



TRABAJO PRÁCTICO N° 1
FUNCIONES DE VARIABLE REAL

Concepto de función. Función de variable real. Dominio. Imagen. Gráfica. Ejemplos de funciones de variable real: constante, lineal, cuadrática, valor absoluto y definidas por partes. Modelado de problemas mediante funciones lineales y cuadráticas. Funciones par e impar. Funciones creciente y decreciente. Transformaciones de funciones. Operaciones con funciones: suma, producto, cociente y composición. Función biunívoca. Función inversa.

Duración: 1 ½ clase

Ejercicio 1: Determine el dominio más amplio (de números reales) en donde la expresión algebraica dada defina una función real.

- i) $f(x) = x^2 - 1$ ii) $g(x) = \frac{x+4}{x^2-9}$ iii) $h(x) = \frac{x^3-5}{x^2+x}$ iv) $f(t) = \sqrt{2-3t}$
- v) $g(t) = \sqrt{t^2-4}$ vi) $h(t) = \frac{x}{\sqrt[4]{x+1}}$ vii) $s(t) = \frac{\sqrt{t+1}}{t+3}$ viii) $t(\theta) = \sqrt[3]{2\theta-1}$

Ejercicio 2:

a) A partir de la gráfica de la función $f(x) = x^2$ y mediante transformaciones, dibuje la gráfica de las funciones:

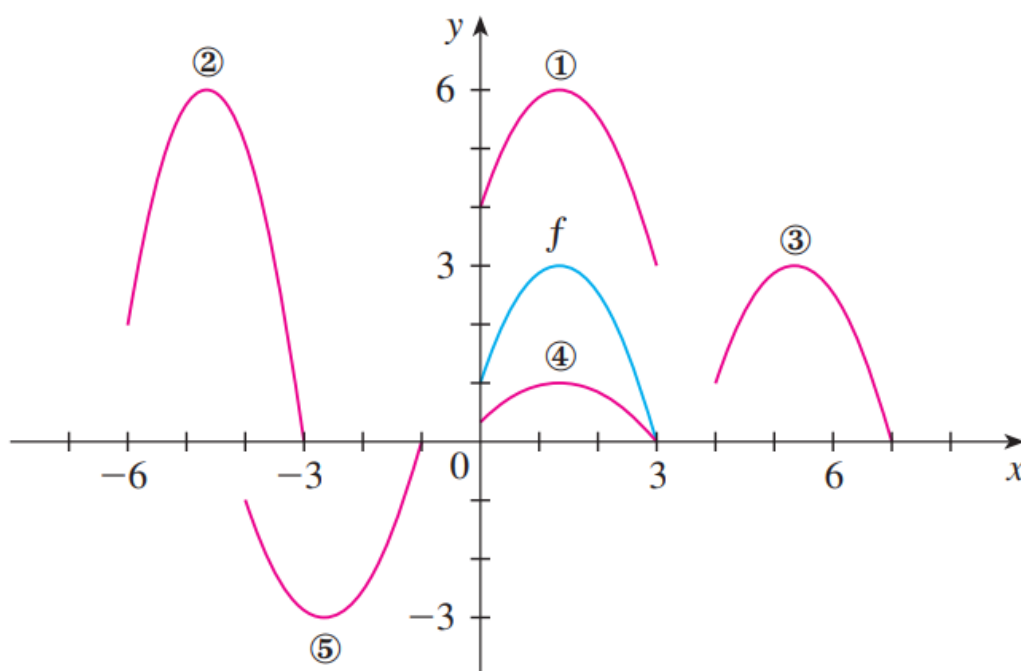
- i) $f_1(x) = x^2 - 2$ ii) $f_2(x) = (x-2)^2$ iii) $f_3(x) = (x+2)^2$ iv) $f_4(x) = -2(x-1)^2 + 1$

b) A partir de la gráfica de la función $g(x) = |x|$ y mediante transformaciones, dibuje la gráfica de las funciones:

- i) $g_1(x) = |x| - 1$ ii) $g_2(x) = |x+1|$ iii) $g_3(x) = |x-1|$ iv) $g_4(x) = -|x-2| + 2$

Ejercicio 3: Se da la gráfica de $y = f(x)$. Identifique la gráfica de cada una de las siguientes funciones obtenidas a partir de transformaciones de f .

