

## ULTERIORI RISULTATI SPERIMENTALI

Al fine di confrontare in maniera più approfondita i tre metodi risolutivi da noi analizzati, abbiamo effettuato una serie di prove, generando delle matrici con elementi casuali per mezzo di Matlab.

### Jacobi e Gauss-Seidel

Mediante un apposito script da noi realizzato abbiamo generato tre matrici quadrate dei coefficienti ( $A$ ), di dimensione rispettivamente 5, 20 e 60, che identificano quelli che chiameremo *sistema 1*, *sistema 2* e *sistema 3*. A ciascuna matrice abbiamo affiancato tre vettori dei termini noti ( $B$ ) differenti, ognuno con una particolare caratteristica; si sono formati in tal modo 9 sistemi lineari distinti.

Si riportano solamente, per motivi di spazio, un esempio delle matrici complete ( $C$ ) utilizzate al fine di comprendere il criterio di generazione del vettore dei termini noti.

D'ora in poi identificheremo come  $B1$  il vettore composto da soli elementi 1, con  $B2$  il vettore le cui componenti sono una progressione da 1 a  $n$  di ragione 1 e con  $B3$  il vettore le cui componenti sono una progressione da  $n$  a 1 di ragione 1.

NOTA:  $n$  indica il numero di equazioni che compongono ciascun sistema.

C1 =

138	15	77	9	29	1
42	255	57	10	71	1
26	75	244	73	36	1
47	60	28	214	71	1
16	96	75	58	252	1
A					B1

C2 =

138	15	77	9	29	1
42	255	57	10	71	2
26	75	244	73	36	3
47	60	28	214	71	4
16	96	75	58	252	5
A					B2

C3 =

138	15	77	9	29	5
42	255	57	10	71	4
26	75	244	73	36	3
47	60	28	214	71	2
16	96	75	58	252	1
A					B3

Chiameremo pertanto *sistema 1-1*, *sistema 2-1* e *sistema 3-1* i sistemi con vettore dei termini noti del tipo di  $B1$ ; *sistema 1-2*, *sistema 2-2* e *sistema 3-2* i sistemi con vettore dei termini noti del tipo di  $B2$ ; *sistema 1-3*, *sistema 2-3* e *sistema 3-3* i sistemi con vettore dei termini noti del tipo di  $B3$ .

Si mostrano, a partire dalla successiva pagina, i dati ottenuti confrontando le soluzioni fornite da Matlab con quelle restituite dal nostro programma.

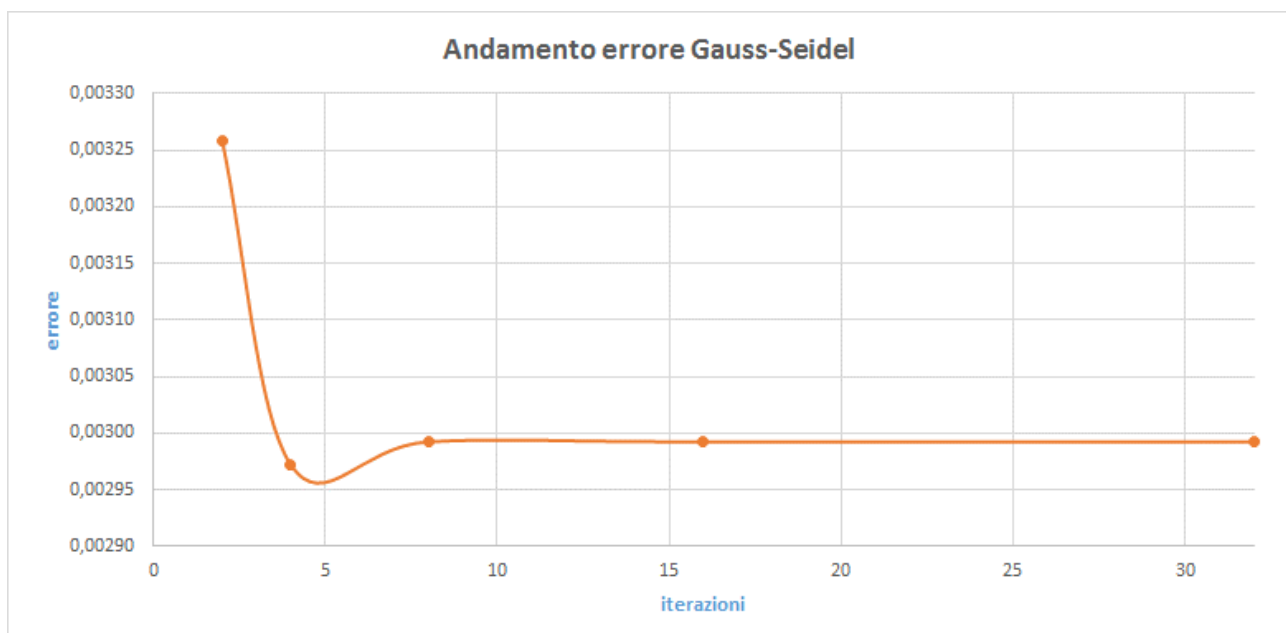
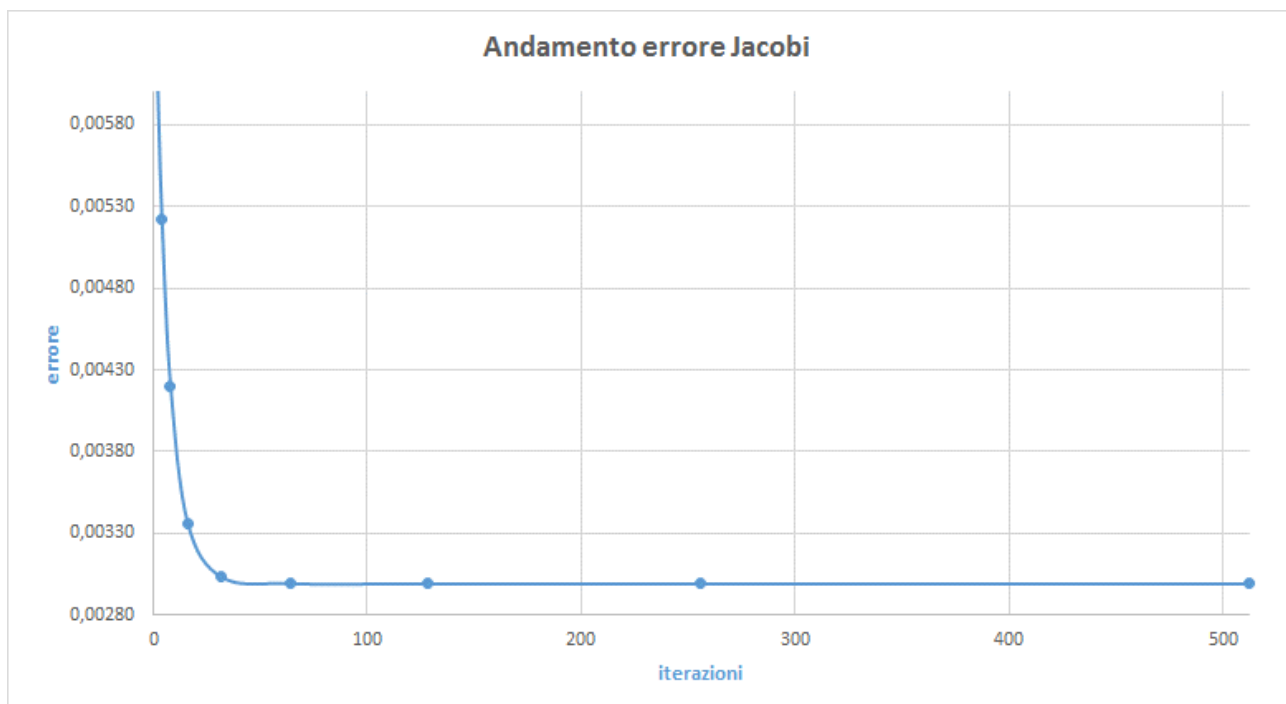
Nella prima colonna di ogni tabella è riportato il numero di iterazioni – selezionabili dall'utente - eseguite dal programma, nella seconda e nella terza è elencata di volta in volta la norma del vettore differenza tra la soluzione di Matlab e quella del programma, ovvero l'errore.

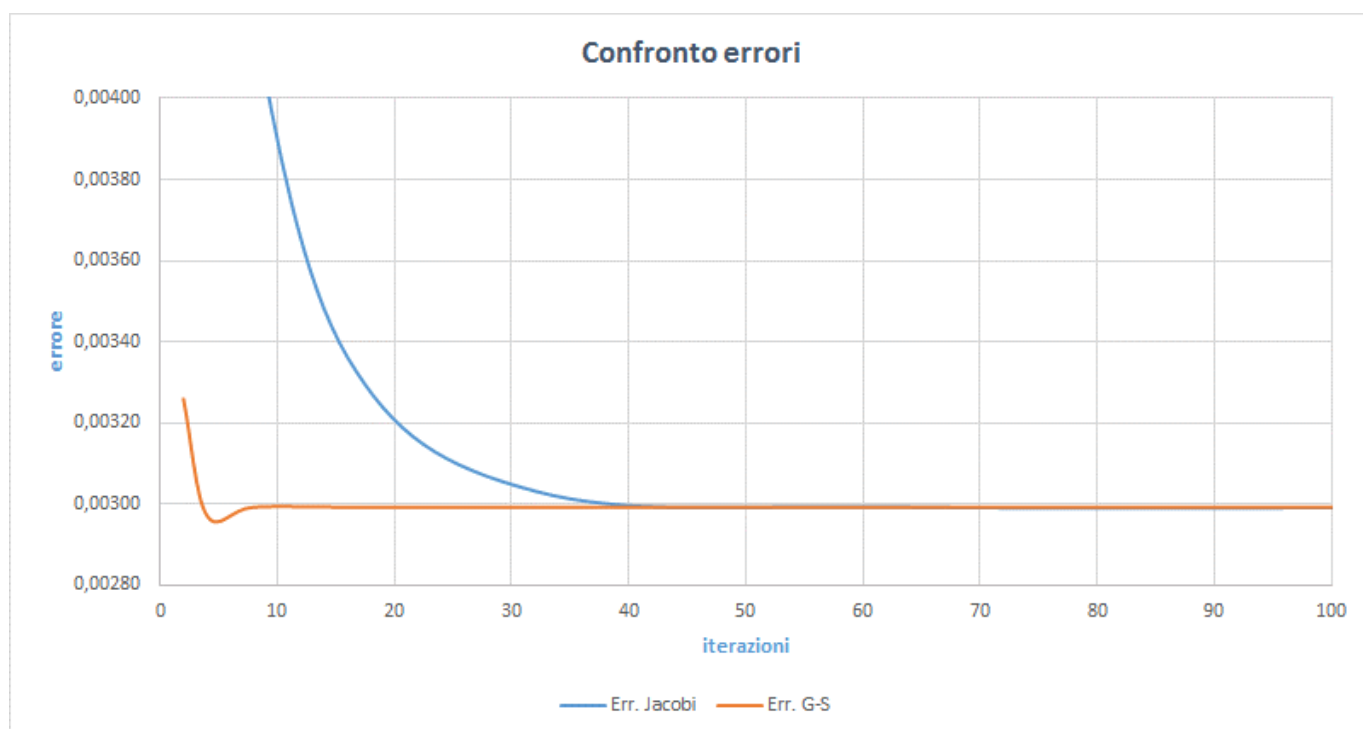
Sono inoltre rappresentati dei grafici che permettono di comprendere più intuitivamente l'andamento dell'errore al variare del numero di iterazioni, tuttavia in alcuni di questi non sono stati riportati tutti i valori ottenuti, al fine di rendere la rappresentazione delle curve più chiara e comprensibile.

