

Anleitung zum Versuch:

Plasmadiagnostik mit Langmuir-Sonden

(Fortgeschrittenenpraktikum der Physik)

Version: 0.2

Datum: 8. März 2024

Versionsgeschichte

Version	Datum	Änderungen	Autor
0.1	2023-12-05	Konsolidierte Neufassung.	Trottenberg
0.2	2024-03-08	Kleine Korrekturen und Hochladen ins OLAT.	Trottenberg

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbemerkungen	3
2	Plasmaphysik und Gasentladungen	4
3	Plasmadiagnostik mit Langmuir-Sonden	4
3.1	Elektronenstrom	6
3.2	Ionenstrom	8
3.3	Auswertung der Kennlinien	9
3.4	Die Druyvesteyn-Methode	11
4	Versuchsaufbau	13
5	Versuchsdurchführung	15
5.1	Untersuchung der Glimmentladung	15
5.2	Manuelle Aufnahme einer Langmuir-Kennlinie	16
5.3	Automatisierte Aufnahme von Langmuir-Kennlinien	16
6	Auswertung	17



(a) Die gesamte Röhre.



(b) Die drei Elektroden.

Abbildung 1: Das Kaltkathoden-Thyratron OA4-G.

1 Vorbemerkungen

Plasmen sind in Natur, Industrie und Alltag allgegenwärtig, auch wenn dies für einen Beobachter auf der Erde nicht offensichtlich ist. Im Universum ist der Plasmazustand der Normalzustand, denn nicht nur die Sterne, die fast das gesamte sichtbare Universum ausmachen, sondern auch der Sonnenwind und große Anteile der instellaren Materie sind Plasmen. Auf der Erde finden wir natürliche Plasmen in Form von Blitzen, und wir sehen die Wechselwirkung des Sonnenwindplasmas mit der oberen Erdatmosphäre als Polarlichter. Einige technische Anwendungen von Plasmen sind Leuchtstoffröhren und Xenon-Scheinwerferlampen, Plasmaschweißen, Plasmaätzen zur Herstellung von Halbleitern und plasmagestütztes Gasphasenabscheidungsverfahren zur Beschichtung von Gläsern.

Die Bezeichnung „Plasma“ wurde um 1927 von Irving Langmuir geprägt [1]. Nach ihm wurde auch die Langmuir-Sonde benannt, deren Prinzip sein Mitarbeiter Mott-Smith und er vor etwa einem Jahrhundert beschrieben haben [2].

Damals, zu Beginn der Entwicklung der Plasmaphysik, wurden vornehmlich sogenannte Glimmentladungen untersucht, die auch heute noch oft zur Lichterzeugung eingesetzt werden; eine recht spezielle Glimmentladung wird in diesem Versuch zur Erzeugung eines Plasmas verwendet. Langmuir-Sondenmessungen sind historisch die erste und die wohl apparativ am wenigsten aufwändige Plasmadiagnostik. Dieser Praktikumsversuch soll Sie mit Langmuir-Sonden vertraut machen.

Der experimentelle Aufbau besteht im Wesentlichen aus einem elektronischen Bauteil, das noch aus der Zeit vor den Halbleitern stammt (1930er-Jahre). Es handelt sich dabei um ein Kaltkathoden-Thyratron, auch Relaisröhre genannt, vom Typ OA4-G (siehe Abb. 1). Eine solche Röhre enthält drei Elektroden, nämlich eine Kathode, eine Anode und dazwischen eine weitere Anode, die Trigger oder Starter genannt wird. Wir werden eine Glimmentladung zwischen Kathode und Starter-Anode, die dicht beieinander liegen, erzeugen und die eigentliche Anode als Langmuir-Sonde verwenden.

2 Plasmaphysik und Gasentladungen

Machen Sie sich mit den Grundbegriffen der Plasmaphysik vertraut oder frischen Sie diese auf. Sie sollten zu folgenden Fragen und Themen eine Vorstellung haben:

- Was ist ein Plasma? Was unterscheidet es von einem gewöhnlichen Gas?
- Was sind Abschirmung und Debye-Länge?
- Was sind die typischen Zeitskalen, auf denen Plasmen reagieren?
- Strom-Spannungs-Kennlinie einer Glimmentladung
- Paschen-Gesetz
- Räumliche Strukturen in einer Glimmentladung
- Plasmarandschicht
- Bohm-Geschwindigkeit
- Boltzmann-Faktor
- Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeiten

Diese Grundlagen werden in mehreren Lehrbüchern zur Plasmaphysik, zum Beispiel in dem online über die Universitätsbibliothek der CAU Kiel lesbaren Buch von A. Piel [3], ausführlich behandelt.

3 Plasmadiagnostik mit Langmuir-Sonden

Das Ziel der Langmuir-Sondendiagnostik ist, die grundlegenden Plasmaparameter wie Plasmadichte, Elektronentemperatur und das Plasmapotential zu messen. Darüber hinaus kann mit fortgeschrittenen Auswertemethoden sogar die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der Elektronen bestimmt werden.

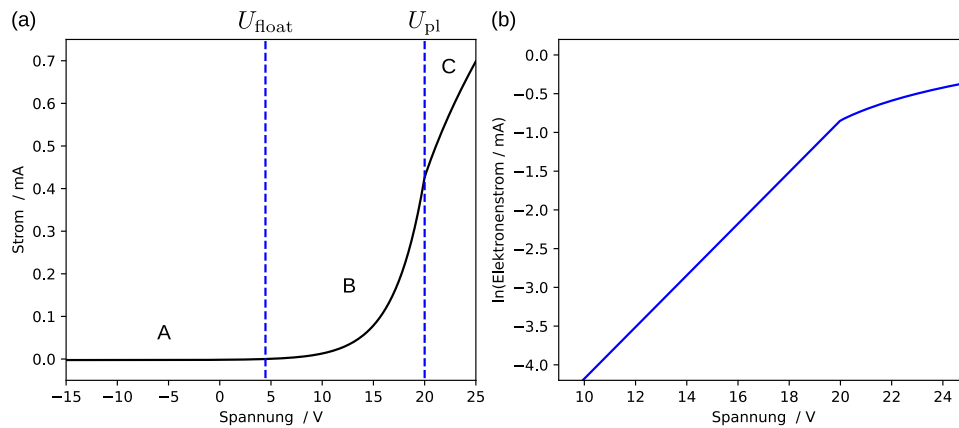


Abbildung 2: Langmuir-Sondenkenmlinie. In (a) wurden die drei Regime A Ionensättigungsbereich, B Elektronenanlaufbereich und C Elektro-nensättigungsbereich kenntlich gemacht. (b) Zeigt dieselbe Kennlinie in halblogarithmischer Darstellung.

