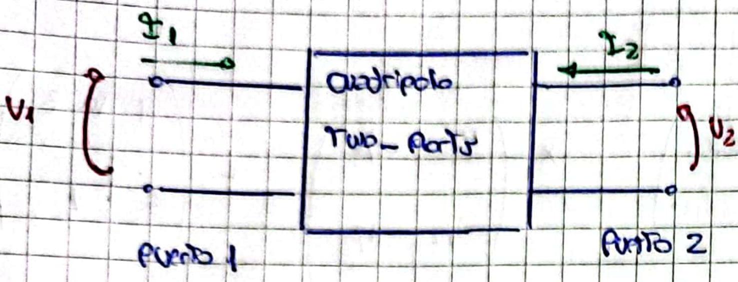
Videos Clase 8

Cuadripolos Lineales



Un cuadripolo consiste en un sistema con dos puertas. A dicho sistema, por más complejo que sea lo puedo caracterizar con una serie de parámetros. Dependiendo cuáles elijo como variables dependientes o indep. (respuesta o excitación)

$$R = C.E = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} r_1 = e_1 . c_{11} + e_2 . c_{12} \\ r_2 = e_1 . c_{21} + e_2 . c_{22} \end{cases}$$

Tipos de Modelizaciones

Parámetros Z

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Parámetros Y

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Parámetros H

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} V_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Parámetros G

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = G . \begin{pmatrix} i_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Parámetros T_{RECD}

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = T_{RECD} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

Parámetros T_{DCBA}

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow T^{-1} = T_{DCBA}$

Equivalencias

$Z^{-1} = Y$ $\quad H^{-1} = G$ $\quad T_{RECD}^{-1} = T_{DCBA}$

Parámetros Z (o de circuito abierto)

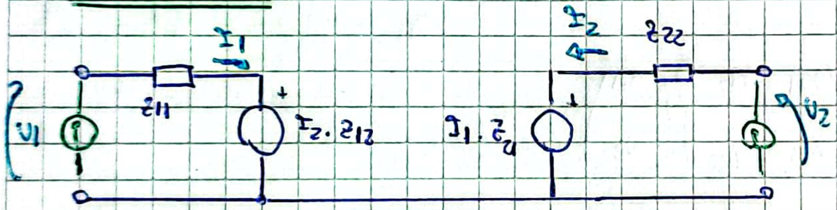
$$V = Z \cdot I \longrightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

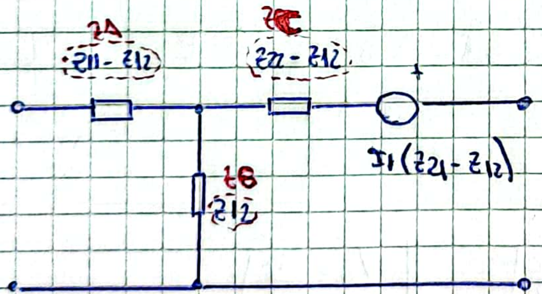
$$\longrightarrow \quad V_1 = z_{11} \cdot i_1 + z_{12} \cdot i_2$$

$$V_2 = z_{21} \cdot i_1 + z_{22} \cdot i_2$$

$\left.\frac{V_1}{i_1}\right\|_{i_2=0} = z_{11}$	$\left.\frac{V_1}{i_2}\right\|_{i_1=0} = z_{12}$	$\left.\frac{V_2}{i_1}\right\|_{i_2=0} = z_{21}$	$\left.\frac{V_2}{i_2}\right\|_{i_1=0} = z_{22}$
Función Excitación $\in \mathbb{R}$	Función Transferencia	Función Transferencia	Función Excitación $\in \mathbb{R}$

Si armo circuito:





Despejado para cuadripolos pasivos

$z_{11} = z_A + z_B$

$z_{12} = z_B$

$z_{21} = z_B$

$z_{22} = z_C + z_B$

A veces no (pero para el curso sí)

Recíproco

↳ Si $z_{12} = z_{21}$ → Cuadripolo pasivo → Se elimina el generador controlado → Red T

↳ Diagonal secundaria igual

Simétrico

↳ Si $z_{22} = z_{11}$ → zA y zC son iguales → Es lo mismo tomar un puerto u el otro como entrada o salida (en cuanto a variables dependientes)