# MATRICE A 5X5

Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,0060332030999627400	0,0032588550957353100
4	0,0052206913340572100	0,0029718419383439600
8	0,0042014010303112000	0,0029924476327915900
16	0,0033617808947490900	0,0029923314746865900
32	0,0030318430291655900	0,0029923314746865900
64	0,0029928430283427800	0,0029923314746865900
128	0,0029923314746865900	0,0029923314746865900
256	0,0029923314746865900	0,0029923314746865900
512	0,0029923314746865900	0,0029923314746865900

Errori con vettore B 1



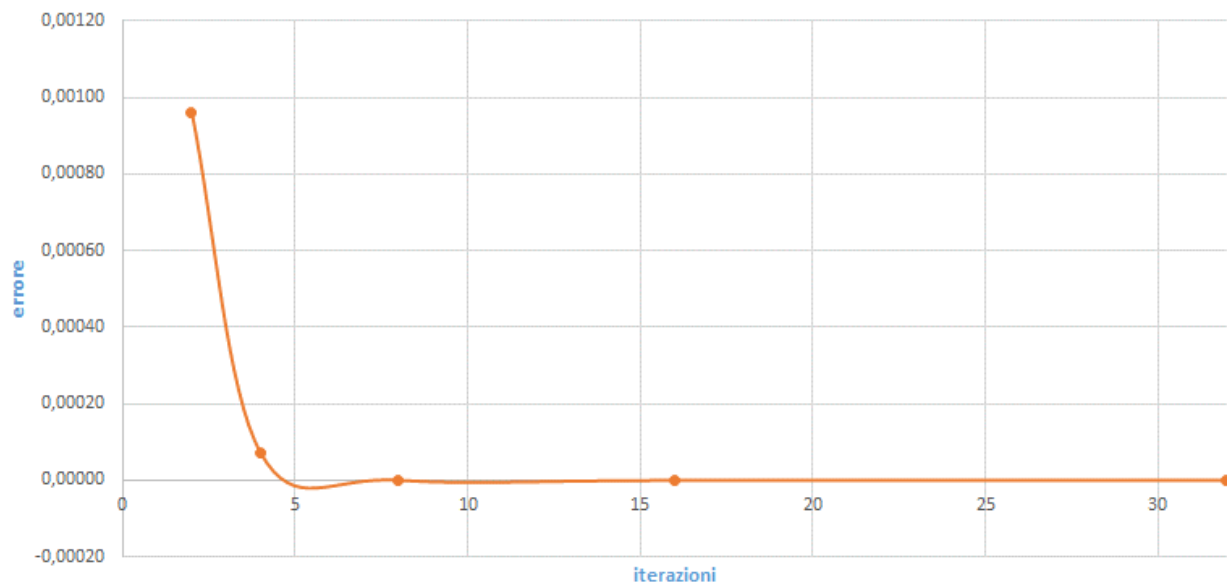


# MATRICE A 5X5

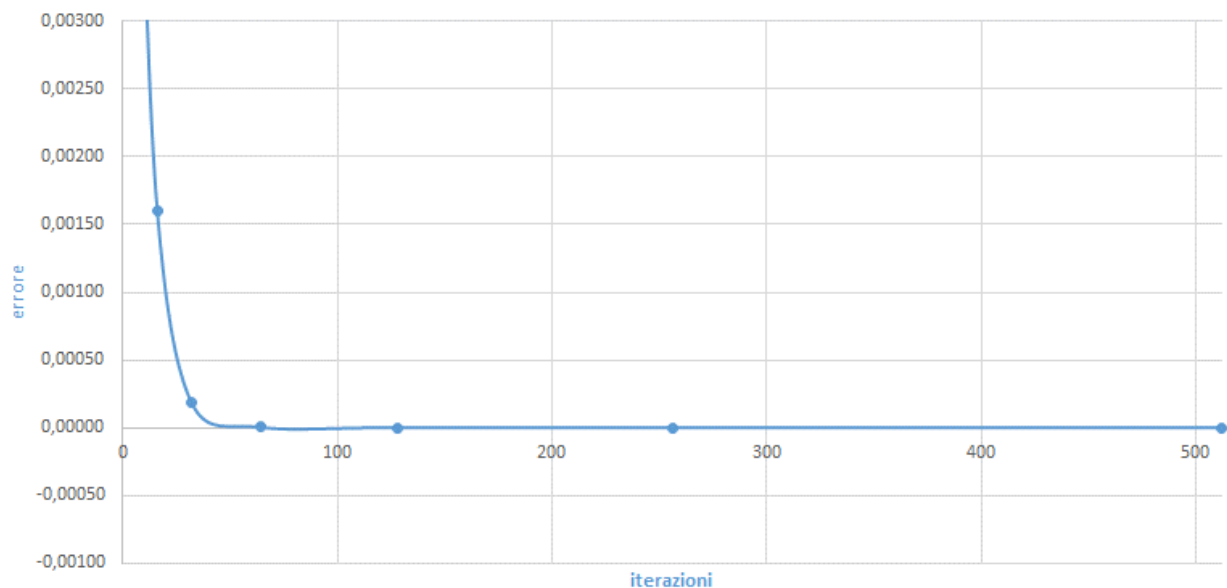
Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,0106722212035630000000	0,000962413128906497000
4	0,0081474019012005400000	0,000071722132749993700
8	0,0047395751944320800000	0,000000348892025656257
16	0,0016046227842851900000	0,000000032227049194277
32	0,0001839193592914720000	0,000000032227049194277
64	0,0000024190899902871600	0,000000032227049194277
128	0,0000000322276773540581	0,000000032227049194277
256	0,0000000322270491942770	0,000000032227049194277
512	0,0000000322270491942770	0,000000032227049194277

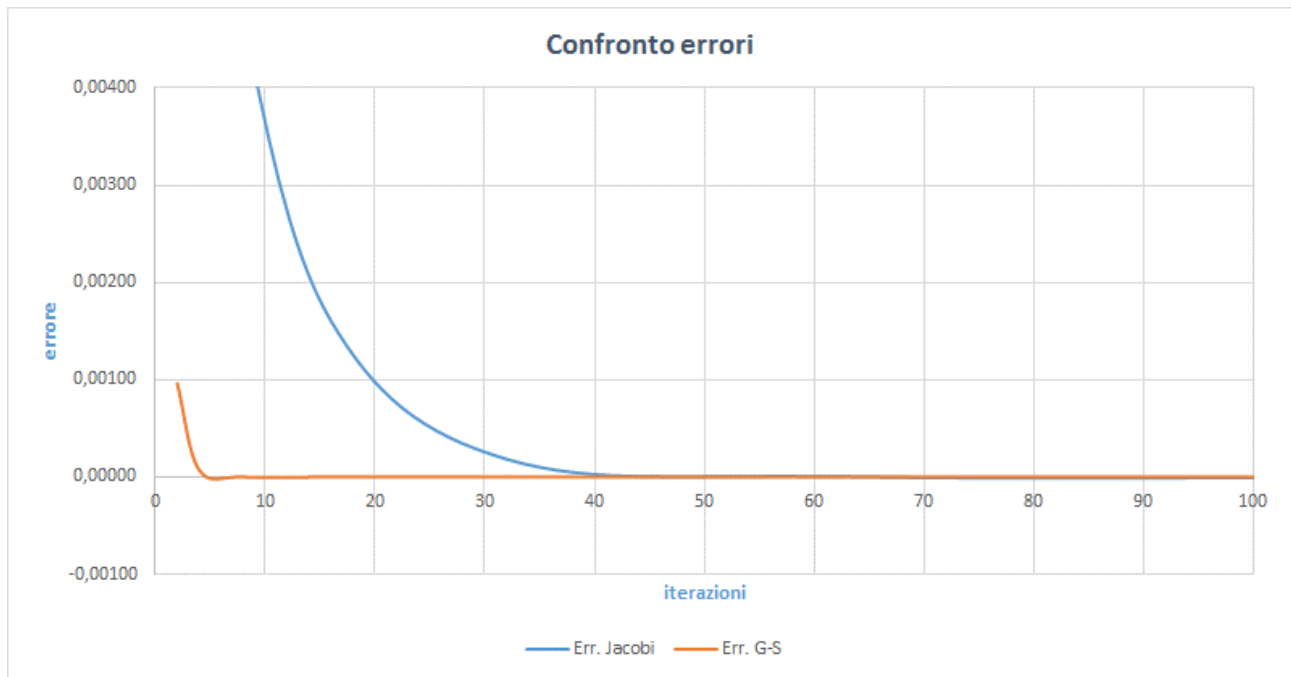
Errori con vettore B 2

## Andamento errore Gauss-Seidel



## Andamento errore Jacobi

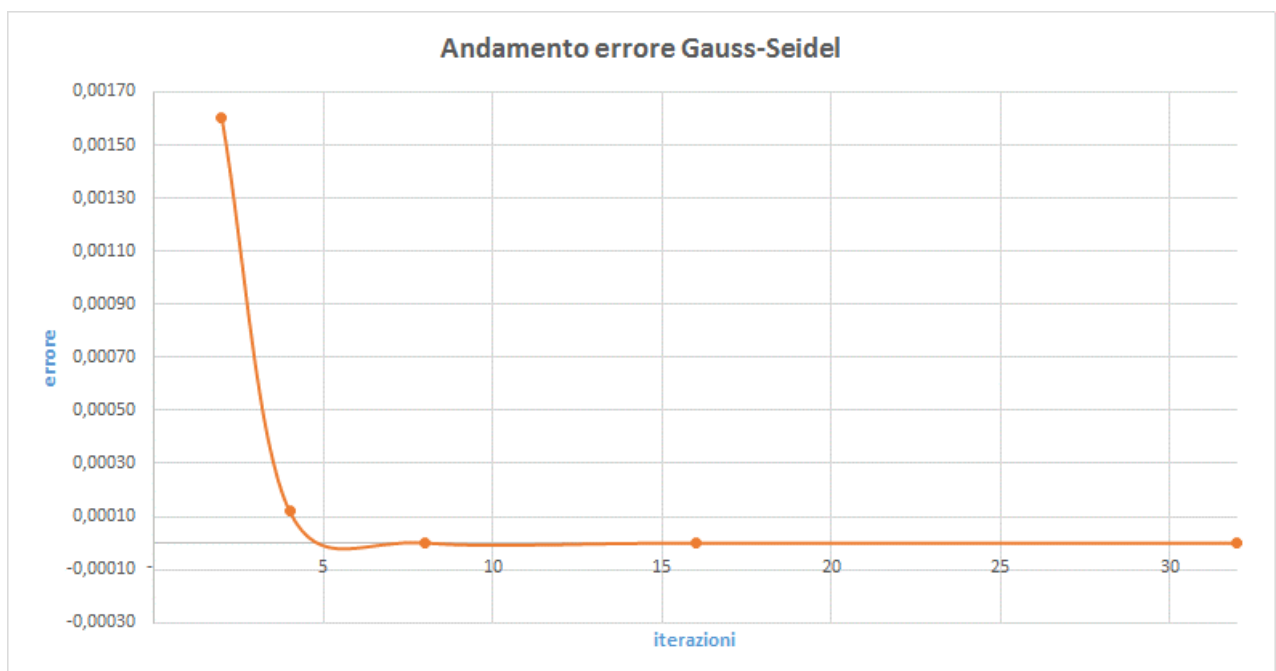
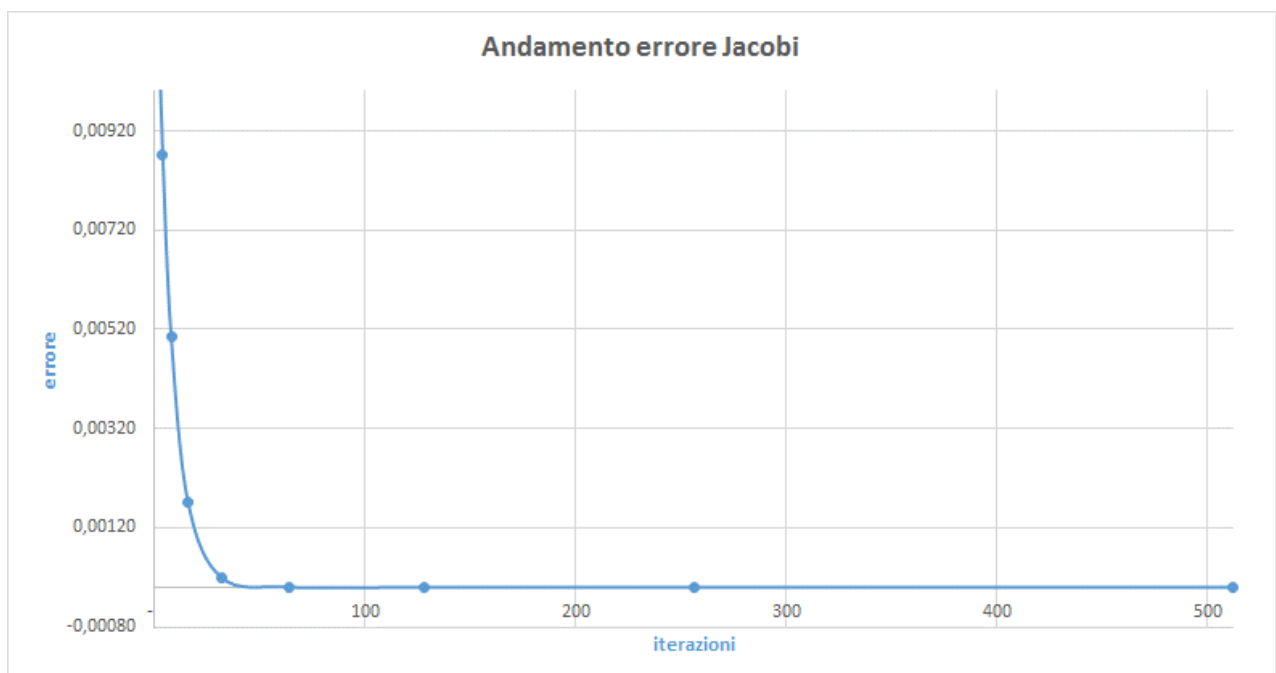


