Trabajo Práctico 1: Oscilaciones y Ondas

Ecuaciones

Movimiento Armónico Simple		
Frecuencia	$f = \frac{1}{T}$	
Frecuencia Angular	$\omega^2 = \frac{k_e}{m}$	$\omega^2 = \frac{g}{L}$
	$\omega = 2\pi f$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$
Desplazamiento	$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$	$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi')$
Velocidad	$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$	
Aceleración	$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$	
	$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$	
Ley de Hooke	$F(t) = -k_e x(t)$	
Energía Cinética	$K = \frac{1}{2}mv^2$	
Energía Potencial Elástica	$U_e = \frac{1}{2}k_e x^2$	
Energía Mecánica	$E = \frac{1}{2}k_e A^2$	

Oscilaciones amortiguadas	
Desplazamiento	$x = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}\cos(\omega' t + \varphi)$
Frecuencia angular	$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$

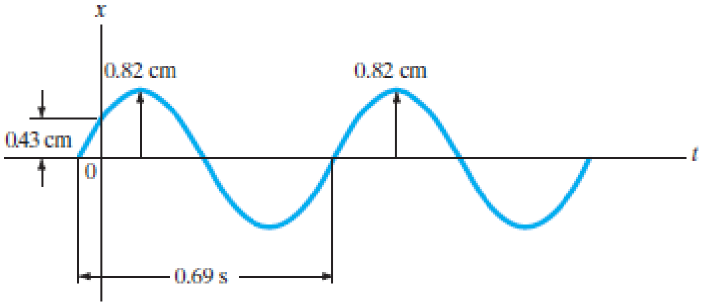
Ondas	
Velocidad de fase	$v = \lambda \cdot f$
Cuerda Tensa	$v^2 = \frac{T}{\mu}$
Número de onda	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
Ec. Gral. Onda Transversal	$y(x,t) = A \cdot \sin(kx \pm \omega t + \varphi)$
Superposición-Diferencia de fase cualquiera	$y(x,t) = 2A \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$
Ecuación de una onda estacionaria con extremo fijo en x=0	$y(x,t) = (A_{sw}\,\mathrm{sen}\,kx)\,\mathrm{sen}\,\omega t$
Frecuencias Armónicas	$f_n = n\frac{v}{2L} = nf_1$

Ejercicios

◆ Movimiento Armónico Simple

1. Un cuerpo de masa 0,25 kg oscila según un movimiento armónico simple de ecuación, en unidades del Sistema Internacional: $x(t) = 0{,}05\cos\left(\frac{t}{4} - \frac{\pi}{2}\right)$. Determinar: a. La amplitud, frecuencia y la frecuencia angular del oscilador; b. El periodo del movimiento; c. Escriba la ecuación como una función del seno; d. La velocidad y la aceleración máxima.
2. Un objeto de masa m= 2 kg realiza un Movimiento Armónico Simple (MAS) con una posición descrita por la ecuación: $x(t) = 0{,}2\ \cos\left(15t + \frac{\pi}{6}\right)$ donde x está en metros y t en segundos. Calcular: a. La amplitud del movimiento; b. La frecuencia angular, la frecuencia y el período del movimiento; c. La energía total del sistema.
3. Una masa de 4 kg se encuentra sujeta a un resorte que oscila con una amplitud de A= 12 cm y una frecuencia de f = 1,8 Hz. Considerando que $\varphi = 0$. Determinar: a. ¿Cuál es la constante k del resorte?; b. ¿Cuál es la energía total del movimiento?; c. Escribir una ecuación $x(t)$ que describa la posición de la masa en función del tiempo.
4. El desplazamiento de una partícula está dado por la ecuación $x = 6\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, donde x está en m y t en s. Determinar: a. La frecuencia angular, la frecuencia y el período de movimiento; b. La amplitud del movimiento; c. La fase y la constante de fase; d. La posición de la partícula en t = 0 y 5 s; e. La velocidad y la aceleración en cualquier instante de tiempo; f. La velocidad y aceleración máxima; g. Escribir la ecuación como una función del seno; h. Graficar la posición, velocidad y aceleración como función del tiempo.
5. La velocidad en m/s de un M.A.S. es $v(t) = -0{,}72\pi\ sen\ \pi(12t - 1)$, donde t es el tiempo en s. ¿Cuáles son la frecuencia y la amplitud de ese movimiento? Escribir la expresión de su elongación en función del tiempo.
6. Una partícula oscila en el eje X con movimiento armónico simple. Si parte de la posición de equilibrio y comienza a oscilar hacia la derecha con una amplitud de 4 cm y una frecuencia de 1/3 Hz, determinar: a. La ecuación de posición; b. La velocidad y la aceleración cuando t = 5 s; c. La velocidad cuando pasa por la posición x = -1 cm.
7. Cuando una familia de cuatro personas con una masa total de 200 kg se sube a su automóvil de 1200 kg, los resortes del vehículo se comprimen 3 cm. a) ¿Cuál es la constante de resorte de los resortes del auto, suponiendo que éstos actúan como un solo resorte? b) ¿Cuánto más bajo estará el automóvil si se carga con 300 kg, en vez de 200 kg?
8. En un M.A.S. la elongación en cm es $x(t) = 0{,}25\ cos\ \left(\frac{\pi}{5}t - 5\pi\right)$, siendo t el tiempo en s. Calcular la elongación, velocidad y aceleración del móvil en los instantes t = 0 s y t = 1/60 s.

