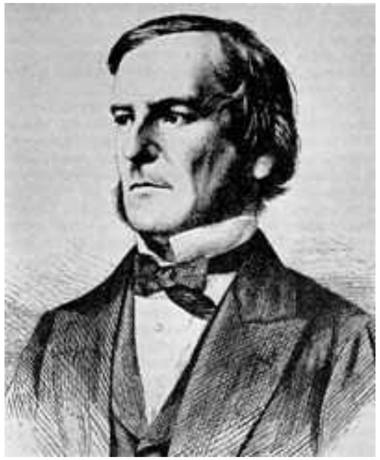
Funções Lógicas e Portas Lógicas

- Nesta apresentação será fornecida uma introdução ao sistema matemático de análise de circuitos lógicos, conhecido como Álgebra de Boole
- Serão vistos os blocos básicos e suas equivalências

José Augusto Baranauskas
Departamento de Computação e Matemática –FFCLRP-USP
augusto@usp.br
http://dcm.fmrp.usp.br/~augusto

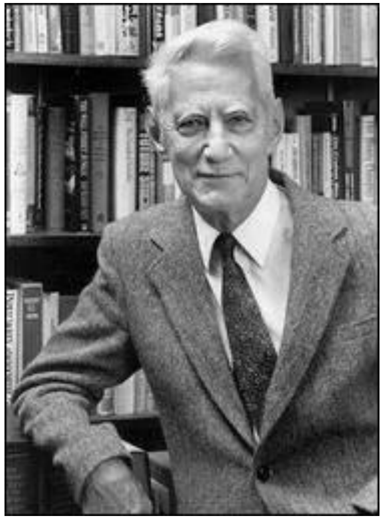
Histórico

- Em meados do século XIX o matemático inglês George Boole desenvolveu um sistema matemático de análise lógica



George Boole (1815-1864)

- Em meados do século XX, o americano Claude Elwood Shannon sugeriu que a Álgebra Booleana poderia ser usada para análise e projeto de circuitos de comutação



Claude Elwood Shannon (1916-2001)

Histórico

- Nos primórdios da eletrônica, todos os problemas eram solucionados por meio de sistemas analógicos
- Com o avanço da tecnologia, os problemas passaram a ser solucionados pela eletrônica digital
- Na eletrônica digital, os sistemas (computadores, processadores de dados, sistemas de controle, codificadores, decodificadores, etc) empregam um pequeno grupo de circuitos lógicos básicos, que são conhecidos como portas e, ou, não e *flip-flop*
- Com a utilização adequadas dessas portas é possível implementar todas as expressões geradas pela álgebra de Boole

Álgebra Booleana

- Na álgebra de Boole, há somente dois estados (valores ou símbolos) permitidos
  - Estado 0 (zero)
  - Estado 1 (um)
- Em geral
  - O estado zero representa não, falso, aparelho desligado, ausência de tensão, chave elétrica desligada, etc
  - O estado um representa sim, verdadeiro, aparelho ligado, presença de tensão, chave ligada, etc

Álgebra Booleana

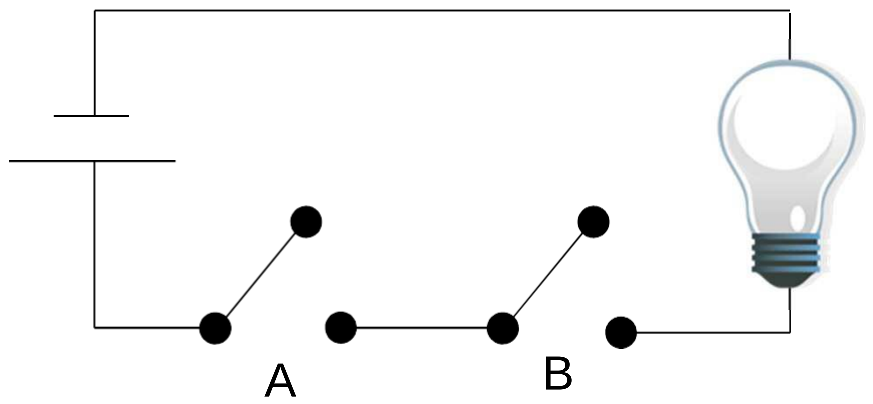
- Assim, na álgebra booleana, se representarmos por 0 uma situação, a situação contrária é representada por 1
- Portanto, em qualquer bloco (porta ou função) lógico somente esses dois estados (0 ou 1) são permitidos em suas entradas e saídas
- Uma variável booleana também só assume um dos dois estados permitidos (0 ou 1)

Álgebra Booleana

- Nesta apresentação trataremos dos seguintes blocos lógicos
  - E (AND)
  - OU (OR)
  - NÃO (NOT)
  - NÃO E (NAND)
  - NÃO OU (NOR)
  - OU EXCLUSIVO (XOR)
- Após, veremos a correspondência entre expressões, circuitos e tabelas verdade
- Por último, veremos a equivalência entre blocos lógicos

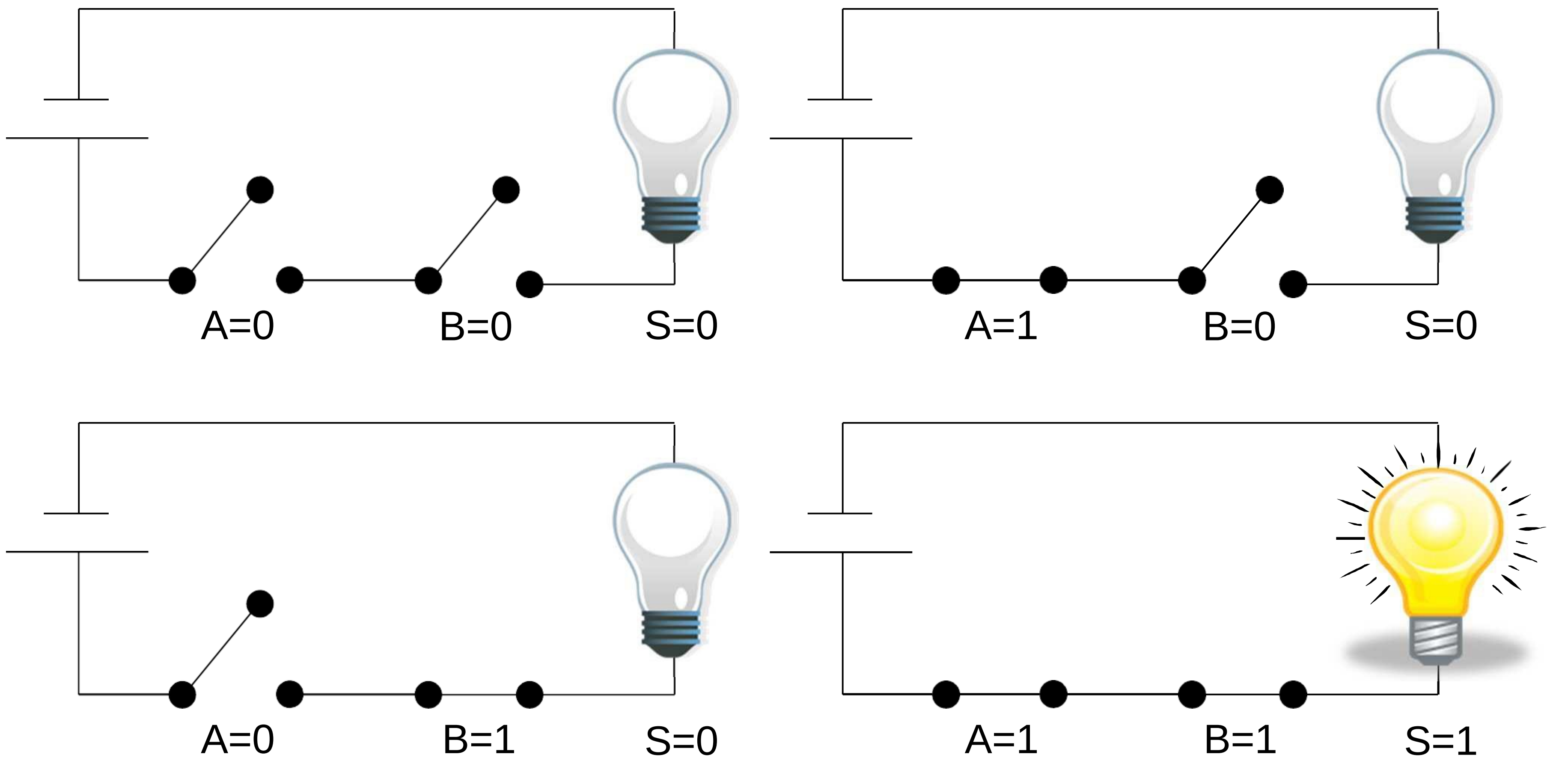
Função E (AND)

- Executa a multiplicação (conjunção) booleana de duas ou mais variáveis binárias
- Por exemplo, assuma a convenção no circuito
  - Chave aberta = 0; Chave fechada = 1
  - Lâmpada apagada = 0; Lâmpada acesa = 1



Função E (AND)

- Situações possíveis:



Função E (AND)

- Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B aberta (B=0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0)
- Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B aberta (B=0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0)
- Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B fechada (B=1), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0)
- Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)
- Observando todas as quatro situações possíveis (interpretações), é possível concluir que a lâmpada fica acesa somente quando as chaves A e B estiverem simultaneamente fechadas (A=1 e B=1)

Função E (AND)

- Para representar a expressão
  - S = A e B
- Adotaremos a representação
  - S = A.B, onde se lê S = A e B
- Porém, existem notações alternativas
  - S = A & B
  - S = A, B
  - $S = A \wedge B$

