Détermination de l'intersection entre un segment et un triangle en 3D

Le triangle est défini par les sommets **A, B, C**, et le segment par les points **P_1, P_2**.

1. Paramétrer le segment

$$P(t) = P_1 + t(P_2 - P_1), \quad t \in [0, 1]$$

2. Définir le plan du triangle

$$\mathbf{N} = (B - A) \times (C - A)$$

L'équation du plan est :

$$\mathbf{N} \cdot (P - A) = 0$$

3. Trouver l'intersection du segment avec le plan

On remplace $P(t)$ dans l'équation du plan :

$$\mathbf{N} \cdot ((P_1 + t(P_2 - P_1)) - A) = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{N} \cdot (P_1 - A) + t\,\mathbf{N} \cdot (P_2 - P_1) = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{\mathbf{N} \cdot (A - P_1)}{\mathbf{N} \cdot (P_2 - P_1)}$$

- Si $\mathbf{N} \cdot (P_2 - P_1) = 0$, le segment est **parallèle au plan**.
- Si $t \in [0, 1]$, le segment coupe le plan au point :

$$P_I = P_1 + t(P_2 - P_1)$$

4. Tester si le point d'intersection est à l'intérieur du triangle

Le point P_I est à l'intérieur du triangle si :

$$\mathbf{N} \cdot ((B - A) \times (P_I - A)) \geq 0$$
$$\mathbf{N} \cdot ((C - B) \times (P_I - B)) \geq 0$$
$$\mathbf{N} \cdot ((A - C) \times (P_I - C)) \geq 0$$

Si les trois produits ont le même signe (tous ≥ 0 ou tous ≤ 0), alors P_I est **à l'intérieur du triangle** (ou sur un bord).

Résumé

$$\mathbf{N} = (B - A) \times (C - A)$$

$$t = \frac{\mathbf{N} \cdot (A - P_1)}{\mathbf{N} \cdot (P_2 - P_1)}$$

Si $t \in [0, 1]$, calculer :

$$P_I = P_1 + t(P_2 - P_1)$$

Vérifier les trois produits vectoriels ci-dessus. $\Rightarrow$ Si toutes les conditions sont vraies : **intersection entre le segment et le triangle**.