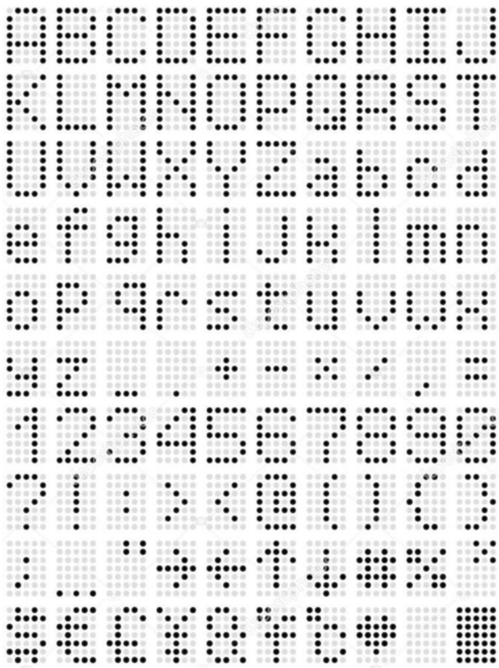
Travaux dirigés n°0 Codage de l’information



Exercice 1 : Une image binaire

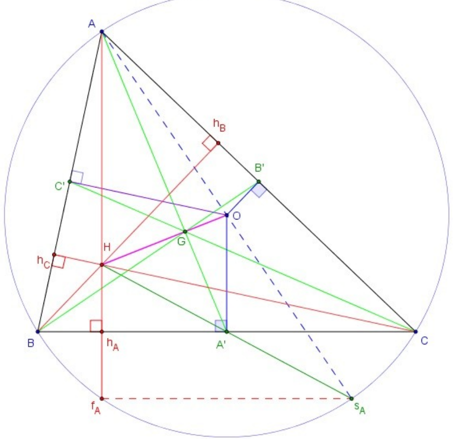
Choisir un de ces caractères et écrire sur un papier sa description afin qu’une autre personne puisse le refaire.

Exercice 2 : Les données d’un jeu

Afin de programmer un jeu pour le petit Cyril, proposer un encodage des données de ses cartes à partir de la capture d’écran ci-contre :

Exercice 3 : Une figure de géométrie

Proposer une façon d’encoder des figures de géométrie telle que celle ci :



Exercice 4 : Arithmétique (A faire en TP)

Rédiger des exemples illustrant les principaux résultats d’arithmétique vus au semestre précédent

Exercice 5 : Dénombrements (A faire en TP)

Quelques dénombrements importants

- Écrire toutes les listes (donc ordonnées **avec** répétitions) de 3 lettres choisies parmi cinq.
  Combien y en a-t-il ?
  Écrire le code informatique affichant toutes ces listes.
  Donner un exemple issu de la vie courante d'une telle structure de donnée.
  Avez-vous une proposition de formule générale ?

- Écrire toutes les listes **sans** répétitions de 3 lettres choisies parmi cinq.
  Combien y en a-t-il ? Combien y-a-t-il de telles listes de cinq lettres ?
  Écrire le code informatique listant toutes ces listes.
  Donner un exemple issu de la vie courante d'une telle structure de donnée.
  Avez-vous une proposition de formule générale ?

- Écrire tous les ensembles (sans ordre et **sans** répétitions) de 3 lettres choisies parmi cinq.
  Combien y en a-t-il ?
  Écrire le code informatique listant tous ces ensembles.
  Donner un exemple issu de la vie courante d'une telle structure de donnée.
  Avez-vous une proposition de formule générale ?

Exercice 6 : Le « paradoxe » des anniversaires (A faire en TP)

1. Sans aucune justification, proposer un ordre de grandeur de la probabilité que deux personnes de cette salle aient la même date d'anniversaire.
2. Donner une représentation et/ou un code informatique calculant/estimant cette probabilité.
3. A partir de combien de personnes présentent cette probabilité dépasse 0,5 ? 0,9 ?

Exercice 7 : Texte

Ce texte de 87 caractères a été enregistré en TXT en 91 octets. Donner une explication.

This 78 character text was recorded in TXT in 78 bytes. Giving an explanation.

تم تسجيل هذا النص المكون من 72 حرفًا بتنسيق TXT في 122 بايت. إعطاء تفسير.

이 46 자 텍스트는 TXT 에서 102 바이트로 녹음되었습니다. 설명을 하고 있습니다.

Exercice 8 : Les mains du Poker.

