

CST Análise e Desenvolvimento de Sistemas AOC786201 - Fundamentos de Arquitetura e Organização de Computadores

Sistemas de Numeração

Para que servem os números?

O ser humano precisa contar para determinar quantidades de coisas, com as quantidades ele pode fazer operações matemáticas e comparações.

- Assim, os números permitem representar quantidades de forma simbólica.
- Os símbolos utilizados são chamados de dígitos.
- Em alguns sistemas a posição do símbolo faz diferença (sistemas posicionais), enquanto que em outros o símbolo já representa a quantidade.
- Dependendo do sistema podem existir diferentes tipos e quantidades de símbolos.
- Um exemplo: *O sistema decimal usa-se os dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9). Esse sistema também é posicional, pois 09 é diferente de*

Sistema decimal

Características do sistema decimal:

- Utiliza 10 símbolos (dígitos). 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9
- Ele é um sistema posicional, onde a posição do dígito tem um peso dado pela base (10) elevado ao expoente da posição.
- Assim, o número representado **135**, corresponde a **1** centena ($10^2 = 100$), **3** dezenas ($10^1 = 10$) e **5** unidades ($10^0 = 1$).

$$\begin{array}{rclclcl} 1 * 10^2 & + & 3 * 10^1 & + & 5 * 10^0 & = \\ 1 * 100 & + & 3 * 10 & + & 5 * 1 & = \\ 100 & + & 30 & + & 5 & = 135 \end{array}$$

Sistema decimal

Com o sistema podemos

- contar quantidades,
- representar quantidades inteiras e fracionárias,
- fazer operações de soma, subtração, multiplicação, divisão, entre outras;
- comparar valores (quantidades).

Por exemplo:

..., 34, 35, 36, 37, ...

$$21 + 46 + 100 = 100 + 20 + 40 + 1 + 6 = 100 + 60 + 7 = 167;$$

$$3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18;$$

$$35/7 = (5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5)/7 = (5 \times 7)/7 = 5;$$

$$12/10 = 1,2$$

$$145 > 14,5; \quad 230 = 2,3 \times 10^2$$

Existem outros sistemas de numeração que interessam?

Sim. Nos computadores e circuitos digitais, para fazer a representação de números são utilizadas normalmente duas tensões, sendo uma para representar o dígito “0” (0 volt), e outra para representar o dígito “1” (X volts).

- Este sistema é chamado de **sistema binário**, pois só tem dois dígitos (1 e 0).
- Da mesma forma que o sistema decimal ele é posicional, e permite representar quantidades e fazer operações matemáticas e comparações
- Outro sistema que é usado para representar os números binários é o **sistema hexadecimal** e também o **sistema octal** (já em desuso).

Sistema binário

Características do sistema binário:

- Utiliza 2 símbolos (dígitos). 0 e 1
- Ele é um sistema posicional, onde a posição do dígito tem um peso dado pela base (2) elevado ao expoente da posição
- Assim, o número representado **111**, corresponde a **1** quadra ($2^2 = 4$), **1** dupla ($2^1 = 2$) e **1** unidade ($2^0 = 1$).

$$\begin{array}{rccccccc} 1 * 2^2 & + & 1 * 2^1 & + & 1 * 2^0 & = & \\ 1 * 4 & + & 1 * 2 & + & 1 * 1 & = & \\ 4 & + & 2 & + & 1 & = & 7 \end{array}$$

Sistema binário

Com o sistema podemos

- contar quantidades,
- representar quantidades inteiras e fracionárias,
- fazer operações de soma, subtração, multiplicação, divisão, entre outras;
- comparar valores (quantidades).

Por exemplo:

..., 100, 101, 110, 111, ...

$$101 + 110 = 1*4 + 1*1 + 1*4 + 1*2 = 1*8 + 1*2 + 1 = 1011;$$

$$* 11 * 101 = 101 + 101 + 101 = 1111;$$

$$110 / 10 = (11 + 11) / 10 = 11;$$

$$101 / 10 = 10,1$$

$$1100101 > 10100; 101 = 1,01 \times 2^2$$

Os pesos dos dígitos no sistema binário

peso	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
peso	128	64	32	16	8	4	2	1
binário	1	0	1	1	0	1	0	1

$$1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$
$$128 + 32 + 16 + 4 + 1 = 181$$

Sistema hexadecimal

Características do sistema hexadecimal:

- É utilizado para representação simplificada do sistema binário.
- Utiliza 16 símbolos (dígitos). 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. onde os dígitos A a F representam as quantidades 10 a 15 respectivamente.
- Ele é um sistema posicional, onde a posição do dígito tem um peso dado pela base (16) elevado ao expoente da posição.
- Assim, o número representado **A47**, corresponde a $A (10) * (16^2 = 256)$, $4 * (16^1 = 16)$ e $7 * (16^0 = 1)$.

$$\begin{array}{rclclcl} A * 16^2 & + & 4 * 16^1 & + & 7 * 16^0 & \\ 10 * 256 & + & 4 * 16 & + & 7 * 1 & \\ 2560 & + & 64 & + & 7 & = 2631 \end{array}$$

Como saber que sistema é usado?

Para não confundir 10 com 10, é necessário utilizar uma notação quando se está trabalhando com mais de um sistema ao mesmo tempo.

