

Examen Final - Análisis Matemático I

Universidad Católica de Salta - Facultad de Ingeniería

Apellido y Nombre: Bartolomé Facundo Agustín

DNI: 42886913

Carrera: Ing. Informática

Para aprobar el examen usted debe obtener un mínimo de 40 puntos.

Ejercicio 1 (20 puntos)

- (a) Defina el concepto de función exponencial y logarítmica. Indique claramente la relación que existe entre ellas. Determine el dominio y la imagen de ellas. Grafique en un mismo sistema de ejes cartesianos una función exponencial y una función logarítmica.
- (b) ¿Toda función tiene inversa? Justifique y explique detalladamente cómo se determina una fórmula para f^{-1} a partir de la fórmula de f .
- (c) Dadas las funciones $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : B \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Defina la función composición $g \circ f$, indicando cómo se define, cuál es su dominio y su imagen. Ejemplifique.

Ejercicio 2 (20 puntos)

- (a) Defina límite y límites laterales. ¿Cuál es la relación que existe entre los límites laterales y el límite?
- (b) Defina límite infinito y límite en el infinito. Ejemplifique.
- (c) Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{x^2-1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determine si existen los siguientes límites:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Ejercicio 3 (20 puntos)

- (a) Defina asíntota vertical, asíntota horizontal y asíntota oblicua. Determine las asíntotas de la función del ejercicio 1b.
- (b) Defina continuidad de una función en un punto. ¿Cuál es la diferencia entre discontinuidad esencial y discontinuidad evitable? Ejemplifique.
- (c) Determine si la proposición es verdadera o falsa. Justifique su respuesta:
 - i) Si f no está definida en 2, entonces la recta $x = 2$ es una asíntota vertical de $y = f(x)$. **F**
 - ii) Si una función es continua en un intervalo (a, b) entonces es continua en el intervalo $[a, b]$. **F**

Ejercicio 4 (20 puntos)

- (a) Enuncie e interprete geoméricamente el concepto de la derivada de una función f en un punto x_0 .
- (b) Demuestre la regla de derivación para el producto de funciones.
- (c) Enuncie el método de derivación implícita y aplíquelo para derivar la función $y^2 + x^2 = x$.

Ejercicio 5 (20 puntos)

- (a) Un astronauta lanza en la Luna una piedra al aire. La altura de la piedra viene dada por:

$$s(t) = -\frac{27}{10}t^2 + 27t + 6$$

donde t se mide en segundos y s en metros.

- i) Halle expresiones para la velocidad y la aceleración de la piedra.
 - ii) ¿Cuándo la piedra está en reposo? ¿A qué altura se encuentra?
 - iii) ¿Cuál es la velocidad de la piedra cuando está 1 m arriba del piso en su camino hacia arriba y luego hacia abajo?
- (b) Defina diferencial de una función e interprételo geoméricamente. Aproxime el valor de $\ln(0.5)$.
- (c) Enuncie la regla de L'Hôpital y ejemplifique.