# Ondas

## Un breve resumen

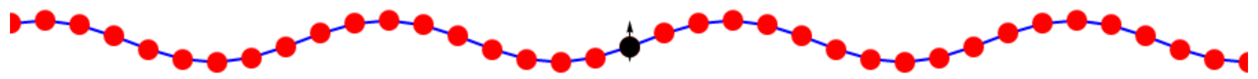
$$\nabla^2 u(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$

**Física General IV**

**Maximiliano A. Rivera Urrejola**

Departamento de Física UTFSM

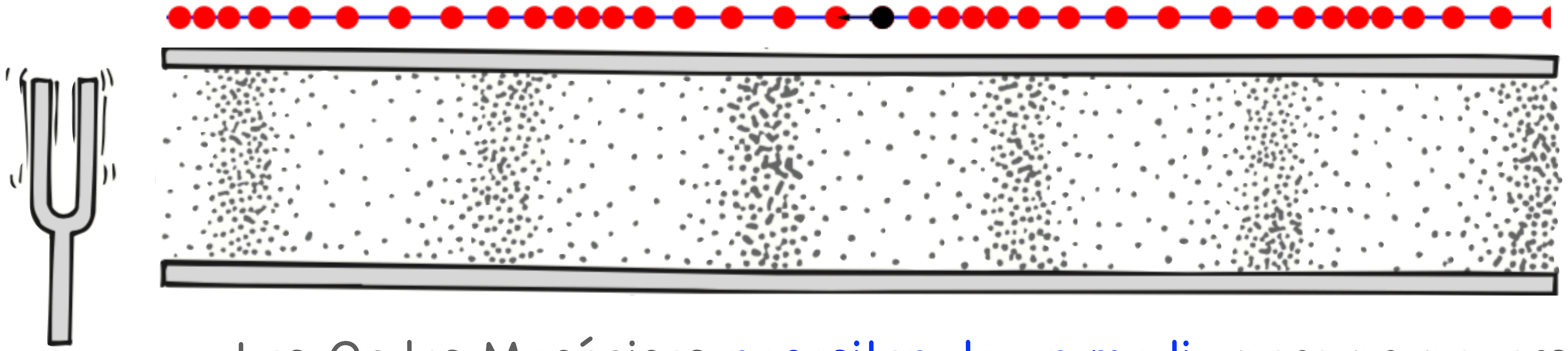
# ¿Qué es una Onda?



Una onda es un vaivén en el espacio y en el tiempo, la cual se extiende de un lugar a otro.

Son capaces de transportar energía y transferir momentum, pero no transfieren Masa

Se pueden reconocer algunos tipos de Ondas según su naturaleza: Mecánicas, Electromagnéticas, Gravitacionales y Atómica/sub-atómicas



