2014 – 2015

Université catholique de Louvain

Finance

LECGE 1332
Pr. Philippe Grégoire

Auteurs : Alexander Gerniers, Florian Thuin

Table des matières

Première partie

La valeur

Chapitre 1

Introduction

1.1 Qu'est-ce que la finance ?

Pour mener à bien leurs affaires, les entreprises ont besoin d'actifs (*assets*). Ceux-ci peuvent être tangibles, e.g. des machines, des usines, des bureaux, etc., ou intangibles, e.g. de l'expertise, une marque, des brevets. Pour financer ses actifs, l'entreprise agit, par l'intermédiaire des banques ou d'autres institutions, sur les marchés financiers. Elle peut soit émettre des fonds propres (*equities*), soit contracter des dettes (*debts*). Ces actifs financiers ont de la valeur, car ils reflètent la valeur des actifs réels de l'entreprise et l'espérance de *cash flows* (flux de trésorerie) futurs. Pour conserver cette valeur, les actifs de l'entreprise doivent produire assez de cash pour satisfaire ces espérances. Cela met en évidence trois problématiques :

- la décision d'investissement (*capital budgeting*) : dans quels actifs spécifiques l'entreprise doit-elle investir ? (long terme)
- la décision financière, ou la structure du capital : comment obtenir du cash ? (long terme)
- la gestion du *working capital* (besoin en fond de roulement) : combien de cash et d'inventaire l'entreprise doit-elle garder à portée de main ?, doit-elle vendre – ou acheter – à crédit ?, etc. (court terme)

$$working\ capital = stock + client\ receivables - furnishers \tag{1.1}$$

Prendre des décisions, c'est suivre des objectifs. Si les acteurs sont rationnels, il s'agit de maximiser la valeur de l'entreprise : du point de vue de l'actionnaire, toute les décisions sont faites en vue de maximiser la valeur actuelle par part. Dans ces décisions, il faut s'assurer que les actifs en place puissent générer suffisamment cash flows pour rembourser les actifs investis et rémunérer les apporteurs de capitaux. La question qui se pose alors est de savoir comment se forme la valeur des actions et obligations.

Trésorier	Contrôleur
Relations bancaires	Comptabilité
Gestion de la trésorerie	Préparation des états financiers
Obtenir le financement	Audit interne
Gestion du crédit	Gestion de la paie
Distribution des dividendes	Garde des registres
Assurance	Préparation des budgets
Gestion des pensions	Taxes

FIGURE 1.1 – Responsabilités du directeur financier

Assets	**Liabilities and shareholder's equity**
Current assets	**Current liabilities**
Cash and equivalents	Debt due for repayment
Marketable securities	Accounts payable
Recievables	Other current liabilities
Inventories	Total current liabilities
Other current assets	
Total current assets	**Long-term debt**
	Other long-term liabilities
Fixed assets	
Property, plant and equipements	**Total liabilities**
Less accumulated depreciations	
Net fixed assets	**Sharehoder's equity**
	Common stock
Intangible assets	Retained earnings
Other assets	Total shareholder's equity
Total assets	**Total L&SH**

FIGURE 1.2 – Bilan (présentation anglo-saxonne)

1.2 Comptabilité et finance

Le bilan (*balance sheet*) est une photographie des actifs d'une firme, ainsi que de la source de l'argent utilisé pour les financer, à un instant précis (figure 1.2). La valeur nette de la firme, selon le bilan, est la valeur comptable (*book value*). La valeur de marché (*market value*) est quand à elle le prix auquel on peut vendre les parts de l'entreprise.

Le compte de résultat (*income statement*) montre le revenu, les dépenses et le revenu net (*net income*) de l'entreprise sur une periode de temps (figure 1.3). Le calcul du profit prend en compte les dépenses courantes (salaires, matériaux bruts, etc.) et les dépenses en capital après amortissement. Cependant, le profit ne reflète pas les factures impayées.

Le tableau des flux de trésorerie (*statement of cash flows*) montre les entrées et sorties de cash de l'entreprise à partir de ses opérations, ainsi que de ses investissements et activités financières (figure 1.4). Quelle est l'utilité de ce tableau de cash flow ? Une entreprise est uniquement en réelle difficulté si elle n'a plus de cash ; le reste est moins important : e.g. il n'est pas grave d'avoir un produit qui ne se vend pas si on a du cash. Avoir une connaissance des flux de trésorerie est donc très important. Le désinvestissement rapporte du cash, l'investissement en consomme. Il faut donc faire attention aux politiques d'investissement trop ambitieuses ! Par exemple, Sabéna avait beaucoup de lignes très rentables, mais s'est retrouvé en difficulté car elle a achetté trop d'avions d'un seul coup.

Net sales
Cost of goods sold
Other expenses
Selling, general and administrative expenses
$EBITDA$ (earning before interest, taxes, depreciation and amortisation)
Depreciation, amortisation
$EBIT$ (earning before interest and taxes)
Net interest expenses
EBT (earning before taxes)
Taxes
EAT (earning after taxes)
Allocation of net income
Addition to retained earnings
Dividends

FIGURE 1.3 – Compte de résultat

Cash provided by operations
Net income (EAT)
Non cash expenses
Depreciation, amortisation
Other noncash expenses
Canges in working capital
Decrease/increase in inventories
Decrease/increase in accounts receivable
Decrease/inclease in accounts payable
Other
Cash provided by operations
Cash provided/used by investments
Addition to property, pant and equipement
Acquisition of subsidiaries
Other investments, net
Cash provided/used by investments
Cash provided/used by financing activities
Additions to/reductions in debt
Net issues of stock
Dividendes
Cash provided/used by financing activities
Net increase in cash and marketable securities

FIGURE 1.4 – Tableau de flux de trésorerie

Il existe différents types de cash flows :

- Les *cash flows opérationnels.* Ils sont générés à partir de l'activité, et sont donc faciles à retrouver dans les états financiers. On part du résultat après impôt du compte de résultat [1] :

$$OCF = EAT + amort. + \Delta^{-}stock + \Delta^{-}receivables + \Delta^{+}furnishers \tag{1.2}$$

- Les *cash flows de financement.*

$$FinCF = \Delta^{+}capital + \Delta^{+}debts + \Delta^{-}dividends \tag{1.3}$$

- Les *free cash flows.* Il s'agit du cash disponible pour la distribution entre investisseurs (i.e. les détenteurs d'actions et d'obligations) après que la firme ait payé ses nouveaux investissements et ses additions au *working capital.* La distribution concerne des dividendes, des intérêts, des remboursements de dettes, etc.

$$FCF = \left.\begin{matrix} EBIT - T \\ EAT + I \end{matrix}\right\} + amort. + \Delta^{-}working\ capital - capital\ expenditures \tag{1.4}$$

1.3 Mesure de la performance d'entreprise

Il existe deux mesures de la performance d'une entreprise : le rendement sur actifs (*return on assets*, ROA) et le rendement sur fonds propres (*return on equity*, ROE). Le ROA dépend du volume de ventes (i.e. la rotation des actifs : *assets turnover*) et de la marge bénéficiaire d'exploitation (*operating profit margin*) :

$$ROA = \underbrace{\frac{V}{A}}_{assets\ turnover} \underbrace{\frac{NI+I}{V}}_{operating\ profit\ margin} = \frac{NI+I}{A} \tag{1.5}$$

où NI = revenu net (*net income*), I = investissements, A = actifs et V = ventes. Notons que $NI = EAT$. On peut voir que deux types de ventes différents (la vente de produits de luxe et la vente de produits discount) peuvent donner un même ROA :

	Rotation des actifs	Marge bénéficiaire	ROA
Luxe	0,5	20%	10%
Discount	2,0	5%	10%

Le ROE dépend de l'efficacité (*leverage*), du ROA et du poids de la dette (*debt burden*) :

$$\begin{aligned} ROE &= \frac{NI}{E} = ROA \underbrace{\frac{D+E}{E}}_{leverage} \underbrace{\frac{NI}{NI+I}}_{debt\ burden} \\ &= ROA \left(1+\frac{D}{E}\right) \left(1-\frac{I}{NI+I}\right) \end{aligned} \tag{1.6}$$

où E = fonds propres (*equity*) et D = dettes. Une formule alternative est

$$ROE = ROA + \frac{D}{E}(ROA - R_D) \tag{1.7}$$

1. Pour le $\Delta^{+}furnishers$, il peut par exemple s'agir d'un délai de paiement

Des grandes entreprises on une croissance supportés pour l'essentiel par le réinvestissement de leurs bénéfices, sans changer leur efficacité. La rapidité de leur croissance dépend de la proportion de bénéfices qui est gardé et le rendement sur le nouveau capital. La croissance (*growth*) dans les fonds propres des bénéfices retenus est :

$$\begin{aligned} g &= \frac{earnings - dividends}{E} = \underbrace{\frac{earnings - dividends}{earnings}}_{plowback\ ratio} \frac{earnings}{E} \\ &= b \cdot ROE \end{aligned} \tag{1.8}$$

b désigne le taux de rétention (*plowback ratio*), i.e. la partie du bénéfice qui n'est pas distribué sous forme de dividendes et qui est donc réinvesti dans l'entreprise.

Prenons maintenant un exemple. Supposons qu'une entreprise ne paie pas de taxes, ait un ROA stable dans le temps de 10% et ait le bilan suivant :

100	E	100

Son résultat net sera de 10 (on suppose que $ROA = ROE$), dont 40% sera redistribué en dividendes et 60% sera du résultat reporté. On a donc la situation suivante :

106	E	100
	RR	6

Le taux de rétention est de 6. L'année suivante, l'entreprise aura un revenu net de 10,6 dont 4,24 sera distribué en dividende. On remarque que dans cette situation, le dividende augmente avec le report du résultat ! On en diffère donc une partie contre une croissance. Comme cette entreprise a une rentabilité stable et une politique de dividendes stable, elle aura une croissance durable g de 6%.

Chapitre 2

La valeur temporelle de l'argent

2.1 Taux d'actualisation et rentabilité espérée

La valeur de l'argent évolue au cours du temps. On est donc incapable de sommer un cash flow de l'année prochaine avec un cash flow de cette année. C'est pour cela qu'on effectue du calcul actuariel. Si on fait un investissement de 100 à 5% sur un an, on obtiendra 105 l'année suivante.

$$E[R] = \frac{105 - 100}{100} = 5\% \qquad \Longrightarrow \qquad 100 = \frac{105}{1 + 0,05}$$

Le prix d'un actif est égal aux cash flows futurs actualisés. Avec 5% de rentabilité (*return*), la valeur actuelle de 105 est 100. Le taux d'actualisation (ou taux d'escompte) est l'espérance de rentabilité que l'on attends de son placement :

$$E[R] = Rate + Risk\ premium \tag{2.1}$$

On préfère naturellement utiliser son argent aujourd'hui plutôt que demain. Si on place de l'argent, il faut donc que ce placement donne une rentabilité pour couvrir la propension à la consommation immédiate. L'espérance de rentabilité contient toujours un taux sans risque et une prime liée au risque associé au placement. Le taux d'actualisation permet de rendre un montant futur équivalent à un montant actuel.

2.2 Valeur future et intérêt composé

La valeur future est la quantité jusqu'à laquelle l'investissement A va croître après avoir reçu les intérêts :

$$FV = A \cdot (1 + i) \tag{2.2}$$

Si on replace les intérêts, on a des intérêts composés, qui correspondent aux intérêts perçus sur les intérêts. L'intéret de l'année suivante sera calculé en prenant en compte l'intérêt de l'année courante :

$$FV = A \cdot (1 + i)^t \tag{2.3}$$

L'intérêt simple correspond à l'intérêt reçu uniquement sur l'investissement initial. On l'utilise lorsque il reste moins d'un an avant l'échéance :

$$FV = A \cdot (1 + i \cdot t) \tag{2.4}$$

Sur les marchés financiers, il y a la règle de l'intérêt simple, mais en réalité, c'est un intérêt composé calculé heure par heure.

2.3 Valeur actuelle

La valeur actuelle (*present value*) répond à la question « Combien faut-il d'argent maintenant pour produire FV après t années ? ». En utilisant l'équation 2.3, on trouve :

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^t} \tag{2.5}$$

Par exemple, pour recevoir 1 million dans 10 ans, il faut investir 613 913 à 5%, 508 349 à 7% ou 385 543 à 10%. Le taux d'escompte (*discount rate*) est le taux d'intérêt utilisé pour calculer la valeur actuelle. Le facteur d'actualisation (*discount factor*) est la valeur actuelle d'un cash flow futur d'un euro :

$$DF = \frac{1}{(1+i)^t} \tag{2.6}$$

Prenons un exemple. Une entreprise doit sélectionner un projet. Le projet A rapporte plus de cash flows au début que le projet B :

	1	2	3	4	5
Projet A	140	100	60	30	10
Projet B	20	60	140	150	10

L'objectif financier est d'augmenter la valeur actuelle de l'entreprise. Les valeurs actualisées pour les différents taux d'escompte sont :

Taux	A	B
0%	340	380
5%	308	326
10%	282	282
15%	259	246

La rentabilité des projets change donc en fonction des taux d'escompte. Notons que lorsque les deux projets on le même rendement, une entreprise avec une haute espérance de rentabilité va préférer des projets avec des cash flows à court terme.

2.4 Cash flows multiples

Les valeurs futures sont additives, comme le montre la figure 2.1. On a donc une capitalisation :

$$FV = A \cdot \left(1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-1}\right) = A \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) \tag{2.7}$$

Les valeurs actualisées sont également sommables, comme on le voit dans la figure 2.2. On peut donc calculer l'actualisation :

$$PV = A \cdot \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n}\right) = A \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}\right) \tag{2.8}$$

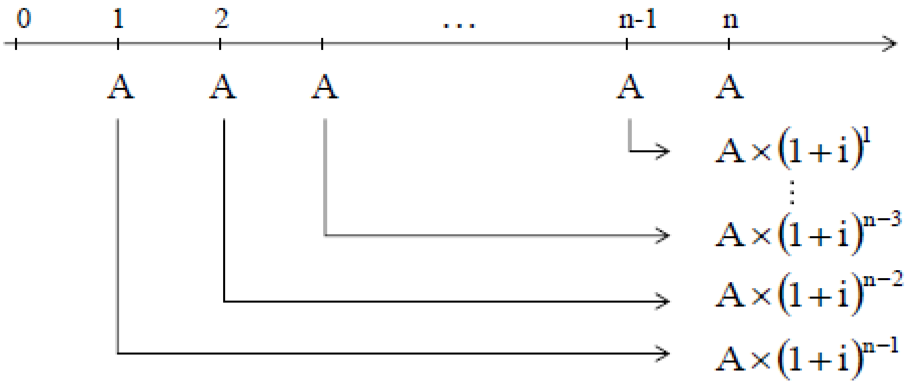


FIGURE 2.1 – Valeurs futures

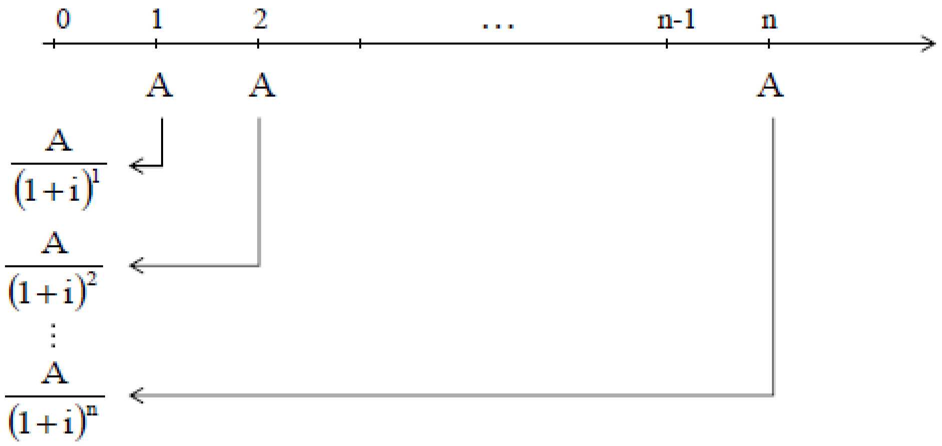
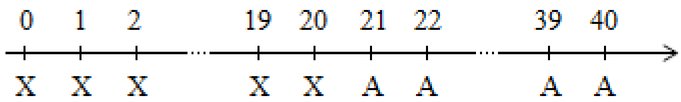


FIGURE 2.2 – Valeurs actualisées

Prenons un exemple. Combien doit-on épargner à la fin de chaque année pendant 20 ans pour recevoir une rente annuelle de 10 000 € pour les 20 années suivantes, en supposant que le taux d'escompte est de 5%.



