Profesor: Felipe Osorio **Ayudante**: Nicolás Alfaro
Contacto: nicolas.alfaro@sansano.usm.cl
Semestre: 2021-2 (Primavera 2021)

Ayudantía 4

4 de Septiembre, 2021

Problemas

P1 Sea (X_i, Y_i) una colección de vectores aleatorios IID con distribución de probabilidad normal bivariada con vector de medias μ desconocido y matriz de covarianza $\Sigma > 0$ desconocida. Encuentre entonces el estimador de momentos para cada uno de los 5 parámetros desconocidos.

P2 **(C1 2020):** Suponga $X_1, \dots, X_n$ muestra aleatoria desde

$$f(x;\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad x > 1, \theta > 0$$

Obtenga el estimador de momentos de θ. ¿ Este estimador es válido para todo el espacio paramétrico Θ ?

P3 Sea $\{X_i\}_{i=1}^n$ una colección de variables aleatorias IID, con distribución de probabildad Laplace, es decir tienen una función de densidad dada por

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{2\sigma}\exp\left(-\frac{|x-\mu|}{\sigma}\right), \quad \sigma > 0$$

Encuentre el estimador de momentos de μ y σ. ¿Que puede decir en comparación al estimador de máxima verosimilitud?

P4 Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución de probabilidad de Poisson-Compuesta si es que

$$X = \sum_{i=1}^{N} Y_i$$

donde N **es una variable aleatoria Poisson** es decir $N \sim \text{Poiss}(\lambda)$ y $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$ es una colección de variables aleatorias IID.

La distribución *Polya-Aeppli* ó *Poisson Geométrica* es un caso particular de la familia de distribuciones Poisson-Compuesta donde $\{Y_i\}_{i=1}^\infty$ es una colección de variables aleatorias **geométricas** independientes ($Y_i \sim \text{Geom}(p)$), en este caso se dirá que X sigue una distribución Polya-Aeppli con parámetros λ y p ($X \sim \mathcal{PA}(\lambda, p)$)

Encuentre entonces el estimador de momentos de los parámetros λ y p para una muestra aleatoria $X_1, \dots X_n$ provenientes de una variable aleatoria $X \sim \mathcal{PA}(\lambda, p)$