

Examen Final - Análisis Matemático I

Universidad Católica de Salta - Facultad de Ingeniería

12 de diciembre de 2023

Apellido y Nombre: _____

DNI: _____

Carrera: _____

Ejercicio 1 (20 puntos)

- (a) Defina función exponencial y logarítmica. Determine el dominio e imagen de ambas funciones. ¿Qué relación existe entre ellas? Grafique ambas funciones en un mismo sistema de ejes.
- (b) Una pelota hacia arriba, la posición está dada por:

$$h(t) = -5t^2 + 36t$$

donde la pelota es arrojada en línea recta hacia arriba, $h(t)$ es la altura de la pelota en metros y t el tiempo en segundos.

- i) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar la altura máxima?
- ii) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
- iii) ¿A qué tiempo la pelota toca el suelo?
- iv) ¿Grafique la función $h(t)$?

Ejercicio 2 (20 puntos)

- (a) Defina límites laterales. ¿Cuál es la relación que existe entre los límites laterales y el límite?
- (b) Defina límite infinito y límite en el infinito. Ejemplifique.
- (c) Calcule el siguiente límite (sin aplicar L'Hôpital):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{2/x}$$

Ejercicio 3 (20 puntos)

- (a) Defina continuidad de una función en un punto. ¿Cuál es la diferencia entre discontinuidad evitable y no evitable?
- (b) Defina asíntota vertical y asíntota horizontal. Dada la función $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$, determine, si existen, las asíntotas.

Ejercicio 4 (20 puntos)

- (a) Enuncie e interprete geoméricamente el concepto de la derivada de una función f en un punto $x = x_0$. ¿Es posible que una función sea derivable en un valor de x y no sea continua en ese valor? Justifique su respuesta.
- (b) Enuncie los pasos para la derivación logarítmica y aplíquela para determinar la derivada de la siguiente función:

$$y = \frac{e^{-2t} \cos^3 t}{(1 - t^3)^2}$$

Ejercicio 5 (20 puntos)

- (a) La posición de una partícula que se desplaza a lo largo de una recta es $s = \sqrt{1 + 4t}$, con s en metros y t en segundos. Determine la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $t = 6$.
- (b) Aproxime el valor de $\ln(1.05)$ utilizando diferenciales.
- (c) Enuncie la regla de L'Hôpital. Explique cómo se aplica cuando se tiene una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$. Ejemplifique y resuelva el ejemplo.