Exemplos de notações utilizadas:

- As quantidades 5, 257 e 101 são representadas por 101_2 , 101_{16} , 101_{10} nos sistemas binário, hexadecimal e decimal.
- A quantidade 168 é representada por 10110101_2 , $A8_{16}$, 168_{10} nos sistemas binário, hexadecimal e decimal.

Assim podemos dizer que só existem 10 tipos de pessoas, as que entendem sistema binário e as que não entendem.

Outros sistemas

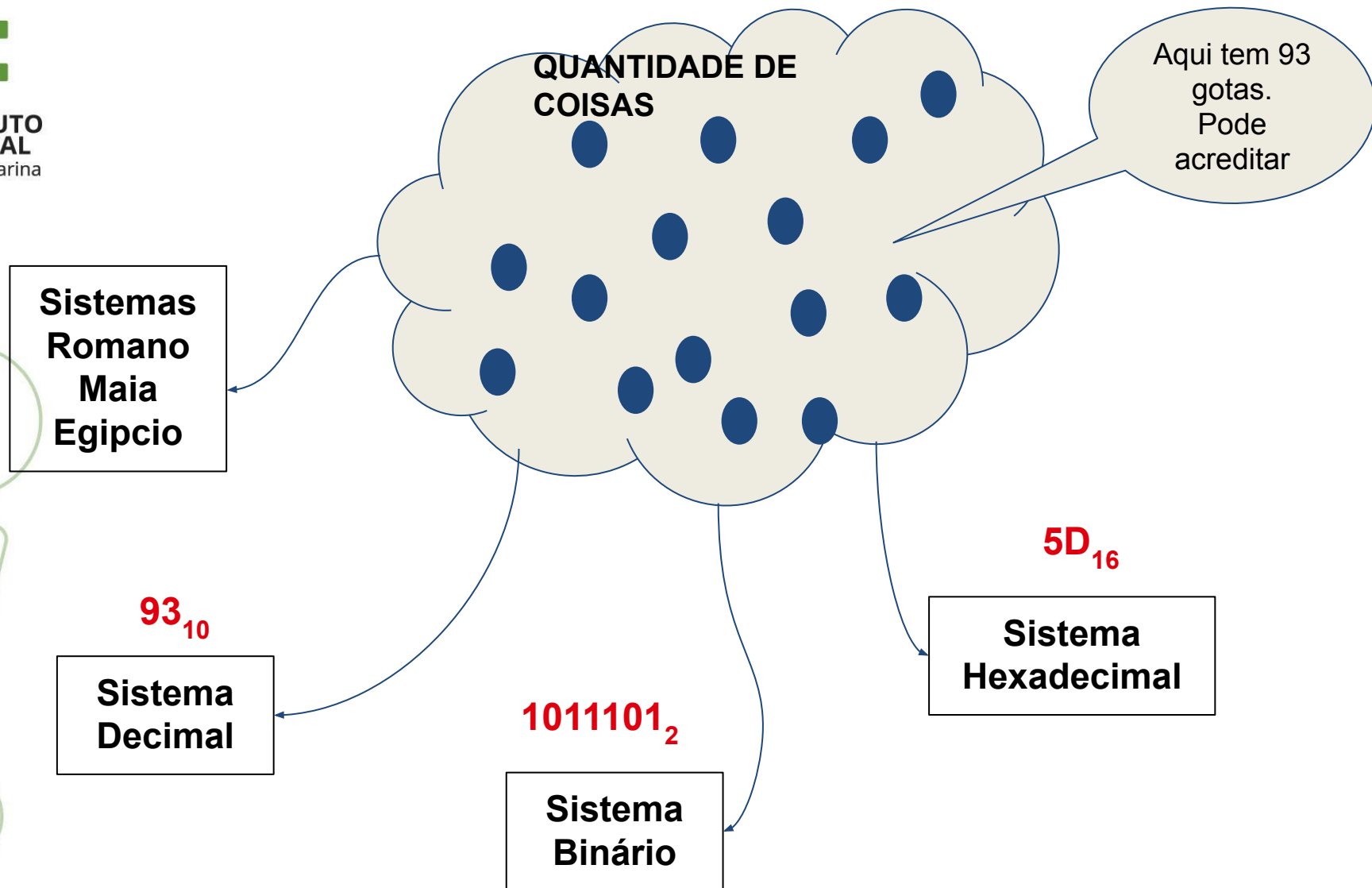
- Sistema octal (Base 8)
- Sistema egípcio hieroglífico,
- Sistema Romano
- Sistema Maia
- Sistema Guarani

Estes sistemas têm apenas interesse histórico, pois não são mais utilizados na prática.

