce travail, je peux affirmer que les résultats sont accord avec la simulation du circuit faite sur *LTspice*. Ce travail permet de bien s'imprégner de la méthode des noeuds.