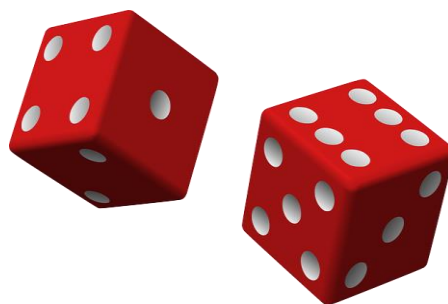


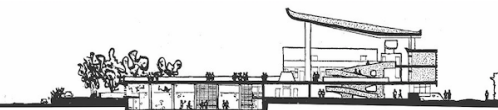
**ESCUELA SUPERIOR DE COMERCIO MANUEL BELGRANO**  
**NIVEL PREGRADO**

**ANALISTA UNIVERSITARIO**  
**DE SISTEMAS INFORMÁTICOS**

# **APLICACIONES CUÁNTICAS PARA LA GESTIÓN DE LAS ORGANIZACIONES II**

**RESOLUCIÓN de EJERCICIOS PRÁCTICOS**  
**UNIDAD I: CONCEPTOS BÁSICOS de**  
**MATEMÁTICA, PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA**





## 1.1. Ejercicios prácticos

1.1.1. Con el fin de mejorar la calidad en la atención al cliente, desde una empresa de telefonía móvil se realizó una encuesta de satisfacción en cada llamada atendida durante una jornada. Cada cliente debía responder a la pregunta ¿cómo califica usted la atención de nuestro representante?, pudiendo elegir entre las siguientes opciones:

- 1: Mala
- 2: Regular
- 3: Buena
- 4: Muy buena
- 5: Excelente

Las siguientes, son las respuestas que se obtuvieron:

4 – 2 – 5 – 2 – 4 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4 – 2 –  
4 – 4 – 5 – 4 – 1 – 4 – 2 – 1 – 3 – 2 – 2 – 2 – 5

- a) Construya una distribución de frecuencias.
- b) ¿Cuál es el significado de la frecuencia porcentual correspondiente al valor “2”?

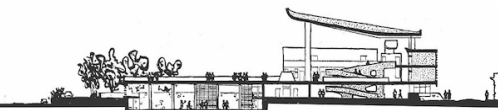
a)

Valores de la Variable	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Porcentual
1	2	8%
2	7	28%
3	3	12%
4	10	40%
5	3	12%
<b>totales</b>	<b>25</b>	<b>100%</b>

$$2 / 25 \times 100$$

$$7 / 25 \times 100$$

- b) La frecuencia porcentual del valor “2” significa que el 28% de los encuestados calificó la atención como Regular.



**1.1.2.** Se observó las marcas de gaseosas compradas por los clientes durante una mañana, en un local céntrico. El resultado fue:

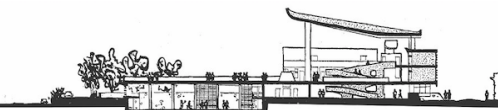
Pepsi	Sprite	Sprite	Pepsi	Pepsi
Pepsi	Coca Cola	Pepsi	Coca Cola	Coca Cola
Sprite	Fanta	Coca Cola	Coca Cola	Pepsi
Coca Cola	Coca Cola	Pepsi	Coca Cola	Sprite
Paso de los Toros	Fanta	Sprite	Pepsi	Fanta
Coca Cola	Paso de los Toros	Paso de los Toros	Coca Cola	Coca Cola

- Construya una distribución de frecuencias absolutas y porcentual para organizar los datos.
- ¿Cuál es la frecuencia absoluta que le corresponde al valor "Coca Cola"? Indique su significado en el caso.
- ¿Cuál es la frecuencia porcentual que le corresponde al valor "Pepsi"? Indique su significado en el caso.

a)

Valores de la Variable	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Porcentual	
Pepsi	8	27%	$8 / 30 \times 100$
Sprite	5	17%	$5 / 30 \times 100$
Coca Cola	11	37%	
Fanta	3	10%	
Paso de los Toros	3	10%	
<b>totales</b>	<b>30</b>	<b>100%</b>	

- La frecuencia absoluta que corresponde al valor Coca Cola es 11 y significa que 11 de los clientes del local que compraron aquella mañana eligieron Coca Cola.
- La frecuencia porcentual que corresponde a Pepsi es 27 y significa que el 27% de los clientes del local que compraron aquella mañana eligieron Pepsi.



**1.1.3.** Un auditor quiere inspeccionar el comportamiento de las cuentas por cobrar de una empresa a una fecha dada. De los libros auxiliares obtiene los siguientes valores expresados en miles de pesos:

20 40 23 24 25 27 29 27 39 38  
40 22 23 31 30 28 26 37 34 33  
37 36 33 29 32 37 28 32 31 44  
29 34 42 28 48 50 26 28 41 35

- Construya una distribución de frecuencias agrupando los datos en intervalos de amplitud 5 y como límite inferior del primer intervalo, 20.
- ¿Cuántas cuentas presentan saldos de \$30.000 o más y menores a \$40.000?
- ¿Qué porcentaje de cuentas poseen un saldo inferior a \$45.000?
- ¿Qué porcentaje de cuentas presentan un saldo de por lo menos \$32.000?