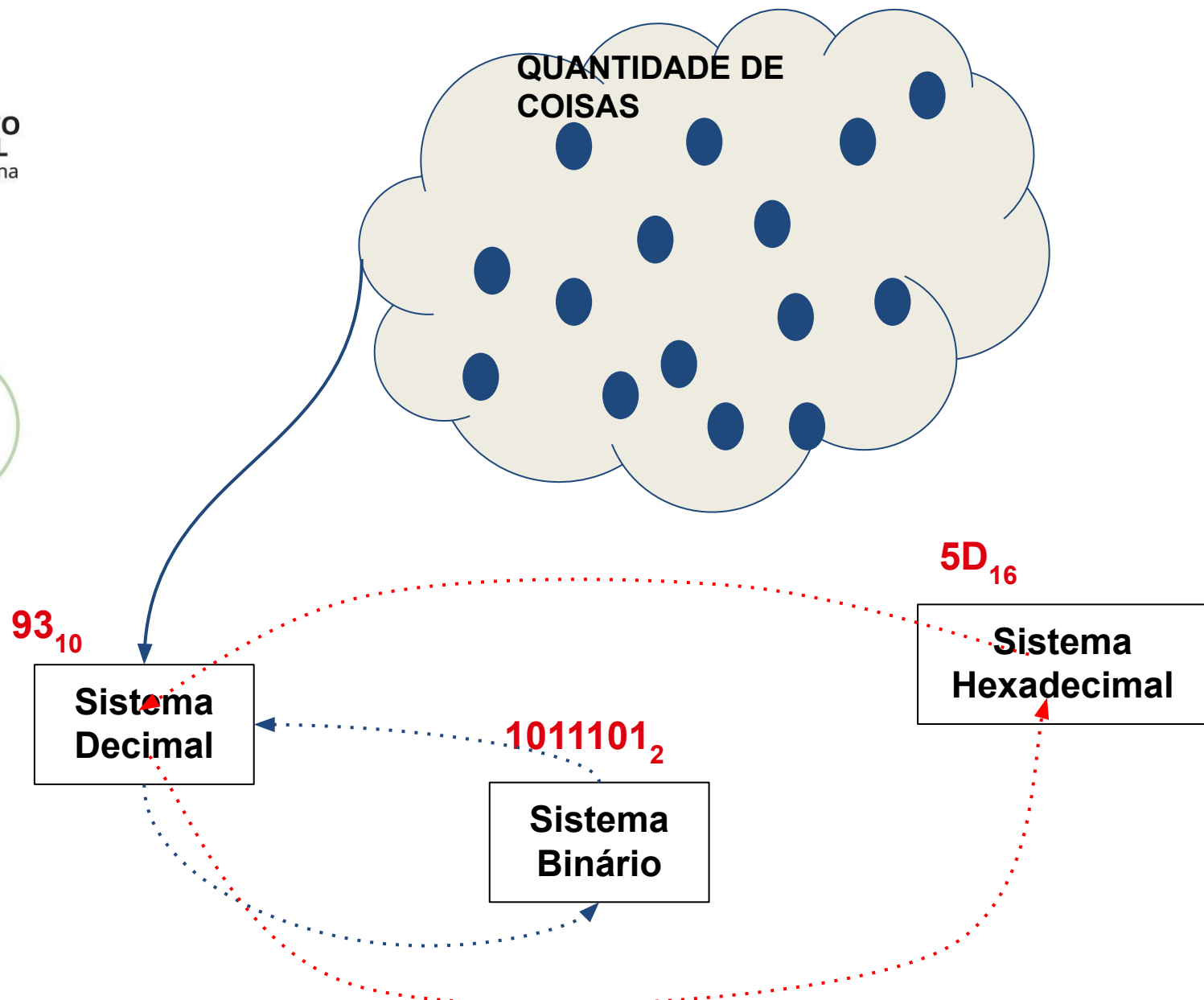
Como posso fazer a conversão de um sistema para outro?

Existem vários métodos para fazer a conversão, desde o tradicional método de dividir ou multiplicar pela base, até métodos mais rápidos como usar os pesos dos dígitos, tabelas de conversão rápida e ainda as calculadoras e softwares online para conversão.