Bei einer Langmuir-Sonde handelt es sich um eine kleine Elektrode, die in ein Plasma eingebracht wird, um durch sie bei verschiedenen Spannungen einen Strom aus dem Plasma heraus oder hinein fließen zu lassen. Dieser Strom soll natürlich das Plasma nicht stören, und daher wird die Sondenfläche so klein wie möglich gewählt. Oft kommen kurze Drahtstücke als Sondenfläche zur Anwendung. Der Draht ragt dabei meist nur wenige Millimeter aus einem isolierenden Keramik- oder Glasröhrchen heraus. Die wirksame Sondenfläche, bei einem Draht also eine Zylinderfläche, wenn man von der Schnittfläche am Ende absieht, kann so an dem gewünschten Ort im Plasma positioniert werden.

Gewöhnlich wird mit einer Langmuir-Sonde eine Kennlinie aufgenommen, indem monoton steigende Spannungen U an sie angelegt werden (Spannungsrampe) und der sich ergebende durch die Sonde fließende Strom I gemessen wird. (Natürlich können die verschiedenen Spannungswerte der Kennlinie auch in einer anderen Reihenfolge eingestellt und der Strom dazu gemessen werden.) Die übliche Vorzeichenkonvention ist, dass von der Sonde ins Plasma fließende Ströme ein positives Vorzeichen haben – ein reiner Elektronenstrom vom Plasma in die Sonde zählt somit positiv, ein reiner Ionenstrom aber negativ.

Abbildung 2 zeigt exemplarisch eine synthetisch erzeugte Kennlinie. Die vertikalen Linien unterteilen sie in drei Abschnitte, die drei verschiedene Regime repräsentieren, in denen die Sonde betrieben werden kann.

Im **Ionensättigungsbereich** gelangen praktisch keine Elektronen mehr auf die Sonde, weil das für diese Spezies abstoßende Potential U zu groß (zu negativ) ist. Es bildet sich um die Sonde eine sogenannte Plasmarandschicht, die nur sehr wenige Elektronen enthält; entsprechend erreichen ver-

nachlässigbar wenige Elektronen die Sondenoberfläche. Ganz anders ist die Situation für die Ionen, die vom Plasma in die Randschicht eintreten: Sie fallen alle aufgrund des Potentialgefälles auf die Sonde. In diesem Regime gilt $I(U) = I_i(U) + I_e(U) \approx I_i(U)$. Wir kommen auf den Ionenstrom $I_i(U)$ noch einmal zurück, nachdem wir den Elektronenstrom $I_e(U)$, der viel größere Beträge erreichen kann, behandelt haben werden.

Im **Elektronenanlaufbereich** dominieren die Elektronen den gemessenen Strom $I(U) = I_i(U) + I_e(U) \approx I_e(U)$. Der Strom ist hier stark von dem Sondenpotential U abhängig.

Im **Elektronensättigungsbereich** müssen die Elektronen keine Potentialhürde mehr auf dem Weg zur Sonde überwinden.

Zwei Potentiale auf der Spannungsachse der Kennlinie werden mit besonderen Namen bezeichnet: Beim **Floating-Potential** $U = U_{\text{float}}$ gilt $I(U_{\text{float}}) = I_i(U_{\text{float}}) + I_e(U_{\text{float}}) = 0$, und das **Plasmapotential** U_{pl} liegt genau zwischen dem Elektronenanlaufbereich und dem Elektronensättigungsbereich. Beim Plasmapotential sollte die Kennlinie einen Wendepunkt aufweisen (abhängig vom Modell für den Elektronensättigungsbereich könnte man hier sogar einen Knick erwarten).

3.1 Elektronenstrom

Der **Elektronenanlaufbereich** $U \leq U_{\text{pl}}$ wird so genannt, weil es in diesem Regime nur einem Teil der Elektronen, die gegen das für sie abstoßende Sondenpotential anlaufen, gelingt, den Potentialwall zu überwinden und die Sonde zu erreichen. Die abgeschwächte Elektronendichte $n_{\text{probe}}(U)$ an der Sondenoberfläche lässt sich im Fall einer Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten durch den Boltzmann-Faktor ausdrücken,

$$n_{\text{probe}}(U) = n_0 \exp\left(+\frac{e(U - U_{\text{pl}})}{k_B T_e}\right) \quad , \quad (1)$$

wobei n_0 die Elektronendichte im ungestörten Plasma, also beim Potential U_{pl} , ist; k_B ist die Boltzmann-Konstante und T_e ist die Elektronentemperatur.

