



CERRAJERIA

Unidad 9

Un modelo para la conducción eléctrica

- Este modelo *clásico* para describir la conducción eléctrica en los metales fue propuesto por Paul Drude (1863–1906) en 1900 y desarrollado por Hendrik A. Lorentz en 1909.
- A partir de este modelo (**modelo clásico de la conducción eléctrica**) se obtiene la ley de Ohm y se muestra que la conductividad y la resistividad se pueden relacionar con el movimiento de los electrones en los metales.
- Aunque el modelo de Drude que se describe a continuación tiene limitaciones, introduce conceptos que aún se aplican en modelos y teorías más elaboradas.

Un modelo para la conducción eléctrica

- Consideren un **conductor** como un arreglo regular tridimensional de átomos o iones más un conjunto de electrones libres, denominado comúnmente como **electrones de conducción**.
- Estos electrones de conducción, aunque están unidos o ligados a sus respectivos átomos cuando los átomos no forman parte de un sólido, adquieren movilidad cuando los átomos libres se condensan en un sólido.
- En ausencia de un campo eléctrico, los electrones de conducción se mueven a través del conductor en direcciones aleatorias con velocidades promedio del orden de 10^6 m/s (mucho mayor que v_d).

Un modelo para la conducción eléctrica

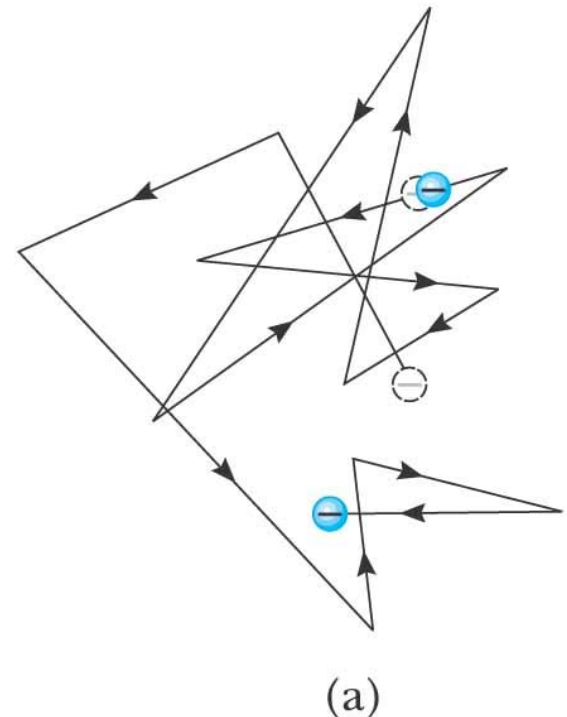
- La situación es similar al movimiento de moléculas de un gas en un recipiente.
- De hecho, algunos autores se refieren a los electrones de conducción en un metal como un *gas de electrones*.
- En ausencia de un campo eléctrico no hay corriente en el conductor debido a que la velocidad de desplazamiento de los electrones libres es cero (si $\mathbf{E} = 0 \rightarrow I = 0$ pues $v_d = 0$).
- Es decir, en promedio, los electrones que se mueven en una dirección son los mismo que se mueven en la otra y, por lo tanto, no hay un flujo neto de carga.

Un modelo para la conducción eléctrica

- La situación cambia cuando se aplica un campo eléctrico \mathbf{E} .
- Así, además del movimiento aleatorio que experimentan, los electrones libres se desplazan lentamente en una dirección contraria a la del campo eléctrico \mathbf{E} .
- La velocidad promedio de desplazamiento v_d es mucho menor (típicamente de 10^{-4} m/s) que sus velocidades promedio entre colisiones (típicamente de 10^6 m/s).