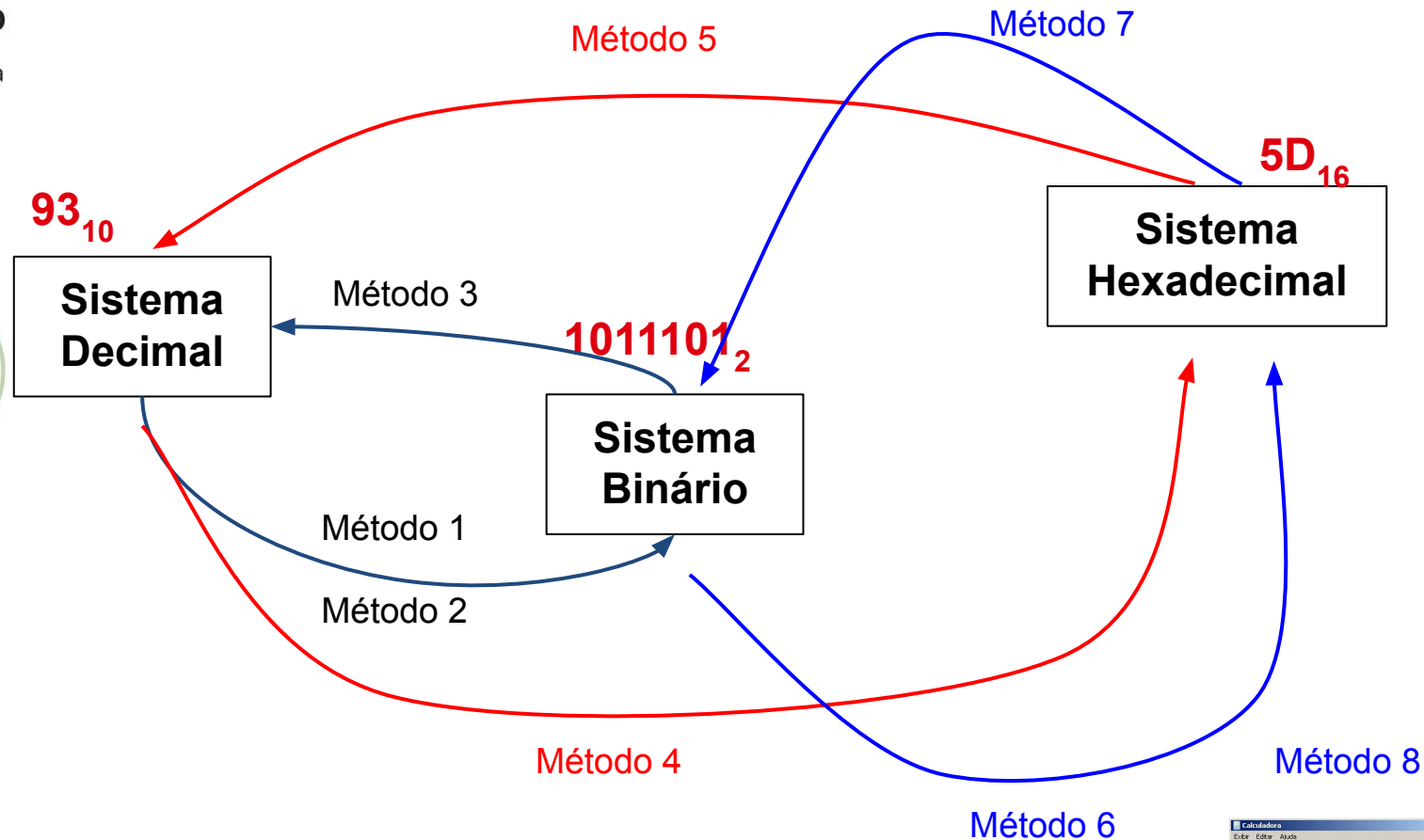
Vamos entender como isso acontece.



- A quantidade de objetos pode ser contada e ser representada nos diversos sistemas numéricos.
- Você consegue imaginar um método para fazer essa contagem em cada um deles?



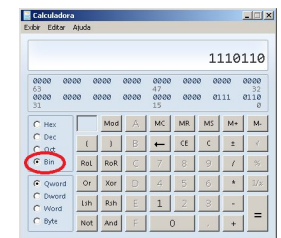
Será que dá para fazer a conversão do valor do sistema decimal para o binário e hexadecimal?



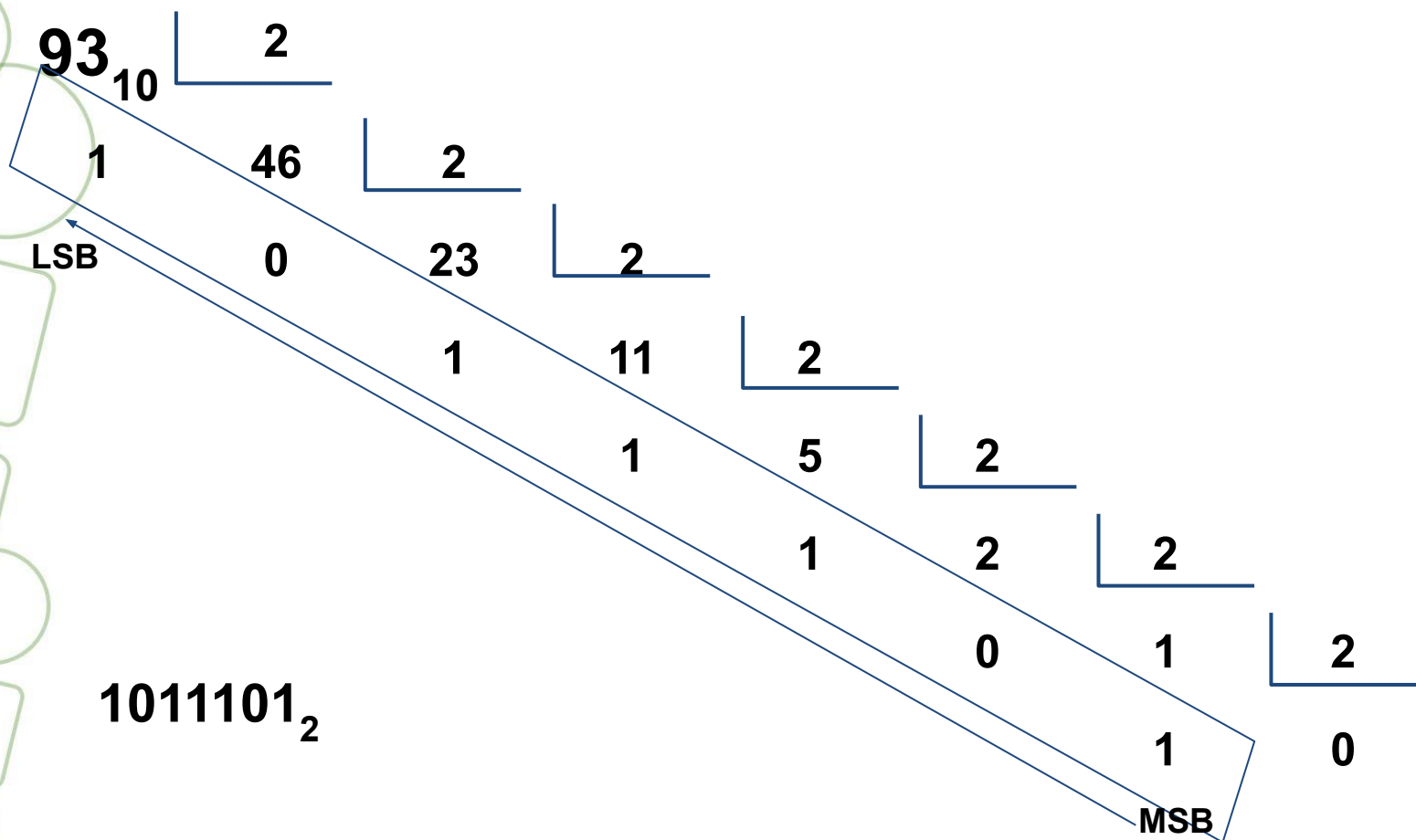
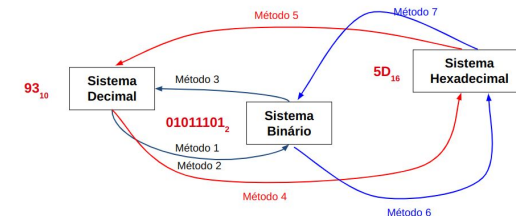
Será que dá para fazer a conversão do valor do sistema decimal para o binário e hexadecimal?

