

TRABAJO PRACTICO N°4

TRANSFORMACIONES LINEALES

EJERCICIO 1. Determina si las siguientes son transformaciones lineales o no

- a) $T: R^3 \rightarrow R^3$ tal que $T(a, b, c) = (a - 2b, b + c)$
- b) $T: R^3 \rightarrow R^{2 \times 2}$ tal que $T(x, y, z) = \begin{pmatrix} x & y + z \\ 0 & -x \end{pmatrix}$
- c) $T: R^2 \rightarrow R^3$ tal que $T(a, b) = (a - b, a + b, 1)$
- d) $T: R^3 \rightarrow P_2$ tal que $T(a, b, c) = (a + b)x^2 + cx + b$
- e) $T: P_3 \rightarrow R^{2 \times 2}$ tal que $T(ax^3 + bx^2 + cx + d) = \begin{pmatrix} a & -b \\ c & a - b \end{pmatrix}$
- f) $T: R^2 \rightarrow R^{2 \times 3}$ tal que $T(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & xy \end{pmatrix}$

EJERCICIO 2. Determina el NUCLEO de las siguientes transformaciones, base de núcleo y dimensión.

- a) $T: R^3 \rightarrow R^3$ tal que $T(a, b, c) = (a - 2b, b + c)$
- b) $T: R^{2 \times 2} \rightarrow P_2$ tal que $T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ax^2 + (b + c)x + d$
- c) $T: P_2 \rightarrow R^3$ tal que $T(ax^3 + bx^2 + c) = (a + b, -b, c)$
- d) $T: R^3 \rightarrow R^2$ tal que $T(x, y, z) = (y - x - z, 0)$

EJERCICIO 3. Determina la IMAGEN de las siguientes transformaciones, base de la imagen y dimensión.

- a) $T: R^2 \rightarrow R^3$ tal que $T(a, b) = (a + b, a - b, 2a)$
- b) $T: R^3 \rightarrow R^{2 \times 2}$ tal que $T(a, b, c) = \begin{pmatrix} a + b & -b \\ 0 & b + c \end{pmatrix}$
- c) $T: R^3 \rightarrow P_2$ tal que $T(a, b, c) = (a + b)x^2 + cx + b$
- d) $T: R^3 \rightarrow R^3$ tal que $T(a, b, c) = (a + b, b + c, a + c)$

EJERCICIO 4.

- a) Clasificar las transformaciones lineales del ejercicio 3 y 4 como monomorfismo, epimorfismo e isomorfismo, según corresponda.
- b) Verificar en ellas el teorema de las dimensiones.

EJERCICIO 5.

- a) Encontrar las coordenadas de $x = (4, -3) \in R^2$ en las siguientes bases:
 - i. $\{(1, -1), (2, 1)\}$

- ii. $\{(1,0), (0,1)\}$
- iii. $\{(5,1), (-1,1)\}$

b) Encontrar las coordenadas de $x = (1,2, -1)$

- i. $\{(1,1,0), (2,1,1), (1, -1,1)\}$
- ii. $\{(1,0, -2), (1,1,1), (-1, -1,1)\}$
- iii. $\{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

EJERCICIO 6

a) Encontrar la matriz asociada a la transformación

$$T: R^2 \rightarrow R^3 \text{ con } T(x, y) = (x - y, x + y, 2x)$$

- i. Respecto de las bases canónicas, y en base a ella hallar el transformado de $(2, -3)$
- ii. Respecto de las siguientes bases:

$$B_1 = \{(1, -1), (2,1)\}$$

$$B_2 = \{(1,0, -2), (1,1,1), (-1, -1,1)\}$$

Y en base a ello hallar el transformado de $(2, -3)$

b) Encontrar la matriz asociada a la transformación

$$T: R^3 \rightarrow R^2 \text{ con } T(a, b, c) = (2a + b, a + b + c)$$

- i. Respecto de las bases canónicas, y en base a ella hallar el transformado de $(5,1, -2)$
- ii. Respecto de las siguientes bases:

$$B_1 = \{(1,0, -1), (0,2,1), (1,1,1)\}$$

$$B_2 = \{(1, -2), (2,3)\}$$

Y en base a ello hallar el transformado de $(5,1, -2)$