Soit X le dépôt annuel et A la rente annuelle. La valeur future de X à l'année 20 doit être égale à la valeur actualisée de A à l'année 20.

$$\begin{aligned}
X \cdot \left(\frac{(1+0,05)^{20}-1}{0,05}\right) &= 10\,000 \cdot \left(\frac{1-\frac{1}{(1+0,05)^{20}}}{0,05}\right) \\
X \cdot 33,066 &= 10\,000 \cdot 12,462 \\
X &= 3\,769
\end{aligned}$$

2.5 Taux d'inflation et d'intérêts

Il existe deux taux d'intérêt :

- le *taux nominal*, qui est le taux auquel l'argent investi croît
- le *taux réel*, qui est le taux auquel le pouvoir d'achat d'un investissement croît

Par exemple, supposons un dépôt de 100 dans une banque à un taux nominal (i) de 6%. On obtiendra 106 à la fin de l'année 1. Supposons que le taux d'inflation (π) était de 6%, alors un bien coûtant 100 l'année passée coûte maintenant 106. Le pouvoir d'achat n'a pas augmenté, le taux d'intérêt réel (r) est donc de 0. Formellement :

$$1+r = \frac{1+i}{1+\pi} \tag{2.9}$$

On a une approximation du taux réel :

$$r \approx i - \pi \tag{2.10}$$

L'argent constant (*constant money* ou *real value*, RV) est une valeur qui mesure le pouvoir d'achat au cours du temps d'un montant d'argent initial. Par exemple, si on a une facture de 100 et que l'inflation au cours de l'année suivante est de 7%, le montant en argent constant est :

$$RV = \frac{100}{(1+0,07)} = 93,46$$

Actualiser des euros courants au taux nominal est équivalent à actualiser des euros constants au taux réel :

$$PV = \frac{CF_{current}}{1+i} = \frac{\left(\frac{CF_{current}}{1+\pi}\right)}{\left(\frac{1+i}{1+\pi}\right)} = \frac{CF_{real}}{1+r} \tag{2.11}$$

Le taux d'intérêt annule effectif (*effective annual interest rate*, $EAIR$) est l'intérêt annualisé en utilisant les intérêts composés. Supposons que nous devons payer 1% d'intérêt par mois. Nous pouvons calculer le taux annuel effectif :

$$
\begin{aligned}
FV &= 100 \cdot (1 + 0,01)^{12} = 100 \cdot (1 + EAIR) \\
&= 112,68 \\
EAIR &= 12,68\%
\end{aligned}
$$

Le taux annuel (*annual percentage rate*, APR) est le taux d'intérêt annualisé en utilisant l'intérêt simple. Cela permet des comparaisons entre différents horizons temporels. Soient deux situations où l'on place 100 : dans la première on récupère 130 dans 3 ans tandis que dans la seconde on récupère 120 dans 2 ans. Le rendement du premier placement est de 30%, alors que celui du second est de 20%. Cependant, on ne peut pas comparer ces pourcentages car les deux placements ne se font pas sur la même période. En annualisant, on obtient $APR_1 = 0,3/3 = 10\%$ et $APR_2 = 0,2/2 = 10\%$.

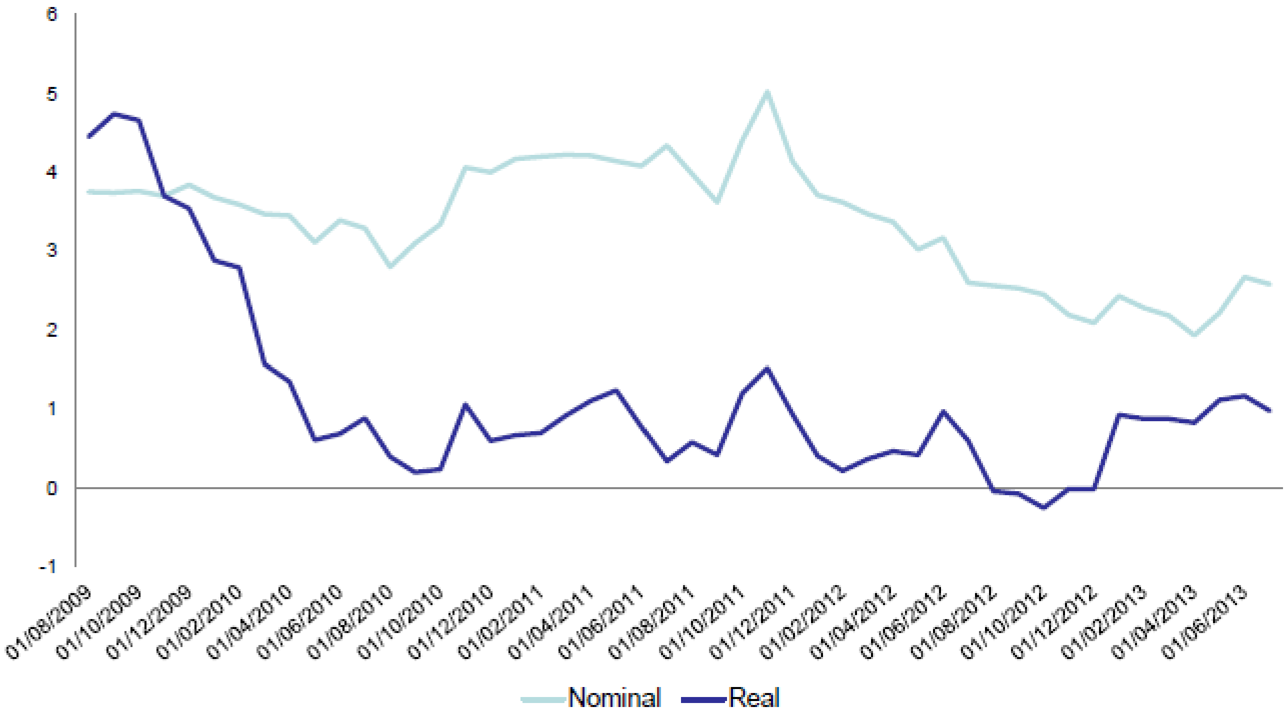


FIGURE 2.3 – Taux belges : nominal VS réel (source : BNB)

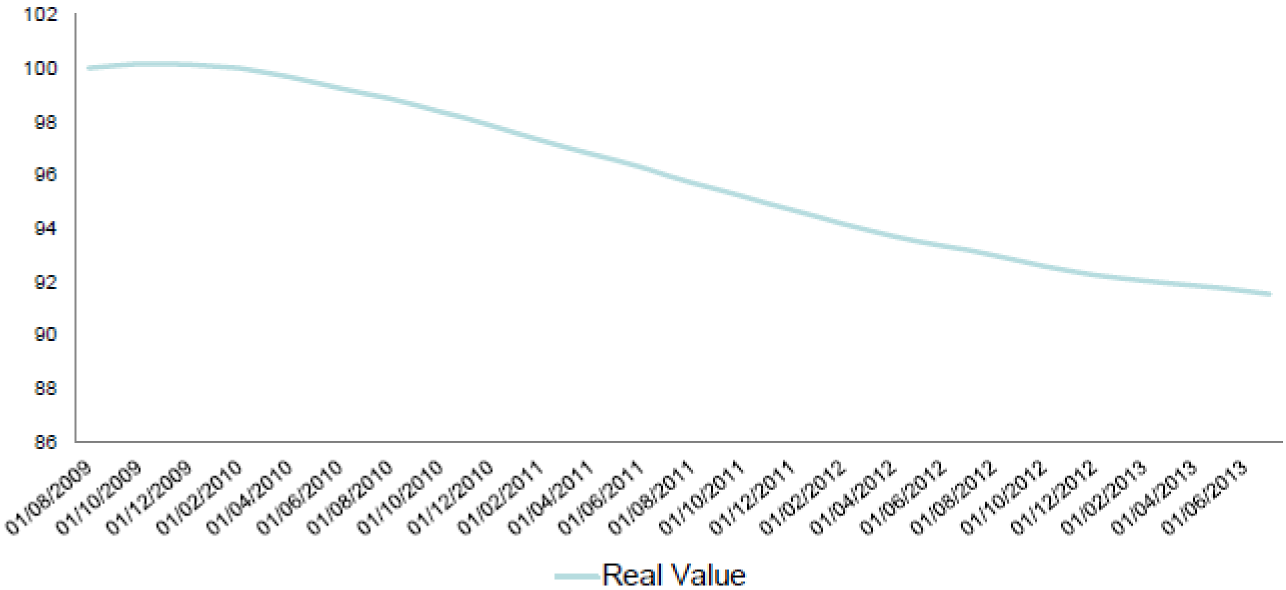


FIGURE 2.4 – Évolution du pouvoir d'achat de 100 €

Chapitre 3

La valorisation des obligations

3.1 Définition et caractéristiques d'une obligation

Une obligation (*bond*) est un titre qui oblige l'émetteur à effectuer des paiements spécifiques au détenteur. Il s'agit donc d'un titre de créance représentant la part d'un emprunt obligataire émis soit par des entreprises publiques ou privées, soit par l'État ou des collectivités territoriales. Une obligation représente donc une dette à l'égard de l'investisseur, i.e. une promesse inconditionnelle de payer un montant à une certaine échéance. [1] L'émetteur s'engage à verser un revenu constant, appelé coupon, qui représente l'intérêt, pendant toute la durée de l'emprunt, puis à rembourser sa dette au terme de la vie de l'obligation.

Une obligation se définit par le nom de son émetteur, son taux d'intérêt (taux coupon), ses dates de paiement de coupons, sa valeur nominale (*face value* ou *par value*, i.e. le paiement à maturité), son année d'émission et sa date de remboursement. Il y a deux marchés obligataires : le marché de la dette souveraine, où l'émetteur est l'État, et la marché corporate, où les émeteurs sont des entreprises. Dans ce marché, on distingue les obligations junior et sénior. Ces dernières sont les premières à être remboursées en cas de difficulté. Prenons l'exemple d'une entreprise dont les actifs baissent brutalement et se retrouve en faillite.

~~100~~	E	40
50	Ds	30
	Dj	30

Le curateur va vendre les actifs pour un montant de 50, avec lequel il va rembourser les dettes. [2] Comme les détenteurs d'obligations sénior ont priorité, on va leur rembourser les 30, i.e. 100% de la valeur nominale. Il ne reste donc plus que 20 pour rembourser les dettes junior. En conséquence, leurs prix vont baisser. En effet, les obligataires vont ajuster leurs prix en fonction de leurs attentes.

Le prix d'une obligation est un pourcentage de sa valeur nominale, qui dépend du cours de l'obligation. Si le cours d'une obligation achetée à l'origine pour 100 est 105%, cette obligation a une valeur de 1,05 fois sa valeur nominale, et peut donc être vendue pour 105. À l'émission, le prix est généralement proche de la valeur nominale (la banque d'investissement comprend le marché). Remarquons que lors de la vente d'une obligation, il faut faire attention aux intérêts courus. En effet, si on rachète une obligation 1 jour avant le paiement du coupon, on recevra l'entièreté du coupon. L'acheteur devra donc payer les intérêts courus sur les 364 jours avant son rachat au vendeur de l'obligation.

1. Ce qui n'est pas le cas des fonds propres (actions).
2. Les actionnaires ne reçoivent rien, car ils ne sont pas créanciers de l'entreprise.

L'espérance de rentabilité des obligataires va dépendre du risque qu'ils courent. Pour une obligation d'État, ce risque est très faible, on aura par exemple $E[R] = 1,3\%$. Pour une entreprise, le risque est plus élevé. Les obligataires vont donc demander une prime de risque (*spread*) qui représente l'écart entre l'obligation de l'entreprise et l'emprunt d'État théorique : $E[R] = 1,3\% + Spread$. Cette prime sera d'autant plus grande si on est averse au risque, car il faudra une plus grande compensation pour accepter de prendre l'obligation.

3.2 Prix et rendement

Le prix des obligations est égal à la valeur présente des cash flows futurs. Comme les obligations donnent lieu à des paiements spécifiés (donc prévisibles), les cash flows sont connus à l'avance. Le rendement attendu (taux d'escompte) est appelé le rendement à échéance (*yield to maturity*). On peut déterminer le prix d'une obligation par :

$$PV = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+E[R])^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+E[R])^t} + \frac{R}{(1+E[R])^T} \tag{3.1}$$

En général, les obligations donnent droit à un coupon tous les ans, mais ce n'est pas toujours le cas : les obligations du trésor américain sont définies par des rendements semestriels.

Prenons un exemple d'obligation US avec un taux coupon de 4%, une valeur nominale de 100, et un maturité à 3 ans. Supposons que les investisseurs ont des attentes de rentabilité de 4,96%. Le prix de cette obligation est :

$$\begin{aligned} PV &= \sum_{t=1}^{6} \frac{2}{(1+0,0248)^t} + \frac{100}{(1+0,0248)^6} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1 - \frac{1}{(1+0,0248)^6}}{0,0248} \right) + \frac{100}{(1+0,0248)^6} = 97,354 \end{aligned}$$

Le prix des obligations varie selon les taux d'intérêts. Reprenons le même exemple, mais avec une attente de rentabilité de 4%.

$$PV = \sum_{t=1}^{6} \frac{2}{(1+0,02)^t} + \frac{100}{(1+0,02)^6} = 100$$

On voit que lorsque le marché a des attentes de rentabilité égales au taux coupon, les obligations sont vendues à leur valeur nominale. Prenons maintenant une attente de rentabilité de 3%.

$$PV = \sum_{t=1}^{6} \frac{2}{(1+0,015)^t} + \frac{100}{(1+0,015)^6} = 102,849$$

On peut en conclure que quand les intérêts attendus par le marché sont inférieurs aux taux coupon, l'obligation est vendue pour plus que sa valeur nominale ; on parlera d'obligation *premium*. À l'inverse, si le taux d'intérêt attendu par le marché est supérieur au taux prévu par le coupon, l'obligation sera vendue à une valeur inférieure à sa valeur nominale ; on parle ici d'une obligation *discount*.

3.3 Durée et volatilité

Comme les obligations paient des coupons durant leur vie, le temps restant jusqu'à l'échéance est quelque peu trompeur pour décrire la "durée" de l'obligation. Prenons une obligation à 6% sur 3 ans avec des attentes de rentabilité de 5% :

year	CF_t	present value	% of total value	% of total value $\cdot$ t
1	6	5,714286	5,56%	0,055628
2	6	5,442177	5,30%	0,105958
3	106	91,56679	89,14%	2,674179
		102,72326		2,835765

Le temps restant avant la maturité compte pour 90% de la valeur totale. Pour décrire la durée de l'obligation, le temps moyen jusque chaque paiement est souvent utilisé et est appelé durée de l'obligation.

$$D = \sum_{t=1}^{T} w_t \cdot t \qquad \text{avec} \qquad w_t = \frac{\dfrac{CF_t}{(1+i)^t}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{T} \frac{CF_k}{(1+i)^k}} \tag{3.2}$$

La durée est un bon indicateur de la sensibilité des obligations aux taux d'intérêts (la volatilité des obligations). Si $E[R]$ diminue de 0,5%, le prix de l'obligation de l'exemple passera à 104,123. Si $E[R]$ augmente de 0,5%, le prix sera égal à 101,349. La différence vaut 2,774, ce qui est de l'ordre de grandeur de la durée. Les prix sont d'autant plus volatiles que la maturité est longue.

Prenons deux obligations, l'une à 10 ans et l'autre à un an, avec une valeur nominale de 100, un taux coupon de 4% et une espérance de rentabilité de 4%. Un crise survient, les marchés prennent peur et il s'en suit une déflation. Comme les prix baissent, il faut augmenter son espérance de rentabilité, qui passe à 5% : il y a un manque à gagner de 1% puisque le coupon reste à 4%. Ce manque à gagner est plus important pour le premier investisseur car il l'aura pendant dix ans. Le prix de son obligation passe à 93 (Δ 7%) alors que le prix de l'obligation à un an passe à 99 (Δ 1%).

Une première approximation du changement des prix dû à un (petit) changement du taux d'intérêt est donné par :

$$\frac{P(ytm_1) - P(ytm_0)}{P(ytm_0)} \approx \frac{\dfrac{\partial P}{\partial i}(ytm_0)}{P(ytm_0)} \cdot (ytm_1 - ytm_0) \tag{3.3}$$

La valeur actualisée de la durée, qui mesure l'élasticité du prix d'une obligation aux variations du taux d'intérêt, est appelée la durée modifiée (*modified duration*, MD).

$$MD = -\frac{\dfrac{\partial P}{\partial ytm}}{P} = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{T} \frac{t \cdot CF_t}{(1+ytm)^{t+1}}}{\displaystyle\sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+ytm)^t}} = \frac{D}{1+ytm} \tag{3.4}$$

Exemple : obligation Apple à 10 ans

Taux coupon : 2,4%
Paiement du coupon : 03/05
Maturité : 03/05/2023
Rachat : 100%
Rendement à maturité : 3,4%
Date actuelle : 14/08/2013

Devis + intérêts accumulés :

$$91,833 + 0,67726 = \sum_{t=0}^{9} \frac{2,4}{(1+0,034)^{t+(365-103)/365}} + \frac{100}{(1+0,034)^{9+(365-103)/365}}$$

Durée = 8,67

t	C	DF	PV	w_t	$w_t \cdot t$
0,717808	2,4	0,976286	2,343086	0,025328	0,018181
1,717808	2,4	0,944184	2,266041	0,024495	0,042078
2,717808	2,4	0,913137	2,191529	0,023690	0,064384
3,717808	2,4	0,883111	2,119467	0,022911	0,085177
4,717808	2,4	0,854073	2,049775	0,022157	0,104534
5,717808	2,4	0,825989	1,982374	0,021429	0,122525
6,717808	2,4	0,798829	1,917190	0,020724	0,139221
7,717808	2,4	0,772562	1,854148	0,020043	0,154685
8,717808	2,4	0,747158	1,793180	0,019384	0,168983
9,717808	102,4	0,722590	73,99326	0,799840	7,772694

Durée modifiée :

$$MD = \frac{8,67}{1+0,034} = 8,39$$

Volatilité : une augmentation du *yield* de 1% entraine une perte de prix de 8,39%

3.4 Rendement à maturité, rendement courant et taux de rentabilité

Le rendement courant (*current yield*) est le paiement coupon annuel divisé par le prix de l'obligation.

$$CY = \frac{C}{V} \tag{3.5}$$

Le rendement courant mesure mal le taux de rentabilité global parce qu'il se base uniquement sur les revenus actuels et ne tient pas compte des changements de prix futurs. Il surestime la rentabilité des obligations *premium*, tandis qu'il sous-estime la rentabilité des obligations *discount*. Quand l'obligation est vendue à son prix nominal, il n'y a pas de changements potentiels de prix donc le rendement courant vaut le taux de rendement espéré, i.e. le rendement à l'échéance (*yield to maturity*, YTM), que l'on définit comme l'attente de rentabilité de l'obligataire pour lequel la valeur présente des paiements de l'obligation est égal au prix.