Tabela Verdade

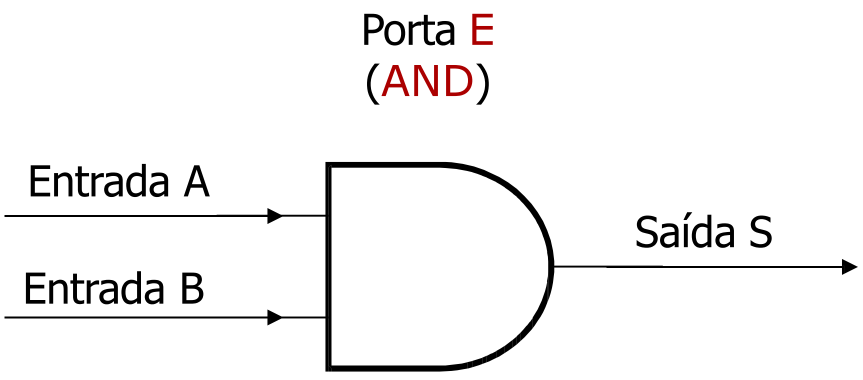
- A tabela verdade é um mapa onde são colocadas todas as possíveis interpretações (situações), com seus respectivos resultados para uma expressão booleana qualquer
- Como visto no exemplo anterior, para 2 variáveis booleanas (A e B), há 4 interpretações possíveis
- Em geral, para *N* variáveis booleanas de entrada, há 2^N interpretações possíveis

Tabela Verdade da Função E (AND)

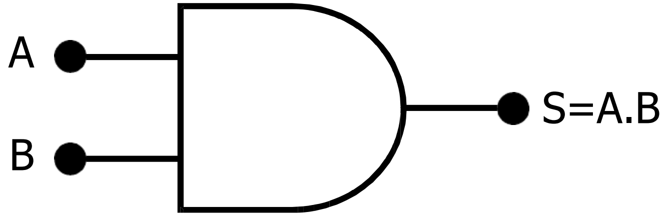
A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

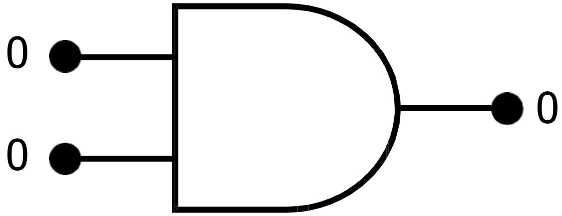
Porta Lógica E (AND)

- A porta E é um circuito que executa a função E
- A porta E executa a tabela verdade da função E
  - Portanto, a saída será 1 somente se ambas as entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída será 0
- Representação

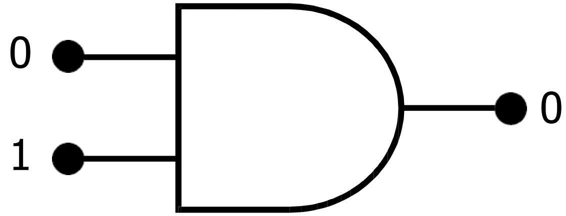


Porta Lógica E (AND)

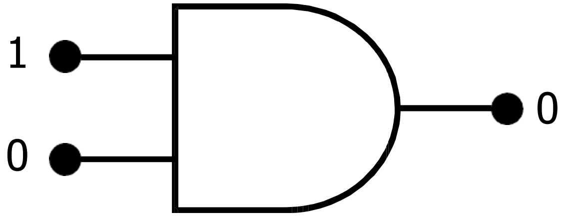




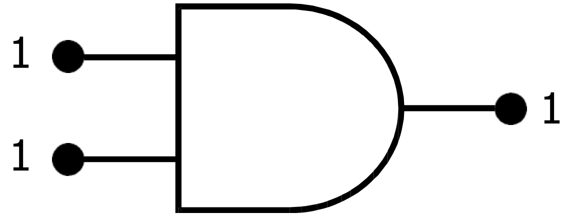
A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



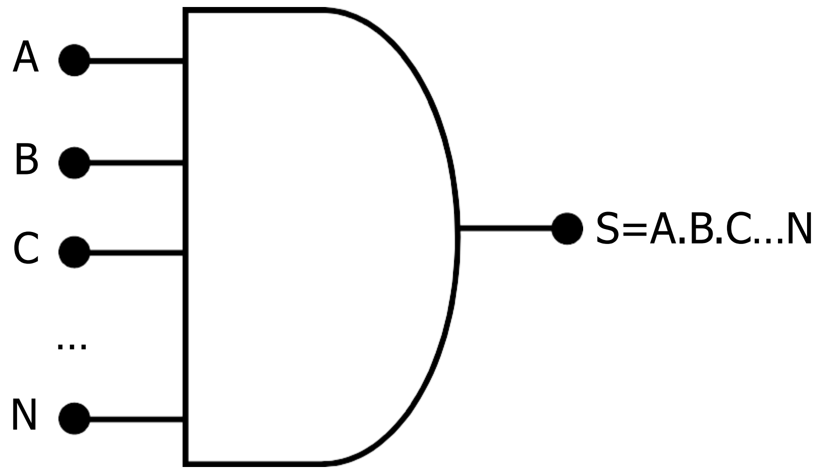
A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

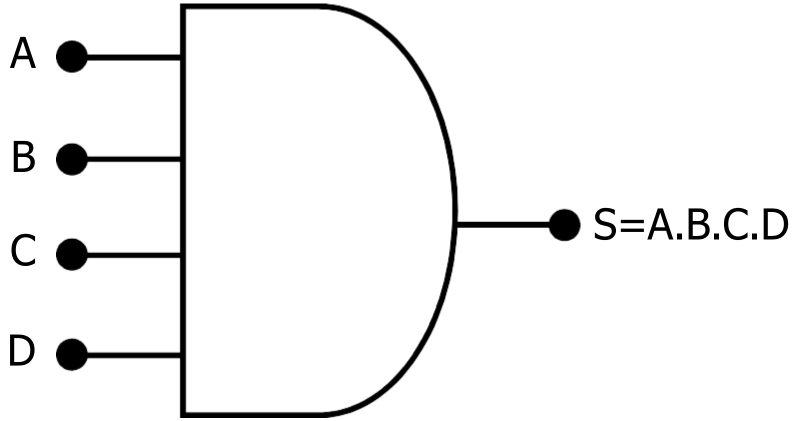
Porta Lógica E (AND)

- É possível estender o conceito de uma porta E para um número qualquer de variáveis de entrada
- Nesse caso, temos uma porta E com N entradas e somente uma saída
- A saída será 1 se e somente se as N entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída será 0



Porta Lógica E (AND)