Im allgemeinen Fall, also wenn keine Maxwell-Verteilung vorausgesetzt werden kann, müsste man anstelle der Gleichung (1) einen aufwändigeren Rechenweg wählen. Man könnte beispielsweise die minimale Geschwindigkeit $v_{\perp \text{min}}$ senkrecht zu einer ebenen Oberfläche bestimmen, die ein Elektron haben muss, um eine abstoßende ebene Sonde zu erreichen. Dann integriert man den Elektronenfluss über alle Geschwindigkeiten, deren Komponente senkrecht zur Fläche mindestens $v_{\perp \text{min}}$ beträgt, und erhält so den Gesamtfluss an Elektronen. Offenbar gilt unter stoßfreien Bedingungen die Energieerhaltung, also $\frac{1}{2}m_e v_{\perp \text{min}}^2 = -e(U - U_{\text{pl}})$, sodass wir die Minimalgeschwin-

digkeit

$$v_{\perp \min} = \sqrt{\frac{-2e(U - U_{\text{pl}})}{m_e}} \quad (2)$$

berechnen können. In der Gleichung ist e die Elementarladung und m_e die Masse eines Elektrons. Im Fall einer Maxwell-Verteilung erhalten wir dann wieder Gleichung (1). Im Fall von zylindrischen und kugelförmigen Sonden, sähen die Rechnungen etwas anders aus (*orbital motion*) als bei der ebenen, aber auch diese führen wieder auf Gleichung (1) [4].

Befindet sich die Sonde auf dem Plasmapotential, $U = U_{\text{pl}}$, dann können die Elektronen ungehindert mit ihrer mittleren thermischen Geschwindigkeit

$$v_{e,\text{mean}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T_e}{m_e}} \quad (3)$$

aus allen Richtungen, die auf die Fläche zeigen, auf die Sondenoberfläche strömen. Diesen Strom $I_{e,\text{sat}} = I_e(U_{\text{pl}})$ beim Plasmapotential nennen wir Elektronensättigungsstrom. Ist dagegen $U < U_{\text{pl}}$, dann wird der Strom durch den Boltzmann-Faktor aus Gleichung (1) abgeschwächt.

Somit können wir den Elektronenstrom $I_e(U)$ angeben, er beträgt nach all dem zuvor gesagten

$$I_e(U) = -A \frac{1}{4} v_{e,\text{mean}} e n_{e,\text{surf}}(U) \quad (4)$$

oder

$$I_e(U) = -\frac{1}{4} e n_e A \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T_e}{m_e}} \exp\left(+\frac{e(U - U_{\text{pl}})}{k_B T_e}\right) \quad (5)$$

Der Faktor $1/4$ ergibt sich aus der Integration über alle Richtungen vom Plasma zu einem Oberflächenelement. Der **Elektronensättigungsstrom** ist der Spezialfall $I_e(U)$ für $U = U_{\text{pl}}$, für den der Exponentialfaktor wegfällt (zu 1 wird).

Spannt man die Sonde noch positiver vor, also $U > U_{\text{pl}}$, dann werden die Elektronen sogar von der Sonde angezogen. Dieses Regime wird **Elektronensättigungsbereich** genannt. Inwieweit sich der Elektronenstrom dann noch über den Elektronensättigungsstrom hinaus erhöht, hängt unter anderem von der Sondengeometrie, der Gasdichte (Stöße begrenzen den Strom), der Abschirmlänge, der Plasmadichte und dem Plasmavolumen (gewissermaßen dem „Vorrat“ an Ladungsträgern) des Plasmas ab. Eine Sonde, die im Elektronensättigungsbereich betrieben wird, kann eine erhebliche Störung des Plasmas darstellen, weshalb insbesondere der gemessene Strom beim Plasmapotential oft geringer als nach Gleichung (5) erwartet ausfällt.

In der Abbildung 2, die Modelldaten zeigt, wurden übrigens weder Stöße, noch Elektronenverarmung berücksichtigt, sondern die Vergrößerung des Einfangquerschnitts der Sonde, die durch die zur Sonde hin gekrümmten

Bahnen zustande kommt. Dieser Grenzfall wird durch die *Orbital Motion Limit Theory*, oder OML-Theorie, beschrieben [4]. In diesem Grenzfall wird in Sondennähe ein nichtabgeschirmtes Coulomb-Potential angenommen, in dem sich die Elektronen stoßfrei, also unter Erhalt von Energie und Impuls, bewegen. Man findet, dass der Stoßquerschnitt effektiv für eine Maxwell-Verteilung um den Faktor $\sqrt{1 + e(U - U_{\text{pl}})/k_{\text{B}}T_e}$ vergrößert wird. Dieser Faktor beschreibt also den Anstieg des Elektronenstroms jenseits des Plasmapotentials in Abbildung 2. Die OML-Theorie wird in diesem Versuch nicht benötigt; sie sollte hier nur erwähnt werden, weil der Elektronensättigungsbereich in der Abbildung so berechnet wurde.

3.2 Ionenstrom

Im Fall der Ionen, die für alle Sondenspannungen $U < U_{\text{pl}}$ die Sonde erreichen können, ist eine Beschreibung analog zu Gleichung (1) offenbar nicht richtig, denn wir finden keinen nach links hin verlaufenden exponentiellen Verlauf des Ionenstroms. Vielmehr verbleibt der Ionenstrom bei sehr kleinen Beträgen, und die Kennlinie im Ionensättigungsbereich hat eine sehr geringe Steigung.

Der Ionenstrom lässt sich nicht ohne die Raumladungszone um die Sonde herum verstehen. Einfache Modelle gehen davon aus, dass sich eine Randschicht zwischen Sondenoberfläche und quasineutralem Plasma ausbildet, die weitestgehend frei von Elektronen ist (vergleiche Gleichung (1)). (Aufwändigere Modelle berücksichtigen das Eindringen von Elektronen in die Schicht.) Über dieser Schicht fallen Spannungen von mehreren $k_{\text{B}}T_e/e$, oft 20 V und mehr, ab. Ionen treten vom quasineutralen Plasma her in die Randschicht ein und werden in dem dort herrschenden starken elektrischen Feld weiter zur Sondenoberfläche beschleunigt.

