

Primer Examen de Programación Lineal

Licenciatura en Matemáticas Aplicadas, UAEH

24 de febrero de 2020

NOMBRE: _____

INSTRUCCIONES Hay 6 preguntas en este examen, debes escoger cinco de ellas, marcando algún modo claro e inequívoco las preguntas escogidas. Recuerda explicar sin escatimar en detalles las respuestas a las preguntas. Tienes 1 hora y 50 minutos para resolverlo.

1. Resuelve el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & x + 3y \\ \text{sujeto a} & 3x + y \leq 6 \\ & x, y \geq 0\end{array}$$

Solución: el valor máximo es 18 y se alcanza en el punto (0,6)

2. Resuelve el siguiente problema

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & 3x_1 + x_2 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_2 \leq 4 \\ \text{sujeto a} & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

3. Resuelve el siguiente problema

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & 2x_1 + x_2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ \text{sujeto a} & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

4. Escribe el siguiente problema en forma estándar y en forma simplex (No es necesario resolverlo)

$$\begin{array}{ll}\text{Minimizar} & x_1 - x_2 \\ & 3x_1 - x_2 \geq 3 \\ \text{sujeto a} & x_1 + x_2 \geq -8 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

5. Una compañía mueblera fabrica tres tipos de libreros: el «intelectual», el «juvenil», y el «ejecutivo». Cada librero es elaborado utilizando tres tipos de madera: roble, pino y caoba. El librero tipo «intelectual» requiere 2 unidades cuadradas de hoja de roble, 6 de pino y 4 de caoba. El librero tipo «juvenil» requiere respectivamente 1, 4 y 3 unidades cuadradas de hoja de roble, pino y caoba. Y el librero tipo «ejecutivo» requiere respectivamente 2, 2 y 8 unidades cuadradas de hoja de pino, roble y caoba.

La ganancia por librero vendido de los tipos «intelectual», «juvenil» y «ejecutivo» es respectivamente de \$20, \$5 y \$30. Suponiendo que la compañía dispone en sus bodegas de 100 unidades cuadradas de hoja de roble, 600 unidades de pino y 320 unidades de caoba, plantea el problema de encontrar la producción que maximice el ingreso como un problema de programación lineal.

Solución: Vamos a usar variables X_1 , X_2 y X_3 , donde X_1 representa la cantidad de libreros tipo intelectual, donde X_2 representa la cantidad de libreros tipo intelectual y X_3 representa la cantidad de libreros tipo ejecutivo. Con base a los datos, la ganancia en términos de X_1 , X_2 y X_3 está dada por $20X_1 + 5X_2 + 30X_3$. Cada tipo de madera nos da una restricción. por ejemplo los datos respecto al roble nos dicen que: $2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 100$. Considerando el pino, tenemos que: $6X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 600$. Finalmente respecto a la caoba tenemos que: $4X_1 + 3X_2 + 8X_3 \leq 320$

Es decir como un problema de programación lineal queda:

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & 20x_1 + 5x_2 + 30x_3 \\ & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ & 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 600 \\ \text{sujeto a} & 4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 320 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

Usando Python, obtenemos que la ganancia máxima se logra produciendo 20 libreros tipo inte-

lectual, 0 de tipo juvenil y 30 de tipo ejecutivo.

6. Supongamos que un estudio ha demostrado que la demanda de autobuses en cierta ciudad con respecto a la hora del día está regida por la siguiente tabla:

Hora	Cantidad de autobuses
12am-4am	4
4am-8am	8
8am-12pm	15
12pm-4pm	10
4pm-8pm	17
8pm-12am	5
turno extra	67676

Supongamos que un autobús debe operar exactamente ocho horas consecutivas, y que operan en turnos empezando cada cuatro horas a partir de las 12am. Plantea el problema de encontrar la cantidad mínima de autobuses que deben adquirirse para cubrir la demanda como un problema de programación lineal.