Universidad ICESI
Facultad de Ingeniería
Ingeniería de Sistemas

Nicolas Biojo Bermeo (A00137580), Jose A. Galvis Nieto (A00302328), Juan M. Lopez (A00130500), Christian F. López (A00134296), Sara Ortiz Drada (A00302324)

Análisis de Complejidad

QuickSort: `n = r-p+1`

Línea	Instrucción	# veces que se ejecuta		
	QuickSort(A,p,r)	Mejor	Peor	Promedio
1	**if** p < r	n-1	n-1	n-1
2	q = Partition(A,p,r)	2n+1	4n+3	2n+1
3	QuickSort(A,p,q-1)	T(n/2)	T(n-1)	T(i-1)
4	QuickSort(A,q+1,r)	T(n/2)	T(0)	T(n-i)
Total		T(n)=2T(n/2)+3n T(n)=O(n*lgn)	T(n)=T(n-1)+T(0)+θ(5n+2) T(n)=θ(n^2)	T(n)=T(n-i)+T(i-1)+3n T(n)=O(n*lgn)

Quicksort **peor caso**: T(n)=θ(n^2)

Utilizando el método de sustitución:
T(n)=T(n-1) +T(0)+ □ (5n+2), T(0)=0 y □ (5n+2) O(n)
T(n)=T(n-1) +n
T(n-1) =T(n-2)+2n-1
T(n-2) =T(n-3)+3n-3
T(n-3) =T(n-4)+4n-6
.
.
.

T(n-k-1) =T(n-k) + kn-(k*(k-1))/2, k=n-1
n-k=1, T(n-k) =T (1)
T(n-k-1) =T (1) +(n^2-n) -(n^2-3n+2)/2
T(n-k-1) =1+(n^2+n-2)/2 O(n^2)
Así, se concluye que en el mejor caso Quicksort se ejecuta en un tiempo T(n)=O(n^2)
Quicksort **mejor caso**: T(n)=2T(n/2)+3n

Aplicando el teorema del maestro:

f(n)=n^lg2=n^1, entonces T(n)= (n^1*logn)
Así, se concluye que en el mejor caso Quicksort se ejecuta en un tiempo T(n)=O(n*logn)

Quicksort **caso promedio:** T(n)=T(n-i)+T(i-1)+(3n)

Por medio del método de sustitución es posible resolver este caso.
.
.
.
T(n)=O(n*logn)

Línea	Instrucción	# veces que se ejecuta	
	Partition(A,p,r)	Mejor	Peor
1	x = A[r]	1	1
2	i = p - 1	1	1
3	**for** j = p to r - 1	n-1	n-1
4	**if** A[j] ≤ x	n-2	n-2
5	i = i + 1	0	n-2
6	A[i] ↔ A[j]	0	n-2
7	A[i + 1] ↔ A[r]	1	1
8	return i + 1	1	1
Total		T(n)=2n+1	T(n)=4n-3

QuickSort No Randomized

Randomized-QS: n = r-p+1
0 ≤ q ≤ n-1
1 ≤ i ≤ n-1

Línea	Instrucción	# veces que se ejecuta		
	Randomized-QS(A,p,r)	Mejor	Peor	Promedio
1	**if** p < r	n-1	n-1	n-1
2	q = Rand-Parti(A,p,r)	2n+3	4n-1	2n+3
3	Randomized-QS(A,p,q-1)	T(i-1)	T(q)	T(n/2)
4		T(n-i)	T(n-1-q)	T(n/2)

	Randomized-QS(A,q+1,r)			
Total		T(n)=T(n-i)+T(i-1)+3n+2 T(n)=O(n*lgn)	T(n)=T(q)+T(n-1-q)+θ(5n-2) T(n)=θ(n^2)	T(n)=2T(n/2)+3n+2 T(n)=O(n*lgn)

Randomized Quicksort **peor caso:** T(n)=T(q)+T(n-1-q)+□(5n-2), 0 ≤ q ≤ n-1
(El proceso partition, producirá dos subproblemas con tamaño total de n-1) y □(5n-2) O(n).