Eine genaue Betrachtung der Stabilität einer (stoßfreien) Schicht, die hier zu weit führen würde, ergibt, dass die Ionen mit einer Mindestgeschwindigkeit in die Schicht eintreten müssen [3]. Diese Geschwindigkeit wird nach David Bohm auch **Bohm-Geschwindigkeit** genannt; sie beträgt

$$v_{\text{B}} = \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T_e}{m_i}} \quad (6)$$

und ergibt sich aus der *Elektronentemperatur* T_e und der *Ionenmasse* m_i . Die Ionengeschwindigkeit muss also im stoßfreien Fall $v_{i,\text{edge}} \geq v_{\text{B}}$ betragen.

Auf der anderen Seite ergibt eine Betrachtung der noch quasineutralen Vorschicht, also des Bereichs im Plasma, der unmittelbar an die Randschicht anschließt und in dem die Ionen bereits auf $v_{i,\text{edge}}$ beschleunigt werden, eine weitere Einschränkung, nämlich $v_{i,\text{edge}} \leq v_{\text{B}}$ [3]. Die Einteilung in Schicht und Vorschicht mit einer wohldefinierten Grenzfläche, an der die Quasineutralität endet, ist nicht widerspruchsfrei [5, 6], ermöglicht aber einen analytischen Zugang. Genauere Modelle erfordern numerische Lösungen.

Insgesamt ist es vernünftig, bewährt und etabliert, bei hinreichend stoßfreien Randschichten von $v_{i,\text{edge}} = v_B$ auszugehen. Man kann diese Geschwindigkeit senkrecht zur Schichtkante (eigentlich die gedachte Fläche, die das quasineutrale Plasma von der Randschicht trennt) nehmen, um den Ionenstrom zu berechnen.

Ein weiteres Ergebnis des oben angeführten Randschichtmodells ist, dass die Plasmadichte an der Schichtkante bereits geringer als im ungestörten Plasma ist. Dort ist nämlich das Potential um $\Delta U_{\text{edge}} = -\frac{1}{2}k_B T_e/e$ niedriger als im ungestörten Plasma, in dem das Plasmapotential herrscht. Entsprechend muss, ähnlich wie in Gleichung (1), auch hier der Boltzmann-Faktor verwendet werden, der beschreibt, um wieviel die Elektronendichte an Orten mit negativeren Potentialen gegenüber dem Plasma verringert wird. Sie ist

$$n_{\text{edge}} = n_0 \exp\left(\frac{e U_{\text{edge}}}{k_B T_e}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \approx 0,61 n_0 \quad , \quad (7)$$

wobei wegen der dort noch angenommenen Quasineutralität $n_{\text{edge}} = n_{e,\text{edge}} = n_{i,\text{edge}}$ gilt.

Nun haben wir alle Bestandteile aufgeführt, um den Ionensättigungsstrom ($U \leq U_{\text{pl}}$) berechnen zu können:

$$I_i = +e n_{i,\text{edge}} A v_B \quad (8)$$

oder

$$I_i = +0,6 e n_i A \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \quad . \quad (9)$$

Wie oben bereits erwähnt, ist die Annahme, dass die ioneneinsammelnde Fläche dieselbe Größe wie die Sondenfläche hat, nur bei ebenen Sonden exakt richtig. Bei anderen Geometrien (z.B. Zylinder oder Kugel) ist die Fläche, welche die Randschicht umschließt, wo also die Ionen mit der Flussdichte $n_{i,\text{edge}} v_B$ fließen, größer; insbesondere ist $A = A(U)$ vom angelegten Sondenpotential U abhängig und wird mit immer negativeren Spannungen U immer größer. Da die Randschichtdicke einige Elektronen-Debye-Längen λ_{De} beträgt, sollte man das Resultat aus Gleichung (10) nach Berechnung von λ_{De} noch einmal kritisch hinterfragen.

3.3 Auswertung der Kennlinien

Die in den beiden vorangegangenen Abschnitten angegebenen Gleichungen bringen die Elektronen- und Ionenströme in einen Zusammenhang mit den zu bestimmenden Plasmaparametern wie Elektronentemperatur, Plasmapotential und Plasmadichte.

Als erstes sollte man daher die beiden Stromkomponenten $I_e(U)$ und $I_i(U)$, die als Summe im gemessenen Strom I_e vorliegen, voneinander trennen. Dies ist möglich, weil der Ionenstrom nahezu konstant ist und im Io-

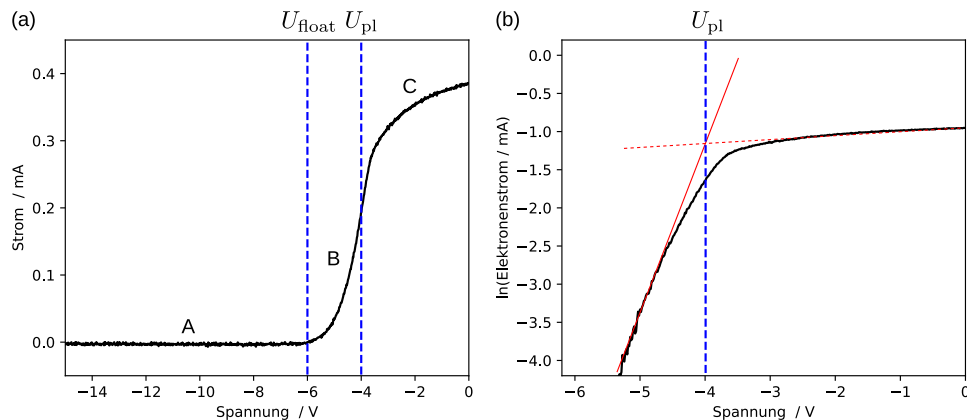


Abbildung 3: Beispiel einer gemessenen Langmuir-Sondenkenlinie. In (a) wurden wie zuvor in Abb. 2 die drei Bereiche eingezeichnet, (b) zeigt dieselbe Kennlinie in halblogarithmischer Darstellung.

nensättigungsbereich den Gesamtstrom dominiert. Es genügt daher, den Ionenstrom durch eine Konstante oder eine Gerade mit sehr geringer Steigung im Sättigungsbereich anzunähern. Der reine Elektronenstrom ergibt sich dann aus $I_e(U) = I(U) - I_i(U)$, und es sollte $I_e(U) > 0$ gelten.