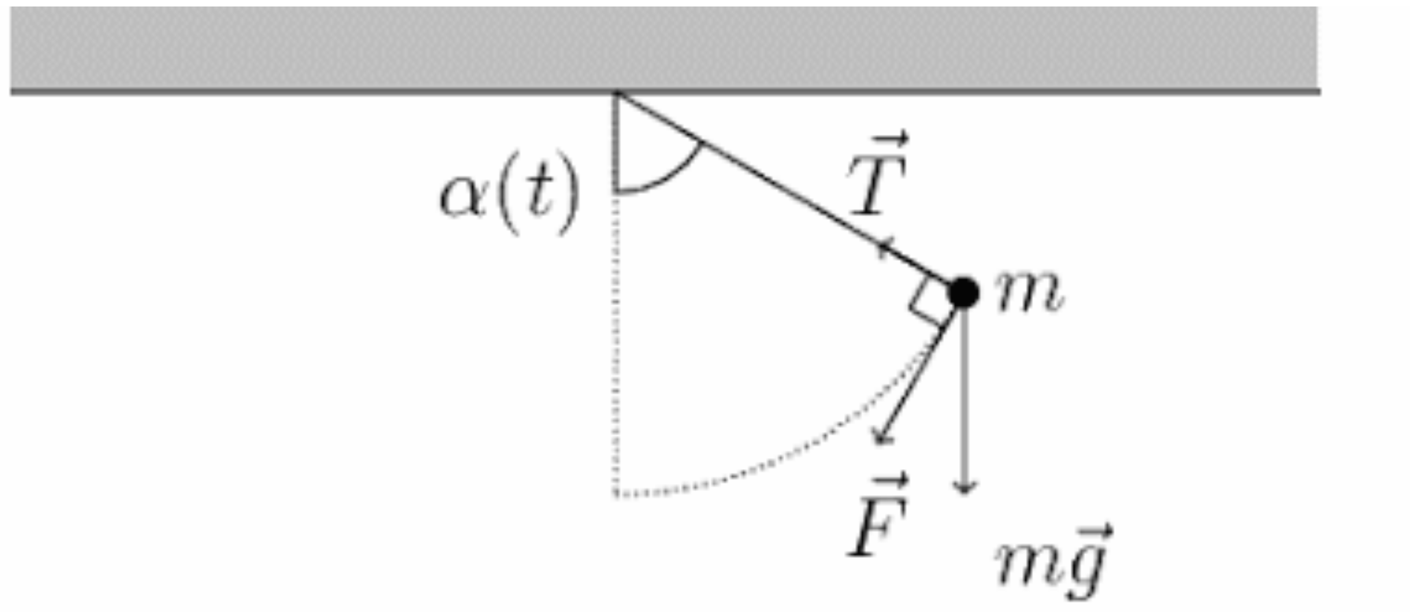
Las Ondas Mecánicas necesitan de un medio para propagarse.

Las Ondas Electromagnéticas pueden propagarse en el vacío.

¿y las Ondas Gravitacionales?

¿Materia e Interacciones a la escala de Atomos e inferiores?

# Desentrañando las Ondas




Una onda es un vaivén en el espacio y en el tiempo, la cual se extiende de un lugar a otro.

En Movimiento Armónico Simple: ¿Es la curva posición/ángulo una Onda?

$$\alpha(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

$$\alpha(t) = D\sin(\omega t + \phi)$$

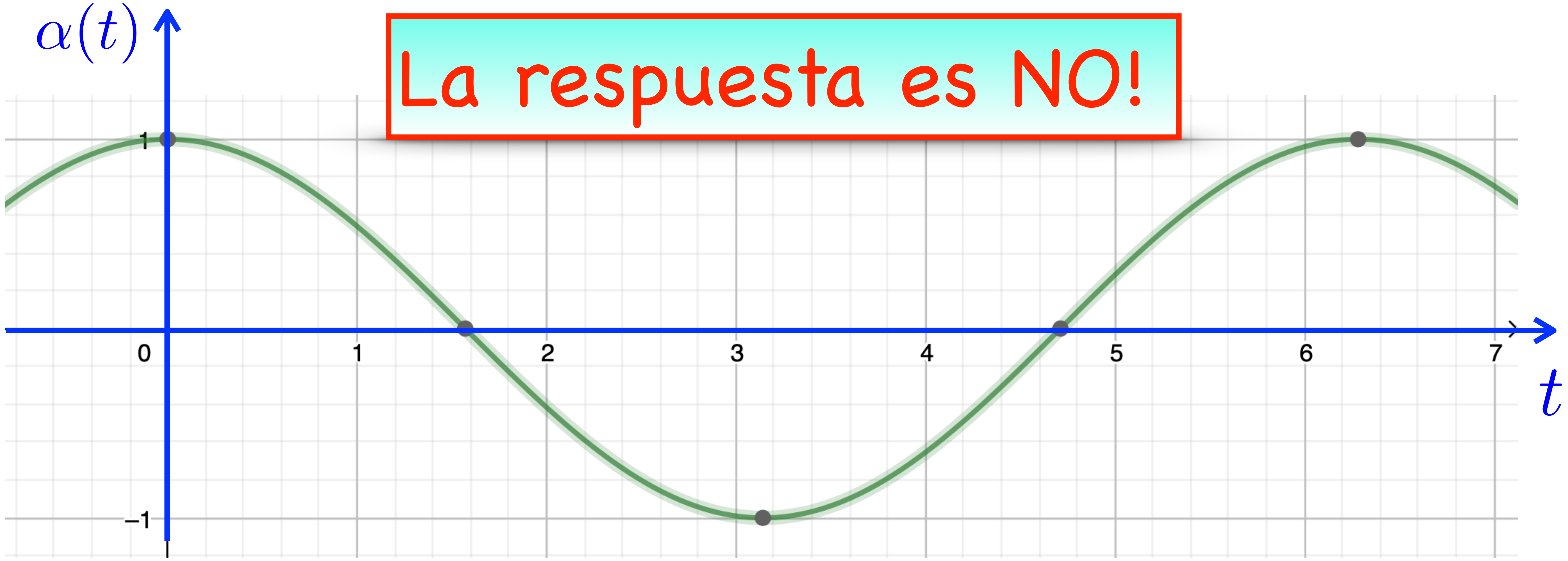
Frecuencia Angular $\omega^2 = \dfrac{g}{l}$