Asumimos que T(n)<=cn^2 para alguna constante c. Así,

T(n) ≤ ((cq^2)+c(n-1-q)^2)+n = c*((q^2)+(n-1-q)^2)+n

Como la expresión ((q^2)+(n-1-q)^2) alcanza un máximo en q=n-1, también se cumple que:

((q^2)+(n-1-q)^2)<=(n-1)^2 = n^2-2n+1

De esta manera, al igual que en el caso anterior, podemos continuar de la siguiente manera
T(n)<=cn^2-c(2n-1)+n.

Como se puede tener un término c tan grande que n sea despreciable, tendríamos:
T(n)<=cn^2.

Por tanto, T(n)=O(n^2)

Para este algoritmo, el mejor y el caso promedio son muy similares sino es que iguales al de Quicksort.

Línea	Instrucción	# veces que se ejecuta	
	Rand-Parti(A,p,r)	Mejor	Peor
1	i = Random(p,r)	1	1
2	A[r] ↔ A[i]	1	1
3	**return** Partition(A,p,r)	2n+1	4n-3
Total		2n+3	4n-1

Variante del QuickSort Randomized

Con el resultado de análisis de complejidad previo, se formula la siguiente función como hipótesis para cada caso:

	Factores de Entrada		
# de Prueba	**Variante del QS X_1**	**Estado del Arreglo X_2**	**Tiempo (en ms) Y**
1	No Randomized	Ordenado No Descendente	O(n·log n)
2	Randomized	Ordenado No Descendente	$O(n^2)$
3	No Randomized	Ordenado No Ascendente	O(n·log n)
4	Randomized	Ordenado No Ascendente	$O(n^2)$
5	No Randomized	No ordenado (en orden aleatorio)	O(n·log n).
6	Randomized	No ordenado (en orden aleatorio)	O(n·log n).

Resultados

Medición de tiempo

	`QuickSort` (milis)	`RandomizedQuickSort` (milis)
Arreglo con tamaño n=10^1		
Ordenado No Descendente	0,001	0,006
Ordenado No Ascendente	0,001	0,001
No ordenado (en orden aleatorio)	0,008	0,002
Arreglo con tamaño n=10^2		
Ordenado No Descendente	0,031	0,011
Ordenado No Ascendente	0,049	0,004
No ordenado (en orden aleatorio)	0,001	0,02
Arreglo con tamaño n=10^3		
Ordenado No Descendente	3,788	0,255
Ordenado No Ascendente	3,439	0,26
No ordenado (en orden aleatorio)	0,077	0,313

Arreglo con tamaño n=10^4		
Ordenado No Descendente	354,34	9,497
Ordenado No Ascendente	353,885	9,536
No ordenado (en orden aleatorio)	1,841	10,313
Arreglo con tamaño n=10^5		
Ordenado No Descendente		112,847
Ordenado No Ascendente		103,446
No ordenado (en orden aleatorio)		103,836

Diseño de pruebas

➔ Entradas Pequeñas: arreglos con tamaños de 10^1 y 10^2

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** `RandomizedQuickSort(int[] input, int left, int right)`		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
1	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	1	`input = {10, 1324, 356, 0, 4875430, 1000000000, 1198, 7, 3210, 345435}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`
2	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	2	`input = {0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`
3	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	3	`input = {1000000000, 4875430, 345435, 3210, 1324, 1198, 356, 10, 7, 0}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`

4	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	4	input: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
5	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	5	input: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
6	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	6	input: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** `QuickSort(int[] arr, int low, int high)`		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
7	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	1	`arr= {10, 1324, 356, 0, 4875430, 1000000000, 1198, 7, 3210, 345435}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`
8	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	2	`arr = {0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`
9	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 10^1, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	3	`arr = {1000000000, 4875430, 345435, 3210, 1324, 1198, 356, 10, 7, 0}`	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente: `{0, 7, 10, 356, 1198, 1324, 3210, 345435, 4875430, 1000000000}`
10	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	4	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

11	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`5`	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
12	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 990, verifica que el algoritmo `QuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`6`	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 990.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

➔ Entradas Grandes: arreglos con tamaños de 10^3, 10^4 y 10^5.