Prenons une obligation sur 3 ans avec un taux coupon de 4%. On a bien les résultats décrits plus haut.

	3 years	Current Yield	Yield to Maturity
Premium bond	102,8286	3,86%	3,00%
	100	4,00%	4,00%
Discount bond	97,27675	4,11%	5,00%

Le rendement courant est inférieur au YTM dans le cas des obligations *discount* car il ne rend pas compte de la plus-value à la maturité. En effet, l'obligation achetée pour 97,28 donnera droit à un remboursement de 100 à la maturité ; il y a donc une plus-value "mécanique" de 2,72. Pour les obligations *premium*, on aura à l'inverse une moins-value à la maturité, ce qui explique que leur rendement courant est supérieur au YTM.

Le taux de rentabilité (*rate of return*) est le revenu total, i.e. le revenu des coupons + le changement de prix, par période et par euro investi.

$$R = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0} \tag{3.6}$$

Prenons un exemple. Supposons qu'on achète une obligation sur 4 ans à 4% à sa valeur nominale. Son YTM est de 4% et on s'attend à un taux de rentabilité de 4% par an si l'on garde l'obligation jusqu'à maturité. Supposons maintenant que le taux d'intérêt augmente de 1% après un an et qu'on décide de la vendre. Quelle est le taux de rentabilité ?

$$P_0 = 100$$

$$P_1 = \frac{4}{(1+0,05)} + \frac{4}{(1+0,05)^2} + \frac{4}{(1+0,05)^3} = 97,28$$

$$R = \frac{4 + 97,28 - 100}{100} = 1,28\%$$

Si les taux d'intérêt restent stables à travers le temps (tous les coupons sont réinvestis au YTM) et que l'obligation reste en notre possession jusqu'à maturité, le taux de rentabilité est égal au YTM. Par exemple, supposons que l'on achète une obligation à 4% sur 3 ans à 97,28, ce qui correspond à 5% du YTM. Après 3 ans, si les rendements restent stables, la valeur future et le taux de rendement sur 3 ans sont :

$$FV = 4 \cdot (1+0,05)^2 + 4 \cdot (1+0,05) + 104 = 112,61$$

$$R = \frac{FV - P_0}{P_0} = \frac{112,61 - 97,28}{97,28} = 15,76\%$$

Ce 15,76 correspond au taux de rendement annuel effectif de $\sqrt[3]{1+0,1576} - 1 = 5\%$.

Les obligations montrent le risque associé taux d'intérêt puisque les prix fluctuent suivant les changements de celui-ci. Comme évoqué plus haut, les obligations à long terme sont plus sensibles aux changements de taux d'intérêt que les obligations de court terme. Si les taux d'intérêts augmentent, plus l'obligation est de longue durée, plus on perd de revenus en recevant ce qui est devenu un coupon à taux bas. La volatilité des obligations diminue au fur et à mesure que le rendement augmente et augmente quand le rendement diminue. Le changement de volatilité selon le changement de rendement est connu comme la convexité (figure 3.1).

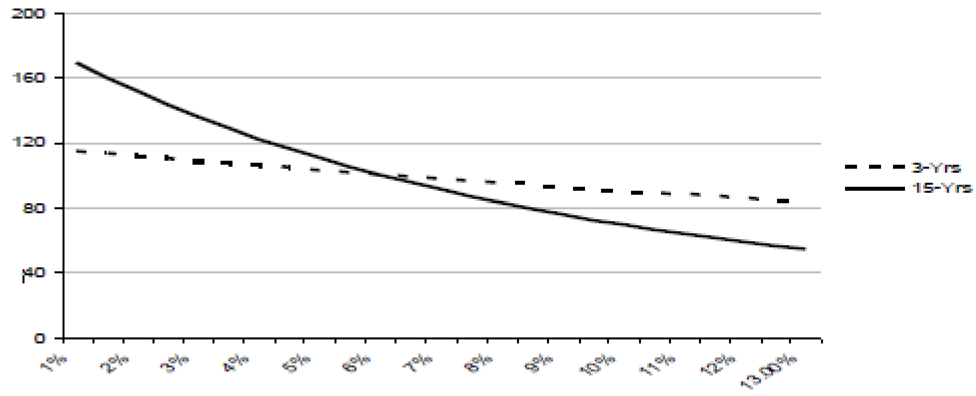


FIGURE 3.1 – Convexité

Le risque sur le taux d'intérêt se pose principalement quand l'obligataire décide de vendre l'obligation avant qu'il n'arrive à maturité, mais il affecte également l'obligataire qui détient l'obligation jusqu'à l'échéance, car le taux de réinvestissement des revenus futurs peut être plus faible que ce qui est attendu. Le rendement réalisé est égal au rendement attendu (le YTM) si les obligations sont gardés jusqu'à échéance et si les coupons sont réinvestis à un taux égal au YTM initial.

3.5 La courbe de rendement

La courbe de rendement (*yield curve*) montre la relation entre les rendements des obligations et la maturité (figure 3.2). Comme les rendements varient selon les échéances, il serait plus correct de calculer la valeur d'une obligation en actualisant chaque cash flow au taux correspondant.

$$\mathrm{PV} = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+r_t)^t} \tag{3.7}$$

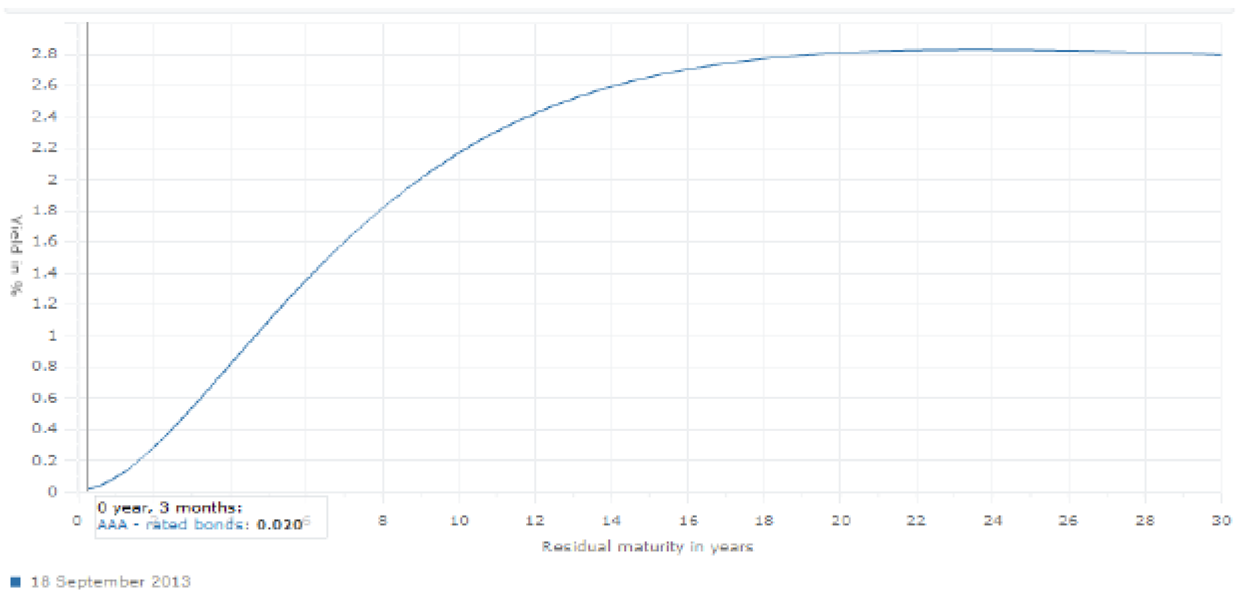


FIGURE 3.2 – Courbe de rendement (source : BCE)

Le discount rate est souvent appelé « *today's t-period spot rate* » (« taux au comptant sur t périodes du jour »). La relation entre les taux au comptant et l'échéance est connu comme la structure à terme des taux d'intérêts (*term structure of interest rates*). Le YTM ressemble à une moyenne de ces différents taux au comptant.

$$PV = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+r_t)^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+ytm_T)^t} \tag{3.8}$$

Comme toute moyenne, le YTM peut cacher quelques informations utiles.

Prenons un exemple. Supposons que l'on ait une courbe de rendement concave (les taux de 1 à 5 ans sont respectivement 5, 6, 7, 8 et 9%). Une obligation à 5 ans à 5% cote a un prix de 85,221€, ce qui correspond à un YTM de 8,78%. Une autre obligation à 5 ans à 10% cote a un prix de 105,429€, ce qui donne du 8,62%. Lequel des deux investissements est le meilleur ?

Obligation	Prix	YTM
5% 2014	85,211	8,78
10% 2014	105,429	8,62

$$P_{5\%} = \frac{5}{(1+0,05)} + \frac{5}{(1+0,06)^2} + \cdots + \frac{105}{(1+0,09)^5} = 85,211$$

$$P_{10\%} = \frac{10}{(1+0,05)} + \frac{10}{(1+0,06)^2} + \cdots + \frac{110}{(1+0,09)^5} = 105,429$$

Intuitivement, on ne comprend pas toujours pourquoi l'investissement qui rapporte 5% est plus intéressant que l'investissement qui rapporte 10%. Pour le comprendre, il faut calculer la durée de l'investissement. On se rend alors compte que la durée de la première obligation est plus longue que celle de la seconde :

$$D_{5\%} = \frac{\frac{5}{(1+0,0878)} \cdot 1 + \frac{5}{(1+0,0878)^2} \cdot 2 + ... + \frac{105}{(1+0,979)^5} \cdot 5}{85,211} = 4,50$$

$$D_{10\%} = \frac{\frac{5}{(1+0,0878)} \cdot 1 + \frac{5}{(1+0,0878)^2} \cdot 2 + ... + \frac{105}{(1+0,979)^5} \cdot 5}{105,429} = 4,19$$

Comme la structure de la courbe de rentabilité est concave, il est rationnel de demander une plus grande espérance de rentabilité pour une obligation plus longue, ce qui veut dire que les deux investissements sont équivalents du point de vue de leur rentabilité vis-à-vis du marché.

La plupart du temps, la courbe de rendement est concave. Cela s'explique par une préférence pour les liquidités et par des prévisions sur l'inflation. Un investisseur a le choix entre des taux d'intérêt variables ou des taux d'intérêt fixes à long terme. Les taux d'intérêt variables sont liés aux taux d'intérêt à court terme auquel on ajoute une prime de risque (*spread*). Cela signifie souvent des taux d'intérêt plus faible que les taux fixes, mais il y a un risque sur les coûts du financement. La plupart du temps, la prime de risque est fixe jusqu'à l'échéance. Pour les taux d'intérêt fixes, on a des taux plus élevés, mais les coûts du financement sont très simples à évaluer puisqu'ils ne changeront pas jusqu'à l'échéance.

Std & P	Moody's	Description
AAA	Aaa	La meilleure note, le plus capable de payer les intérêts.
AA+ AA AA−	Aa1 Aa2 Aa3	Très grande capacité à payer les intérêts.
A+ A A−	A1 A2 A3	Grande capacité à payer mais un peu sensible aux mauvaises conditions économiques.
BBB+ BBB BBB−	Baa1 Baa2 Baa3	Capacité suffisante à rembourser la dette mais plus atteinte par de mauvaises conditions économiques. La plus basse note des *investment grade*.
BB+ BB BB−	Ba1 Ba2 Ba3	N'importe quelle dette avec cette note ou en-dessous est considérée spéculative.
B+ B B−	B1 B2 B3	Il y a une possibilité de défaut mais actuellement la capacité de faire face aux paiements des intérêts ou de remboursement de capital.
CCC CC C	Caa Ca C	Quelques protections mais de grands risques et beaucoup d'incertitude. Hautement spéculative, généralement des entreprises sous tutelle. Aucun intérêt n'est payé par ces obligations.

Table 3.1 – Notations de Standard & Poor's et Moody's

3.6 Les obligations d'entreprise et le risque de défaut

Le risque associé aux obligations varie selon la situation de l'entreprise. Prenons le bilan de deux entreprises différentes :

Immeuble	100	E	90
		D	10

Actifs intangibles	100	E	10
		D	90

Le risque associé à la première entreprise est très faible : en effet, elle possède des immeubles, qui peuvent générer des cash flows quasi certains : la valeur des immeubles devrait baisser de plus de 90% pour que les obligataires ne puissent pas être remboursés. La deuxième entreprise possède au contraire un très gros risque, car 90% de ses actifs sont financés par obligations. De plus, ses actifs sont intangibles, et ne donnent donc pas de garantie solide de générer des cash flows. La prime de risque des cash flows dépend donc du financement de l'entreprise (proportion fond propres/dettes) ainsi que du risque associé aux cash flows.

Le risque qu'une entreprise manque à sas obligations est appelé le risque de défaut (*default risk*) ou le risque de crédit (*credit risk*). Plus ce risque est grand, plus les investisseurs vont demander un rendement élevé pour compenser ce risque. La différence de rendement entre l'obligation de l'entreprise et une obligation d'État est appelé prime de défaut (*default premium*) ou prime de risque (*spread*). La prime de défaut est une fonction de la probabilité de défaut, du taux de recouvrement et de l'aversion au risque. Les notations des obligations, délivrées par des agences de notation dont Moody's et Standard & Poor's, donnent une bonne estimation du risque de la plupart des obligations d'entreprise (table 3.1).

U.S. Corporate Default Summary

Year	Total defaults*	Investment-grade defaults	Speculative-grade defaults	Default rate (%)	Investment-grade default rate (%)	Speculative-grade default rate (%)	Total debt defaulting (bil. $)
2000	120	6	96	3.23	0.32	7.33	39.72
2001	172	6	134	4.54	0.33	10.54	100.91
2002	133	10	81	3.12	0.56	7.14	188.14
2003	89	0	65	2.30	0.00	5.54	42.68
2004	46	1	30	1.11	0.06	2.50	18.68
2005	33	1	26	0.94	0.06	2.00	42.04
2006	21	0	18	0.61	0.00	1.29	6.97
2007	18	0	15	0.49	0.00	1.01	7.02
2008	94	11	65	2.47	0.73	4.13	334.34
2009	191	5	163	5.71	0.34	11.19	516.08
2010	58	0	45	1.62	0.00	3.29	79.45
2011	39	1	29	1.04	0.07	1.98	74.30

*This column includes companies that were no longer rated at the time of default. Sources: Standard & Poor's Global Fixed Income Research and Standard & Poor's CreditPro®.

FIGURE 3.3 – Taux de défaut

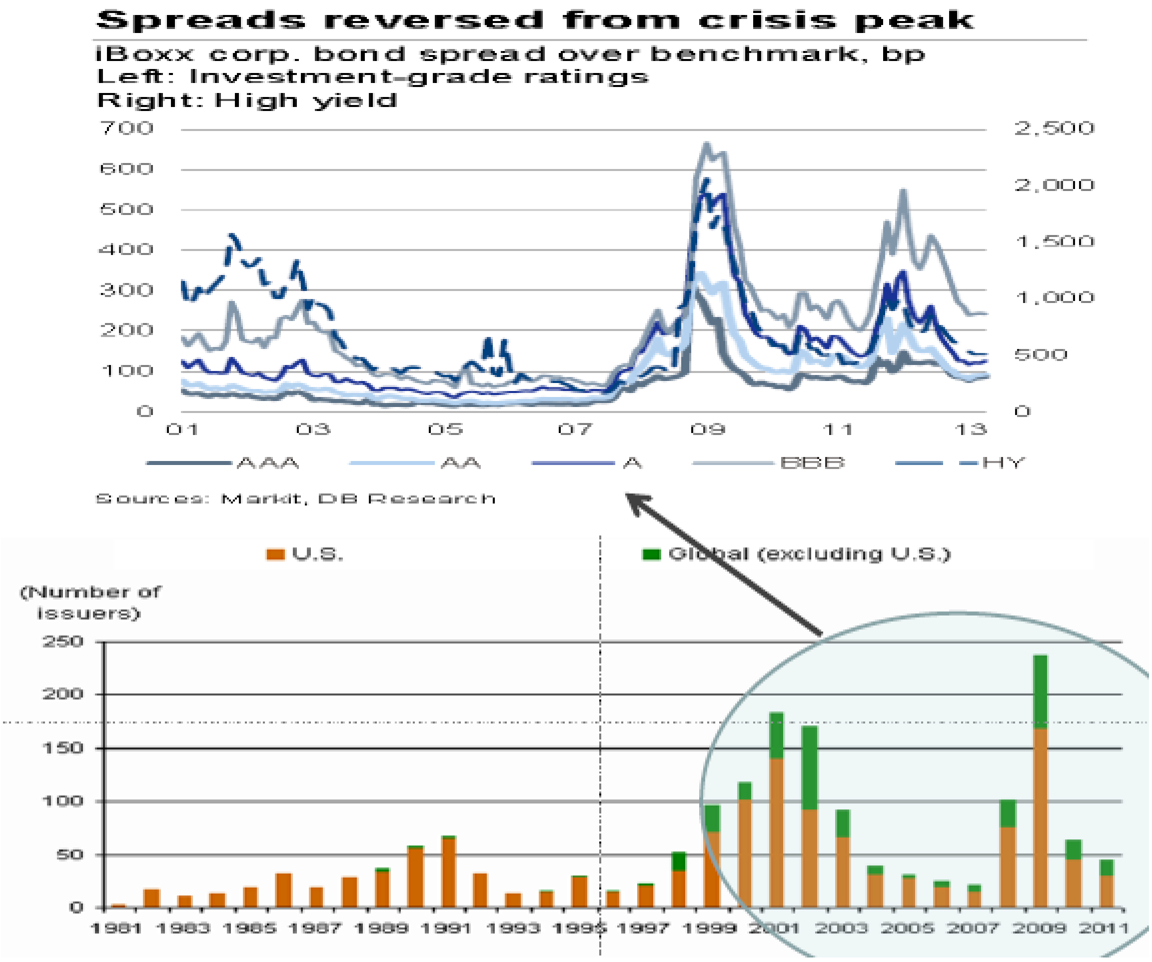


FIGURE 3.4 – Variation du *spread* pour les différentes notations

Month	Maturity (Years)							
	3		5		7		10	
	Price	Yield %	Price	Yield %	Price	Yield %	Price	Yield %
February 2012	31.42	77.65	32.93	50.35	26.42	44.05	30.50	29.24
January 2012	34.07	68.08	34.49	47.04	27.91	41.84	34.85	25.91

FIGURE 3.5 – Obligations grecques durant la crise

Les plus hautes notes sont Aaa (pour Moody's) ou AAA (Standard&Poor's). Les obligations notées au moins Baa (BBB) sont appelées *investment grade* ; ce sont les seuls obligations que les investisseurs institutionnels peuvent acheter. Celles qui sont notés Ba (BB) ou en dessous sont appelés *speculative grade* ou *high-yield* ; elles sont bien plus risquées mais proposent un rendement plus intéressant. La figure 3.4 montre les différents taux d'intérêts appliqués lors de la crise. On voit que les BBB doivent payer 6% d'intérêts, ce qui est beaucoup mais encore faisable. Les *high yield* doivent quand à eux payer jusqu'à 20% ; il devient impossible d'emprunter sous ces conditions.