### Caso concreto

Angulo inicial: $\alpha(t=0) = \alpha_0$

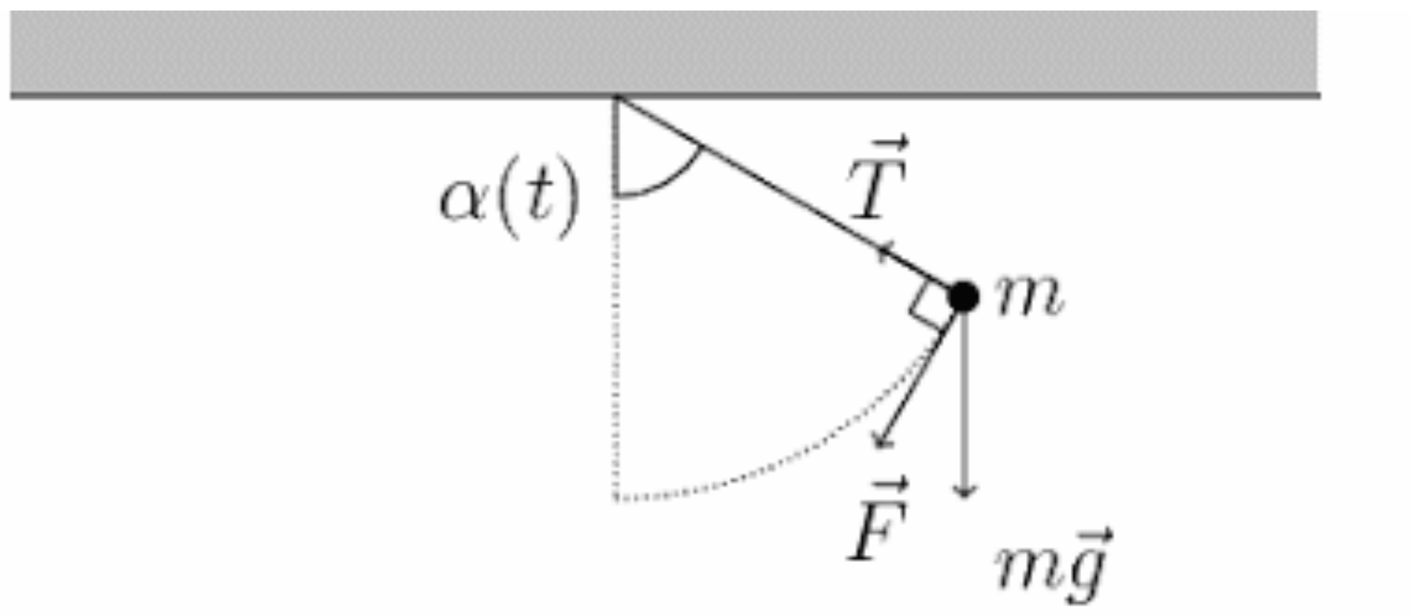
Velocidad inicial: $\dot{\alpha}(t=0) = 0$

