TRABAJO PRÁCTICO Nº1

Funciones de variable real

RESUELTOS

Ejercicio Nº1

Determine el dominio más amplio (de números reales) en donde la expresión algébrica dada defina una función real.

Dominio son todos los valores de "x" en donde existe la función. Si yo proyecto un valor de "x", corresponde a un punto que pertenece a la función (gráfica).

Las condiciones que debemos analizar para saber dónde no existe la función son:

1. Denominador sea distinto de cero.
2. El radicando sea positivo o cero (raíz par).
3. El argumento de un logaritmo sea positivo.

$i)\ f(x) = x^2 - 1$

No presenta discontinuidad en la función (según las condiciones).

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$ii)\ g(x) = \dfrac{x+4}{x^2-9}$

Para que la función exista el denominador debe ser distinto de cero (condición 1):

$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$x^2 \neq 9$$

$$x \neq \pm\sqrt{9}$$

$$x \neq \pm 3$$

$$\rightarrow D_f = (-\infty, -3) \cup (-3,3) \cup (3, +\infty)$$

$iii)\ f(t) = \sqrt{2-3t}$

Para que la función exista el radicando debe ser mayor o igual a cero (condición 2):

$$2 - 3t \geq 0$$

$$2 \geq 3t$$

$$\frac{2}{3} \geq t \rightarrow t \leq \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow D_f = \left(-\infty, \frac{2}{3}\right]$$

$iv)\ f(t) = \dfrac{\sqrt{t+1}}{t+3}$

Para que la función exista el denominador debe ser distinto de cero (condición 1) y además el radicando positivo (condición 2):

$$t + 1 \geq 0 \rightarrow t \geq -1$$
$$t + 3 \neq 0 \rightarrow t \neq -3$$

*ambas condiciones se deben intersectar (o sea; se deben cumplir ambas a la vez)

Ejercicio N°2

a) A partir de la gráfica de la función f(x) = x^2, y mediante transformaciones, dibuje la gráfica de las funciones:

Si la función es y = f(x) $\pm$ c, f(x) se desplaza "c" unidades hacia arriba (+c) o hacia abajo (-c) en forma vertical.
Si la función es y = f(x$\pm$c), f(x) se desplaza "c" unidades hacia la derecha (-c) o izquierda (+c) en forma horizontal.

$f(x) = x^2$

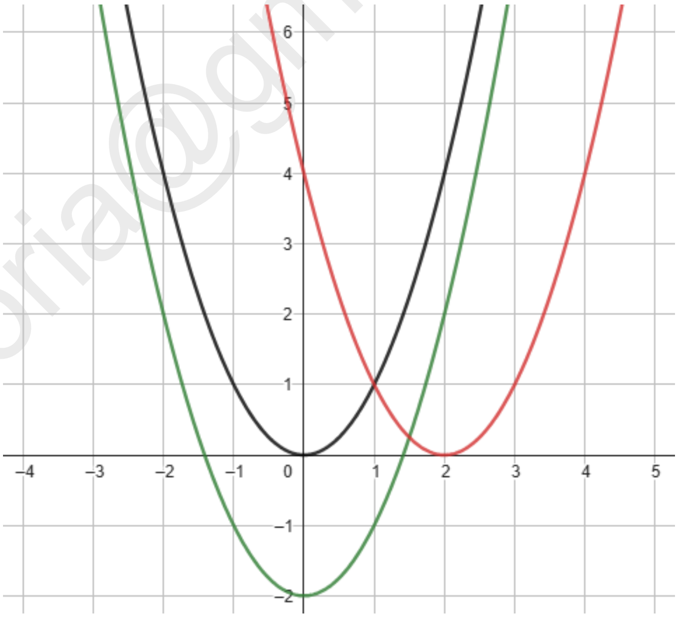
Función original

$f_1(x) = x^2 - 2$

Función se desplaza "2" unidades hacia abajo

$f_2(x) = (x-2)^2$

Función desplazada



b) A partir de la gráfica de la función g(x) = |x|, y mediante transformaciones, dibuje la gráfica de las funciones:

Si la función es y = g(x) $\pm$ c, g(x) se desplaza "c" unidades hacia arriba (+c) o hacia abajo (-c) en forma vertical.
Si la función es y = g(x$\pm$c), g(x) se desplaza "c" unidades hacia la derecha (-c) o izquierda (+c) en forma horizontal.

