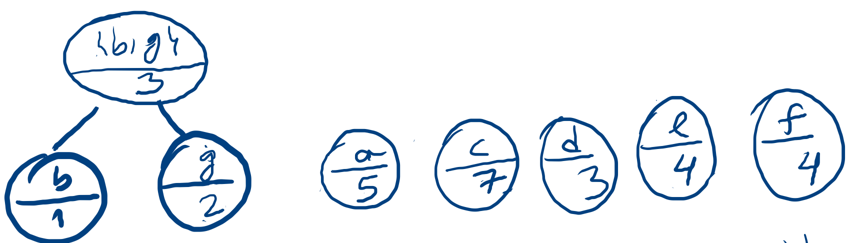
Huffman $O(n \lg n)$

- in = "aaaaabcccccccdddeeee ffffgg"
- $p(a) = 5$, $p(b) = 1$, $p(c) = 7$, $p(d) = 3$, $p(e) = 4$, $p(f) = 4$, $p(g) = 2$

inicio

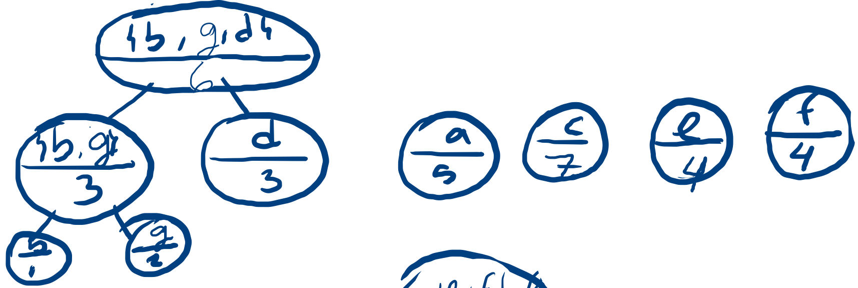
$Q = \{\{a\},\{b\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\},\{g\},\{h\}\}$

i=1



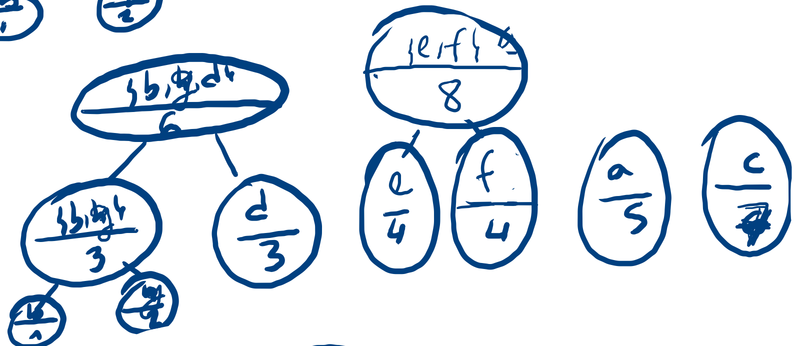
$Q = \{\{b,g\},\{a\},\{c\},\{d\},\{e\},\{f\}\}$

$i=2$



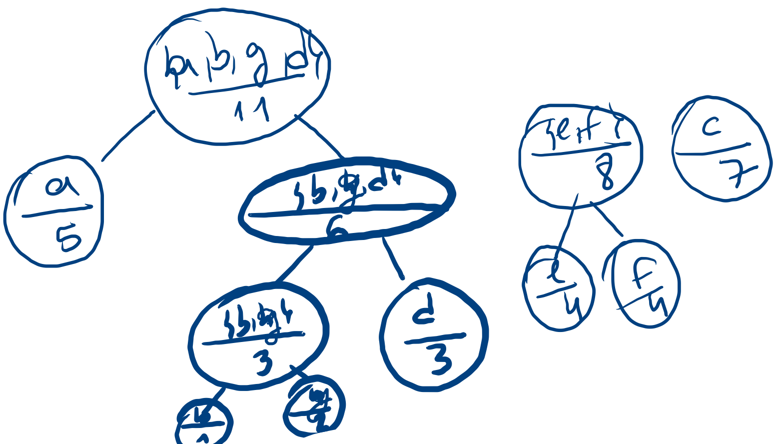
$Q = \{\{b,g,d\}, \{a\}, \{c\}, \{e\}, \{f\}, \{g\}\}$

$i=3$



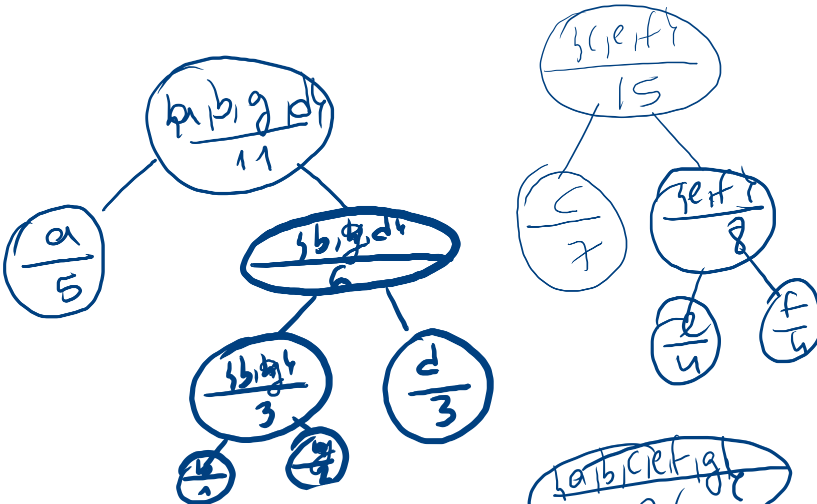
$Q = \{\{b,g,d\}, \{e,f\}, \{a\}, \{c\}\}$

