

Examen Final - Análisis Matemático I

Universidad Católica de Salta

30 de noviembre de 2021

Apellido y Nombre: _____

DNI: _____

Carrera: _____

*Regulares: Para aprobar el examen usted debe obtener un mínimo de 40 puntos.
Libres: Para aprobar el examen usted debe obtener un mínimo de 60 puntos.*

Ejercicio 1. (20 puntos)

- (a) Define función en una variable, define dominio y rango de una función. Escribe el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 4}$$

- (b) ¿Toda función tiene inversa? ¿Por qué? Justifica y explica detalladamente si la función $f(x) = x^2$ admite inversa o no.

Dadas las funciones $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : B \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, define la función composición $g \circ f$, indicando cómo se define. ¿Cuál es su dominio?

Ejercicio 2. (20 puntos)

- (a) Define límites laterales. ¿Cuál es la relación que existe entre los dos límites laterales y el límite?
- (b) Define límite infinito y límite en el infinito. Ejemplifica.
- (c) Calcula el siguiente límite (sin aplicar la regla de L'Hôpital):

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sin(x - 1)}$$

Ejercicio 3. (20 puntos)

- (a) Define continuidad de una función en un punto. Clasifica detalladamente los diferentes tipos de discontinuidad que puede presentar una función.
- (b) Dada la siguiente función $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$, determina, si existen, las asíntotas.

Ejercicio 4. (20 puntos)

- (a) Enuncia e interpreta geoméricamente el concepto de derivada de una función f en un punto.
- (b) Enuncia el método de derivación logarítmica y aplícalo para determinar la derivada de la siguiente función:

$$x(t) = \frac{e^{-3t} \cos^2 t}{(t^2 - 1)^2}$$

Ejercicio 5. (20 puntos)

- (a) Define diferencial de una función e interpreta geoméricamente. Aproximá el valor de una función usando diferenciales.

$$\ln(1.05)$$

- (b) Enuncia la regla de L'Hôpital. Ejemplifica.