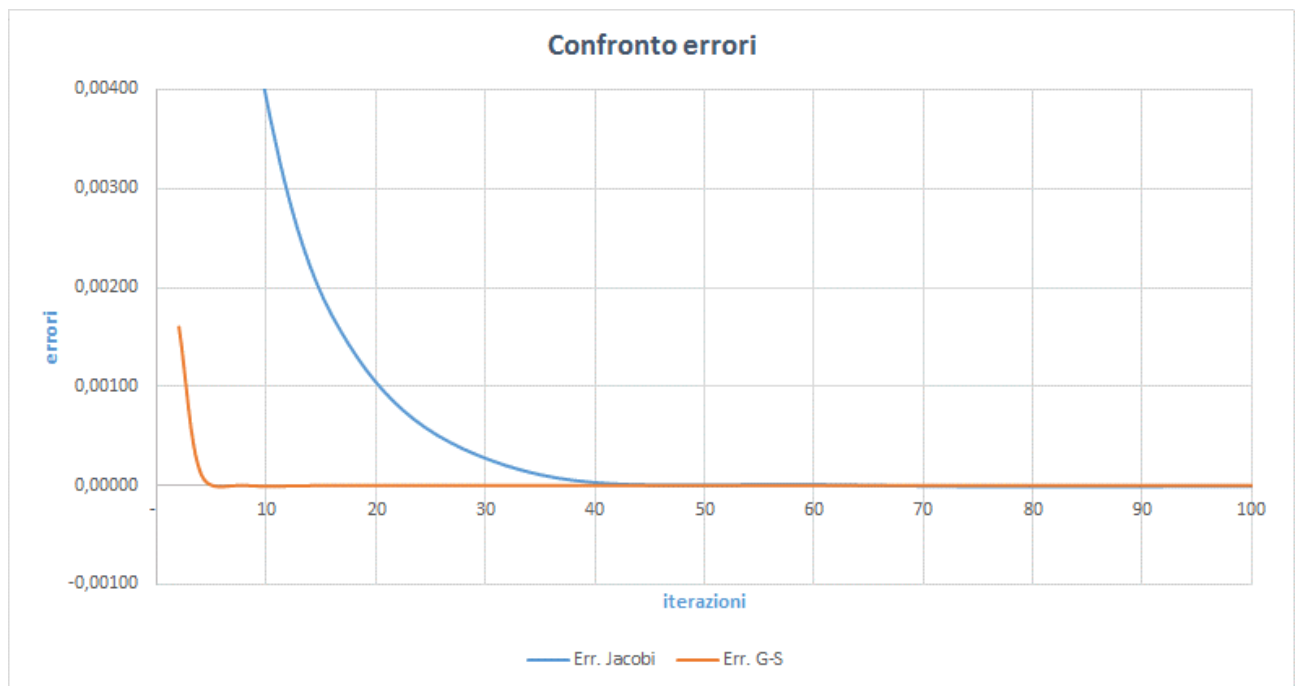


# MATRICE A 5X5

Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,0114562432118236000000	0,0016007976766251900000
4	0,0087030642493521400000	0,0001204328003875890000
8	0,0050604614989935000000	0,0000004420092801575710
16	0,0017132734404246200000	0,0000000401645441464037
32	0,0001963942683220660000	0,0000000401645441464037
64	0,0000025962528231428800	0,0000000401645441464037
128	0,0000000401645441464037	0,0000000401645441464037
256	0,0000000401645441464037	0,0000000401645441464037
512	0,0000000401645441464037	0,0000000401645441464037

Errori con vettore B 3



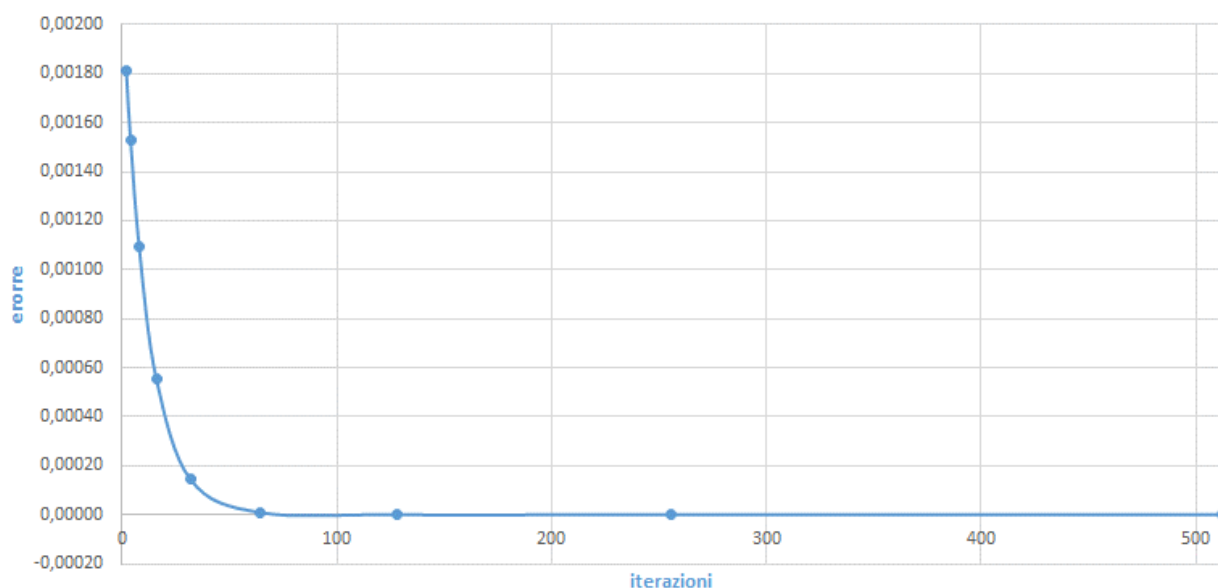


### MATRICE A 20X20

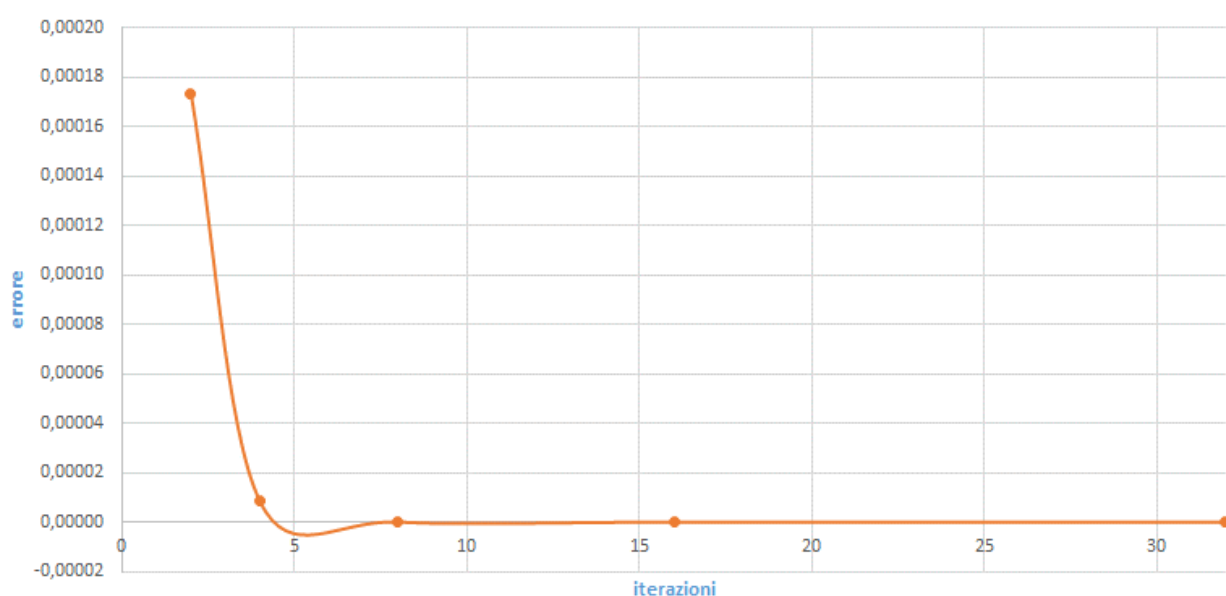
Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,001812814447744830000000	0,000173495887761788000000
4	0,001530660983125800000000	0,000008367222413917750000
8	0,001091172799685110000000	0,000000017592366248050300
16	0,000554526869094399000000	0,000000001194121930389630
32	0,000143212580014130000000	0,000000001194121930389630
64	0,000009552271185519720000	0,000000001194121930389630
128	0,000000042922293789284500	0,000000001194121930389630
256	0,000000001194121930389630	0,000000001194121930389630
512	0,000000001194121930389630	0,000000001194121930389630