On distribue 5 cartes d'un jeu de 32 à une personne qui alors possède par définition une main de 5 cartes.
Donner, une représentation bijective des mains suivantes. A quoi cela peut-il servir ?
Écrire le code informatique permettant de les lister de manière efficace :

- **Les mains de 5 cartes.**
- **Les mains de 5 cartes se suivant et de même couleur (Quinte flush).**
- **Les mains de 5 cartes se suivant mais n'étant pas toutes de même couleur (suite).**
- **Les mains de 5 cartes ne se suivant pas mais étant toutes de même couleur (couleur).**
- **Les mains de 5 cartes dont 4 sont de valeur identique (carré).**
- **Les mains de 5 cartes dont 3 sont de même valeur ainsi que les deux autres (full tel que trois rois et deux dames).**
- **Les mains de seulement 3 cartes identiques, les deux autres étant quelconques (brelan).On ne compte donc pas les fulls.**
- **Les mains avec deux paires.**
- **Les mains avec une simple paire.**

Exercice 1 : Correction Une image binaire

Propositions de codage de quelques images.

A1 : Image5*7 : BNNNBNBBBNNBBBNNBBBNNNNNNNBBBNNBBBN

B2 : N4BN4BN4BN4BN4BN4B5N

F5 : C3D2D3D4E3

J9 : tout blanc

J10 : N

Evidemment ils sont là pour provoquer la discussion sur l'efficacité, l'universalité, les contextes et les sous entendus. Leur bijectivité ↔ Preuve par dénombrement

Exercice 2 : Les données d'un jeu

Pour la carte :

```
PPPPPPPPPPPPPMMMMMMPPPPPPPPP
PPPPPPPPPPPPMMMMMMMMMPPPPPPP
PPPPPPPPPPPPMMMMMMMMMPPPPPPP
MMMMPPPPPPPPMMMMMMMMMPPPPPPP
MMMMPPPPPPPPMMMMMMMMMPPPPPPP
MMMMPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPP
MMMMPPPPPPPPPPPPPPPPPRPPPPPR
MMMMPPPPPPPPPPPPPPPPPRPPPPPR
PPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPRPPPPPR
PPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPRRRRRPR
```

Pour les objets sur la carte :

```
___M________________________
__B______________________A__
```

etc..

Exercice 3 : Une figure de géométrie

A=(100,150);B=(80,50) ;C=(180,50) ;I=Milieu(A,B) ;

S1=Segment(A,B,coul=black)

etc...

Exercice 4 : Voir Correction TP

Exercice 5 : Correction Quelques dénombrements importants

Listes avec ordre et avec répétition

125 Listes de 3 éléments choisis parmi .5.

```
aaa aab aac aad aae    aba abb abc abd abe  aca acb acc acd ace      ada adb adc add ade      aea aeb aec aed aee
baa bab bac bad bae    bba bbb bbc bbd bbe  bca bcb bcc bcd bce      bda bdb bdc bdd bde      bea beb bec bed bee
caa cab cac cad cae    cba cbb cbc cbd cbe  cca ccb ccc ccd cce      cda cdb cdc cdd cde      cea ceb cec ced cee
daa dab dac dad dae    dba dbb dbc dbd dbe  dca dcb dcc dcd dce      dda ddb ddc ddd dde      dea deb dec ded dee
eaa eab eac ead eae    eba ebb ebc ebd ebe  eca ecb ecc ecd ece      eda edb edc edd ede      eea eeb eec eed eee
```

Ce sont les listes de p éléments parmi n, le même élément pouvant se répéter plusieurs fois, soit les p-uplets d'un ensemble à n éléments. **Il y en a n^p .**

Ceci correspond à p tirages **successifs avec remise** d'une boule dans une urne contenant n boules.

Remarque : on peut avoir $p > n$

Exemple : tous les nombres s'écrivant avec 5 chiffres.

Listes avec ordre et sans répétition

```
abe abd abc ace acd acb ade adc adb aed aec aeb
bca bce bcd bae bac bad bda bde bdc bea bec bed
cba cbe cbd cae cad cab cda cde cdb cea ced ceb
dba dbe dbc dca dce dcb dae dac dab dea dec deb
eba ebd ebc eca ecd ecb ead eac eab eda edc edb
```

soit 60 listes de 3 éléments sans répétitions choisis parmi 5

Ce sont les listes de p éléments parmi n, sans que le même élément ne se répète, soit les arrangements de p éléments d'un ensemble à n éléments.

Il y en a $A_n^p = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$

Ceci correspond à p tirages **successifs sans remise** d'une boule dans une urne contenant n boules.

