

Profesor: Felipe Osorio **Ayudante:** Nicolás Alfaro
Contacto: nicolas.alfaro@sansano.usm.cl
Semestre: 2021-2 (Primavera 2021)

AYUDANTÍA 1

9 de Septiembre, 2021

PROBLEMAS

P1 Sean observaciones independientes $\{Y_i\}_{i=1}^n$ tal que $Y_i \sim \text{Poiss}(\lambda_i)$ para todo $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, donde las medias λ_i se relacionan con un predictor de la forma βx_i a través de una función $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ inyectiva como $g(\lambda_i) = \beta x_i$ con $\beta \in \mathbb{R}$ y x_i conocido para todo i .

(a) Describa el modelo de probabilidad asociado.

P2 Sea un conjunto de vectores aleatorios (o variables aleatorias pareadas) $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ IID cuya función de densidad viene dada por:

$$f(x, y; a, b) = ce^{-y} \mathbf{1}_{\{ax \leq y \leq bx\}}(x, y)$$

Donde a y b son constantes tal que $a < b$

- (a) Determine c , tal que la función de densidad efectivamente esté bien definida.
- (b) Determine el modelo de probabilidad (y si éste es paramétrico) y el espacio paramétrico de este.
- (c) Determine si la función pertenece a la familia exponencial.

P3 Sea $\{X_i\}$ un conjunto de variables aleatorias IID con función de densidad dada por

$$f(x; \beta, \theta) = \frac{\beta \theta^\beta}{x^{\beta+1}}; x \geq \theta, \beta \geq 2, \theta > 0$$

- (a) Suponga β es conocido. Determine si la distribución conjunta es de familia exponencial.
- (b) Suponga θ es conocido. Determine si la distribución conjunta es de familia exponencial.

P4 Sean un conjunto de vectores aleatorios $\{(X_i, Y_i)\}$ IID, con función de densidad dada por:

$$f(x, y; \theta) = \exp(-(\theta x + \frac{y}{\theta})) , x \geq 0, y \geq 0, \theta > 0$$

- (a) Pruebe que X_i es independiente de Y_i y además marginalmente $X_i \sim \exp(\theta)$ y $Y_i \sim \exp(\frac{1}{\theta})$
- (b) Determine si la función de densidad conjunta es de familia exponencial y en tal caso indique la cantidad de parámetros naturales.