Errori con vettore B1

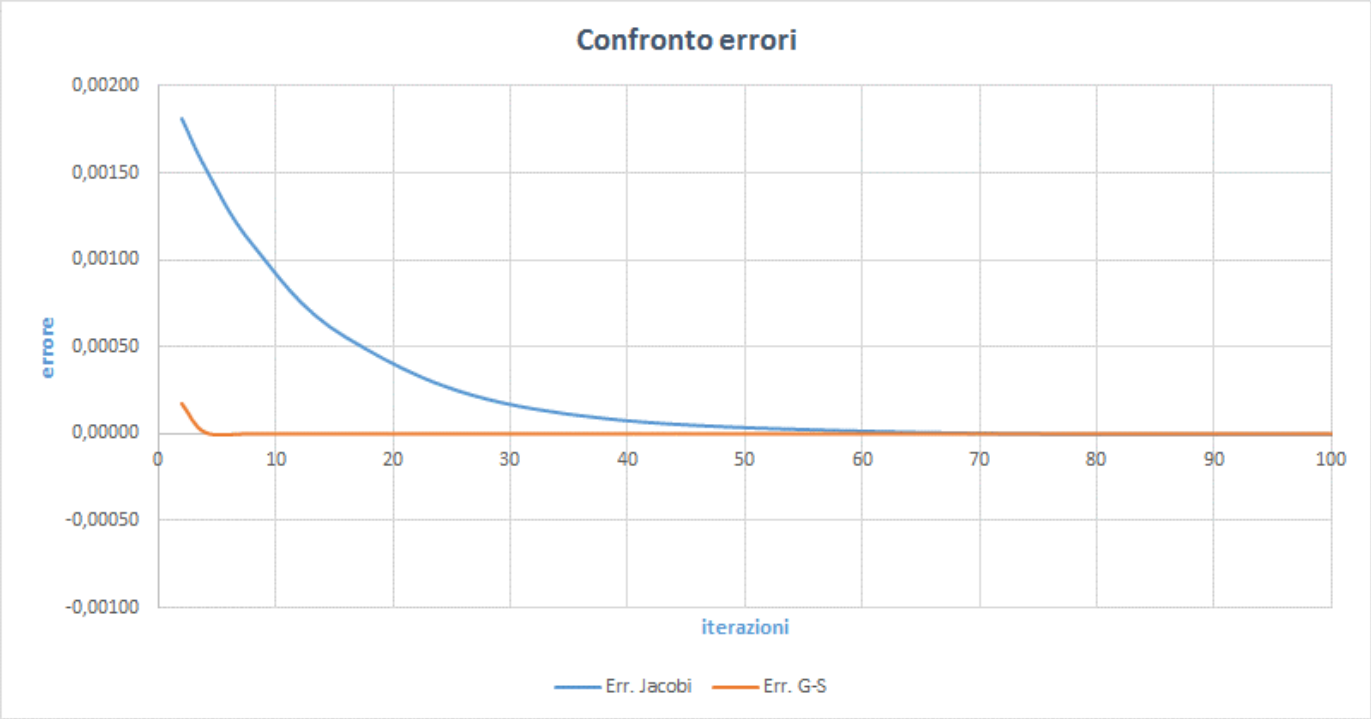
Andamento errore Jacobi



Andamento errore Gauss-Seidel



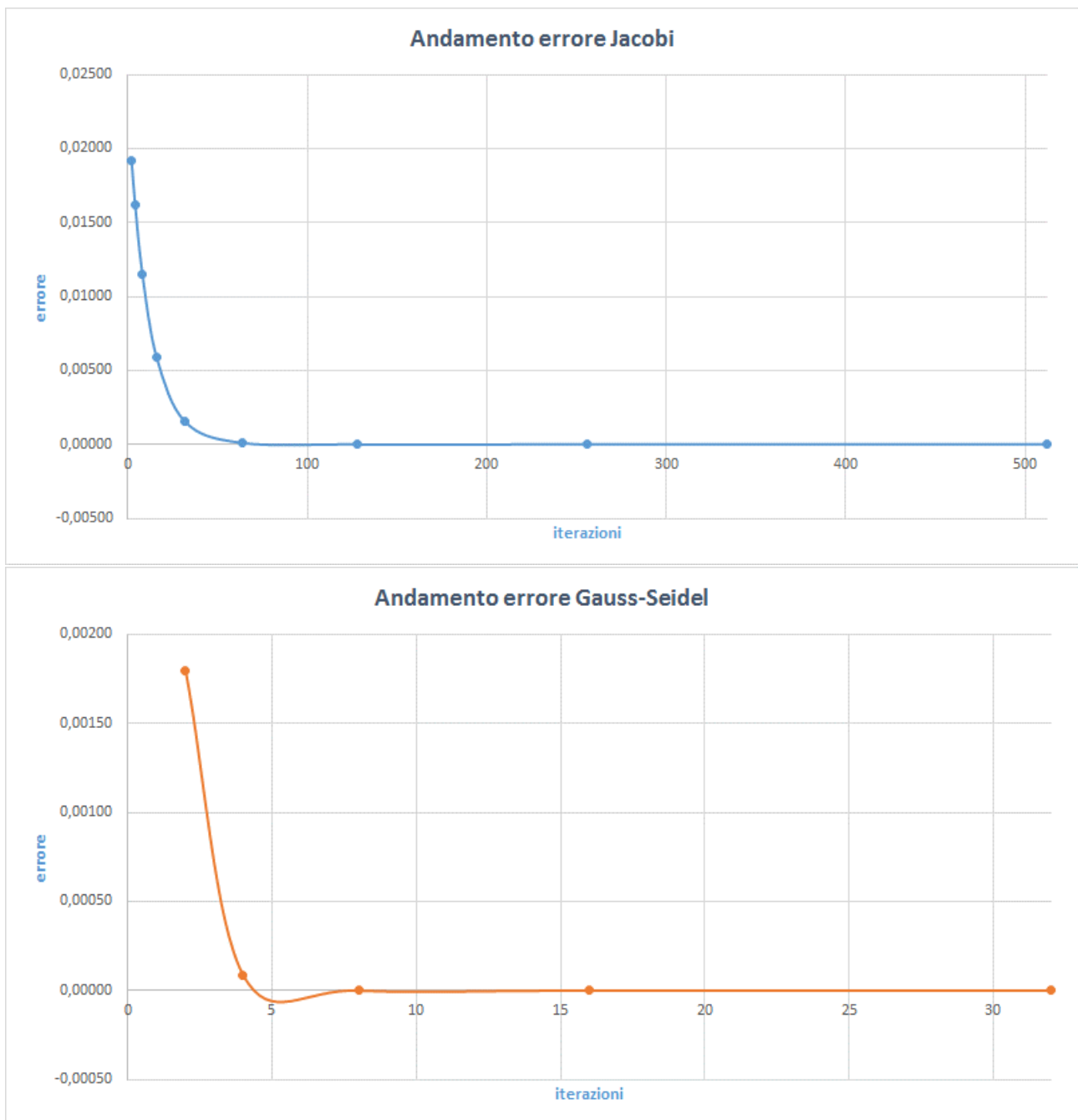


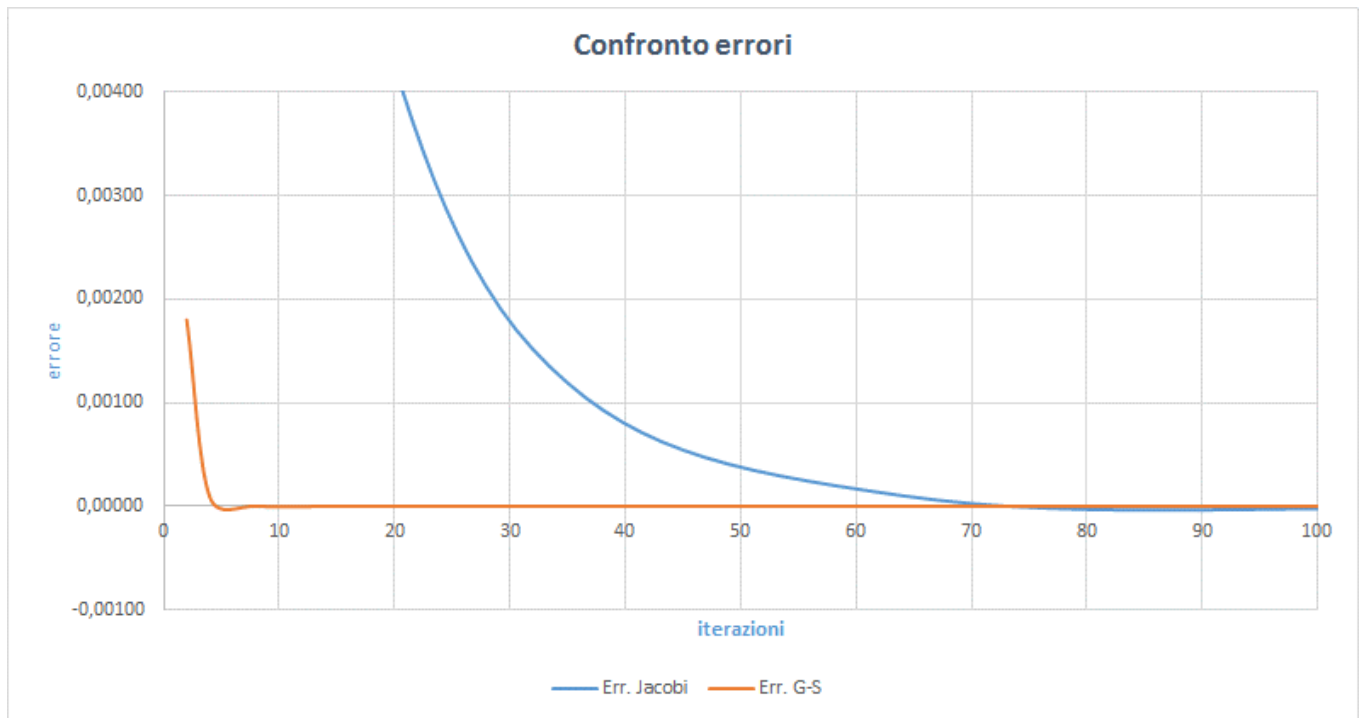


### MATRICE A 20X20

Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,0191695971985877000000	0,0017983460146320300000
4	0,0161841768126895000000	0,0000870340061124502000
8	0,0115371900840075000000	0,0000002080440735714330
16	0,0058630978331263800000	0,0000000783822138703961
32	0,0015142364471696800000	0,0000000783822138703961
64	0,0001009837913247070000	0,0000000783822138703961
128	0,0000004332717498940550	0,0000000783822138703961
256	0,0000000783822138703961	0,0000000783822138703961
512	0,0000000783822138703961	0,0000000783822138703961

Errori con vettore B2

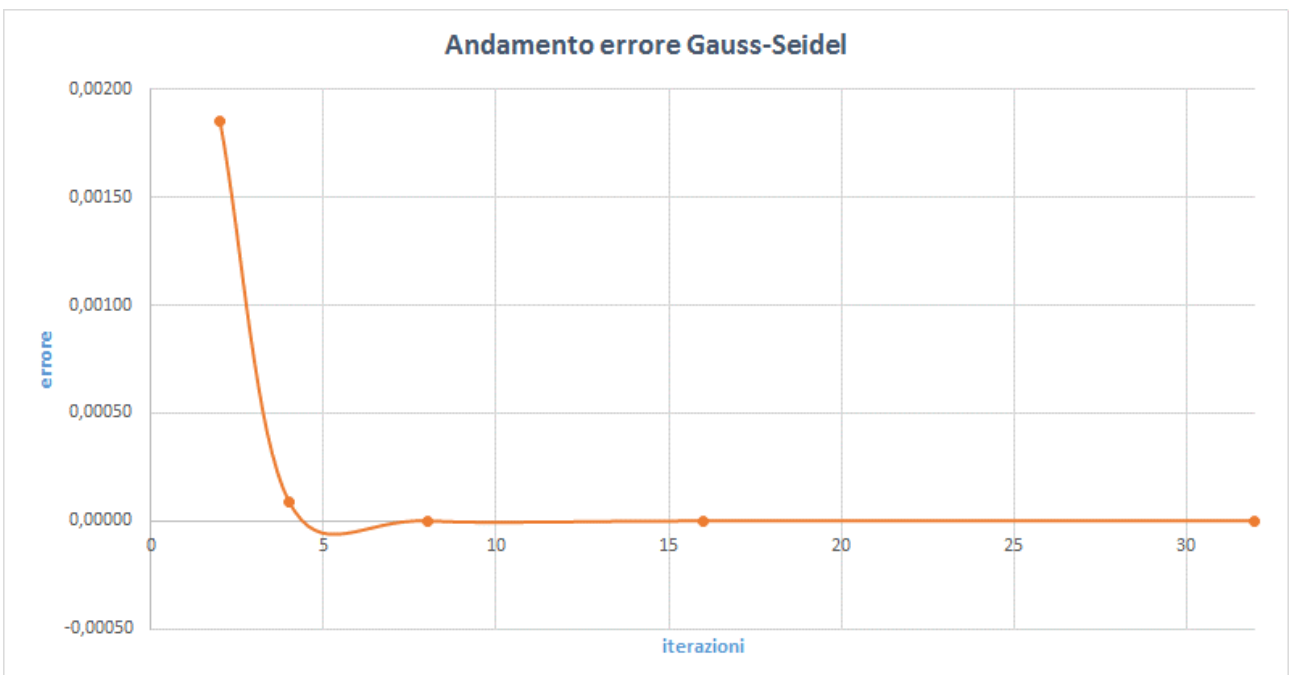
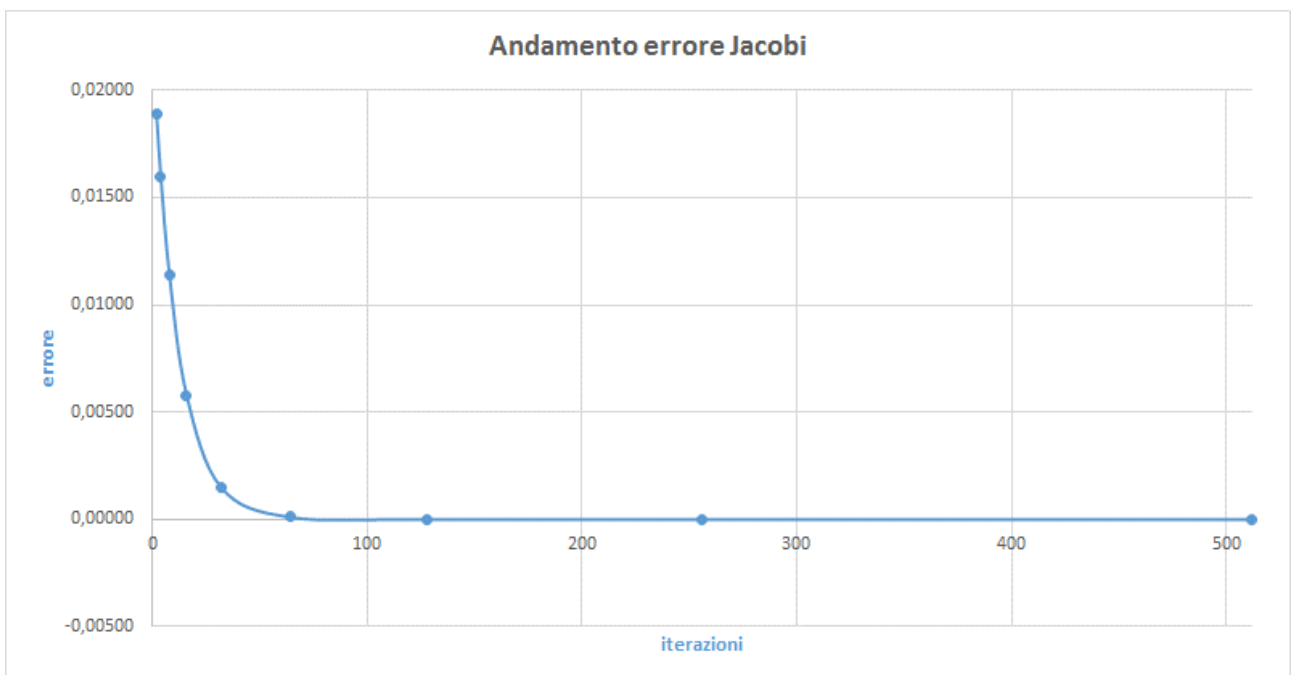