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** RandomizedQuickSort(int[] input, int left, int right)		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
13	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`7`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
14	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`8`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
15	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`9`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
16	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`10`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
17	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	`11`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
18	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo	`12`	input: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

	`RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.			
19	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	13	input: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
20	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	14	input: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
21	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo `RandomizedQuickSort` ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	15	input: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** QuickSort(int[] arr, int low, int high)		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
22	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	7	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
23	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	8	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
24	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 5298, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	9	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 5298.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
25	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	10	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
26	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo QuickSort	11	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

	ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.			
27	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 17634, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	12	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 17634.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
28	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	13	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
29	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	14	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
30	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 999999, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	15	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 999999.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

➔ Entrada Aleatoria: arreglo con tamaño aleatorio entre 10^1 y 10^5

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** RandomizedQuickSort(int[] input, int left, int right)		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
31	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo RandomizedQuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	16	input: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
32	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo RandomizedQuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	17	input: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
33	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo RandomizedQuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	18	input: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

Objetivo: Verificar que el método ordena un arreglo (sin importar su orden inicial) de forma ascendente.				
Clase: Sorts		**Método:** QuickSort(int[] arr, int low, int high)		
Caso #	**Descripción de la prueba**	**Escenario**	**Valores de entrada**	**Resultado**
34	Dado un arreglo no ordenado con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	16	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
35	Dado un arreglo ordenado no descendente con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	17	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.
36	Dado un arreglo ordenado no ascendente con tamaño n = 384759, verifica que el algoritmo QuickSort ordene el arreglo de forma ascendente correctamente.	18	arr: arreglo de enteros de tamaño n = 384759.	Retorna el arreglo ordenado de forma ascendente.

Escenarios

Escenario	**Representación**
1: No Ordenado	**10 1,324 356 0 4,875,430 1,000,000,000 1,198 7 3,210 345,435**
2: Ordenado No Descendente	**0 7 10 356 1,198 1,324 3,210 345,435 4,875,430 1,000,000,000**
3: Ordenado No Ascendente	**1,000,000,000 4,875,430 345,435 3,210 1,324 1,198 356 10 7 0**
4: No Ordenado	**a_1 a_2 a_3 ... a_n** Con n = 990, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_i \text{ no tenga orden} \}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
5: Ordenado No Descendente	**a_1 a_2 a_3 ... a_n** Con n = 990, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
6: Ordenado No Ascendente	**a_1 a_2 a_3 ... a_n** Con n = 990, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n \}$ y

	$0 \leq a_i \leq 10^9$
7: No Ordenado	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 5298, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_i$ *no tenga orden* $\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
8: Ordenado No Descendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 5298, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots \leq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
9: Ordenado No Ascendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 5298, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \ldots \geq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
10: No Ordenado	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 17634, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_i$ *no tenga orden* $\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
11: Ordenado No Descendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 17634, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots \leq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
12: Ordenado No Ascendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 17634, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \ldots \geq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
13: No Ordenado	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 999999, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_i$ *no tenga orden* $\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
14: Ordenado No Descendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 999999, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \ldots \leq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
15: Ordenado No Ascendente	a_1 a_2 a_3 ... a_n Con n = 999999, $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \mid a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \ldots \geq a_n\}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$

16: No Ordenado	$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n$ Con n = 384759, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_i \text{ no tenga orden} \}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
17: Ordenado No Descendente	$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n$ Con n = 384759, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n \}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$
18: Ordenado No Ascendente	$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_n$ Con n = 384759, $\{ a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \mid a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n \}$ y $0 \leq a_i \leq 10^9$

Planeación y realización

I. Unidad experimental

En el presente experimento, se trabaja con dos unidades experimentales, el algoritmo `QuickSort` y el algoritmo `RandomizedQuickSort`, donde a cada uno los anteriores se les modificarán factores de entrada para validar su resultado. Entre dichos factores se encuentran la cantidad de elementos inicial y el orden inicial del arreglo; cabe mencionar que se tomará una muestra de 1000 pruebas con cada uno de los tamaños establecidos (10 ^ 1, 10 ^ 2, 10 ^ 3, 10 ^ 4, 10 ^ 5) para su posterior análisis.

II. Variables de respuesta

La variable de respuesta de la prueba de los dos algoritmos será el tiempo, es decir, que esta será la variable que, en teoría, cambiará su valor al alterar los diversos factores de entrada de los algoritmos.

III. Factores controlables

Los factores que se pueden controlar dentro del presente experimento son:

- Número de elementos de entrada.
- Orden inicial de los elementos de entrada.

IV. Factores no controlables

Los factores que no pueden ser controlados dentro de este experimento y, por tal, alteran el resultado de las pruebas, son las características propias del equipo o computador donde se ejecutan las pruebas, entre estas se encuentran:

- Memoria ram.

