

## EXERCÍCIOS TAUTOLOGIAS, CONTRADIÇÕES E CONTINGÊNCIAS (resolução)

- 1) Construir a **tabela-verdade** para cada uma das fórmulas (proposições compostas) a seguir. Classificar as proposições compostas em **tautologia**, **contradição** ou **contingência**.

(a)  $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$

P	Q	$P \wedge Q$	$Q \rightarrow (P \wedge Q)$	$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

A proposição é uma **TAUTOLOGIA**.

(b)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \wedge R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)$	$P \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V

A proposição é uma **TAUTOLOGIA**.

$$(c) (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

$$(d) (p \wedge q) \vee r$$

P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \vee R$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	V	F	F	F
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

$$(e) \ p \wedge (q \vee r)$$

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

$$(f) \ (p \vee \neg q) \rightarrow r$$

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$(P \vee \neg Q) \rightarrow R$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

$$(g) \ p \wedge (\neg q \leftrightarrow \neg r)$$

P	Q	R	$\sim Q$	$\sim R$	$\sim Q \leftrightarrow \sim R$	$P \wedge (\sim Q \leftrightarrow \sim R)$
V	V	V	F	F	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

$$(h) \ (p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((\neg q \vee \neg r) \rightarrow p)$$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \vee (Q \wedge R)$	$\sim Q$	$\sim R$	$\sim Q \vee \sim R$	$(\sim Q \vee \sim R) \rightarrow P$	$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((\sim Q \vee \sim R) \rightarrow P)$
V	V	V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V	V	F	V
F	F	V	F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	F	V	V	V	F	V

A proposição é uma **TAUTOLOGIA**.

(i)  $p \vee (q \wedge (p \vee (\neg q \wedge r)))$

P	Q	R	$\neg Q$	$\neg Q \wedge R$	$P \vee (\neg Q \wedge R)$	$Q \wedge (P \vee (\neg Q \wedge R))$	$P \vee (Q \wedge (P \vee (\neg Q \wedge R)))$
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	V
V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	V	F	F	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	F	F	F	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

(j)  $((p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \wedge R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)$	$P \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \wedge R)) \leftrightarrow (P \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F	V	F
F	F	F	V	F	F	V	F

A proposição é uma **CONTINGÊNCIA**.

2) Mostrar que as proposições compostas a seguir são **tautologias**.  
*Demonstração por meio da tabela-verdade.*

(a)  $(\neg\neg p) \leftrightarrow p$

P	$\neg P$	$\neg(\neg P)$	$\neg(\neg P) \leftrightarrow P$
V	F	V	V
F	V	F	V

(b)  $(\neg(p \wedge q)) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \vee \neg Q$	$(\neg(P \wedge Q)) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

(c)  $(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$(\neg(P \vee Q)) \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

(d)  $(\neg(p \rightarrow q)) \leftrightarrow (p \wedge (\neg q))$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg(P \rightarrow Q)$	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$(\neg(P \rightarrow Q)) \leftrightarrow (P \wedge \neg Q)$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	V

*As proposições compostas são tautologias.*