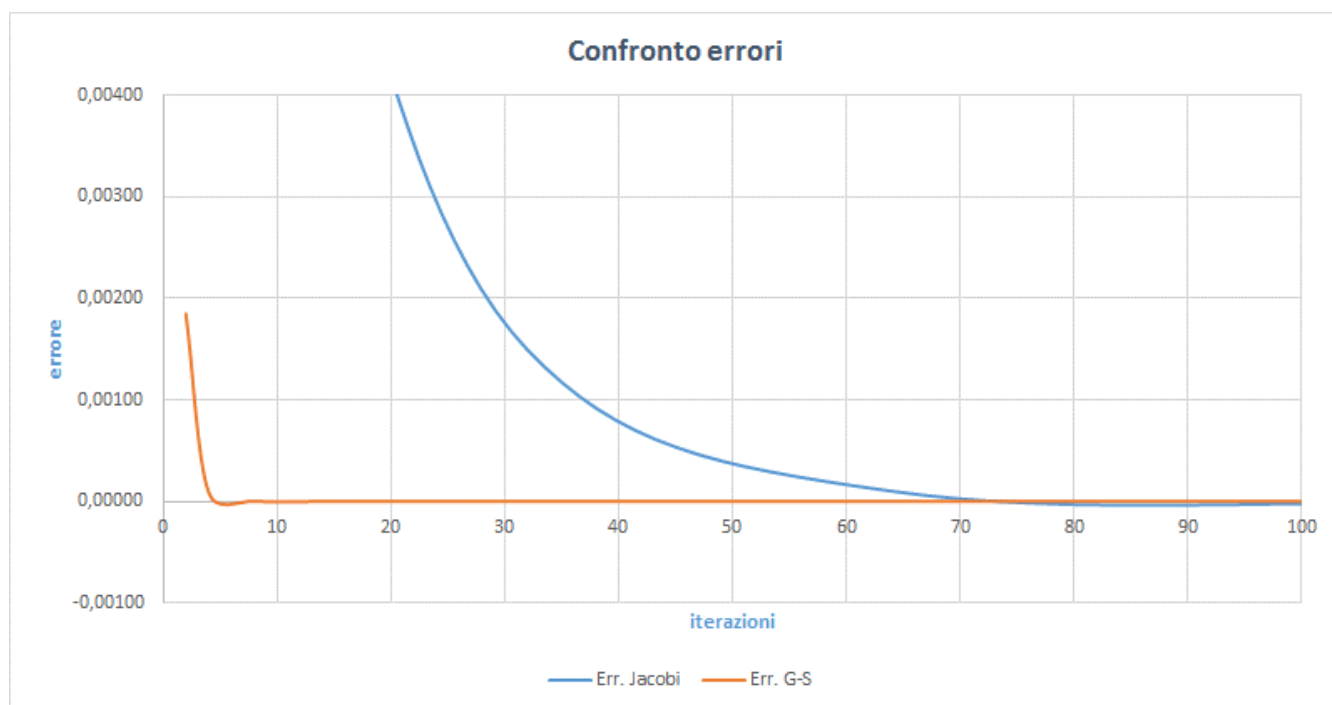


### MATRICE A 20X20

Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,0189001165411692000000	0,0018485697746959000000
4	0,0159597106034689000000	0,000888509172156471000
8	0,0113774593862943000000	0,0000002139758183985170
16	0,0057819065396913000000	0,0000000371290137152123
32	0,0014932314074460600000	0,0000000371290137152123
64	0,0000995881882419280000	0,0000000371290137152123
128	0,0000000371290137152123	0,0000000371290137152123
256	0,0000000371290137152123	0,0000000371290137152123
512	0,0000000371290137152123	0,0000000371290137152123

Errori con vettore B3

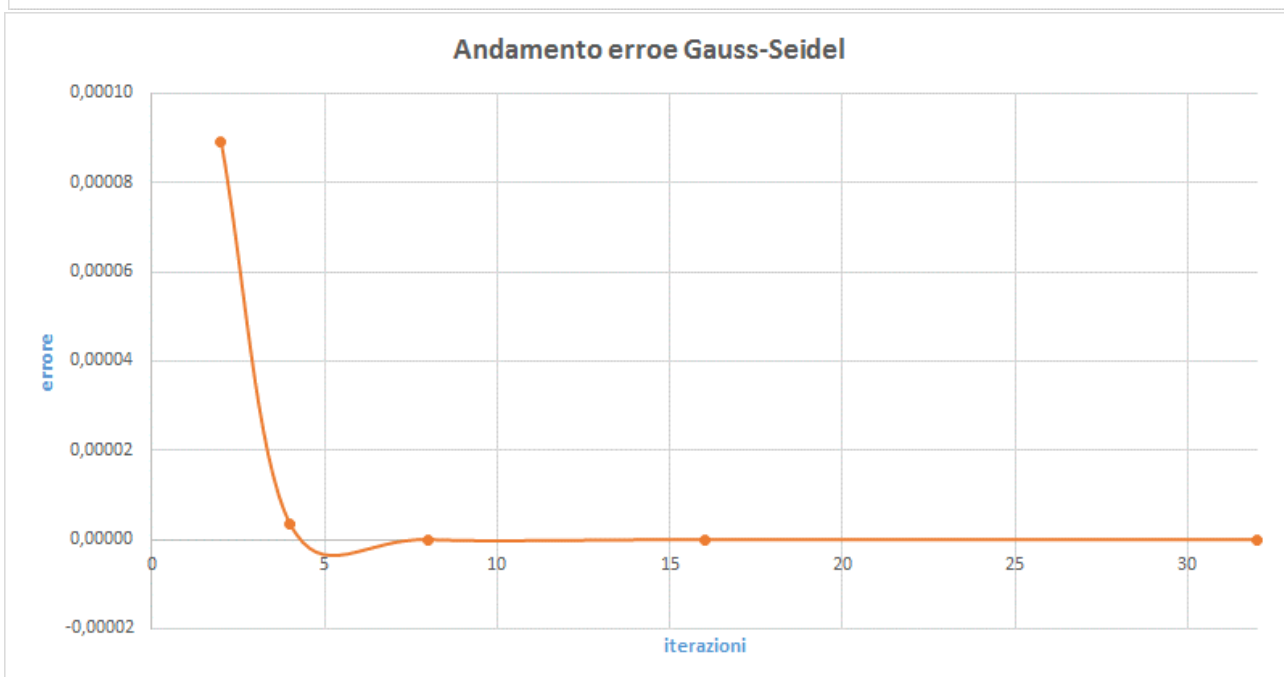
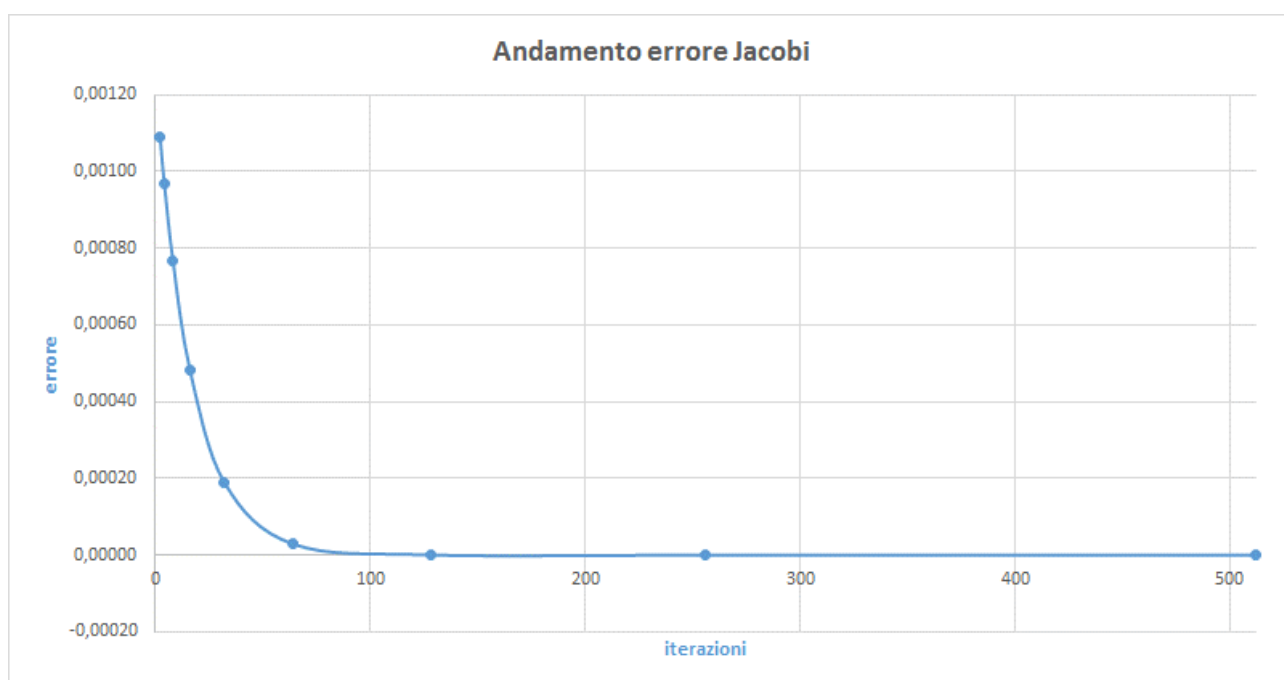


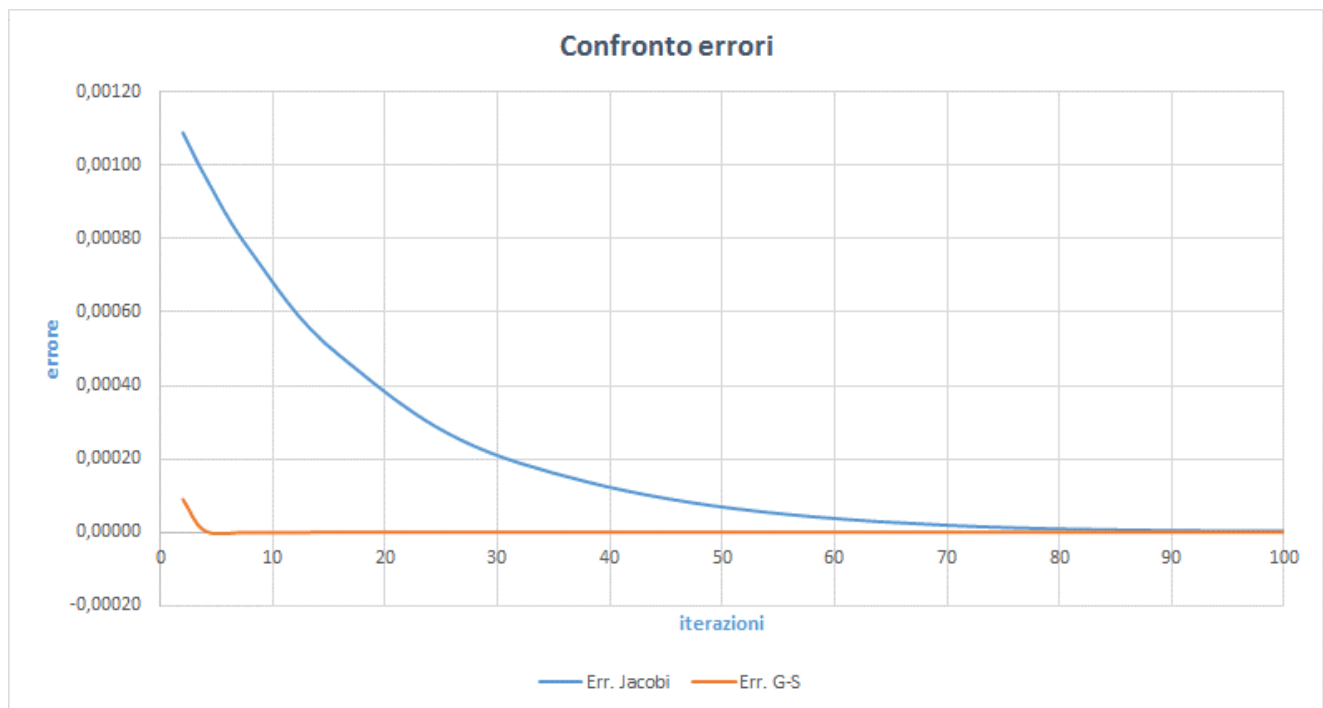


### MATRICE A 60X60

Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,00108876771818304000000	0,00008913534496868230000
4	0,00096865617315944200000	0,00000348631472767856000
8	0,00076672547501725100000	0,00000000648466957471968
16	0,00048037558687745900000	0,00000000227393241746439
32	0,00018856575643541800000	0,00000000227393241746439
64	0,00002905537401662000000	0,00000000227393241746439
128	0,00000068980709515401900	0,00000000227393241746439
256	0,00000000227393241746439	0,00000000227393241746439
512	0,00000000227393241746439	0,00000000227393241746439

