LIMITES USUELLES

1 Fonctions

Comportement à l'infini

$$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$$

$$Si\ \alpha > 0,\ \lim_{x\to+\infty} x^\alpha = +\infty\ ;\quad Si\ \alpha < 0,\ \lim_{x\to+\infty} x^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$Si\ \alpha > 0,\ \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$$

$$Si\ \alpha > 0,\ \lim_{x\to+\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$$

$$Si\ \alpha > 0,\ \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty$$

$$Si\ \alpha > 0, \lim_{x\to 0} x^\alpha = 0\ ;\quad Si\ \alpha < 0, \lim_{x\to 0} x^\alpha = +\infty$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\ln(1+h)}{h} = 1$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sinh}{h} = 1$$

$$\begin{cases} (1+h)^\alpha = 1 + \alpha h + h\varepsilon(h) \\ \lim_{h\to 0} \varepsilon(h) = 0 \end{cases} \qquad (\alpha \neq 0)$$

2 Suites

$$Si\ \alpha > 0,\ \lim_{n\to+\infty} n^\alpha = +\infty\ ;\quad si\ \alpha < 0,\ \lim_{n\to+\infty} n^\alpha = 0$$

$$Si\ a > 1,\ \lim_{n\to+\infty} a^n = +\infty\ ;\quad si\ 0 < a < 1,\ \lim_{n\to+\infty} a^n = 0$$

$$Si\ \alpha > 0, et\ a > 1,\ \lim_{n\to+\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$$

3 fonctions trigonométriques

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{Arc\sin x}{x} = 1 = \Big((Arc\sin)'(0) \Big)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{Arc\cos x - \frac{\pi}{2}}{x} = -1 = (Arc\cos)'(0)$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{Arc\tan x}{x} = 1 = (Arc\tan)'(0)$$