Sim,

Mas quantos métodos de conversão existem?



Método 1 - Decimal para Binário (Divisão por 2)

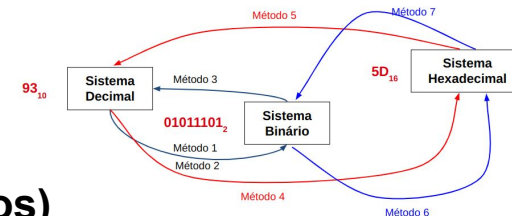


Método 2 - Decimal para Binário (Subtraindo os pesos)

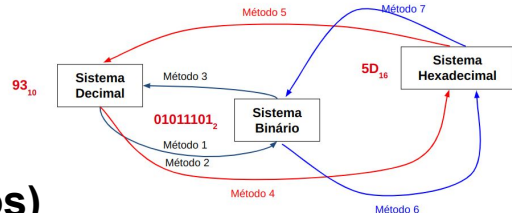
93_{10}

bit	7	6	5	4	3	2	1	0
peso	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
peso	128	64	32	16	8	4	2	1
binário								

- Comece pelo maior peso que é menor que o resto que você tem, começando com o valor original
- Repita até chegar ao peso 1.



Método 2 - Decimal para Binário (Subtraindo os pesos)



93_{10}

bit	7	6	5	4	3	2	1	0
peso	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
peso	128	64	32	16	8	4	2	1
binário	0	1	0	1	1	1	0	1

$93 < 128$ então não tem 128 (bit 7 = 0)

$93 \geq 64$, então **tem 64**, e resta $93 - 64 = 29$; (bit 6 = 1)

$29 < 32$, então não tem 32. (bit 5 = 0)

$29 \geq 16$, então **tem 16**, e resta $29 - 16 = 13$; (bit 4 = 1)

$13 \geq 8$, então **tem 8**, e resta $13 - 8 = 5$; (bit 3 = 1)

$5 \geq 4$, então **tem 4**, e resta $5 - 4 = 1$; (bit 2 = 1)

$1 < 2$, então não tem 2. (bit 1 = 0)

$1 \geq 1$, então **tem 1**, e resta NADA; (bit 0 = 1)

01011101_2

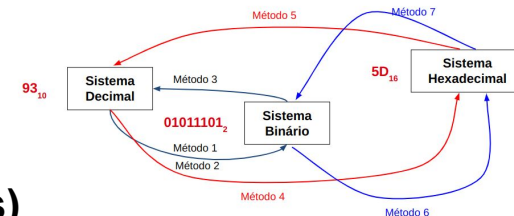
Método 3 - Binário para Decimal (Somando os pesos)

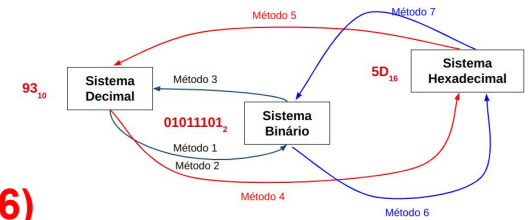
1011101_2

bit	7	6	5	4	3	2	1	0
peso	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
peso	128	64	32	16	8	4	2	1
binário	0	1	0	1	1	1	0	1