Nous allons maintenant analyser les différences possibles entre la promesse de YTM et le YTM attendu avec l'exemple des obligations grecques (figure 3.5). La Grèce n'était pas capable de payer les intérêts sur la dette ni même la valeur nominale des obligations qu'elle avait émise (à cause de la crise, de son surendettement et de sa mauvaise gestion). Les investisseurs dans cette dette ont donc dû accepter une réduction importante de leur return effectif par rapport à leurs attentes de base.

Supposons qu'on possédait un obligation à 12% sur 3 ans. En se basant sur les promesses en cash-flow, le YTM est de 77,65%.

$$PV = \sum_{t=1}^{3} \frac{12}{(1+0,7765)^t} + \frac{100}{(1+0,7765)^3} = 31,3$$

Malheureusement, à cause de la crise, la Grèce ne pourra pas tout payer : les investisseurs devront se contenter de 30%. Quelles seront leurs espérances de rentabilité ?

$$\sum_{t=1}^{3} \frac{12 \cdot (1-0,7)}{(1+E[R])^t} + \frac{100 \cdot (1-0,7)}{(1+E[R])^3} = 31,3$$

Après calcul, les attentes de rentabilité ne seront que de 10,4%. En conclusion, quand le défaut est probable, le rendement promis (YTM) peut différer considérablement du return attendu.

Pour terminer, notons qu'il existe des variantes d'obligations d'entreprise : les obligations zéro coupon, où les investisseurs ne reçoivent aucun paiement intermédiaires ; les obligations à taux variable, où les paiements de coupons sont liés à une mesure des taux actuels du marché (libor, euribor, swap, etc.) ; les obligations convertibles, où les détenteurs peuvent choisir d'échanger l'obligation contre un nombre spécifié d'actions. Puisque les obligations convertibles offrent la possibilité de partager les bénéfices de la société, les investisseurs acceptent un coupon inférieur.

Chapitre 4

La valorisation des actions

4.1 Les actions et le marché boursier

Pour se financer, une entreprise peut faire appel aux marchés de capitaux par une augmentation de capital. Ils vont donc chercher des apporteurs de capitaux qui vont investir dans l'entreprise en échange d'actions. Une action (*stock*) est un titre représentant la possession d'une part d'une corporation tenue publiquement. Un actionnaire est donc copropriétaire de cette firme. Il peut de ce fait obtenir des dividendes, i.e. la partie des bénéfices qui ne sont pas réinjectés dans la firme, bien que cette dernière ne soit pas obligée d'en donner. Parallèlement, l'actionnaire ne peut pas exiger le remboursement du capital qu'il a investit.

Quels sont donc les attentes de rentabilité des actionnaires ? Les dirigeants effectuent des investissements de façon à pouvoir réaliser des bénéfices. Ceux-ci pourront être distribués sous forme de dividendes aux actionnaires et/ou être réinvestis dans l'entreprise, ce qui donnera plus de valeur à l'entreprise et permettra ainsi aux investisseurs de réaliser une plus-value. La valeur des actions sera d'autant plus élevé que les perspectives de l'entreprise seront bonnes : le cours de bourse reflète en effet les *anticipations futures.* La valeur économique d'une entreprise diffère donc de la valeur comptable. Cette dernière ne prend pas en compte des facteurs intangibles comme par exemple la marque, qui a pourtant une grande valeur économique : le fait d'avoir une bonne marque fera augmenter le cours de l'action car les investisseurs considèreront que cette marque pourra générer des cash flows.

$$EV = \sum_t \frac{CF_t}{(1+E[R])^t} \qquad \text{avec} \qquad E[R] = R_f + Risk\ premium \tag{4.1}$$

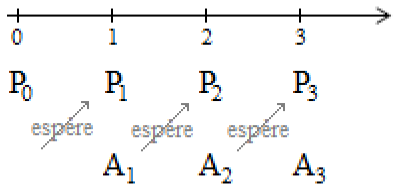
Il y a donc trois valeurs :

- La *valeur comptable* : actifs − passif = fonds propres
- La *valeur de liquidation* : le cash que la firme pourrait obtenir en ventant tous ses actifs et en payant toutes ses dettes
- La *valeur de marché* : le prix des actions d'une entreprise sur le marché boursier

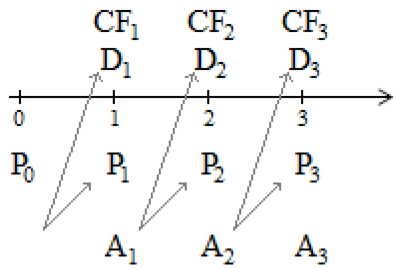
La différence entre la valeur de marché d'une part et les valeurs comptables et de liquidation d'autre part est souvent attribuée à trois facteurs : le pouvoir d'achat supplémentaire, les actifs intangibles (marque, savoir-faire, puissance du positionnement sur le marché, etc.) et la valeur des investissements futurs. Notons qu'il y a deux "types" de marchés : le marché primaire, qui concerne l'émission de titres (l'offre publique initiale), et le marché secondaire, où ont lieu l'achat et la vente de titre déjà existants.

4.2 Valoriser des actions ordinaires

Un investisseur achète une action parce qu'il espère à un certain moment réaliser une plus-value. Mais pour la réaliser, il faut qu'il y ait à ce moment un acheteur, qui espère forcément aussi réaliser une plus-value, etc.



De plus, il espère obtenir des dividendes.



On doit donc calculer le prix de l'action à un moment donné selon les attentes futures. En suivant cette modélisation, on a :

$$P_2 = \frac{P_3 + D_3}{1 + E[R]}$$

$$P_1 = \frac{P_2 + D_2}{1 + E[R]} = \frac{D_2}{1 + E[R]} + \frac{D_3}{(1 + E[R])^2} + \frac{P_3}{(1 + E[R])^2}$$

De manière générale, on a donc :

$$P_0 = \frac{D_1}{1 + E[R]} + \frac{D_2}{(1 + E[R])^2} + \cdots + \frac{D_n}{(1 + E[R])^n} + \frac{P_n}{(1 + E[R])^n} \tag{4.2}$$

Comme une action a une durée illimitée, n va tendre vers l'infini. On a $\lim_{n\to\infty} \frac{P_n}{(1+E[R])^n} = 0$, ce qui donne l'équation suivante, représentant le prix de l'action, i.e. sa valeur :

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1 + E[R])^t} \tag{4.3}$$

C'est ce qu'on appelle le *dividend discount model* (DDM) : le prix d'une action équivaut à la valeur actualisée de tous les dividendes futurs attendus. Ainsi, même si on achète une action dans un but purement spéculatif (on est uniquement intéressé par la plus-value qu'on peut réaliser, les dividendes ne sont donc pas important), les seul facteurs important sont les attentes de dividendes !

Dans le cas d'un DDM sans croissance (tous les bénéfices sont redistribués en dividendes, ce qui implique qu'il n'y a pas de réinvestissement et donc pas de croissance), on a :

$$V = \frac{D_1}{E[R]} \tag{4.4}$$

Prenons l'exemple d'une firme dont les actifs productifs valent 100, qui a un *ROI* (*return on investment*) constant de 10% et qui est exemptée de taxes. On a :

100	E	100

En t_1, l'entreprise aura un *EAT* de 10, ce qui ce traduira par un dividende de 10. De fait, la situation comptable ne change pas :

100	E	100

En t_2, l'entreprise distribuera donc encore un dividende de 10, ainsi que toutes les années suivantes.

Analysons maintenant le cas d'une politique de dividende constante, qui est le DDM avec croissance constante. Reprenons la même entreprise, mais cette fois-ci avec un taux de rétention b de 0,6. En t_1, on aura un *EAT* de 10, dont 4 sont distribués en dividendes. Les 6 restant constitueront le bénéfice reporté, dont on suppose qu'il est immédiatement réinvestit. On aura donc le résultat suivant :

106	E	100
	RR	6

En t_2, le *EAT* sera de 10,6, avec une distribution de dividende de 4,24.

112,36	E	106
	RR	6,36

Ainsi, on voit que réinvestir une partie des bénéfices permet une croissance des résultats, et donc des dividendes. Recevoir moins de dividendes pour permettre un réinvestissement peut se montrer à terme avantageux pour l'actionnaire. Il s'agit d'une croissance durable car autofinancée : tant qu'il y a du résultat sur ses actifs, l'entreprise connaitra de la croissance. Dans cet exemple, $g = b \cdot ROI$ car il n'y a pas de dettes, mais en général, $g = b \cdot ROE$ (équation 1.8). On peut calculer le dividende :

$$D_{t+1} = D_t \cdot (1+g) \qquad \Longrightarrow \qquad D_t = D_1 \cdot (1+g)^{t-1} \tag{4.5}$$

On peut maintenant calculer la valeur d'une action avec croissance constante :

$$\begin{aligned} V &= \sum_{t=1}^{T} \frac{D_t}{(1+E[R])^t} = \sum_{t=1}^{T} \frac{D_1(1+g)^{t-1}}{(1+E[R])^t} \\ &= \frac{D_1}{1+E[r]} + \frac{D_1(1+g)}{(1+E[R])^2} + \cdots + \frac{D_1(1+g)^{T-1}}{(1+E[R])^T} \\ &= \frac{D_1}{1+g}\left[\frac{1+g}{1+E[R]} + \left(\frac{1+g}{1+E[R]}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1+g}{1+E[R]}\right)^T\right] \end{aligned}$$

La partie entre crochets est une progression géométrique, qui converge si $\frac{1+g}{1+E[R]} < 1$, ce qui veut dire que $g < E[R]$. Cela a-t-il du sens économiquement ?

$$E[R] > g \qquad \Longrightarrow \qquad E[R] > b \cdot ROE \qquad \Longrightarrow \qquad E[R] > b \cdot E[R]$$

Cela a du sens car $b < 1$. C'est le cas parce qu'on a posé un *ROI* constant (ce n'est pas valable pour les entreprises en pleine croissance). On a donc :

$$V = \frac{D_1}{1+g}\left[\frac{1}{1-\frac{1+g}{1+E[R]}}\right] = \frac{D_1}{1+g}\frac{1}{\left(\frac{1+g-1-E[R]}{1+g}\right)}$$

On obtient la valeur d'une action avec croissance constante :

$$V = \frac{D_1}{E[R] - g} \tag{4.6}$$

Il reste maintenant le cas du DDM avec croissance non constante. Cela se passe lorsqu'il y a des turbulences sur le marché. En effet, avant que l'entreprise atteint sa majorité, elle a tendance à croître a des taux rapides ou irréguliers. Dans ce modèle DDM, aussi appelé le modèle du *discount cash flow* (DCF), il peut y avoir des dettes. On fait la prévision des cash flows futurs actualisés auquel on retire ces dettes (il s'agit des *free cash flows* : équation 1.4).

$$DCF = \sum_t \frac{FCF_t}{(1 + E[R])^t} \tag{4.7}$$

Dans ce cas-ci, prévoir les bénéfices sur 3 à 5 ans peut être plus exact que de supposer une croissance constante. On utilise l'équation 4.2 et on estime le prix à l'horizon n en utilisant le DDM à croissance constante. Si on utilise $n = 5$, on a :

$$V = \frac{D_1}{1 + E[R]} + \frac{D_2}{(1 + E[R])^2} + \cdots + \frac{D_5}{(1 + E[R])^5} + \frac{V_5}{(1 + E[R])^5} \qquad \text{où} \qquad V_5 = \frac{D_6}{E[R] - g}$$

Sur les 5 premières années, on n'est plus dépendant de l'hypothèse $g < E[R]$. Cependant, le DCF est assez difficile à mettre en œuvre car la valeur terminale V_5 n'est pas calculée finement. Or nous savons que la croissance à l'horizon représente une grande partie de la valeur d'une action. Des changements mineurs dans la croissance peuvent changer significativement les prix à l'horizon. Dans le cas de sociétés cotés, on connait le prix de marché et on est capable de le comparer avec le prix à l'horizon. Dans le cas de sociétés non cotées, il faut comparer avec ce que le marché est prêt à payer pour des entreprises dans le même secteur (perspectives de croissance, risque, etc.).

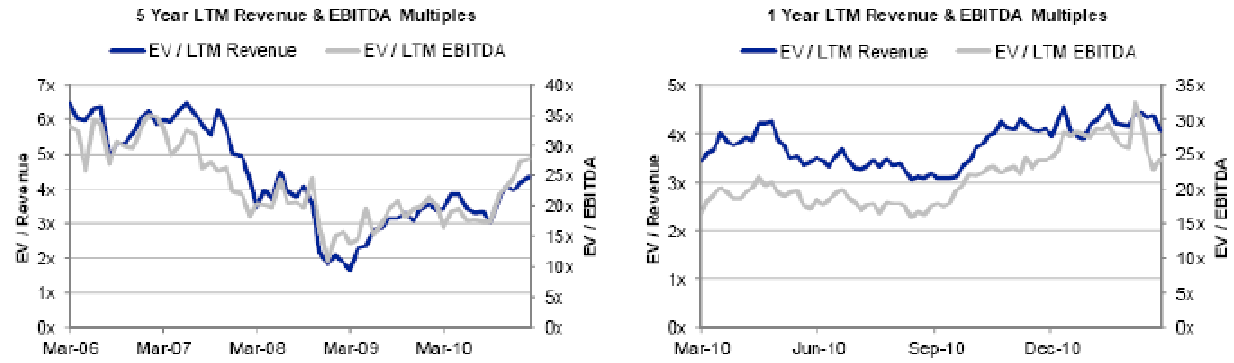
Dans ce dernier cas, les prix à l'horizon sont estimés à l'aide de comparables (multiples). La valeur d'une entreprise équivaut à la multiplication de ses bénéfices, ses cash flows, ses ventes, sa marge brute (*gross margin*), etc. On peut donc comparer une entreprise à des firmes semblables sur base :

- du stade de développement et de la croissance attendue
- du *business model*, i.e. de la manière de générer des cash flows
- de la taille et de la localisation de marché cible
- de la taille de l'entreprise
- du risque
- etc.

Il faut bien veiller à comparer ce qui est comparable. On ne peut en effet pas comparer les honoraires d'un consultant d'entreprise qui travaille sur une journée à ceux d'un avocat qui facture à l'heure. Pour les entreprises, on utilisera le PER pour comparer deux entreprises. Cette notion sera développée dans la section suivante. Les figures 4.1 et 4.2 montrent des exemples de multiples pour deux secteurs.

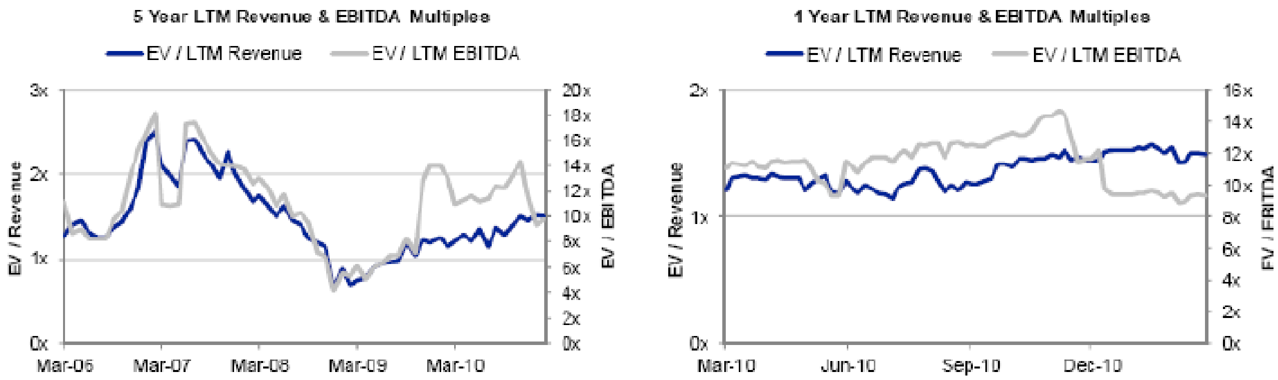
Note sur la valorisation

La valorisation des actifs financiers est importante. Supposons une entreprise qui a été créée avec un capital de 20 000. Un investisseur est intéressé par le projet de cette entreprise et souhaite investir 35 000 000. Va-t-il pour autant détenir 99% du capital ? Évidemment pas, car dans ce cas les propriétaires refuseraient l'investissement. Ils vont peut-être se partager le capital à 50% chacun.



