LELEC1930 - Introduction aux télécommunications
Rappel - Nombres complexes

Prof. : Jérôme Louveaux Assist. : Jérome Eertmans

Un nombre complexe peut s'écrire sous la forme $z = x + jy$ où x et y correspondent, respectivement, à la partie réelle et imaginaire de z. Les électriciens utilisent généralement j au lieu de i pour désigner la partie imaginaire. Le nombre imaginaire j est tel que $j^2 = -1$. On peut représenter z dans le plan complexe en utilisant l'axe des abscisses pour la partie réelle et l'axe des ordonnées pour la partie imaginaire, comme sur la figure 1. Les différentes images sont reprises du blog tikz.net.

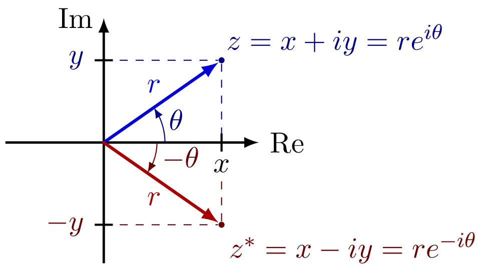

FIGURE 1 – Nombre complexe dans le plan complexe.

Une autre façon de représenter un nombre complexe est d'utiliser son module, r, et son argument, θ. Ainsi, z peut s'écrire $re^{j\theta}$. Le module de z, pouvant aussi s'écrire $|z|$, équivaut à la longueur du vecteur $x + iy$, c.-à-d. $|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$. L'argument de z, parfois noté $\angle z$, quant à lui, est l'angle que forme le vecteur avec l'axe des abscisses, tel que $\angle z = \theta = \arctan(y/x)$. Le complexe conjugué de z, noté z^*, s'obtient en prenant l'opposé de la partie imaginaire de z : $z^* = x - jy$.

Propriétés

- Formule d'Euler : $e^{\pm jax} = \cos(ax) \pm \sin(ax)$, pour tous réels a et x, voir figure 2.
- Trigonométrie : $\cos(ax) = \frac{e^{ax}+e^{-ax}}{2}$ et $\sin(ax) = \frac{e^{ax}-e^{-ax}}{2j}$.
- Inverse : $\frac{1}{j} = \frac{1}{j}\frac{j}{j} = \frac{j}{-1} = -j$.

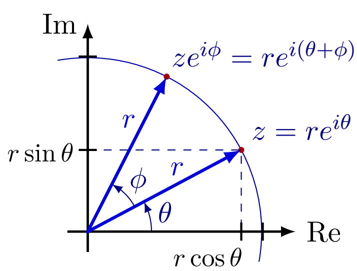

FIGURE 2 – z dans le plan complexe, avec $ax = \theta$.

Dans beaucoup d'applications électriques, l'argument de z varie au cours du temps (pensez au courant alternatif que vous trouvez dans toutes les prises) et il est commun d'écrire alors $z = Ae^{j\omega t}$, avec A l'amplitude du signal en V et $\omega = 2\pi f$ la pulsation en rad s^{-1}. Une visualisation en 3 dimensions d'un nombre complexe oscillant en fonction du temps est faite sur la figure 3.

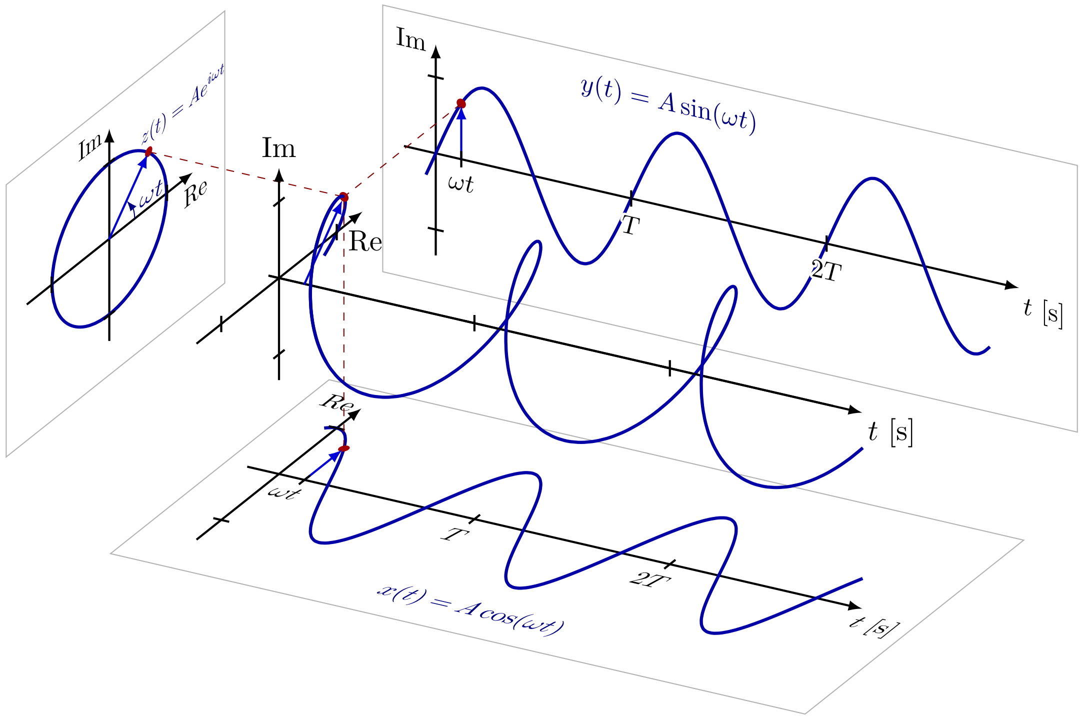

FIGURE 3 – Oscillateur complexe vu en 3D.