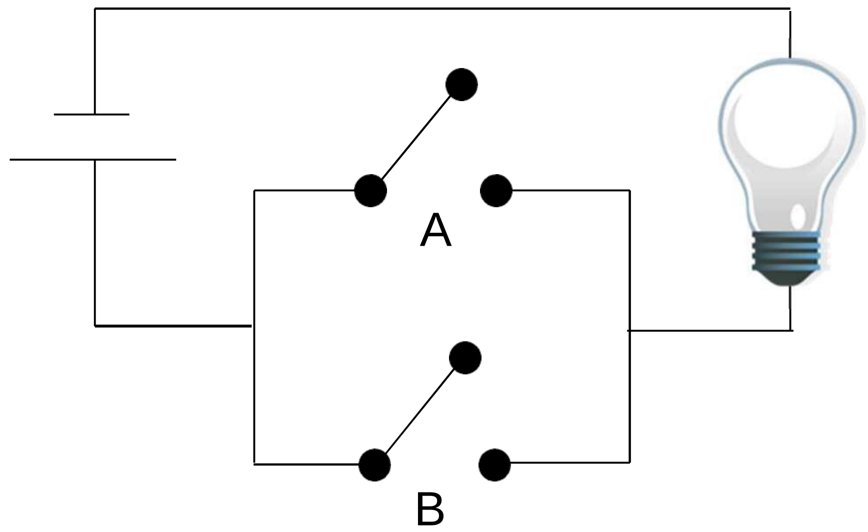
- Por exemplo, S=A.B.C.D



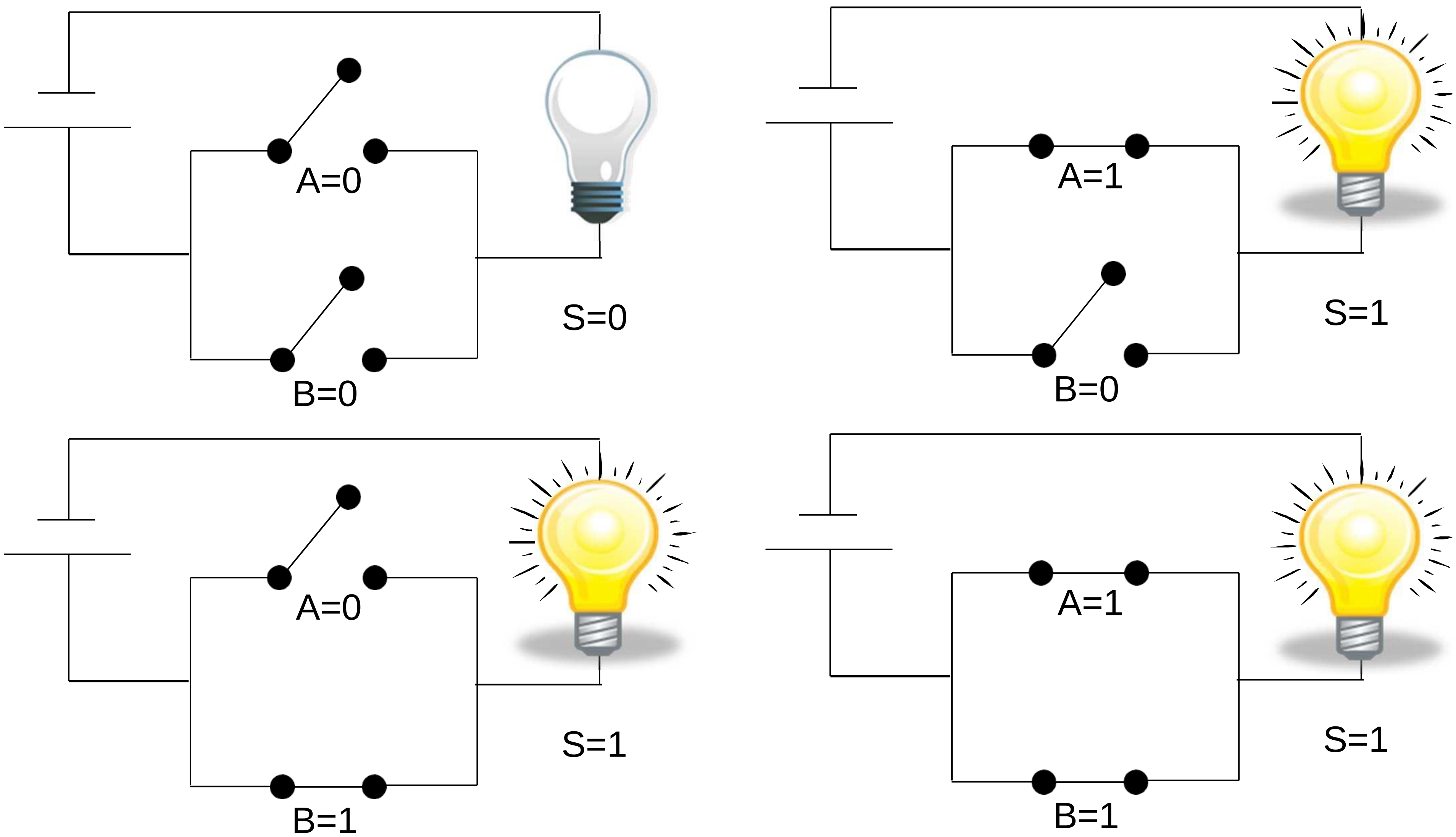
A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Função OU (OR)

- Executa a soma (disjunção) booleana de duas ou mais variáveis binárias
- Por exemplo, assuma a convenção no circuito
  - Chave aberta = 0; Chave fechada = 1
  - Lâmpada apagada = 0; Lâmpada acesa = 1



Função OU (OR)



Função OU (OR)

- Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B aberta (B=0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0)
- Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B aberta (B=0), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)
- Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)
- Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)
- Observando todas as quatro situações possíveis, é possível concluir que a lâmpada fica acesa somente quando a chave A ou a chave B ou ambas estiverem fechadas

Função OU (OR)

- Para representar a expressão
  - S = A ou B
- Adotaremos a representação
  - S = A+B, onde se lê S = A ou B
- Porém, existem notações alternativas
  - S = A | B
  - S = A; B
  - $S = A \vee B$

Tabela Verdade da Função OU (OR)

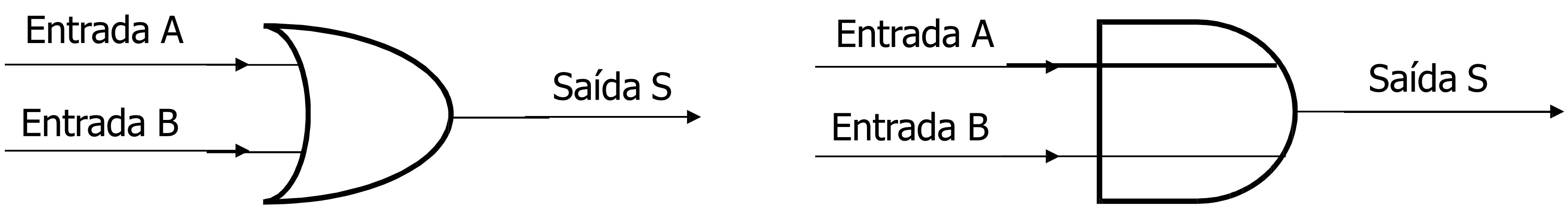
- Observe que, no sistema de numeração binário, a soma 1+1=10
- Na álgebra booleana, 1+1=1, já que somente dois valores são permitidos (0 e 1)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

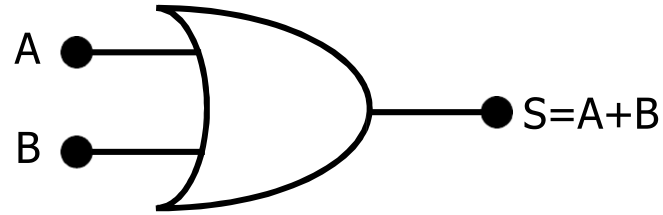
Porta Lógica OU (OR)

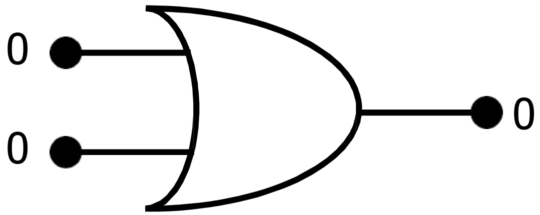
- A porta OU é um circuito que executa a função OU
- A porta OU executa a tabela verdade da função OU
  - Portanto, a saída será 0 somente se ambas as entradas forem iguais a 0; nos demais casos, a saída será 1
- Representação

Porta OU
(OR)

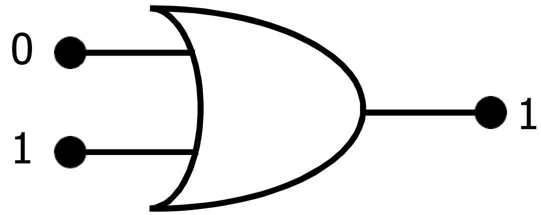


Porta Lógica OU (OR)

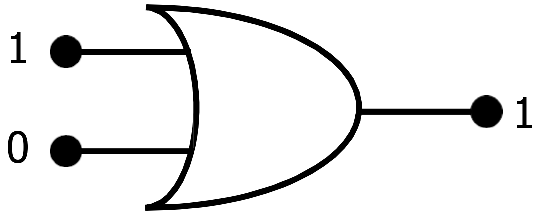




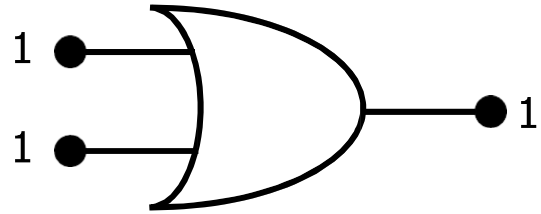
A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



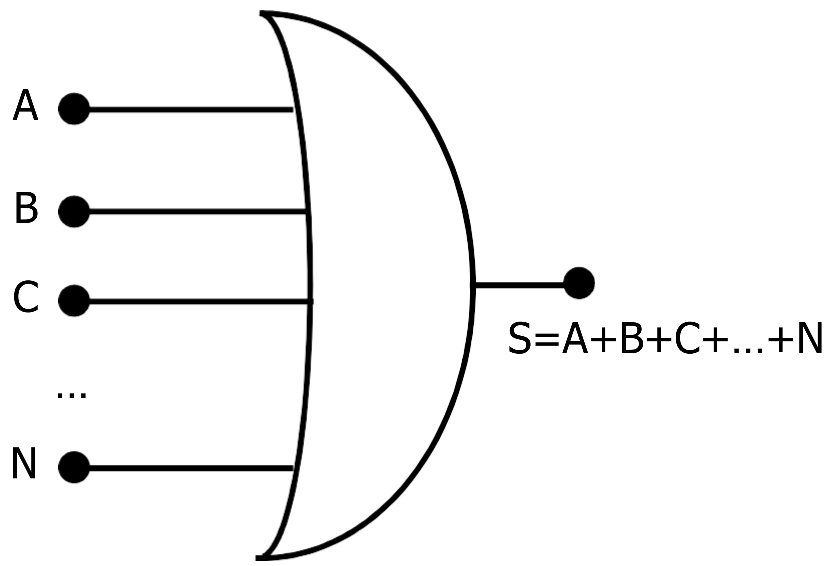
A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

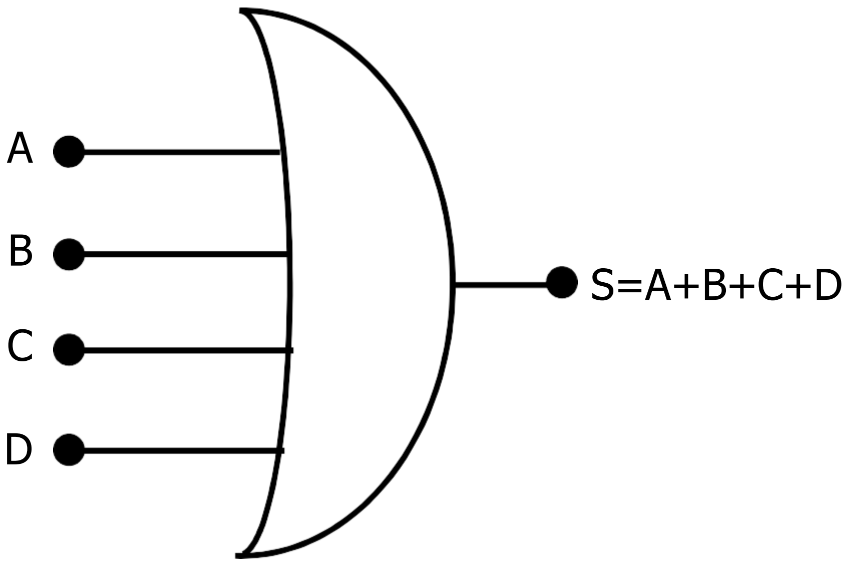
Porta Lógica OU (OR)