- Coloque os bits em ordem na tabela e coloque os pesos sobre eles.
- Se o bit for 1, some o peso da posição
se for 0, $0 \times \text{qualquer_coisa} = 0$

$$1011101_2 = 64 + 16 + 8 + 4 + 1 = 93_{10}$$





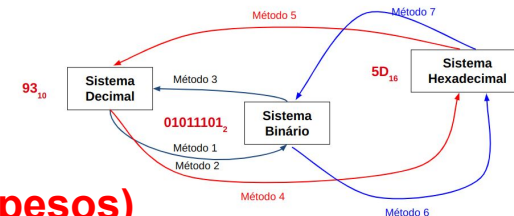
- Divida o número decimal por 16 até resultar 0 (zero).
- Os restos das divisões são os dígitos do número hexadecimal correspondente.
- Substituindo (10 por A, 11 por B, 12 por C, 13 por D, 14 por E e 15 por F

93 ₁₀	16	•	co S F
-80	5	16	
13	-0	0	
D	5		

$$93_{10} = 5 \times 16 + 13 \times 1$$

$$93_{10} = 5 \times 16 + \mathbf{D} \times 1 = 5\mathbf{D}_{16}$$

$$93_{10} = 5 \times 16^1 + \mathbf{D} \times 16^0 = 5\mathbf{D}_{16}$$



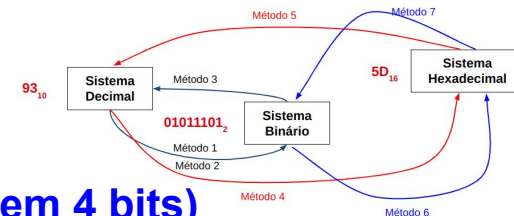
Método 5 - Hexadecimal para Decimal (Somando os pesos)

$5D_{16}$

peso	16^3	16^2	16^1	16^0
peso	4096	256	16	1
hexadecimal	0	0	5	$D \Rightarrow 13$

- Coloque os dígitos em ordem na tabela e coloque os pesos sobre eles.
- Multiplique o valor dos dígitos pelos pesos, some

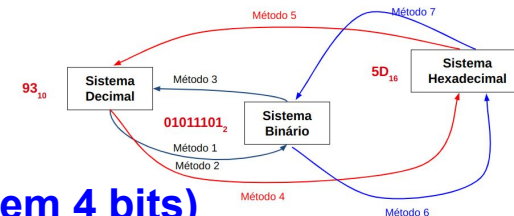
$$5D_{16} = 5 \times 16 + 13 \times 1 = 93_{10}$$



Método 6 - Binário para Hexadecimal (converte de 4 em 4 bits)

- Agrupe os bits em grupos de 4 começando pelo LSB
- Para cada grupo de 4 bits, consulte a tabela e substitua pelo valor hexadecimal (0 a F) correspondente.
- Se faltar bits para completar o grupo mais à esquerda, complete com 0 (zeros).

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7
Hexa	0	1	2	3	4	5	6	7
Binário	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Decimal	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa	8	9	A	B	C	D	E	F
Binário	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111



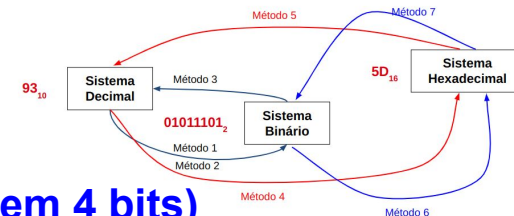
Método 6 - Binário para Hexadecimal (converte de 4 em 4 bits)

1011101_2

binário	0	1	0	1	1	1	0	1
	----- Grupo 2 ----->				----- Grupo 1 ----->			
hexadecimal	5				13 ⇒ D			