$g(x) = |x|$

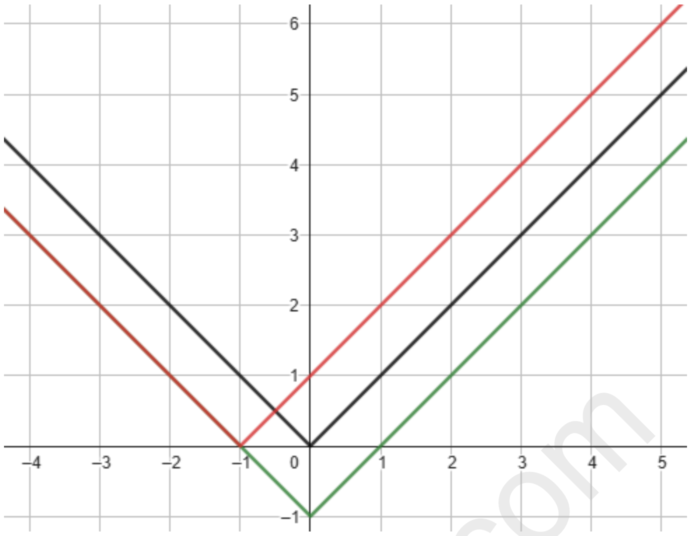
Función original

$g_1(x) = |x| - 1$

Función desplazada

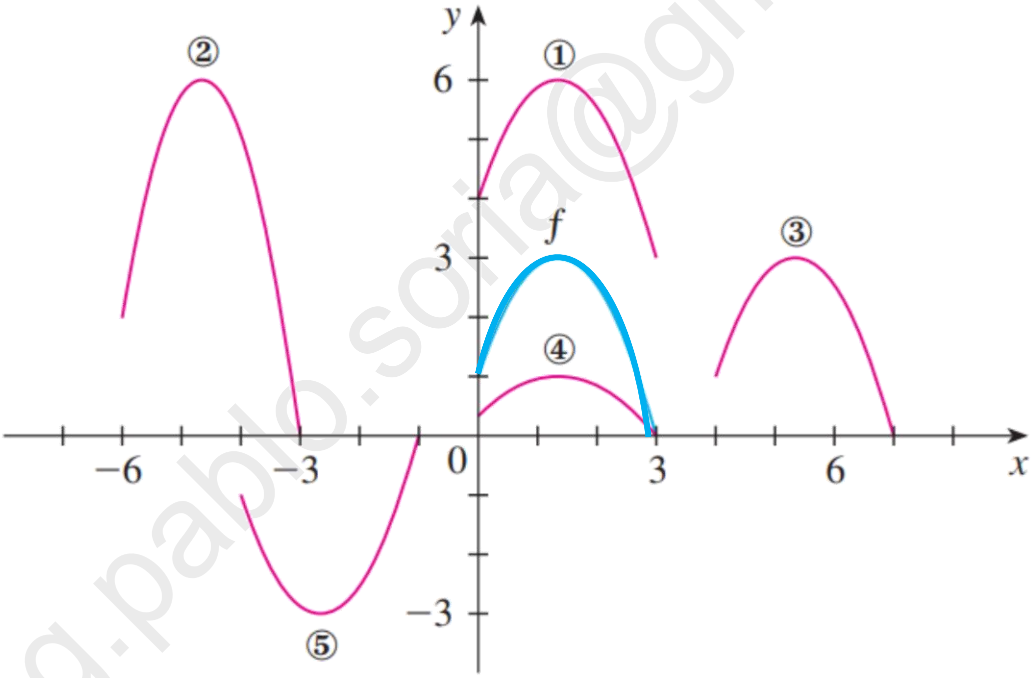
$g_2(x) = |x + 1|$

Función desplazada



Ejercicio N°3

Se da la gráfica de y = f(x). Identifique la gráfica de cada una de las siguientes funciones obtenidas a partir de transformaciones de "f".