Remarque : on a nécessairement $p \leq n$

Cas important : lorsque $p = n$, ceci correspond aux permutations d'un ensemble à n éléments : il y en a $n!$

3. Ensembles sans ordre et sans répétition

```
abc abd abe
    acd ace    bcd bce
        ade        bde      cde
 soit 10 ensembles de 3 éléments sans ordre et sans répétitions choisis parmi 5
```

Les ensembles de p éléments parmi n : il y en a $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Ceci correspond à un tirage **simultané** de p boules dans une urne contenant n boules.

Code :

```
lc=['a','b','c','d','e']
n=0
for c1 in lc:
    for c2 in lc:
        for c3 in lc:
            print (c1+c2+c3+" ")
            n+=1
print(f" soit {n} listes de 3 éléments avec répétitions choisis parmi 5")

n=0
for c1 in lc:
    lc2=lc.copy()
    lc2.remove(c1)
    for c2 in lc2:
        lc3=lc2.copy()
        lc3.remove(c2)
        for c3 in lc3:
            print (c1+c2+c3+" ")
            n+=1
print(f" soit {n} listes de 3 éléments sans répétitions choisis parmi 5")

n=0
for i1 in range(0,3):
    for i2 in range(i1+1,4):
        for i3 in range(i2+1,5):
            print (lc[i1]+lc[i2]+lc[i3]+" ")
            n+=1
print(f" soit {n} ensembles de 3 éléments sans ordre et sans répétitions choisis parmi 5")
```

Exercice 6 : Correction

Rappel : Les {} représentent un ensemble (sans ordre), les ( ) représentent une liste (avec ordre).

Le nombre total de mains : {5 cartes parmi 32} soit $\binom{32}{5}=201376$

Le nombre de mains de 5 cartes se suivant et de même couleur (Quinte flush).
{La couleur}{La valeur} soit 4*8=**32**

Le nombre de mains de 5 cartes se suivant mais n'étant pas toutes de même couleur (suite).
{La valeur de départ}(Les couleurs des 5 cartes) soit $4*4^5$=4096 donc 4096-32=**4064**

Le nombre de mains de 5 cartes ne se suivant pas mais étant toutes de même couleur (couleur).
{la couleur} {Les valeurs des 5 cartes} soit $4.\binom{8}{5}=224$ =224 donc 224-32=**192**

Le nombre de mains de 5 cartes dont 4 sont de valeur identique (carré).
{Le carré parmi 8}{L'autre carte parmi 28} soit 8*28=**224**

Le nombre de mains de 5 cartes dont 3 sont de même valeur ainsi que deux autres (full tel que trois rois et deux dames).
{Le brelan}{la paire} soit {la valeur}{Les 3 couleurs} {la valeur}{Les deux couleurs} Soit
$8.\binom{4}{3}.7.\binom{4}{2}=1344$ =**1344**

Le nombre de mains de seulement 3 cartes identiques, les deux autres étant quelconques (brelan).
On compte les brelans et les fulls:{Le brelan} {Deux autres cartes parmi 28}
Soit $8.\binom{4}{3}.\binom{28}{2}=12096$
Finalement Le nombre de mains avec un brelan est 12096-1344=**10752**.

Le nombre de mains avec deux paires.
Pour une valeur donnée il y a $\binom{4}{2}=6$ paires.
{Les deux valeurs possibles}(La paire de la 1ère valeur)(La paire de la deuxième valeur)(La dernière carte)
Soit : $\binom{8}{2}.6.6.24=24192$
Autre représentation : {La première paire parmi 6*8}{La seconde parmi 6*7}/2{La dernière carte parmi 24}
Il y en a donc 48*42*24=**24192**.

Le nombre de mains avec une simple paire.
Il y a 48 paires possibles: {la paire}{Les trois autres cartes toutes différentes}
Pour trois autres cartes parmi 28, il y a trois cas:

- Elles sont identiques $7.\binom{4}{3}=28$.
- Il y a une paire {la paire}{l'autre carte}: $7.\binom{4}{5}.24=1008$.
- Sinon elles sont toutes trois différentes: $\binom{28}{3}-28-1008=2240$.

Conclusion il y a 48.2240=**107520** paires.
Autre représentation {Les 3 valeurs}(leurs couleurs)= $\binom{7}{3}.4^3=2240$.
Autre vérification Main simple sans aucun doublon : {Les 5 valeurs}(leurs couleurs)=57344
et donc sans les suites et sans les couleurs:57344-4064-32-192=**53056**

En faisant la somme de tous les cas:on trouve bien :
107520+53056+24192+10752+1344+224+192+4 064+32= 201376