Errori con vettore B1



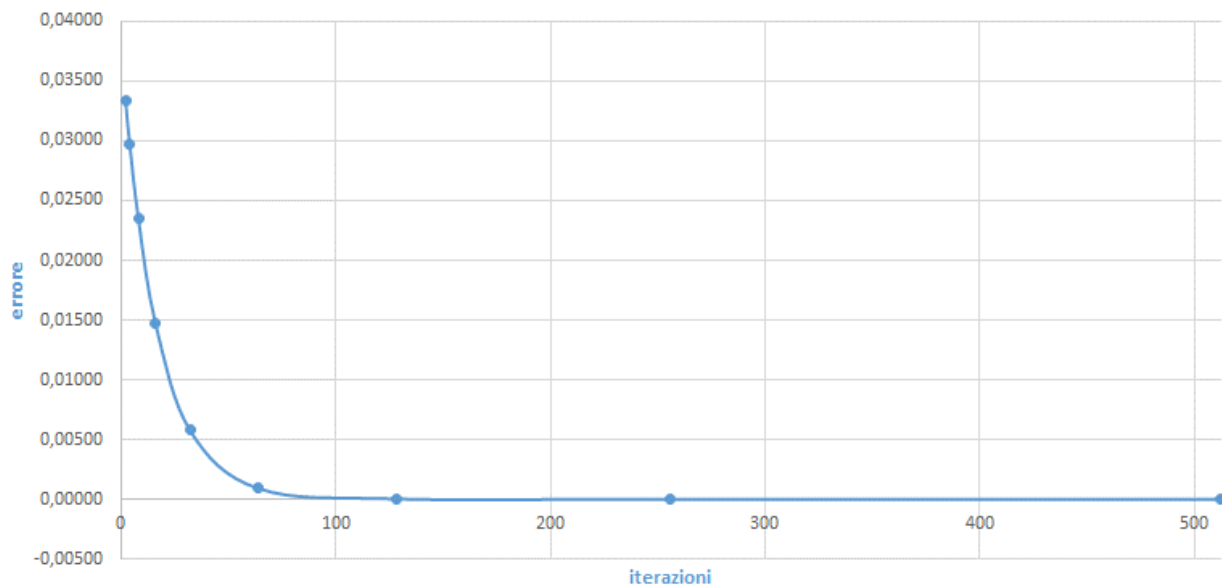


### MATRICE A 60X60

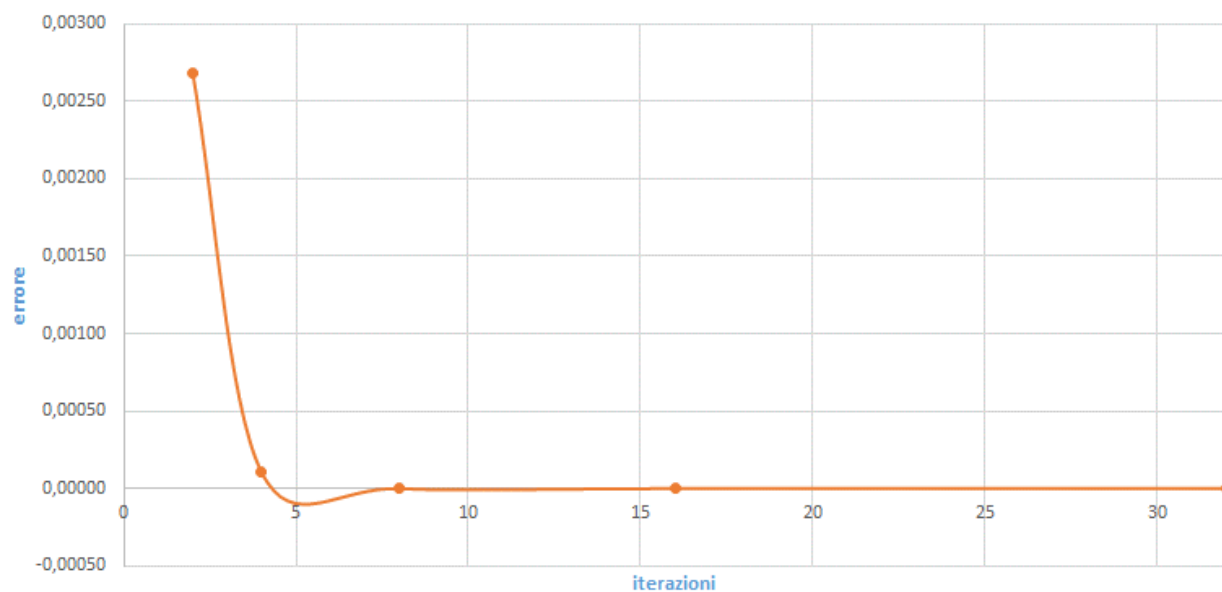
Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,033352549865635900000	0,002680401273708960000
4	0,029672630949925900000	0,000104715909571276000
8	0,023486962714426000000	0,000000207410068560864
16	0,014715263648958000000	0,000000113251210198105
32	0,005776300966547230000	0,000000113251210198105
64	0,000890035273564079000	0,000000113251210198105
128	0,000021130148594260000	0,000000113251210198105
256	0,000000113660292215007	0,000000113251210198105
512	0,000000113660292215007	0,000000113251210198105

Errori con vettore B2

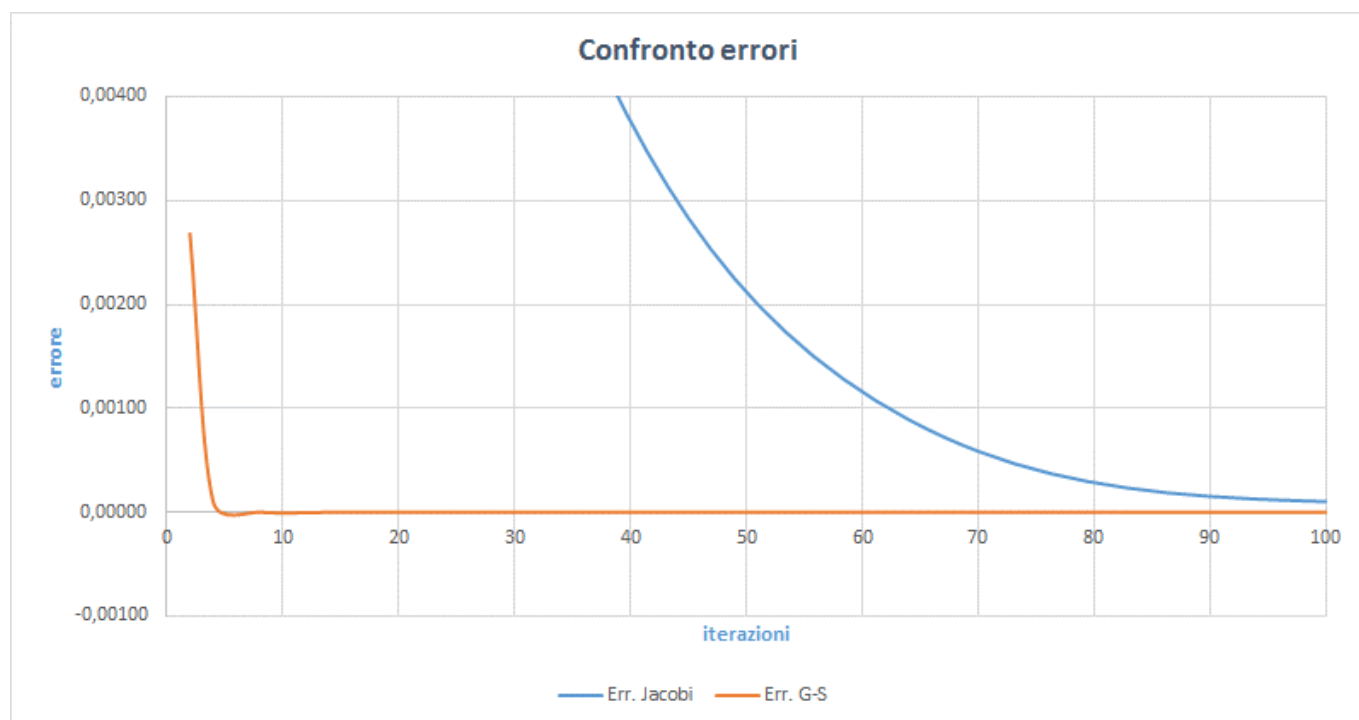
Andamento errore Jacobi



Andamento errore Gauss-Seidel





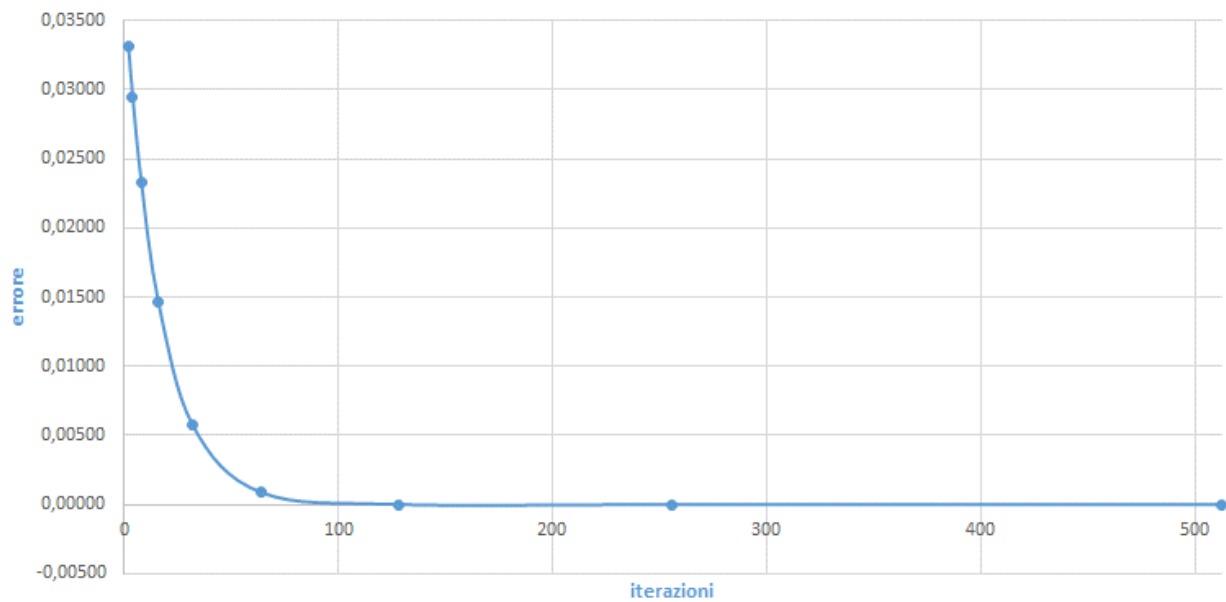


### MATRICE A 60X60

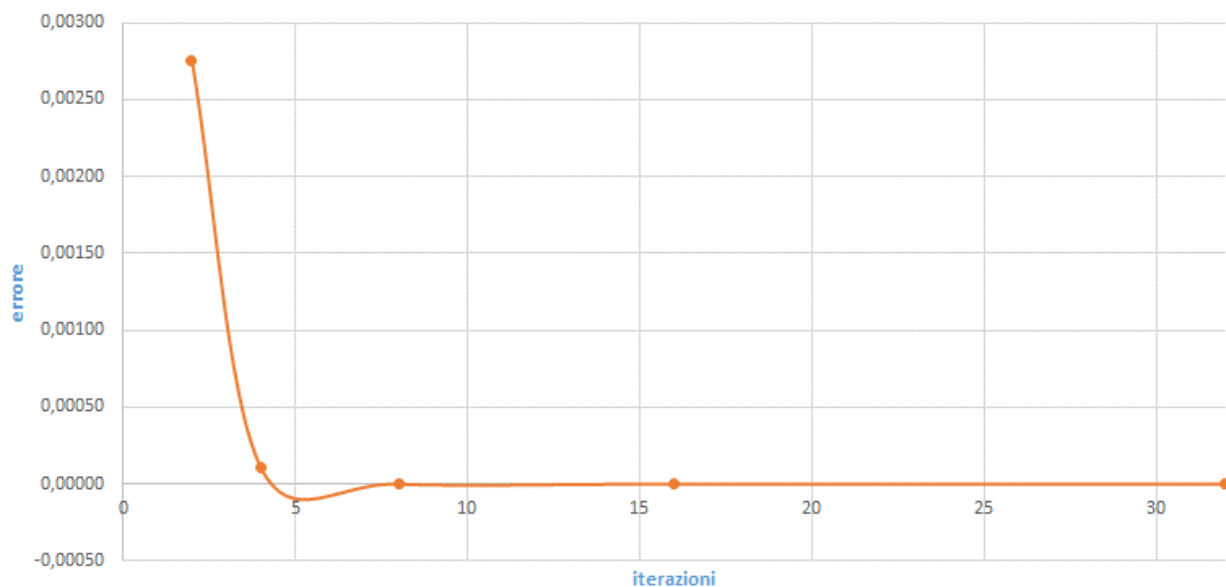
Iterazioni	Err. Jacobi	Err. G-S
2	0,033062300724800400000	0,002757158545234450000
4	0,029415317328280000000	0,000107970427518003000
8	0,023283266038365000000	0,000000200436335751629
16	0,014587624136662600000	0,000000129122575680601
32	0,005726210662936660000	0,000000129122575680601
64	0,000882345936729822000	0,000000129122575680601
128	0,000020952017661777800	0,000000129122575680601
256	0,000000129555725058388	0,000000129122575680601
512	0,000000129555725058388	0,000000129122575680601