↳ Diagonal principal igual

↳ En este caso si la red es simétrica $V_1 = V_2$ siempre

Como que por red arriba:

$$z_{11} = z_A + z_B$$
$$z_{21} = z_{12} = z_B$$
$$z_{22} = z_C + z_B$$

z_B va a aportar los polos comunes de z_{11}, z_{21} y z_{22}

z_A va a aportar los polos privados de z_{11}

z_C va a aportar los polos privados de z_{22}

Si los residuos de cada impedancia son K_{11}, K_{12}, K_{21} o K_{22}

↳ $K_{11} \cdot K_{22} - K_{12}^2 \geq 0$ → circuito realizable → Esto significa que: z_A, z_B y z_C son positivos

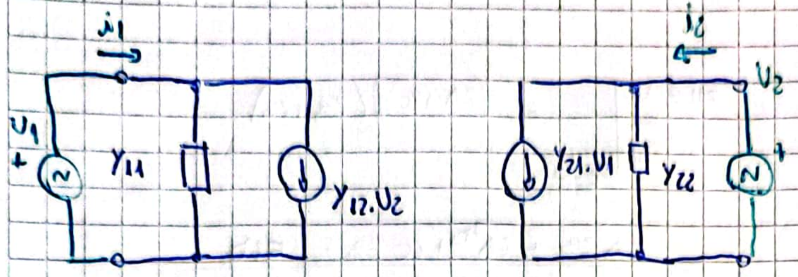
↳ $K_{11} \cdot K_{22} - K_{12}^2 = 0$ → Polos compactos → Preguntar qué implicaría esto

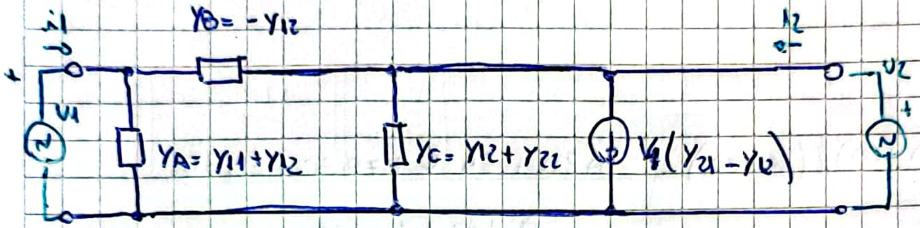
5 Parámetros Y (o de cortocircuito)

$$i = Y \cdot V \rightarrow \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad i_1 = Y_{11} \cdot V_1 + Y_{12} \cdot V_2$$
$$i_2 = Y_{21} \cdot V_1 + Y_{22} \cdot V_2$$

$Y_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right\|_{V_2=0}$	$Y_{12} = \left.\frac{i_1}{V_2}\right\|_{V_1=0}$	$Y_{21} = \left.\frac{i_2}{V_1}\right\|_{V_2=0}$	$Y_{22} = \left.\frac{i_2}{V_2}\right\|_{V_1=0}$
Función Excitación	Función Transferencia	Función Transferencia	Función Excitación



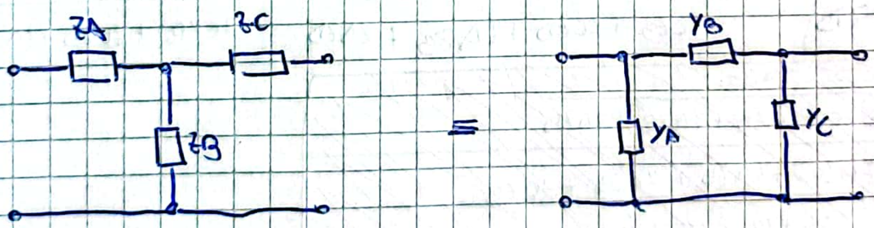


Igual que antes:

(1) Si: $Y_{11} = Y_{22}$ → Simetría → Diagonal principal igual

(2) Si: $Y_{12} = Y_{21}$ → Circuito recíproco (pasivo) → Diagonal secundaria igual

(3) Equivalencia red parámetros Z y parámetros Y



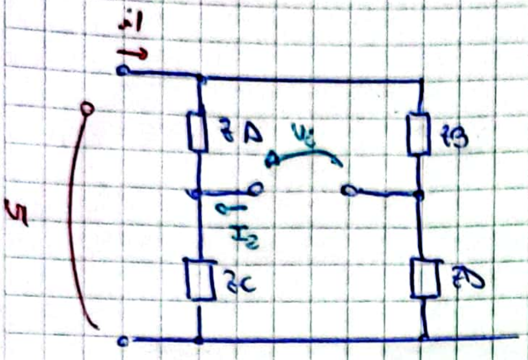
$$Z = Y^{-1}$$

$$Y_A = \frac{Z_C}{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C} \qquad Z_A = \frac{Y_A + Y_B + Y_C}{Y_A \cdot Y_B}$$

$$Y_B = \frac{Z_B}{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C} \qquad Z_B = \frac{Y_A + Y_B + Y_C}{Y_B \cdot Y_C}$$

$$Y_C = \frac{Z_A}{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C} \qquad Z_C = \frac{Y_A + Y_B + Y_C}{Y_A \cdot Y_C}$$