$i=4$



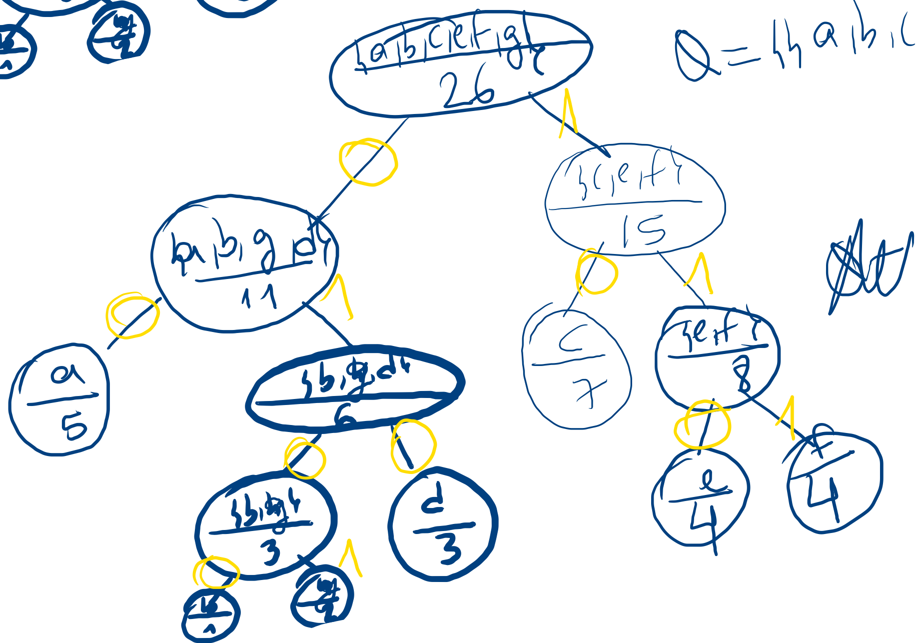
$Q = \{\{a,b,g,d\}, \{e,f\}, \{c\}\}$

$i=5$



$Q = \{\{a,b,g,d\},\{c,e,f\}\}$

$i=6$



$Q = \{\{a,b,c,d,e,f,g\}\}$

Tabla

	codigo	frecuencia
a	00	5
b	01100	1
c	10	7
d	010	3
e	110	4
f	111	4
g	01101	2

peso total

$= 5 \times 2 + 4 + 7 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 3 + 4 \times 3 + 2 \times 4$

$= 69$

Si codificamos uniformemente, son 3 bits usados por caracter, ya que hay 7 caracteres, luego el peso sería $26 \times 3 = 78$, hay mejora.

Huffman iterativo

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P \mid 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$

$\Gamma = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\}$

$\{\{1\}, \{2\}\} \cup$ HUFFMAN $(\{\{1,2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\}$

$\{\{1,2\}, \{3\}\} \cup$ HUFFMAN $(\{\{1,2,3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\}$

$\{\{1,2,3\}, \{4\}\} \cup$ HUFFMAN $(\{\{1,2,3,4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\})$

$\{\{1,2,3,4\}, \{5\}\} \cup$ HUFFMAN (

HUFFMAN $(\{\{1,2,3,4,5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}\}$

$\{\{1,2,3,4,5\}, \{6\}\} \cup$ HUFFMAN $\{\{1,2,3,4,5,6\}, \{7\}, \{8\}\}$

$\{\{1,2,3,4,5,6\}, \{7\}\} \cup$ HUFFMAN $(\{\{1...7\}, \{8\}\}$

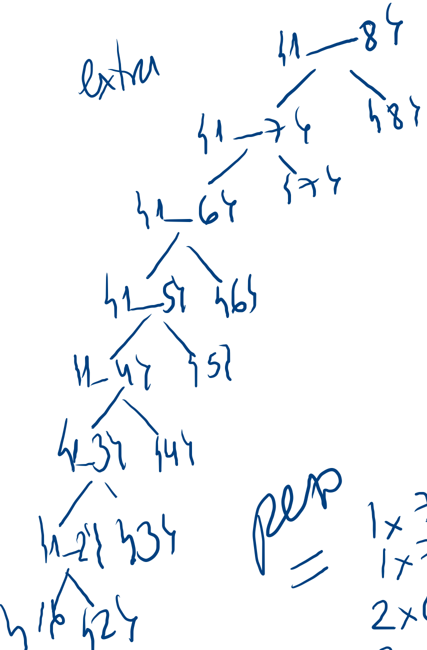
$\{\{1...7\}, \{8\}\} \cup$ HUFFMAN $(\{1...8\}\}$