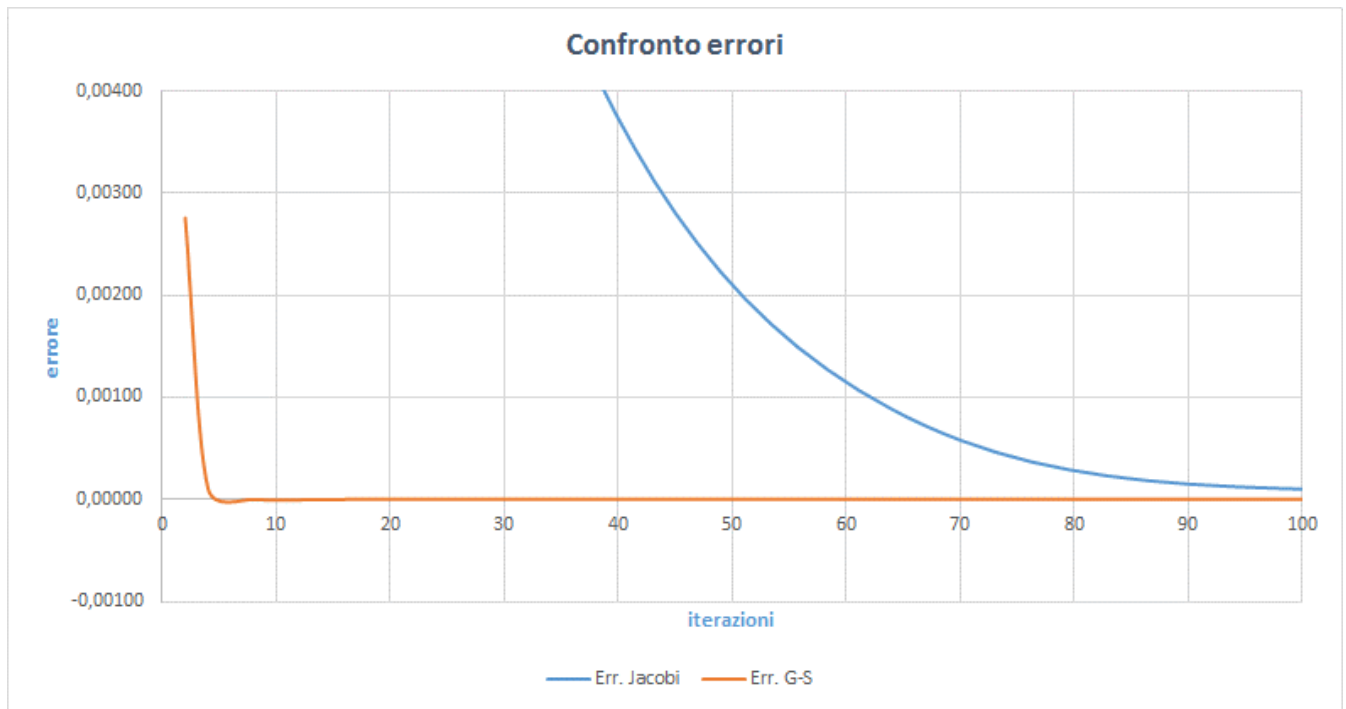
Errori con vettore B3

Andamento errore Jacobi

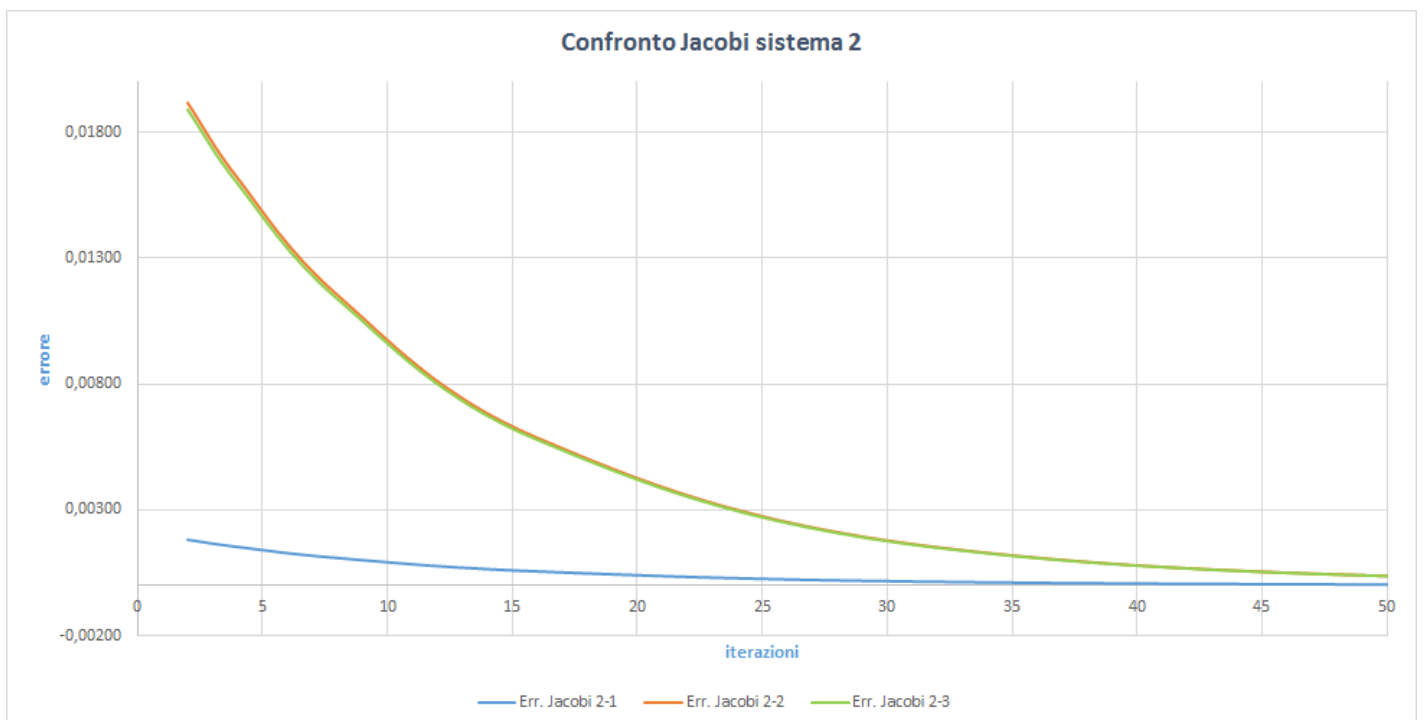
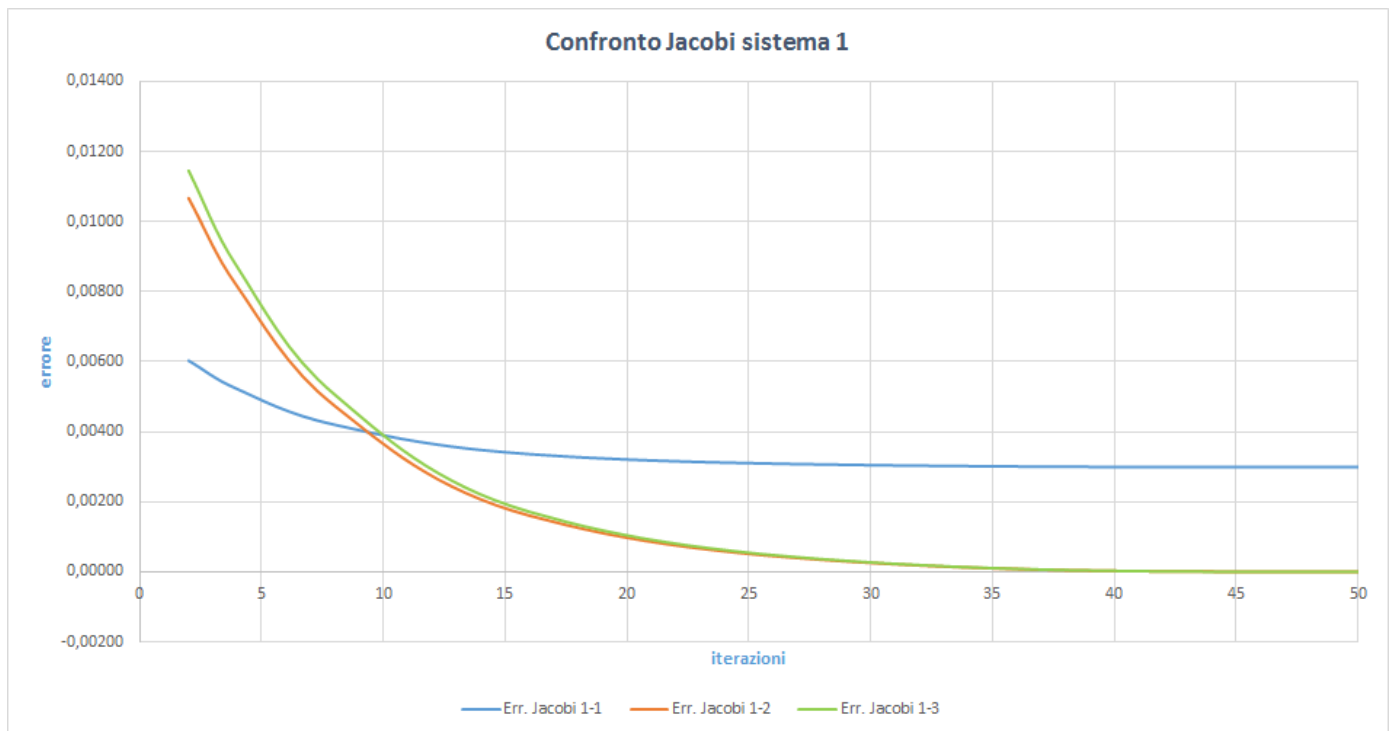


