

## LÓGICA PROPOSICIONAL (continuação)

### 8. Tautologias, Contradições e Contingências

**TAUTOLOGIA:** proposição composta que é sempre *verdadeira*, independentemente do valor lógico das proposições simples que a compõem.

**CONTRADIÇÃO:** proposição composta cujo valor lógico é sempre *falso*, independentemente do valor lógico das proposições simples que a compõem.

As demais proposições compostas serão denominadas **CONTINGENTES** ou **INDETERMINADAS**.

### EXERCÍCIOS TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS

- 1) Construir a **tabela-verdade** para cada uma das fórmulas (proposições compostas) a seguir. Classificar as proposições compostas em **tautologia**, **contradição** ou **contingência**.

(a)  $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$

P	Q	$P \wedge Q$	$Q \rightarrow (P \wedge Q)$	$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

(b)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \wedge R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)$	$P \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R) \rightarrow (P \rightarrow R))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

(c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

(d)  $(p \wedge q) \vee r$

P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \vee R$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

$$(e) \ p \wedge (q \vee r)$$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

$$(f) \ (p \vee \neg q) \rightarrow r$$

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$(P \vee \neg Q) \rightarrow R$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

$$(g) \ p \wedge (\neg q \leftrightarrow \neg r)$$

P	Q	R	$\sim Q$	$\sim R$	$\sim Q \leftrightarrow \sim R$	$P \wedge (\sim Q \leftrightarrow \sim R)$
V	V	V				
V	V	F				
V	F	V				
V	F	F				
F	V	V				
F	V	F				
F	F	V				
F	F	F				

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

$$(h) \ (p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((\neg q \vee \neg r) \rightarrow p)$$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \vee (Q \wedge R)$	$\sim Q$	$\sim R$	$\sim Q \vee \sim R$	$(\sim Q \vee \sim R) \rightarrow P$	$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((\sim Q \vee \sim R) \rightarrow P)$
V	V	V							
V	V	F							
V	F	V							
V	F	F							
F	V	V							
F	V	F							
F	F	V							
F	F	F							

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

(i)  $p \vee (q \wedge (p \vee (\neg q \wedge r)))$

P	Q	R	$\sim Q$	$\sim Q \wedge R$	$P \vee (\sim Q \wedge R)$	$Q \wedge (P \vee (\sim Q \wedge R))$	$P \vee (Q \wedge (P \vee (\sim Q \wedge R)))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

(j)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \wedge R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)$	$P \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow (P \rightarrow R)$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

A proposição é uma \_\_\_\_\_.

2) Mostrar que as proposições compostas a seguir são **tautologias**.

*Demonstração por meio da tabela-verdade.*

(a)  $(\neg\neg p) \leftrightarrow p$

P	$\sim P$	$\sim(\sim P)$	$\sim(\sim P) \leftrightarrow P$
V			
F			

(b)  $(\neg(p \wedge q)) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \vee \sim Q$	$(\sim(P \wedge Q)) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

(c)  $(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

P	Q	$P \vee Q$	$\sim(P \vee Q)$	$\sim P$	$\sim Q$	$\sim P \wedge \sim Q$	$(\sim(P \vee Q)) \leftrightarrow (\sim P \wedge \sim Q)$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

(d)  $(\neg(p \rightarrow q)) \leftrightarrow (p \wedge (\neg q))$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\sim(P \rightarrow Q)$	$\sim Q$	$P \wedge \sim Q$	$(\sim(P \rightarrow Q)) \leftrightarrow (P \wedge \sim Q)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					