Das **Plasmapotential** kann wiederum auf zwei Weisen bestimmt werden: Entweder als Wendepunkt von $I_e(U)$, was mindestens eine Ableitung erfordert, also $I'_e(U) = dI_e(U)/dU$. Das Maximum von $I'_e(U)$ markiert dann den Wendepunkt. Die andere Methode nutzt erneut die halblogarithmische Darstellung. In ihr versucht man nach der bereits vorhandenen Geraden im Elektronenanlaufbereich, mit der die Elektronentemperatur bestimmt wurde, eine weitere Gerade einzuzichnen, welche den Elektronensättigungsbereich annähert. Der Schnittpunkt beider Geraden markiert das Plasmapotential, welches genau zwischen Elektronenanlaufbereich und Elektronensättigungsbereich liegt. Die Messwerte verlaufen etwas unterhalb des Schnittpunkts, was auf die Störung (Ausdünnung) des Plasmas durch die Sonde zurückzuführen ist.

Nun können wir den **Elektronensättigungsstrom** bestimmen. Im Fall des logarithmischen Plots kann man den Schnittpunkt der beiden oben genannten Geraden verwenden. Offenbar ergeben beide Methoden leicht unterschiedliche Plasmapotentiale und Elektronensättigungsströme, denn im halblogarithmischen Plot extrapolieren wir zu einer Stelle, an der der Strom schon weniger als exponentiell steigt, während der Wendepunkt an der Stelle maximaler Steigung liegt. Der Strom beim Wendepunkt ist ebenfalls geringer als der Strom beim Schnittpunkt. Im Fall einer idealen Kennlinie, die exponentiell bis zum Plasmapotential verläuft und dort einen Knick aufweist, ergeben beide Methoden dieselben Werte.

Das **Floating-Potential** $U = U_{\text{float}}$ der Sonde kann man sofort aus dem

Nulldurchgang der Kennlinie ablesen, $I(U_{\text{float}}) = 0$. Man kann das Floating-Potential als einen Referenzpunkt (genau wie das Plasmapotential) benutzen. Weist beispielsweise der Sondenstrom im Ionensättigungsbereich noch eine geringe Steigung auf, dann wäre „der“ Ionensättigungsstrom nicht klar definiert. Man könnte dann etwa den Ionensättigungsstrom immer -3.5 V unterhalb des Floating-Potentials ablesen, wo der Elektronenstrom, wenn zum Beispiel $k_B T_e < 0.5\text{ eV}$ ist, bereits um den Faktor $\exp(-3.5\text{ eV}/k_B T_e) = \exp(-7,0) < 0.001 \approx 0$ gegenüber dem nahezu konstanten Ionenstrom abgefallen und damit vernachlässigbar ist (höhere Elektronentemperaturen mögen andere Werte als -3.5 V erfordern). Diese Methode ist objektiver, als etwa immer die ersten 100 Messwerte einer Kennlinie zu mitteln und diesen Mittelwert als Ionensättigungsstrom zu nehmen, da die Wahl der Spannungsrampe und eine Verschiebung des Plasmapotentials dann einen Einfluss auf das Ergebnis hätten.

Im nächsten Schritt lässt sich die **Elektronentemperatur** aus dem Elektronenanlaufbereich von $I_e(U)$ und Gleichung (5) bestimmen. Dies kann man entweder mit einem Exponential-Fit direkt machen, oder man passt eine Gerade im halblogarithmischen Plot an. Letzteres ist die klassische Methode. Die Steigung ergibt offenbar den Kehrwert der Elektronentemperatur:

$$\ln\left(\frac{I_e(U)}{1\text{ mA}}\right) \propto +\frac{e}{k_B T_e} U + C \quad . \quad (10)$$

Die Normierung auf 1 mA ist willkürlich und ändert nur den vertikalen Offset C .

Die **Elektronentemperatur** kann übrigens noch auf eine weitere Weise bestimmt werden, die nur die Kenntnis der Differenz von Floating- und Plasma-Potential erfordert. Es ist nämlich

$$k_B T_e = \frac{e}{\ln \sqrt{\frac{\exp(1)}{2\pi} \frac{m_i}{m_e}}} (U_{\text{pl}} - U_{\text{float}}) \quad , \quad (11)$$

was man aus $I_i(U_{\text{float}}) = -I_e(U_{\text{float}})$ und den beiden Gleichungen (5) und (10) für die Ströme ableiten kann.

Es fehlt noch die **Plasmadichte**. Aus dem Elektronensättigungsstrom und der Elektronentemperatur können wir gemäß Gleichung (5) für $U = U_{\text{pl}}$ die Elektronendichte n_e bestimmen. Die Ionendichte n_i dagegen kann mit Hilfe von Gleichung (10) aus Ionensättigungsstrom und Elektronentemperatur berechnet werden. Idealerweise stimmt sie mit der Elektronendichte überein.

3.4 Die Druyvesteyn-Methode

Im Allgemeinen weisen gemessene Kennlinien im Elektronenanlaufbereich Abweichungen von dem exponentiellen Verlauf auf, den man für eine Maxwell-Verteilung der Elektronen gemäß Gleichung (5) erwartet. Diese sollten nicht

vorschnell als Messfehler interpretiert werden, vielmehr können die Abweichungen auswertbare Informationen darüber enthalten, wie die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der Elektronen von einer Maxwell-Verteilung tatsächlich abweicht.