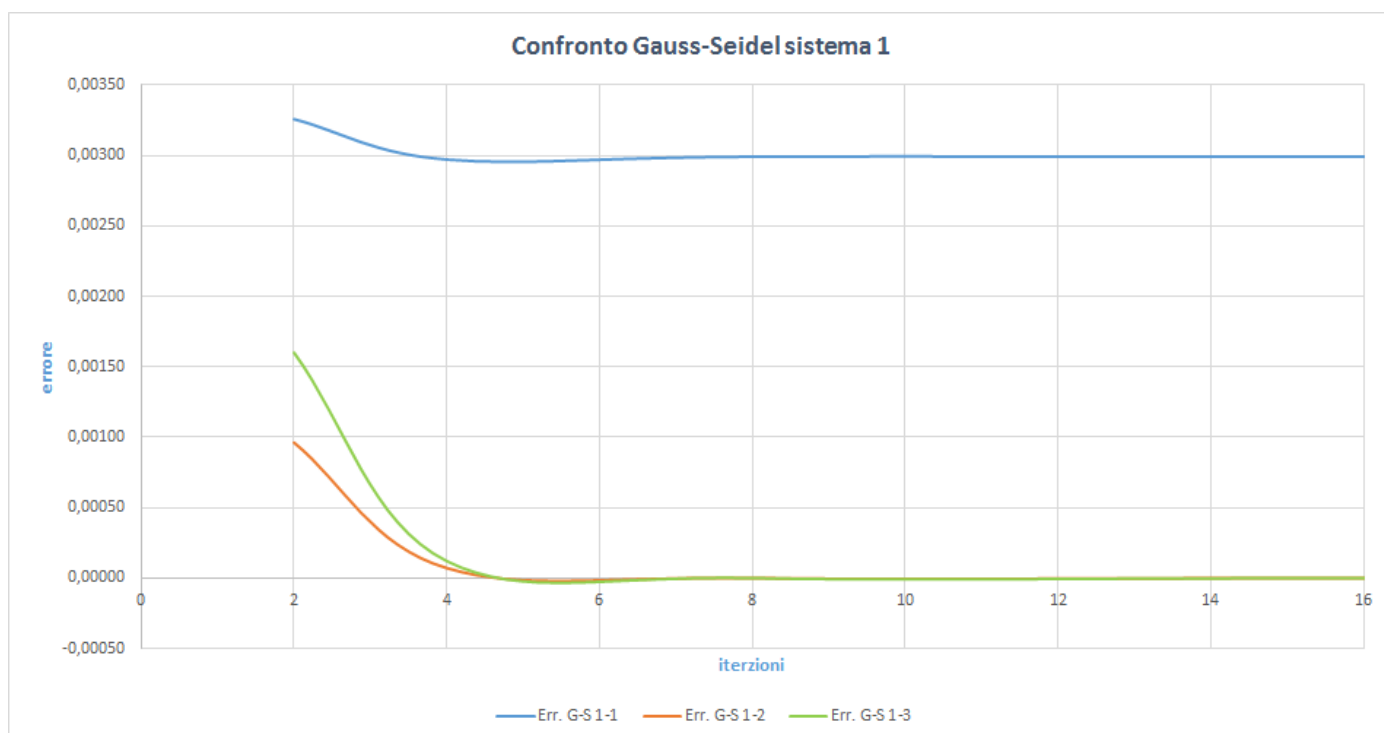
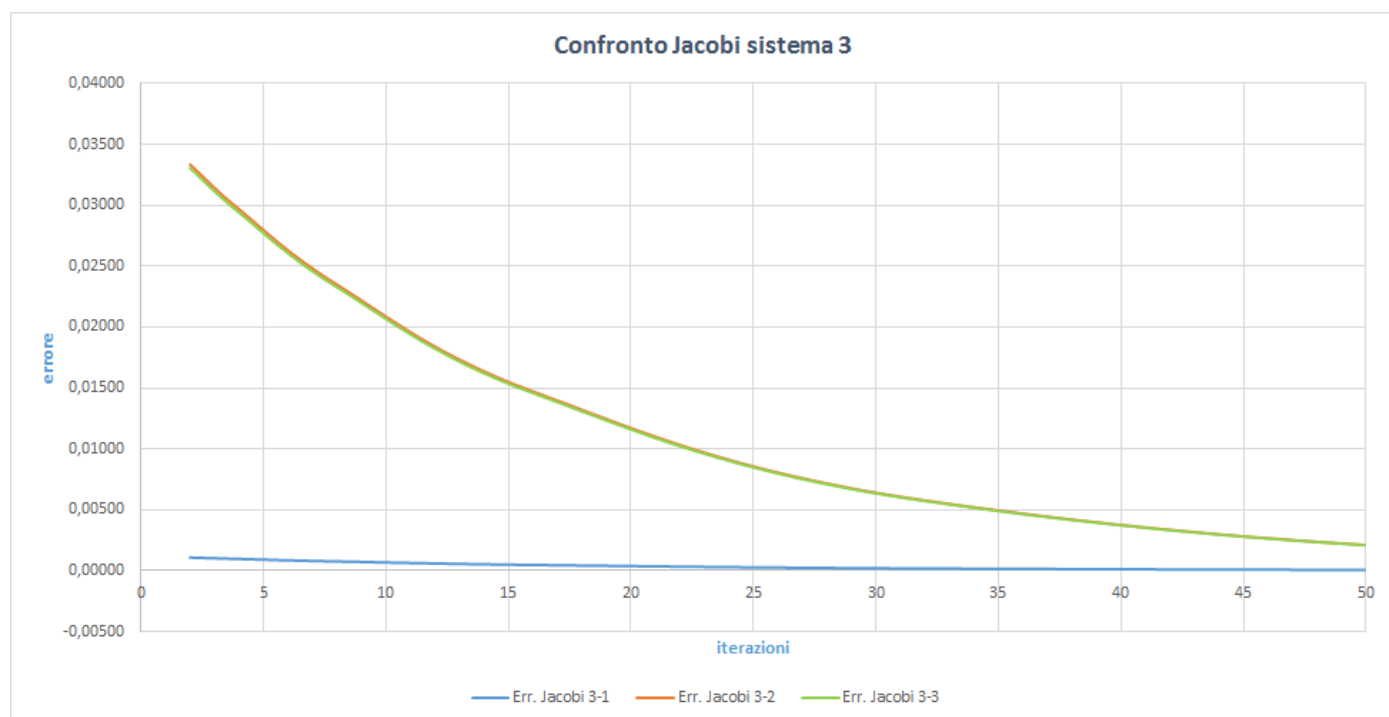
Andamento errore Gauss-Seidel

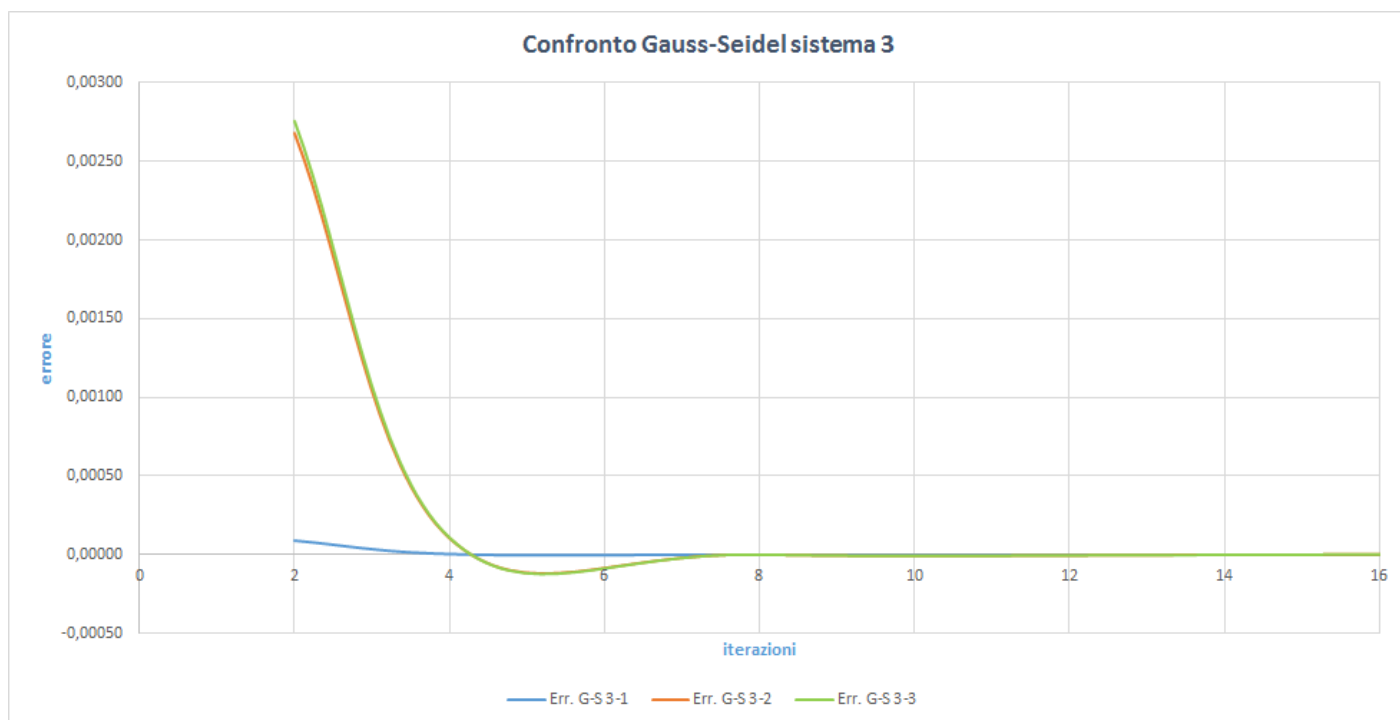
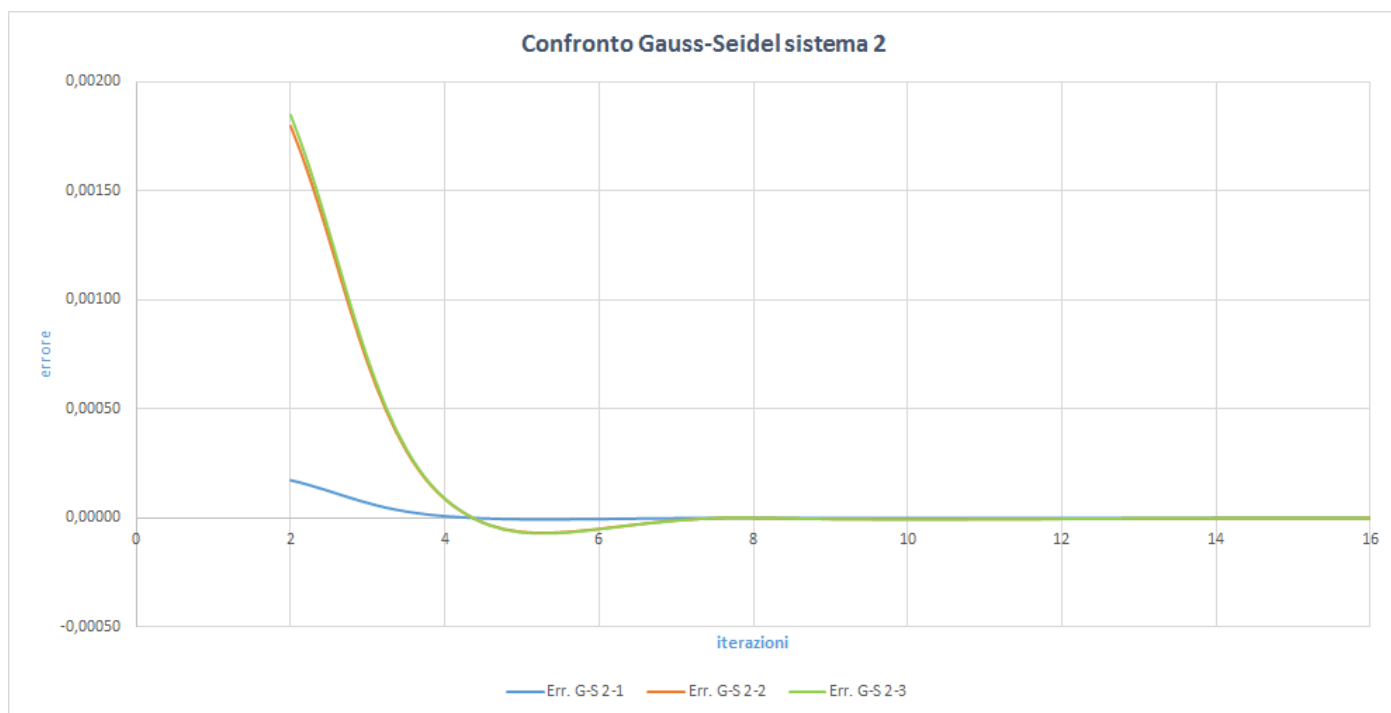




Si mostra ora un confronto tra gli errori delle soluzioni ottenute con i vari metodi sostituendo di volta in volta solo il vettore dei termini noti  $B$  secondo i canoni sopra esposti.







## Gauss

Si passa ora all'esposizione dei risultati ottenuti con l'algoritmo diretto di Gauss.

In questo caso si sono generati cinque sistemi lineari casuali con gli stessi criteri già usati in precedenza (tre diversi vettori  $B$  per ciascun sistema), con dimensione rispettivamente 5, 10, 20, 40, 60.

Non essendo presente la variabile del numero di iterazioni, si è costruita un'unica tabella che riporta la norma del vettore differenza tra la soluzione di Matlab e quella del nostro programma al variare della dimensione della matrice del sistema; anche a tale tabella è associato un grafico.

Le diciture *Err. 1*, *Err. 2* ed *Err. 3* indicano rispettivamente un sistema con vettore dei termini noti del tipo di  $B1$ , un sistema con vettore dei termini noti del tipo di  $B2$  ed uno con vettore dei termini noti del tipo di  $B3$ .

Dim. Matrice	Err. 1	Err. 2	Err. 3
5	0,025272	0,223846	0,086778
10	0,122654	1,267199	1,851574
20	7,004121	5,301791	4,608751
40	0,217538	46,90743	52,74535
60	4,647172	1153,054	869,8035