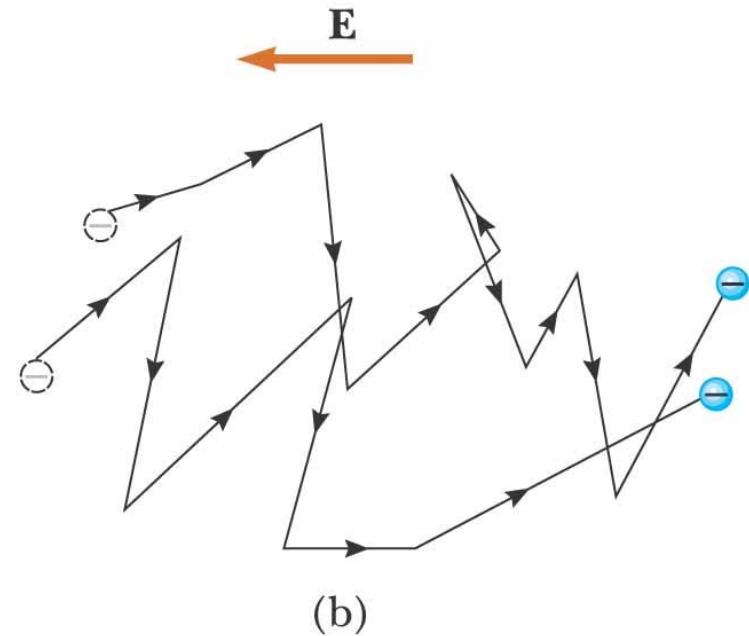
Un modelo para la conducción eléctrica

- Las siguientes figuras dan una descripción rudimentaria del movimiento de los electrones libres en un conductor.
- En ausencia de un campo eléctrico \mathbf{E} , después de muchas colisiones no hay un desplazamiento neto.
- El movimiento es aleatorio.
- La velocidad de desplazamiento v_d es cero.



Un modelo para la conducción eléctrica

- Se aplica un campo eléctrico \mathbf{E} en el conductor.
- El campo eléctrico \mathbf{E} modifica el movimiento aleatorio de los electrones libres.
- Los electrones se desplazan en una dirección opuesta a la del campo eléctrico \mathbf{E} con una velocidad v_d .



Un modelo para la conducción eléctrica

- En este modelo, se asume que el movimiento de un electrón después de una colisión es independiente de su movimiento antes de la colisión.
- También se asume que el exceso de energía adquirida por los electrones en el campo eléctrico \mathbf{E} , se pierde al transferirse a los átomos del conductor cada vez que ocurre una colisión electrón-átomos.
- La energía cedida a los átomos aumenta la energía vibracional de estos, lo cual provoca que la temperatura del conductor aumente.

Un modelo para la conducción eléctrica

- Es en este momento cuando se puede obtener una expresión para la velocidad de desplazamiento.
- Cuando un electrón libre de masa m_e y carga $q = -e$, es sometido a la acción de un campo eléctrico \mathbf{E} , experimenta una fuerza eléctrica $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$.
- Debido a que esta fuerza está relacionada con la aceleración del electrón mediante la segunda ley de Newton ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$), se puede concluir que la aceleración del electrón es:

$$\mathbf{F} = m_e \mathbf{a} = q\mathbf{E} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{q\mathbf{E}}{m_e}$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- Esta aceleración, la cual ocurre únicamente por un intervalo de tiempo pequeño entre las colisiones, es la que permite al electrón adquirir una pequeña velocidad de desplazamiento.
- Si \mathbf{v}_i es la velocidad inicial del electrón el instante después de una colisión (la cual ocurre a un tiempo que se define como $t = 0$), entonces la velocidad final del electrón a un tiempo t (al cual ocurre la siguiente colisión) es:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t = \mathbf{v}_i + \frac{q\mathbf{E}}{m_e}t$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- Ahora se debe considerar el valor promedio de \mathbf{v}_f en todos los posibles tiempo de colisión t y con todos los valores posible de \mathbf{v}_i .
- Si se considera que las velocidades iniciales están distribuidas aleatoriamente sobre todos los posibles valores, entonces el valor promedio de \mathbf{v}_i es cero ($\mathbf{v}_i = 0$).
- El término

$$\left(\frac{q\mathbf{E}}{m_e}\right)t$$

es el cambio en la velocidad del electrón debido al campo eléctrico, en el intervalo de tiempo que acontece entre sus colisiones sucesivas con los átomos.

Un modelo para la conducción eléctrica

- El valor promedio de dicho término es:

$$\left(\frac{q\mathbf{E}}{m_e} \right) \tau$$

dónde τ es el *intervalo de tiempo promedio entre colisiones sucesivas*.

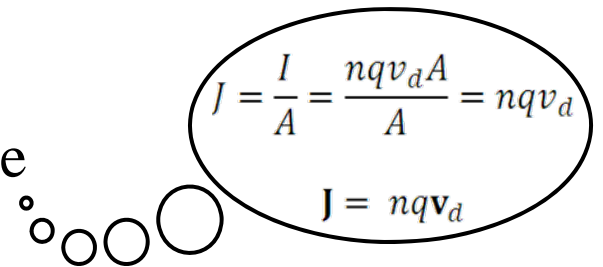
- Como el valor promedio de \mathbf{v}_f es igual a la velocidad de desplazamiento, se obtiene que:

$$\bar{\mathbf{v}}_f = \mathbf{v}_d = \left(\frac{q\mathbf{E}}{m_e} \right) \tau$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- Se puede relacionar la expresión de la velocidad de desplazamiento con la corriente en el conductor.