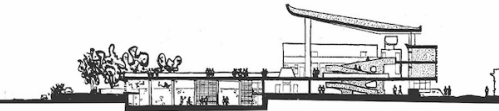
**a)**

Valores de la Variable	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Porcentual
(20 ; 25)	5	12,5%
(25 ; 30)	12	30%
(30 ; 35)	9	22,5%
(35 ; 40)	7	17,5%
(40 ; 45)	5	12,5%
(45 ; 50)	2	5%
<b>totales</b>	<b>40</b>	<b>100%</b>

**b)  $9 + 7 + 5 + 2 = 23$  cuentas presentan saldos de al menos \$30.000**

**c)  $12,5\% + 30\% + 22,5\% + 17,5\% + 12,5\% = 95\%$  de las cuentas poseen un saldo menor a \$45.000**

**d)  $2 + 5 + 7 + \underline{6} = 20$  ;  $20 / 40 \times 100 = 50\%$  de las cuentas presentan un saldo de al menos \$32.000**



1.1.4. Sea  $\underline{x}$  una variable aleatoria discreta cuya función de probabilidad es:

$\underline{x}$	$p(x_i)$
0	0,10
1	0,20
2	0,10
3	0,40
4	0,10
5	0,10

- Calcular la función de distribución.
- Calcular  $p(x < 4,5)$
- Calcular  $p(x \geq 3)$
- Calcular  $p(3 \leq x < 4,5)$

a)

$x$	$p(x_i)$	$F(x_i)$
0	0,10	0,10
1	0,20	0,30
2	0,10	0,40
3	0,40	0,80
4	0,10	0,90
5	0,10	1

b)  $p(x < 4,5) = p(x \leq 4) = 0,90$

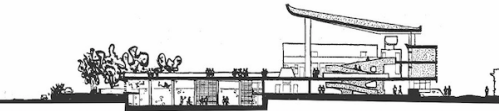
c)  $p(x \geq 3) = 1 - p(x \leq 2) = 1 - 0,40 = 0,60$

d)  $p(3 \leq x < 4,5) = p(3 \leq x \leq 4)$

$$= p(x \leq 4) - [1 - p(x \leq 2)]$$

$$= 0,90 - 0,60$$

$$= 0,30$$



**1.1.5.** De una bolsa que contiene dos bolas negras, tres bolas blancas, cuatro bolas rojas y cinco bolas verdes, se extrae una de ellas al azar. Describa el espacio muestral y calcule la probabilidad de que:

- a) la bola extraída sea de color rojo;
- b) la bola extraída no sea de color negra;
- c) la bola extraída sea blanca o verde.

Experimento aleatorio: extraer una bola de la bolsa y observar su color.

$E = (\text{bola negra, bola blanca, bola roja, bola verde})$

Suceso N = la bola es negra Suceso B = la bola es blanca Suceso R = la bola es roja Suceso V = la bola es verde	}	los sucesos son EQUIPROBABLES (Laplace)
--	---	---

Total de bolas = 2 (N) + 3 (B) + 4 (R) + 5 (V) = 14

a)  $p(R) = \text{casos favorables} / \text{casos posibles} = 4/14 = 2/7 = 0,29 \Rightarrow 29\%$

b) Suceso N = la bola es negra

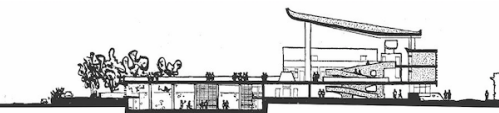
Suceso  $\bar{N}$  = la bola no es negra

$$\begin{aligned} p(\bar{N}) &= 1 - p(N) = 1 - \text{casos favorables a N} / \text{casos posibles} = 1 - 2/14 \\ &= 1 - 1/7 \\ &= 6/7 \\ &= 0,86 \Rightarrow 86\% \end{aligned}$$

c)  $B \text{ o } V = p(B \cup V) = p(B) + p(V)$

casos favorables a B / casos posibles + casos favorables a V / casos posibles

$$\begin{aligned} &= 3/14 + 5/14 \\ &= 8/14 \\ &= 4/7 \\ &= 0,57 \Rightarrow 57\% \end{aligned}$$



**1.1.6.** Si se lanzan al aire tres monedas iguales, ¿cuál es la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz?

$E = (CCC, CCX, CXX, XXX)$

Los sucesos elementales no son equiprobables.