$a)\ y = f(x-4) \rightarrow gráfica\ 3$

$b)\ y = f(x) + 3 \rightarrow gráfica\ 1$

$c)\ y = \frac{1}{3} f(x) \rightarrow gráfica\ 4$

$d)\ y = -f(x+4) \rightarrow gráfica\ 5$

$e)\ y = 2f(x+6) \rightarrow gráfica\ 6$

Ejercicio N°4

Determina si las siguientes funciones son par, impar o de ninguno de los dos tipos.

Si una función "f" satisface: f(x) = f(-x) para todo su dominio, entonces la función es *par*. La gráfica de una función par es simétrica respecto del eje "y".
Si una función "f" satisface: -f(x) = f(-x) para todo su dominio, entonces la función es *impar*. La gráfica de una función impar es simétrica en relación con el "origen".

$a)\ f(x) = x^4 - x^2$

$$\rightarrow f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 = x^4 - x^2$$
$$\rightarrow f(x) = f(-x) \rightarrow la\ función\ es\ par$$

$b)\ g(x) = x^3 - x$

$$\rightarrow g(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x$$
$$-g(x) = -(x^3 - x) = -x^3 + x$$
$$-g(x) = g(-x) \rightarrow la\ función\ es\ impar$$

$e)\ a(t) = \dfrac{t}{t^2 + 1}$

$$\rightarrow a(-t) = \frac{-t}{(-t)^2 + 1} = \frac{-t}{t^2 + 1}$$
$$-a(t) = -\left(\frac{t}{t^2 + 1}\right) = \frac{-t}{t^2 + 1}$$
$$-a(t) = a(-t) \rightarrow la\ función\ es\ impar$$

Ejercicio N°5

Trace la gráfica de las siguientes funciones y para cada función determine:
i) Dominio e imagen.
ii) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Imagen o rango son todos los valores de "y" en donde existe la función. Si yo proyecto un valor de "y", corresponde a un punto que pertenece a la función (gráfica).
Una función es *creciente* cuando $f(x_1) < f(x_2)$ para $x_1 < x_2$. Una función es *decreciente* cuando $f(x_1) > f(x_2)$ para $x_1 < x_2$.

$a)\ f(x) = x^2 - 4x$

Dominio e imagen:

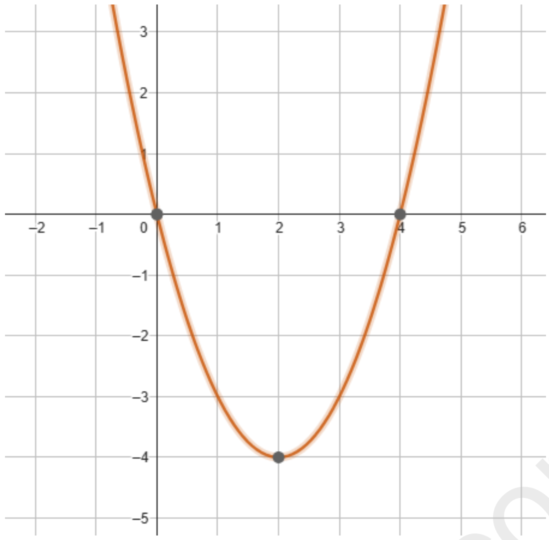
$D_f = \mathbb{R}$

$I_f = [-4, +\infty)$

Intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$I_C = [2, +\infty)$

$I_D = (-\infty, 2]$



$$c)\ h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 3 \ si\ x \leq 2 \\ x^2 - 5x \ si\ x > 2 \end{cases}$$

Dominio e imagen:

$D_f = \mathbb{R}$

$I_f = \mathbb{R}$

Intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$I_C = (-\infty, 2] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$

$I_D = \left(2, \frac{5}{2}\right]$