- Así, la magnitud de la densidad de corriente (J) es:



A thought bubble containing the equations $J = \frac{I}{A} = \frac{nqv_d A}{A} = nqv_d$ and $J = nq\mathbf{v}_d$. A trail of four circles leads from the text 'la magnitud de la densidad de corriente' to the bubble.

$$J = \frac{I}{A} = \frac{nqv_d A}{A} = nqv_d$$
$$J = nq\mathbf{v}_d$$

$$J = nqv_d = nq \left(\frac{qE}{m_e} \right) \tau = \frac{nq^2 E}{m_e} \tau$$

- donde n es el número de portadores de carga por unidad de volumen (*i.e.* densidad de portadores de carga) y $q = -e$.

Un modelo para la conducción eléctrica

- Comparando la expresión para la magnitud de la densidad de corriente con la ley de Ohm:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \rightarrow J = \sigma E \quad ; \quad J = \frac{ne^2 E}{m_e} \tau$$

se obtienen las siguientes relaciones, en términos de cantidades microscópicas, para la conductividad (σ) y resistividad (ρ) de un conductor :

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m_e} \qquad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{ne^2 \tau}$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- Por lo tanto, con base en un modelo clásico, la conductividad (σ) y la resistividad (ρ) no dependen de la fuerza del campo eléctrico.
- Esta conclusión es una característica de un conductor que obedece la ley de Ohm.
- El intervalo de tiempo promedio τ entre colisiones está relacionado con la distancia promedio entre colisiones ℓ (es decir, la trayectoria libre promedio) y la velocidad media \bar{v} , mediante la expresión:

$$\tau = \frac{\ell}{\bar{v}}$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- De esta manera:

$$\sigma = \frac{ne^2\ell}{m_e\bar{v}}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e\bar{v}}{ne^2\ell}$$

Un modelo para la conducción eléctrica

- Según la ley de Ohm, la conductividad y la resistividad son independientes del campo eléctrico E .
- Como se ha visto, la velocidad media de los electrones en equilibrio térmico con los iones de la red es mucho mayor que la velocidad de desplazamiento, así, el campo eléctrico no influye esencialmente en la velocidad media.
- Además, la trayectoria libre promedio de los electrones depende del tamaño de los iones de la red y de la densidad de los iones, pero no del campo eléctrico.
- Por tanto, el modelo predice la ley de Ohm.

Un modelo para la conducción eléctrica

- A pesar de su éxito al predecir la ley de Ohm, la teoría clásica de la conducción eléctrica tiene diferentes defectos.
- La dependencia con la temperatura no es correcta.

La dependencia con la temperatura de la conductividad y la resistividad, según el modelo clásico, viene dada completamente por la velocidad media, la cual es proporcional a \sqrt{T} .

Es decir, no se obtiene una dependencia lineal con la temperatura.

- Además, el modelo clásico no dice nada sobre la razón por la cual algunos materiales son conductores, otros aislantes y otros semiconductores.

Problemas

■ Colisiones electrónicas en un alambre.

(A) Utilizando datos y resultados del problema de *velocidad de desplazamiento en un alambre de Cu*, y aplicando el modelo clásico de la conducción de electrones, calcule el intervalo de tiempo promedio τ entre colisiones para los electrones en la instalación eléctrica (cableado) de una casa.

(B) Considerando que la velocidad promedio para los electrones libres en el Cu es 1.6×10^6 m/s y utilizando el resultado del inciso (A), calcule la trayectoria libre promedio de los electrones en el Cu.

Resistencia y Temperatura

- A lo largo de un intervalo de temperatura limitado, la resistividad (y por tanto, la conductividad) de un conductor varía de manera aproximadamente lineal con la temperatura, de acuerdo a la expresión:

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

donde ρ es la resistividad a alguna temperatura T (en °C), ρ_0 es la resistividad a alguna temperatura de referencia T_0 (usualmente, 20 °C), y α es el **coeficiente de temperatura de la resistividad**.

Resistencia y Temperatura

- El coeficiente de temperatura de la resistividad puede expresarse como:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{(\rho - \rho_0)}{(T - T_0)} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

donde $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ es el cambio en la resistividad en el intervalo de temperatura $\Delta T = T - T_0$.

- Se debe notar que la unidad del coeficiente de temperatura de la resistividad es: $\alpha [=] \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (ver tabla).