- É possível estender o conceito de uma porta OU para um número qualquer de variáveis de entrada
- Nesse caso, temos uma porta OU com N entradas e somente uma saída
- A saída será 0 se e somente se as N entradas forem iguais a 0; nos demais casos, a saída será 1



Porta Lógica OU (OR)

- Por exemplo,
  S=A+B+C+D



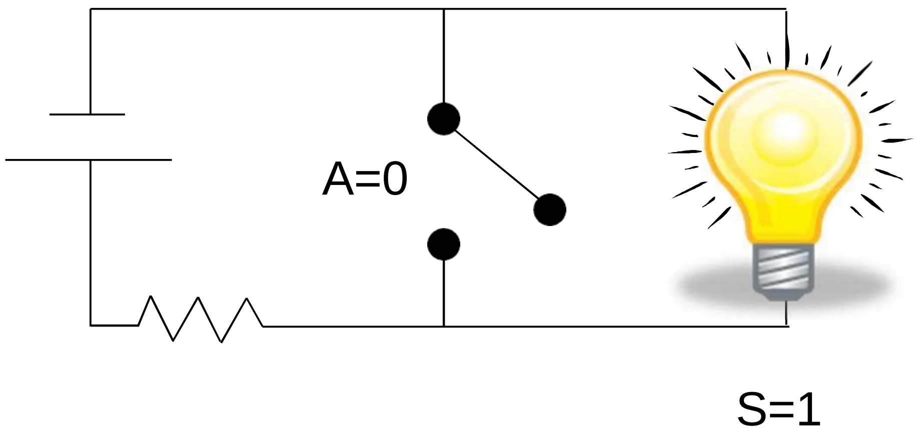
A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

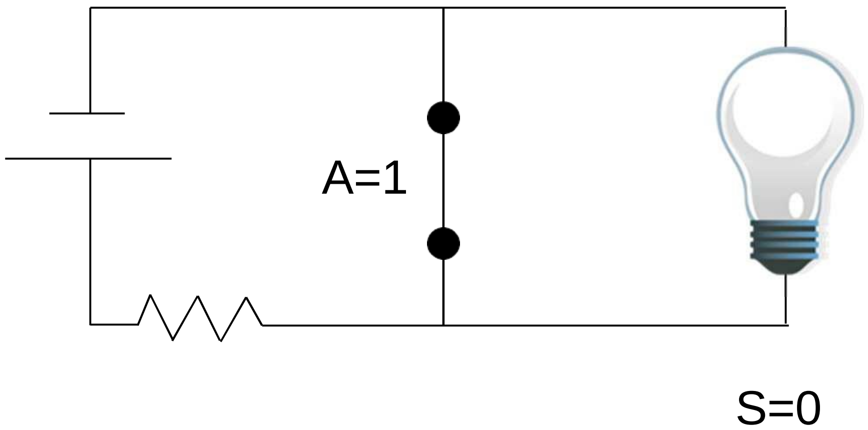
Função NÃO (NOT)

- Executa o complemento (negação) de uma variável binária
  - Se a variável estiver em 0, o resultado da função é 1
  - Se a variável estiver em 1, o resultado da função é 0
- Essa função também é chamada de inversora

Função NÃO (NOT)

- Usando as mesmas convenções dos circuitos anteriores, tem-se que:
  - Quando a chave A está aberta (A=0), passará corrente pela lâmpada e ela acenderá (S=1)
  - Quando a chave A está fechada (A=1), a lâmpada estará em curto-circuito e não passará corrente por ela, ficando apagada (S=0)





Função NÃO (NOT)

- Para representar a expressão
  - S = não A
- Adotaremos a representação
  - $S = \bar{A}$, onde se lê S = não A
- Notações alternativas
  - S = A’
  - $S = \neg A$
  - $S = \tilde{A}$

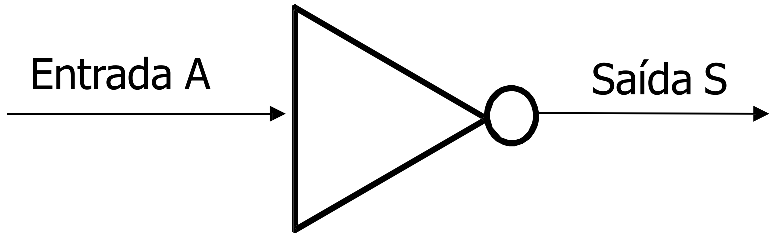
- Tabela verdade da função NÃO (NOT)

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Porta Lógica NÃO (NOT)

- A porta lógica NÃO, ou inversor, é o circuito que executa a função NÃO
- O inversor executa a tabela verdade da função NÃO
  - Se a entrada for 0, a saída será 1; se a entrada for 1, a saída será 0
- Representação

Porta NÃO (NOT)

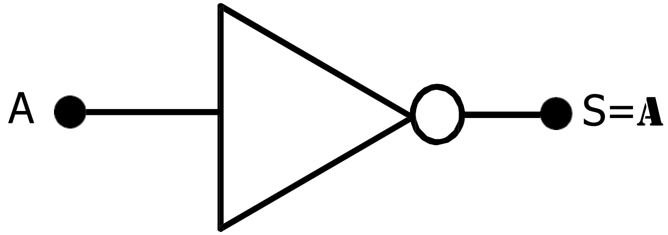


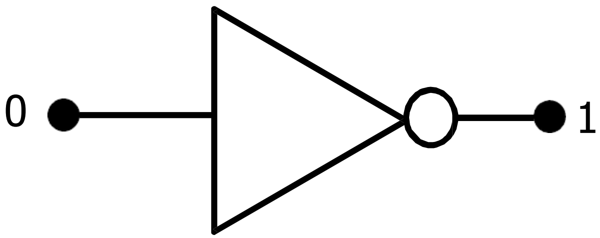
Alternativamente,

Após um bloco lógico

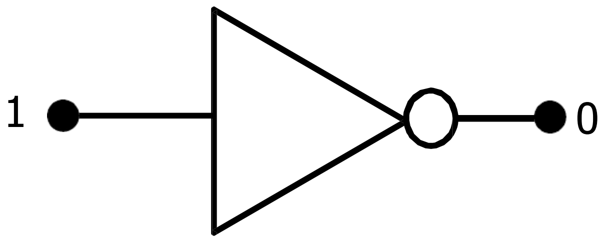
Antes de um bloco lógico

Porta Lógica NÃO (NOT)





A	S=Ā
0	1
1	0



A	S=Ā
0	1
1	0

Função NÃO E (NAND)

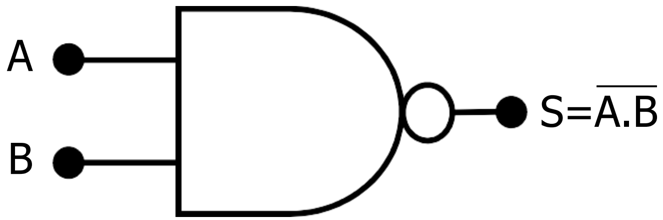
- Composição da função E com a função NÃO, ou seja, a saída da função E é invertida
- $S = \overline{(A.B)} = \overline{A.B}$
  $= (A.B)'$
  $= \neg(A.B)$

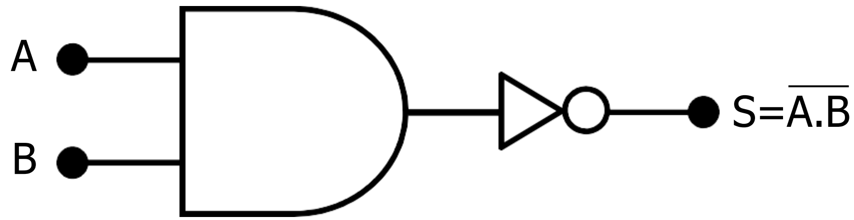
- Tabela verdade

A	B	$S=\overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NÃO E (NAND)

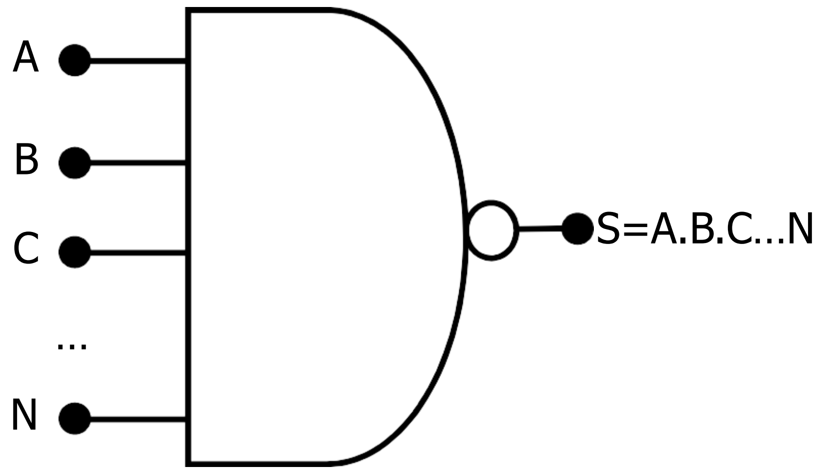
- A porta NÃO E (NE) é o bloco lógico que executa a função NÃO E, ou seja, sua tabela verdade
- Representação





Porta NÃO E (NAND)

- Como a porta E, a porta NÃO E pode ter duas ou mais entradas
- Nesse caso, temos uma porta NÃO E com N entradas e somente uma saída
- A saída será 0 se e somente se as N entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída será 1



Função NÃO OU (NOR)