Die Druyvesteyn-Methode erlaubt es, aus der zweiten Ableitung der Elektronenstroms im Elektronenanlaufbereich ($U \leq U_{\text{pl}}$) die Geschwindigkeitsverteilung (nicht die Energieverteilung!) zu bestimmen. Es gilt

$$f(v(U)) = -\frac{m_e^2}{e^3} \frac{1}{2\pi A} I''(U) \quad , \quad (12)$$

wobei

$$v(U) = \sqrt{\frac{2e}{m_e}(U_{\text{pl}} - U)} \quad (13)$$

die anfängliche Geschwindigkeit derjenigen Elektronen ist, die bei der Sondenspannung U gerade noch das abstoßende Potential der Sonde überwinden können. Solche Elektronen beginnen ihre Bahn mit der kinetischen Energie $\frac{1}{2}m_e v^2$ und laufen gegen das für sie abstoßende Potential $-e(U - U_{\text{pl}})$ an.

Man beachte, dass $v = 0$ dem Punkt auf der Kennlinie entspricht, wo $U = U_{\text{pl}}$ ist, und dass die Verteilungsfunktion für $v \geq 0$ aus dem Elektronenanlaufbereich *links* vom Plasmapotential $U \leq U_{\text{pl}}$ resultiert.

Bei der Auswertung mit Gleichung (12) ist also die Spannungsachse der Kennlinie nach Gleichung (13) umzurechnen; Gleichung (13) ist anschaulich eine Verschiebung um das Plasmapotential nach links, eine Spiegelung an der neuen Null, und eine Verzerrung gemäß dem nichtlinearen Wurzel Ausdruck.

Da jede Ableitung einer verrauschten Kurve zu einem noch stärkeren Rauschen führt, mag es nötig sein, die Kennlinie, die erste Ableitung und vielleicht auch noch die zweite behutsam zu glätten.

Hier noch eine Bemerkung zum richtigen Verständnis von $f(v)$ aus Gleichung (12), um Missverständnissen vorzubeugen: Wenn in kartesischen Koordinaten die drei Richtungskomponenten v_x , v_y und v_z sind, dann ist $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ und das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\right) dx dy dz = n_e \quad (14)$$

ergibt die Elektronendichte. Im Fall einer Maxwell-Verteilung wäre

$$f(v) = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k_B T_e}\right) \quad . \quad (15)$$

Beachten Sie, dass Gleichung (15) nicht den Faktor $4\pi v^2$ enthält, der in vielen Lehrbüchern in der Definition der Maxwell-Verteilung zu finden ist. Wir kommen gleich auf den Unterschied noch einmal zurück.

Wenn man nun versucht, eine gemessene Verteilungsfunktion mit einer Maxwell-Verteilung anzunähern, dann fällt einem auf, dass sich die Gleichungen (12) und (15) schon auf den ersten Blick qualitativ unterscheiden: Während Gleichung (12) durch den Ursprung verläuft ($f(0) = 0$), zumindest wenn das Plasmapotential durch einen Wendepunkt der Kennlinie bestimmt wurde ($I'' = 0$), hat die Maxwell-Verteilung nach Gleichung (15) dort sogar ihren größten Wert!

Die Ursache in diesem abweichenden Verhalten der gemessenen Kennlinie nahe dem Plasmapotential liegt darin, dass die Ströme im Elektronenanlaufbereich nahe dem Plasmapotential geringer ausfallen, als es ein exponentieller Verlauf erwarten lässt. Man könnte erwarten, dass der Sondenstrom bis zum Plasmapotential exponentiell zunimmt, was er aber nicht tut. Dieses Verhalten wird durch die Störung des Plasmas durch die Sonde verursacht, die in der Nähe des Plasmapotentials einen erheblichen Elektronenstrom aus dem Plasma zieht; diese Elektronensenke bewirkt ein Absenken der Dichte und eine Veränderung des Plasmapotentials und ist umso gravierender, je kleiner und dünner das Plasma ist.

Man könnte für einen Fit von Gleichung (15) für die Messung nach Gleichung (12) nur diejenigen Teile der Kennlinie berücksichtigen, für die die Störung des Plasmas gering ist; dies erfordert aber die Entscheidung, ab welcher Sondenspannung den Strömen nicht mehr zu trauen ist, was eine gewisse Willkür bedeutet.

Der auffällige qualitative Unterschied im Kurvenverlauf lässt sich abschwächen, wenn man die beiden Gleichungen (12) und (15) im Geschwindigkeitsraum auf der Kugel mit Radius v integriert, was einer Multiplikation mit $4\pi v^2$ entspricht. Damit erhalten wir die beiden Gleichungen

$$p(v(U)) = -4\pi v^2(U) \frac{m_e^2}{e^3} \frac{1}{2\pi A} I''(U) \quad (16)$$

und

$$p(v) = 4\pi v^2 n_e \left(\frac{m_e}{2\pi k_B T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2k_B T_e} \right) \quad , \quad (17)$$

die noch immer einander entsprechen (Messung und Maxwell-Verteilung), aber jetzt beide durch den Ursprung verlaufen ($p(0) = 0$). Die Messdaten nahe dem Plasmapotential, wo die Störung groß ist, werden durch den Faktor v^2 viel weniger gewichtet. Ein Fit-Algorithmus kann nun leicht Gleichung (17) an (16) anpassen, wobei man die freien Parameter T_e und n_e erhält.

4 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht im Wesentlichen aus der gasgefüllten Triode vom Typ OA4-G, einem sogenannten Kaltkathoden-Thyratron. Die Befüllung ist aus den vorhandenen Datenblättern nicht bekannt, es kann daher

nur vermutet werden, dass es sich um Argon bei einem Druck von etwa 1 Millibar, also etwa 100 Pa, handelt.

Der auffällige Metallteller mit einer zentralen kreisförmigen Öffnung ist die Kaltkathode; nach einem Datenblatt ist die Kathode mit einem Oxid beschichtet. Oxidbeschichtungen haben den Zweck, mehr Sekundärelektronen durch einschlagende Ionen zu erhalten. In einem sehr geringen Abstand von nur etwa 0,7 mm befindet sich über der Kathode eine weitere Elektrode in Form eines Drahtbogens; sie bildet einen nicht ganz geschlossenen Ring mit einem Radius, der nur wenig größer als die Öffnung in der Kathode ist. Diese Elektrode wird in den Datenblättern als Trigger oder Starter-Anode bezeichnet; in unserem Versuch dient sie als Anode für die Gasentladung und wird daher im Folgenden Anode genannt.