Resistencia y Temperatura

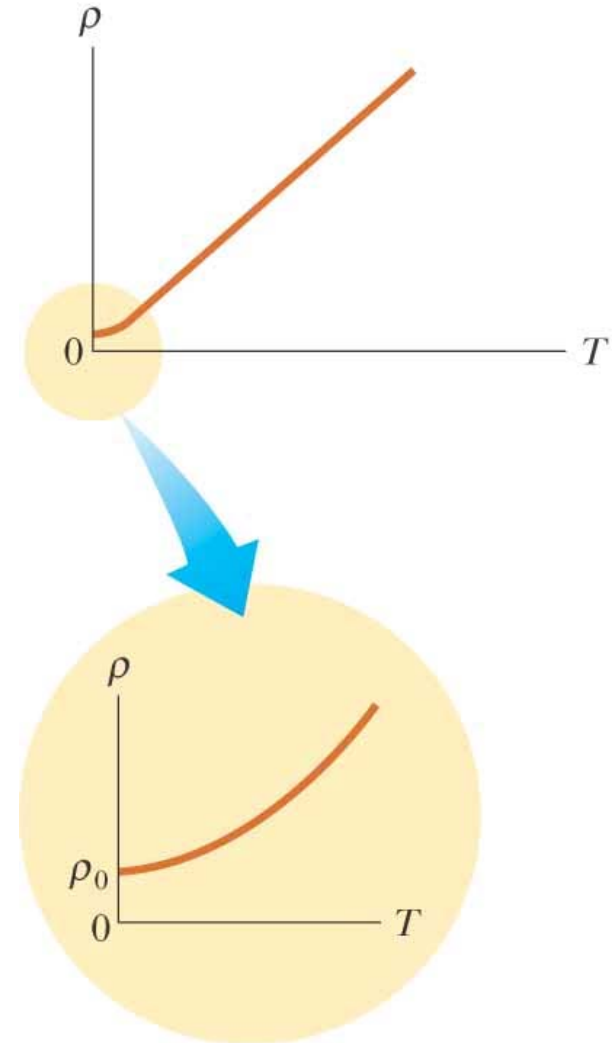
- Debido a que la resistencia R es proporcional a la resistividad ρ , se puede establecer que la variación de la resistencia con la temperatura es:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

- El uso de esta propiedad permite llevar a cabo mediciones de temperatura con gran precisión.
- Es decir, como la resistencia de un conductor con una sección transversal de área uniforme es proporcional a la resistividad, se puede calcular el efecto de la temperatura en la resistencia.

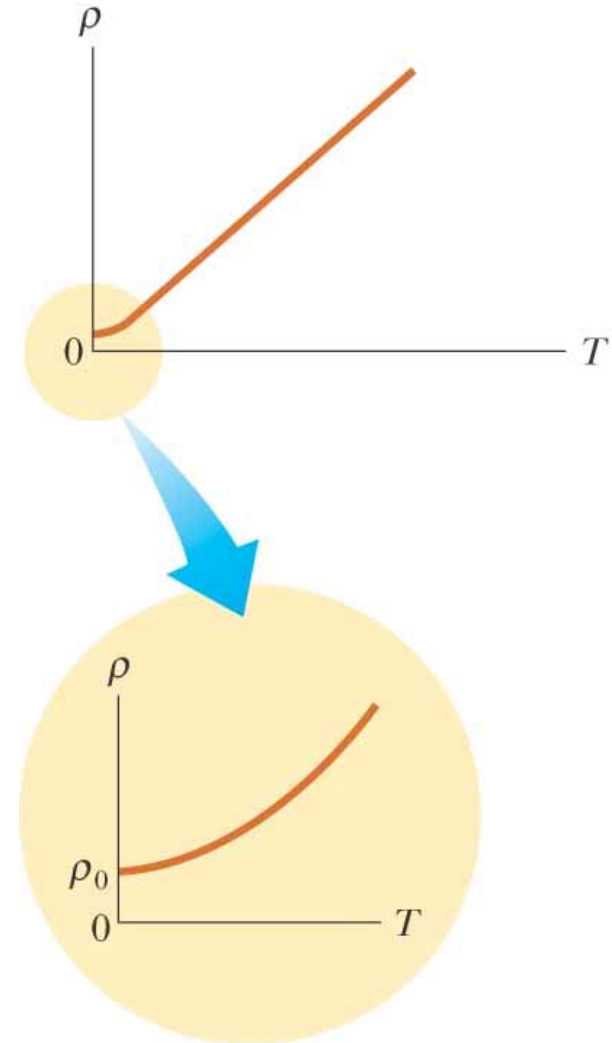
Resistencia y Temperatura

- Para metales (por ejemplo, el Cu) la resistividad es prácticamente proporcional a la temperatura (ver gráfica).
- Sin embargo, a temperaturas muy bajas siempre existe una región no lineal, y la resistividad usualmente alcanza un valor finito conforme la temperatura se aproxima al cero absoluto.