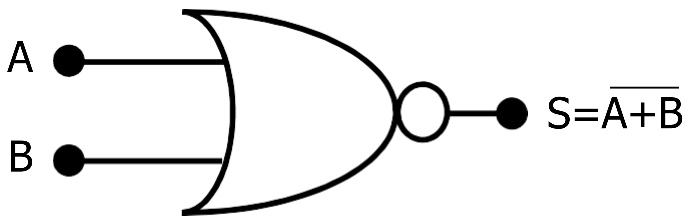
- Composição da função OU com a função NÃO, ou seja, a saída da função OU é invertida
- S $= \overline{(A+B)} = \overline{A+B}$
  $= (A+B)'$
  $= \neg(A+B)$

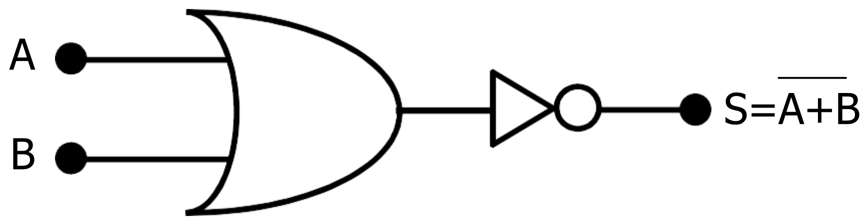
- Tabela verdade

A	B	$S=\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NÃO OU (NOR)

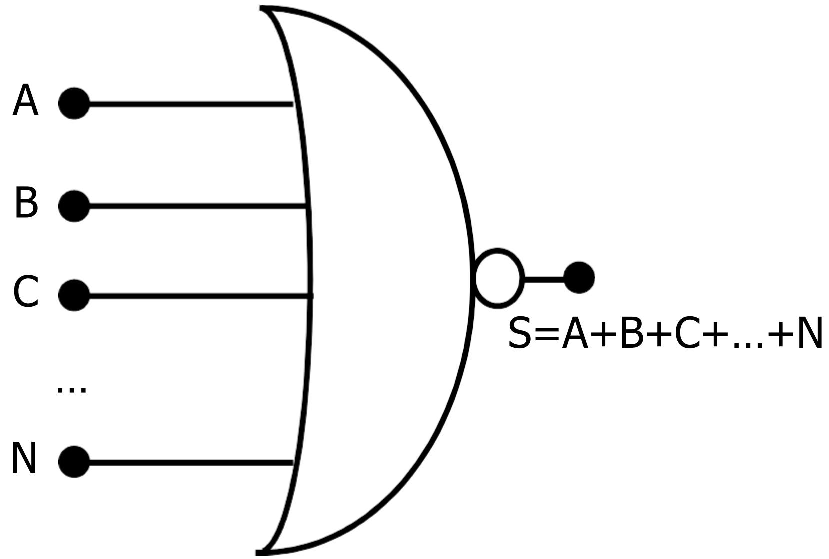
- A porta NÃO OU (NOU) é o bloco lógico que executa a função NÃO OU, ou seja, sua tabela verdade
- Representação





Porta NÃO OU (NOR)

- Como a porta OU, a porta NÃO OU pode ter duas ou mais entradas
- Nesse caso, temos uma porta NÃO OU com N entradas e somente uma saída
- A saída será 1 se e somente se as N entradas forem iguais a 0; nos demais casos, a saída será 0



Função OU Exclusivo (XOR)

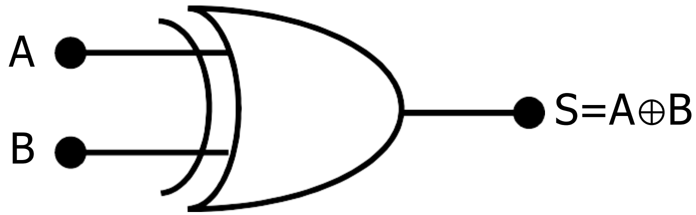
- A função OU Exclusivo fornece
  - 1 na saída quando as entradas forem diferentes entre si e
  - 0 caso contrário
- S $= A \oplus B$
  $= \bar{A}.B + A.\bar{B}$

- Tabela verdade

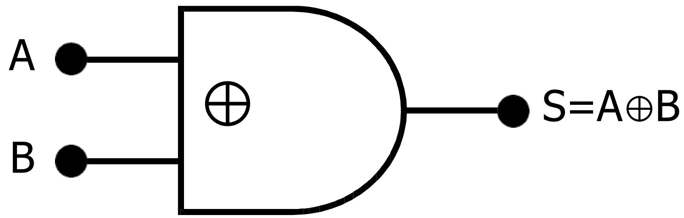
A	B	$S = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

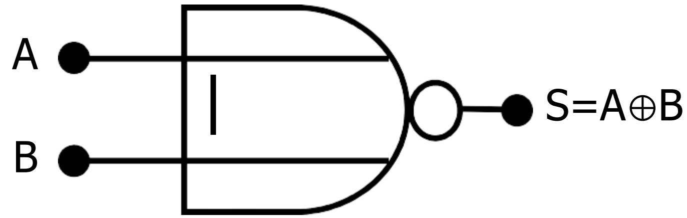
Porta OU Exclusivo (XOR) como Bloco Básico

Simbologia adotada

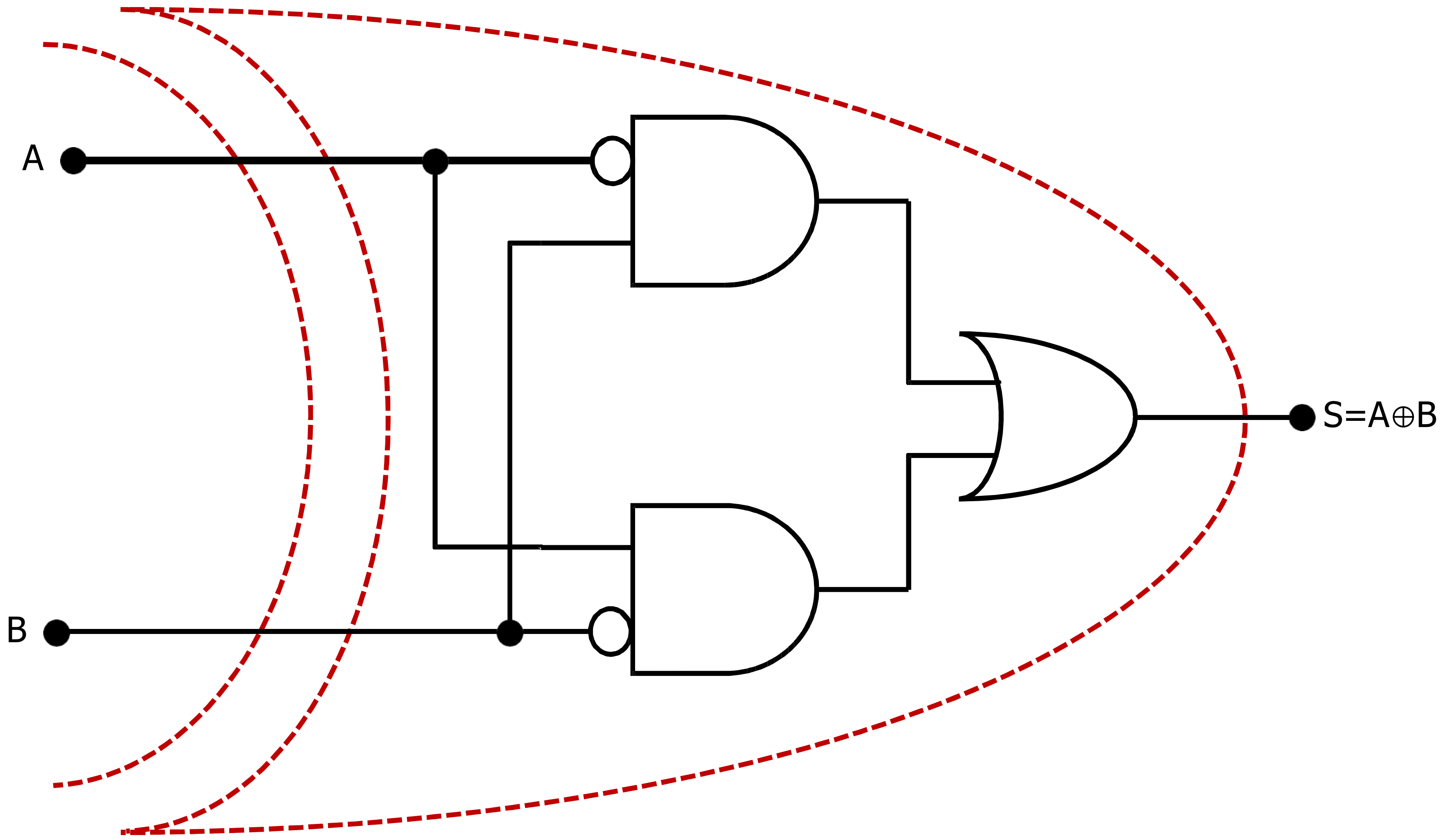


Outros símbolos utilizados

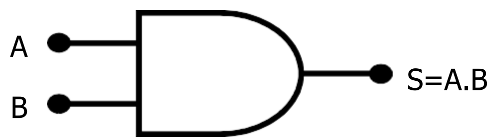
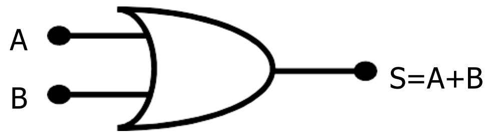
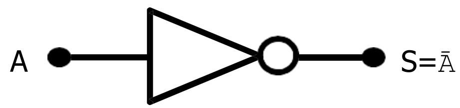
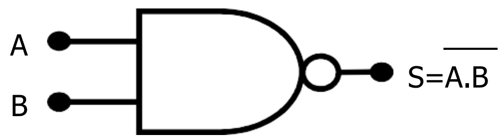
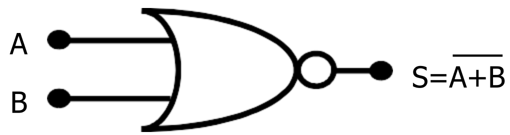
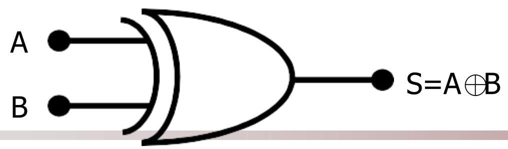




