

# Examen Final Regular - Análisis Matemático I

Nicolás Robledo

29 de junio de 2020

Universidad Católica de Salta - Facultad de Ingeniería  
Análisis Matemático I

**JUSTIFICAR TODOS LOS RESULTADOS. LOS PROCEDIMIENTOS TAMBIÉN SE CORRIGEN.**

## Ejercicio 1 (15 puntos)

1. Escribe el dominio de la función  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3}$ .
2. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{1}{x}$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ . Encuentra la función composición  $f \circ g$ , indicando cómo se define, cuál es su dominio y su imagen.

## Ejercicio 2 (15 puntos)

1. Grafica la siguiente función  $f(x) = \ln x$ .
2. ¿La función del inciso (a) tiene inversa? Justifica y explica detalladamente cómo se determina una fórmula para  $f^{-1}$ , si existe.
3. Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ , definida por  $f(x) = \cos x$ , decide si  $f$  es par, impar o ninguna de las anteriores.

## Ejercicio 3 (20 puntos)

Dada la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2}{2x} & \text{si } x < 0 \\ -3x + 3 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ |x| & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Determina si existen los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

2. Calcula los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x^2 - 8}$
- $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sin(x - 5)}$

## Ejercicio 4 (20 puntos)

1. Analiza la continuidad de la función  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ , en todos los puntos de su dominio. Clasifica las discontinuidades.
2. Determina, si existen, las asíntotas de la función del inciso (a) y grafica dichas asíntotas.

## Ejercicio 5 (30 puntos)

1. Dada la función  $y = 2x - x^2$ :
  - Encuentra la pendiente de la recta tangente a la curva de la función en el punto  $P = (1, 2)$ , por definición.
  - Calcula la ecuación de la recta tangente y normal a la curva de la función en  $P = (1, 2)$ .
2. Determina la función derivada de cada una de las siguientes funciones:
  - $x^3 + y^3 = 6xy$
  - $h(x) = e^{5x} \ln(4x^3)$
3. Experiencias físicas indican que mientras el proyectil está en movimiento su altura  $f(t)$  viene dada por la expresión  $s = f(t) = 45t - 5t^2$ , donde  $t$  se mide en segundos y  $s$  en metros.
  - Indica la velocidad del proyectil en el instante  $t$ . ¿Cuándo el proyectil está en reposo?
  - Encuentra la aceleración del proyectil en el instante  $t$ .