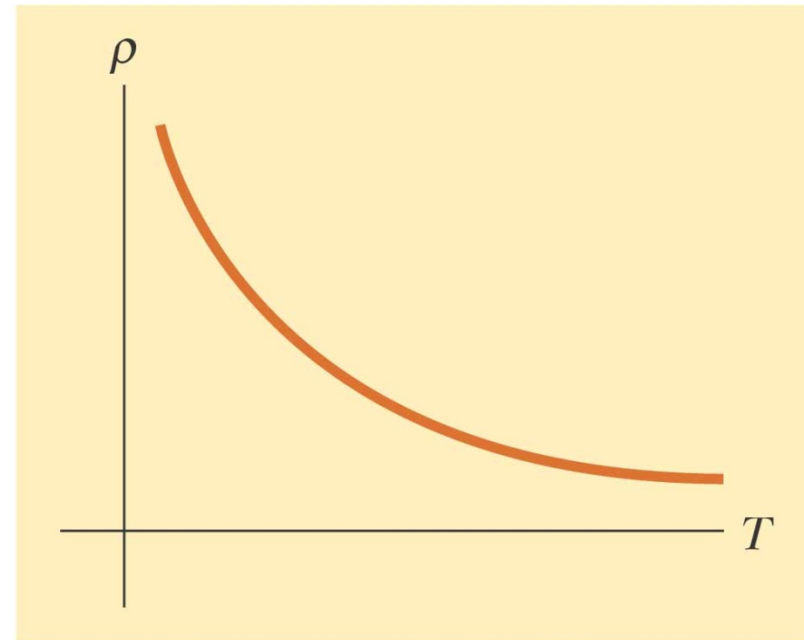
Resistencia y Temperatura

- Esta resistividad residual cerca del cero absoluto se debe principalmente a la colisión de electrones con impurezas e imperfecciones en el metal.
- Por otro lado, la resistividad a altas temperaturas (la región lineal) se caracteriza principalmente por las colisiones entre electrones y átomos metálicos.



Resistencia y Temperatura

- Una valor negativo para el coeficiente de temperatura de la resistividad α , indica que la resistividad disminuye conforme aumenta la temperatura (ver figura).
- Los materiales que exhiben una disminución en la resistividad conforme aumenta la temperatura se denominan *semiconductores*.
- Este comportamiento se debe a que a temperaturas altas ocurre un aumento en la densidad de portadores de carga.



Resistencia y Temperatura

- Debido a que los portadores de carga en un semiconductor están, por lo general, asociados con impurezas (v. gr. otros átomos), la resistividad de estos materiales es muy sensible al tipo y concentración de tales impurezas (para lo cual se utiliza un proceso que se conoce como *dopado*)
- Los materiales semiconductores tienen una gran aplicación en sensores químicos, biosensores y procesadores de equipos de computación, comunicaciones, audio y video.

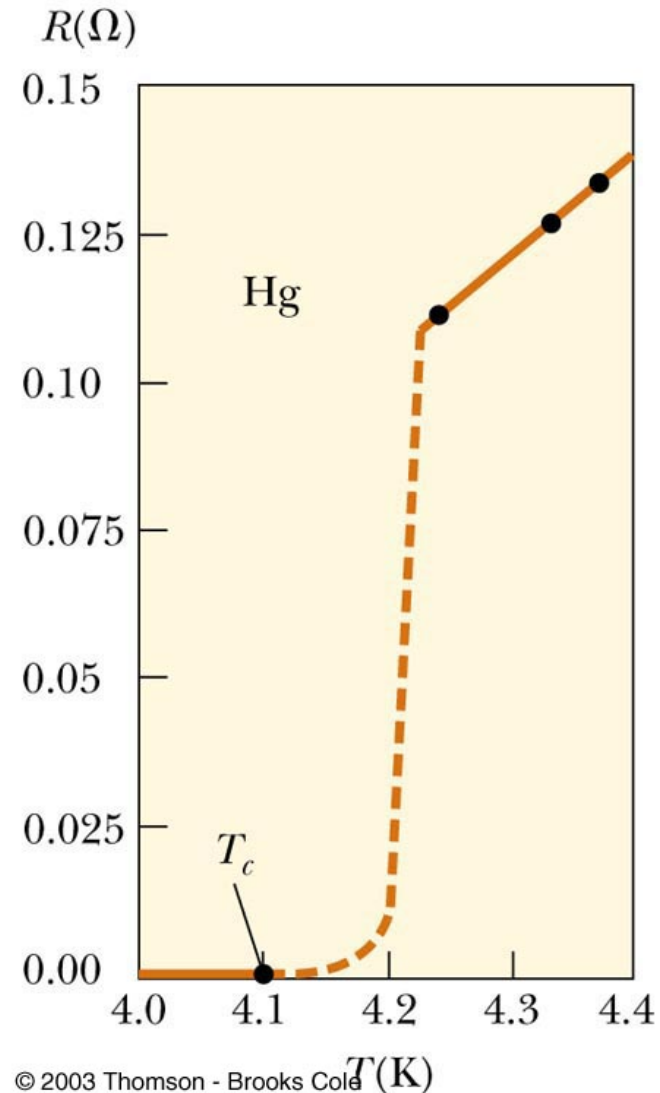
Problemas

■ Un termómetro por resistencia de Pt.

