

9. Equivalência Lógica

– Definição:

Uma fórmula ou proposição **X** é **equivalente** a uma fórmula ou proposição **Y** se, e somente se, $X \leftrightarrow Y$ for uma equivalência tautológica.

símbolo : \Leftrightarrow ($X \Leftrightarrow Y$)

– Principais Equivalências:

(a) IDEMPOTÊNCIA

$$X \wedge X \Leftrightarrow X$$

$$X \vee X \Leftrightarrow X$$

(b) COMUTAÇÃO

$$X \wedge Y \Leftrightarrow Y \wedge X$$

$$X \vee Y \Leftrightarrow Y \vee X$$

(c) ASSOCIAÇÃO

$$(X \wedge Y) \wedge Z \Leftrightarrow X \wedge (Y \wedge Z)$$

$$(X \vee Y) \vee Z \Leftrightarrow X \vee (Y \vee Z)$$

(d) DISTRIBUIÇÃO

$$X \wedge (Y \vee Z) \Leftrightarrow (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$$

$$X \vee (Y \wedge Z) \Leftrightarrow (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$$

$$X \rightarrow (Y \wedge Z) \Leftrightarrow (X \rightarrow Y) \wedge (X \rightarrow Z)$$

$$X \rightarrow (Y \vee Z) \Leftrightarrow (X \rightarrow Y) \vee (X \rightarrow Z)$$

(e) TEOREMAS DE MORGAN

$$\sim(X \vee Y) \Leftrightarrow \sim X \wedge \sim Y$$

$$\sim(X \wedge Y) \Leftrightarrow \sim X \vee \sim Y$$

(f) DUPLA NEGAÇÃO

$$\sim(\sim X) \Leftrightarrow X$$

(g) IMPLICAÇÃO MATERIAL

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow \sim X \vee Y$$

(h) EQUIVALÊNCIA MATERIAL

$$X \leftrightarrow Y \Leftrightarrow (X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow X)$$

$$X \leftrightarrow Y \Leftrightarrow (X \wedge Y) \vee (\sim X \wedge \sim Y)$$

(i) NEGAÇÃO DA IMPLICAÇÃO MATERIAL

$$\sim(X \rightarrow Y) \Leftrightarrow X \wedge \sim Y$$

(j) TRANSPOSIÇÃO (CONTRAPOSIÇÃO)

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow \sim Y \rightarrow \sim X$$

(k) IMPORTAÇÃO/EXPORTAÇÃO

$$(X \wedge Y) \rightarrow Z \Leftrightarrow X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$$

(l) ABSURDO

$$X \rightarrow (Y \wedge \sim Y) \Leftrightarrow \sim X$$

EXERCÍCIOS - EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Demonstrar a validade das inferências a seguir, utilizando a tabela-verdade.

ASSOCIAÇÃO 1

$$(A \wedge B) \wedge C \iff A \wedge (B \wedge C)$$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \wedge C$	$B \wedge C$	$A \wedge (B \wedge C)$	$((A \wedge B) \wedge C) \leftrightarrow (A \wedge (B \wedge C))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

ASSOCIAÇÃO 2

$$(A \vee B) \vee C \iff A \vee (B \vee C)$$

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee C$	$B \vee C$	$A \vee (B \vee C)$	$((A \vee B) \vee C) \leftrightarrow (A \vee (B \vee C))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

DISTRIBUIÇÃO 1

$$A \wedge (B \vee C) \iff (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	$(A \wedge (B \vee C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

DISTRIBUIÇÃO 2

$$A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	$(A \vee (B \wedge C)) \leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

DISTRIBUIÇÃO 3

$$A \rightarrow (B \wedge C) \iff (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \rightarrow (B \wedge C)$	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$	$(A \rightarrow (B \wedge C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C))$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

DISTRIBUIÇÃO 4

$$A \rightarrow (B \vee C) \iff (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$$

A	B	C	$B \vee C$	$A \rightarrow (B \vee C)$	$A \rightarrow B$	$A \rightarrow C$	$(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$	$(A \rightarrow (B \vee C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C))$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

TEOREMAS DE MORGAN

$$\sim(A \vee B) \iff \sim A \wedge \sim B$$

A	B	$A \vee B$	$\sim(A \vee B)$	$\sim A$	$\sim B$	$\sim A \wedge \sim B$	$\sim(A \vee B) \leftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

$$\sim(A \wedge B) \iff \sim A \vee \sim B$$

A	B	$A \wedge B$	$\sim(A \wedge B)$	$\sim A$	$\sim B$	$\sim A \vee \sim B$	$\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

IMPLICAÇÃO MATERIAL

$$A \rightarrow B \iff \sim A \vee B$$

A	B	$A \rightarrow B$	$\sim A$	$\sim A \vee B$	$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim A \vee B)$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

NEGAÇÃO DA IMPLICAÇÃO MATERIAL

$$\sim(A \rightarrow B) \iff A \wedge \sim B$$

A	B	$A \rightarrow B$	$\sim(A \rightarrow B)$	$\sim B$	$A \wedge \sim B$	$\sim(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \sim B)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

IMPORTAÇÃO/EXPORTAÇÃO

$$(A \wedge B) \rightarrow C \iff A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \rightarrow C$	$B \rightarrow C$	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

ABSURDO

$$A \rightarrow (B \wedge \sim B) \iff \sim A$$

A	B	$B \wedge \sim B$	$A \rightarrow (B \wedge \sim B)$	$(A \rightarrow (B \wedge \sim B)) \leftrightarrow \sim A$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			