$$\boxed{\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega t)}$$

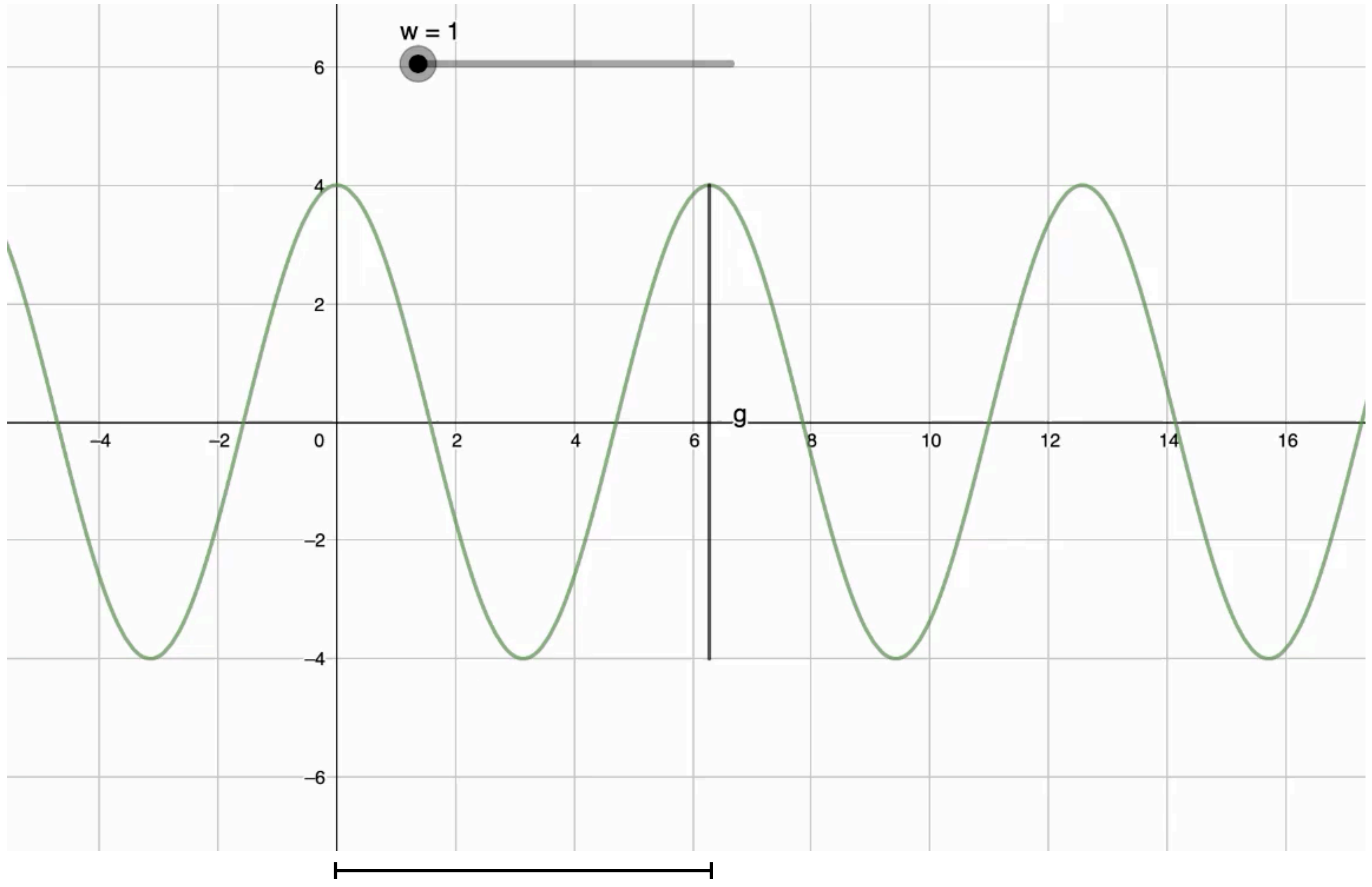



¡Esta curva representa "el cómo" varía el ángulo c/r al tiempo!