Un termómetro por resistencia, el cual mide la temperatura mediante la medición del cambio en la resistencia de un conductor, está hecho de Pt (platino) y tiene una resistencia de $50.0\ \Omega$ a $20.0\ ^\circ\text{C}$. Cuando se sumerge en un recipiente que contiene In (indio) líquido, su resistencia aumenta a $76.8\ \Omega$. Calcule el punto de fusión del In.

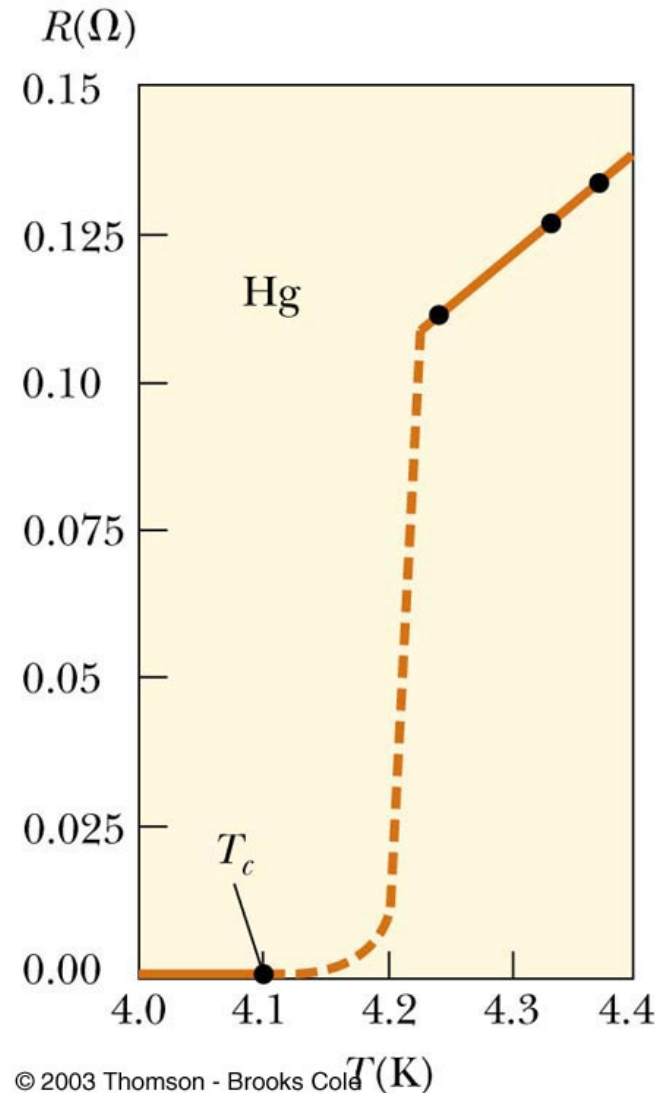
Superconductores

- Hay una clase de metales y compuestos, conocidos como **superconductores**, cuya resistencia R disminuye hasta cero cuando se encuentran por debajo de cierta temperatura T_c , conocida como **temperatura crítica**.
- La gráfica $R = f(T)$ para un superconductor tiene la misma forma que para un metal normal a temperaturas mayores que T_c .



Superconductores

- Sin embargo, cuando la temperatura es igual o menor que T_c , la resistividad desciende súbitamente a cero.
- Este fenómeno fue descubierto en 1911 por el físico holandés Heike Kamerlingh-Onnes (1853–1926) mientras trabajaba con Hg, que es superconductor por debajo de los 4.2 K.



Superconductores

- Mediciones recientes han demostrado que las resistividades de los superconductores por debajo de sus valores T_c son menores que $4 \times 10^{-25} \Omega \cdot m$ (aproximadamente 10^7 veces más chicas que la resistividad del Cu) y en la práctica se consideran como cero.
- Para hacer estas mediciones se utiliza He líquido (cuyo punto de ebullición ocurre a 4.2 K), el cual es muy caro y requiere de alta tecnología para su manejo.
- A pesar de esto, se han construido muchos imanes superconductores, pues tales imanes no producen calor.

Superconductores

- Ahora, se conocen miles de superconductores, y como lo ilustra la siguiente tabla, las temperaturas críticas de superconductores recientemente descubiertos (especialmente óxidos cerámicos) son substancialmente mayores que lo que inicialmente se creía posible.