Porta OU Exclusivo (XOR) como Circuito Combinacional



Resumo dos Blocos Lógicos Básicos

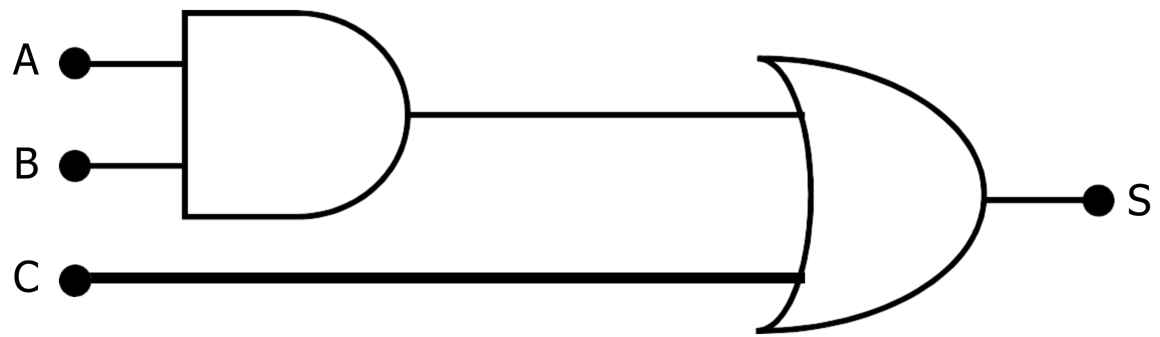
Nome	Símbolo Gráfico	Função Algébrica	Tabela Verdade
E (AND)		S=A.B S=AB	A B | S=A.B 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OU (OR)		S=A+B	A B | S=A+B 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
NÃO (NOT) Inversor		$S=\bar{A}$ S=A’ S= ¬A	A | S=Ā 0 | 1 1 | 0
NE (NAND)		$S=\overline{A.B}$ S=(A.B)’ S= ¬(A.B)	A B | $S=\overline{A.B}$ 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOU (NOR)		$S=\overline{A+B}$ S=(A+B)’ S= ¬(A+B)	A B | $S=\overline{A+B}$ 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
XOR		S=A⊕B	A B | S=A⊕B 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0

Correspondência entre expressões, circuitos e tabelas verdade

- Todo circuito lógico executa uma expressão booleana
- Um circuito, por mais complexo que seja, é composto pela interligação dos blocos lógicos básicos
- Veremos, a seguir, como obter as expressões booleanas geradas por um circuito lógico

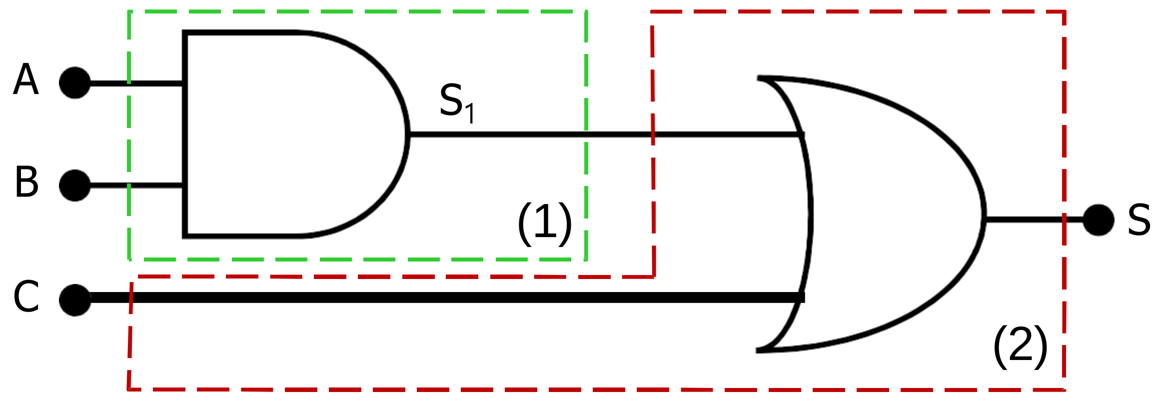
Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos

- Seja o circuito:



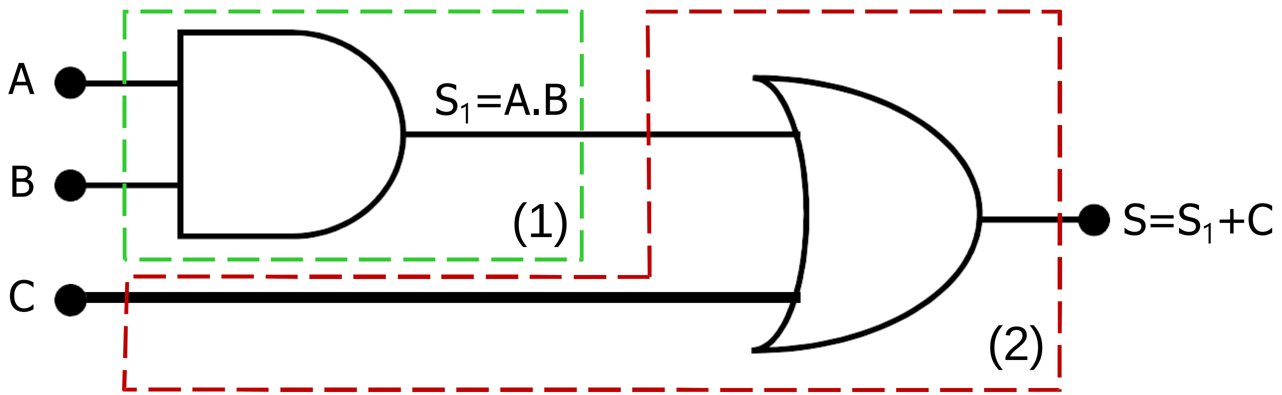
Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos

- Vamos dividi-lo em duas partes (1) e (2)
  - No circuito (1), a saída S_1 contém o produto A.B, já que o bloco é uma porta E
  - Portanto, $S_1 = A.B$



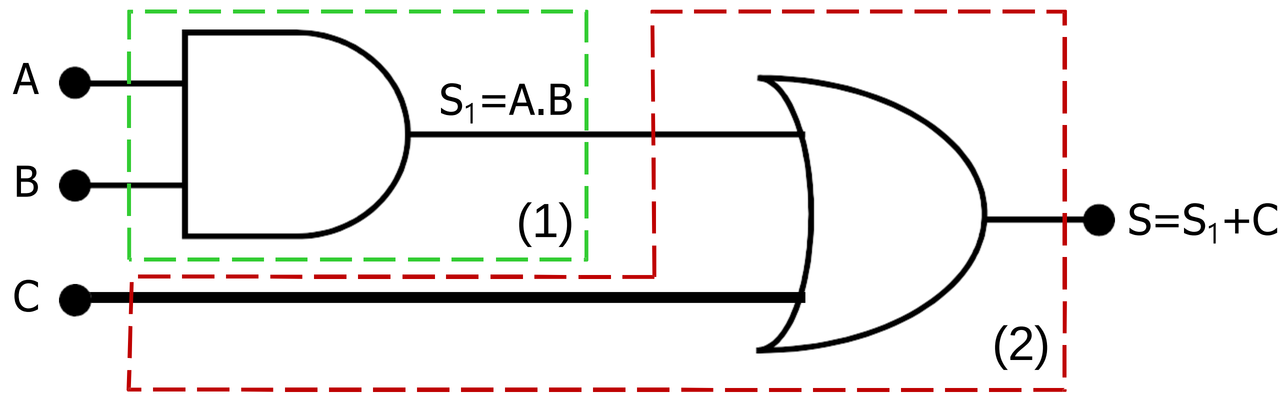
Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos

- No circuito (2), note que a saída S_1 é utilizada como uma das entradas da porta OU
- A outra entrada da porta OU corresponde à variável C, o que nos leva à:
  - $S = S_1 + C$



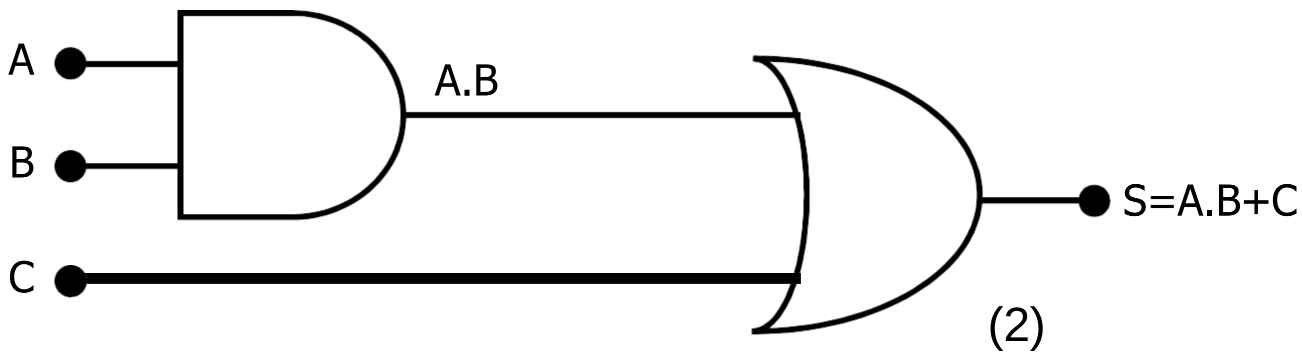
Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos

- Para obter a expressão final em relação às entradas A, B e C basta substituir a expressão S_1 na expressão de S, ou seja:
  - (1) $S_1 = A.B$
  - (2) $S = S_1 + C$
  - Obtém-se $S = S_1 + C = (A.B) + C$



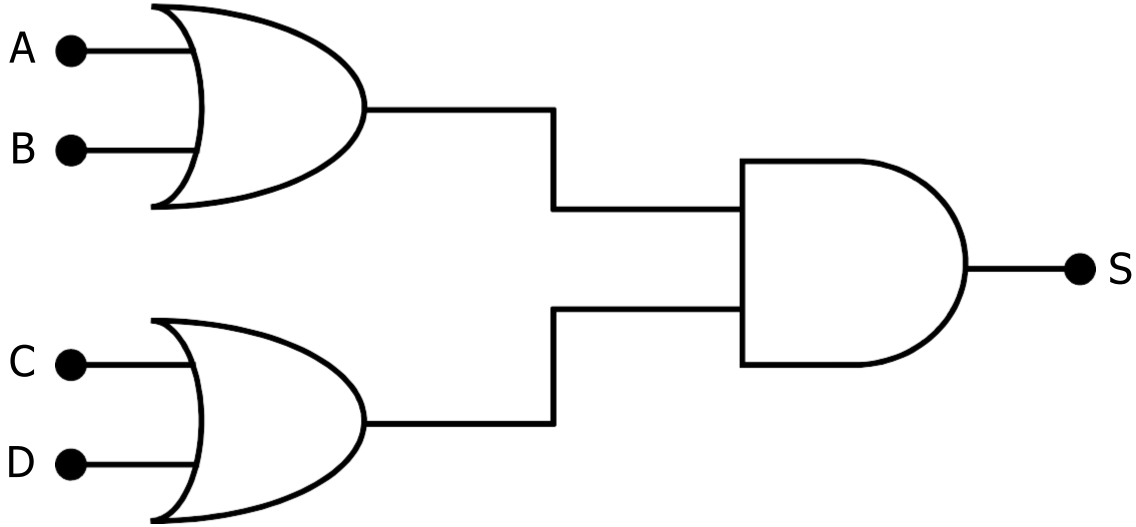
Expressões Booleanas Geradas por Circuitos Lógicos

- Portanto, a expressão que o circuito executa é:
  - S = (A.B) + C = A.B + C



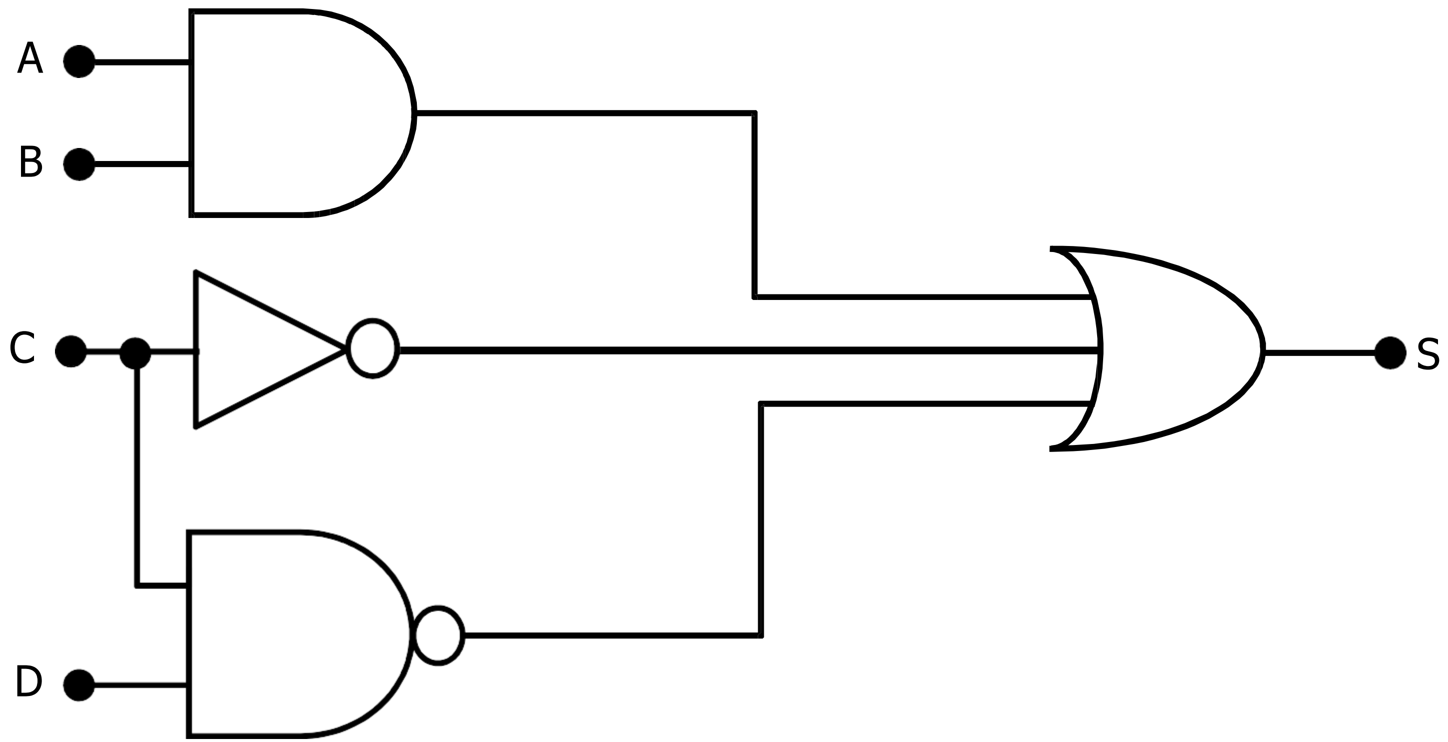
Exercício - 01

- Escreva a expressão booleana executada pelo circuito



Exercício - 02

- Determinar a expressão booleana característica do circuito



Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

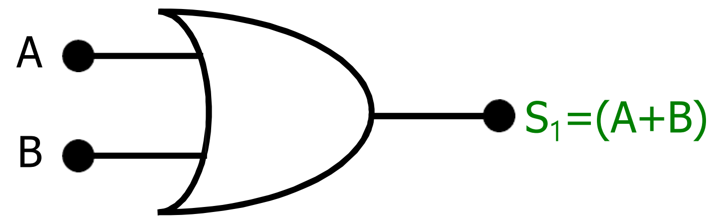
- Até o momento, vimos como obter uma expressão característica a partir de um circuito
- Também é possível obter um circuito lógico, dada uma expressão booleana
- Nesse caso, como na aritmética elementar, parênteses têm maior prioridade, seguidos pela multiplicação (função E) e, por último, pela soma (função OU)

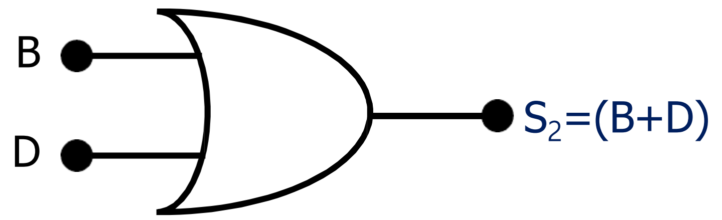
Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

- Seja a expressão
  - S = (A+B).C.(B+D)
- Vamos separar as subfórmulas da expressão, ou seja:
  - S = (A+B) . C . (B+D)

Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

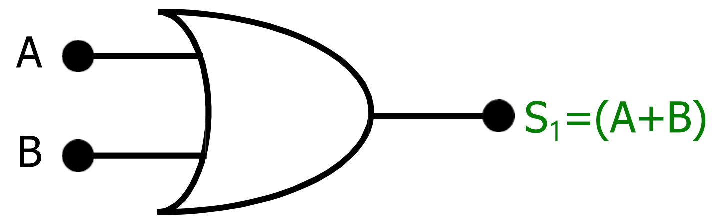
- Seja a expressão
  - S = (A+B).C.(B+D)
- Vamos separar as subfórmulas da expressão, ou seja:
  - S = (A+B) . C . (B+D)
- Dentro do primeiro parêntese temos a soma booleana $S_1=(A+B)$, portanto o circuito que executa esse parêntese será uma porta OU
- Dentro do segundo parêntese temos a soma booleana $S_2=(B+D)$. Novamente, o circuito que executa esse parêntese será uma porta OU

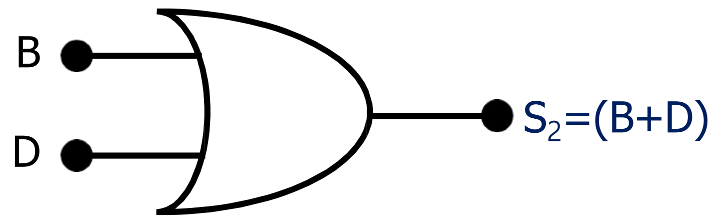


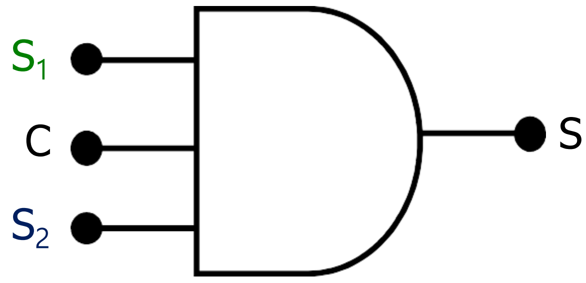


Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

- Seja a expressão
  - S = (A+B).C.(B+D)
- Vamos separar as subfórmulas da expressão, ou seja:
  - S = (A+B) . C . (B+D)
- Dentro do primeiro parêntese temos a soma booleana S_1=(A+B), portanto o circuito que executa esse parêntese será uma porta OU
- Dentro do segundo parêntese temos a soma booleana S_2=(B+D). Novamente, o circuito que executa esse parêntese será uma porta OU
- Portanto, temos:
  - S = S_1 . C . S_2
- Agora temos uma multiplicação booleana e o circuito que a executa é uma porta E