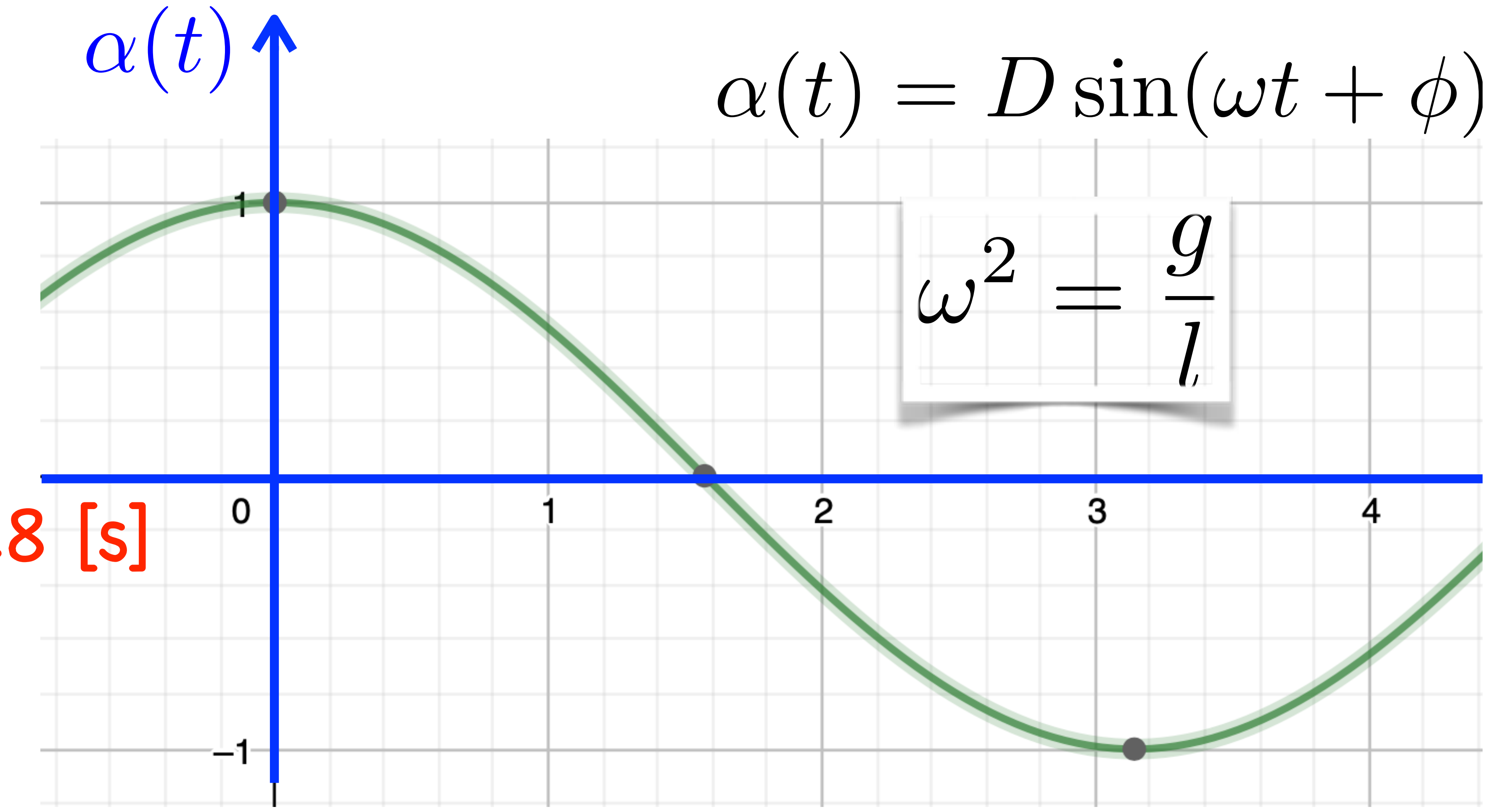
# Desentrañando las Ondas




El péndulo paso 10 veces por la misma posición en 6.28 [s]




~6.28 [s]




$$\alpha(t) = D\sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

Link

Al aumentar $\omega$, aumenta el número de veces que el péndulo llega a igual posición, en un intervalo de tiempo fijo por ejemplo (6.28 [s])