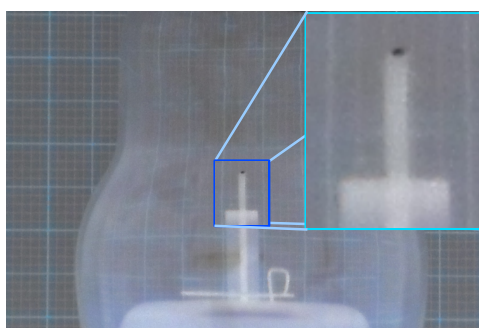
Eine dritte Elektrode befindet sich auf der vertikalen Achse der Röhre. Sie besteht aus einem Draht, der in einem Glasröhrchen von unten durch die Kathode geführt wird und etwa in der Mitte zwischen Kathode und oberer Glaswand auf einem kurzen Stück aus dem Glasröhrchen herausragt (siehe Abbildung 4). Diese Elektrode wird in den Datenblättern als die eigentliche Anode bezeichnet; in unserem Versuch dagegen dient sie als Langmuir-Sonde und wird daher im Folgenden Sonde genannt.

Das Plasma wird durch Anlegen einer Spannung von etwa 75 V zwischen Kathode und Anode erzeugt. Da der Abstand zwischen beiden Elektroden sehr klein ist, kann sich keine vollständige Glimmentladung, insbesondere keine positive Säule, entwickeln. Es sind jedoch über der Oberfläche der Kathode Leuchterscheinungen zu erkennen, die man als Glimmsaum und negatives Glimmlicht identifizieren kann. Die dort erzeugten Ionen und Elektronen können teilweise (soweit die Ionen nicht auf die Kathode fallen und neutralisiert werden) durch Diffusion auch in den oberen Teil des Glaskolbens gelangen, wo sich die Sonde befindet. Zudem werden durch Ioneneinschläge auf der Kathode Sekundärelektronen freigesetzt, die im Kathodenfall, wo fast die gesamte Spannung zwischen Anode und Kathode abfällt, genügend Energie aufnehmen, um anschließend beim Durchqueren des oberen Teils des Glaskolbens Gasatome ionisieren zu können, bevor sie an der gegenüberliegenden Glaswand verloren gehen.

An dieser Stelle soll betont werden, dass es sehr wichtig ist, die Glimmentladung mit einem Vorwiderstand zu betreiben. Der Vorwiderstand befindet sich im Sockel des Thyratrons und hat einen Wert von $1\text{ k}\Omega$. Der Widerstand bildet zusammen mit der Gasentladung einen Spannungsteiler, sodass er auf einfache Weise den Entladungsstrom stabilisiert.

Der Versuch ist mit folgenden Geräten und Instrumenten ausgestattet:

- Kaltkathoden-Thyratron OA4-G, montiert auf einem Sockel mit Vorwiderstand;
- digitale Stromquelle für Spannungen bis 150 V;
- analoge Stromquelle für Spannungen bis 30 V;
- Source-Meter Keithley 2400;
- drei Digitalmultimeter;
- Kabel in ausreichender Menge.



Nr.	Länge (mm)	Breite (mm)	Fläche (mm ²)
0	3.23	0.89	9.6 ± 1.0
1	4.28	0.87	12.3 ± 1.1
2	4.49	0.88	13.0 ± 1.1
3	4.13	0.73	9.8 ± 1.0
4	3.35	0.80	8.9 ± 0.9
5	3.48	0.80	9.2 ± 0.9
6–10	4.03	1.53	21.3 ± 1.3

Abbildung 4: Dimensionen der Spitzen der Langmuir-Sonden.

5 Versuchsdurchführung

Die Versuche gliedern sich in drei Teile. Im ersten Teil soll die Glimmentladung rein äußerlich hinsichtlich ihrer Strom-Spannungs-Charakteristik untersucht werden. Erst im zweiten Teil kommt die Langmuir-Sonde dazu; mit Hilfe von zwei Multimetern und einer Spannungsquelle soll eine Sondenkennlinie mit einer kleinen Anzahl von Datenpunkten gemessen werden. Im dritten Teil wird die Sondenmessung mit Hilfe einer sogenannten *Source Measure Unit (SMU)*, oder kurz *Source Meter*, automatisiert und systematisch für verschiedene Entladungsbedingungen durchgeführt.

5.1 Untersuchung der Glimmentladung

Für diesen Versuch benötigen Sie zwei Multimeter, um Strom und Spannung der Glimmentladung zu Messen. Weiterhin benutzen Sie das digitale Netzgerät, welches Spannungen bis zu 150 V ausgibt.

- Bauen Sie eine geeignete Schaltung auf. Treffen Sie eine begründete Entscheidung, wenn Ihnen unterschiedliche Schaltungsmöglichkeiten einfallen.
- Beschreiben Sie die Beobachtungen der Entladung im Laborbuch.
- Ist die Entladung zeitlich stabil? Was bedeutet dies für die weiteren Messungen?
- Messen Sie die Entladungskennlinie mit geeigneter Schrittweite der Spannung sowohl mit monoton steigenden als auch monoton fallenden Spannungen.

Sie können die Auswertung später zu Hause machen.

5.2 Manuelle Aufnahme einer Langmuir-Kennlinie

Jetzt sollen Sie die Schaltung um einen Messkreis für die Langmuir-Sonde ergänzen. Dazu werden Sie zwei Multimeter benötigen, Sie müssen also eines der bereits verwendeten Multimeter wieder ausbauen. Um die Spannung der Sonde bereitzustellen, steht Ihnen eine Spannungsquelle zur Verfügung, die Spannungen bis 30 V erzeugen kann. Somit werden Sie nicht alle Potentiale zwischen Anode und Kathode erreichen können und Sie müssen sich für einen geeigneten Referenzpunkt (mit dem einer der beiden Pole der Spannungsquelle verbunden wird) entscheiden, von dem aus Sie die relevanten Potentiale bis zu einem Abstand von 30 V durch Drehen am Einstellknopf erreichen können.