Company (USD millions)	Enterprise Value	Market Cap	EV / Revenue 2010	EV / Revenue 2011	EV / EBITDA 2010	EV / EBITDA 2011	Revenue Growth 2010	Revenue Growth 2011	EBITDA Margin 2010	EBITDA Margin 2011
Blackboard Inc.	1,306	1,214	2.8x	2.4x	13.5x	10.9x	19%	20%	22%	22%
Concur Technologies, Inc.	2,416	2,792	8.2x	6.9x	37.2x	26.9x	18%	20%	22%	26%
Constant Contact, Inc.	716	841	4.1x	3.3x	49.7x	20.5x	35%	25%	8%	16%
DealerTrack Holdings, Inc.	632	825	2.6x	2.0x	21.3x	11.0x	8%	32%	12%	18%
DemandTec, Inc.	336	405	4.2x	4.1x	na	nm	5%	4%	-6%	6%
j2 Global Communications, Inc.	1,256	1,335	4.9x	3.8x	10.2x	7.6x	4%	30%	48%	50%
Kenexa Corp.	543	531	2.8x	2.1x	28.0x	14.8x	25%	29%	10%	15%
LivePerson Inc.	448	510	4.1x	3.4x	21.3x	13.0x	26%	22%	19%	26%
Rightnow Technologies Inc.	762	863	4.1x	3.4x	38.1x	25.1x	22%	21%	11%	13%
Salesforce.com	17,381	17,380	nm	nm	nm	nm	21%	27%	12%	19%
SuccessFactors, Inc.	2,371	2,728	nm	8.8x	na	nm	35%	31%	-8%	2%
Taleo Corp.	1,165	1,307	4.9x	3.9x	nm	19.1x	20%	27%	10%	20%
Ultimate Software Group, Inc.	1,307	1,352	5.7x	4.8x	nm	30.0x	16%	19%	9%	10%
		Mean	4.4x	4.1x	27.4x	18.0x	19%	23%	13%	19%
		Median	4.1x	3.6x	24.7x	16.9x	20%	25%	11%	18%

FIGURE 4.1 – Public market data : Software-as-a-Service



Company (USD millions)	Enterprise Value	Market Cap	EV / Revenue 2010	EV / Revenue 2011	EV / EBITDA 2010	EV / EBITDA 2011	Revenue Growth 2010	Revenue Growth 2011	EBITDA Margin 2010	EBITDA Margin 2011
COR&FJA AG	94	117	0.6x	0.5x	11.2x	6.2x	60%	10%	5%	9%
CorVel Corporation	560	575	1.7x	1.5x	10.1x	na	9%	11%	16%	nm
Ebix Inc.	1,070	1,045	8.1x	6.7x	17.7x	14.7x	35%	20%	46%	46%
Innovation Group plc	203	244	0.6x	0.7x	6.1x	5.5x	2%	12%	10%	13%
Solera Holdings Inc.	3,058	3,500	6.3x	5.0x	15.1x	13.0x	13%	6%	41%	43%
		Mean	3.5x	3.1x	12.4x	10.1x	24%	12%	24%	27%
		Median	1.7x	1.5x	11.2x	10.1x	13%	11%	16%	28%

FIGURE 4.2 – Public market data : insurance technology

4.3 Estimer le rendement

Le taux de rentabilité attendu (*expected rate of return*) vient de deux choses : le dividende et le gain de capital :

$$E[R] = \frac{D_1 + (E[P_1] - P_0)}{P_0} \tag{4.8}$$

Du DDM avec croissance constante (équation 4.6), on trouve :

$$E[R] = \frac{D_1}{P_0} + g \tag{4.9}$$

Les investisseurs vont établir un prix P de manière à ce que le taux de rentabilité attendue couvre le risque associé à l'investissement. Le modèle d'évaluation des actifs financiers (*capital asset pricing model*, CAPM) donne plus de perspicacité sur le taux de rentabilité acceptable.

Analysons maintenant la croissance et la valeur au travers d'un exemple. Supposons que les actionnaires d'une entreprise attendent qu'elle distribue un dividende de 3 l'année suivante, ce qui représente 60% de ses bénéfices (5). Le résultat reporté est réinvestit avec $ROE = 20\%$. Le rendement attendu des investisseurs est de 12%. On a :

$$0,12 = \frac{3}{V} + 0,4 \cdot 0,2 \qquad \Longrightarrow \qquad V = 75$$

Si par contre on suppose que la firme ne capte pas ses opportunités de croissance et distribue tout son bénéfice sous forme de dividende, on voit que :

$$0,12 = \frac{5}{V} \qquad \Longrightarrow \qquad V = 41,67$$

On constate que la valeur a diminuée. Supposons maintenant que les opportunités d'investissement se font exactement à la rentabilité attendue des actionnaires : la firme réinvestit donc ses 40% du bénéfice avec $ROE = E[R] = 12\%$. On constate que :

$$0,12 = \frac{3}{V} + 0,4 \cdot 0,12 \qquad \Longrightarrow \qquad V = 41,67$$

Une fois encore, la valeur a diminuée. Cet exemple montre que réinvestir les bénéfices dans de nouveaux investissements ajoute de la valeur si cet argent est réinvestit à un taux de rentabilité plus élevé que celui attendu par les investisseurs, i.e. si $ROE > E[R]$. Les opportunités d'investissement sont donc valorisées par le marché ; c'est ce qu'on appelle le PVGO (*present value of growth opportunities*).

Les entreprises avec de grandes opportunités de croissance donnent donc souvent moins, voir pas du tout, de dividendes, contrairement aux entreprises à maturité. Les "actions de croissance" (*growth stocks*) ont donc un grand PVGO car l'entreprise retient une grande fraction des bénéfices. Ces actions ont un plus grand *price-to-book ratio* (rapport entre le prix de l'action et la valeur comptable) que les "actions de revenu" (*income stocks*). En effet, ces entreprises ont des actifs intangibles, e.g. une bonne marque, du savoir faire, etc., qui ne se retrouvent pas dans la valeur comptable. Elles distribuent peu de bénéfices car grâce à ses opportunités de croissance, les projets de l'entreprise rapportent plus que les projets des actionnaires.

Une manière d'évaluer le PVGO des d'utiliser le ratio prix-bénéfices (*price-earnings ration*, PER). Si l'on reprend l'entreprise précédente avec PVGO, le prix de ses action est de 75 et $PER = \frac{75}{5} = 15$. Si au contraire elle n'a pas de PVGO, sa valeur est de 41,67 et $PER = 8,33$. Le PER d'une entreprise avec croissance est donc supérieur à celui d'un une entreprise sans croissance. Les investisseurs sont prêts à payer un grand multiple des bénéfices pour ces actions avec de grandes opportunités de croissance.

Le PER donne-t-il un indice sur l'éventuelle sur- ou sous-évaluation de la valeur d'une entreprise ? Nous allons prendre deux exemples de firmes pour montrer si c'est le cas ou non. Commençons par une entreprise de vente au détail, un secteur peu risqué et avec peu de croissance. Celle de l'entreprise est de 2%. L'espérance de rentabilité des investisseurs est de 10% (2% de rentabilité future et 8% de prime de risque). En utilisant l'équation 4.6, on obtient :

$$P = \frac{10}{0,1 - 0,02} = 125$$

$$PER = \frac{125}{10} = 12,5$$

Prenons maintenant le secteur risqué mais avec de grandes opportunités de l'e-commerce. On a une entreprise avec une croissance de 10% dont l'espérance de rentabilité des investisseurs est de 14% (2% + 12%). On a :

$$P = \frac{10}{0,14 - 0,1} = 250$$

$$PER = \frac{250}{10} = 25$$

La valeur 250 est économiquement justifiée compte tenu l'attente de rentabilité des actionnaires. Ces deux entreprises sont donc correctement évaluées. Le PER ne fait que refléter les opportunités de croissance, et non une éventuelle sur- ou sous-estimation de la valeur.

4.4 L'efficience des marchés

Rappelons-nous la formule 4.1. Les cash flows constituent une information sur la santé de l'entreprise, mais ce n'est pas le seul facteur de détermination du prix des actions. Pour obtenir la rentabilité, les investisseurs peuvent ajuster le prix. Par exemple, avec la crise en Ukraine, les investisseurs sont devenus plus averses au risque et ont augmenté leur prime de risque, alors que les cash flows n'ont pas changé. Le marché a donc baissé, même si les attentes sont restées identiques.

Analysons maintenant le graphique de la figure 4.3. Ce graphique montre l'évolution d'un dollar qui a été initialement investit en 1900 par un "investisseur parfait". On suppose que cet investisseur a une connaissance parfaite du marché et est donc capable à tout moment d'investir son argent dans le meilleur investissement, i.e. être dans les actions si elles sont sous-évaluées ou au contraire être dans les bons d'état si elles sont sur-évaluées. On constate que, taxes et inflation comprises, ce dollar en rapporte 58,3 billions cent ans plus tard ! Manifestement, ce n'est pas possible dans la réalité. Il y a donc deux explications possibles :

(a) On n'est sans doute pas capable d'avoir tout le temps les bonnes informations.

(b) Toutes les actions sont bien évaluées.

La seconde hypothèse parait peu probable. Le prix n'est sans doute pas toujours égal à la valeur réelle. Le prix est ce que les investisseurs pensent être la bonne valeur. Si on pense faire une bonne affaire, c'est que l'on croit être plus malin que tout le marché, i.e. que la vraie valeur de l'entreprise est plus élevée que le prix du marché.

Nous allons maintenant introduire l'hypothèse de l'efficience des marchés (HEM). Les prix des titres reflètent rapidement les nouvelles informations, qui arrivent de manière aléatoire. En conséquence, les prix semblent suivre un chemin aléatoire (figure 4.4). L'évolution des cours de bourse suit donc une variable aléatoire : elle ne dépend pas du passé. C'est en tout cas vrai sur le long terme : ce n'est

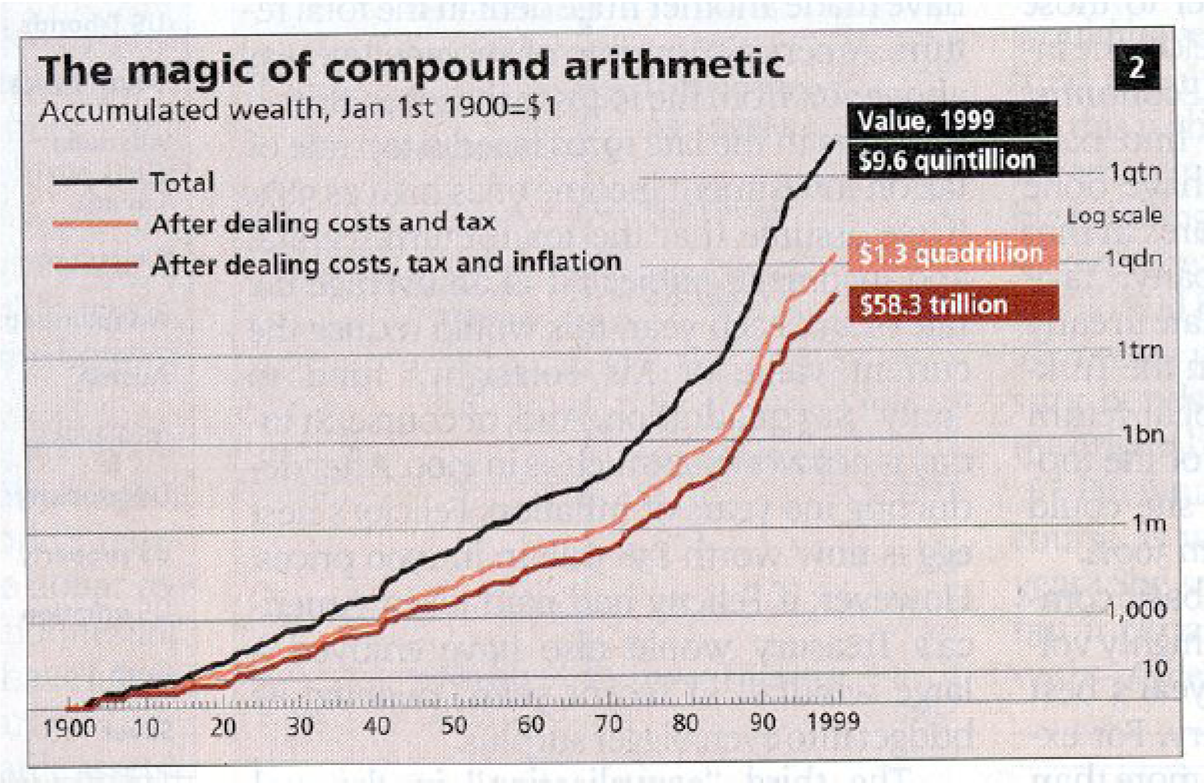


FIGURE 4.3 – Montant accumulé par un "investisseur parfait" pour un investissement de 1$ en 1900 (source : The Economist, décembre 1999)

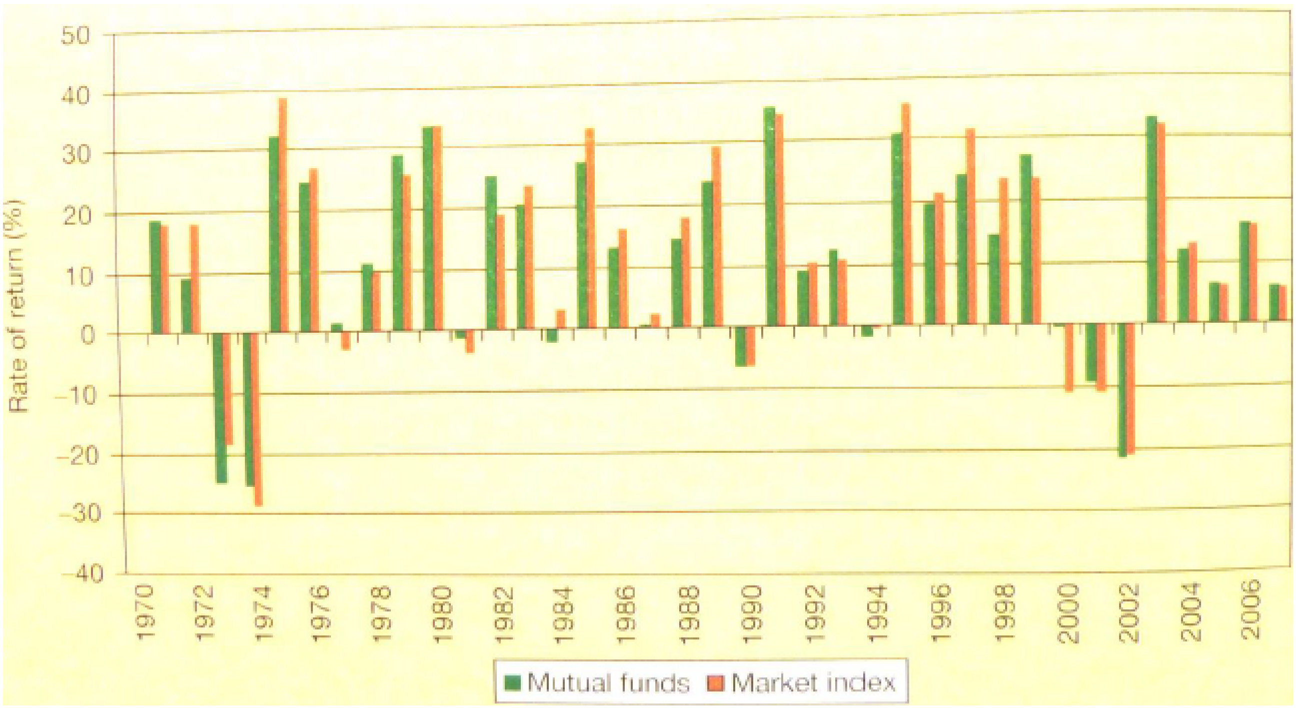


FIGURE 4.4 – Évolution du taux de rendement

pas parce qu'une action a beaucoup baissé qu'on a plus de chance de faire une affaire. À court terme cependant, i.e. en cours de journée, ce n'est pas toujours vrai. Si on obtient l'information que quelqu'un va acheter beaucoup d'actions, on peut être capable de les acheter une fraction de seconde avant pour les revendre plus cher. Il y a trois types d'information et trois degrés d'efficience dans l'HEM :

- La forme faible : *les prix reflètent toutes les informations contenues dans les prix précédents.* Cela implique que les changements de prix se font de manière aléatoire et qu'une analyse technique est sans valeur.
- La forme semi-forte : *les prix reflètent toutes les informations contenues dans les prix précédents ainsi que toute l'information publiquement disponible.* En conséquence, il est impossible de gagner un rendement significativement supérieur simplement en lisant la presse financière, en étudiant les états financiers, etc.
- La forme forte : *les prix reflètent toute l'information disponible, qu'elle soit publique ou privée.* Dans ce cas, il est tout à fait impossible de gagner un rendement significativement supérieur.

Dans le cas de la forme forte, une annonce aurait un changement immédiat sur le prix, qui passerait d'un niveau à un autre de manière instantanée. En réalité, certains investisseurs on l'information avant les autres et commencent à acheter massivement. Cela conduit à l'évolution des prix décrite dans la figure 4.5. La conclusion est que les marchés sont efficients : en moyenne, toute l'information est reflétée par le cours de bourse.