- a) $y = f(x-4)$ b) $y = f(x) + 3$ c) $y = \frac{1}{3}f(x)$
- d) $y = -f(x+4)$ e) $y = 2f(x+6)$



Ejercicio 4: Determina si las siguientes funciones son par, impar o de ninguno de los dos tipos.

a) $f(x) = x^4 - x^2$ b) $g(x) = x^3 - x$ c) $h(x) = 1 + 3x^2 - x^4$
d) $s(t) = 1 + 3t^3 - t^5$ e) $a(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ f) $v(t) = \frac{t^2}{t^4 + 1}$

Ejercicio 5: Trace la gráfica de las siguientes funciones y para cada función determine:

- i) Dominio e imagen.
ii) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

a) $f(x) = x^2 - 4x$ b) $g(x) = 2x^2 + 4x - 6$
c) $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 5x & \text{si } x > 2 \end{cases}$ d) $s(t) = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 - 4 & \text{si } -3 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

Ejercicio 6: Para los siguientes pares de funciones, encuentre:

- i) $f + g$ ii) $f \cdot g$ iii) f/g iv) $f \circ g$ v) $g \circ f$
En todos los casos indique el dominio.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = 2x + 4$ b) $f(x) = x^2$ $g(x) = \sqrt{x - 2}$
c) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = \sqrt[3]{1 - x}$ d) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ $g(x) = \frac{x + 1}{x + 2}$

Ejercicio 7: Resuelve las siguientes situaciones problemáticas:

- a) El costo mensual de conducir un coche depende del número de millas recorridas. Lynn encontró que en mayo le costó \$380 conducir 480 millas y en junio le costó \$460 conducir 800 millas.
i) Exprese el costo mensual C como una función de la distancia recorrida d , suponiendo que una relación lineal da un modelo adecuado.
ii) Utilice el inciso a) para predecir el costo de conducir 1.500 millas por mes.
iii) Dibuje la gráfica de la función lineal. ¿Qué representa la pendiente? ¿Qué representa la intersección en C ?
b) La relación de la temperatura medida en grados Celsius con la temperatura en grados kelvin, es lineal
i) Exprese la temperatura en grados kelvin en función de la temperatura en grados Celsius, si 0°C equivale a 273°K y 27°C equivale a 300°K . Exprese el punto de ebullición, 100°C , en kelvin.
ii) Se define al cero absoluto como 0°K . ¿Cuántos es 0°K en grados Celsius?
c) La altura y (en pies) de un balón pateado está dada por $y = -\frac{16}{2025}x^2 + \frac{9}{5}x + 1,5$ donde x es la distancia horizontal (en pies) desde el punto en el que el balón es pateado.
i) ¿A qué altura está el balón cuando es pateado?
ii) ¿Cuál es la máxima altura alcanzada por el balón? ¿Qué tan larga es la patada?
d) Carol tiene 800 metros de cerca para cercar un corral rectangular para caballos.
i) Encuentre una función que modele el área del corral en términos del ancho x del corral.
ii) Encuentre las dimensiones del rectángulo que lleve al máximo el área del corral.

Ejercicio 8: Para cada una de las siguientes funciones:

- i) Indique dominio e imagen de las mismas.
ii) Analice si son funciones biunívocas (funciones uno a uno).
iii) Restrinja el dominio, si es necesario, para determinar su inversa.
iv) Represente gráficamente en un mismo sistema.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ b) $g(x) = 1 - x^2$ c) $h(x) = x^3 + 2$
d) $s(x) = \sqrt{x - 1}$ e) $a(x) = \sqrt{2x + 3}$ f) $v(x) = x^2 - x$