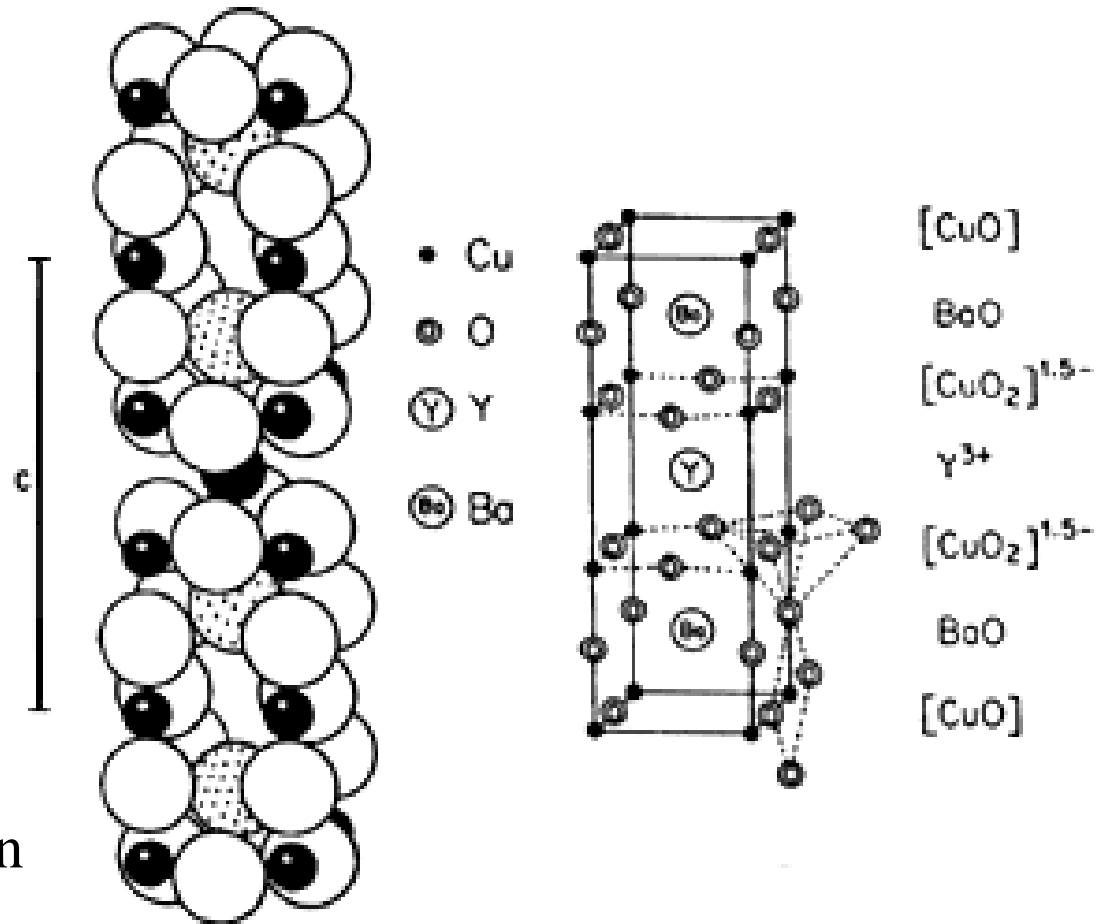
Critical Temperatures for Various Superconductors	
Material	T_c (K)
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₈	134
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	92
Nb ₃ Ge	23.2
Nb ₃ Sn	18.05
Nb	9.46
Pb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19
Zn	0.88

Superconductores

- Estos descubrimientos han revolucionado la ciencia de la superconductividad, pues el nitrógeno líquido, relativamente barato, cuyo punto de ebullición ocurre a los 77 K, puede utilizarse para enfriar muchos de esos óxidos cerámicos.
- Sin embargo, existen múltiples problemas, tales como la fragilidad de los óxidos cerámicos, que hacen difícil el uso o aplicación de estos superconductores.
- Eso sí, si alguna vez se identifica un superconductor a temperatura ambiente, su impacto en la tecnología sería tremendo.

Superconductores

- El valor de la temperatura crítica T_c depende de la composición química, la presión y la estructura molecular (es importante señalar que Cu, Ag, y Au, los cuales son excelentes conductores, no muestran superconductividad).



Superconductores

- Una de las características realmente sorprendente y extraordinaria de los superconductores es que una vez se establece una corriente en ellos, ésta persiste *sin tener que aplicar una diferencia de potencial*.
- La conductividad (σ) de un superconductor no puede definirse, pues su resistencia es cero ($R = 0$).
- Por tanto, existe corriente en el superconductor aun cuando no se aplique una diferencia de potencial y el campo eléctrico sea cero ($\mathbf{E} = 0$).

Superconductores

- En efecto, se ha observado la persistencia durante años, de corrientes eléctricas estacionarias sin pérdida (o decaimiento) aparente en anillos superconductores en los cuales no existía campo eléctrico.
- El fenómeno de la superconductividad no puede entenderse en términos de la física clásica; en su lugar es necesaria la mecánica cuántica (desarrollada en el s.XX).
- La primera teoría fructífera de la superconductividad fue publicada por John Bardeen, Leon Cooper, y Robert Schrieffer en 1957 y se conoce con el nombre de teoría BCS.

