Malene Højbjerre

Opgaver lektion 8

10.15 X: ml sodavand $X \sim N(\mu, 15^2)$ approx. $(\sigma = 15)$

udtag stikprøve på 9, og beregn $\bar{x}$

Hvis $\bar{x}$: $191 < \bar{x} < 209$, så fungerer maskine ok, dvs $\mu = 200$

ellers konkluderes $\mu \neq 200$

Dvs. vi tester $H_0: \mu = 200$ tosidet σ kendt

$H_1: \mu \neq 200$

H_0 forkastes hvis $\bar{x} < 191$ eller $\bar{x} > 209$

- P(type I fejl) $= P(\text{forkaste } H_0 \mid H_0 \text{ sand})$

når $\mu = 200$

$= P(\bar{X} < 191 \mid \mu = 200) + P(\bar{X} > 209 \mid \mu = 200)$

$= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{191 - 200}{15/3}\right) + P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{209 - 200}{15/3}\right)$

$= P(Z < -1.8) + P(Z > 1.8)$

$= 2 \cdot P(Z < -1.8) = 2 \cdot 0.0359 = \underline{\underline{0.0718}}$ ✓

- P(type II fejl) $= P(\text{accepterer } H_0 \mid H_0 \text{ falsk})$

når $\mu = 215$

$= P(191 < \bar{X} < 209 \mid \mu = 215)$

$= P\left(\frac{191 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z < \frac{209 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$

$= P\left(\frac{191 - 215}{5} < Z < \frac{209 - 215}{5}\right)$

$= P(-4.8 < Z < -1.2) = 0.1151 - 0 = \underline{\underline{0.1151}}$ ✓

10.19 X: livstid $X \sim N(\mu, 40^2)$ stikprøve $n = 30$ giver $\bar{x} = 788$ timer

$H_0: \mu = 800$ to sidet (σ kendt)

$H_1: \mu \neq 800$

$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{788 - 800}{40/\sqrt{30}} = -1{,}64$

p-værdi : $p = 2 \cdot P(Z > 1{,}64) = 2 \cdot 0.0505 = 0.1010$

dvs. vi kan ikke forkaste H_0 for signifikansniveau $\alpha < 0.10$

10.23 Påstand: ~~mer~~ end 20.000 km/år ønskes testet

X: antal kørte km

Stikprøve giver $\bar{X} = 23500$ og $S = 3900$ $n = 100$

Test $H_0: \mu = 2000$ ensidet (σ ukendt, dvs. t-test, men ikke normal population, så vi bruger $\sigma \simeq s$ og $N(0,1)$)

$H_1: \mu > 20.000$

...bliver bedt ...at bruge ...-værdi i opgave ...e ned ✱), men ...et er bare for ... at vise jer ...ngen af kritiske ...område også, ...t jeg har det ...d - ikke for ...t forvirre ☺

Signifikansniveau: $\alpha = 0.01$ $Z_\alpha = 2.33$ prøv at slå $t_{0.01}(99)$ op

Kritisk område: $z > 2.33$ forkast H_0

teststørrelse: $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{23.500 - 20.000}{3900/\sqrt{100}} = 8.97$

da $z > 2.33$ må vi ~~forkaste H_0~~ og acceptere H_1, dvs. $\mu > 20.000$, altså ~~kører~~ man ~~mere~~ end 20.000 km pr. år

p-værdi: $p = P(Z > 8.97)$ kan ikke slåes op, men den største værdi i tabel, viser $p < 0.0001$ dvs. meget lille og H_0 må forkastes.

10.25 X: indhold af flaske stikprøve se bog $\Rightarrow \bar{x} = 10.06$ $s = 0.246$

Test

$H_0: \mu = 10$ mod $H_1: \mu \neq 10$ (to-sidet ukendt σ, dvs t-test $n = 10$ men det er ok da normalfordelt population)

Signifikansniveau: $\alpha = 0.01$

$t_{0.005}(9) = 3.25$

Kritiske område: $t < -3.25 \vee t > 3.25$ forkast H_0

teststørrelse: $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{10.06 - 10}{0.246/\sqrt{10}} = 0.77$ dvs. ikke forkaste H_0 og accepter $\mu = 10$

10.67 X: indhold af beholder normalfordelt med var $\sigma^2 = 0.03$

Test: $H_0: \sigma^2 = 0.03$

$H_1: \sigma^2 \neq 0.03$ to-sidet

Stikprøve $n=10$ opg 7 s 326 →: $s^2 = 0.0604$

Teststørrelse: $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 \cdot 0.0604}{0.03} = 18.13$

P-værdi: $p = 2 \cdot P(\chi_9^2 > 18.13) = 2 \cdot 0.03369 = 0.0674$ vha. Excel chidist

dvs. vi kan ikke forkaste H_0 på baggrund af disse data, altså en stikprøve på $n=10$ er ikke tilstrækkelig til at afvise H_0

10.73 Tidsinterval hvormed hhv. kvinder og mænd kan samlet et produkt. længden af tidsinterval er approx. normalfordelt, men det måles tyder på at variansen er mindre for kvinder end for mænd.

Test: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ σ_1^2: varians for mænd

$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ σ_2^2: varians for kvinder

ensidet

Teststørrelse: $f = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{6.1^2}{5.3^2} = 1.32$

p-værdi: $p = P(F_{10,13} > 1.33) = 0.3139$

dvs. vi kan ikke forkaste H_0, dvs vi accepterer, at der er ens varians for kvinder og mænd.

Malene Højbjerm   Opgaver lektion 9   2/2

10.30. Stikprøve I: $n_1 = 25$ fra normalpopulation med $\sigma_1 = 5.2 \rightarrow \bar{X}_1 = 81$
Stikprøve II: $n_2 = 36$ fra normalpopulation med $\sigma_2 = 3.4 \rightarrow \bar{x}_2 = 76$

Test: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad (\mu_1 - \mu_2 = 0)$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad (\mu_1 - \mu_2 \neq 0)$

Teststørrelse: $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{81 - 76 - 0}{\sqrt{5.2^2/25 + 3.4^2/36}} = 4.22$

p-værdi: $p = 2P(Z > 4.22) < 2 \cdot 0.0002 = 0.0004$
p meget lille derfor forkastes H_0

10.35 Stikprøve treatment: $n_1 = 5 \rightarrow \bar{x}_1 = 2.86 \quad S_1^2 = 3.883$
Stikprøve no treatment: $n_2 = 4 \rightarrow \bar{x}_2 = 2.075 \quad s_2^2 = 1,363$
Antag normalfordelte populationer med $\sigma_1 = \sigma_2$

Test: $H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 > \mu_2$ (Har serum effekt?) (ensidet)

Signifikansniveau: $\alpha = 0.05 \quad t_{0.05, \overset{7}{n_1+n_2-2}} = 1.895$

Teststørrelse: $t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{s_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}}$ hvor $s_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

$= \frac{2.86 - 2.075}{1.67\sqrt{1/5 + 1/4}}$ $\quad s_p^2 = \frac{4 \cdot 3.883 + 3 \cdot 1.363}{7} = 2,77$

$= 0.70 \quad s_p = 1,67$

Beslutning: Forkast H_0 hvis $t > 1.895$
Accept H_0 hvis $t < 1.895$ (eller ikke forkast)
$t = 0.70$ betyder accept H_0 dvs der er ens mv. for de to grupper, og man kan altså ikke se en effekt af serum.