- Bauen Sie eine geeignete Schaltung auf. Welchen Referenzpunkt wählen Sie für die Sondenspannung? Treffen Sie eine begründete Entscheidung, wenn Ihnen unterschiedliche Schaltungsmöglichkeiten einfallen.
- Wählen Sie die Entladungsparameter Strom und Spannung für diese Messung.
- Nehmen Sie eine Langmuir-Kennlinie mit 61 Spannungswerten über einen Bereich von 15 V auf (Schritte von $\Delta U = 0,25 \text{ V}$).

Die Auswertung, die Sie später zu Hause machen können, sollte beide oben genannten Verfahren zur Bestimmung des Plasmapotentials verwenden und vergleichen. Lässt sich auch der Ionensättigungsstrom auswerten?

5.3 Automatisierte Aufnahme von Langmuir-Kennlinien

In diesem letzten Teil des Versuchs wird die Schaltung wieder etwas übersichtlicher, da Sie die Spannungsquelle und die beiden Multimeter für die Sonde durch ein einziges Gerät, nämlich das Source-Meter, ersetzen.

Beachten Sie, dass das Source-Meter baulich mit seinem schwarzen Ausgang (die beiden rechten roten und schwarzen Anschlüsse werden benötigt) geerdet ist. Sie sollten diesen geerdeten Ausgang mit dem gelben Erdanschluss der 150 V-Spannungsquelle verbinden. Die Ausgänge der 150 V-Spannungsquelle sind im Gerät beide nicht geerdet.

- Bauen Sie eine geeignete Schaltung auf. Sie werden bemerken, dass Sie frei sind, den Referenzpunkt für das Source-Meter (schwarzer Anschluss) festzulegen. Wählen Sie zunächst die Anode als Referenzpotential.
- Bevor Sie die Schaltung mit dem Source-Meter in Betrieb nehmen, lassen Sie sie vom Betreuer oder einer Wissenschaftlichen Hilfskraft abnehmen. Lassen Sie sich die Ansteuerung des Source-Meters erklären.
- Nehmen Sie mit der Anode als Referenzpotential bei den Entladungsströmen $I_{\text{anode}} = 30, 40, 50, 60, 70 \text{ mA}$ jeweils eine Kennlinie auf.
- Nehmen Sie mit der Kathode als Referenzpotential bei den Entladungsströmen $I_{\text{anode}} = 30, 40, 50, 60, 70 \text{ mA}$ jeweils eine Kennlinie auf.

Hinweise:

- In der Konfiguration des Source-Meters sollte der Messbereich auf 1 mA („1E-3“) eingestellt sein.
- Wenn das Referenzpotential die Anode ist, so sind dem Source-Meter negative Spannungen $U = -15, \dots, 0$ (steigend) vorzugeben. (Der rote Ausgang hat dann negative Spannungen.)
- Wenn das Referenzpotential die Kathode ist, so sind positive Spannungen $U = (U_{\text{anode}} - 15 \text{ V}), \dots, U_{\text{anode}}$ vorzugeben. Es sollte also immer $U \leq U_{\text{anode}}$ bleiben! Sie können U_{anode} zum jeweiligen Entladungsstrom I_{anode} aus Ihren Messungen zu Anfang des Tages entnehmen.

6 Auswertung

Ihre Auswertungen sollten wenigstens die folgenden Punkte enthalten (natürlich sind Sie frei, weitere Dinge zu untersuchen und zu zeigen).

- Bestimmen Sie bei allen aufgenommenen Kennlinien das Plasmapotential mit beiden oben genannten Methoden und vergleichen Sie diese miteinander.
- Bestimmen Sie für alle aufgenommenen Kennlinien das Floating-Potential und mit den beiden besprochenen Methoden die Elektronentemperatur.

- Bestimmen Sie für alle aufgenommenen Kennlinien die Elektronendichte und auch die Ionendichte, soweit dies machbar ist.
- Zu den automatisierten Messungen sollten Sie die erkennbaren Trends der wichtigen Plasmaparameter bei Veränderung der Entladung (die fünf Stromwerte) darstellen und diskutieren.
- Vergessen Sie nicht, die Größenordnung von abgeleiteten Größen wie Ionisierungsgrad und Debye-Länge zu bestimmen und diskutieren.
- Machen Sie sich Gedanken zu den Fehlern der Eingangsgrößen und der Methoden selbst. Berücksichtigen Sie diese entsprechend.
- Versuchen Sie, die Druyvesteyn-Methode für eine Kennlinie anzuwenden.
- Versuchen Sie, die aus der Druyvesteyn-Methode erhaltene Geschwindigkeitsverteilungsfunktion mit einer Maxwell-Verteilung zu fiten. Wie groß sind die Fit-Parameter Elektronendichte und Elektronentemperatur?

Literatur

- [1] Harold M. Mott-Smith. History of “Plasmas”. *Nature*, 233:219, 1971.
- [2] H. M. Mott-Smith and Irving Langmuir. The theory of collectors in gaseous discharges. *Phys. Rev.*, 28(4):727–763, Oct 1926.
- [3] Alexander Piel. *Plasma Physics – An Introduction to Laboratory, Space, and Fusion Plasmas*. Springer, 2010.
- [4] J. E. Allen. Probe Theory – The Orbital Motion Approach. *Phys. Scr.*, 45:497–503, 1992.
- [5] R. N. Franklin. The plasma–sheath boundary region. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 36:R309–R320, 2003.
- [6] J. E. Allen. The plasma–sheath boundary: its history and Langmuir’s definition of the sheath edge. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 18:014004, 2009.