Universidad Del Quindío
Programa de Economía
Ejercicio (1) - Microeconomía I

Recordemos cómo se plantea un problema de maximización del beneficio, en este caso para el consumidor.

$$\max U(x,y)$$

s.a

$$g(x,y)=m$$

Entonces

$$\mathcal{L}=U(x,y)-\lambda\big(g(x,y)-m\big)$$

$$\begin{array}{ll} [x] & \partial_x U=\lambda\partial_x g(x,y) \\ [y] & \partial_y U=\lambda\partial_y g(x,y) \\ [\lambda] & g(x,y)=m \end{array}$$

Mi problema:

$$U=x^{\alpha}y^{\beta}$$
$$m=p_x x+p_y y$$

1. Armemos el langrangiano:

$$\mathcal{L}=x^{\alpha}y^{\beta}-\lambda[p_x x+p_y y-m]$$

2. C.P.O:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x}=\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}-\lambda p_x=0$$
$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y}=\beta x^{\alpha}y^{\beta-1}-\lambda p_y=0$$

3. Igualemos λ:

$$\frac{\alpha x^{\alpha-1}y^{\beta}}{p_x}=\frac{\beta x^{\alpha}y^{\beta-1}}{p_y}$$
$$\frac{p_x}{p_y}=\frac{\alpha y}{\beta x}]E.E.F$$

4. Despejamos y:

$$y = \frac{\beta p_x x}{\alpha p_y}$$

5. Reemplazamos y en la restricción presupuestaria:

$$m = p_x x + p_y(\frac{\beta p_x x}{\alpha p_y})$$

$$m = p_x x + (\frac{\beta p_x x}{\alpha})$$

$$m = p_x x(1 + \frac{\beta}{\alpha})$$

$$m = p_x x(\frac{\alpha + \beta}{\alpha})$$

6. Óptimo x:

$$x^* = \frac{m\alpha}{(\alpha + \beta)p_x}$$

7. Despejamos x:

$$x = \frac{\alpha p_y y}{\beta p_x}$$

8. Reemplazamos x en la restricción presupuestaria:

$$m = p_x(\frac{\alpha p_y y}{\beta p_x}) + p_y y$$

$$m = (\frac{\alpha p_y y}{\beta}) + p_y y$$

$$m = p_y y(1 + \frac{\alpha}{\beta})$$

$$m = p_y y(\frac{\beta + \alpha}{\beta})$$

9. Despejamos y:

$$y^* = \frac{m\beta}{(\beta + \alpha)p_y}$$