- Fragmentación de la memoria.
- Núcleos de equipo.
- Tareas realizadas en paralelo con la prueba.

V. Factores estudiados

Los factores estudiados que influyen en la variable de respuesta son:

- Número de elementos a ordenar.
- Orden inicial de los elementos.

VI. Niveles

La siguiente tabla presenta los diversos niveles que serán utilizados en el presente experimento.

Número de elementos de entrada	Nivel de elementos
10	1
10 ^ 2	2
10 ^ 3	3
10 ^ 4	4
10 ^ 5	5

Niveles utilizados para el número de elementos de entrada.

Orden inicial de elementos	Nivel de orden
Randomized	1
No ascendente	2
No descendente	3

Niveles utilizados para el orden inicial de los elementos.

VII. Tratamientos

A continuación se presenta la combinación de factores estudiados.

Nivel de elementos	Nivel de orden	Tratamiento
1	1	1
	2	2
	3	3
2	1	4
	2	5
	3	6
3	1	7
	2	8
	3	9
4	1	10
	2	11
	3	12
5	1	13
	2	14
	3	15

Análisis

Modelo lineal general: Tiempo vs. Tamaño; Estado inicial; algoritmo

Información del factor

Factor	Tipo	Niveles	Valores
Tamaño	Fijo	4	1; 2; 3; 4
Estado inicial	Fijo	3	Aleatorio; No ascendente; No descendente
Algoritmo	Fijo	2	normal; random

Análisis de Varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Tamaño	3	155119467	51706489	94252,05	0,000
Estado inicial	2	25003108	12501554	22788,19	0,000
Algoritmo	1	48218802	48218802	87894,60	0,000
Tamaño*Estado inicial	6	73095509	12182585	22206,76	0,000
Tamaño*Algoritmo	3	141612451	47204150	86045,06	0,000
Estado inicial*Algoritmo	2	25123248	12561624	22897,68	0,000
Tamaño*Estado inicial*algoritmo	6	73438705	12239784	22311,03	0,000
Error	23952	13140020	549		
Total	23975	554751310			

Comparaciones para tiempo.

Comparaciones por parejas de Tukey: Tamaño*Estado inicial*Algoritmo

Agrupar información utilizando el método de Tukey y una confianza de 95%

tamaño*Estado inicial*algoritmo	N	Media	Agrupación			
4 No ascendente normal	999	545,614	A			
4 No descendente normal	999	545,571	A			
4 Aleatorio random	999	8,983		B		
4 No ascendente random	999	8,382		B		
4 No descendente random	999	8,304		B		
3 No descendente normal	999	5,437		B	C	
3 No ascendente normal	999	5,420		B	C	
4 Aleatorio normal	999	2,216			C	D
3 Aleatorio random	999	0,805				D
3 No ascendente random	999	0,785				D
3 No descendente random	999	0,782				D
3 Aleatorio normal	999	0,168				D
2 No descendente random	999	0,075				D
2 No ascendente random	999	0,075				D
2 Aleatorio random	999	0,073				D
2 No descendente normal	999	0,069				D
2 No ascendente normal	999	0,068				D

2 Aleatorio normal	999	0,013				D
1 No ascendente random	999	0,011				D
1 Aleatorio random	999	0,007				D
1 No descendente random	999	0,006				D
1 Aleatorio normal	999	0,005				D
1 No ascendente normal	999	0,001				D
1 No descendente normal	999	0,001				D

Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes

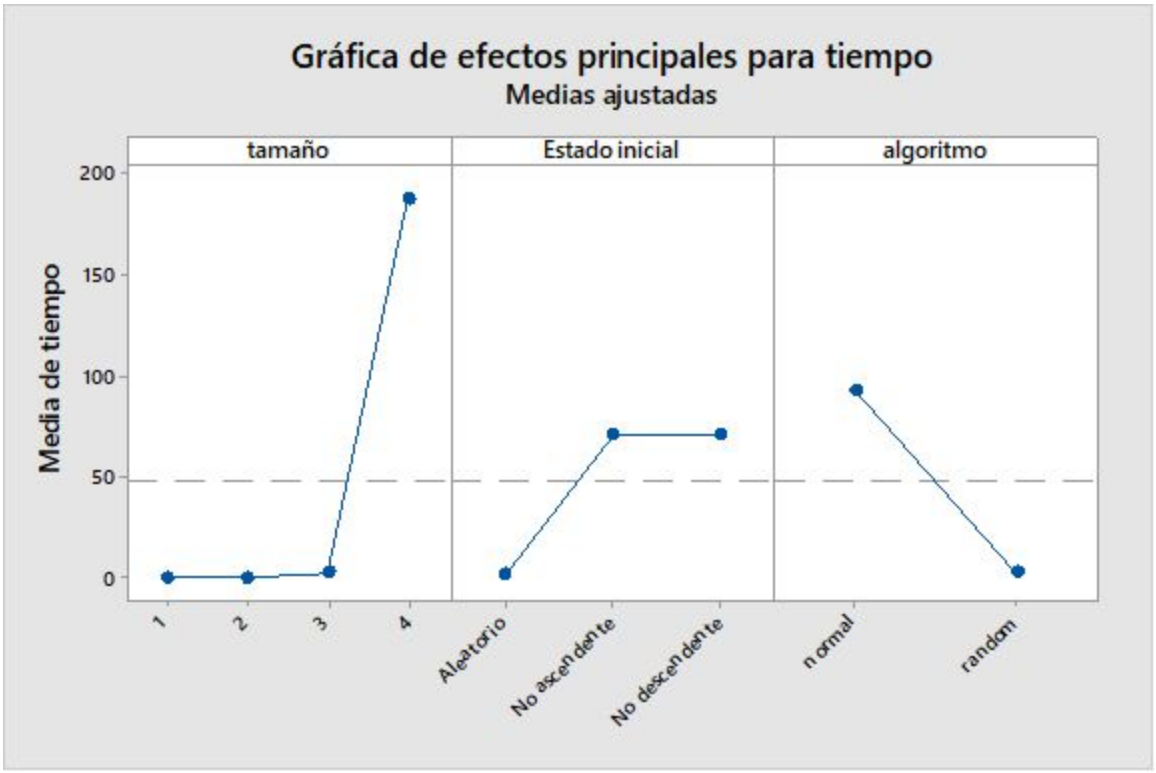
Comparaciones para tiempo
Comparaciones por parejas de Tukey: tamaño*Estado inicial*algoritmo

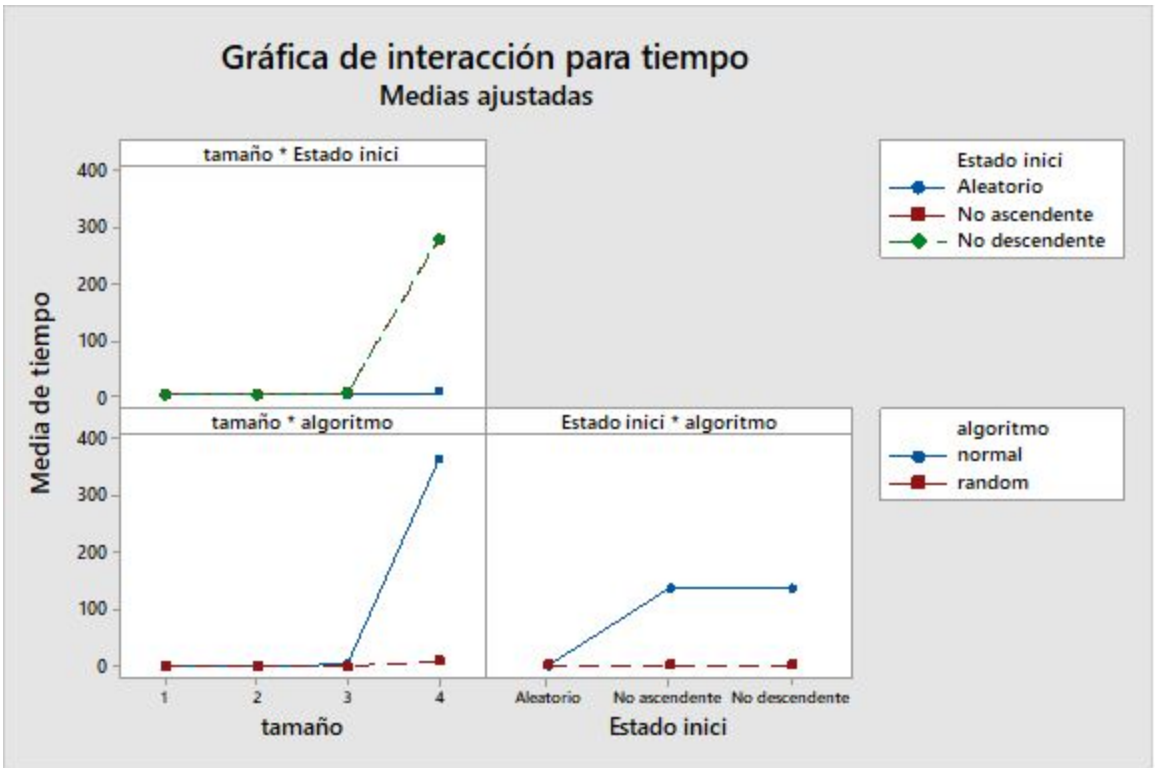
Agrupar información utilizando el método de Tukey y una confianza de 99%

