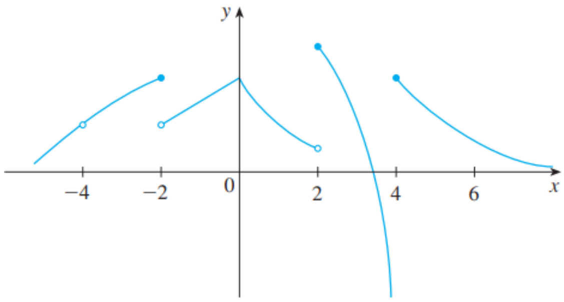
TRABAJO PRÁCTICO N°4
CONTINUIDAD Y ASINTOTAS

Continuidad: definición de continuidad de una función en un punto. Discontinuidad evitable y esencial. Propiedades de las funciones continuas. Continuidad de funciones elementales. Dominio de continuidad de una función. Asíntotas: vertical, horizontal y oblicua

Duración: 1½ clase.

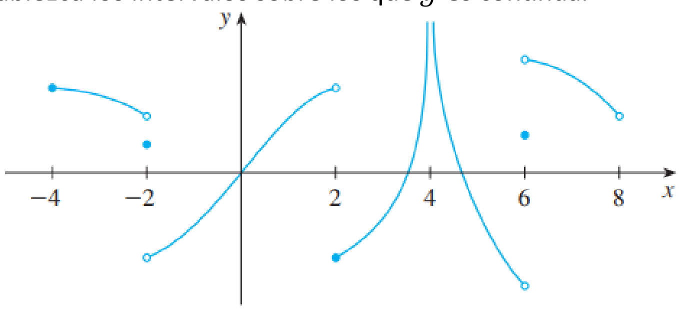
Ejercicio 1:

a) A partir de la gráfica de f, establezca el número en el cual f es discontinua y explique por qué. Clasifique las discontinuidades.



b) Para cada uno de los números que se obtuvieron en el inciso a), determine si f es continua por la derecha, por la izquierda o por ninguno de los dos lados.

c) A partir de la grafica de g, establezca los intervalos sobre los que g es continua.



Ejercicio 2:

a) Utilice la definición de continuidad y las propiedades de los límites para demostrar que cada una de las siguientes funciones es continua en el número dado $x = a$.

i) $f(x) = (x + 2x^3)^4$ $\quad a = -1$ ii) $g(t) = \dfrac{2t - 3t^2}{1 + t^3}$ $\quad a = 1$

b) Utilice la definición de continuidad y las propiedades de los límites para demostrar que cada una de las siguientes funciones es continua sobre el intervalo dado.

i) $f(x) = \dfrac{2x + 3}{x - 2}$ $\quad (2, \infty)$ ii) $g(t) = 2\sqrt{3 - x}$ $\quad (-\infty, 3]$

Ejercicio 3:

Explique por qué cada una de las siguientes funciones es discontinua en el número dado $x = a$.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x + 2}$ $\quad a = -2$

b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x + 2} & si \quad x \neq -2 \\ 1 & si \quad x = -2 \end{cases}$ $\quad a = -2$

c) $h(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x < 0 \\ x^2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ $\quad a = 0$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} & si \quad x \neq 1 \\ 1 & si \quad x = 1 \end{cases}$ $\quad a = 1$

e) $g(x) = \begin{cases} \cos x & si \quad x < 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \\ 1 - x^2 & si \quad x > 0 \end{cases}$ $\quad a = 0$

f) $h(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} & si \quad x \neq 3 \\ 6 & si \quad x = 3 \end{cases}$ $\quad a = 3$

Ejercicio 4:
¿Cómo podría "evitar la discontinuidad" en cada una de las siguientes funciones? En otras palabras, ¿cómo redefiniría $f(2)$ a fin de que sean continuas en $x = 2$?

a) $$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$$

b) $$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Ejercicio 5:
Encuentre los valores en los que f es discontinua. Clasifique las discontinuidades. ¿Dónde f es continua?

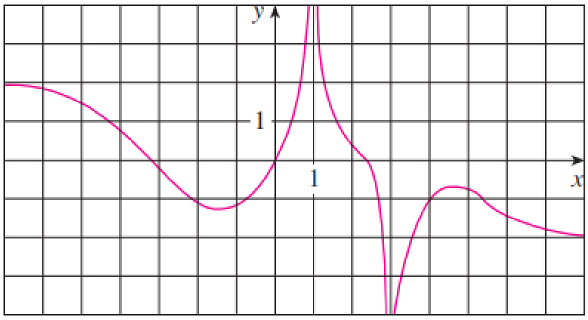
a) $$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & si \quad x \leq 0 \\ 2 - x & si \quad 0 < x \leq 2 \\ (x-2)^2 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

b) $$f(x) = \begin{cases} x + 1 & si \quad x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad 1 < x < 3 \\ \sqrt{x - 3} & si \quad x \geq 3 \end{cases}$$

c) $$f(x) = \begin{cases} x + 2 & si \quad x < 0 \\ e^x & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & si \quad x > 1 \end{cases}$$

d) $$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$$

Ejercicio 6:
a) Para la función f cuya gráfica está dada, establezca lo siguiente:

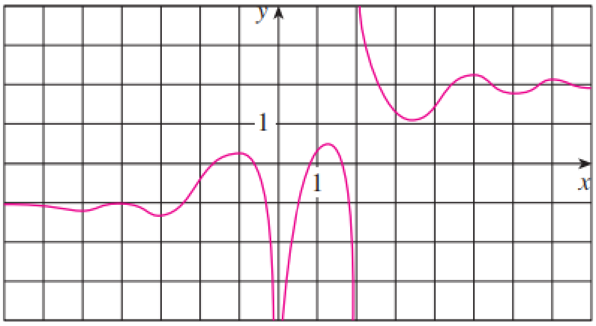


i) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

iii) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ iv) $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$

v) Las ecuaciones de las asíntotas.

b) Para la función g cuya gráfica está dada, establezca lo siguiente.



i) $\lim\limits_{x \to \infty} g(x)$ ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

iii) $\lim\limits_{x \to 0} g(x)$ iv) $\lim\limits_{x \to 2^+} g(x)$

v) $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x)$ vi) Las ecuaciones de las asíntotas.

Ejercicio 7: Determine las ecuaciones de las asíntotas de las siguientes funciones.

a) $$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

b) $$g(x) = \frac{x - 4}{x^2 - 16}$$

c) $$h(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$$

d) $$s(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

e) $$r(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$$

f) $$t(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 1}{x - 1} & si \quad x < 1 \\ \dfrac{x - 1}{x^2 + 1} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$