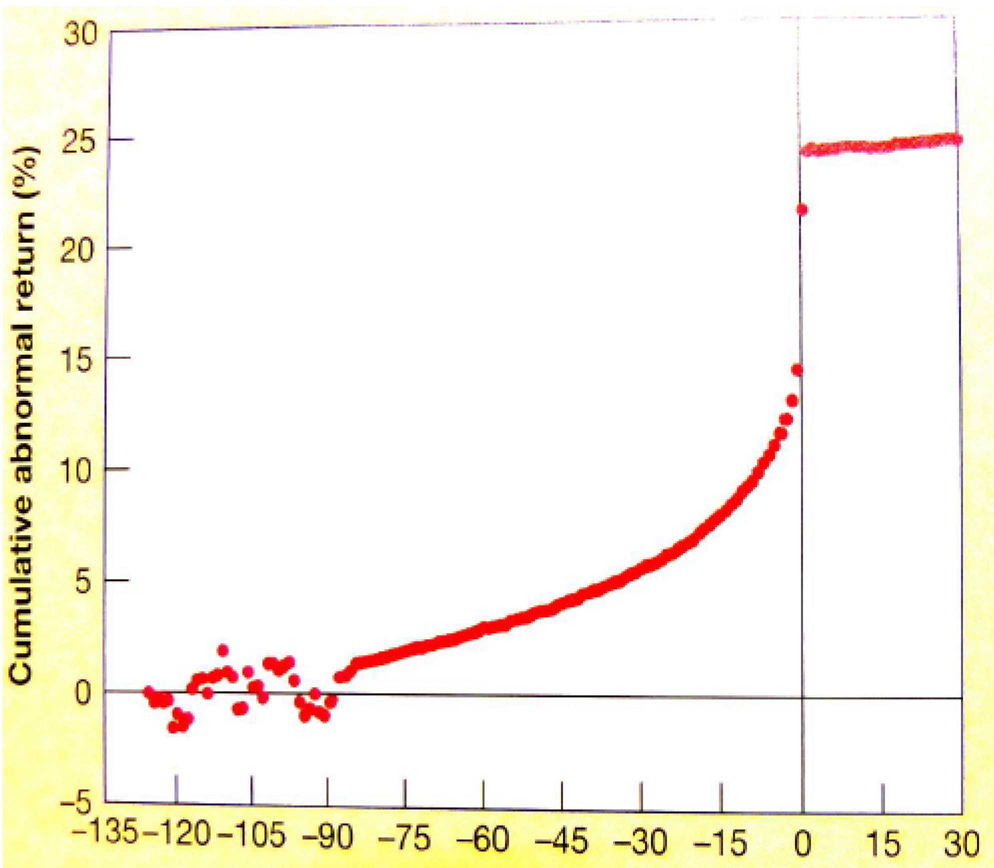


FIGURE 4.5 – EMH : forme semi-forte

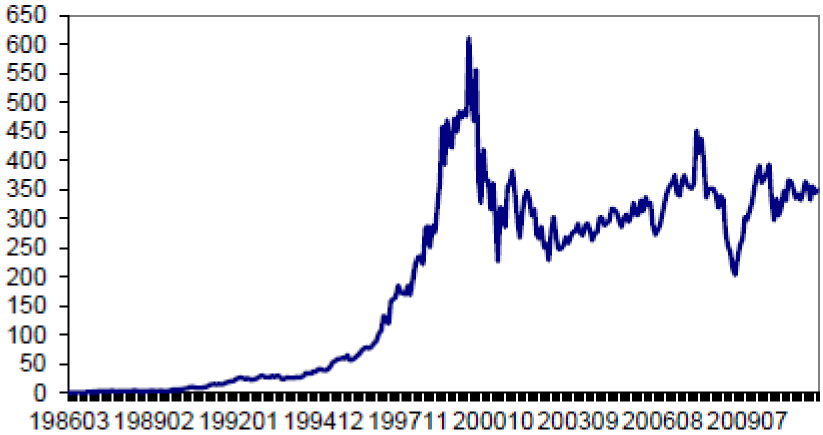


Figure 4.6 – Évolution du cours des actions high-tech

Mais alors, qu'est-ce qui peut expliquer certaines anomalies du marché, comme par exemple le boom dans les actions high-tech (figure 4.6) ? En fait, ce n'est pas l'information qui est mal distribuée, mais la manière dont les investisseurs l'interprètent qui peut être biaisée. En effet, l'attitude des investisseurs envers le risque n'est pas toujours rationnelle : quelqu'un qui a subi beaucoup de pertes sera plus averse au risque tandis qu'une personne qui a connue une longue période de gains sera plus tentée d'effectuer de gros paris. Ainsi, certains investisseurs pourraient avoir une confiance excessive en eux-mêmes et croire qu'ils sont meilleurs que la moyenne. Ce genre de comportement peut conduire à une "bulle", i.e. une situation où le prix d'une action est largement supérieure à la valeur économique.

Deuxième partie

La décision d'investissement

Chapitre 5

Critères d'investissement

5.1 Valeur actuelle nette

Un manière d'évaluer un projet est de calculer le coût d'opportunité du capital, qui est le rendement qui est abandonné en investissant dans un projet. La valeur économique d'un projet est :

$$EV = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t + RV_t}{(1 + E[R])^t} \tag{5.1}$$

où RV désigne la valeur résiduelle. L'espérance de rentabilité correspond au coût moyen pondéré du capital (*weighted average cost of capital*, $WACC$; équation 8.8), qui désigne le coût d'opportunité du capital. La valeur économique est différent de l'investissement initial I_0. Pour arriver à différencier des projets, on calcule la valeur actuelle nette (*net present value*, NPV) des projets, qui est la valeur actualisée des cash flows moins l'investissement initial :

$$NPV = EV - I_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t + RV_t}{(1 + WACC)^t} - I_0 \tag{5.2}$$

Les dirigeants augmentent la richesse des actionnaires en acceptant tous les projets qui créent plus de valeur que le coût initial, i.e. les projets dont $NPV > 0$. Le risque entre dans le calcul du NPV car le coût d'opportunité du capital est ajusté en fonction du niveau de risque. Les valeurs des cash flows sont les cash flows attendus.

Pour choisir entre différents projets, la règle de décision des projets mutuellement exclusifs est de choisir le projet avec le plus grand NPV. C'est en tout cas ce qui se passe si l'on n'est pas en rationnement de capital (i.e. tous les projets rentables trouvent un financement). Si on prend les deux projets suivants, le deuxième est le plus intéressant :

	I_0	NPV
Projet 1	200	500
Projet 2	1 000 000	700

En effet, on sera capable de rembourser les 1 000 000 aux actionnaires et il y a une valeur ajoutée de 700 pour l'entreprise. Cependant, dans la réalité, on se trouve dans une situation de rationnement de capital : le capital est rare et on préfère les projets qui ont une plus grande rentabilité par rapport au capital investit. Le projet 1 sera donc en pratique le projet le plus intéressant. On utilise l'indice de rentabilité (*profitability index*) :

$$PI = \frac{NPV}{I_0} \tag{5.3}$$

5.2 Autres critères d'investissement

Il y a également d'autres critères d'investissement. Le premier est la période de remboursement (*payback period*). Cela désigne le temps jusqu'à ce que les cash flows recouvrent l'investissement initial du projet. Prenons deux projets :

	I_0	CF_1	CF_2	CF_3	CF_4	CF_5	CF_6
Projet 1	100	0	0	0	80	300	5000
Projet 2	100	50	200	400	400	0	0

Le premier projet crée plus de richesse, mais il a un plus gros risque vis à vis du projet 2 car l'investissement initial ne sera remboursé qu'à la cinquième année (contre la deuxième pour le projet 2). Pour les PME, il y a souvent un plus grand rationnement de capital ; elles préfèrent souvent avoir des cash flows rapides. Il faut cependant faire attention au fait que le payback ne prends pas en compte l'actualisation des cash flows ; le payback ne mesure pas la création de richesse. Il existe un payback actualisé, mais ce n'est tout de même pas optimal. De plus, le payback (actualisé ou non), ne prends pas en compte les cash flows au delà du remboursement de l'investissement initial.

Le deuxième critère d'investissement est le taux de rentabilité interne (*internal rate of return*, IRR), qui représente les attentes de rentabilité du projet. Il se différencie du $WACC$ dans la mesure où ce dernier mesure les attentes de rentabilité des apporteurs de capitaux. L'IRR est le taux actualisé pour lequel $NPV = 0$:

$$I_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t + VR_t}{(1+IRR)^t} \tag{5.4}$$

<- RV et non pas VR

On a donc que :

$$IRR > WACC \qquad \Longrightarrow \qquad NPV > 0$$

L'IRR est donc à la fois un critère de classement (un IRR plus grand implique une NPV plus grande) et un critère d'exclusion (si $IRR < WACC$). Cependant, l'IRR peut parfois envoyer un mauvais signal, comme le montre l'exemple suivant.

	Investissement A	Investissement B
I_0	10 000	10 000
CF_1	9 000	1 500
CF_2	3 000	2 000
CF_3	1 200	2 500
CF_4	0	5 000
CF_5	0	5 000
Payback	2 ans	3,8 ans
IRR	22,51%	14,33%
NPV à 10%	1 560	1 414
NPV à 8%	1 858	2 166

Comme on le voit dans la figure 5.1, le projet avec la pente la plus forte (B) possède un IRR plus petit. Pourtant, pour un taux inférieur à environ 9,5%, ce projet possède une NPV supérieure au projet A. L'IRR favorise donc les projets de court terme. En conséquence, il ne devrait pas être utilisé pour comparer des projets mutuellement exclusifs, mais plutôt pour décider s'il est intéressant d'investir dans un projet particulier.

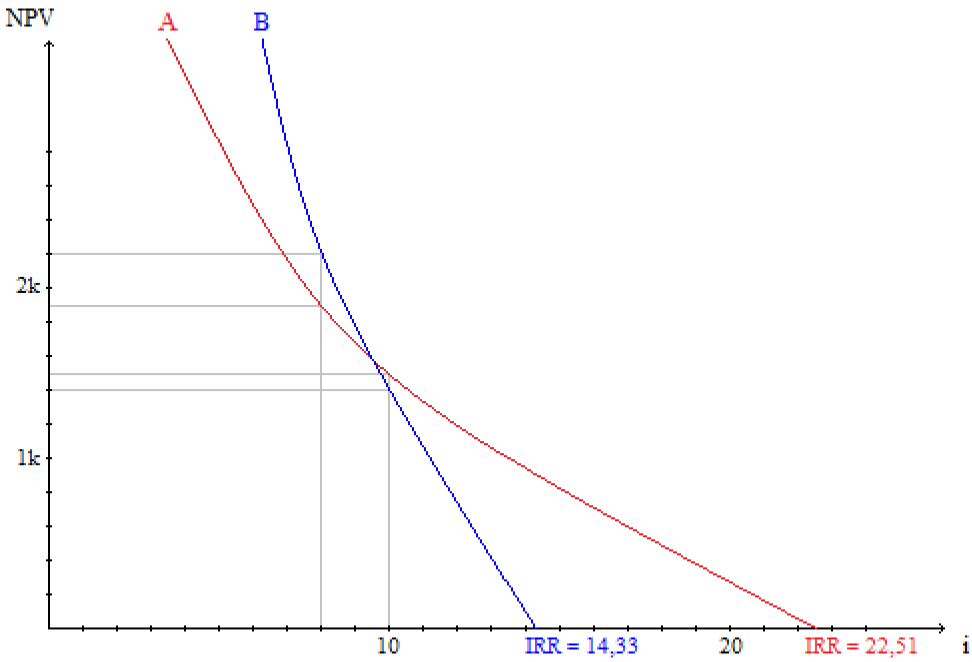


FIGURE 5.1 – Problème lié à l'IRR

En multipliant l'équation 5.4 par $(1 + IRR)^T$, on trouve la valeur future des cash flows :

$$I_0 \cdot (1 + IRR)^T = \sum_{t=1}^{T} CF_t \cdot (1 + IRR)^{T-t} = FV \tag{5.5}$$

Il faut donc que pour chaque t, on trouve un projet avec la même rentabilité. L'IRR pose donc comme hypothèse que les cash flows futurs vont pouvoir être réinvestis avec une rentabilité égale à l'IRR.[1]

Un denier critère d'investissement est le rendement comptable (*book rate of return*). Il s'agit du bénéfice comptable divisé par la valeur comptable ($\frac{NI}{A}$). Il peut cependant être trompeur, car les cash flows et le bénéfice comptable peuvent être très différents. En pratique, les dirigeants regardent comment les projets majeurs affectent le rendement comptable de l'entreprise.

En résumé, le NPV mesure la création de richesse, le payback mesure le temps de récupération de l'investissement et l'IRR mesure la rentabilité du projet.

5.3 Critères d'investissement lorsque les projets interagissent

Dans la majorité des cas, on devra comparer plusieurs projets mutuellement exclusifs et choisir celui qui est le plus intéressant pour l'entreprise. On a déjà vu que le NPV — s'il y a rationnement du capital, l'indice de rentabilité — peut être un critère d'arbitrage entre différents projets. Mais il y a d'autres choses auquel il faut faire attention :

- Le timing de l'investissement. Il faut choisir la date d'investissement qui donne le plus grand NPV aujourd'hui.

1. Une hypothèse selon laquelle les cash flows seraient réinvesti à un taux égal au $WACC$ est peu contraignante, car l'entreprise peut toujours racheter ses fonds propres et payer anticipativement ses dettes pour réduire le $WACC$.

- Les équipement à grande durée de vie VS ceux à coute durée de vie. Pour cela, on regarde l'annuité équivalente (*equivalent annual cost*), i.e. la valeur actualisée divisée par le facteur d'actualisation. L'équipement avec la plus petite annuité est le plus intéressant.
- Le remplacement d'une vieille machine. Pour cela, il faut aussi regarder l'annuité équivalente.

La figure 5.2 montre l'annuité de deux machines amorties sur 5 ans avec une duré de vie respective de 10 et 7 ans.

Machine A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Investissement	15000									
Fonctionnement		-525	-525	-525	-525	-525	-525	-525	-525	-525
Economie fiscale		900	900	900	900	900				
CFA		375	375	375	375	375	-525	-525	-525	-525
VA	15278									
Annuité équivalente	2704									
Machine B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Investissement	10000									
Fonctionnement		-490	-490	-490	-2,590	-490	-490	-490		
Economie fiscale		600	600	600	600	600				
CFB		110	110	110	-1,990	110	-490	-490		
VA	8592									
Annuité équivalente	1882.7									
WACC	12%									

FIGURE 5.2 – Exemple d'annuité

Chapitre 6

Analyse des cash flows actualisés

6.1 Cash flows d'opportunité

Lors de la décision d'investissement, il faut se référer aux cash flows actualisés, qui peuvent être très différents du profit. En effet, il est important de reconnaître les dépenses d'investissement lorsqu'elles se produisent, et non plus tard lorsqu'elles apparaissent sous forme d'amortissement. Certains projets sont attractifs justement parce qu'ils génèrent du cash, qui pourra être distribué aux actionnaires ou être réinvesti. Pour le mesurer, il faut établir des états financiers prévisionnels d'abords sans l'investissement, puis avec l'investissement. On utilise les cash flows d'opportunité (*incremental cash flows*), qui sont les cash flows supplémentaires qu'obtiendra l'entreprise en réalisant l'investissement.

Supposons qu'une entreprise possède un terrain, et qu'elle doit construire une usine dessus. Il faut calculer les cash flows futurs si elle décide de construire cette usine, puis les cash flows futurs si elle décide de renoncer à l'investissement (elle doit donc vendre le terrain, e.g. pour 100 000). Les cash flows d'opportunité sont la différence entre les deux. C'est donc bien une analyse *avec/sans* l'investissement et non *avant/après* l'investissement :

- Avant l'investissement, la firme possède le terrain ; après l'investissement elle le possède toujours. Différence = 0.
- Avec l'investissement, la firme possède le terrain ; sans l'investissement elle ne le possède plus. Différence = 100 000.

$$ICF = CF_{with\ project} - CF_{without\ project} \tag{6.1}$$

Il faut cependant veiller à ne pas inclure les coûts irrécupérables, i.e. les cash flows qui ont déjà été dépensés. Supposons un produit en développement qui a nécessité jusqu'à présent des investissements pour un total de 700 000. Un mois avant la commercialisation, il y a un changement technologique, qui implique un investissement supplémentaire de 500 000. Un raisonnement faux, mais trop souvent utilisé, est de se dire « On a déjà dépensé 700 000, autant rajouter les ce qu'il y a en plus pour ne pas les perdre ». Ce raisonnement pourrait conduire à une situation où il y a encore plus de pertes. Il faut oublier les 700 000 et regarder uniquement l'investissement de 500 000 et les cash flows éventuels qu'il pourra générer, quitte à abandonner immédiatement l'entièreté du projet s'ils ne sont pas suffisants.

Il ne faut pas oublier que l'investissement consomme de cash à court terme avant de pouvoir le récuperer à plus long terme. Cela a donc une conséquence sur le besoin en fonds de roulement (*working capital* ; équation 1.1). Notons enfin qu'on actualise les cash flows nominaux avec le coût nominal du capital.

6.2 Calculer les cash flows

Le cash flow total d'une entreprise est la somme des cash flows issus des investissements, du *working capital* et des opérations. Les cash flows issu des investissements sont négatifs. Pour ceux du working capital, cela dépend de la situation : si on accorde un délai de paiement à un client, cela revient à lui donner (temporairement) une partie du cash que l'on possède ; au contraire, si un fournisseur accorde un délai de paiement, celui-ci nous donne quelque sorte du cash. Le *working capital* peut donc varier. Pour les cash flows issus des opérations, il y a trois façons de les calculer :

$$CF = revenues - cash\ expenses - T \tag{6.2}$$

$$CF = net\ profit + amortisations \tag{6.3}$$

$$CF = (revenues - cash\ expenses) \cdot (1 - \tau) + amortisations \cdot \tau \tag{6.4}$$

où T désigne les taxes et τ le taux d'imposition. On sépare les investissements de la décision financière : le profit net désigne ici le profit net des opérations.