Superconductores

- Estos físicos fueron galardonados con el Premio Nobel de Física en 1972 por dichos trabajos.
- La teoría BCS describe bien los superconductores metálicos (los únicos conocidos en la época en que la teoría fue formulada), pero aparentemente no basta para entender los nuevos superconductores de temperaturas críticas mayores.

Superconductores

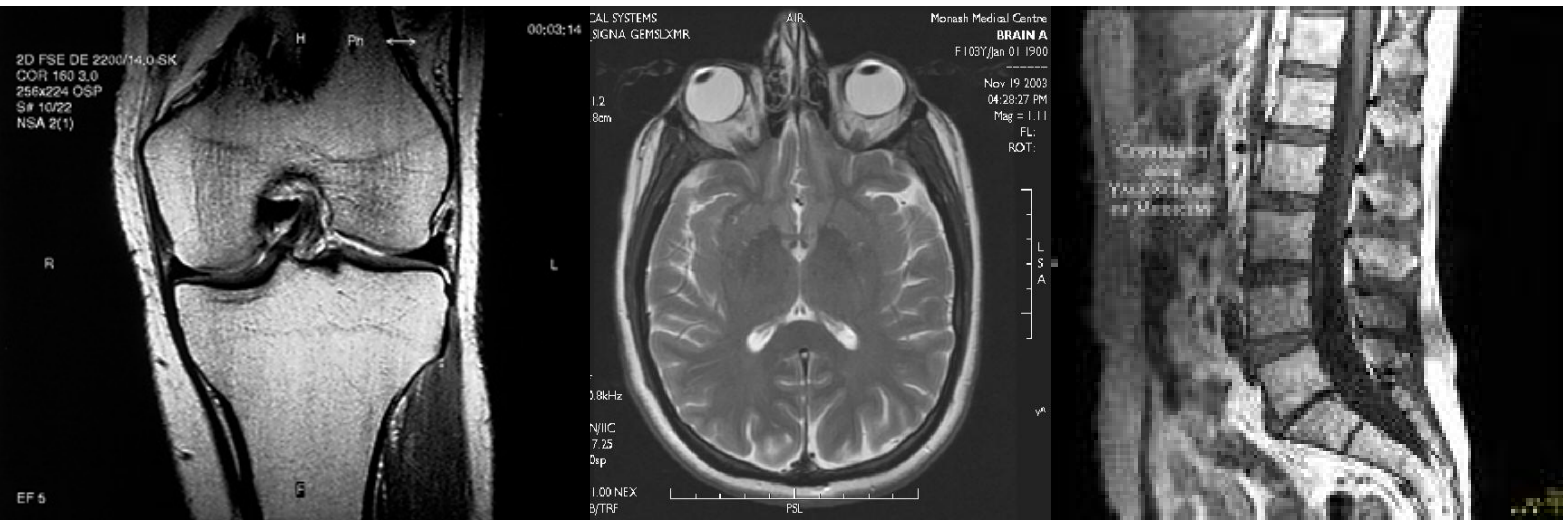
- Una importante aplicación de la superconductividad es el desarrollo de imanes superconductores, en los cuales las magnitudes del campo magnético son aproximadamente diez veces mayor que los producidos por los mejores electroimanes normales.
- Tales imanes superconductores se consideran como medios para almacenar energía.



A small permanent magnet levitated above a disk of the superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, which is at 77 K.

Superconductores

- Los imanes superconductores se utilizan actualmente en imagenología médica por resonancia magnética (MRI), mediante la cual se obtienen imágenes de órganos internos con alta definición, sin necesidad de someter a los pacientes a una exposición excesiva a rayos X u otros tipos de radiación dañina.



Potencia eléctrica

- Si se utiliza una batería para establecer una corriente eléctrica en un conductor, hay una transformación continua de energía química en la batería a energía cinética de los electrones, la cual, a su vez, se transforma en energía interna en el conductor, lo cual provoca un aumento en su temperatura.
- La batería establece una diferencia de potencial, que a su vez, genera un campo eléctrico en el conductor, el cual acelera los electrones libres durante un intervalo corto de tiempo.

Potencia eléctrica

- Esta aceleración implica que los electrones adquieren un incremento de energía cinética que rápidamente se convierte en energía térmica del conductor debido a las colisiones entre los electrones y la red de iones o átomos del conductor.
- Es decir, aunque los electrones adquieren continuamente energía debido a la acción del campo eléctrico, ésta se transfiere inmediatamente en forma de energía térmica del conductor y los electrones mantienen, en promedio, una velocidad de desplazamiento estacionaria.