UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI

# Cálculo Numérico

## Trabalho 02 - Equações Algébricas e Transcendentes

**Nícolas Rafael Mendonça Teles - 2023008200**

Documentação do Trabalho 02 de Cálculo Numérico. Professor Acir Moreno Soares Júnior, curso de Ciência da Computação da Universidade Federal de São João Del Rei

**São João Del Rei**
**Abril de 2025**

# Sumário

# 1 Introdução

O presente trabalho tem como objetivo implementar e analisar três métodos numéricos para resolução de equações algébricas e transcendentes: Newton-Raphson, Secante e Bisseção. As equações a serem resolvidas são:

$$5\ln(x) = 2 + 0.4x \quad \text{(a)} \tag{1}$$

$$x = \frac{x^5 - 26}{5x^4} \quad \text{(b)} \tag{2}$$

Foram utilizadas as seguintes tolerâncias para cada método:

- Precisão para a variável independente: $1 \times 10^{-5}$
- Precisão para o valor da função: $1 \times 10^{-7}$

# 2 Métodos Implementados

## 2.1 Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson é um algoritmo iterativo que utiliza a derivada da função para encontrar raízes. A cada iteração, o método calcula uma nova aproximação usando a fórmula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{3}$$

### 2.1.1 Implementação

Para a equação (a), foi escolhido como ponto inicial $x_0 = 1$, pois análises preliminares mostraram que a raiz está entre 0.5 e 2. Para a equação (b), foi utilizado $x_0 = -1.5$, já que a raiz está entre -2 e -1.

### 2.1.2 Resultados

- **Equação (a)**: Convergiu em 4 iterações para $x \approx 1.3401578$ com valor da função $\approx -2.96 \times 10^{-14}$
- **Equação (b)**: Convergiu em 4 iterações para $x \approx -1.4540612$ com valor da função $\approx 4.44 \times 10^{-16}$

## 2.2 Método da Secante

O método da Secante é uma variação do método de Newton que não requer o cálculo da derivada, utilizando duas estimativas iniciais. A fórmula de iteração é:

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} \tag{4}$$

### 2.2.1 Implementação

Para a equação (a), foram utilizados os pontos iniciais 0.5 e 2. Para a equação (b), os pontos iniciais foram -2 e -1.

### 2.2.2 Resultados

- **Equação (a)**: Convergiu em 6 iterações para $x \approx 1.3401578$ com valor da função $\approx 1.99 \times 10^{-12}$
- **Equação (b)**: Convergiu em 8 iterações para $x \approx -1.4540612$ com valor da função $\approx -7.45 \times 10^{-11}$

## 2.3 Método da Bisseção

O método da Bisseção é um algoritmo robusto que divide repetidamente o intervalo ao meio até encontrar a raiz. Requer que a função mude de sinal no intervalo inicial.

### 2.3.1 Implementação

Para a equação (a), o intervalo inicial foi [0.5, 2]. Para a equação (b), o intervalo inicial foi [-2, -1].

### 2.3.2 Resultados

- **Equação (a)**: Convergiu em 21 iterações para $x \approx 1.3401573$ com valor da função $\approx -2.23 \times 10^{-6}$
- **Equação (b)**: Convergiu em 17 iterações para $x \approx -1.4540634$ com valor da função $\approx -9.06 \times 10^{-6}$

# 3 Análise Comparativa dos Métodos

A tabela abaixo resume o desempenho dos três métodos para ambas as equações:

Tabela 1: Comparação dos métodos numéricos

| Método | Equação | Iterações | Precisão Alcançada |
|---|---|---|---|
| Newton-Raphson | (a) | 4 | $2.96 \times 10^{-14}$ |
| Newton-Raphson | (b) | 4 | $4.44 \times 10^{-16}$ |
| Secante | (a) | 6 | $1.99 \times 10^{-12}$ |
| Secante | (b) | 8 | $7.45 \times 10^{-11}$ |
| Bisseção | (a) | 21 | $2.23 \times 10^{-6}$ |
| Bisseção | (b) | 17 | $9.06 \times 10^{-6}$ |

Observa-se que o método de Newton-Raphson foi o mais eficiente em termos de número de iterações, seguido pelo método da Secante. O método da Bisseção, embora mais lento, é garantido para convergir quando a função é contínua no intervalo e há mudança de sinal.

# 4 Conclusão

Os três métodos implementados foram capazes de encontrar as raízes das equações com a precisão solicitada. O método de Newton-Raphson mostrou-se o mais eficiente, enquanto o método da Bisseção foi o mais robusto, porém mais lento. A escolha do método mais adequado depende das características do problema e da disponibilidade da derivada da função.

Os resultados obtidos estão de acordo com o esperado teoricamente, demonstrando a eficácia dos métodos numéricos na resolução de equações algébricas e transcendentes.