Red Balanceada Lattice por parámetros Z



$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = (Z_A + Z_C) \parallel (Z_B + Z_D)$$

$$= \frac{Z_A Z_B + Z_A Z_D + Z_C Z_B + Z_C Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}$$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = (Z_A + Z_B) \parallel (Z_C + Z_D) = \frac{Z_A Z_D + Z_A Z_C + Z_B Z_C + Z_B Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}$$

$$\underbrace{Z_{21}}_{\text{Red pasiva}} = Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \left.\left(\frac{V_2}{\underbrace{I_1}_{Z_{11}}} \cdot \frac{V_1}{V_1}\right)\right|_{I_2=0} = \left.\left(\frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{Z_{11}}{V_1}\right)\right|_{I_2=0} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} \cdot Z_{11}$$

$$\frac{1}{V_1} V_2 = V_1\left(\frac{Z_C}{Z_C + Z_A} - \frac{Z_B}{Z_B + Z_D}\right) = V_1 \frac{Z_C Z_B + \cancel{Z_C Z_D} - \cancel{Z_B Z_C} - Z_A Z_D}{Z_C Z_B + Z_C Z_D + Z_A Z_B + Z_A Z_D} = \frac{(Z_C Z_B - Z_A Z_D) V_1}{Z_C Z_B + Z_C Z_D + Z_A Z_B + Z_A Z_D}$$

$$\cancel{Z_{21} = Z_{12} = \frac{V_2/V_1}{Z_{11}} = \frac{\dfrac{Z_C Z_B - Z_A Z_D}{Z_B Z_C + Z_C Z_D + Z_A Z_B + Z_A Z_D}}{\dfrac{Z_A Z_B + Z_A Z_D + Z_C Z_B + Z_C Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}}}$$

$$Z_{21} = Z_{12} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} \cdot Z_{11} = \frac{Z_C Z_B - Z_A Z_D}{\cancel{Z_C Z_B + Z_C Z_D + Z_A Z_B + Z_A Z_D}} \cdot \frac{\cancel{Z_A Z_B + Z_A Z_D + Z_C Z_B + Z_C Z_D}}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}$$

$$Z_{21} = Z_{12} = \frac{Z_C Z_B - Z_A Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D}$$

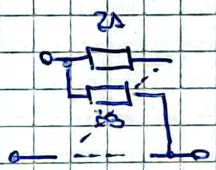
Forma Matriz

$$Z_{Lattice} = \begin{pmatrix} \dfrac{Z_A Z_B + Z_A Z_D + Z_C Z_B + Z_C Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D} & \dfrac{Z_C Z_B - Z_A Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D} \\ \dfrac{Z_C Z_B - Z_A Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D} & \dfrac{Z_A Z_D + Z_A Z_C + Z_B Z_C + Z_B Z_D}{Z_A + Z_B + Z_C + Z_D} \end{pmatrix}$$

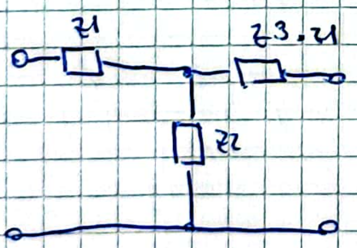
Si hacemos $Z_A = Z_D$, $Z_C = Z_B$ $\rightarrow \begin{pmatrix} \dfrac{Z_A + Z_B}{2} & \dfrac{Z_B - Z_A}{2} \\ \dfrac{Z_B - Z_A}{2} & \dfrac{Z_A + Z_B}{2} \end{pmatrix}$

Simétrico

Forma de representarlo,



Transformación en forma de Lattice → T (BALUN)



$\dfrac{Z_A + Z_B}{2} = Z_1 + Z_2$

$\dfrac{Z_A - Z_B}{2} = Z_2$

$Z_1 = Z_B$

$Z_2 = \dfrac{Z_A - Z_B}{2}$

Transformación T → Lattice

$Z_A = Z_1 + 2Z_2$

$Z_B = Z_1$