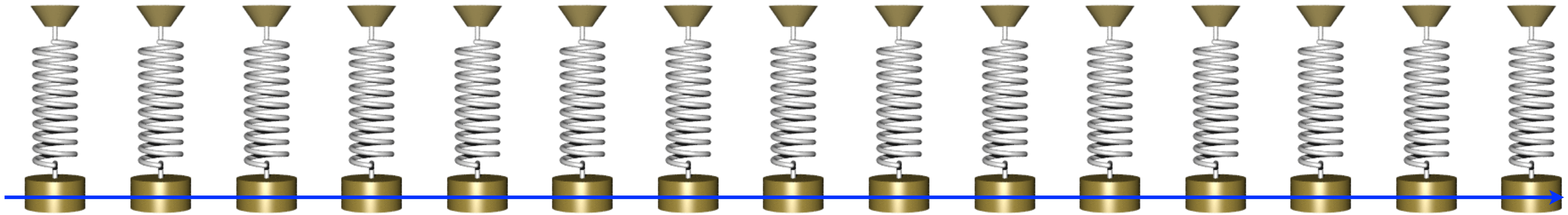
El péndulo llega a una posición idéntica cuando pasa un tiempo T

$$\omega T = 2\pi \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$ Periodo

La frecuencia/velocidad angular $\omega$ tiene unidades de $[s]^{-1}$

# Desentrañando las Ondas

¡Imagine que tiene n muelles idénticos que oscilan a igual frecuencia de forma idéntica



Queremos describir "y" como función de la posición "x" de cada muelle

Esta no depende de la posición "x"

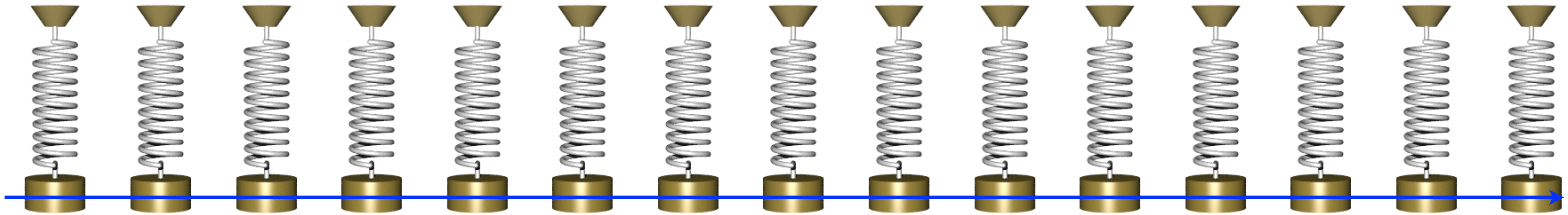
$$y(t) = y_0 \sin(\omega t + \phi)$$



Maximiliano A. Rivera Urrejola

# Desentrañando las Ondas

¡Imagine que tiene n muelles idénticos que oscilan a igual frecuencia pero con un desfase como se muestra en la animación!



Queremos describir "y" como función de la posición "x" para cada muelle en todo tiempo "t"

$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t + \phi + \square)$$

Diremos que su dependencia (como argumento del seno) es proporcional a "x" en un factor "k"

$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t + \phi + kx)$$

"k" tiene unidades de $[d]^{-1}$ y se conoce como número de onda.

$$(\omega t + \phi) + k\lambda = (\omega t + \phi) + 2\pi$$

La distancia $\lambda$ que se debe recorrer en "x" para encontrar igual posición, se conoce como "Longitud de onda" $\rightarrow$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