Troisième partie

Risque/rendement

Chapitre 7

Introduction et coût d'opportunité du capital

7.1 Mesurer le risque

Le but des investisseurs est de maximiser leur espérance de rentabilité sous leurs contraintes de budget et de risque :

$$\max_{w_i} E[R] \qquad \text{avec} \qquad \begin{matrix} E[R]_{stock} = R_f + Risk\ premium \\ E[R]_{bond} = R_f + Spread \end{matrix} \qquad \text{s.c. budget/risque} \tag{7.1}$$

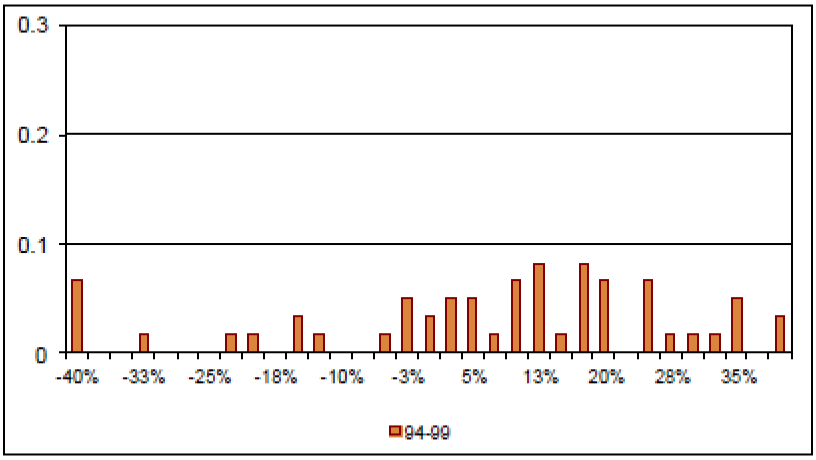
En $t = 0$, on choisit l'allocation w_i pour obtenir une rentabilité R en $t = 1$.

Les données historiques (figure 7.1) montent que les investisseurs ont reçu une prime de risque pour avoir détenu des actifs risqués. Pour l'évaluation (sur le long terme), on calcule en général la prime de risque un utilisant les obligations sans risque à 10 ans. Si la prime de risque dans le passé est un guide pour le futur, on peut estimer le coût d'opportunité du capital, i.e. le rendement que les actionnaires de la firme cèdent en investissant dans un projet particulier plutôt que dans une alternative avec un taux de risque comparable. Pour un projet avec le même risque que celui associé au marché, cela se fait en ajoutant $X\%$ au taux sans risque actuel (pour X étant la prime de risque actuelle du marché).

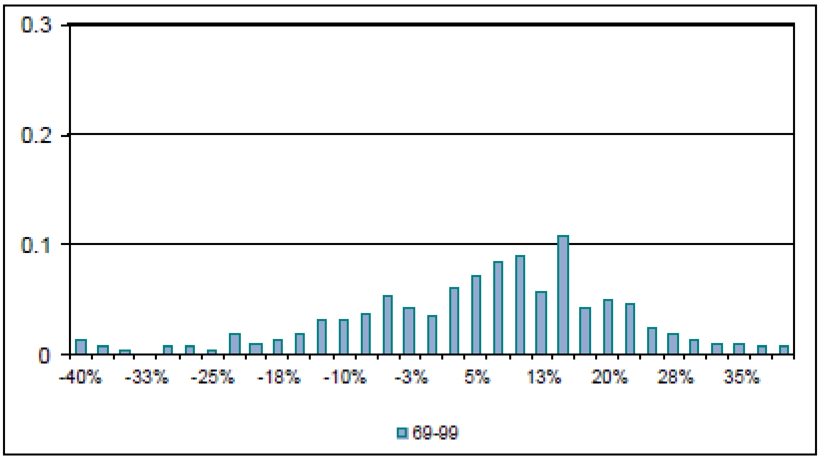
Le risque est une exposition à l'incertitude, qui peut prendre sa source dans le marché (prix, taux d'intérêts, taux d'échange), les liquidités, le *credit risk* (pour une obligation), etc. On se concentre sur le risque du marché (le risque d'investissement). Il dépend de la dispersion possible des résultats (*outcomes*). Comme le montre la figure 7.2, on peut approximer le rendement par une loi normale, centrée en $E[R]$. On mesure le risque à l'aide de la variance ou de l'écart-type. Comme on s'en doute, il y a une plus grande incertitude concernant le rendement possible d'une action que celui de billets ou d'obligations (figure 7.3).

	1900-1924	1925-1949	1950-1974	1975-2007	financial economists	CEO
Stocks	9.50%	10.20%	11.10%	14.70%		
T-Bills (risk free)	4.90%	1.10%	3.50%	6.00%		
Risk premium	**4.60%**	**9.10%**	**7.60%**	**8.70%**	**6.00%**	**5.70%**

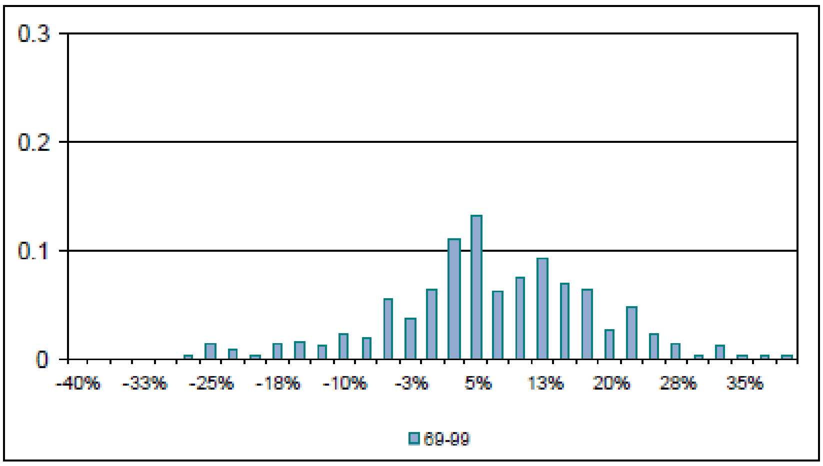
FIGURE 7.1 – Données historiques



(a) 5 ans



(b) 10 ans



(c) 30 ans

FIGURE 7.2 – Distribution des rendements mensuels sur trois périodes

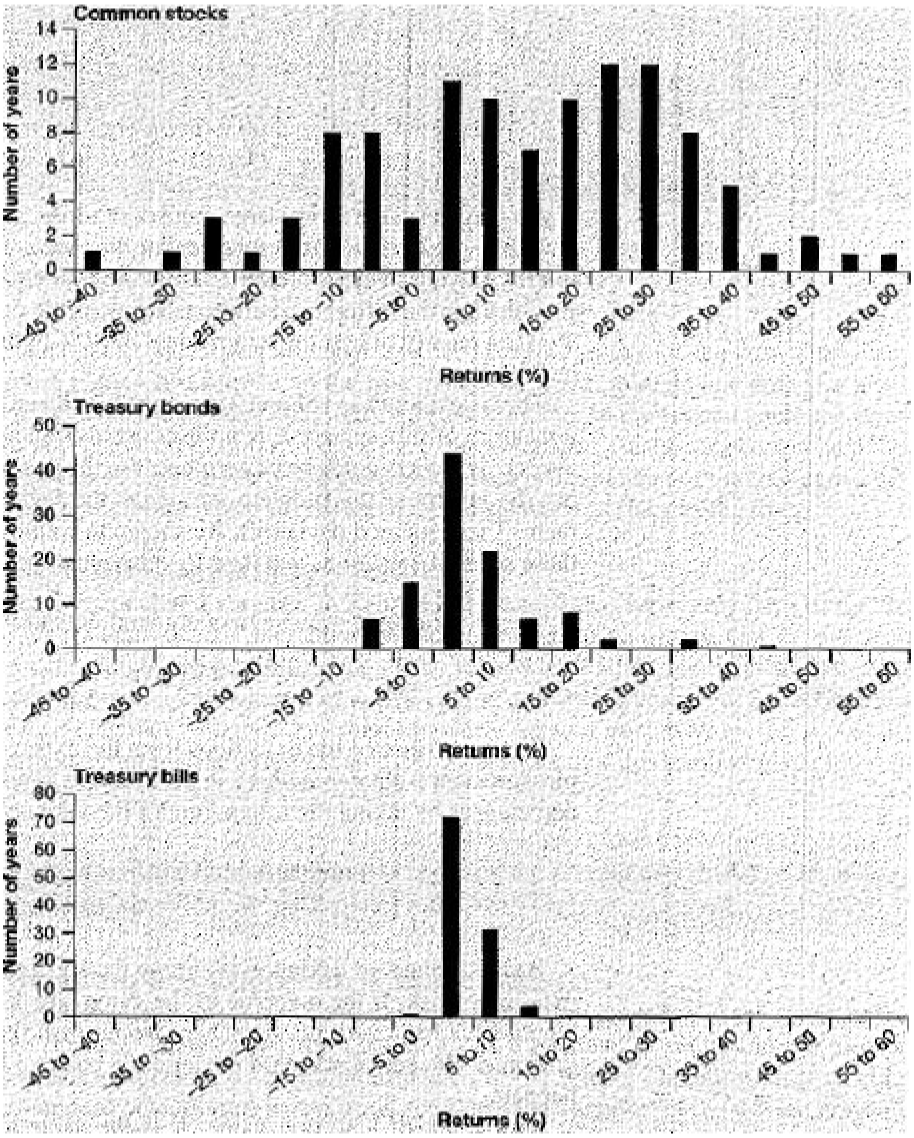
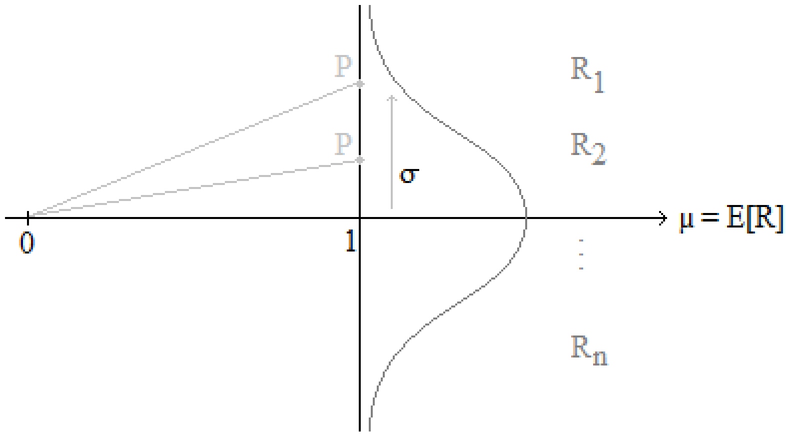


FIGURE 7.3 – Incertitudes pour différents titres

On est dans une situation de risque dès qu'on est face à une incertitude. L'investisseur qui choisit sont allocation en $t = 0$ pour obtenir une rentabilité R en $t = 1$ est confronté au risque liée aux titres, qui correspond à l'écart-type de la loi normale représentant le rendement.



En repartant l'équation 7.1, on a :

$$\max_{w_i} E[R] = \sum_i E[R_i] \qquad \text{s.c.} \qquad \sum_i w_i = 1 \qquad ; \qquad \sigma \tag{7.2}$$

Un investisseur, dont on suppose qu'il investit tout son budget, va constituer un portefeuille contenant une ou plusieurs actions.

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \qquad \Longrightarrow \qquad E[R_p] = \sum_{i=1}^{n} w_i E[R_i] \tag{7.3}$$

On peut calculer la variance de ce portefeuille :

$$Var[R_p] = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \tag{7.4}$$

Pour estimer le risque de l'année suivante, on pourrait prendre l'écart-type de l'année précédente comme estimateur. Cependant, cela n'est valable que si le risque n'a pas changé, ce qui n'est pas le cas sur les marchés financiers. Il y a environ 10%-20% de variation dans le risque, comme le montre la volatilité historique des indices boursiers (figure 7.4).

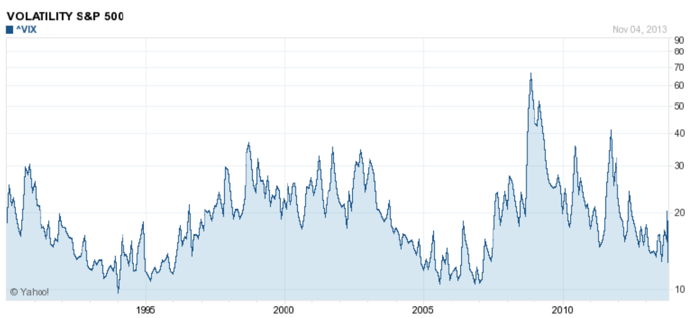


FIGURE 7.4 – Volatilité historique du S&P500

Moyenne	$\overline{R_i} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} R_{ij}$
Variance	$Var[R_i] = \sigma_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(R_{ij} - \overline{R_i})^2$
Écart-type	$\sigma[R_i] = \sqrt{\sigma_i^2}$
Covariance	$Cov[R_i, R_j] = \sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(R_{ik} - \overline{R_i})(R_{jk} - \overline{R_j})$
Corrélation	$Cor[R_i, R_j] = \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$
Variance d'une somme	$Var[w_i R_i + w_j R_j] = w_i^2\,\sigma_i^2 + w_j^2\,\sigma_j^2 + 2\,w_i w_j\,\sigma_{ij}$

TABLE 7.1 – Rappel des statistiques

7.2 Risque et diversification

La variance de la rentabilité est généralement plus haute sur des actions individuelles que sur l'ensemble du marché. Vu que les différentes actions n'évoluent pas de manière similaire [1], une grande partie du risque peut être éliminée en diversifiant son portefeuille. En réalité, il ne peut y avoir de solution optimale si le portefeuille n'est pas diversifié : il est toujours préférable de détenir n titres plutôt qu'un seul, car le risque est fonction du nombre de titres.

Prenons un portefeuille qui investit dans n actifs, avec $w_i = \frac{1}{n}$. Le risque associé à ce portefeuille est de :

$$Var[R_p] = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_{ij}}{n^2} \tag{7.5}$$

Analysons ce risque de manière plus précise.

$$Var[w_1 R_1 + w_2 R_2] = w_1^2\,\sigma_1^2 + w_2^2\,\sigma_2^2 + 2\,w_1 w_2(\rho_{12}\,\sigma_1\,\sigma_2) \tag{7.6}$$

On voit qu'il y a, à travers la corrélation ρ, une certaine interdépendance entre les différents titres. On va d'abord regarder quel est le risque individuel de chaque titre, ensuite le risque associé à la corrélation.

Pour observer les risques individuels des titres, on reprend l'équation 7.5 avec $i = j$:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i^2}{n^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i^2}{n} = \frac{\overline{\sigma}}{n} \qquad\qquad \lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\sigma}}{n} = 0$$

On voit que si le risque est fini, ce risque individuel est éliminé plus on répartis l'allocation sur n titres.

1. Il arrive cependant que tout s'effondre, comme lors du crash de 2008. Dans ce cas, la corrélation est de 1.

Maintenant, analysons le risque associé à la corrélation. On reprend l'équation 7.5 (cette fois on a bien $i \neq j$) :

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\sigma_{ij}}{n^2} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{n-1}{n}\frac{\sigma_{ij}}{n(n-1)} = \frac{n-1}{n}\overline{\sigma_{ij}} \qquad \lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}\overline{\sigma_{ij}} = \overline{\sigma_{ij}}$$

On voit qu'il existe bien un risque systématique qui n'est pas diversifiable. Ce risque vient des conditions économiques (inflation, prix des matières premières, etc.), qui ont un impact sur tous les titres. Comme le montre la figure 7.5, il est possible d'éliminer les risques spécifiques à une action, mais il est impossible d'avoir un risque nul, quel que soit la composition du portefeuille.