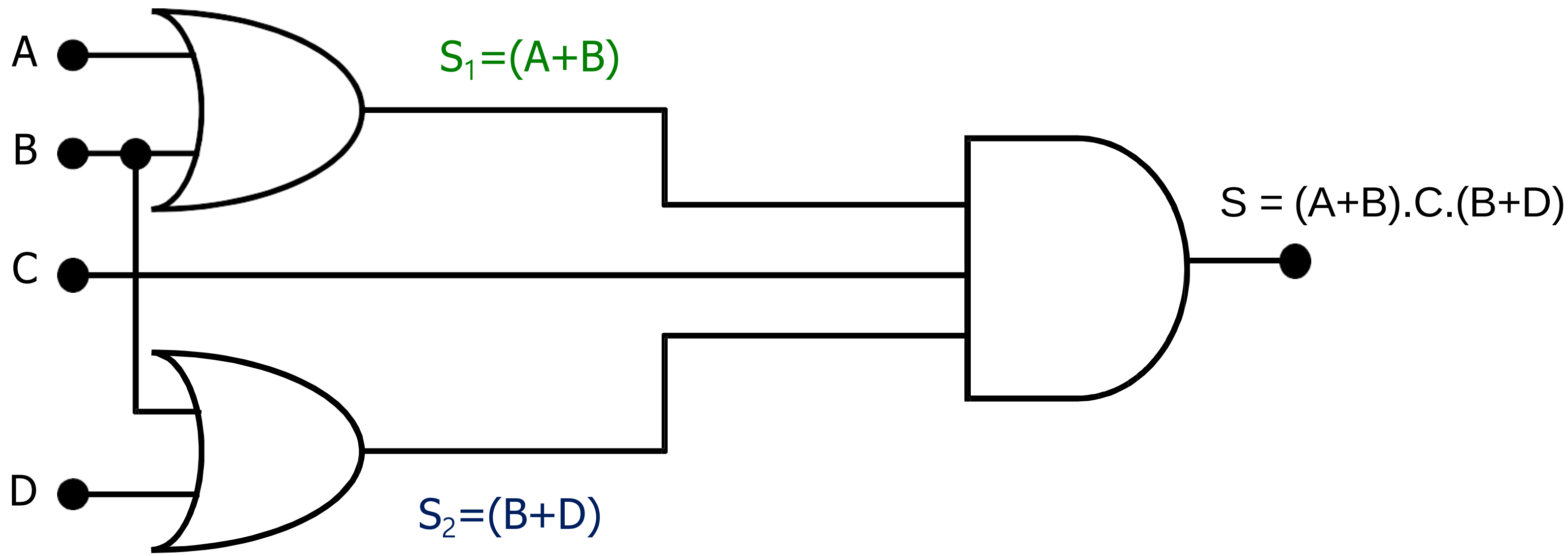






Circuitos Gerados por Expressões Booleanas

- O circuito completo é:



Exercício - 03

- Desenhe o circuito lógico que executa a seguinte expressão booleana
  - $S = (A.B.C) + (A+B).C$

Exercício - 04

- Desenhe o circuito lógico cuja expressão característica é
  - $S = (\overline{A.B} + \overline{C.D})'$

Expressões ou Circuitos representados por Tabelas Verdade

- Uma forma de estudar uma função booleana consiste em utilizar sua tabela verdade
- Como visto anteriormente, há uma equivalência entre o circuito lógico e sua expressão característica
  - Podemos obter um circuito a partir de sua expressão
  - Podemos obter expressões a partir dos circuitos
- Uma tabela verdade representa o comportamento tanto do circuito como de sua expressão característica

Como obter a Tabela Verdade a partir de uma Expressão

- Colocar todas as possibilidades (interpretações) para as variáveis de entrada
  - Lembrar que para *N* variáveis, há 2^N possibilidades
- Adicionar colunas para cada subfórmula da expressão
  - Preencher cada coluna com seus resultados
- Adicionar uma coluna para o resultado final
  - Preencher essa coluna com o resultado final

Exemplo

- Considere a expressão
  - S = A.B.C + A.D + A.B.D
- Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há 2^4=16 interpretações
  - Variação 1 zero, 1 um

A	B	C	D
			0
			1
			0
			1
			0
			1
			0
			1
			0
			1
			0
			1
			0
			1
			0
			1

Exemplo

- Considere a expressão
  - S = A.B.C + A.D + A.B.D
- Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há 2^4=16 interpretações
  - Variação 1 zero, 1 um
  - Variação 2 zeros, 2 um

A	B	C	D
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1

Exemplo

- Considere a expressão
  - S = A.B.C + A.D + A.B.D
- Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há 2^4=16 interpretações
  - Variação 1 zero, 1 um
  - Variação 2 zeros, 2 um
  - Variação 4 zeros, 4 um

A	B	C	D
	0	0	0
	0	0	1
	0	1	0
	0	1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	1	0
	1	1	1
	0	0	0
	0	0	1
	0	1	0
	0	1	1
	1	0	0
	1	0	1
	1	1	0
	1	1	1

Exemplo

- Considere a expressão
  - S = A.B.C + A.D + A.B.D
- Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há 2^4=16 interpretações
  - Variação 1 zero, 1 um
  - Variação 2 zeros, 2 um
  - Variação 4 zeros, 4 um
  - Variação 8 zeros, 8 um

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Exemplo

- $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0				
1	1	1	1				

Exemplo

- S = A.B.C + A.D + A.B.D
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0				
0	0	0	1				
0	0	1	0				
0	0	1	1				
0	1	0	0				
0	1	0	1				
0	1	1	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0				
1	0	0	1				
1	0	1	0				
1	0	1	1				
1	1	0	0				
1	1	0	1				
1	1	1	0	1			
1	1	1	1	1			

Exemplo

- S = A.B.C + A.D + A.B.D
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0			
0	0	0	1	0			
0	0	1	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	0	0			
0	1	0	1	0			
0	1	1	0	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	0			
1	0	0	1	0			
1	0	1	0	0			
1	0	1	1	0			
1	1	0	0	0			
1	1	0	1	0			
1	1	1	0	1			
1	1	1	1	1			

Exemplo

- $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0			
0	0	0	1	0			
0	0	1	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	0	0			
0	1	0	1	0			
0	1	1	0	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	0			
1	0	0	1	0	1		
1	0	1	0	0			
1	0	1	1	0	1		
1	1	0	0	0			
1	1	0	1	0	1		
1	1	1	0	1			
1	1	1	1	1	1		

Exemplo

- $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	0	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	0		
1	0	0	1	0	1		
1	0	1	0	0	0		
1	0	1	1	0	1		
1	1	0	0	0	0		
1	1	0	1	0	1		
1	1	1	0	1	0		
1	1	1	1	1	1		

Exemplo

- $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	0	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	0		
1	0	0	1	0	1		
1	0	1	0	0	0		
1	0	1	1	0	1		
1	1	0	0	0	0		
1	1	0	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	0		
1	1	1	1	1	1	1	

Exemplo

- S = A.B.C + A.D + A.B.D
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	1	0	
1	0	1	0	0	0	0	
1	0	1	1	0	1	0	
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	0	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	0	0	
1	1	1	1	1	1	1	

Exemplo

- $S = A.B.C + A.D + A.B.D$
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado
- Por último, preencher a coluna do resultado final

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	
0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Exemplo

- S = A.B.C + A.D + A.B.D
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado
- Por último, preencher a coluna do resultado final

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Exercício - 05

- Encontre a tabela verdade da expressão
  - S = Ā+B+A.B.C’

Exercício - 06

- Montar a tabela verdade da expressão
  - $S = A.B.C + A.B'.C + A'.B'.C + A'.B'.C'$

Equivalência de Expressões Booleanas por Tabela Verdade

- Sejam S1 e S2 duas expressões booleanas
- S1 e S2 são equivalentes se e somente se para todas as interpretações possíveis (linhas) na tabela verdade ocorre S1=S2
- Se S1≠S2 em pelo menos uma interpretação, então S1 e S2 não são equivalentes

Exercício - 07

- Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes
  - S1 = A
  - S2 = A.(A+B)

A	B	A+B	S1	S2
0	0			
0	1			
1	0			
1	1			

Exercício - 08

- Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1, S2, S3 são equivalentes entre si
  - S1 = A
  - S2 = A.(1 + B)
  - S3 = A + A.B

A	B	1+B	A.B	S1	S2	S3
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

Exercício - 09

- Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes
  - S1 = A.(B + C)
  - S2 = A.B + A.C

A	B	C	B+C	A.B	A.C	S1	S2
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Exercício - 10

- Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes
  - S1 = A+(B.C)
  - S2 = (A+B) . (A+C)

A	B	C	B.C	A+B	A+C	S1	S2
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Exercício - 11

- Verifique, usando tabela verdade, se as expressões S1 e S2 são equivalentes
  - S1 = $(\bar{A}.B)$
  - S2 = (A.B)’

A	B	A’	B’	A.B	S1	S2
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

Slides baseados em:

- Idoeta, I.V. & Capuano, F.G.; Elementos de Eletrônica Digital, 12ª. edição, Érica, 1987.
- E. Mendelson; Álgebra booleana e circuitos de chaveamento, McGraw-Hill, 1977.