# Onda!

Tiempo que demora en volver a la posición original T

Distancia que recorre para volver a la posición original λ

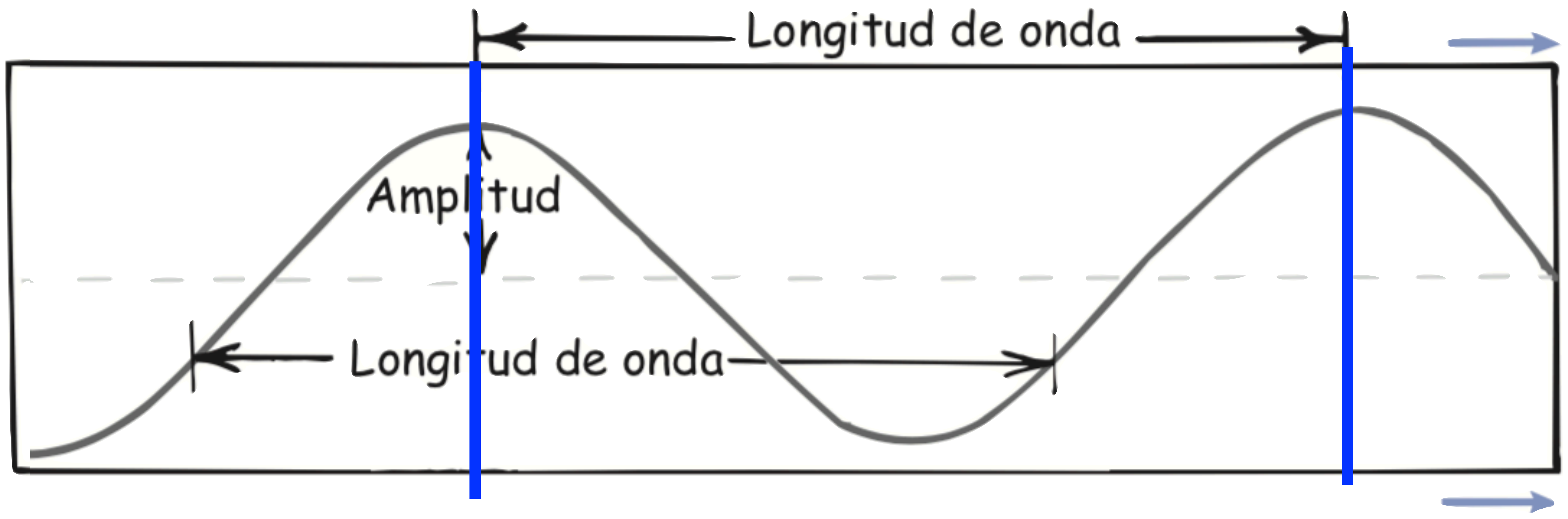
$$y(x,t) = y_0 \sin(\omega t + \phi + kx)$$

Origen $y(0,0) = y_0 \sin(\phi)$

Luego de una ciclo $y(\lambda,T) = y_0 \sin(\omega T + \phi + k\lambda)$

$$y(0,0) = y(\lambda,T) \rightarrow \omega T = -k\lambda \rightarrow \frac{\omega}{k} = -\frac{\lambda}{T} = v$$