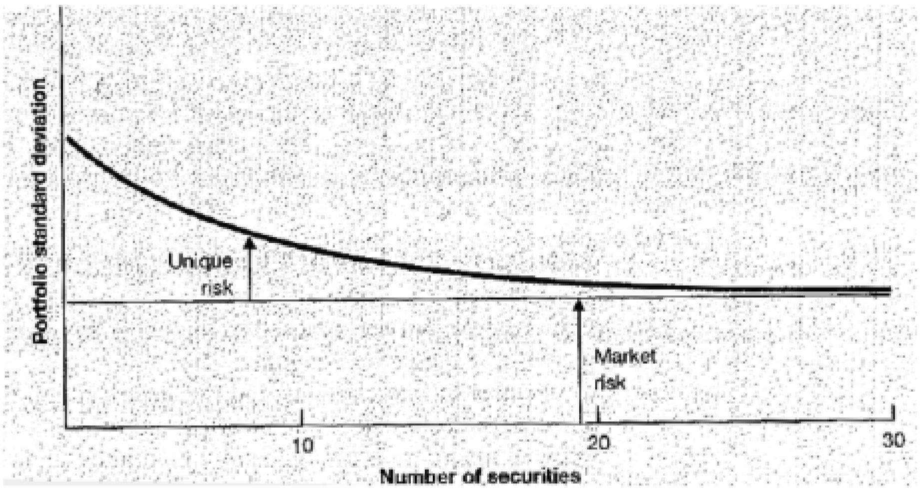


FIGURE 7.5 – Risque spécifique et risque de marché

Chapitre 8

Risque, rendement et décision d'investissement

8.1 Relation rentabilité-risque

Nous allons maintenant nous intéresser à la relation entre le risque et la rentabilité. Pour cela, nous allons d'abord établir quatre hypothèses :

1. Les rendements suivent une distribution normale
2. Il n'y a pas de coûts de transactions, de taxes ni de participations minimales
3. L'information est disponible gratuitement et tous les investisseurs reçoivent la même information. Tous les actifs sont parfaitement décrits par leur rentabilité attendue $E[R_i]$ et leur risque $\sigma[R_i]$
4. Les investisseurs maximisent leurs attentes de rentabilité pour un certain niveau de risque

La question est de savoir comment créer un portefeuille optimal. Pour cela, nous allons analyser trois cas :

1. Un marché avec 1 actif sans risque et 1 actif risqué
2. Un marché avec n actifs risqués
3. Un marché avec n actifs risqués et 1 actif sans risque

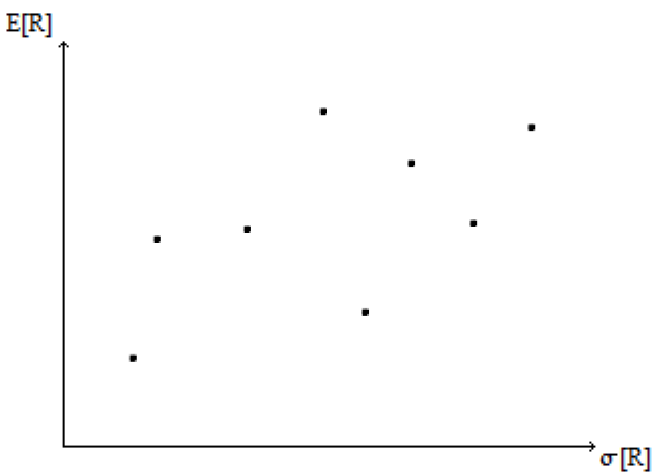


FIGURE 8.1 – Représentation du marché

8.2 Premier cas : un actif sans risque et un actif risqué

Dans ce premier cas, l'investisseur a le choix entre un actif qui offre une rentabilité certaine de R_f et un actif offrant une rentabilité $E[R_1]$ avec un risque $\sigma[R_1]$. On peut calculer l'espérance de rentabilité du portefeuille :

$$E[R_p] = w_f R_f + w_1 E[R_1]$$

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= Var[w_f R_f + w_1 R_1] \\
&= w_f^2 \sigma_f^2 + w_1^2 \sigma_1^2 + 2 w_f w_1 \, \rho_{f1} \, \sigma_f \sigma_1 \\
&= w_1^2 \sigma_1^2 \\
\sigma_p &= w_1 \sigma_1
\end{aligned}$$

$$E[R_p] = R_f + \frac{E[R_1] - R_f}{\sigma_1} \, \sigma_p$$

Comme le rendement attendu et le risque de l'actif sont donnés, on trouve une solution unique sous forme d'une droite (figure 8.2). L'investisseur peut choisir une allocation en fonction du risque qu'il est prêt a prendre : tout mettre dans l'actif sans risque, faire une combinaison des deux actifs, ou tout mettre dans l'actif risqué. Il peut même allouer plus que son budget initial dans l'actif risqué en empruntant de l'argent au taux sans risque.

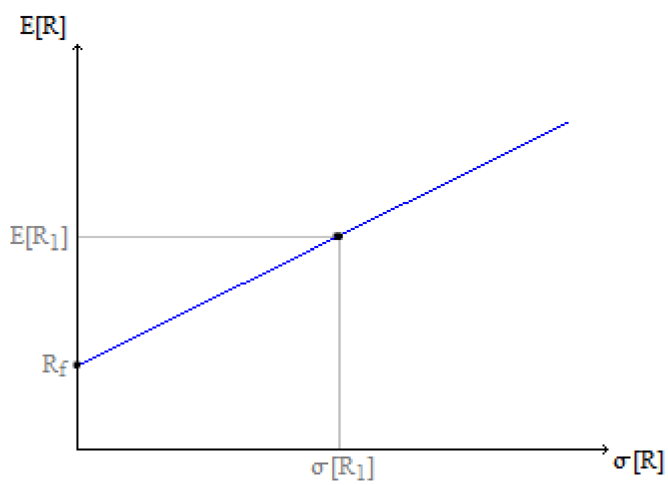


FIGURE 8.2 – 1 actif sans risque et 1 actif risqué

8.3 Deuxième cas : plusieurs actifs risqués

Nous allons commencer par analyser la situation avec deux actifs risqués, avant de généraliser pour n actifs risqués. Il y a trois cas de figure, en fonction de la corrélation entre les deux titres.

- Si $\rho_{12} = 1$
  Les titres sont parfaitement corrélés. Une variation dans le rendement d'un des titres donnera la même variation dans l'autre titre.

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= Var[w_1 R_1 + w_2 R_2] \\
&= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \, \sigma_1 \sigma_2 \\
&= (w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2)^2 \\
\sigma_p &= w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2
\end{aligned}$$

  Comme σ_1 et σ_2 sont donnés, et que $w_2 = 1 - w_1$, on retrouve une solution sous forme de droite (figure 8.3). Notons qu'il est possible d'avoir une allocation avec $\sigma_p < \sigma_1$ ou $\sigma_p > \sigma_2$ en utilisant le principe de la vente à découvert. En $t = 0$, on vend une action que l'on ne possède pas encore pour e.g. 100. En $t = 1$ on achète l'action pour la donner à l'acheteur. Si le cours est passé à 90, on a fait un profit de 10 ; si le cours est tombé à 110, on perd 10. Avec ce système, on peut par exemple avoir une allocation avec $w_1 = 1,4$ et $w_2 = -0,4$ pour avoir un risque inférieur à σ_1.

- Si $\rho_{12} = -1$
  Dans ce cas, une variation du rendement d'un titre entraine la variation inverse pour l'autre titre.

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= Var[w_1 R_1 + w_2 R_2] \\
&= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 - 2 w_1 w_2 \, \sigma_1 \sigma_2 \\
&= (w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2)^2 \\
\sigma_p &= w_1 \sigma_1 - w_2 \sigma_2
\end{aligned}$$

  Dans ce cas-ci, il n'y a plus de solution unique, sauf pour le cas où l'on veut avoir un risque 0. Si l'on a deux actifs avec des risques respectifs de 10% et 20%, on peut obtenir une allocation avec un risque 0 en prenant $w_1 = \frac{2}{3}$ et $w_2 = \frac{1}{3}$. Dans le cas d'une corrélation de -1, on peut donc obtenir un risque nul en investissant dans les deux titres (figure 8.4).

- Si $\rho_{12} = a$

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= Var[w_1 R_1 + w_2 R_2] \\
&= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2a \, w_1 w_2 \, \sigma_1 \sigma_2
\end{aligned}$$

  Dans ce cas-ci, il n'y a plus de carré parfait. La solution est donc du deuxième degré. Intuitivement, si $\rho_{12} = 0,99$, la courbe approxime la droite entre les deux actifs. Plus la corrélation baisse, la courbe prends de plus en plus la forme de celle en $\rho_{12} = -1$. Cela donne le résultat de la figure 8.5.

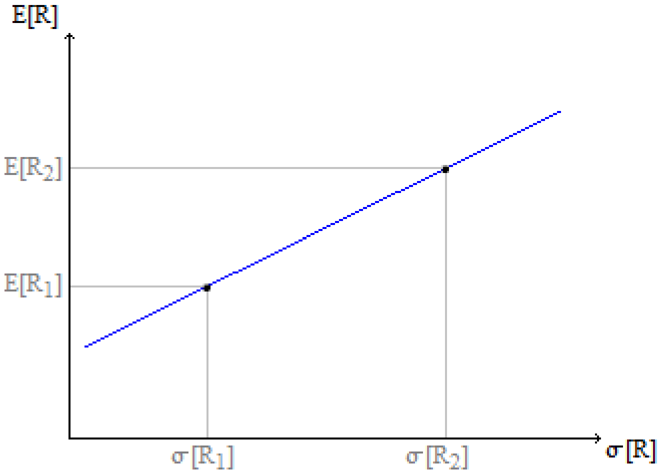


FIGURE 8.3 – 2 actifs risqués avec $\rho = 1$

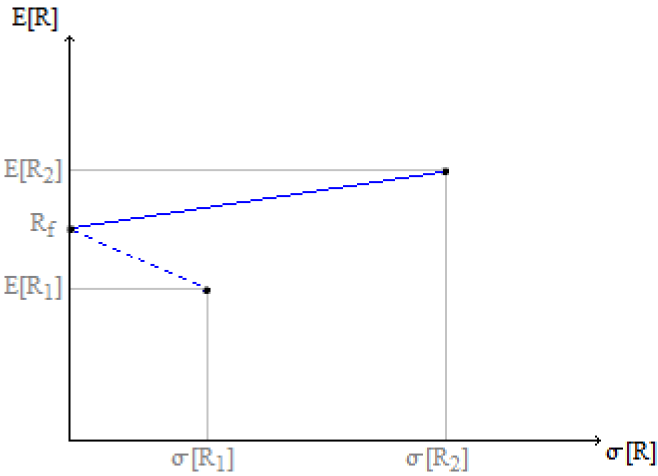


FIGURE 8.4 – 2 actifs risqués avec $\rho = -1$

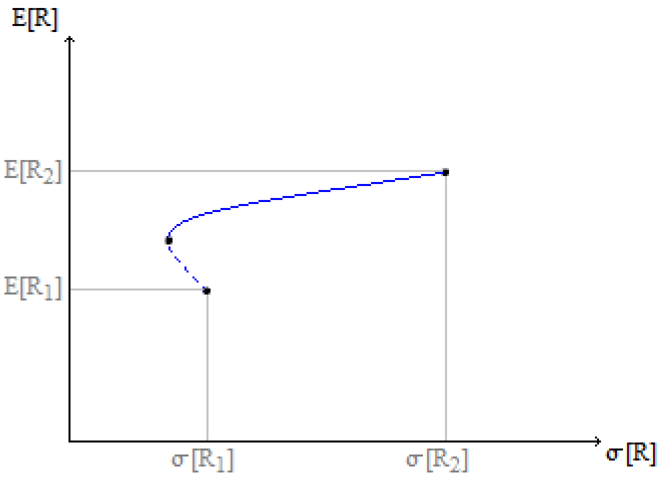


FIGURE 8.5 – 2 actifs risqués avec $\rho = a$

Généralisons maintenant avec n actifs risqués. La figure 8.6 montre ce qui se passe pour 3 actifs. On voit que la combinaison 2-3 est plus intéressant que la combinaison 1-2. Cependant, combiner les allocations optimales des deux cas donne une troisième allocation encore plus avantageuse. On peut continuer à former des allocations plus optimales en "rebouchant" à chaque fois les zones convexes. On arrive au final à une courbe d'allocation optimale hyperbolique (figure 8.7).

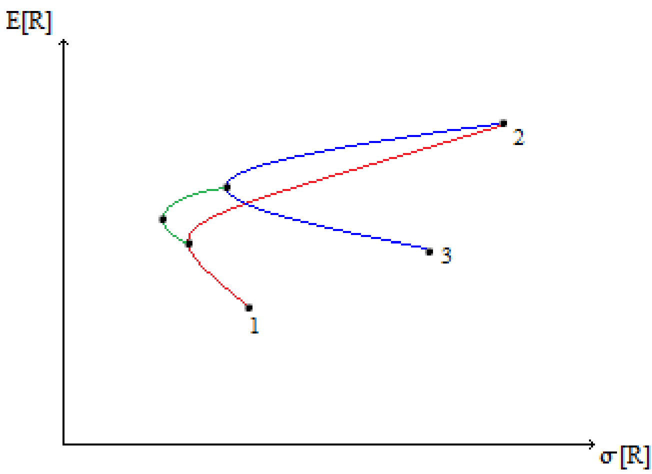


FIGURE 8.6 – 3 actifs risqués

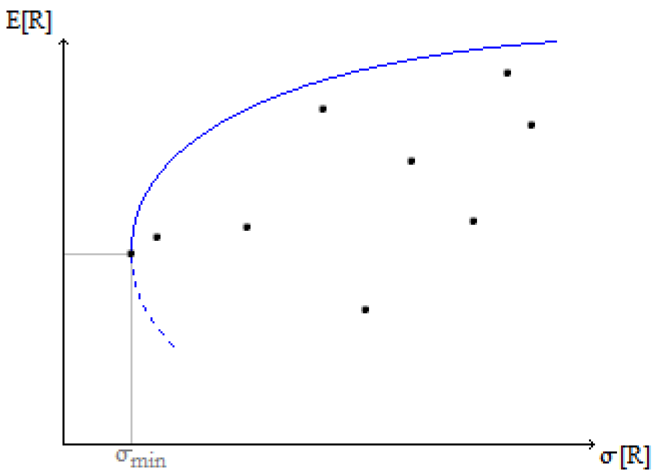


FIGURE 8.7 – n actifs risqués

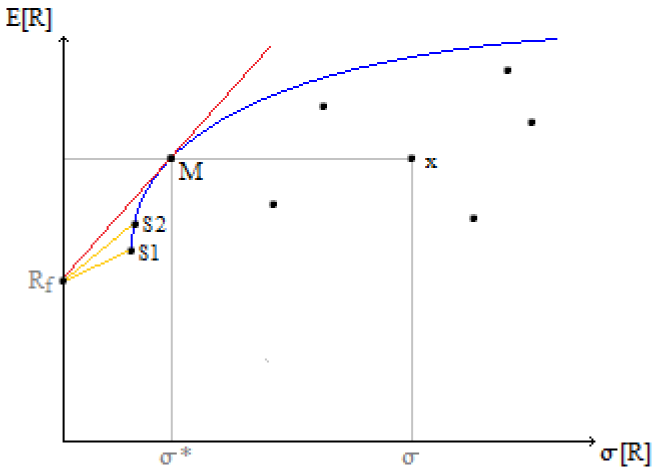


FIGURE 8.8 – n actifs risqués et 1 actif sans risque

8.4 Troisième cas : plusieurs actifs risqués et un actif sans risque

Dans le cas d'actifs risqués avec un actif sans risque, l'épargnant va constituer un portefeuille pour partie investit dans l'actif sans risque et la SICAV proposée par la banque (figure 8.8). Cependant, une autre banque peut proposer une SICAV qui donne une rentabilité supérieure pour tous les niveaux de risque. On continue jusqu'à ce que la droite soit tangente à la courbe d'allocation optimale des actifs risqués. On appelle cette droite la *capital market line* (CPL). L'investisseur choisit son allocation entre R_f et le portefeuille de marché M. Changer cette allocation est la seule manière efficiente de changer le risque. Il ne prend donc jamais une action x, car il peut enlever une bonne partie du risque pour un rendement similaire.

$$E[R_p] = R_f + \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M}\,\sigma_p \tag{8.1}$$

$$\frac{E[R_p] - R_f}{\sigma_p} = \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} \tag{8.2}$$

La prime de risque (le prix du marché pour le risque) est la même pour chaque portefeuille efficient : $\frac{E[R_M]-R_f}{\sigma_M}$. Dans la pratique, il y a moyen d'investir dans différents marchés, qui ont chacun leur risques propres, e.g. la zone euro, le marché US, le marché des pays émergents, etc.

Si l'on suppose que tous les investisseurs ont la même information et qu'ils résolvent le même problème d'optimisation, ils sélectionnent tous un portefeuille sur la même CML. On a par exemple :

		Investisseur A		Investisseur B				
		5000		6000				
		w_f	w_M	w_f	w_M			
		20%	80%	50%	50%			
		1000	4000	3000	3000			
	w_i					Taille de l'entrepr.	Nombre de parts	Prix
Entr. 1	15%		600		450	1050	25	42
Entr. 2	30%		1200		900	2100	100	21
Entr. 3	55%		2200		1650	3850	200	19,25

Une fois que chacun a trouvé son allocation optimale, les prix des actions sont à l'équilibre, ainsi que les rendements attendus. Tous les investisseurs on le même portefeuille d'actifs risqués. Le poids de chaque action est égal à sa capitalisation relative de marché. Les indices boursiers (e.g. BEL20, CAC40, etc.) sont des portefeuilles optimaux.

8.5 CAPM et coût du capital

Nous allons maintenant regarder le *capital asset pricing model* (CAPM). Les investisseurs peuvent enlever le risque spécifique en diversifiant leur portefeuille. Le seul risque restant est le risque systématique ; ce qui importe donc est la contribution marginale d'une action spécifique au risque systématique du portefeuille optimal (et bien diversifié) M.

$$\frac{\partial \sigma_M}{\partial w_i} = \frac{1}{\sigma_M} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_j = \rho_{iM} \sigma_M \tag{8.3}$$

Comme le rendement attendu d'un portefeuille bien diversifié est le taux sans risque plus le prix du marché pour le risque fois le risque total (le risque systématique) (équation 8.1), le rendement attendu d'un actif en particulier doit être le taux sans risque plus le prix du marché pour le risque fois la contribution marginale de l'action dans le risque systématique :

$$E[R_i] = R_f + \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} \cdot \frac{\partial \sigma_M}{\partial w_i} = R_f + \frac{E[R_M] - R_f}{\sigma_M} \rho_{iM} \sigma_i \tag{8.4}$$

On peut mettre en évidence un facteur β_i, qui mesure la contribution du titre au risque de M :

$$E[R_i] = R_f + \beta_i \left(E[R_M] - R_f\right) \qquad \Longrightarrow \qquad \beta_i = \frac{\frac{\partial \sigma_M}{\partial w_i}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{ij} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \tag{8.5}$$

Terminons par analyser le coût du capital. On a d'abord le coût de la dette :

$$K_D = E[R_D] \cdot (1 - \tau) = (YTM(gvt) + Spread) \cdot (1 - \tau) \tag{8.6}$$

où τ désigne le taux d'imposition. Ensuite, on a le coût des fonds propres :

$$K_E = E[R_E] = R_f + \beta(E[R_M] - R_f) \tag{8.7}$$

On utilise le coût marginal du capital, i.e. le coût des nouveaux besoins financiers, pour la décision d'investissement. Le coût pondéré du capital (*weighted average cost of capital*, $WACC$) est la somme pondérée de coût de la dette et du coût des fonds propres :

$$WACC = \frac{D}{D+E} K_D + \frac{E}{D+E} K_E \tag{8.8}$$