$$1011101_2 = 5D_{16}$$

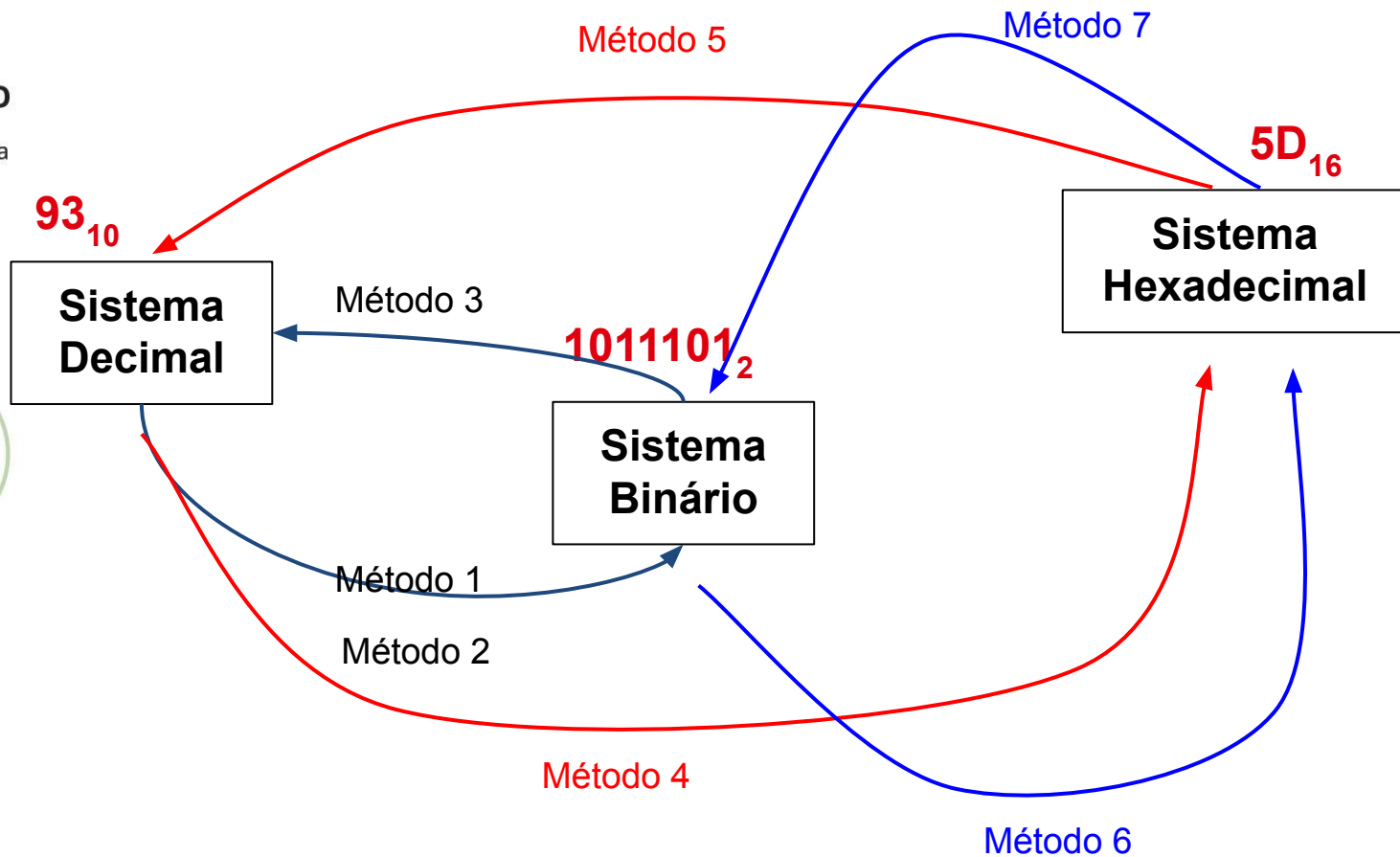
Método 7 - Hexadecimal para Binário (converte de 4 em 4 bits)



