Algebra Lineal II - Año 2020

Facultad de Ingeniería

TRABAJO PRACTICO N°7

CONTENIDOS:

Espacio Euclideano. Bases Ortonormales. Proceso de Ortonormalización de Gram-Schdmit

1.

a.- En el espacio vectorial de R^2, se define el producto interno siguiente:

$$((x,y),(a,b)) = x.a + 3.y.b$$

i.- Determinar $((1,-2),(4,3))$

ii.- Calcular $\|(2,-3)\|$

iii.- Determinar x para que $\|(2x+1,-2)\| = 8$

iv- Dar un ejemplo de un vector ortogonal a $(-1,4)$

v.- Calcular la distancia entre $(1,-2)\ y\ (4,3)$

> En un espacio vectorial V con producto interno, se define la **distancia entre los elementos $\boldsymbol{u}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v}$** como: $dist(u,v) = \|u-v\|$

b. En el espacio vectorial R^{3x2}, se define el producto interno siguiente:

$$(A,B) = traza(A^T.B)$$

i.- Determinar $\left(\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\right)$

ii.- Calcular $\left\|\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\right\|$

iii.- Determinar x, si existe, para que $\left\|\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2x \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\right\| = 8$

iv- Determinar x, si existe, para que $\begin{pmatrix} 1+x & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ x & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ sean ortogonales

v.- Calcular la distancia entre $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}\ y\ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales y unitarios de un espacio vectorial euclidiano, demostrar que $\|\vec{u}-\vec{v}\| = \sqrt{2}$

3. Siendo $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales, $\|u\| = 2$ y v es unitario, demostrar que $\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = 5$

4. Usando propiedades y sabiendo que: $\langle u,v\rangle = 2, \langle u,w\rangle = 3$, calcular:

a. $\langle u, v + w\rangle$ b. $\langle u, 5v\rangle$ c. $\langle 3\, u, -2\, v\rangle$

5.- Determine una base ortonormal para los siguientes espacios.

a. Para R^3 a partir de la base $\{(-1,0,1),(0,1,1),(0,0,1)\}$

b Para R^2 a partir de la base $\{(1,5),(-1,1)\}$

c. $\{(x, y, z): 3x - y + 6z = 0\}$

d. $\{(x, y, z)\ \in R^3/x = -2y,\ z = x + y\}$