$\cup \mid \{\{1...8\}\}$

OPTA

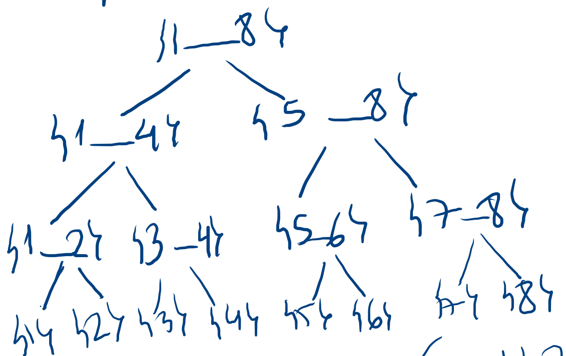
$\{\{1\},\{2\},\{1,2\},\{3\},\{1,2,3\},\{4\},\{1,2,3,4\},\{5\},\{1,2,3,4,5\},\{6\},\{1,2,3,4,5,6\},\{7\},\{1,2,3,4,5,6,7\},\{8\},\{1,2,3,4,5,6,7,8\}\}$

extra



peso $= 1\times 7 + 1\times 7 + 2\times 6 + 3\times 5 + 5\times 4 + 8\times 3 + 13\times 2 + 21\times 1 = 134$

no optimo



$$\text{peso} = (1+1+2+3+5+8+13+21)\times 3 = 54\times 3 = 162$$

Mochila fraccionaria

```
Iterativo(v, w, W)
    Ordenar los items por orden creciente de vi/wi
    valor = 0
    i = 1
    Mientras (W > 0)
        Si wi ≤ W
            valor = valor + vi
        sino
            valor = valor + vi · wi/W
        W = max{0, W - wi}
    devolver valor
```

Recursivo (v, w, W) //

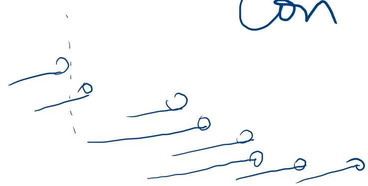
Si $W = 0$ entonces devuelva 0
Sea i tal que v_i/w_i es máximo y no ha sido escogido anteriormente
devuelva $\min\{v_i, v_i * \frac{W}{w_i}\} + \text{Recursivo}(v, w, \max\{0, W - w_i\})$

Greedy

Entrada: $I = \{[s_1, t_1], [s_2, t_2], \ldots, [s_n, t_n]\}$.

Suponga $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_n$

Salida: X tal que $\forall [s_i, t_i]$, existe $x \in X$ con $x \in [s_i, t_i]$



1. Elección voraz: elegir el menor t_i

2.

VORAZ($\mathcal{I}$)

Si $|\mathcal{I}| = 0$ devuelva $\emptyset$
$\mathcal{I}' = \{[s_i, t_i] : s_i > t_1\}$
devuelva $\{t_1\} \cup$ VORAZ($\mathcal{I}'$)

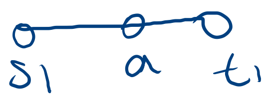
3. <u>**Lema**</u> [elección voraz] Existe una solución óptima que contiene a t_1.

<u>Prueba</u> Sea X una sol. óptima al problema. Si $t_1 \in X$ entonces no tenemos nada que probar. Supongamos entonces que $t_1 \notin X$

Como X es una solución, existe un punto $a \in X$ tal que $s_1 \le a \le t_1$, sea $X' = (X \setminus \{a\}) \cup \{t_1\}$.

Probaremos que X' es una sol al problema, para ello debemos demostrar que X' corta I. Sea $[s_i, t_i] \in I'$.

Si $a \notin [s_i, t_i]$ entonces existe un punto $b \in X$ tal que $s_i \le b \le t_i$. Dicho punto también está en X' y por tanto $[s_i, t_i]$ contiene algún punto de X'. Si $a \in [s_i, t_i]$ entonces,



$s_i \le a \le t_1 \le t_i$, y por tanto t_1 también está en $[s_i, t_i]$

Luego, todo intervalo en I contiene al menos un punto en X', y X' corta I. Finalmente, como $|X'| = |X|$, X' es una sol óptima al problema que contiene a t_1

4. Lema (Subestr. óptima) Si X es una solución óptima para I, entonces $X \setminus \{t_1\}$ es una solución óptima para $I' = \{[s_i, t_i] : s_i > t_1\}$

Prueba Suponga por contradicción que $X' = X \setminus \{t_1\}$ no es óptima en I'. Entonces existe una solución Y' en I' tal que $|Y'| < |X'|$. Pero en ese caso $Y = Y' \cup \{t_1\}$ es una solución para I, con tamaño $|Y'| + 1 < |X'| + 1 = |X|$, contradicción $\square$