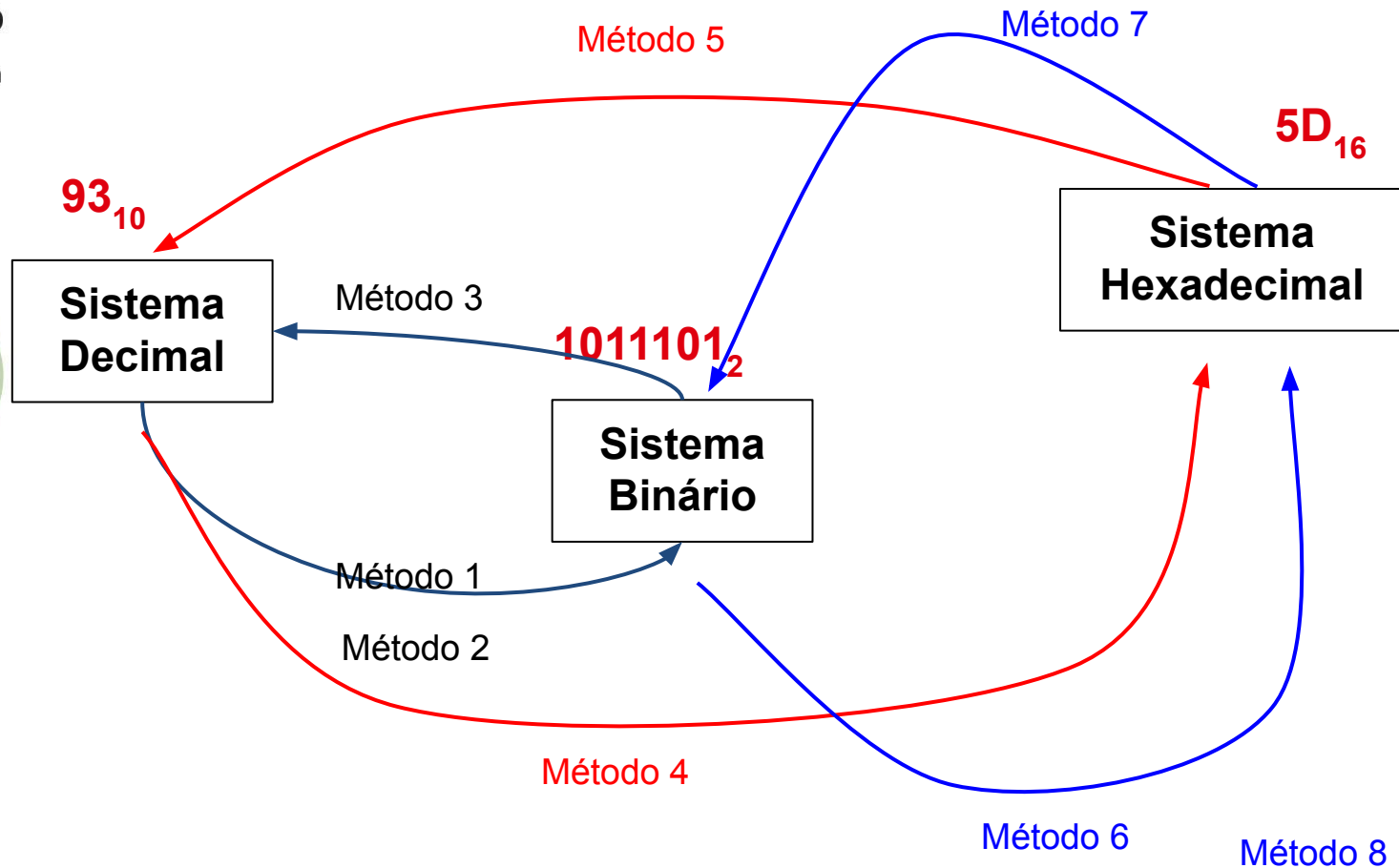
$5D_{16}$

hexadecimal	5				13 \Rightarrow D			
	----- Grupo 2 ----->				----- Grupo 1 ----->			
binário	0	1	0	1	1	1	0	1

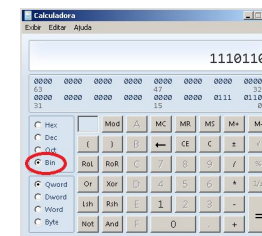
$$5D_{16} = 01011101_2 = 1011101_2$$



- E se quiser evitar os **Métodos 4 e 5**, tem alguma alternativa?
Sim.
- Converter de decimal para binário (Método 1 ou 2) e aplicar o **Método 6** para converter para hexadecimal.
- Converter de hexadecimal para binário pelo **Método 7** e converter de binário para decimal pelo Método 3



E o Método 8?



Método 8 - Calculadora

Modo programável ▾

Só deve ser utilizado para conferir ¹
Na prova não poderá ser utilizado. ²

valor decimal

Decimal ▾

valor hexadecimal

valor binário

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
63 47 32
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
31 15 0

↓n ↑n , x ▾ () << ▾ >> ▾ á

C D E F ÷ mod ones twos |x| π

8 9 A B × AND NOT √ x^y x⁻¹

4 5 6 7 - OR C log log₂ int

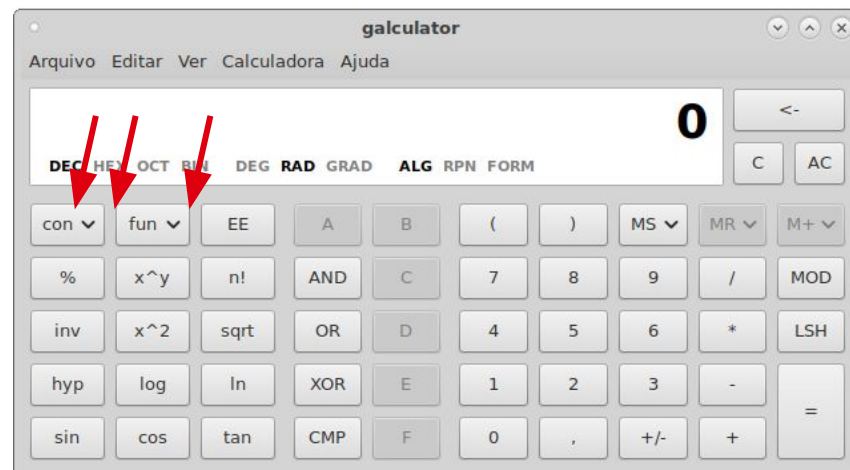
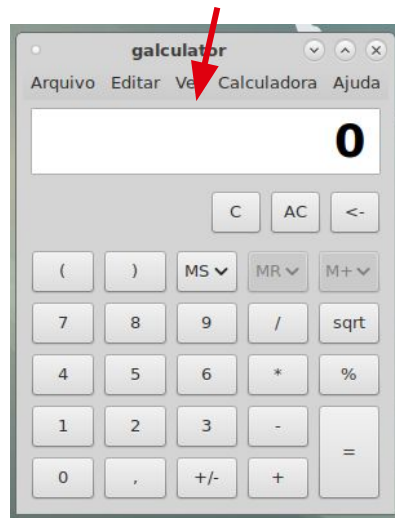
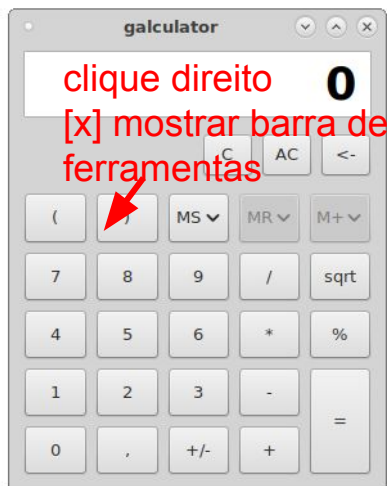
0 1 2 3 + XOR = fact x! frac



Método 8 - Calculadora

clique esquerdo Ver
[x] modo científico

- 1) selecione o sistema original
- 2) digite o valor numérico
- 3) selecione o sistema final



Exercícios de prática de conversão de bases

Para cada números decimais a seguir:

1. converta-os para o sistema binário e hexadecimal.
2. Depois retorno do binário para o decimal e do hexadecimal para o binário.
3. Mostre como fez a conversão, e qual método utilizou (de 1 a 7)
4. Confira se deu tudo certo com a calculadora (Método 8)

74		47	
30		100	
10		70	
170		190	
233		255	
48		81	