10. Implicação Lógica

- Definição:

Uma fórmula ou proposição **A** ***implica*** uma fórmula ou proposição **B** se, se somente se, **A** → **B** for uma implicação tautológica.

símbolo: ⇒

– Principais Implicações Lógicas (Regras de Inferência):

(a) ADIÇÃO

$$X \Rightarrow X \vee Y$$

(b) SIMPLIFICAÇÃO

$$X \wedge Y \Rightarrow X$$
$$X \wedge Y \Rightarrow Y$$

(c) CONJUNÇÃO

$$X \wedge Y \Rightarrow Y \wedge X$$

(d) ABSORÇÃO

$$X \rightarrow Y \Rightarrow X \rightarrow (X \wedge Y)$$

(e) MODUS PONENS

$$(X \rightarrow Y) \wedge X \Rightarrow Y$$

(f) MODUS TOLLENS

$$(X \rightarrow Y) \wedge \sim Y \Rightarrow \sim X$$

(g) DILEMA CONSTRUTIVO

$$(X \rightarrow Y) \wedge (Z \rightarrow W) \wedge (X \vee Z) \Rightarrow Y \vee W$$

(h) DILEMA DESTRUTIVO

$$(X \rightarrow Y) \wedge (Z \rightarrow W) \wedge (\sim Y \vee \sim W) \Rightarrow \sim X \vee \sim Z$$

(i) SILOGISMO DISJUNTIVO

$$(X \vee Y) \wedge \sim X \Rightarrow Y$$
$$(X \vee Y) \wedge \sim Y \Rightarrow X$$

(j) SILOGISMO HIPOTÉTICO

$$(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow Z) \Rightarrow X \rightarrow Z$$

(k) EXPORTAÇÃO

$$(X \wedge Y) \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$$

(l) IMPORTAÇÃO

$$X \rightarrow (Y \rightarrow Z) \Rightarrow (X \wedge Y) \rightarrow Z$$

EXERCÍCIOS - *IMPLICAÇÕES LÓGICAS*

Demonstrar a validade das inferências a seguir, utilizando a tabela-verdade.

ADIÇÃO

$A \Rightarrow A \vee B$

A	B	A ∨ B	A → A ∨ B
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

SIMPLIFICAÇÃO

$A \wedge B \Rightarrow A$

A	B	A ∧ B	A ∧ B → A
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

ABSORÇÃO

$A \rightarrow B \Rightarrow A \rightarrow (A \wedge B)$

A	B	A → B	A ∧ B	A → (A ∧ B)	(A → B) → (A → (A ∧ B))
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

MODUS PONENS

$(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$

A	B	A → B	(A → B) ∧ A	((A → B) ∧ A) → B
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

MODUS TOLLENS

$(A \rightarrow B) \wedge \sim B \Rightarrow \sim A$

A	B	A → B	(A → B) ∧ ~B	((A → B) ∧ ~B) → ~A
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

DILEMA CONSTRUTIVO

$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C) \Rightarrow B \vee D$

A	B	C	D	$A \rightarrow B$	$C \rightarrow D$	$A \vee C$	$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C)$	$B \vee D$	$X \rightarrow Y$
V	V	V	V						
V	V	V	F						
V	V	F	V						
V	V	F	F						
V	F	V	V						
V	F	V	F						
V	F	F	V						
V	F	F	F						
F	V	V	V						
F	V	V	F						
F	V	F	V						
F	V	F	F						
F	F	V	V						
F	F	V	F						
F	F	F	V						
F	F	F	F						

DILEMA DESTRUTIVO

$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\sim B \vee \sim D) \Rightarrow \ \sim A \vee \sim C$

A	B	C	D	A → B	C → D	~B ∨~D	(A → B) ∧ (C → D) ∧ (~B ∨~D)	~A ∨ ~C	X → Y
V	V	V	V						
V	V	V	F						
V	V	F	V						
V	V	F	F						
V	F	V	V						
V	F	V	F						
V	F	F	V						
V	F	F	F						
F	V	V	V						
F	V	V	F						
F	V	F	V						
F	V	F	F						
F	F	V	V						
F	F	V	F						
F	F	F	V						
F	F	F	F						

SILOGISMO DISJUNTIVO

$(A \vee B) \wedge \sim A \Rightarrow \ B$

A	B	A ∨ B	~A	(A ∨ B) ∧ ~A	(A ∨ B) ∧ ~A → B
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

CAMPUS SÃO JOSÉ
CURSO: ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS
LÓGICA MATEMÁTICA

SILOGISMO HIPOTÉTICO

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow A \rightarrow C$

A	B	C	A → B	B → C	(A → B) ∧ (B → C)	A → C	((A → B) ∧ (B → C)) → (A → C)
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

EXPORTAÇÃO: $(A \wedge B) \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow (B \rightarrow C)$

A	B	C	A ∧ B	(A ∧ B) → C	B → C	A → (B → C)	((A ∧ B) → C) → (A → (B → C))
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

IMPORTAÇÃO: $A \rightarrow (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \wedge B) \rightarrow C$

A	B	C	B → C	A → (B → C)	A ∧ B	(A ∧ B) → C	(A → (B → C)) → ((A ∧ B) → C)
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					