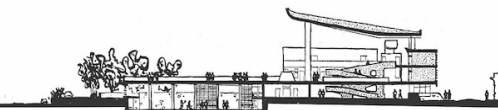
Por ejemplo, CCC solo puede obtenerse de una forma mientras que CXX se puede obtener de varias (CXX, XCX, XXC)

Para calcular la probabilidad de ocurrencia nos ayudamos con un cuadro o diagrama

<i>moneda 1</i>	<i>moneda 2</i>	<i>moneda 3</i>		<i>p</i>
C	C	C	CCC	1/8
		X	CCX	1/8
	X	C	CXC	1/8
		X	CXX	1/8
X	C	C	XCC	1/8
		X	XCX	1/8
	X	C	XXC	1/8
		X	XXX	1/8

Suceso 2 caras y una cruz  $\Rightarrow$  CCX, CXC, CXX

$$\begin{aligned}
 p(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz}) &= 1/8 + 1/8 + 1/8 \\
 &= 3/8 \\
 &= 0,375 \Rightarrow 37,5\%
 \end{aligned}$$

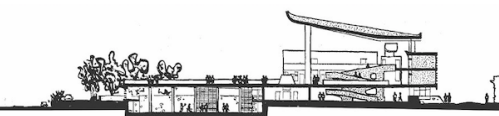


**1.1.7.** Se lanza un par de dados. Se define la variable aleatoria  $x$  como la suma de las puntuaciones obtenidas. Hallar la función de probabilidad, la esperanza matemática y la varianza.

Podemos anotar todas las posibles combinaciones, como en el ejercicio anterior y definir la probabilidad de ocurrencia

<i>DADO 1</i>	<i>DADO 2</i>	<i>x</i>	<i>p<sub>i</sub></i>
1	1	2	1/36
	2	3	1/36
	3	4	1/36
	4	5	1/36
	5	6	1/36
	6	7	1/36
2	1	3	1/36
	2	4	1/36
	3	5	1/36
	4	6	1/36
	5	7	1/36
	6	8	1/36
3	1	4	1/36
	2	5	1/36
	3	6	1/36
	4	7	1/36
	5	8	1/36
	6	9	1/36
4	1	5	1/36
	2	6	1/36
	3	7	1/36
	4	8	1/36
	5	9	1/36
	6	10	1/36
5	1	6	1/36
	2	7	1/36
	3	8	1/36
	4	9	1/36
	5	10	1/36
	6	11	1/36
6	1	7	1/36
	2	8	1/36
	3	9	1/36
	4	10	1/36
	5	11	1/36
	6	12	1/36





o podemos aplicar la fórmula de combinatoria  $m^n$ , donde  $m$  es el número de posibles resultados al lanzar un solo dado, y  $n$  es el número de dados que utilizamos

$$6^2 = 36 \Rightarrow p_i = 1/36$$

$X$	$p_i$	$p_i X$	$p_i X^2$
2	1/36	2/36	4/36
3	2/36	6/36	18/36
4	3/36	12/36	48/36
5	4/36	20/36	100/36
6	5/36	30/36	180/36
7	6/36	42/36	294/36
8	5/36	40/36	320/36
9	4/36	36/36	324/36
10	3/36	30/36	300/36
11	2/36	22/36	242/36
12	1/36	12/36	144/36
	$36/36 = 1$	$252/36 = 7$	$1.974/36 = 54,83$

Para calcular la esperanza:

$$E(x) = \mu = \sum_{i=1}^k x_i p(x_i) = 7$$

Para calcular la varianza:

$$V(x) = \sum_{i=1}^k [x_i - \mu]^2 p(x_i)$$

$$= E(x^2) - E(x)^2$$

$$= 54,83 - 7^2$$

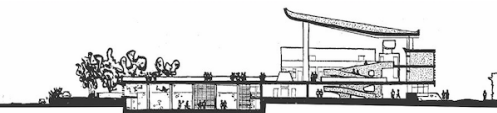
$$= 54,83 - 49$$

$$= 5,83$$

$$\text{Además, } DS(x) = \sigma = \sqrt{V(x)}$$

$$\sigma = \sqrt{5,83}$$

$$\sigma = 2,41$$



- 1.1.8.** Si una persona compra un billete de lotería con el que puede ganar un primer premio de \$250.000 ó un segundo premio de \$100.000, con probabilidades de 0.1% y 0.3% respectivamente. ¿Cuál sería el precio razonable a pagar por el billete?

Se define la variable aleatoria  $\underline{x}$  como el premio de un billete de lotería.

$X$	$p_i$	$p_i X$
250.000	0.001	250
100.000	0.003	300
		550

O directamente, aplicamos la fórmula de la esperanza matemática:

$$\begin{aligned}
 E(x) = \mu &= \sum_{i=1}^k x_i p(x_i) = \$250.000 \times 0,001 + \$100.000 \times 0,003 \\
 &= \$250 + \$300 \\
 &= \$550
 \end{aligned}$$