Rapidez de la onda

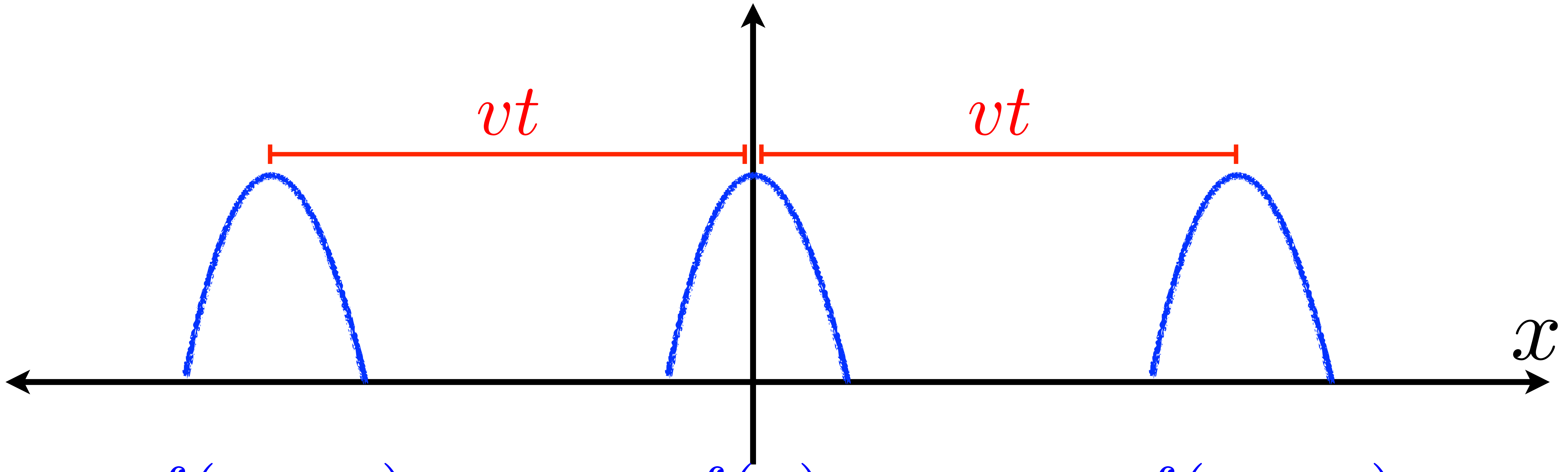



Soluciones con v y -v son válidas

$$y(x,t)_{\pm} = y_0 \sin(\omega t + \phi \pm kx)$$

# Principio de Superposición

Link




$f(x+vt)$ $\quad$ $f(x)$ $\quad$ $f(x-vt)$

$$y(x,t) = \alpha f(x+vt) + \beta f(x-vt)$$

La ecuación de Onda admite soluciones de Ondas que se propagan a la derecha y a la izquierda

Ecuación de Onda 1D

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

Esta ecuación se cumple también en 3D

$$\boxed{\nabla^2 u(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2}}$$

$kx \to \vec{k}\cdot\vec{r}$

**Cartesianas**

$$\vec{r} = (x,y,z)$$

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

**Esféricas**

$$\vec{r} = (r,\theta,\phi)$$

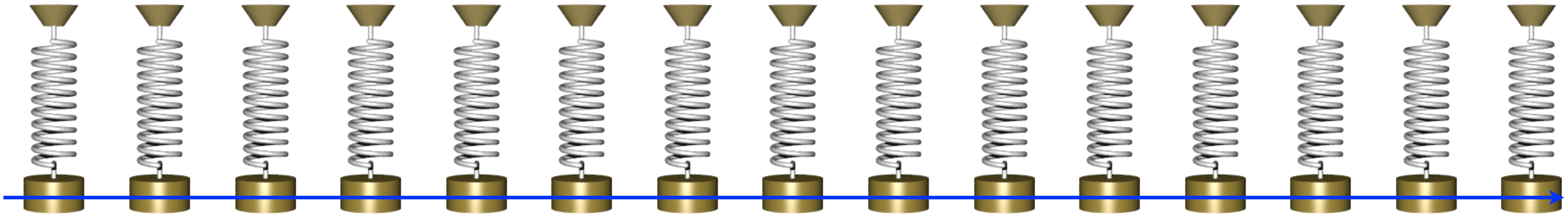
$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial\phi^2}$$

**Cilíndricas**

$$\vec{r} = (\rho,\psi,z)$$

$$\nabla^2 u = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\psi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

# Resumen



- Una onda es un vaivén en el espacio y en el tiempo, la cual se extiende de un lugar a otro.

- Son capaces de transportar energía y transferir momentum, pero no transfieren Masa

- Las Ondas permiten describir variados fenómenos: Mecánicos, EM, gravitacionales y cuánticos

- Exigimos periodicidad espacial ( $\lambda$ ) y temporal (T)

- Velocidad de onda v, se relaciona con la frecuencia $\omega$ y el número de onda k $$v = \frac{\omega}{k}$$

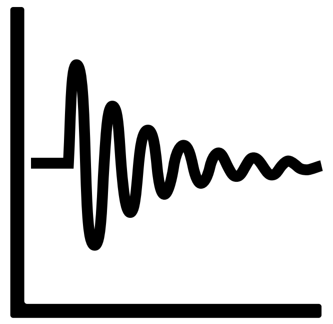
- La Ecuación de Onda puede ser resuelta en diversas coordenadas, las soluciones mas comunes son: Ondas planas y Ondas esféricas



Maximiliano A. Rivera Urrejola

# Fin

# Ondas



## Un breve resumen

$$\nabla^2 u(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$