

TRABAJO PRACTICO N°2

CONTENIDOS: Ecuaciones de la recta y del plano en e espacio. Posiciones relativas entre rectas, entre planos, entre rectas y planos. Distancias y ángulos.

EJERCICIO 1. Obtener la ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de la recta que cumple con las siguientes condiciones en cada caso:

- Recta que pasa por los puntos $A = (1, -2, -1)$ y $B = (3, 0, -2)$.
- Recta que pasa por el punto $P = (4, -3, 6)$ y es paralela al vector $\vec{u} = (1, 2, -3)$.
- Recta que pasa por el punto $A = (2, 5, -3)$ y es perpendicular al vector $\vec{u} = (1, 2, -3)$.
- Recta que pasa por el punto $A = (2, 5, -3)$ y es perpendicular simultáneamente a los vectores $\vec{u} = (1, 1, 0)$ y $\vec{v} = (2, 1, -1)$.

EJERCICIO 2. Determine las posiciones relativas entre los siguientes pares de rectas.

$$a. \quad r: X = \left(1, 3, \frac{1}{2}\right) + t \cdot (1, -2, 5) \quad s: \begin{cases} x = 3 - \frac{\alpha}{2} \\ y = 1 + \alpha \\ z = -2 - \frac{5}{2}\alpha \end{cases}$$

$$b. \quad r: \frac{x-14}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{\frac{1}{2}} \quad s: X = (3, -2, 0) + t \cdot (1, 1, 3)$$

$$c. \quad r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -\frac{1}{5} + 3t \end{cases} \quad s: \frac{x-3}{\frac{2}{3}} = \frac{y-2}{-\frac{1}{3}} = \frac{z-\frac{14}{5}}{1}$$

$$d. \quad r: X = (0, 1, 1) + t \cdot (-1, -1, 2) \quad s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 + 3\alpha \\ z = 1 + 2\alpha \end{cases}$$

$$e. \quad r: X = \left(7, 4, \frac{11}{5}\right) + t \cdot \left(1, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}\right) \quad s: \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \frac{4}{3}\alpha \\ z = 1 + \frac{2}{5}\alpha \end{cases}$$

EJERCICIO 3

- a. Dar un ejemplo de una recta secante a

$$r: X = (-1, 1, 1) + t \cdot (1, -1, 2)$$

- b. Dar un ejemplo de una recta alabeada a

$$r: X = (-1, 1, 1) + t \cdot (1, -1, 2)$$

- c. Dar dos pares de rectas paralelas.

EJERCICIO 4. Determine en cada caso:

- a. La ecuación general del plano que pasa por el punto $P = (2, 1, -1)$ y es ortogonal al vector $\vec{u} = (3, 1, -2)$.
- b. La ecuación normal y general del plano que pasa por los puntos $A = (1, -2, 2)$, $B = (3, 2, -5)$ y $C = (2, 0, -1)$.

- c. La ecuación general del plano perpendicular a la recta

$$r: X = \left(1, 3, \frac{1}{2}\right) + t \cdot (1, -2, 5)$$

Y pasa por el punto $P = (-7, 2, 3)$

- d. La ecuación general del plano que pasa por el punto $Q = (-2, 1, 1)$ y es paralelo a la recta $s: \frac{x-14}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-3}$.

EJERCICIO 5. Estudiar las posiciones relativas entre los planos:

- a. $\alpha: \frac{1}{5}x + 3y - 2z - \frac{6}{5} = 0$ y $\beta: -\frac{x}{3} - 5y + \frac{10}{3}z + 2 = 0$
- b. $\alpha: (x-1, y, z+2) \cdot (1, -1, 3) = 0$ y $\beta: x + y + z + 1 = 0$
- c. $\alpha: x + 5y - 4z + 4 = 0$ y $\beta: \frac{x}{4} + \frac{5}{4}y - z + 2 = 0$
- d. $\alpha: 3x - 2y + \frac{1}{5}z + 1 = 0$ y $\beta: -2x + \frac{4}{3}y - \frac{2}{15}z + 2 = 0$

EJERCICIO 6.

- a. Dar la ecuación de un plano paralelo al plano $\alpha: 2x + y - 2z + 5 = 0$.
- b. Dar la ecuación de un plano secante al plano $\alpha: 2x + y - 2z + 5 = 0$.
- c. Dar la ecuación de dos planos paralelos, tal que uno de ellos pase por el punto $P = (1, 0, -5)$.

EJERCICIO 7. Estudiar las posiciones relativas entre los siguientes planos y rectas.

- a. $5x - y - z + 3 = 0$ y $X = (1, 1, 7) + t \cdot (1, 2, 3)$

- b. $-2x + y + 5z = 1$ y $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 - 3\alpha \\ z = 2 + \alpha \end{cases}$

- c. $3x - y + z - 1 = 0$ y $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-2}$

EJERCICIO 8. Determine la distancia entre:

- a. El punto $P = (1,1,3)$ y la recta $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$
- b. El punto $P = (0,1,-1)$ y el plano $x + y + z = 0$.
- c. Las rectas $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - t \end{cases}$ y $X = (1,0,1) + \alpha(-2,2,2)$
- d. La recta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$ y el plano $x - y - z = 1$
- e. Los planos $\alpha: 3x - y + 6z = 3$ y $\beta: -x + \frac{y}{3} - 2z = -1$

EJERCICIO 9. Determinar el ángulo entre:

- a. Las rectas del ejercicio 2.d.
- b. Los planos del ejercicio 5.b.
- c. El plano y la recta del ejercicio 7.c.