Polynôme de Taylor – Mac Laurin

Vidéo :

Démarche de calcul pour la fonction exponentielle.

* Soit à calculer exp(5,6) avec 3 décimales exactes:

1. Ramener l’argument (5,6) dans l’intervalle considéré à savoir [0 ; 0,5] :

5,6= 0,5 +0,5 +….+0,5 +0,1 = 11 \* 0,5 + 0,1

Donc, à partir de la propriété , nous pouvons écrire:

.

Ainsi, nous devons effectuer la multiplication de 12 nombres entachés d’erreur, il faut se préoccuper de la propagation de celles-ci.

1. Combien de décimales exactes dois-je imposer sur un facteur pour que le résultat final possède 3 décimales exactes? Notons ce nombre p et calculons sur l’argument multiple de 0,5 juste plus grand que 5,6 pour faciliter le calcul.

Nous devons trouver un majorant d’erreur absolue.



A présent, majorons l’expression de gauche :   




Log(x)<x/5

Ainsi, en prenant p=7, nous sommes sûrs d’obtenir 3 décimales exactes sur le résultat final. Reste à savoir le degré jusqu’auquel il faut calculer exp(0,5) et exp(0,1) pour avoir ces 3 décimales exactes.

1. Jusqu’à quel degré dois-je calculer le polynôme pour obtenir 7 décimales exactes?

L’erreur commise se calcule à partir de l’expression : .

Après avoir testé différentes valeurs de n, nous trouvons n=8.

1. Appliquons maintenant :

Calcul de exp(0,5) :

  
  




* Généralisons : pour des arguments >0,5 : prenons argMod, l’argument éventuellement modifié pour qu’il soit le multiple de 0,5 supérieur à la valeur encodée et notons nbDec le nombre de décimales exactes souhaitées sur le résultat final.



A présent, majorons l’expression de gauche :   