9. En la figura se muestra la gráfica de desplazamiento versus tiempo de una pequeña masa m en el extremo de un resorte. En t=0, x=0,43 cm. a) Si m=9,5 g, encontrar la constante de resorte; b) Escriba la ecuación para el desplazamiento en función del tiempo; c) Escriba las ecuaciones de la velocidad y aceleración como función de t.



◆ Oscilaciones Amortiguadas

10. Un bloque de masa m=1,2 kg está unido a un resorte ideal con constante elástica k=9 N/m, y se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción. Está conectado además a un amortiguador que aplica una fuerza proporcional a la velocidad, con constante de amortiguamiento b=7,2 kg/s. En el instante t=0, el bloque se encuentra desplazado x(0)=0,02 m de la posición de equilibrio. Se sabe que la amplitud inicial del movimiento es A=0,025 m, y que su velocidad inicial es cero: a. Determinar si el sistema está subamortiguado, críticamente amortiguado o sobreamortiguado; b. Calcular el valor del ángulo de fase.
11. Un bloque de masa m=0,40 kg está conectado a un resorte ideal de constante elástica k=36 N/m, y se encuentra sobre una superficie horizontal sin fricción. El sistema está sometido a una fuerza de amortiguamiento proporcional a la velocidad, con constante de amortiguamiento b=2 kg/s. En el instante t=0, el bloque se encuentra desplazado 0,05 m hacia la derecha de la posición de equilibrio, y su velocidad inicial es cero. Se sabe que el ángulo de fase es cero: a. Determinar si el sistema está subamortiguado, críticamente amortiguado o sobreamortiguado; b. Escribir la función x(t) que describe la posición del bloque en función del tiempo.

◆ Ondas

12. Un foco genera ondas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz, que se propagan por un medio con una velocidad de 250 m/s. Determinar el periodo y la longitud de onda de la perturbación.

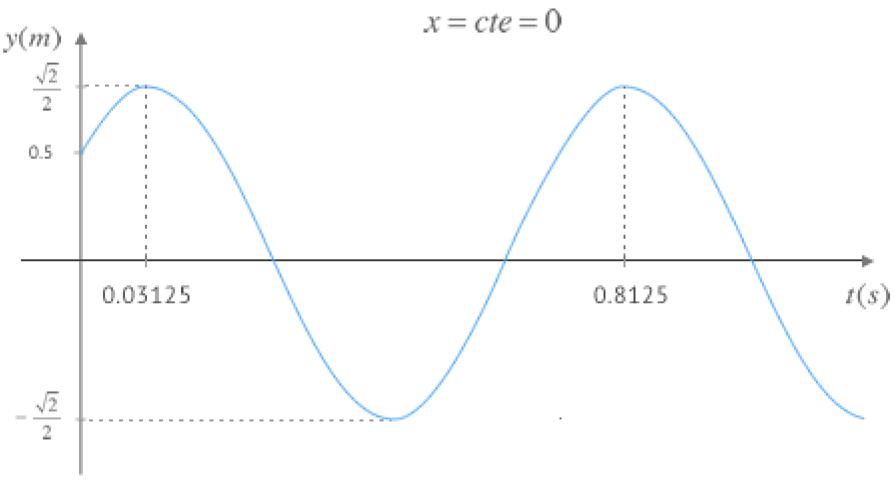
13. La nota musical la tiene una frecuencia, por convenio internacional de 440 Hz. Si en el aire se propaga con una velocidad de 340 m/s y en el agua lo hace a 1400 m/s, calcula su longitud de onda en esos medios.
14. La expresión de una onda está dada por $y(x,t) = 12sen(2\pi(x - 1{,}5t))$. Determinar: a. La amplitud, la longitud de onda y la frecuencia de la onda; La velocidad de fase y la dirección de propagación de la onda.
15. Dada la ecuación de una onda $y(x,t) = 4sen\left(2\pi x - 25\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ encontrar el desfase entre dos puntos separados $70\ cm$ en el eje x, en un mismo instante de tiempo.
16. La expresión de una onda es $y(x,t) = 8cos\big(2\pi(0{,}5x + 3t)\big)$, donde x y t están en metros y segundos, respectivamente. a. Escribir la función como seno; b. Encontrar la amplitud, frecuencia, y velocidad de fase de la onda; c. ¿En qué dirección se propaga la onda?; d. Escribir la expresión de la velocidad y la aceleración de la onda; e. Calcular el valor de Δt si la diferencia de fase entre dos puntos de la onda es 4π, considerando que ambos puntos se encuentran en la misma posición x.
17. Dadas las ondas:

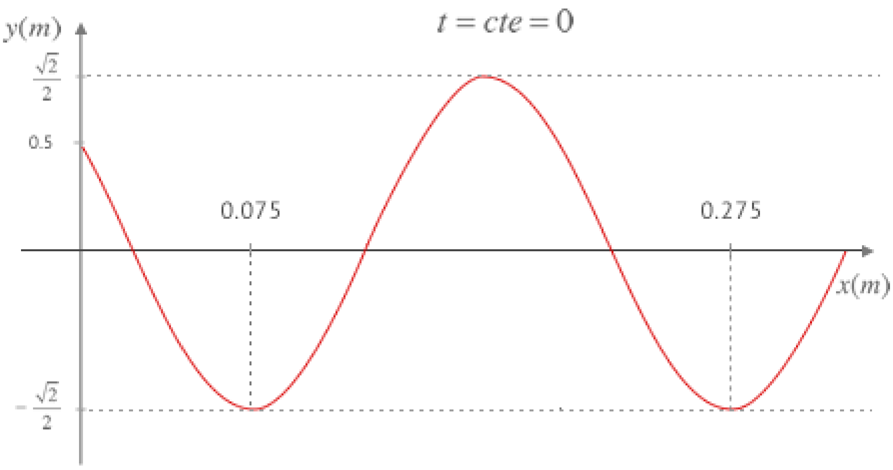
$$y_1 = 2\ \text{sen}\left(2x - t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y_2 = 2\cos\ (2x - t)$$

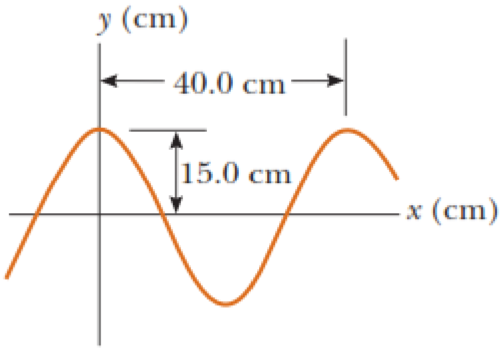
18. La expresión de una onda viene dada por $y(x;t) = 5\ sen\ 2\pi(x - 2t)$

    Determinar: a. La amplitud, el periodo, la frecuencia de la onda y la velocidad de fase; b. La expresión de la onda para $\text{t} = 0$; c. Encontrar la velocidad y la aceleración de una partícula que se encuentra a 4 m del origen.
19. Determinar la ecuación que corresponde con la onda descrita por las siguientes gráficas:





20. Una onda sinusoidal avanza en la dirección x positiva, tiene una amplitud de 15.0 cm, longitud de onda de 40,0 cm y frecuencia de 8,00 Hz. La posición vertical de un elemento del medio en t = 0 y x = 0 también es de 15,0 cm, como se muestra en la figura: a. Encontrar el número de onda, periodo, frecuencia angular y rapidez de la onda; b. Determinar la constante de fase y escriba una expresión general para la función de onda.



21. Que se propagan en un medio elástico, determinar: a) La diferencia de fase entre ellas; b) El desplazamiento a lo largo del eje x entre y_1 *e* y_2; c) La diferencia de tiempo entre los movimientos armónicos para una posición x; d) La ecuación de onda resultante de la interferencia de y_1 *e* y_2.
22. Dos ondas tienen la misma frecuencia, pero están desfasadas por un ángulo de $\pi/3$. Sus ecuaciones son: $y_1(x,t) = 5cos(2\pi(0.1x - 4t))$ y $y_2(x,t) = 5cos\left(2\pi(0.1x - 4t) + \frac{\pi}{3}\right)$. Hallar la ecuación de la onda resultante.

Recursos Interactivos

Simulación MAS	**Movimiento Armónico Simple**	**Movimiento Amortiguado**	**Ondas Mecánicas**