tamaño*Estado inicial*algoritmo	N	Media	Agrupación			
4 No ascendente normal	999	545,614	A			
4 No descendente normal	999	545,571	A			
4 Aleatorio random	999	8,983		B		
4 No ascendente random	999	8,382		B		
4 No descendente random	999	8,304		B		
3 No descendente normal	999	5,437		B	C	
3 No ascendente normal	999	5,420		B	C	
4 Aleatorio normal	999	2,216			C	D
3 Aleatorio random	999	0,805				D

3 No ascendente random	999	0,785				D
3 No descendente random	999	0,782				D
3 Aleatorio normal	999	0,168				D
2 No descendente random	999	0,075				D
2 No ascendente random	999	0,075				D
2 Aleatorio random	999	0,073				D
2 No descendente normal	999	0,069				D
2 No ascendente normal	999	0,068				D
2 Aleatorio normal	999	0,013				D
1 No ascendente random	999	0,011				D
1 Aleatorio random	999	0,007				D
1 No descendente random	999	0,006				D
1 Aleatorio normal	999	0,005				D
1 No ascendente normal	999	0,001				D
1 No descendente normal	999	0,001				D

Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes.


Gráfica de efectos principales para tiempo
Medias ajustadas
tamaño
Estado inicial
algoritmo
Media de tiempo
200
150
100
50
0
1
2
3
4
Aleatorio
No ascendente
No descendente
normal
random


Gráfica de interacción para tiempo
Medias ajustadas
tamaño * Estado inici
tamaño * algoritmo
Estado inici * algoritmo
Media de tiempo
400
300
200
100
0
1
2
3
4
tamaño
Aleatorio
No ascendente
No descendente
Estado inici
Estado inici
Aleatorio
No ascendente
No descendente
algoritmo
normal
random

Etapas en el Diseño de Experimentos

Hasta este momento, se han llevado a cabo tres de las cuatro etapas del diseño de experimentos, con el objetivo de demostrar que el método de ordenamiento `RandomizedQuickSort` tiene una mejor complejidad temporal que el `QuickSort` normal.

A continuación se describe el desarrollo realizado de cada una:

Para la etapa de **planeación**, se delimitó el objeto de estudio como el comportamiento de los algoritmos, `QuickSort` y `RandomizedQuickSort`, posteriormente, se estableció la variable que sería medida mediante la experimentación: el tiempo de ejecución. Así mismo, se seleccionaron los factores que, en teoría, tienen influencia sobre la variable de respuesta, en este caso se optó por la cantidad de elementos a ordenar y el orden inicial de los mismos. Ya con lo anterior, fue necesario establecer el número de repeticiones que se llevarían a cabo con cada tratamiento, donde se eligieron 1000 repeticiones.

Para el **desarrollo de la experimentación** se seleccionó al integrante Jose Galvis como el encargado de esta, sin embargo en las pruebas llevadas a cabo con un 10^5 elementos, fue necesario asignar otro individuo, Nicolás Biojo, esto se hizo, pues el computador de José Galvis lanzaba una StackOverFlowException, haciendo referencia a que la pila de ejecución se desbordó.

En la **etapa de análisis** se utilizó la técnica de análisis de experimentos ANOVA (con sus siglas en inglés Analysis Of Variance; en español Análisis de la Varianza), esto con el objetivo de validar el hecho de que la versión aleatoria del `QuickSort` es más rápida que su versión no aleatoria.